

UDC 624.07:
536.2:
621.438

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-481

有限要素法による二次元熱伝導計算と
タービン翼およびディスクの熱応力解析

松末勝利・吉田豊明・橋本良作
小河昭紀・磯部俊夫

1976年12月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

目 次

1. まえがき	1
2. 二次元温度分布の計算	2
3. 二次元熱応力の計算	3
4. 解析解との比較	3
4.1 長方形平板の温度分布	3
4.1.1 定常温度分布	3
a) 板表面で熱交換が無い場合	3
b) " 有る場合	4
4.1.2 非定常温度分布	5
a) 板表面で熱交換が無い場合	5
b) " 有る場合	6
4.2 等厚円板の熱応力	7
5. タービン翼の温度分布と熱応力	8
5.1 タービン翼縦断面の温度分布と熱応力	9
5.2 タービン翼横断面の定常温度分布と熱応力	10
5.3 " 非定常温度分布と熱応力	13
6. タービンディスクの温度分布と熱応力	13
7. あとがき	23

有限要素法による二次元熱伝導計算と タービン翼およびディスクの熱応力解析*

松末勝利**, 吉田豊明**, 橋本良作**
小河昭紀**, 磯部俊夫***

Analysis of Temperature Distribution and Thermal Stress by The Finite Element Method and Application to Turbine Blade and Disk

By Katsutoshi MATSUSUE, Toyooki YOSHIDA, Ryosaku HASHIMOTO
Akinori OGAWA and Toshio ISOBE

ABSTRACT

The location and configuration effects of cooling passages, in an air-cooled turbine blade, on blade thermal transient stress under engine operating conditions were investigated using a finite-element Fortran program written to provide a solution to two-dimensional, unstable temperature distribution and thermal stress in a homogeneous material under several kinds of thermal boundary conditions.

The results indicate that greater periodic stress and strain occur in the material around the coolant passages located either in the blade hub and near the blade leading edge during the operating cycle. The results suggest that the location and configuration of the cooling passages affect, to a great extent, the fatigue life of the turbine blade.

Mechanical and thermal stresses in a turbine disk with eccentric holes near the periphery of the disk were also analyzed using the same computer program. The results indicate that thermal stress was not dominant even near the periphery of the disk.

1. まえがき

航空用ガスタービンに冷却タービン翼が導入されて以来タービンの高温化が可能となりエンジンの比推力, 効率などが向上した。しかし一方タービン翼およびディスクのような高温部材は高速回転による遠心応力のほかに複雑な構造に起因する熱応力を受けてその使用条件は一層厳しくなっている。

当所では現在までに冷却タービン翼に関して, 冷却方

式, 冷却効率などについて研究を行ない, 強度面でも一次元非定常熱応力の解析¹⁾, 二次元²⁾ および三次元光弾性試験³⁾ による遠心応力解析などを行なってきた。

またタービンディスクに関してもディスクを偏心円孔を有する回転円板とモデル化して応力解析⁴⁾ を行ないその強度について検討してきた。

以上の強度解析の一環として本研究では有限要素法による二次元温度分布および熱応力を求める計算プログラムを作成したので, これを冷却タービン翼およびディスクの熱応力解析に適用して, 熱的強度を考慮に入れた設計資料を得ようとしたものである。

本報ではまず有限要素法による計算プログラムについて簡単に述べ, これを長方形平板の温度分布の計算に適

* 昭和51年11月2日 受付
** 原動機部
*** 計算センター

用してその計算精度を確認した。そして前述のタービン翼およびディスクの二次元断面の熱応力解析に適用し両者の強度について検討した。

タービン翼に関しては、翼の縦・横断面を対象として冷却孔周辺の応力分布を求めた。まず縦断面では翼根部の冷却孔周辺の熱応力を計算し、さらに遠心力が作用した場合の応力集中についても考察した。横断面では翼前縁に近い冷却孔周辺の熱応力が大きくなること、および冷却孔の位置の設定が悪いと、作動ガス温度の上昇・降下にもなりくり返し非定常熱応力が大きくなることなどを明らかにした。

タービンドィスクに関しては、ディスク内の偏心円孔（ボルト穴）周辺に重点をおいて計算した。その結果熱応力は回転応力に比較してかなり小さいので円孔縁の応力集中に対する影響は少ないが、より応力集中を軽減する方法として、熱および回転の応力分布の相違を利用すれば、両者が同時に作用した場合の最大応力がある程度抑えることが可能であることを示した。

2. 二次元温度分布の計算

有限要素法による熱伝導解析は変分原理を利用して熱伝導方程式を数値的に解く方法であり、具体的には与えられた熱伝導方程式および境界条件式をオイラーの方程式としてもつ汎関数を見出し、その停留条件をマトリックス方程式に変換して未知温度を求めようとするものである。これらの基礎理論および汎関数とオイラーの方程式との対応等については文献⁵⁾などに記述されているので、本報では熱伝導方程式から導びかれる汎関数およびその停留条件をマトリックス方程式に変換する手順等について簡単に説明する。

二次元非定常熱伝導方程式は次式で表わされる。

$$rC \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + Q - fT + g \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{境界条件 固定境界 } T = T_r \\ \text{自由境界 } \left(-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right)_r = q + \alpha (T_\infty - T)_r \end{array} \right\} \quad (2)$$

初期条件 $T_{t=0} = T_0$

ただし T ; 領域内の温度〔°C〕, r ; 比重量〔kg/m³〕, C ; 比熱〔Kcal/kg°〕, λ ; 熱伝導率〔Kcal/m h°〕, Q ; 熱発生量〔Kcal/hm³〕, q ; 境界の熱流束〔Kcal/hm²〕, α ; 境界の熱伝達率〔Kcal/m² h°〕, T_∞ ; 境界周囲の流体温度, n ; 境界の法線方向

$$f = (\alpha_c + \alpha_g) / l, \quad g = (\alpha_c T_c + \alpha_g T_g) / l$$

ここで

α_c, α_g ; 表面 (C 側, g 側) の熱伝達率〔Kcal/m² h°〕

T_c, T_g ; " 流体温度〔°〕

l ; 板厚〔mm〕,

ただし C 側, g 側はそれぞれ板の両面 (表裏) を示す。

(1), (2) 式を汎関数表示すると次のようになる。

$$J = \iint \frac{\lambda}{2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy + \iint QT dx dy - \iint \frac{1}{2} (fT^2 - 2gT) dx dy - \iint rC \frac{\partial T}{\partial t} T dx dy + \int_{\Gamma q} q_r T ds + \int_{\Gamma \alpha} \frac{1}{2} (\alpha_r T^2 - 2\alpha_r T_\infty T) ds \quad (3)$$

(3) 式が停留値をとるためには、着目する点の温度 T_i に関する微係数が零になるべきである。

すなわち

$$\frac{\partial J}{\partial T_i} = 0 \quad (4)$$

ここで与えられた領域を三角要素に分割し、三節点の温度を T_i, T_j, T_m とする。そして要素内の温度 T は座標 x, y の一次多項式で表わされるものと仮定すれば

$$T = \sum N_k T_k \quad (k=i, j, m) \quad (5)$$

ただし N_k は x, y の関数である。

(3) 式について T_i に関する停留条件 (4) 式) を求めると次式を得る。

$$\frac{\partial J}{\partial T_i} = J_{1i} + J_{2i} + J_{3i} + J_{4i} + J_{5i} + J_{6i} = 0 \quad (6)$$

ただし

$$J_{1i} = \iint \lambda \left\{ \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial}{\partial T_i} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial}{\partial T_i} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \right\} dx dy \quad (7)$$

$$J_{2i} = \iint Q \frac{\partial T}{\partial T_i} dx dy \quad (8)$$

$$J_{3i} = - \iint (fT - g) \frac{\partial T}{\partial T_i} dx dy \quad (9)$$

$$J_{4i} = - \iint rC \frac{\partial T}{\partial t} \frac{\partial T}{\partial T_i} dx dy \quad (10)$$

$$J_{5i} = \int_{\Gamma q} q_r \frac{\partial T}{\partial T_i} ds \quad (11)$$

$$J_{6i} = \int_{\Gamma \alpha} (\alpha_r T - \alpha_r T_\infty) \frac{\partial T}{\partial T_i} ds \quad (12)$$

(7)~(12) 式はそれぞれ(5)式を代入して三角要素全面積について積分を実行すると T_i, T_j, T_m に関する一次多項式が得られる。上式中(11), (12)式の右辺の積分は境界に面する要素についてのみ行なう境界に沿う線積分である。

(6)式は $\partial J / \partial T_i$ についてのみ記述したが $\partial J / \partial T_j$, $\partial J / \partial T_m$ についても同様の式が得られる。さらに与えられた領域内の全要素について求め、これらを合成すれば系全体について表わされる連立方程式が得られ、これを解けば各節点の温度が求められる。

3. 二次元熱応力の計算

三角要素を用いた平面弾性熱応力問題については、文献(5)で具体的な解法が述べられているので、本報では簡単に記述する。

節点の未知変位ベクトルを $\{\delta\}$ とすると、節点力

$$\{F\} \text{は } \{F\} = [K]\{\delta\} - \{F_0\}$$

ここで
$$\begin{cases} [K] = \int [B]^T [D] [B] dV \\ \{F_0\} = \int [B]^T [D] \{\epsilon_0\} dV \end{cases} \quad (13)$$

ただし $\{\epsilon_0\} = \{\alpha T, \alpha T, 0\}^T$ (平面応力)
 $\{\epsilon_0\} = (1-\nu)\{\alpha T, \alpha T, 0\}^T$ (平面ひずみ)

$$[B] = \frac{1}{2d} \begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_m & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_m \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_m & b_m \end{bmatrix}$$

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{平面応力})$$

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \quad (\text{平面ひずみ})$$

α ; 線膨張係数, ν ; ポアソン比, E ; ヤング率,

$a_i = x_j y_m - x_m y_j$, $b_i = y_j - y_m$, $c_i = x_m - x_j$

他の abc は添字を ijm の順に循環的に入れ換えて得られる。

全要素について(13)式の $[K]$, $\{F_0\}$ を求め、系全体を合成して得られる連立方程式を解けば $\{\delta\}$ が求まるので要素内の応力は $\{\sigma\} = [D][B]\{\delta\}$ から計算できる。なお材料定数 E , ν は一般に温度に依存するので後述の計算例では対象とした材料の E , α を温度の関数として用いた。

4. 解析解との比較

本章では作成した計算プログラムの精度を検討するた

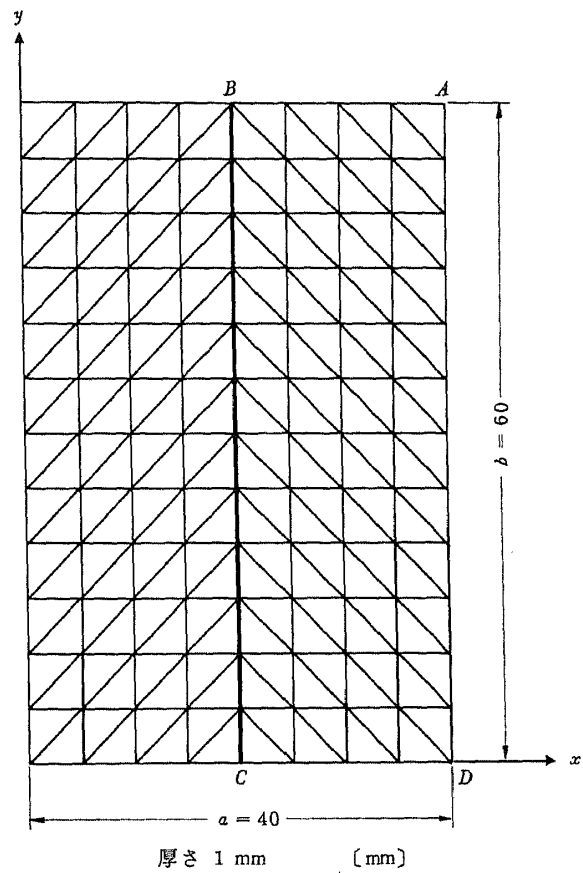


図1 長方形平板の要素分割

め温度分布の計算を長方形平板に、熱応力計算を等厚円板にそれぞれ適用して解析解との比較を行なった。

4.1 長方形平板の温度分布

図1に示すように短辺 $a = 40$ mm, 長辺 $b = 60$ mm の長方形平板(厚さ1 mm)を三角要素に分割した。この分割例は便宜的に各辺とも等間隔に分割した。

