

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-480

二次元非圧縮層流剝離流の粘性-非粘性  
干渉を含めた近似計算法

石田 洋 治

1976 年 12 月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

# 二次元非圧縮層流剝離流の粘性-非粘性 干渉を含めた近似計算法\*

石田 洋治\*\*

## An Approximate Calculation Method of Two-dimensional Incompressible Laminar Separated Flow including Viscous-inviscid Interaction

By Yoji ISHIDA

This paper presents a highly accurate approximate method for the calculation of two-dimensional incompressible laminar separated flow including viscous-inviscid interaction.

The new method is based on the integral method by which the laminar boundary layer equation is solved and a new velocity profile family valid to both attached and separated layers has been developed. Five unknown parameters contained in the family are reduced to three by two empirical relations obtained from existing exact solutions. Momentum integral, energy integral equations and wall compatibility condition are used to determine these three parameters. The inverse solution technique originated by Catherall and Mangler and developed by Carter is applied to the resultant system of ordinary differential equations which are solved by the Runge-Kutta method.

The method was first tested for attached flow. Then, the separated flow calculation without viscous-inviscid interaction was performed for the same cases as Carter's. Our method was found to have the same degree of accuracy as the finite difference solution. Finally the calculation including viscous-inviscid interaction was performed and compared with Carter's solutions. Our calculation has not experienced any numerical instability in the reversed flow region whereas the finite difference marching procedure has had to make rather controversial assumptions, neglecting the convection term, to advance the calculation within that region.

One of the advantages of our method is a reduction in the computation time together with smaller storage requirement compared with that of other computation methods.

### 1. 序

大部分の空気力学的物体の表面を流れる粘性流において、はく離現象はしばしば発生し、その空力的影響が極めて大きいにもかかわらず、理論的、実験的研究は余り進歩しているとは言えない。層流はく離流の理論的な予測は最近になって計算機の進歩と数値解法の発展とによって可能となって来ている。しかし、はく離流に対する Navier-Stokes 方程式の数値解は、多くの場合なお非実用的であり、いくつかの場合には不必要でもある。はく離域が限定されている流れの場合、境界層方程式はそのふるまいをかなり正確に記述することが、いくつかの研究によって明らかにされているからである。(例えば、

超音速はく離流については Klineberg-Lees<sup>1)</sup>, Dwoyer<sup>2)</sup>, Werle & Vatsa<sup>3)</sup> の研究、非圧縮はく離流については、Carter<sup>5)</sup>, Ghia & Davis<sup>6)</sup> の研究など) ごく最近、Carter<sup>4)</sup> は粘性-非粘性干渉も含めた非圧縮層流はく離流の計算を差分法を使って行なった。与えられた排除厚分布  $\delta^*(x)$  に対して層流境界層方程式を解き、外部流速度  $U_1$  を逆に求める。(Catherall & Mangler<sup>7)</sup> の方法) この  $U_1$  が排除物体をすぎる非粘性流から計算された  $U_1$  と一致するまで各ステップ毎に排除厚分布を新しくして、繰返し計算を行なうというやり方である。この手法は、限られたはく離域を持つはく離流の実用的計算に非常に適している。しかし、上で計算した多くの計算は有限差分法に基づいている。はく離流の差分法は、たとえ境界層方程式を用い、それを前進的解法 (forward-marching procedure) で解いたとしても、

\* 昭和51年10月27日受付

\*\* 空気力学オ二部

なお時間がかゝりすぎるといふ印象を受ける。また差分解は現象をデジタル量でしか表現できないので、解析式の持つ現象に対する見通しという点で不満がある。厳密な解析解が利用できない現在、計算時間が節約でき、しかもある程度の解析的情報が得られる可能性を持つ計算手法は、重みつき残差法 (Method of weighted residuals) であろうと思われる。このような理由から本報告では重みつき残差法を用いて境界層方程式を解くことにする。この方法を適用して問題を解く場合の重要な因子は、試験関数、即ち求めようとする未知変数に対する解析的表現の選択である。このような試験関数としては、できるだけ現象を忠実に表現しようとするもの (原微分方程式の一般解に近いものほど良い) であって、しかも簡潔で物理的解釈が容易であるものがのぞましい。境界層の場合について言えば、付着流のみならずはく離流に対しても適用できるような一般性を持つものがのぞましい。本論文では、そのような試験関数に対して新しい表現を提唱し、境界層方程式の重みつき残差法による解法の発展に対して寄与することを目的とした。

## 記号

$x$	流れ方向の座標
$y$	壁に垂直な方向の座標
$U_\infty$	基準速度
$L$	基準長
$U_1$	局所主流速度
$U$	$x$ 方向速度成分
$V$	$y$ 方向速度成分
$v_s$	吸込み速度
$\nu$	動粘性係数
$Re_L$	レイノルズ数 ( $\equiv U_\infty L / \nu$ )
$u_1$	無次元局所主流速度 ( $\equiv U_1 / U_\infty$ )
$v_s^*$	無次元吸込み速度 ( $\equiv (v_s / U_1) \sqrt{Re_L}$ )
$X$	無次元 $x$ 座標 ( $\equiv x / L$ )
$\tilde{U}$	無次元速度 ( $U / U_1$ )
$\tilde{U}_{1/2}$	$y = 0.15 \delta$ における無次元速度
$\tilde{U}_M$	$y = 0.45 \delta$ における無次元速度
$\tilde{U}_{3/2}$	$y = 0.79 \delta$ における無次元速度
$a_0$	$y = 0.45 \delta$ における無次元速度勾配
$\delta^*$	排除厚
$\theta$	運動量厚
$\epsilon$	エネルギー厚
$\delta$	$U / U_1 = 0.995$ となる $y$ の値 ; 層の厚さ
$\eta$	無次元座標 ( $\equiv y / \delta$ )

$\bar{\phi}$	無次元座標 ( $\equiv 1.5 - \eta / 0.3$ )
$\phi$	無次元座標 ( $\equiv (\eta - 0.45) / 0.34$ )
$H$	形状係数
$C_f$	表面摩擦係数
$\Delta$	無次元境界層厚さ ( $\equiv (\delta / L) \sqrt{Re_L}$ )
$\tilde{\delta}^*$	無次元排除厚 ( $\equiv (\delta^* / L) \sqrt{Re_L}$ )
$\Delta^*$	排除厚の平板境界層の排除厚からのずれ
$\bar{\theta}$	$\theta / \delta$
$\bar{\delta}^*$	$\delta^* / \delta$
$\bar{\epsilon}$	$\epsilon / \delta$
$T$	$(\delta / U_1) (\partial U / \partial y)_0$
$Q$	$(\delta^2 / U_1) (\partial U / \partial y^2)_0$
$D$	$(2 \delta / U_1^2) \int_0^{\delta} (\partial U / \partial y)^2 dy$
$y_{DB}$	排除物体の $y$ 座標
$y_B$	与えられた物体の $y$ 座標
$t$	与えられた物体の最大厚み
$C_p$	圧力係数 ( $\equiv 1 - u_1^2$ )
$C_{p,DB}$	排除物体による圧力係数
$C_{p,B}$	与えられた物体による圧力係数
$C_{p,\Delta^*}$	$\Delta^*$ による圧力係数
$C_{p,FP}$	平板の排除厚による圧力係数
$K$	緩和係数

## 添字

o 壁における値 (但し  $a_0$  は除く)

## 2. 計算法

## 2.1 境界層計算—逆解法—

二次元非圧縮層流境界層方程式は、

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = U_1 \frac{dU_1}{dx} + \nu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \quad (1)$$

連続の式は、

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

である。境界条件は、

$$U = 0 \quad (y = 0 \text{ で}), \quad U \rightarrow U_1 \quad (y \rightarrow \infty \text{ で}) \quad (3)$$

である。方程式系 (1), (2) には 3 個の未知数,  $U, V, U_1$  が含まれている。それゆえ何か一つを既知量にしないと問題は解けない。いわゆる直接問題では  $U_1$  が指定され、それに対して (1), (2), (3) が解かれる。しかしこの方式は、はく離流の計算では失敗する。Goldstein<sup>8)</sup> によって最初に示されたように、 $U_1$  が指定された場合、

(1), (2), (3)の解は、はく離点  $x_s$  で特異性を持つ。(すなわち  $dC_f/dx \rightarrow \infty$ ) それゆえはく離点を越えて計算を進めて行くことが出来ない。

Catherall & Mangler<sup>7)</sup> は、はく離点でも特異性を生ぜしめることなしに計算を進めることのできる手法を開発した。これは、はく離点  $x_s$  の少し上流から  $U_1$  は未知量であるとし、それに代わる既知量として排除厚  $\delta^*$  を指定することにより、(1), (2), (3)を解くというやり方である。このような問題形式は逆問題と呼ばれ、その解法は逆解法と呼ばれる。

直接問題にせよ逆問題にせよ、方程式系(1), (2), (3)を重みつき残差法で解くためには、速度  $U$  に対する解析的表現(試行関数)を与えなければならない。ここでは著者<sup>19)</sup>によって与えられた表現を用いる。それは、

$0 \leq y \leq 0.45 \delta$  では

$$\tilde{U} = \tilde{U}_M + (\tilde{U}_{-1/2} - \tilde{U}_M) [a_0 f_1(\phi) + f_2(\phi) + \frac{\tilde{U}_M}{\tilde{U}_M - \tilde{U}_{-1/2}} f_3(\phi)] \quad (4)$$

$0.45 \delta \leq y \leq \delta$  では

$$\tilde{U} = \tilde{U}_M + (\tilde{U}_{1/2} - \tilde{U}_M) [F_1(\phi) + \frac{\tilde{U}_M - \tilde{U}_{1/2}}{\tilde{U}_{1/2} - \tilde{U}_M} a_0 F_2(\phi) + \frac{1 - \tilde{U}_M}{\tilde{U}_{1/2} - \tilde{U}_M} F_3(\phi)] \quad (5)$$

で与えられる。ここで、

$$\bar{\phi} = 1.5 - (10/3) \eta, \quad \phi = (\eta - 0.45) / 0.34 \quad (6)$$

である。関数  $f_i, F_i$  ( $i = 1, 2, 3$ )の具体的な表現は付録を参照されたい。(4)式と(5)式は、それぞれ与えられた境界条件をみたす、 $\bar{\phi}$  又は  $\phi$  の多項式である。

ところで、(4), (5)式には5個の未知数  $\tilde{U}_{-1/2}, \tilde{U}_M, \tilde{U}_{1/2}, a_0$  及び  $\delta$  が含まれている。このうち  $\tilde{U}_{-1/2}, \tilde{U}_{1/2}, a_0$  は付着流の場合には  $\tilde{U}_M$  と非常に良い相関を持っている。(第1図) はく離流に対してこのような良い相関

があるかどうか確かではない。Stewartson<sup>9)</sup>のFalkner-Skan 方程式の lower branch 解のデータが第1図に示されているが、付着流に対する相関曲線とそれぞれ良くつながるように見える。しかしこの相関曲線をはく離流に対して用いると、実際の振舞を定量的には余り良く反映できない。それゆえ本報告では、 $U_{1/2}$  と  $a_0$  に対しては、はく離流に対しても第1図の相関曲線を用いるが、 $U_{1/2}$  に対しては、未知数のまゝにしておくことにした。これは前二者が層の外側部分の特性を代表するパラメータであるのに対し、後者は層の内側部分のそれを代表するパラメータであることに根拠をおいている。はく離流では層の内側部分の特性の方が、外側部分のそれよりも激しく変化するため、 $U_{-1/2}$  を未知数のまゝにしておく方が近似度は高くなる。 $U_{1/2}$  と  $a_0$  に対する相関曲線の表現は、付録に示されている。

以上述べたことから、解析的表現に含まれる未知変数は  $\tilde{U}_{-1/2}, \tilde{U}_M, \delta$  の3個に減る。これらを決定するための関係式は次の3つである。

運動量積分方程式:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{C_f}{2} - (H+2) \frac{\theta}{U_1} \frac{dU_1}{dx} + \frac{v_s}{U_1} \quad (7)$$

エネルギー積分方程式:

$$\frac{d\epsilon}{dx} = \frac{2\nu}{U_1^3} \int_0^{\delta} \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 dy - \frac{3\epsilon}{U_1} \frac{dU_1}{dx} + \frac{v_s}{U_1} \quad (8)$$

壁における適合条件:

$$v_s \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_0 = U_1 \frac{dU_1}{dx} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)_0 \quad (9)$$

(7), (8), (9)式では、吸込み速度  $v_s/U_1$  が考慮されている。さて、 $\tilde{U}$  に対する解析的表現(4), (5)を用いると、(7), (8), (9)式における諸量を、未知変数の関数として表現することができる。その詳細は付録を参照してもらうことにして、ここでは記号的に次のように書く。

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \delta \cdot \bar{\theta}(\tilde{U}_{-1/2}, \tilde{U}_M), \quad \epsilon = \delta \cdot \bar{\epsilon}(\tilde{U}_{-1/2}, \tilde{U}_M), \quad \delta^* = \delta \cdot \bar{\delta}^*(\tilde{U}_{-1/2}, \tilde{U}_M), \\ \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_0 &= \frac{U_1}{\delta} \mathbf{R}(\tilde{U}_{-1/2}, \tilde{U}_M), \quad \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)_0 = \frac{U_1}{\delta^2} \mathbf{Q}(\tilde{U}_{-1/2}, \tilde{U}_M), \quad \frac{2\nu}{U_1^3} \int_0^{\delta} \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 dy = \frac{\nu}{U_1 \delta} \mathbf{D}(\tilde{U}_{-1/2}, \tilde{U}_M) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

さらに無次元変数

$$u_1 = U_1/U_\infty, \quad v_s^* = (v_s/U_1)\sqrt{R_L}, \quad X = x/L, \quad \Delta = (\delta/L)\sqrt{R_L} \quad (11)$$

(但し、 $R_L = U_\infty L/\nu$ )を導入すれば、(7), (8), (9)式は次のように書ける。

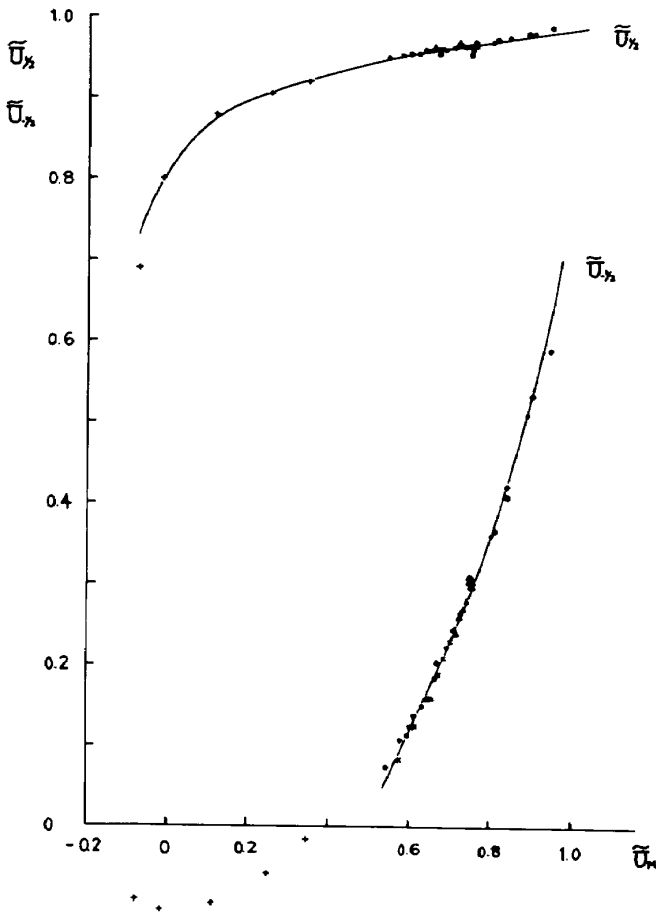


図 1(a)  $\tilde{U}_{-1/2}$  および  $\tilde{U}_{1/2}$  の  $\tilde{U}_M$  に対する相関関係  
 — 計算法で用いた相関曲線：  
 記号については第 1 図 (b) を参照

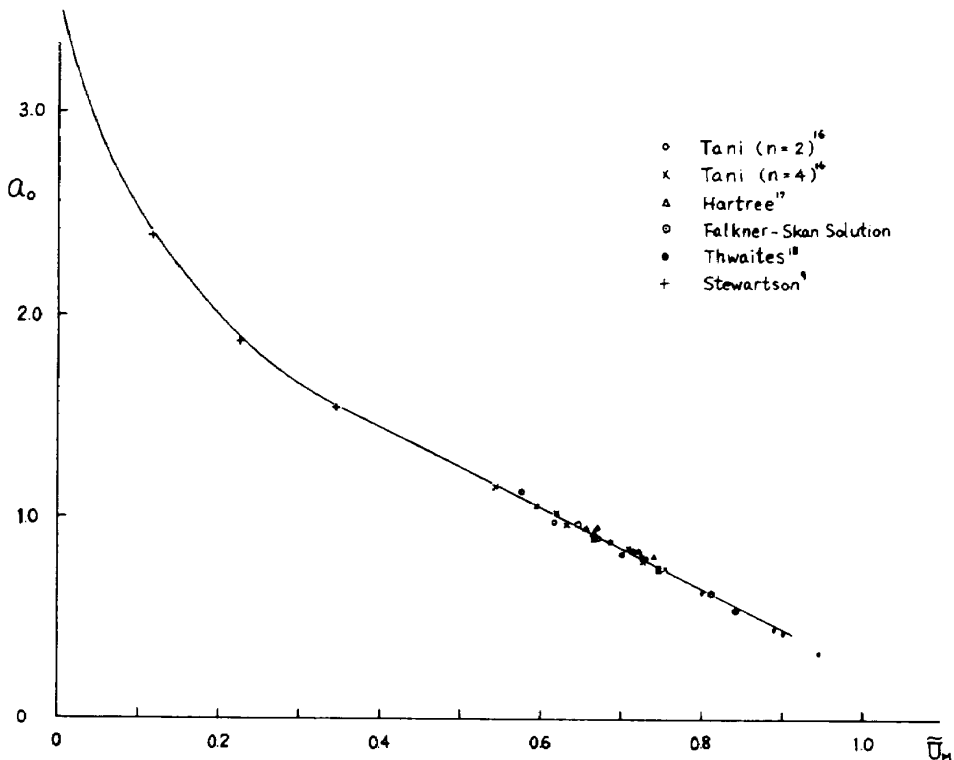


図 1(b)  $a_0$  と  $\tilde{U}_M$  の相関関係： 計算法で用いた相関曲線

$$\frac{d\bar{\theta}\Delta}{dX} = \frac{T}{u_1\Delta} - (\bar{\delta}^* + 2\bar{\theta})\frac{\Delta}{u_1} \frac{du_1}{dX} + v_s^* \quad (12)$$

$$\frac{d\bar{\varepsilon}\Delta}{dX} = -3\bar{\varepsilon}\frac{\Delta}{u_1} \frac{du_1}{dX} + \frac{D}{u_1\Delta} + v_s^* \quad (13)$$

$$\frac{du_1}{dX} = \frac{v_s^* u_1}{\Delta} T - \frac{Q}{\Delta^2} \quad (14)$$

さて、逆問題として排除厚分布  $\delta^*(x)$  が与えられると境界層厚さ  $\Delta$  は、 $\tilde{\delta}^*(x) = (\delta^*(x)/L)\sqrt{R_L}$  とすれば、

$$\Delta = \tilde{\delta}^*(x) / \delta^*(\tilde{U}_{-1/2}, \tilde{U}_M) \quad (15)$$

となり、 $\tilde{U}_{-1/2}$  と  $\tilde{U}_M$  の関数として表わすことができる。それゆえこの場合には未知変数は  $\tilde{U}_M, \tilde{U}_{-1/2}, u_1$  となり、(12)~(14)式から

$$\left. \begin{aligned} d\tilde{U}_{-1/2}/dX &= H_1(\tilde{U}_{-1/2}, \tilde{U}_M, u_1 : X) \\ d\tilde{U}_M/dX &= H_2(\tilde{U}_{-1/2}, \tilde{U}_M, u_1 : X) \\ du_1/dX &= H_3(\tilde{U}_{-1/2}, \tilde{U}_M, u_1 : X) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

を得る。この連立常微分方程式は初期値が与えられれば、前進的に解くことができる。(吸込み量  $v_s^*$  は与えられるものとする) 数値計算は Runge-Kutta 法を使って行なわれたが、差分法で経験されたような、逆流領域における不安定性を生じることなく計算を進めることができた。

$u_1$  がわかると、圧力係数  $C_p$  は、

$$C_p = 1 - u_1^2 \quad (17)$$

から計算することができる。この量は非粘性流との干渉を考える場合に必要となる。

### 2.2 粘性 - 非粘性干渉計算

はく離を伴う流れは粘性流だけでは決定できなく、非粘性流の発達とうまく調和させながら決定しなければならない。前節で述べた逆問題としての定式化では、このことは粘性流の解 ( $\delta^*(x)$  が指定された時の) として得られた圧力係数  $C_p$  ((17)式) と、排除物体  $y_{DB}$  をすぎる非粘性流の解  $C_{p,DB}$  とが一致するように、排除厚分布  $\delta^*(X)$  を指定することに帰着される。真の  $\delta^*$  は予めわかっていないから、適当な初期推測を行って、収束するまで計算を繰返さなければならない。しかしながら、このやり方はかなり限られた流れにしか成功しない。即ち、はく離域が小さく、はく離による流れのパターンの変化が、非粘性流理論によるそれから大きくずれないような場合に限られる。はく離域が大きくなると、ここで述べるやり方では計算が収束するという保証はない。

非粘性流に対しては、考えている物体の形状によって適当な計算法を選ぶことが出来る。本報告では第2図に示したような浅い谷や、低い凸起物をすぎるはく離流を考えるので、この具体例にのっとって粘性-非粘性干渉の計算手順を簡単に述べる。(Carter<sup>4</sup>の論文を参照のこと)

まず指定された排除厚分布  $\delta^*(X)$  に対して前節で述べた方法で境界層計算を行ない、(17)式から  $C_{p,DB}$  を求める。この  $C_{p,DB}$  は排除厚物体  $y_{DB}$  をすぎる非粘性流によって与えられるものである。すなわち、薄翼理論によれば、

$$C_{p,DB} = -\frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy_{DB}/dX'}{X-X'} dX' \quad (18)$$

排除物体の座標は

$$y_{DB}(X) = y_B(X) + \delta^*(X) \quad (19)$$

で与えられる。ここで  $y_B(X)$  は指定された物体座標である。また排除厚  $\delta^*(X)$  は

$$\delta^*(X) = \frac{1.7208\sqrt{X}}{\sqrt{R_L}} + \delta^*(X) \quad (20)$$

のように書ける。右辺第一項は Blasius の平板解であり、 $\delta^*(X)$  は零圧力勾配でないことによる結果である。非粘性流は線型であるから、排除物体上の圧力係数は

$$C_{p,DB} = C_{p,B} + C_{p,\delta^*} + C_{p,FP} \quad (21)$$

と書ける。ここで  $C_{p,B}$  は粘性効果がない時の、指定された物体上の圧力係数であり、

$$C_{p,B} = -\frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy_B/dX'}{X-X'} dX' \quad (22)$$