本プログラムで伝熱計算を行なう場合、境界条件として温度, 熱流束, 熱伝達率のいずれが指定されても計算できるが、本節では境界の温度あるいは熱伝達率が既知の場合について本計算法を適用し解析解⁶⁾と比較した。

4.1.1 定常温度分布

(a) 板表面で熱交換が無い場合

$$\text{基礎方程式 } \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (14)$$

$$\text{境界条件 } \left. \begin{aligned} T &= f_1(x), y=0, 0 \leq x \leq a \\ T &= f_2(x), y=b, 0 \leq x \leq a \\ T &= f_3(y), x=0, 0 < y < b \\ T &= f_4(y), x=a, 0 < y < b \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

上式の解は次のように求められる。

$$\begin{aligned}
 T = & \frac{2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sin \frac{n\pi x}{a} \left(\frac{sh \frac{n\pi(b-y)}{a}}{sh \frac{n\pi b}{a}} \int_0^a f_1(\lambda) \right. \right. \\
 & \left. \left. \times \sin \frac{n\pi \lambda}{a} d\lambda + \frac{sh \frac{n\pi y}{a}}{sh \frac{n\pi a}{a}} \int_0^a f_2(\lambda) \sin \frac{n\pi \lambda}{a} d\lambda \right) \right] \\
 & + \frac{2}{b} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sin \frac{n\pi y}{b} \left(\frac{sh \frac{n\pi(a-x)}{b}}{sh \frac{n\pi a}{b}} \int_0^b f_3(\lambda) \right. \right. \\
 & \left. \left. \times \sin \frac{n\pi \lambda}{b} d\lambda + \frac{sh \frac{n\pi x}{b}}{sh \frac{n\pi a}{b}} \times \int_0^b f_4(\lambda) \sin \frac{n\pi \lambda}{b} d\lambda \right) \right] \quad (16)
 \end{aligned}$$

式中の sh は \sinh を示す。

計算例では二辺の長さ $a = 40\text{mm}$, $b = 60\text{mm}$ 境界条件 $f_2(\lambda) = 100^\circ\text{C}$, $f_1(\lambda) = f_3(\lambda) = f_4(\lambda) = 0$ とし計算した。

また有限要素法では(7)式から得られるマトリックス方程式を解いた。計算結果を図2に示す。

1)は(16)式から求めた解析解であり、2)は有限要素法による結果である。この場合の温度分布は $x = \frac{a}{2}$ で左右対称となる。また解析解との差は3%程度である。なお当研究所の電算機(FACOM 230-75)を使用した場合の計算時間(CPU TIME)は図中に示すとおりである。

(b) 板表面で熱交換が有る場合

二次元物体表面の法線方向に放熱または吸熱がある場合の基礎式は次のように表わされる。

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - k^2 T = 0 \quad (17)$$

ただし $k^2 = (\alpha_c + \alpha_g) / \lambda l$, 境界条件は前項と同一とし, $T_c = T_g = 0$ の場合(17)式の解は次式となる。

$$T = \frac{2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sin \frac{n\pi x}{a} \left(\frac{sh \left\{ (b-y) \left(k^2 + \frac{n^2 \pi^2}{a^2} \right)^{1/2} \right\}}{sh \left\{ b \left(k^2 + \frac{n^2 \pi^2}{a^2} \right)^{1/2} \right\}} \right) \right]$$

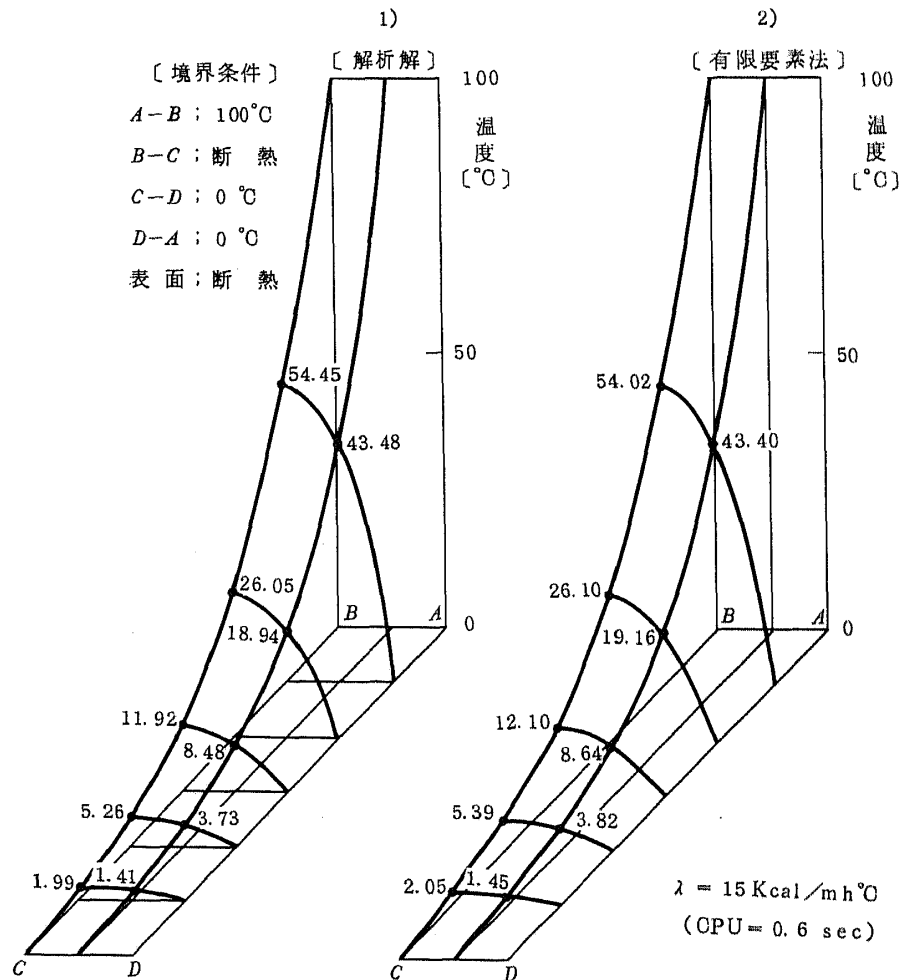


図2 長方形平板の温度分布(板表面断熱)

$$\begin{aligned}
 & \times \int_0^a f_1(\mu) \frac{\sin n\pi\mu}{a} d\mu + \frac{sh\left\{y\left(k^2 + \frac{n^2\pi^2}{a^2}\right)^{1/2}\right\}}{sh\left\{b\left(k^2 + \frac{n^2\pi^2}{a^2}\right)^{1/2}\right\}} \\
 & \times \int_0^a f_2(\mu) \frac{\sin n\pi\mu}{a} d\mu \Bigg) \\
 & + \frac{2}{b} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sin \frac{n\pi y}{b} \left(\frac{sh\left\{(a-x)\left(k^2 + \frac{n^2\pi^2}{b^2}\right)^{1/2}\right\}}{sh\left\{a\left(k^2 + \frac{n^2\pi^2}{b^2}\right)^{1/2}\right\}} \right. \right. \\
 & \times \int_0^b f_3(\mu) \frac{\sin n\pi\mu}{b} d\mu \\
 & \left. \left. + \frac{sh\left\{x\left(k^2 + \frac{n^2\pi^2}{b^2}\right)^{1/2}\right\}}{sh\left\{a\left(k^2 + \frac{n^2\pi^2}{b^2}\right)^{1/2}\right\}} \int_0^b f_4(\mu) \frac{\sin n\pi\mu}{b} d\mu \right) \right] \quad (18)
 \end{aligned}$$

$T_c = T_g = T_{\infty} = 0$ の場合は境界条件(15)式の $f_1 \sim f_4$ を

$f_1 - T_{\infty}$, $f_4 - T_{\infty}$ において(18)式で計算した後得られた解に T_{∞} を加えて求められる。有限要素法では(7)および(9)式の和から得られるマトリックス方程式を解いて求めた。

図3, 1)は解析解, 2)は有限要素法による結果である。両者はよく一致している。

4.1.2 非定常温度分布

(a) 板表面で熱交換が無い場合

$$\text{基礎式} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \frac{1}{\theta} \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (19)$$

$$\text{境界条件} \quad T = T_r = X(x, y)$$

$$\text{初期条件} \quad T_{t=0} = f(x, y)$$

ただし $\theta = \lambda / \rho C$ (温度伝導率)

(19)式の解は $T = u + w$ とおけば次の二つの解の和で表わされる。

$$\left. \begin{aligned}
 & \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \\
 & u = T_r = X \text{ (境界上)}
 \end{aligned} \right\} (1)$$

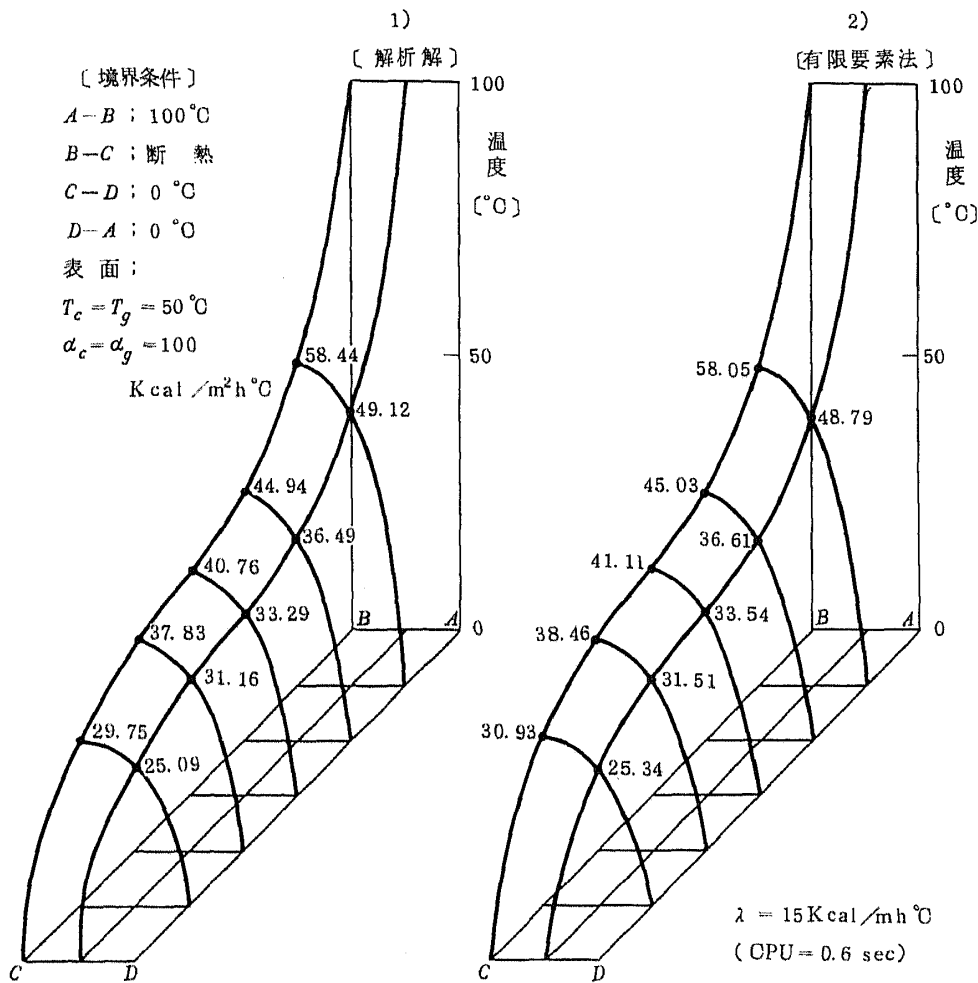


図3 長方形平板の温度分布(板表面熱交換有)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{1}{\theta} \frac{\partial w}{\partial t} &= 0 \\ w = w_r = 0 & \quad (\text{境界上}) \\ w = f_0 = f - u & \quad (t = 0) \end{aligned} \right\} \textcircled{2}$$