で計算される。 $C_{p,B}$  は繰返し計算の中で一度だけ計算

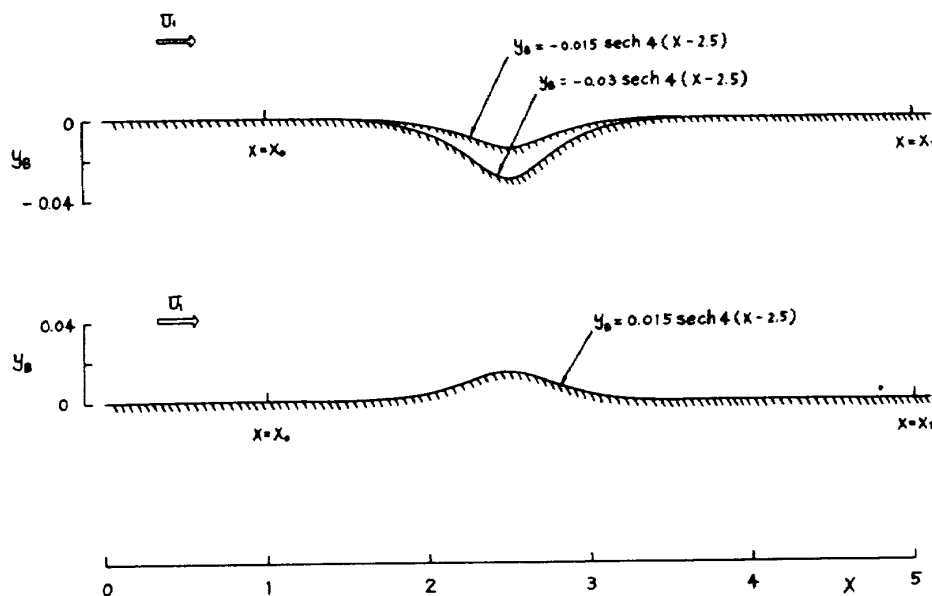


図 2 粘性-非粘性干渉を含めた剝離計算のための物体形状

しておけばよい。(21)式で $C_{p, \delta^*}$ は $\delta^*$ による圧力係数であり、 $C_{p, FP}$ は平板によって誘起される圧力係数であって、ここでは、

$$C_{p, FP} = 0 \quad (23)$$

と近似する。

ところで、境界層の解は逆に計算される( $\delta^*(X)$ を指定して解を求める)のであるから、粘性-非粘性干渉の繰返し計算の簡単化のためには、非粘性流の解もまた逆に計算される必要がある。ここで言う逆の計算とは、圧力係数を与えてそれに対応する物体形状(実際には物体の表面傾斜)を求めるという意味である。この逆計算は、(18)式のようなCauchy積分の場合は容易であって、Hilbert変換により、

$$\frac{dy_{DB}}{dX} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{C_{p, DB}(X')}{X - X'} dX' \quad (24)$$

で与えられる。(22)式に対しても逆変換から

$$\frac{dy_B}{dX} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{C_{p, B}(X')}{X - X'} dX' \quad (25)$$

をうる。(24)から(25)を引くと、

$$\frac{d\Delta^*}{dX} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{C_{p, \Delta}(X')}{X - X'} dX' \quad (26)$$

をうる。 $C_{p, \delta^*}$ は $C_{p, DB} - C_{p, B}$ で与えられるから、計算の1サイクル毎に境界層計算によって $C_{p, DB}$ が求められれば、(26)に従って排除厚の補正量 $\Delta^*$ が計算できる。このように陽の形で補正量が求められる所が、逆計算の利点である。しかし、(26)式の実際の計算については若干の注意が必要である。なぜなら $-\infty$ から $+\infty$ の積分範囲は数値計算では実行不可能なものであるから、適当な仮定によって積分区間を有限なものにしなければならぬからである。本節の初めの所で述べたように、はく離域が有限で小さいものであるならば、その粘性-非粘性干渉による効果は、はく離域から遠く離れた所までは及ばないと考えられる。われわれがここで例題として選んだ物体(第2図)の場合には、はく離域の上流側に関しては点 $X = X_0$ より前方では $C_{p, \delta^*} = 0$ と考えることが出来る。一方下流側に関しては、適当に選んだ位置 $X = X_1$ で実際の計算を止めざるを得ないが、その点より下流では $C_{p, \delta^*} = 0$ とおくことは必ずしも妥当ではない。なぜなら、干渉の効果は下流側の方が一般に上流側よりも遠くに及ぶことが認められるからである。

Carter<sup>4)</sup>はその点を考慮し、 $X \geq X_1$ では、

$$C_{p, \delta^*} = a_0/X + a_1/X^2 + a_2/X^3 \quad (27)$$

と仮定し、区間 $[X_1, \infty]$ からの寄与を評価した。この近似により(24)式は、

$$\frac{d\Delta^*}{dX} = \frac{1}{2\pi} \left[ \int_{X_0}^{X_1} \frac{C_{p, \delta^*}(X')}{X - X'} dX' + \int_{X_1}^{\infty} \frac{C_{p, \delta^*}(X')}{X - X'} dX' \right] \quad (28)$$

と書ける。(27)式で与えた $C_{p, \delta^*}$ の関数形は必ずしも単調減少関数ではなく、必ずしも実際のふるまいを良く反映したものとは思われないが、(28)式の右辺第二項の積分が解析的に実行できることと、誤差も小さいことなどから、実用上の計算では妥当なものであると考えられる。

(28)式から $d\Delta^*/dX$ が求まると、 $\Delta^*$ は

$$\Delta^*(X) = \Delta_0^* + \int_{X_0}^X \frac{d\Delta^*}{dX'} dX' \quad (29)$$

から計算できる。これを(20)式に代入すれば新しい $\delta^*$ が求まる。古い $\delta^*(X)$ とこの新しい $\delta^*(X)$ とが許容誤差の範囲内で一致したら計算の繰返しをやめる。一致しない場合には、次の計算ステップの入力として、

$$\delta_{new}^*(X) = K \delta_{new}^*(X) + (1-K) \delta_{old}^*(X) \quad (30)$$

を使って計算を続行する。緩和係数 $K$ はCarter<sup>4)</sup>によれば0.2であるが、本計算では0.01を使った。この値はきわめて小さいが、その理由は次の様である。繰返し計算の初期において、(29)式から得られる $\Delta^*(X)$ は物理的に許容できないほど大きくなることもある。それは特に排除厚分布の初期推測が真実の解から大きくずれている場合に著しい。この時緩和係数 $K$ に0.2程度の値を使うと、(30)式から得られる $\delta^*(X)$ はきわめて非現実的なものとなる。(例えば負の値になったりする) そのような $\delta^*$ に対して本計算法はうまく行かない。若干の試行錯誤の結果、 $K = 0.01$ という値が計算を安定にすることが見出された。

### 3. 結果と検討

#### 3.1 粘性-非粘性干渉を含まない直接問題と

##### 逆問題の計算

はく離流の計算結果を示す前に、付着流の直接問題と逆問題の計算例を示すことにする。直接問題では $U_1$ が与えられるから、未知変数は $\tilde{U}_{-1/2}$ ,  $\tilde{U}_M$ ,  $\Delta$ の3つとなり、(12), (13), (14)式を使って前進的に解くことが出

来る。第3図にいくつかの計算結果を示す。そこでは厳密な数値解との比較が行なわれているが、本結果はそれと極めて良く一致している。

付着流に対する逆問題の解法は、前章でのべたやり方と全く同一である。排除厚  $\delta^*(x)$  が与えられるから、

未知変数は  $\tilde{U}_{1/2}$ ,  $\tilde{U}_M$ ,  $u_1$  の3つとなり、(12), (13), (14) 式を解けばよいことになる。第4図はその結果の一例である。表面摩擦係数、運動量厚については厳密解とよく一致するが、主流速度  $u_1$  については多少の不一致がみられる。それは本計算法の精度によることも考え

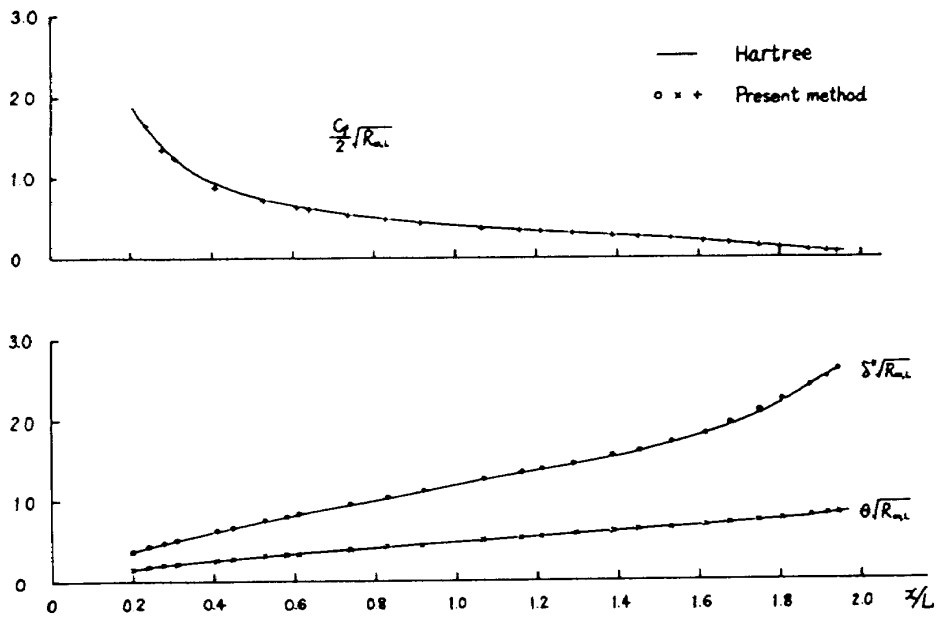


図 3(a) 直接問題：Schubauer の楕円柱上の流れ

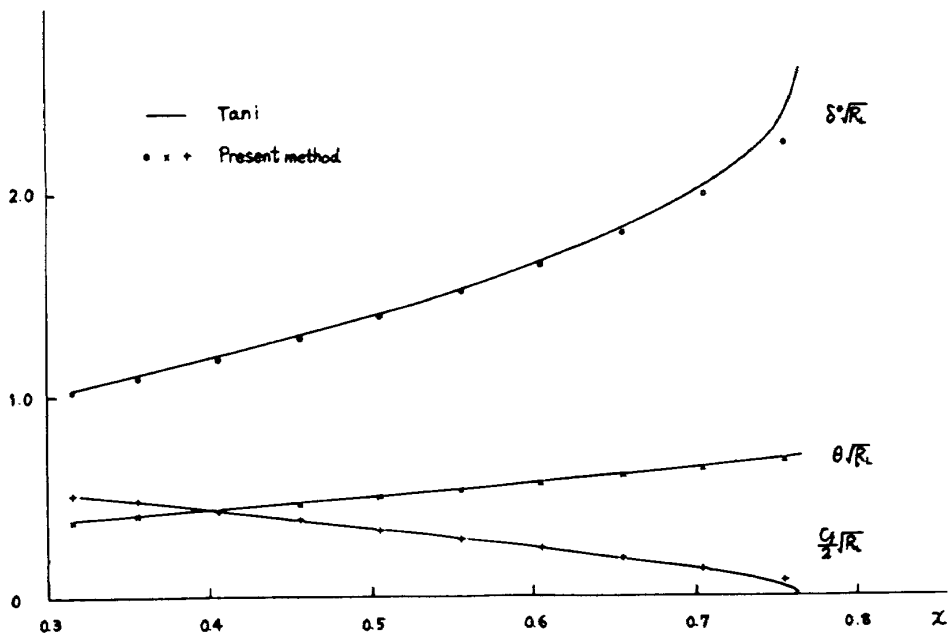


図 3(b) 直接問題： $U_1 = 1 - x^2/8$  の流れ (Tani)



られるが、それよりも直接問題と逆問題の本質的なちがいの現われであると考えた方がよい。逆問題では排除厚をすでに考慮した主流速度  $u_1$  が得られるから、その  $u_1$  と直接問題で使った  $u_1$  とは本来別のものである。

次に、はく離域を含む流れの逆問題(干渉は含まない)を計算してみよう。第5図に示したような排除厚分布が指定された場合を考える。同図(a)は Carter<sup>4)</sup>、(b)は Briley<sup>10)</sup> によって差分法を使って計算されている。第6図はわれわれの計算結果である。同図(a)は第5図

(a)に対応している。表面摩擦係数は、再付着点付近から下流では、Carterの解との一致が悪くなるが、はく離点直後までの一致は良好である。また主流速度  $U_1$  は、Carterの解より若干低目であるが、良く一致している。同図(b)は第5図(b)に対応するものであり、表面摩擦係数は Brileyの数値解とよく一致している。主流速度  $U_1$  は、多少 Brileyの結果と異っているが、これには若干の注釈が必要である。Brileyは非定常境界層方程式を差分法で解く場合の一つの境界条件として、図に示し

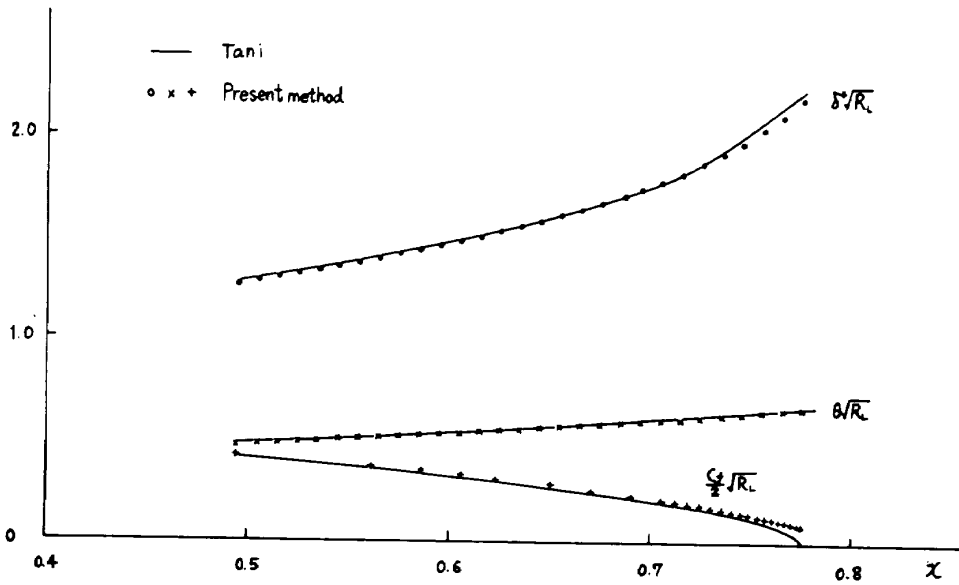


図 3(c) 直接問題:  $U_1 = 1 - x^4/8$  の流れ (Tani)

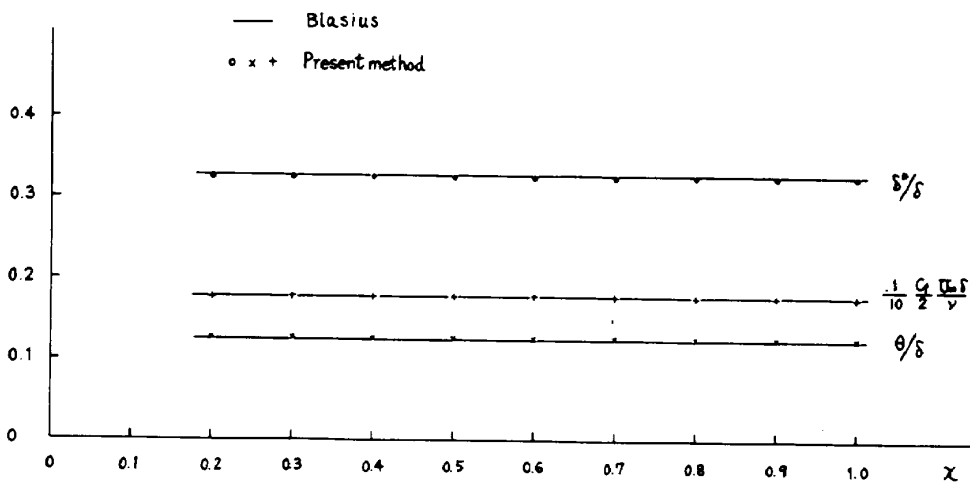


図 3(d) 直接問題: Blasius 流れ

たような  $U_1$  分布を与えた。従って Briley の計算は直接問題に相当している。この例題を Carter は逆問題として差分法で計算したが、得られた  $U_1$  分布はわれわれの結果とよく一致している。

本計算法は、はく離流の逆問題でその有利さが発揮さ

れる。なぜなら連立常微分方程式を前進的に一回だけ解けばよいからであり、しかも逆流域での計算の不安定は全く経験されない。その結果、計算時間が差分法にくらべて大幅に短縮される。このことは、後で行なう粘性-非粘性干渉計算で、境界層計算が何度もくり返し行なわ

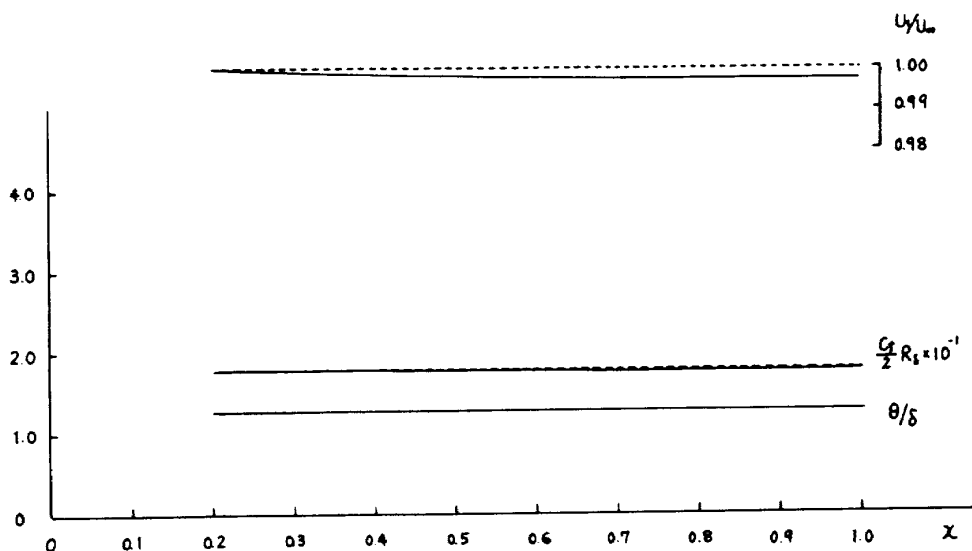


図 4 (a) 直接解と逆解の比較 (Blasius 流れ) : —— 逆解 ---- 直接解

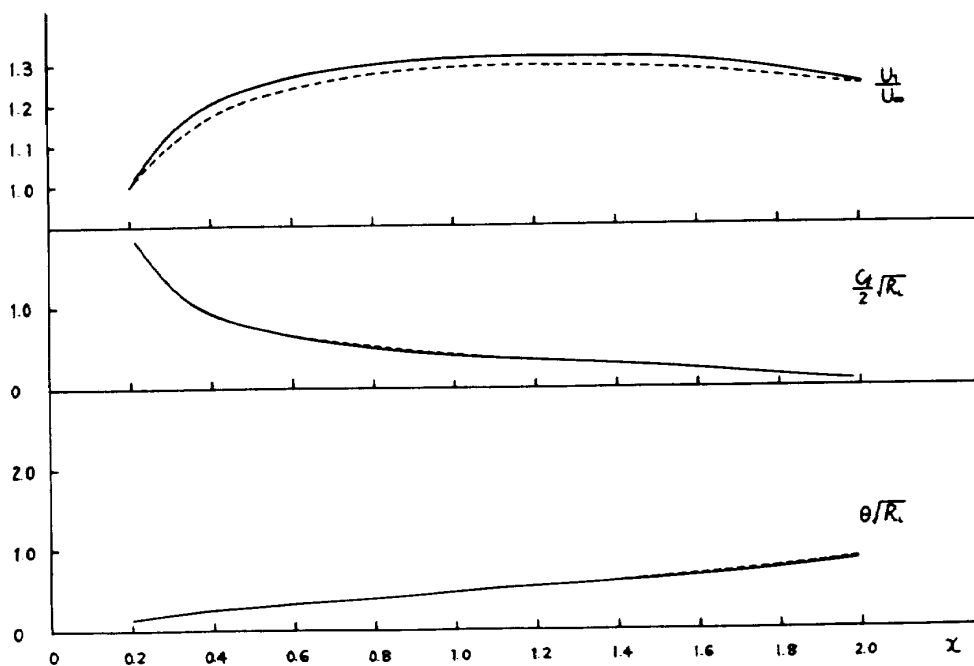


図 4 (b) 直接解と逆解の比較 (Schubauer の楕円柱上の流れ) : —— 逆解 ---- 直接解

れることを考えると、全体的な計算時間の節約に大きく寄与すると思われる。 (4)と(5), は付着流のみならず, はく離流に対しても非常に良く適用されることがわかる。