上式①の解は(10)式で与えられ、②の解は $w = \phi(t) \cdot \Psi(x, y)$ とおき変数分離法により特解を得た後初期条件を満足するようにフーリエ級数展開を行ない次式のように求められる。

$$w = \frac{4}{ab} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left[e^{-\left\{ \left(\frac{n\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 \right\} \theta t} \sin \frac{n\pi x}{a} \times \sin \frac{m\pi y}{b} \int_0^a \int_0^b f_0(\lambda, \mu) \sin \frac{n\pi \lambda}{a} \times \sin \frac{m\pi \mu}{b} d\lambda d\mu \right] \quad \textcircled{20}$$

境界条件は $0 \leq x \leq a$, $y = b$ を 100°C とし、他の三辺を 0°C とし計算した。有限要素法では(7), (10)式をマトリックス方程式に変換して求めた。

計算結果を図4に示す。時間きざみ $\Delta t = 0.1$ 秒とし、

700step, 70秒までの代表点の温度変化を図示した。図の右側は定常解である。

(b) 板表面で熱交換が有る場合

$$\text{基礎式} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \frac{1}{\theta} \frac{\partial T}{\partial t} - k^2 T = 0 \quad \textcircled{21}$$

$$\text{境界条件} \quad T = T_r = X(x, y)$$

$$\text{初期条件} \quad T_{t=0} = f(x, y)$$

前(a)項と同様に $T = u + w$ とおき下記二式を解く。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - k^2 u &= 0 \\ u = T_r = X & \quad (\text{境界上}) \end{aligned} \right\} \textcircled{1}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - k^2 w - \frac{1}{\theta} \frac{\partial w}{\partial t} &= 0 \\ w = w_r = 0 & \quad (\text{境界上}) \\ w = f_0 = f - u & \quad (t = 0) \end{aligned} \right\} \textcircled{2}$$

上式①の解は(18)式で与えられ、②の解は(a)項と同様な手続きにより次式のように求められる。

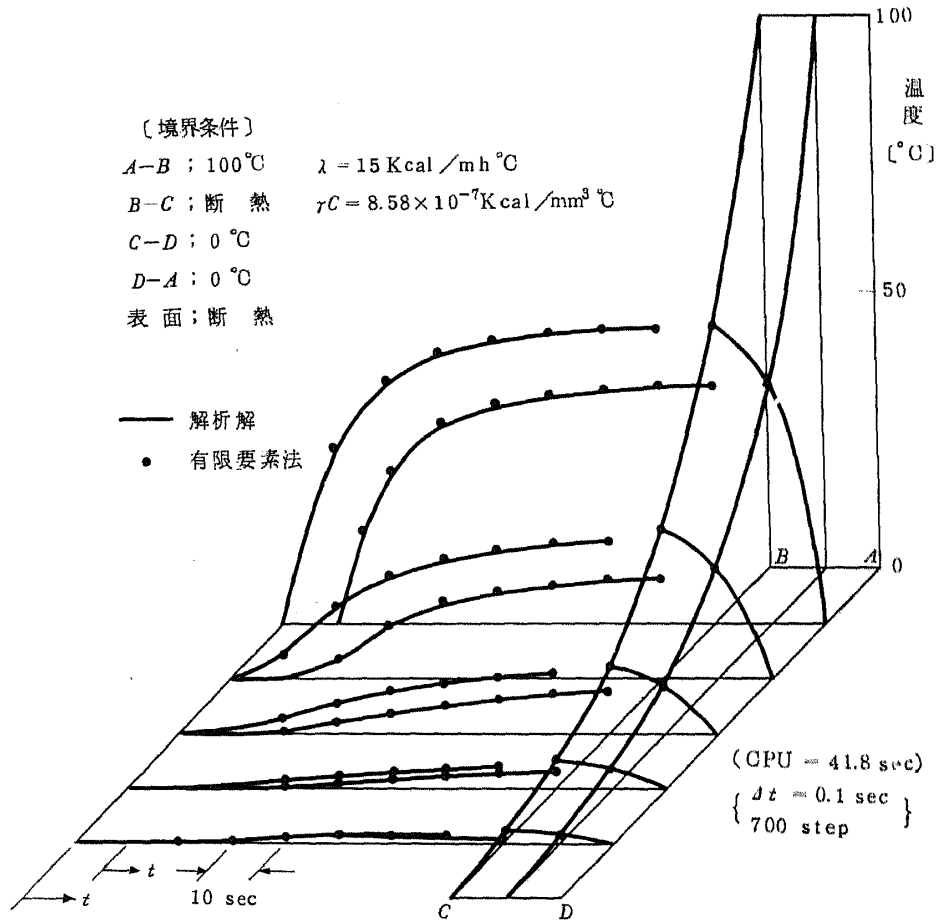


図4 長方形平板の非定常温度分布(板表面断熱)

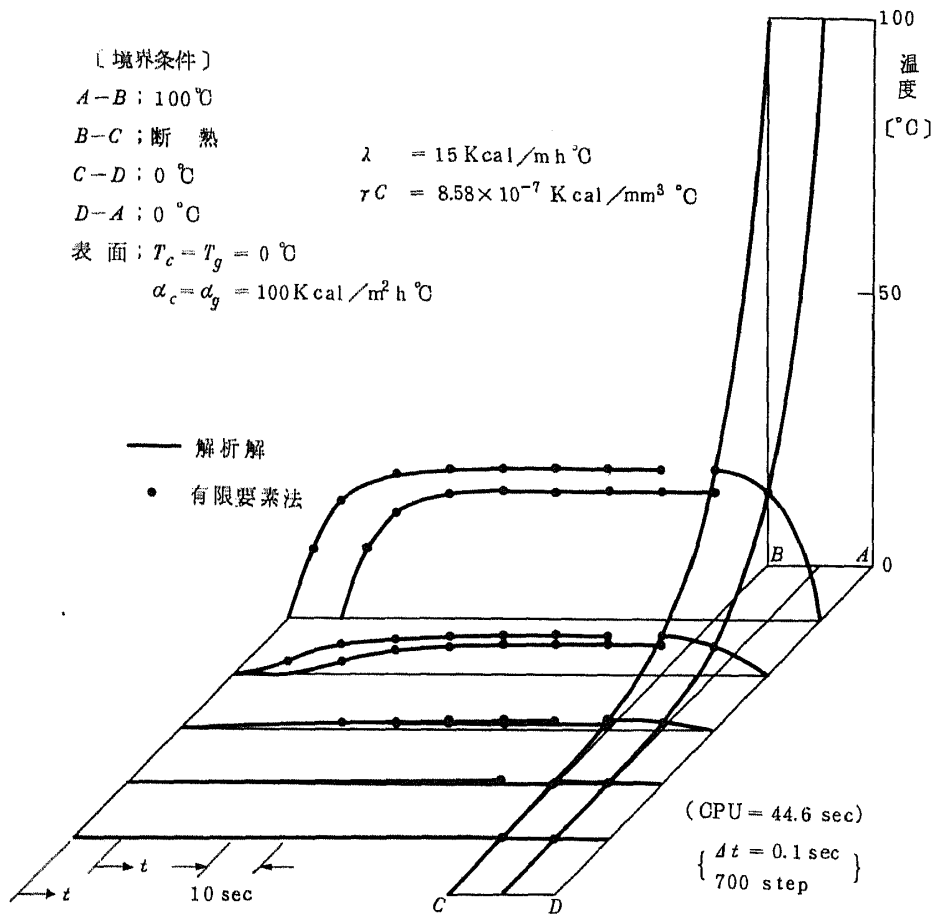


図5 長方形平板の非定常温度分布(表面熱交換有)

$$w = \frac{4}{ab} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left[e^{-\left\{ k^2 + \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 \right\} \theta t} \right. \\
 \times \sin \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} \int_0^a \int_0^b f_0(\lambda, \mu) \\
 \left. \times \sin \frac{n\pi \lambda}{a} \sin \frac{m\pi \mu}{b} d\lambda d\mu \right] \quad (22)$$

$T_c = T_g = T_{\infty} \neq 0$ のときは前述(17)式の解法と同様な手続きにより求められる。有限要素法では(7), (9), (10)式から得られるマトリックス方程式から求めた。

計算結果を図5に示す。

4.2 等厚円板の熱応力

有限要素法による熱応力計算プログラムの精度を検討するために、等厚円板を対象として円板内の温度が半径に比例する場合の熱応力を計算し解析解と比較した。図6に示す内・外半径 a, b の円板内の温度が半径のみの関数 $T(r)$ とすると円板内の熱応力 $\sigma_r, \sigma_{\theta}$ は次式で与えられる。⁷⁾

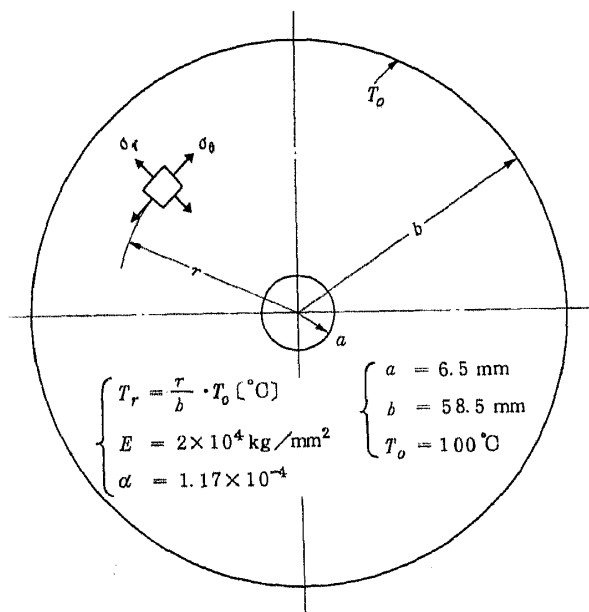


図6 解析解に使用した円板

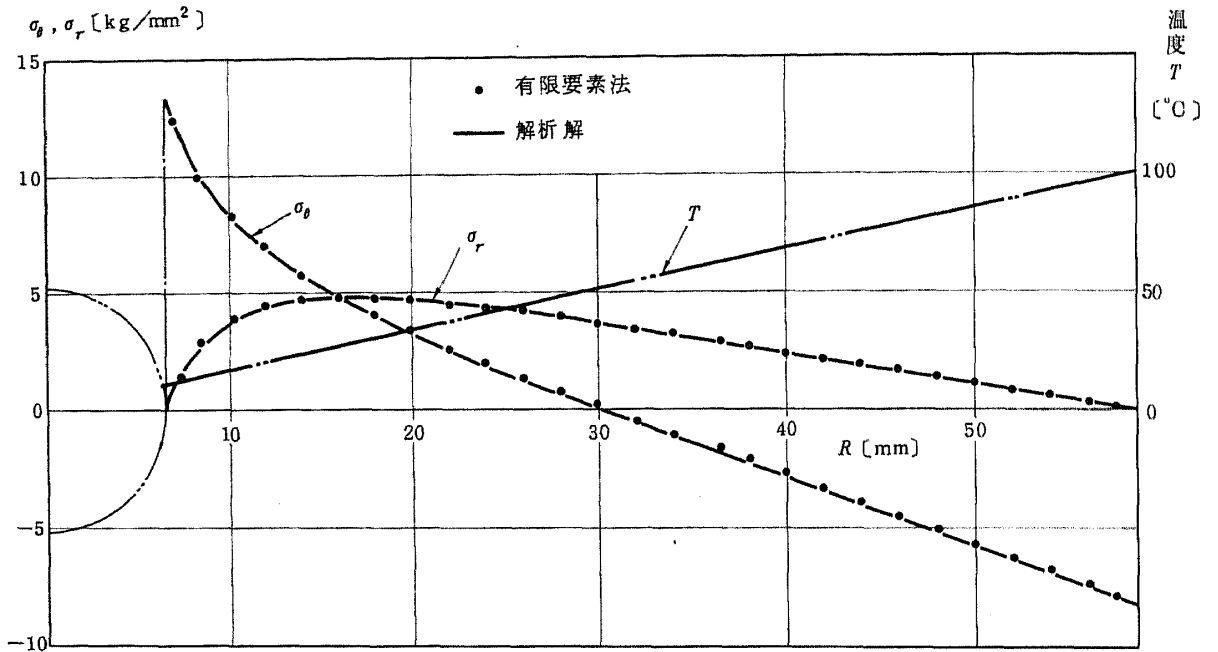


図7 有限要素法と解析解との比較(円板の熱応力)