以上の計算結果から, 速度分布  $U$  に対する解析式,

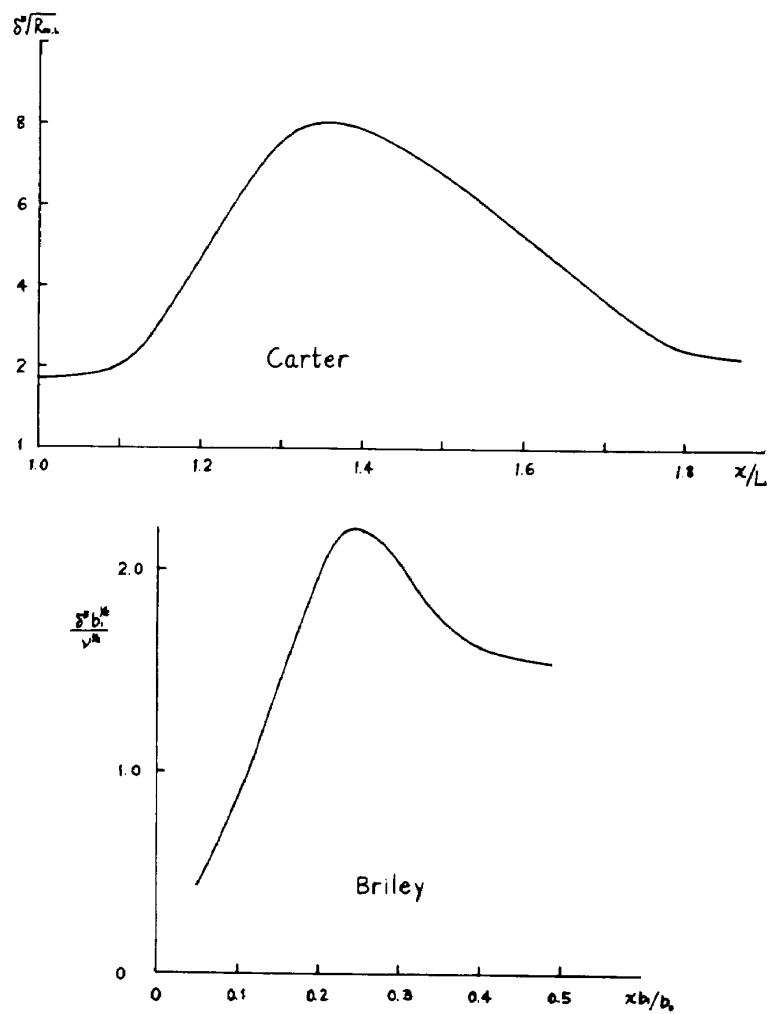


図 5 指定された排除厚分布

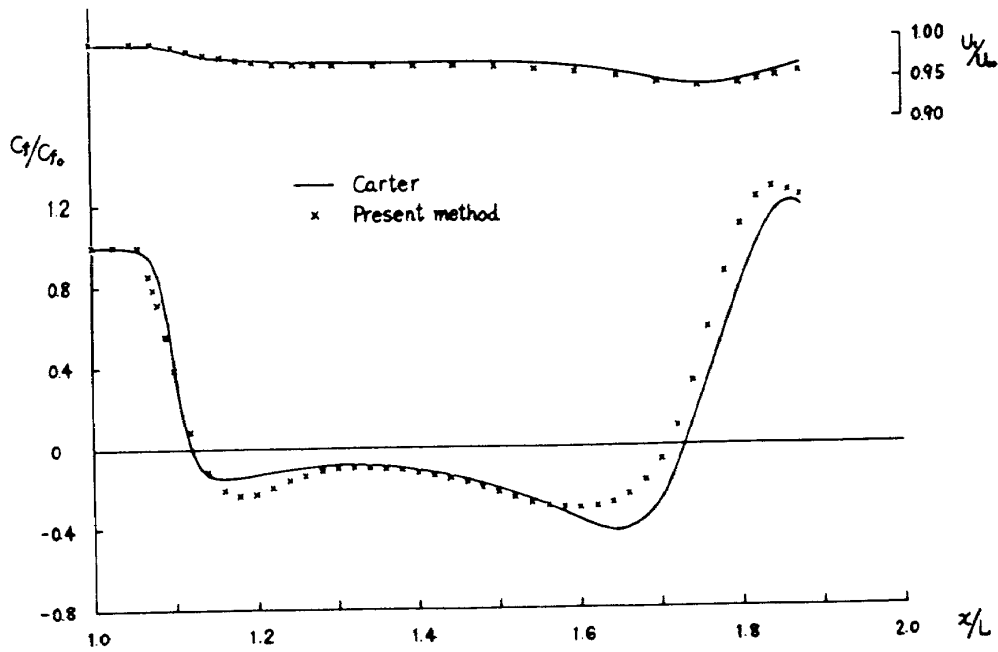


図 6(a) 逆問題：Carter の指定した排除厚分布の場合

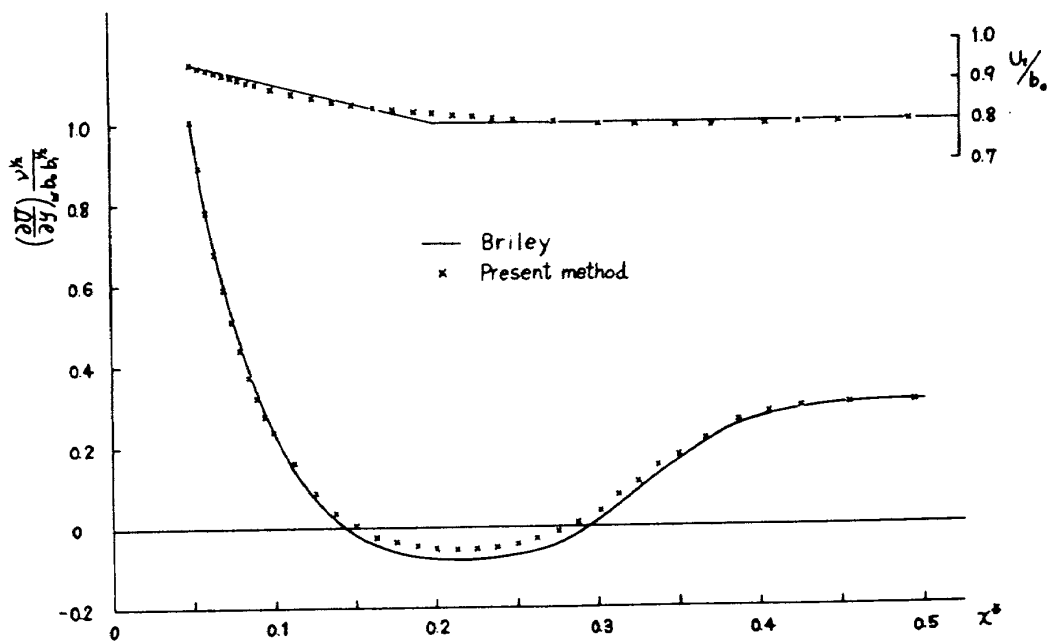


図 6(b) 逆問題：Briley の指定した排除厚分布の場合

3.2 粘性-非粘性流の干渉を含めた離流計算

ここでは例題として、第2図に示したような物体のまわりの層流境界層について計算を行なった。物体のy座標は

$$y_B = t \operatorname{sech} 4(X - 2.5) \quad (0 \leq X \leq \infty) \quad (31)$$

で与えられ、 $t$ として $-0.03$ 、 $-0.015$ および $+0.015$ の3つが選ばれた。まず第7図は、 $t = -0.03$ の場合である。同図(a)は排除厚の収束解が示されている。Carter<sup>4)</sup>の解とくらべ、排除厚の最大値が低くなっており、再付着後の領域では逆に若干高目になっている。

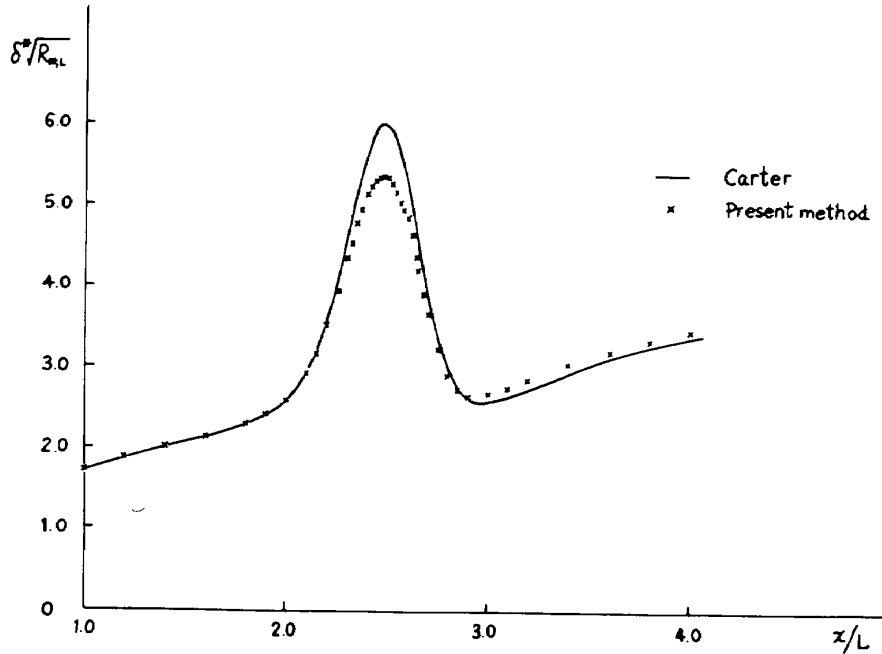


図7(a) 粘性-非粘性干渉を含めた計算：排除厚分布 ( $t = -0.03$ )

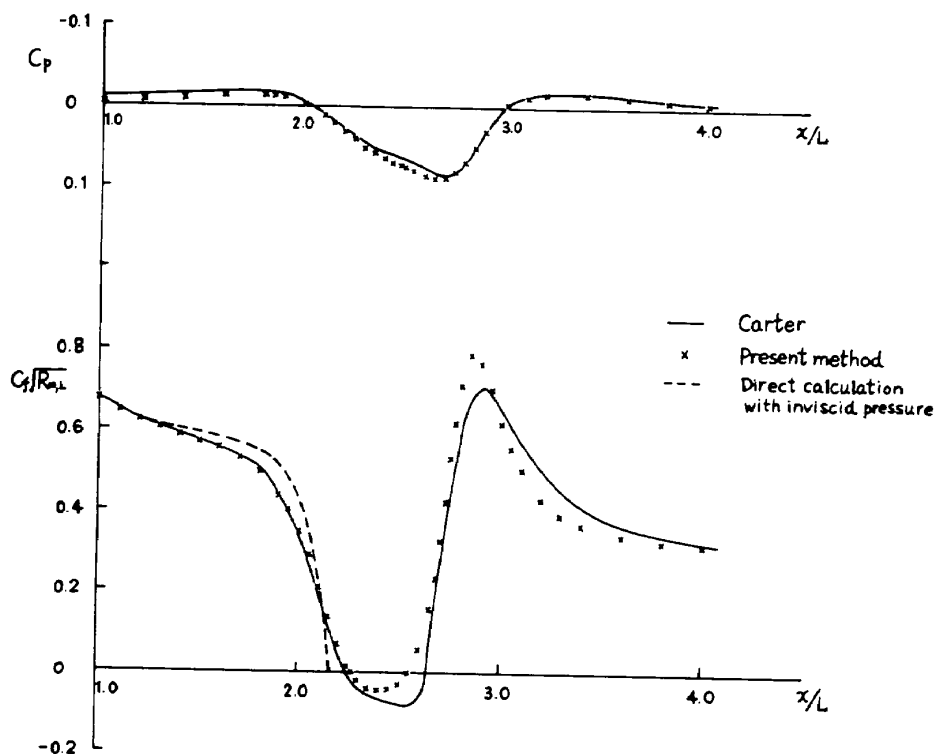


図7(b) 粘性-非粘性干渉を含めた計算：表面摩擦係数と主流圧力係数 ( $t = -0.03$ )

同図(b)は表面摩擦係数と圧力係数の結果を示したものである。 $C_f\sqrt{R_{\infty, L}}$ については、はく離直後までCarterの差分解とよく一致しているが、再付着付近より下流では、傾向は似ているが若干の不一致が見られる。この不一致は、本計算法の近似性によるものである。圧力係数 $C_p$ についても、Carterの差分解と大体良い一致を示している。この図にはまた、非粘性圧力分布を用いて直接問題として表面摩擦を計算した結果も示してあるが、粘性-非粘性干渉を含めた結果と大きく異なっているこ

とがわかる。はく離点の位置も両者でずれがある。

第8図は $t = -0.015$ の場合である。同図(a)には表面摩擦係数と圧力係数の結果が示されている。Carterの差分解との一致は良好である。この図にはまた非粘性圧力分布を使って計算した $C_f\sqrt{R_L}$ の結果も含まれているが、この場合には、はく離が予測されるのに、粘性-非粘性干渉も含めた計算では、はく離は生じていない。もちろんこれは粘性流と非粘性流の相互干渉の結果、圧力分布が大きく変化することによるものである。このこ

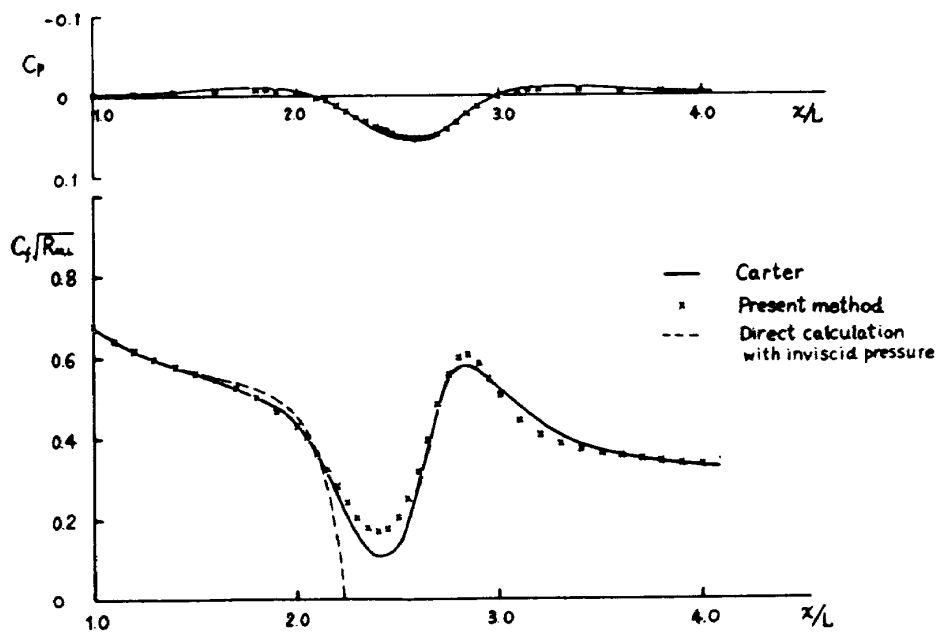


図 8(a) 粘性-非粘性干渉を含めた計算：表面摩擦係数と主流圧力係数 ( $t = -0.015$ )

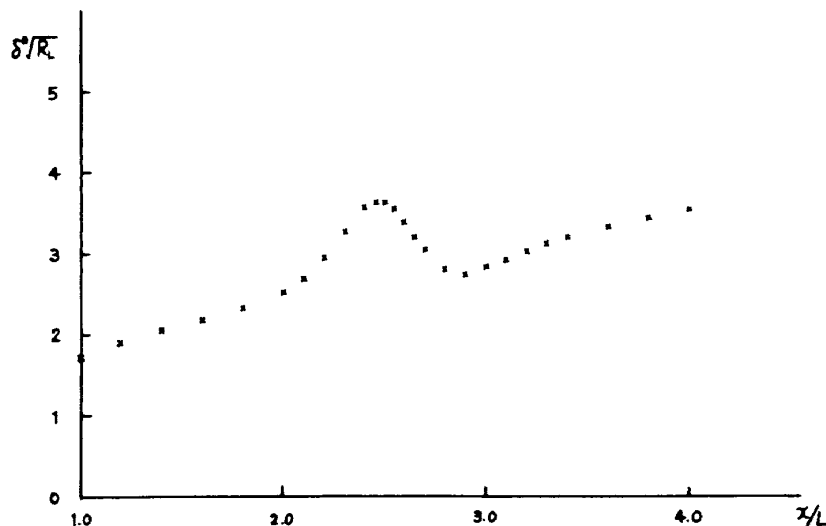


図 8(b) 粘性-非粘性干渉を含めた計算：排除厚分布 ( $t = -0.015$ )

とから、非粘性圧力分布を使って、はく離点を予測することは危険であることが示唆される。同図(b)は排除厚分布の結果である。

第9図は、 $t = -0.015$  と  $-0.03$  の場合の速度分布の結果である。両者は初め一致しているが、はく離域では大きく異なっている。そして十分下流 ( $x/L = 4.0$ ) では再び殆んど同じ分布に戻っていることがわかる。

第10図は、 $t = 0.015$  の場合、すなわち平らな表面上の低い突起物をすぎる流れの場合である。同図(a)は、

表面摩擦係数と主流圧力係数の結果である。表面摩擦係数は突起物を過ぎた後、急激に減少するが、負になることはなく、平板境界層の値に近づくことがわかる。すなわちこの場合、境界層は、はく離を起さない。主流圧力係数は非粘性流のそれと大きな差異はない。同図(b)は、排除厚分布の結果である。突起物の頂上付近で一度減少し(流れが加速されることによる)、しかる後、再び増加することがわかる。第11図は速度分布の結果である。

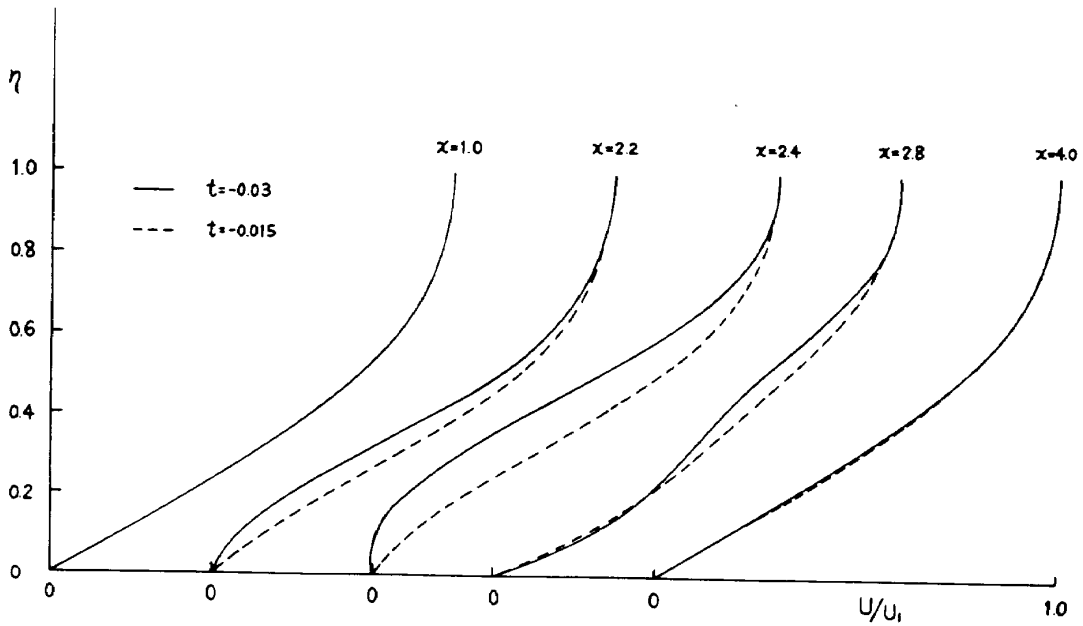


図9 計算された速度分布 ( $t = -0.015$  と  $-0.03$  の場合)

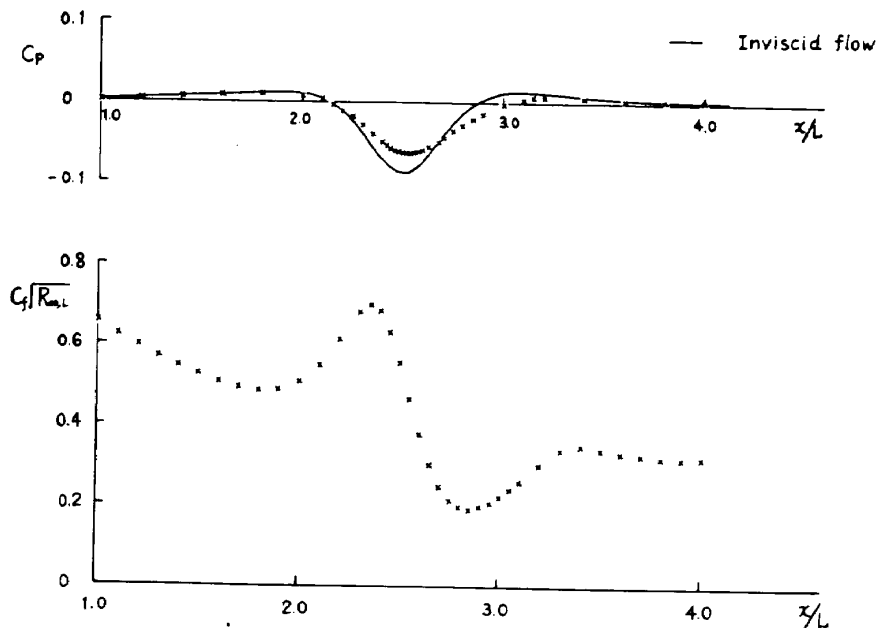


図10(a) 粘性-非粘性干渉を含めた計算：表面摩擦係数と主流圧力係数 ( $t = 0.015$ )

3.3 吸込みによるはく離の制御

さて、実用上の問題では、はく離現象は空力的観点から好ましいものでないことが多いから、これを何らかの手段によって制御することが望ましい。現在の所、表面からの流体の吸込みもしくは吹出しが有効であるが、境界層はく離が生じた場合の吸込みや吹出しの効果を評価する方法は、余り発展させられていない。この場合には、吸込みや吹出しに関する境界条件を考慮に入れて粘性-非粘性干渉を含めた計算を実行しなければならない。それによって初めてはく離を防止するのに十分な吸込み（又は吹出し）量  $v_s/U_1$  を正確に評価できるようにな

るのである。実用上の問題では普通推進用のパワーから吸込みや吹出しに必要なパワーを流用するので、この余分なパワーは出来るだけ少ないものであることがのぞましい。それゆえ要求される量の正確な評価は必要不可欠となる。本報告では吸込みによるはく離流の制御を考えることにする。

速度分布に対する表現、(4)、(5)式は、吸込み量がかなり大きい場合でも非常に有効であるので（第12図参照）、境界層計算は(12)、(13)、(14)式で  $v_s^*$  に必要な値を入れてやる他は、吸込みがない場合と全く同様である。（第1図に示した相関関係はこの場合にも良く成立

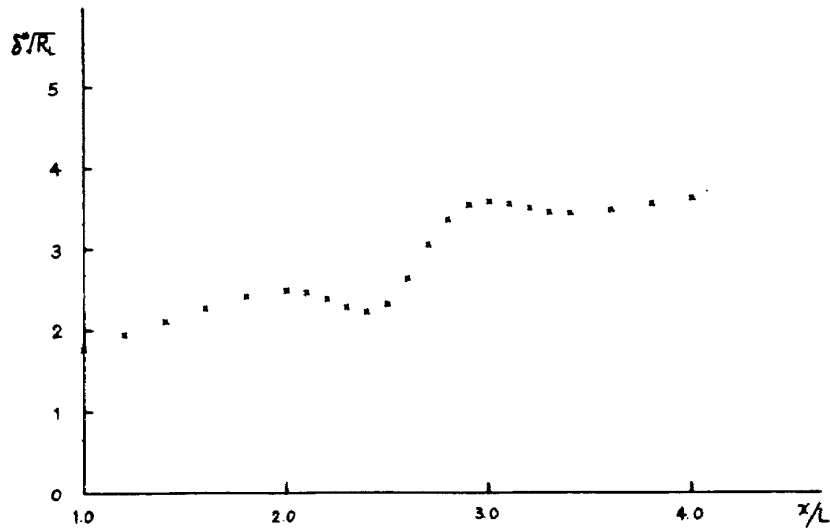


図 10(b) 粘性-非粘性干渉を含めた計算：排除厚分布 ( $t = 0.015$ )