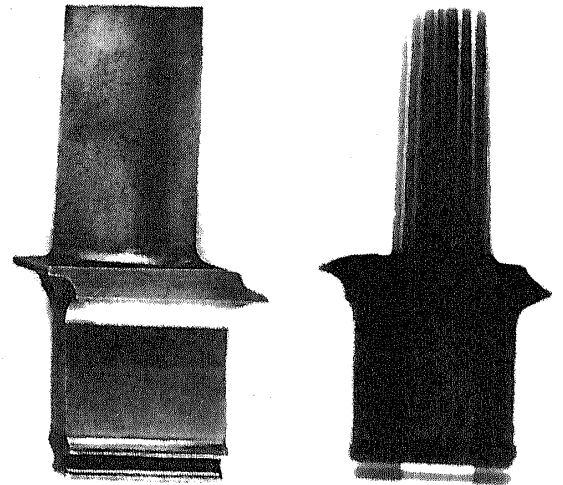
$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_r &= \frac{\alpha E}{r^2} \left(- \int_a^r T(r) r dr + \frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2} \int_a^b T(r) r dr \right) \\
 \sigma_\theta &= \alpha E \left(\frac{1}{r^2} \int_a^r T(r) dr \right. \\
 &\quad \left. + \frac{r^2 + a^2}{r^2 (b^2 - a^2)} \int_a^b T(r) r dr - T(r) \right)
 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$T(r) = r/b \cdot T_0$ と仮定し, $a = 6.5 \text{ mm}$, $b = 58.5 \text{ mm}$, $T_0 = 100^\circ\text{C}$, $E = 2 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$, $\alpha = 1.17 \times 10^{-4}$ を代入して計算した。結果を図7に実線で示す。黒丸は有限要素法による解である。両者はよく一致している。

5. タービン翼の温度分布と熱応力

本報で対象とした実機タービン翼を写真1に示す。

a)は通常の写真 b)はX線写真である。翼は中空構造となっていて各部の断面は図8に示すように翼根部にはT字型空気通路がありこの通路から翼部へ多数の小円孔が翼先端まで通じている。冷却空気は翼下部から送り込まれ、一たん翼根部のT字型空気通路に溜められた後、翼部の小円孔を通る過程で翼を冷却し先端から外部へ放出される。このように翼内部は冷却されるのに対し、翼外部は作動ガスにさらされ高温となる。したがって冷却孔内面と翼表面との間にはかなりの温度差を生じ熱応力の



a) 外観 b) X線写真

写真1 冷却タービン翼

発生原因となる。また航空用エンジンでは、航空機の発進・停止および加速・減速の過程で内部の作動ガスの温度は変化する。特に発進・停止にもなり温度変化は急激で1~2秒間に数百度の変化を生ずる。このような作動ガス温度の急変によりタービン翼内部には大きい非常熱応力の発生が予想される。

本章では上述の熱応力を検討するために、タービン翼

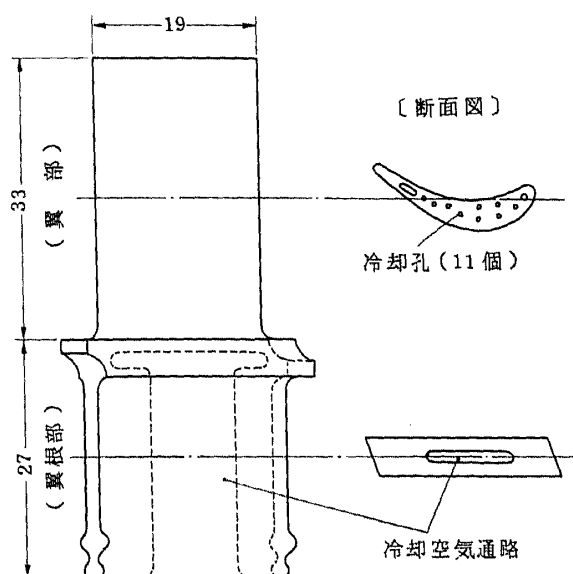


図8 冷却タービン翼概略図

の翼弦中央を通る縦断面および翼高中央横断面を対象として面内の二次元温度分布および熱応力を有限要素法により計算した。

なお本報で対象としたタービン翼は翼根部のT字型空気通路を含めて大部分精密鋳造で製作されるが翼部の冷却孔は鋳造後、翼先端から放電加工によりせん孔される。この工程は冷却孔のサイズ(穴径1mm, 深さ35mm, 翼表面までの肉厚0.5mm)が小さいこともあって、しばしば設計値からずれて局所的に肉厚が薄くなる場合があり強度上問題となる。したがってこの設計値からのずれ(以下偏心量と云う)の影響も調べるため、冷却孔の偏心量を数種類変えて熱的強度を検討した。

5.1 タービン翼縦断面の温度分布と熱応力

冷却タービン翼の翼弦中央を通る縦断面を図9に示すように三角要素に分割した。要素数779, 節点数515である。本節では翼根部に重点をおいて検討することを目的としたので翼部の冷却孔は無視した。なお本節のタービン翼縦断面は以前著者等が行なった三次元光弾性試験による遠心応力解析³⁾に使用したスライス片と同形状のものであり、これに本報の解析法を適用し、熱応力の面でさらに検討しようとしたものである。

本節の計算では熱の境界条件として翼の外表面および空気通路の内表面の温度(設計値)を指定し、断面に垂直方向は断熱とした。また熱応力計算には平面ひずみを仮定した。

図10 a) に温度分布の計算結果を示す。空気通路上部の温度勾配が激しい。図10 b) は熱応力の結果である。

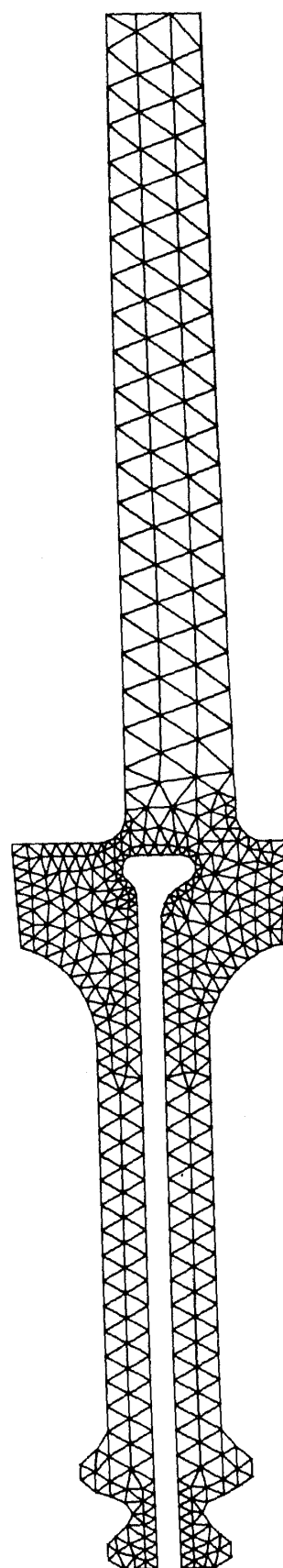


図9 縦断面の要素分割

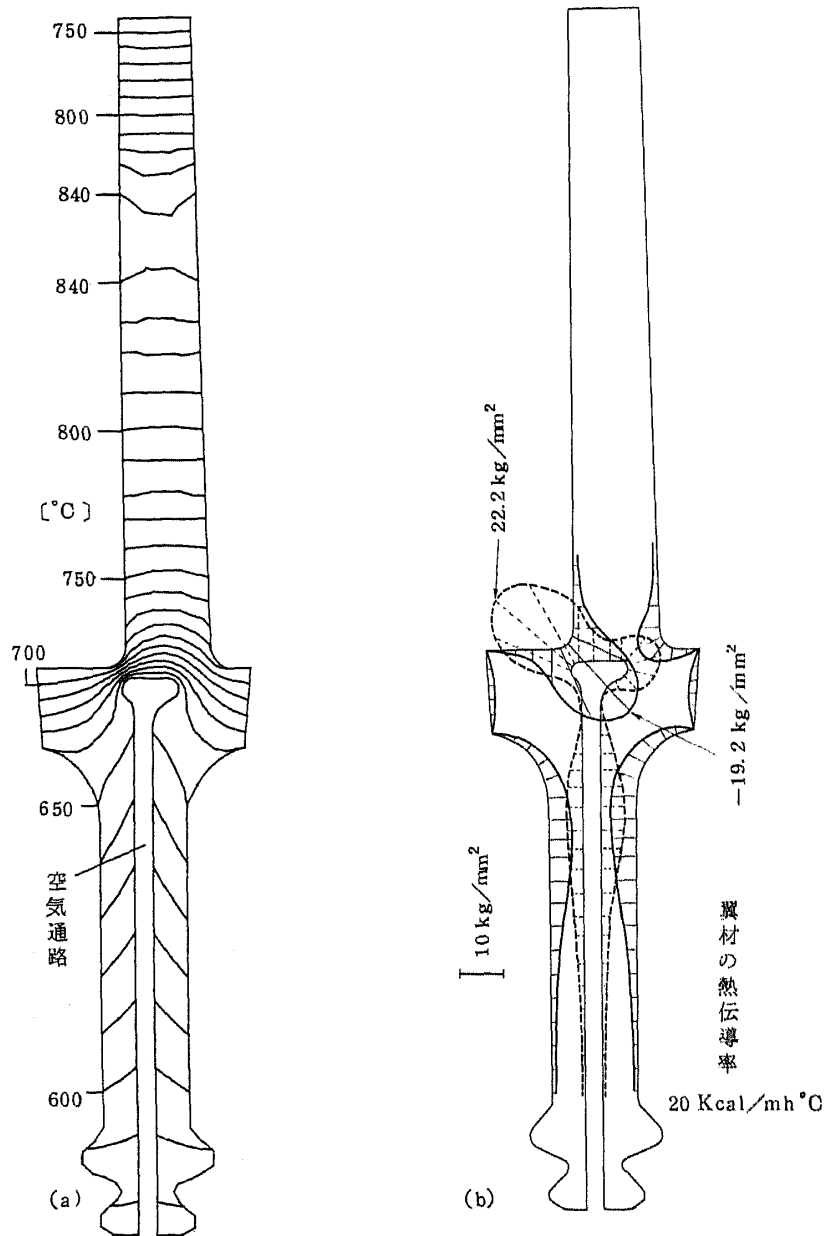


図10 縦断面の温度分布と熱応力

なお計算に使用した材料定数は以下に示すようにヤング率 E および線膨張係数 α を温度 T の関数として使用した。

〔材質； 耐熱合金 IN 100〕

$$\left. \begin{aligned} E &= 22,140 - 7.66 T \text{ kg/mm}^2 \\ \alpha &= (12.99 + 0.00284 T) \times 10^{-6} \\ \nu &= 0.3 \text{ (一定)}, \lambda = 20 \text{ Kcal/mh}^\circ\text{C} \end{aligned} \right\} (24)$$