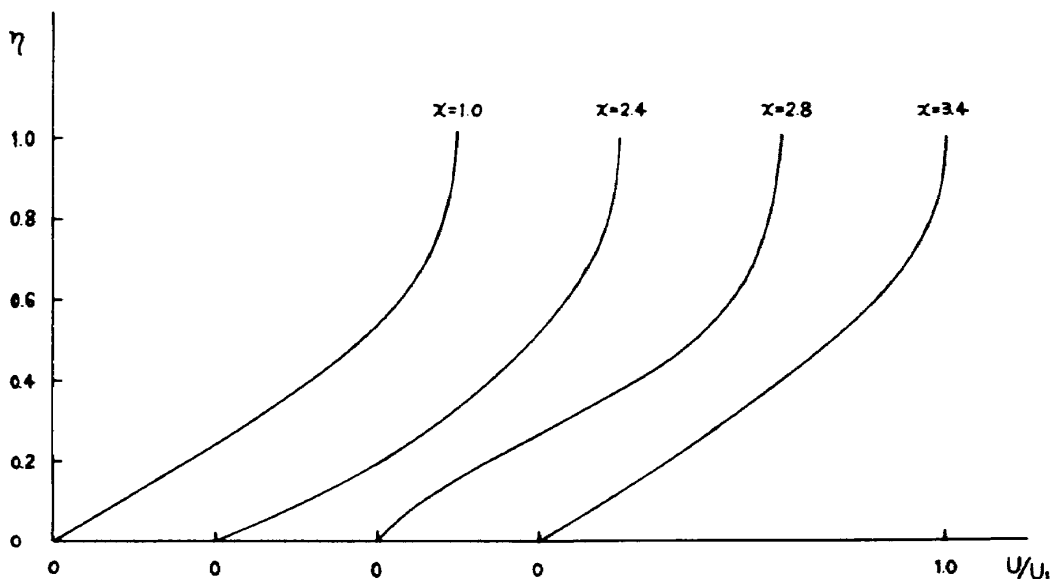


図 11 計算された速度分布 ( $t = 0.015$ )



つ) 第13図(a)は、 $t = -0.03$ の場合の流れに対して三種類の一様な吸込みを行った場合の、表面摩擦係数  $C_f/2$  の結果である。 $v_s^* = -0.05, -0.10$ の場合には、 $v_s^*$ の絶対値が大きくなるにつれてはく離が小さくなって行くが、なお流れははく離しており、この程度の吸込みでは不十分であることがわかる。 $v_s^* = -0.20$ になるとはく離は生じなくなる。この結果から言えることは、吸込みを行なうと表面摩擦のレベルは全体的に上昇し、その結果としてはく離が防止されたようになってい

ることである。同図(b)は主流速度分布の結果である。吸込み量  $v_s^*$ が増えるにつれて、分布はポテンシャル流理論のそれに近づいて行くことがわかる。吸込みを行ってはく離を防止すると表面摩擦係数は増加するが、圧力抵抗は減少する。ここで扱ったような浅い谷を過ぎる流れの場合には抵抗値を問題にする必要はないが、翼型のような空力的物体の場合には、この摩擦抵抗の増加と圧力抵抗の減少のかねあいに注意することが必要であろう。

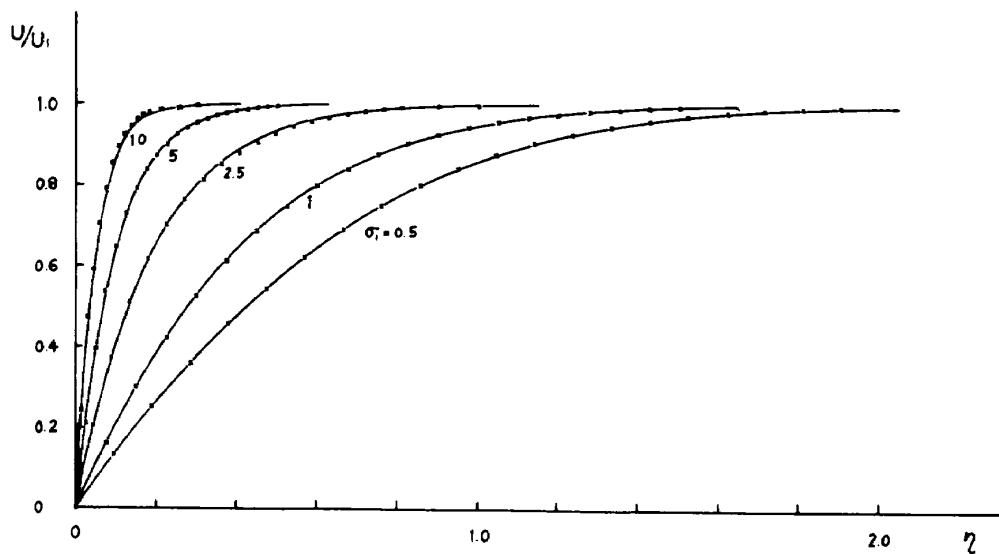


図 12 一様な吸込みがある平板層流境界層の厳密解と速度分布族(4), (5)式)の比較  
 — 厳密解 (Thwaites) : × (4), (5)式

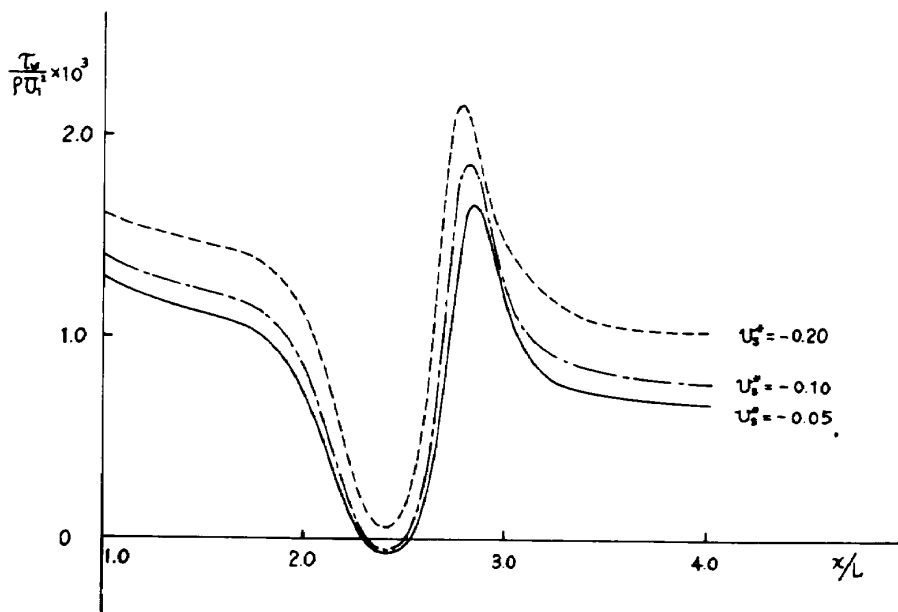


図 13(a) 剥離の一様な吸込みによる防止：表面摩擦係数 ( $t = -0.03$ )

3.4 検 討

本計算法をいくつかの例題に適用してその有効性を調べて来たが、付着流だけでなく離流に対しても非常に良い結果が得られることが示された。このような成功は、速度分布の解析的表現、(4), (5)式、が非常に一般的なものであることによってしている。速度分布  $U$  に対しては、境界層方程式の近似解法(積分法又は Galerkin 法)に関連して、これまでいくつかの分布族が提唱されている。Karman-Pohlhausen に始まる 4 次式は、1 パラメータの分布族であるが、Tani<sup>11)</sup>の方法によって付着流に対しては非常によい結果を与えることが示された。Head<sup>12)</sup>は 2 パラメータの速度分布族を考え、吸込みがある場合も含めて付着境界層の非常に精度の良い計算法を構成したが、この分布族は解析的に表現されていない。これらの分布族は、はく離に対しては付着流と同様な精度を持たないことが示されている。一方はく離流の速度分布に対しては、Holt<sup>13)</sup> Nielsen et al<sup>14)</sup>および Holden<sup>15)</sup>らは、境界層方程式の Drodnitsyn 交換に関連して、 $\partial U / \partial y$  を  $U$  の関数として表現した。この表現はしかしながら、物理的な解釈が直観的にできにくいという欠点がある。それに付着流とはく離流で別々の表現を用いなければならない点も不満である。このことは Lees 学派の計算法についても言える。単に原微分方程式の積分の手段として解析的表現を便宜的に与えるのではなく、より本質的な結果としての表現を考える方が、

将来の発展のためにもものぞましいことであると考えられる。

本計算法は、有限差分法や有限要素法などに較べて、計算時間が大幅に短縮される。例えば、第 6 図 (b) の Briley の場合の計算において、本計算法が必要とする計算時間は約 4 秒である(計算機は FACOM 230-75 を使用)のに対し、Carter の差分解<sup>5)</sup>では約 60 秒を要した(計算機は CDC 6600 を使用)。

4. 結 論

速度分布  $U$  に対する一般的で精度の良い解析的表現を導入し、それに重みつき残差法を適用して、付着およびはく離層流境界層の計算を行なった。付着流については、直接問題のみならず逆問題も簡単に取扱うことが出来、それぞれ厳密解とよく一致することが示された。はく離流についてはまず、粘性-非粘性干渉を含まない逆問題を取扱い、差分法による数値解と比較し、よく一致することを見た。次に干渉を含めたはく離流計算を行ない、差分法による解と比較した。この場合には再付着点後で多少の不一致が見られたが、定性的にはよく一致していた。以上の比較から、本計算法は少なくともはく離バブル型のはく離に対しては、実用上十分良い精度を持つと考えられる。計算時間も差分解と較べて短いことも利点である。

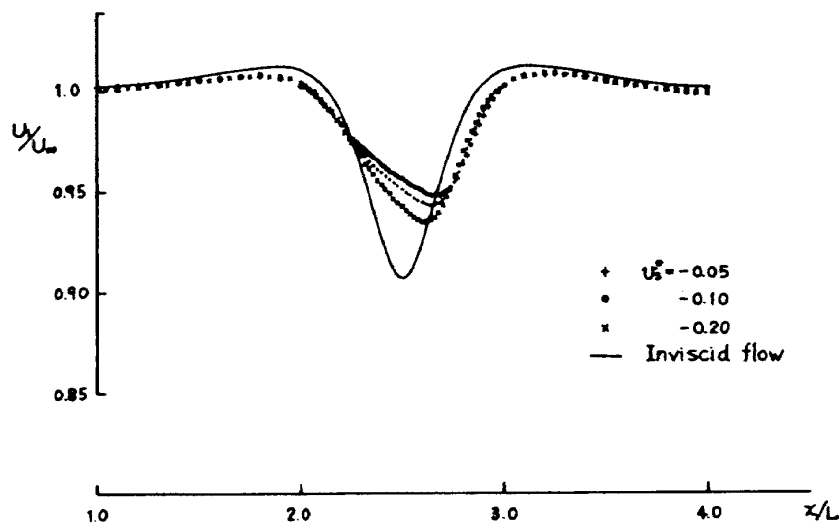


図 13 (b) 一様な吸込みによる主流速度分布の変化 ( $t = -0.03$ )