図10より明らかなように熱応力の最大値はT字型空気通路上部に生じ 22.2 kg/mm^2 である。一方三次元光弾性による遠心応力解析³⁾の結果は同位置において 24.2 kg/mm^2 であった。したがって両者が同時に作用すると、 46.4 kg/mm^2 となる。この値は耐熱合金 (IN 100) の

クリープ強度 (700°C , 60 kg/mm^2 , $10,000 \text{ h}$) より小さいが無視できる大きさではない。

5.2 タービン翼横断面の定常温度分布と熱応力

実機では翼の前後縁に近い冷却孔内周およびその近傍の翼表面が熱的にも応力的にも厳しいことが予想される。実際、実機翼の破損例として翼の前縁または後縁にき裂が生じた例が報告されている。⁸⁾しかしその実例の場合は主として翼のスパン方向の応力に起因していて、本節で対象とする横断面内の応力はそれとは直角方向をなすので破損に対して二次的な影響しか及ぼさないであろう。特に翼後縁部は前縁部に比較して翼厚が薄く、スパン方

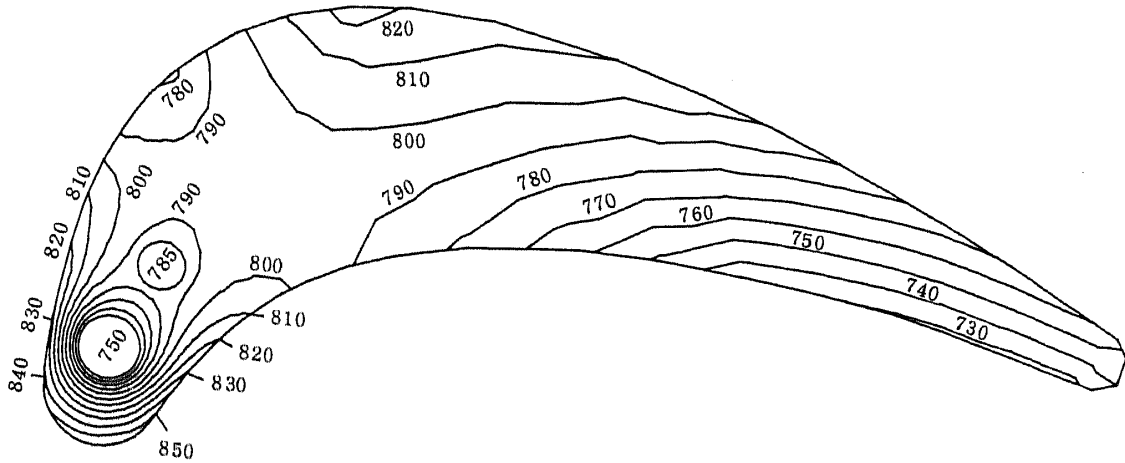


図 11 タービン翼横断面の定常温度分布

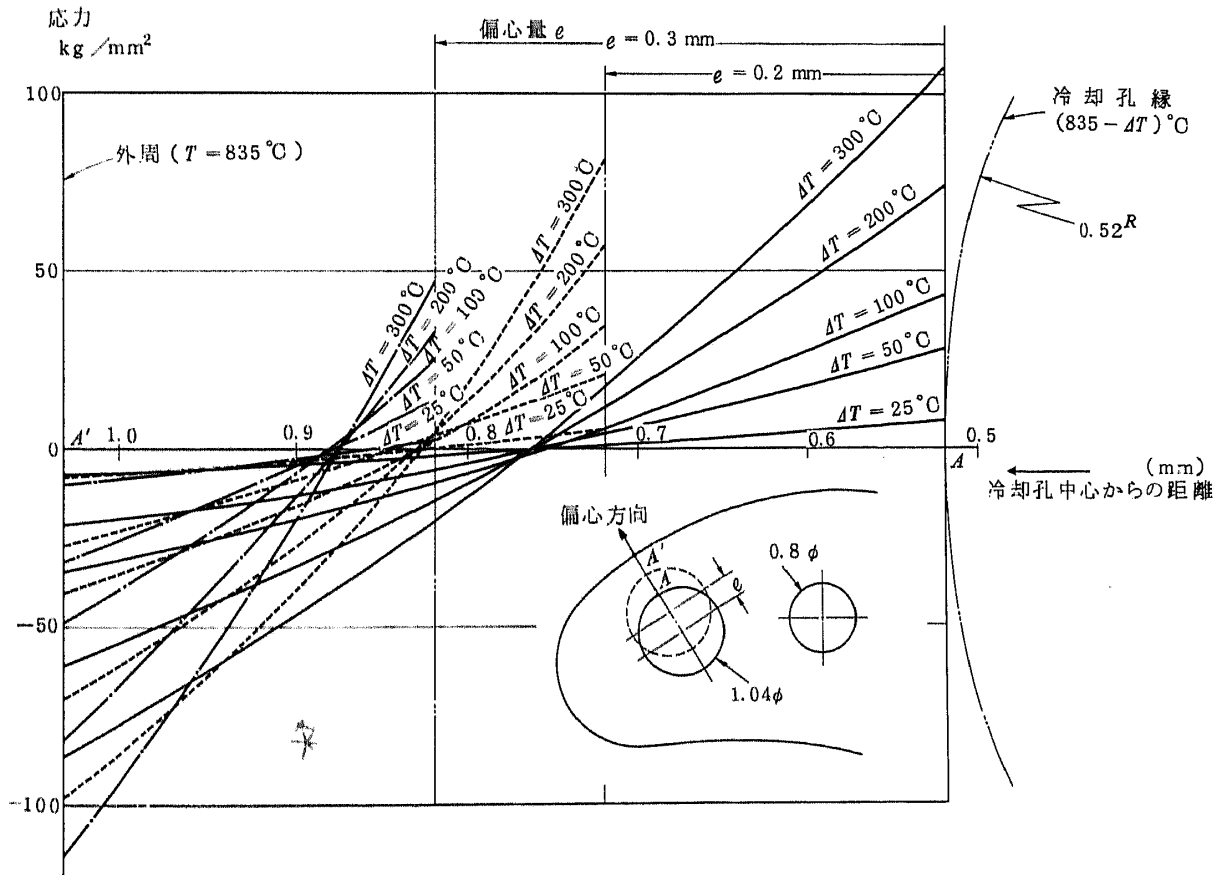


図 12 翼前縁に近い最小断面上の熱応力分布

向の応力は高くなるが、それと垂直な横断面内の応力は小さいので断面内の応力を問題とする場合は翼後縁を軽視してもよさそうである。一方前縁部は翼厚も厚くその近傍には冷却孔が設けられているので、断面内の温度勾配が厳しくなり面内の応力が高くなることが予想されるので、翼横断面を解析の対象とする場合、翼後縁よりむしろ前縁での熱応力に重点をおく方が得策である。したがって本節では翼前縁付近の冷却孔2個を含む横断面を対象として面内の定常温度分布および熱応力を計算した。熱の境界条件として、翼表面および冷却孔周囲の翼材温度 T_b , T_c (冷却孔の周囲に沿って一定) を与えた。計算例は $T_b = 835^\circ\text{C}$ として T_c を数種類変えた場合について示した。

計算結果の一例として冷却孔が設計位置にある場合の定常温度分布を図11に示す。この温度分布をもとにして計算した熱応力分布を図12に示す。この図は翼前縁に最も近い冷却孔(以下第1冷却孔と云う)と翼背面とを結ぶ最小断面(図12のAA'断面)内の垂直応力分布を示したものである。図の横軸は第1冷却孔中心からの距離を表わし、AA'点の温度差 ΔT をパラメータとして図示した。図中の破線および一点鎖線はそれぞれ冷却孔の偏心量 $e = 0.2\text{ mm}$ および 0.3 mm の場合である。図から明らかかなように偏心量 e と温度差 ΔT がともに大きくなるとAA'点の応力はかなり大きくなる。しかし実機エンジン作動時の ΔT はせいぜい $10 \sim 20^\circ\text{C}$ と推定されるので定常時の応力はあまり大きくない。

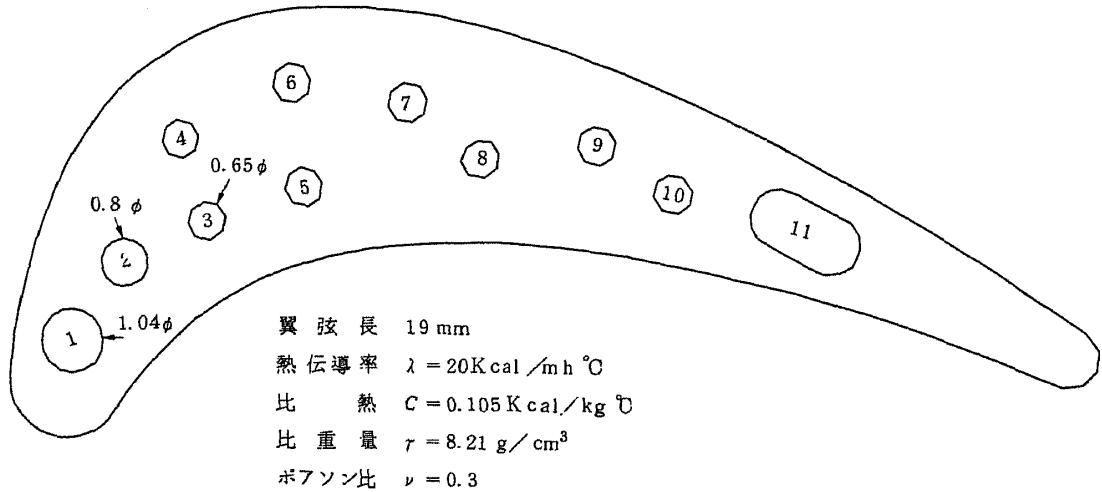


図13 翼横断面(スパン中央)

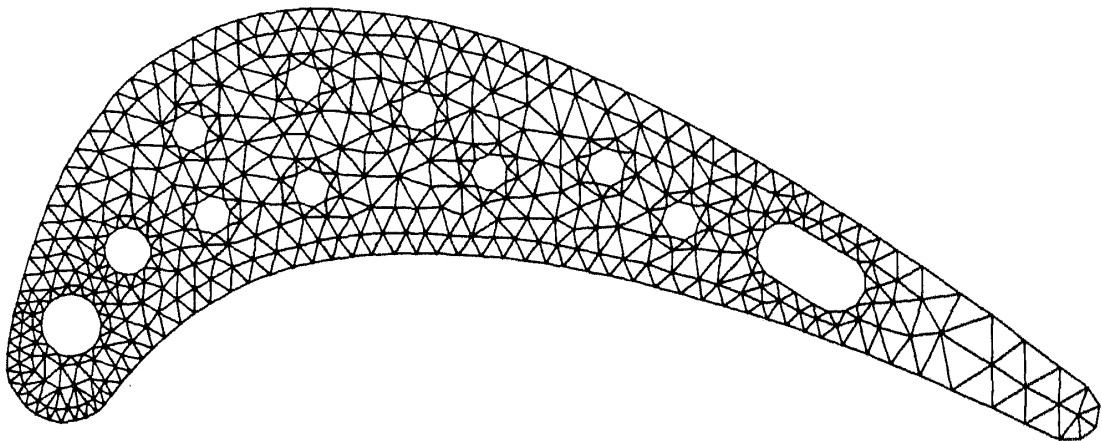


図14 翼横断面の要素分割

5.3 タービン翼横断面の非定常温度分布と熱応力

翼断面の非定常温度分布を求めるとき、前節のように翼材表面温度を境界条件として計算する方法は、翼材表面温度が瞬時的 ($t=0$) に定常値に達し、それから徐々に内部の温度が上昇して定常値に近づくことになり、このような温度変化は非現実的であろう。したがって本節では境界条件として翼表面と冷却孔内面の熱伝達率を与え、翼表面に接する作動ガスの温度がステップ状に変化するものと仮定して計算した。なお作動ガスの温度変化は実際はステップ状ではなくある程度過渡的な変化をするが、ここでは強制的に厳しい条件を与えて計算するためにステップ状の温度変化を採用することとした。