## 文 献

1. Klineberg, J. M. & Lees, L. ; Theory of Laminar Viscous-Inviscid Interactions in Supersonic Flow, AIAA J. vol. 7 (1969), pp 2211 ~ 2221
2. Dwoyer, D. L. ; Supersonic and Hypersonic Two-Dimensional Laminar Flow over a Compression Corner. AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, July 1973, pp 69 ~ 83
3. Werle, M. J. & Vatsa, V. N. ; New Method for Supersonic Boundary-Layer Separations. AIAA J. vol. 12 (1974), pp 1491 ~ 1497
4. Carter, J. E. & Wornom, S. F. ; Solutions for Incompressible Separated Boundary Layers Including Viscous-Inviscid Interaction. NASA SP - 347, (1975), pp 125 ~ 150
5. Carter, J. E. ; Inverse Solutions for Laminar Boundary-Layer Flows With Separation and Reattachment. NASA TR R - 447 (1975)
6. Ghia, U. & Davis, R. T. ; Study of Flow Past Blunted Thick Plates With Separation and Shoulder Singularity Using Navier-Stokes Equations. AIAA Paper No. 74 ~ 12 (1974)
7. Catherall, D. & Mangler, K. W. ; The Integration of the Two-Dimensional Laminar Boundary-Layer Equations Past the Point of Vanishing Skin Friction. J. Fluid Mech. vol. 26 (1966) pp 1
8. Goldstein, S. ; On Laminar Boundary-Layer Flow Near a Position of Separation Quart. J. Mech. & Appl. Math., vol. 1 (1948) pp. 43 ~ 69
9. Stewartson, K. ; Further solutions of the Falkner-Skan equation. Proc. Camb. Phil. Soc. vol. 50 (1954) pp. 454 ~ 465
10. Briley, W. R. ; A Numerical Study of Laminar Separation Bubbles Using the Navier-Stokes Equations J. Fluid Mech. vol. 47 (1971) pp. 713 ~ 736
11. Tani, I. ; On the Approximate Solution of the Laminar Boundary-Layer Equations. J. Aero. Sci. vol. 21 (1954) pp. 487 ~ 495
12. Head, M. R. ; An Approximate Method of Calculating the Laminar Boundary Layer in Two-Dimensional Incompressible Flow ARC R & M 3123 (1959)
13. Holt, M. ; Separation of Laminar Boundary-Layer Flow Past a Concave Corner. AGARD CP No. 4 Separated Flows Part 1 (1966) pp. 69 ~ 88
14. Nielsen, J. N., Lynes, L. L. & Goodwin, F. K. ; Theory of Laminar separated Flows on Flared Surfaces Including Supersonic Flow with Heating and Cooling. ibid pp. 31 ~ 68
15. Holden, M. S. ; Theoretical and Experimental Studies of Separated Flows Induced by Shock-wave-Boundary-Layer Interaction. ibid. pp. 147 ~ 180
16. Tani, I. ; On the Solution of the Laminar Boundary Layer Equation. J. Phys. Soc. Japan, vol. 4 (1949) pp. 149 ~ 154
17. Hartree, D. R. ; The Solution of the Equations of the Laminar Boundary Layer for Schubauer's Observed Pressure Distribution for An Elliptic Cylinder. ARC R&M 2427, 1939.
18. Thwaites, B. ; An Exact Solution of the Boundary-Layer Equations Under Particular Conditions of Porous Surface Suction. ARC R & M 2241 (1946)
19. 石田洋治 ; 層流, 遷移流及び乱流剪断流における平均速度分布と剪断応力分布のモデル式, 第7回流体力学講演会講演集 (1975) pp. 175 ~ 178

付 録

(I)  $f_i(\bar{\phi})$  と  $F_i(\phi)$  の関数形

本文(4)式の  $f_i(\bar{\phi})$ , (5)式の  $F_i(\phi)$  の関数形は次の通りである。

$$f_1(\bar{\phi}) = \bar{\phi} - \frac{5}{3}\bar{\phi}^2 + \frac{2}{3}\bar{\phi}^3$$

$$f_2(\bar{\phi}) = 3\bar{\phi}^2 - 2\bar{\phi}^3$$

$$f_3(\bar{\phi}) = -\frac{8}{9}(\bar{\phi}^2 - \bar{\phi}^3)$$

$$F_1(\phi) = \phi^2(\phi - 2)^2$$

$$F_2(\phi) = -\frac{17}{60}\phi(\phi - 1)(\phi - 2)^2$$

$$F_3(\phi) = -\frac{1}{2}\phi^2(\phi - 1)(\phi - 2.5)$$

(II)  $\tilde{U}_{V2}$  と  $a_0$  の  $\tilde{U}_M$  に対する相関曲線の解析的表現

第1図の  $\tilde{U}_{V2} \sim \tilde{U}_M$ , 及び  $a_0 \sim \tilde{U}_M$  相関曲線は次式で近似された。

$$\tilde{U}_{V2} = \begin{cases} -2.791\tilde{U}_M^4 + 4.287\tilde{U}_M^3 - 2.452\tilde{U}_M^2 + 0.7664\tilde{U}_M + 0.812 & (-0.1 \leq \tilde{U}_M \leq 0.575) \\ 0.0769\tilde{U}_M + 0.908 & (0.575 \leq \tilde{U}_M \leq 1.0) \end{cases}$$

$$a_0 = \begin{cases} 270.55\tilde{U}_M^4 - 229.635\tilde{U}_M^3 + 75.178\tilde{U}_M^2 - 15.279\tilde{U}_M + 3.503 & (-0.1 \leq \tilde{U}_M \leq 0.325) \\ -2.03\tilde{U}_M + 2.273 & (0.325 \leq \tilde{U}_M \leq 1.0) \end{cases}$$

$\tilde{U}_{V2}$  と  $\tilde{U}_M$  は付着流において非常に良い相関を示すので、参考までに相関曲線に対する式を与えておく。

$$\tilde{U}_{V2} = 4.17\tilde{U}_M^3 - 7.75\tilde{U}_M^2 + 5.88\tilde{U}_M - 1.516$$

第1図に実線で示した曲線が、これらの式に対応している。

(III)  $\theta$ ,  $\varepsilon$ ,  $\delta^*$ ,  $T$ ,  $\varrho$ ,  $D$  の具体的な表現

本文(10)式に現われる諸関数の具体的な内容は次の通りである。

$$\delta^* = \delta(0.9712 - 0.3178\tilde{U}_M - 0.2531\tilde{U}_{V2} - 0.3628\tilde{U}_{V2} + 0.002421a_0(\tilde{U}_M - \tilde{U}_{V2}))$$

$$\theta = \delta\{0.01846 + 0.3657\tilde{U}_M + 0.2531\tilde{U}_{V2} + 0.2764\tilde{U}_{V2} - 0.2733\tilde{U}_M^2 - 0.08676\tilde{U}_M\tilde{U}_{V2} - 0.1953\tilde{U}_{V2}^2 - 0.08483\tilde{U}_M\tilde{U}_{V2} - 0.2763\tilde{U}_{V2}^2 + a_0(\tilde{U}_M - \tilde{U}_{V2}) \times (0.01471 - 0.004721\tilde{U}_M + 0.0217\tilde{U}_{V2} - 0.01957\tilde{U}_{V2}) - 0.010366a_0^2(\tilde{U}_M - \tilde{U}_{V2})^2\}$$

$$\varepsilon = \delta\{0.3358\tilde{U}_M + 0.2531\tilde{U}_{V2} + 0.2619\tilde{U}_{V2} + 0.04608 + 0.01853\tilde{U}_M^2 + 0.07604\tilde{U}_{V2}\tilde{U}_M - 0.06667\tilde{U}_{V2}^2 - 0.2208\tilde{U}_M^3 - 0.08739\tilde{U}_M^2\tilde{U}_{V2} - 0.06714\tilde{U}_M\tilde{U}_{V2}^2 - 0.16476\tilde{U}_{V2}^3 - 0.1012\tilde{U}_M^2\tilde{U}_{V2} - 0.0663\tilde{U}_{V2}^2\tilde{U}_M - 0.2319\tilde{U}_{V2}^3 + a_0(\tilde{U}_M - \tilde{U}_{V2})(0.005984 - 0.002839\tilde{U}_M^2 + 0.04475\tilde{U}_M\tilde{U}_{V2} + 0.01831\tilde{U}_{V2}^2 - 0.05296\tilde{U}_M\tilde{U}_{V2} + 0.00749\tilde{U}_M - 0.01642\tilde{U}_{V2}^2 + 0.02709\tilde{U}_{V2}) - a_0^2(\tilde{U}_M - \tilde{U}_{V2})^2(0.02471\tilde{U}_M + 0.006102\tilde{U}_{V2} + 0.007446\tilde{U}_{V2} - 0.0006981) - 0.0000472a_0^3(\tilde{U}_M - \tilde{U}_{V2})^3\}$$

$$T = \frac{100}{9}\tilde{U}_M - \frac{5}{3}(a_0 - 9)(\tilde{U}_{V2} - \tilde{U}_M)$$

$$\varrho = -69.13\tilde{U}_M + 29.63(a_0 - 4.5)(\tilde{U}_{V2} - \tilde{U}_M)$$

$$D = 15.824\tilde{U}_M^2 - 20\tilde{U}_M\tilde{U}_{V2} + 27\tilde{U}_{V2}^2 + 0.106\tilde{U}_M - 14.342\tilde{U}_{V2} - 14.342\tilde{U}_M\tilde{U}_{V2} + 14.342\tilde{U}_{V2}^2 + 7.118 + a_0(\tilde{U}_M - \tilde{U}_{V2})(-0.9374\tilde{U}_M + 3.002\tilde{U}_{V2} - 1.016\tilde{U}_{V2} - 0.8252) + 2.4846a_0^2(\tilde{U}_M - \tilde{U}_{V2})^2$$

## TR 480 既刊報告

TR-470	高分子材料のひずみ解析に対するモアレ法の 応用 Application of the Moiré Method to Strain Analysis of Polymers	1976年9月	越出 慎一
TR-471	逆感度法による逐次パラメータ推定 Iterative Parameter Estimation by Inverse Sensitivity Method	1976年9月	真柳 光美
TR-472	液体酸素・ガス水素ロケットの燃焼状態の計 算 An Experimental-Analytical Calculation of Combustion Performance of Lox/GH <sub>2</sub> Rocket with Coaxial Injectors	1976年9月	八柳 信之, 鈴木 昭夫, 五味 広美, 坂本 博
TR-473	液体酸素・ガス水素ロケットの燃焼性能 An Experimental Investigation of Combustion Performance of Lox/GH <sub>2</sub> Rocket Combustor with Coaxial Injectors	1976年9月	鈴木 昭夫, 八柳 信之, 五味 広美, 坂本 博
TR-474	自由分子流インパクト管の理論と実験 Analytical and Experimental Studies of Free Molecule Impact Pressure Probe	1976年10月	恩地 瑛, 山本 稀義, 津田 尚一
TR-475	ホローカソードの実験的研究 (I) Experimental Study of Hollow Cathode	1976年10月	東 久雄
TR-476	二次元風洞構成要素の研究, その2 縮流筒 の設計と模型実験 Investigation of the Components of the NAL High Reynolds Number Two-Dimensional Wind Tunnel, Part II. Design and Model Tests of the Contraction Cone	1976年10月	遠藤 浩, 萱場 重雄, 榊原 盛三, 馬場 滋夫
TR-477	衛星打上げ用ロケットの大気中飛しょう時 における動的荷重と応答計算 Calculation of Dynamic Loads and Responses for a Flexible Launch Vehicle Ascending Through the Atmosphere	1976年11月	寺田 木一, 峯岸 正勝, 伊藤 誠一
TR-478	液体を満たす軸対称容器の振動解析 Hydroelastic Analysis Using Axisymmetric Fluid Finite Elements	1976年11月	小松 敬治
TR-479	二次噴射を伴う超音速円錐ノズル内の流れ Jet Interaction Induced Flowfield in a Supersonic Nozzle Flow	1976年12月	升谷 五郎, 鎮西 信夫, 石井 進一, 村上 淳郎, 小室 智幸

---

### 航空宇宙技術研究所報告480号

昭和51年12月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)●182

印刷所 株式会社 東京プレス  
東京都板橋区桜川2-27-12

---