対象とした翼断面および要素分割図を図13、図14に示す。第1第2冷却孔付近の分割は細かくし、他は粗くした。冷却孔の大きさ、個数等は実機と同一である。翼表面および冷却孔内面の熱の境界条件は図15に示す。

ただし、断面に垂直方向は断熱と仮定した。また作動ガスおよび冷却空気の温度はそれぞれ 973.5°C および 590°C (設計値) と仮定した。なお作動ガス温度は翼表面全域で一様と仮定したが実機エンジン作動時の温度は一様ではない。しかし本報では第1冷却孔付近に重点をおいて検討することを目的としているので、翼表面のガス温度として翼前縁部の設計温度を使用することにした。

以上の境界条件のもとに面内の温度分布を計算した。結果を図16に示す。1)は定常 2)は非定常温度分布である。図中 Δt は非定常の時間きざみ、 t は加熱後の経過時間である。図17は第1冷却孔が偏心した場合の定常、非定常温度分布を示す。以上の温度分布をもとにして引続き熱応力を計算した。熱応力分布の一例として図18に等主応力線図を示す。図から明らかなように翼前縁付近の第1、第2冷却孔周辺の応力が高い。したがって以下では第1冷却孔付近に重点をおいて調べることにし、あわせて冷却孔が設計位置から偏心した場合について検討する。

図19は第1冷却孔周辺と翼表面の一部について、定常および非定常熱応力分布を示したものである。1)は設計値の場合、2) 3) 4)はそれぞれ第1冷却孔が偏心した場合である。図の冷却孔の位置は設計位置に描いてある。図から明らかなように冷却孔の偏心が大きくなるにしたがって孔縁の最大応力は上昇し、発生場所も変化する。ここで非定常熱応力の時間に対する変化を明確にするため翼前縁付近の代表点について調べる。図20は①~⑤の点の温度および熱応力の変化を示したものである。これは冷却孔が設計位置にある場合であり、図の左半分は翼が急激に加熱されてから定常状態になるまでの変化を表

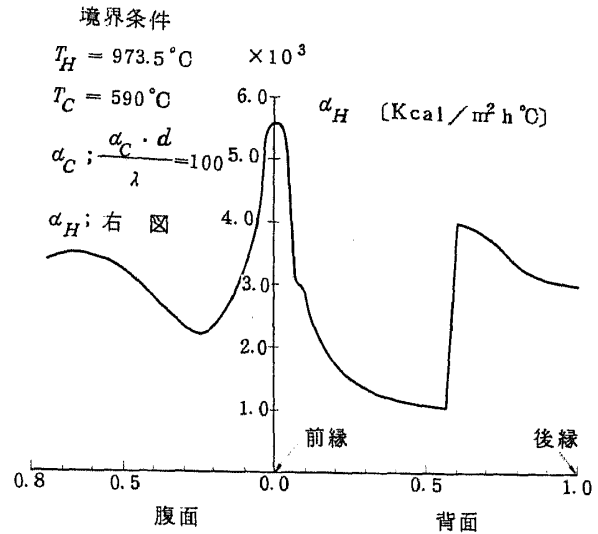


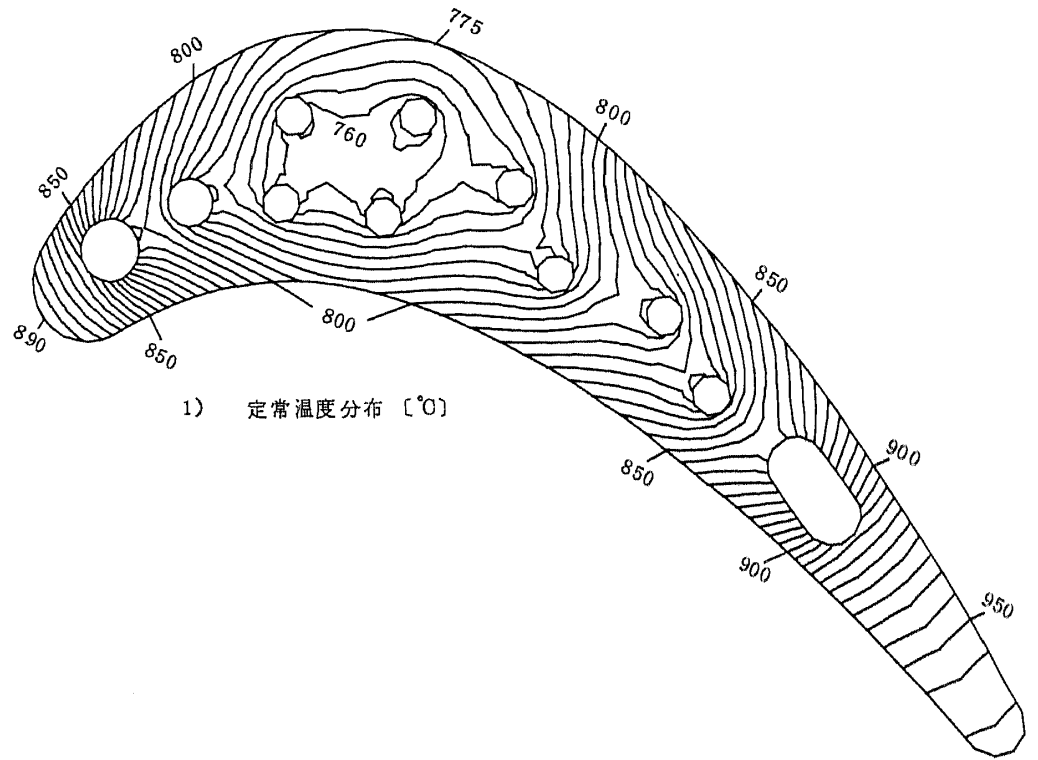
図15 熱の境界条件および翼表面の熱伝達率分布⁹⁾

わし右半分は冷却の場合である。図21は第1冷却孔が 0.4 mm 偏心した場合の同様の变化を示したものである。非定常の場合定常時の応力よりも大きくなり、加熱・冷却時とも 0.1 秒前後経過した時最大応力を発生し、その後徐々に定常値に近づく。また、冷却孔が偏心して翼表面・冷却孔縁間の肉厚が減少すると最大応力は上昇する。そして加熱と冷却とは熱応力の符号が換わる。したがってエンジンの作動・停止の過程でタービン翼は引張り・圧縮のくり返し応力を受けることになる。冷却孔が設計位置にある場合のくり返し応力の最大振巾 (17.5 kg/mm^2) はあまり大きくないが、冷却孔の位置が偏心すると (0.4 mm のとき 31.5 kg/mm^2) 大きくなる。この応力振巾は翼材の温度が高温であることを考慮すると決して小さくない。

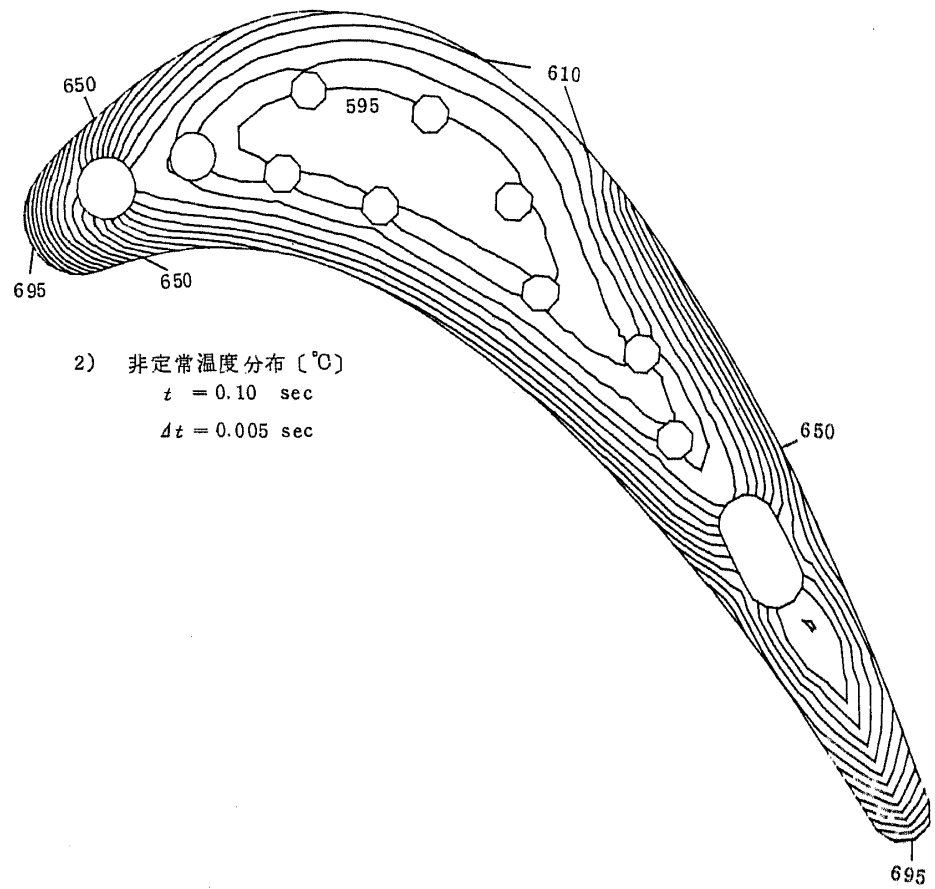
実機タービン翼の破損例として、実機試験中何回かのくり返し運転を行なった結果、翼表面が陥没した例があり、事後調査の結果冷却孔の偏心により生じたものと判断され、その後実機に組込む前に冷却孔の偏心の有無を検査し、特に偏心の大きい翼を除外して試験した結果先に述べた翼表面の変形は生じていない。

6. タービンディスクの温度分布と熱応力

作動中のタービンディスクは翼からの熱伝導および作動ガスからの熱伝達によって外周部は高温となるのに対して、内周部は圧縮機から導びかれる比較的低温の空気におよわれているのでディスク内・外周間に温度差を生ずる。この温度差を厳密に求めるためにはディスクの内周および表面の熱的境界条件を正確に知る必要がある。



1) 定常温度分布 [°C]



2) 非定常温度分布 [°C]
 $t = 0.10$ sec
 $\Delta t = 0.005$ sec

図 16 翼断面内の温度分布 (偏心率 $e = 0$)

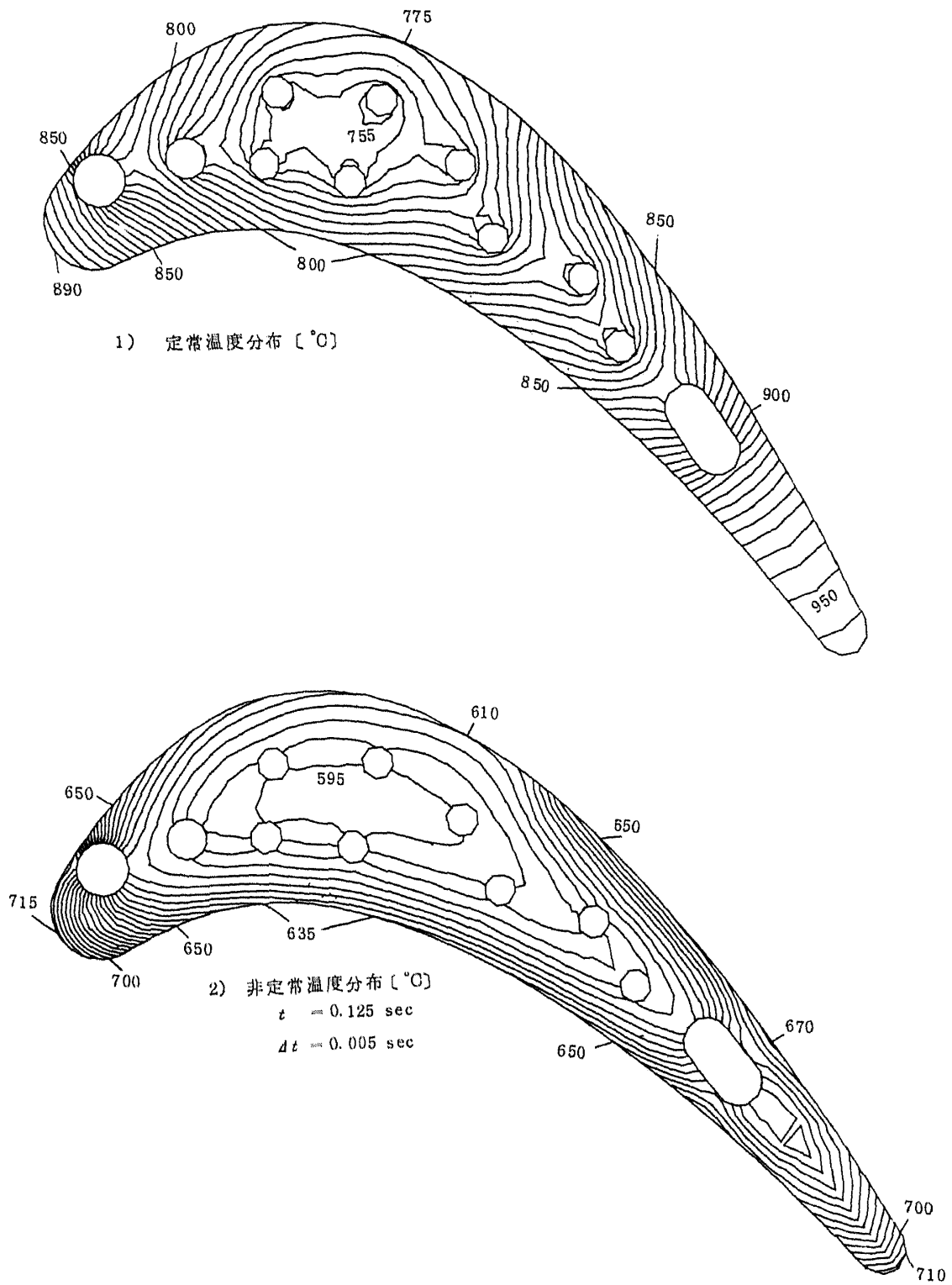


図 17 翼断面内の温度分布 (偏心量 $e = 0.4 \text{ mm}$)

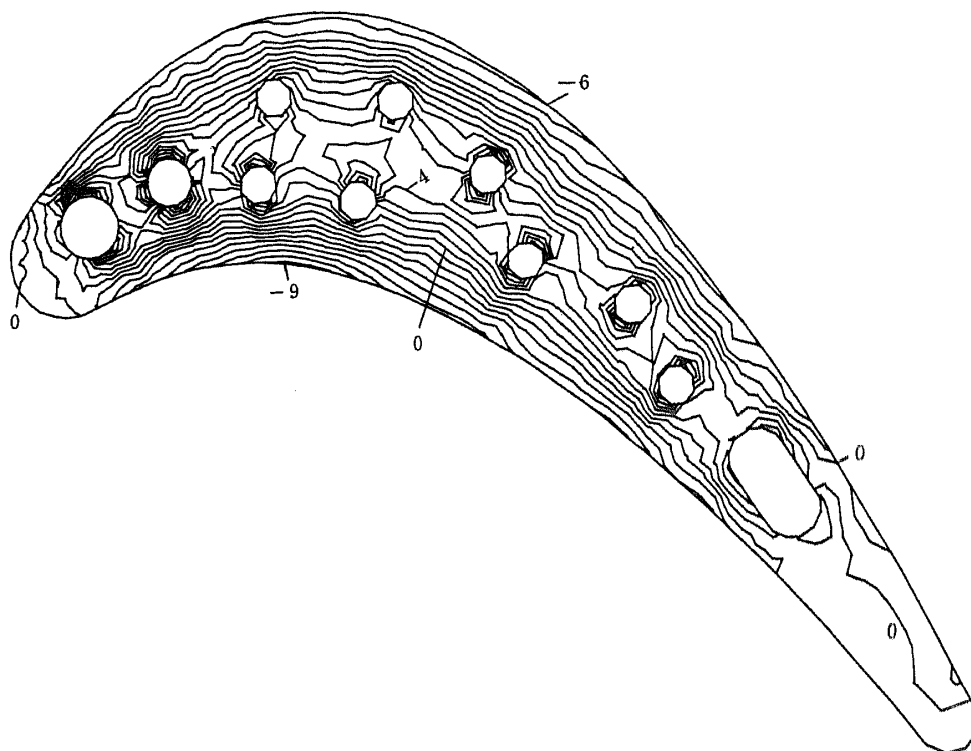


図 18 定常熱応力分布 [kg/mm²]

しかし実機ディスクの外周には複雑なクリスマスツリー型結合方式で翼が取付けられていて、外周部の境界条件を実機通りに与えることは非常に困難である。仮りに翼結合部の形状を実機と同一にして解析するにしても熱の境界条件はある程度推測にもとづいた値を採用せざるを得ない。したがって本計算ではタービンディスクを「外周に翼の遠心力を均等に受ける回転円板」とモデル化して解析した。なお熱の境界条件としては、外周に接する流体の温度、翼からの熱伝導を考慮した熱伝達率、ディスク内周および表面の流体温度、熱伝達率などを与えた。

また本報で対象としたタービンディスクには図22に示すように内外周の中間にコーン型のシャフトを結合するためのボルト穴が設けられていて、この穴縁の応力集中は回転のみの場合でもかなり大きくなる。⁴⁾ その上さらに熱応力がかわると一層強度的に厳しくなることが予想される。したがって本報ではこのボルト穴縁の応力集中に重点をおいて検討することにした。

計算に使用した要素分割を図23 1), 2) に示す。1) は平面の分割 2) は断面の分割図である。1) の各三角要素の厚さは 2) の断面形状の厚さ分布から求めた。

熱の境界条件は図22に示すとおりである。ここで翼材

の熱伝導率は 20 Kcal/hm²°C とし、ディスクの厚さ方向の温度勾配は無いのと仮定した。

図23 1) の分割図はディスク内の応力を平面応力と仮定してボルト穴周辺に重点をおいた計算に使用し、2) は軸対称応力計算に使用した。光弾性回転試験⁴⁾ によればボルト穴の有無による応力分布の相違はボルト穴のごく近傍に限られていて、穴径の2~3倍離れた位置では穴の影響はほとんどなくなる。ただしこのことはディスクの直径と穴径との比あるいは穴の個数などとも関係があり一概に断定できないが、本報で対象としたディスクに関しては上述の結論を適用できる。したがって板厚が変化するディスクの応力を平面応力と仮定して計算することの適否の判定は平面応力と軸対称応力の計算結果をボルト穴から離れた位置で比較すれば確認できる。この確認を行なうための計算結果を図24に示す。図の実線は軸対称応力、破線は平面応力である。それぞれ円周方向の応力 σ_θ および半径方向の応力 σ_r の分布を示す。ただし軸対称応力は断面図の中心線上(図22の D_1, D_2) の応力である。この図からボルト穴の近傍を除いた位置では両応力の差はほとんど無いことがわかる。したがって本章で対象とするディスクの応力を求める場合、ディス

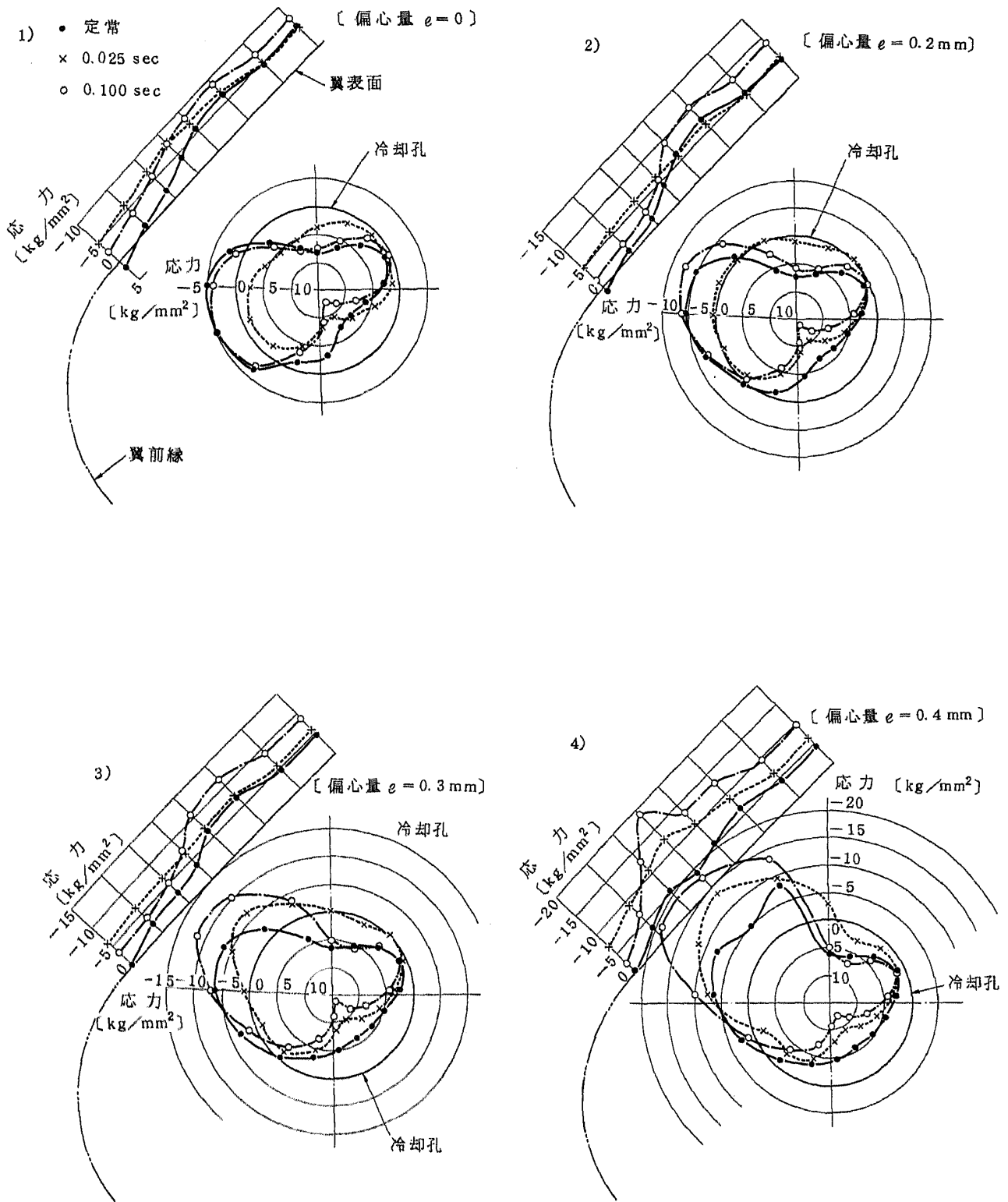


図 19 第 1 冷却孔付近の熱応力分布

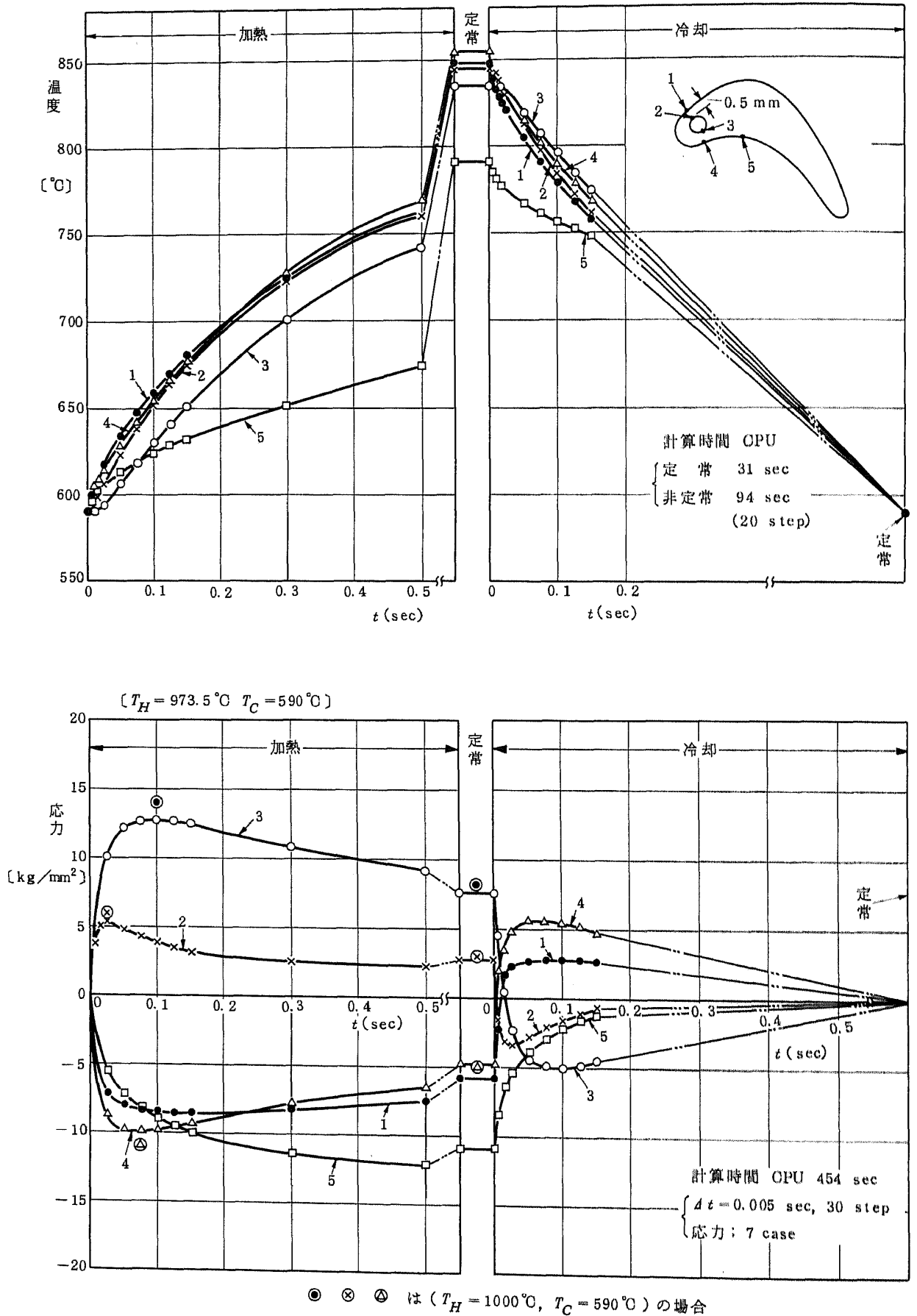


図 20 翼前縁付近の非定常温度および熱応力〔偏心量 $e = 0$ 〕

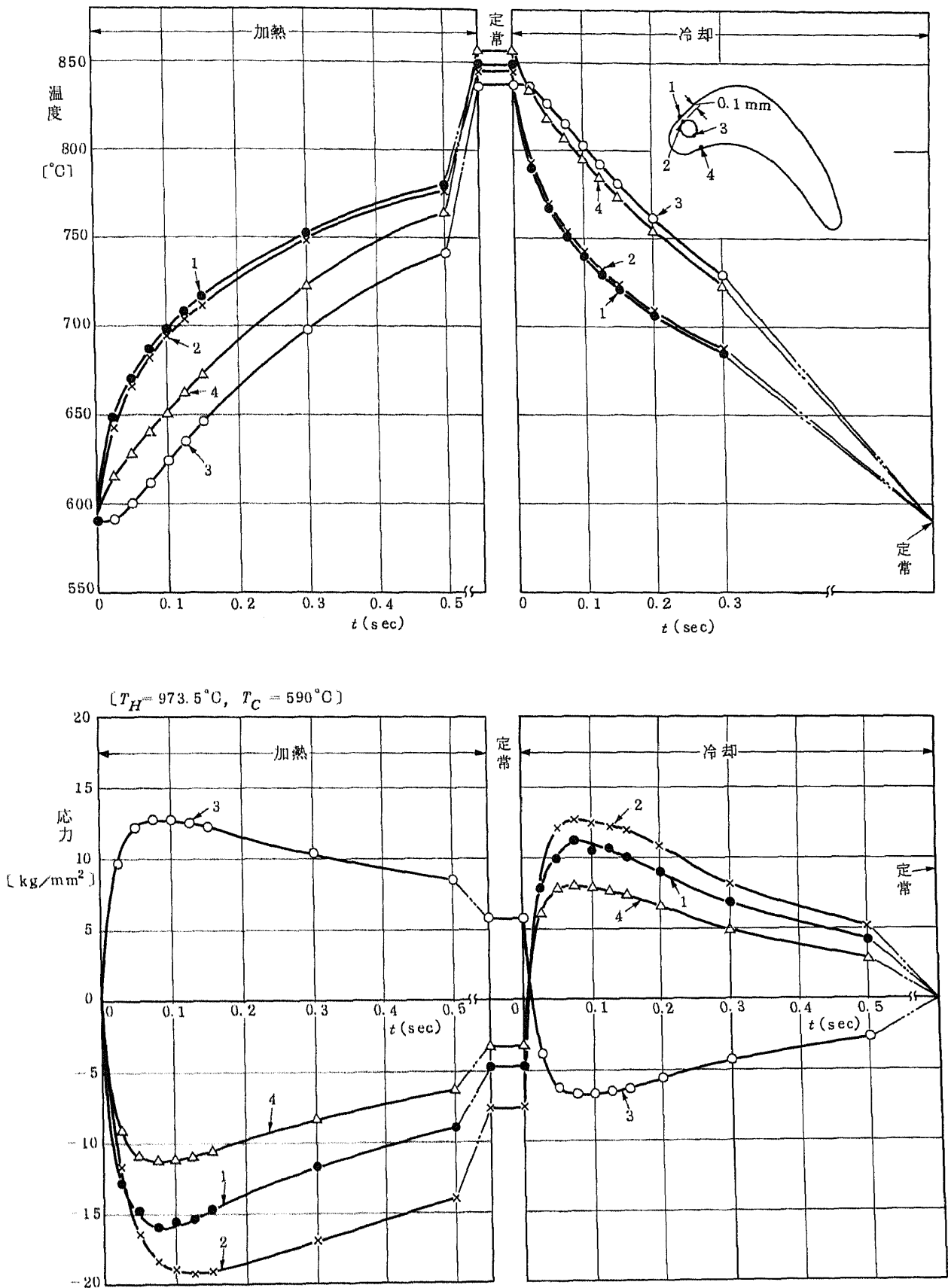


図 21 翼前縁付近の非定常温度および熱応力〔偏心量 $e = 0.4 \text{ mm}$ 〕

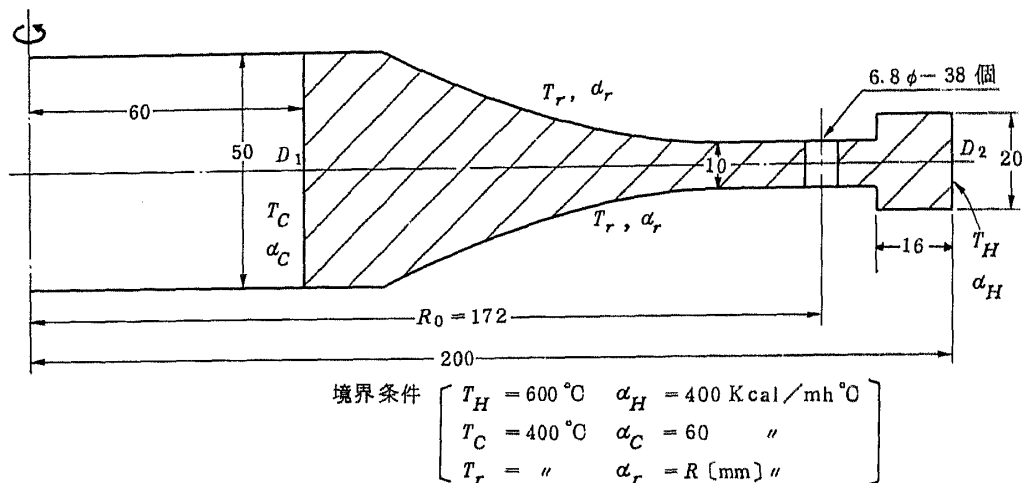
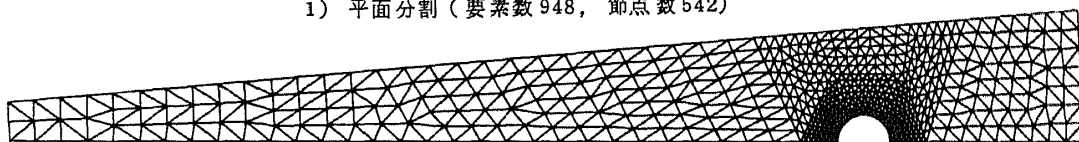


図22 ディスク断面および熱の境界条件

1) 平面分割 (要素数 948, 節点数 542)



2) 断面分割 (要素数 432, 節点数 277)

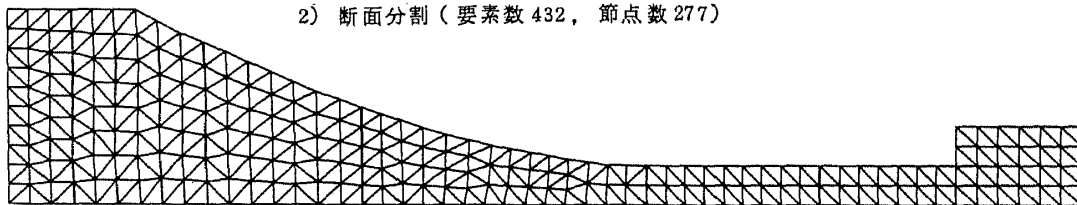


図23 タービンディスクの要素分割

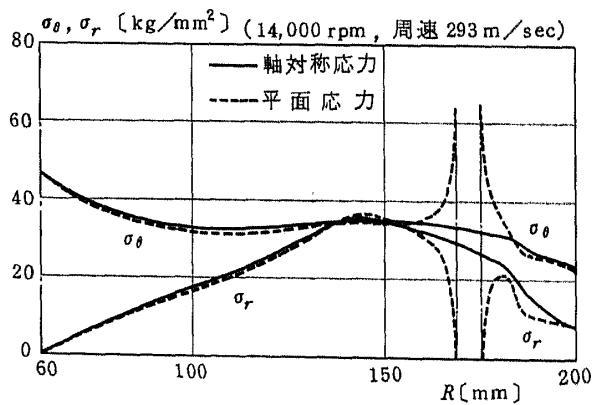


図24 ディスクの回転応力分布

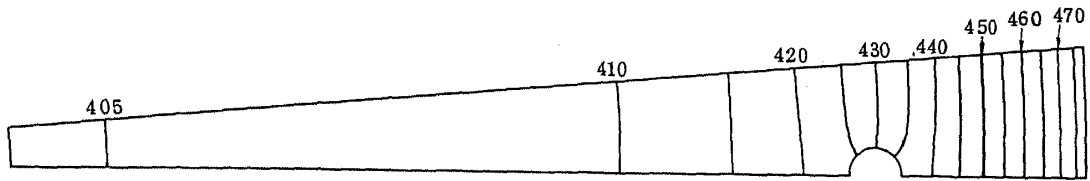


図25 定常温度分布 [°C]

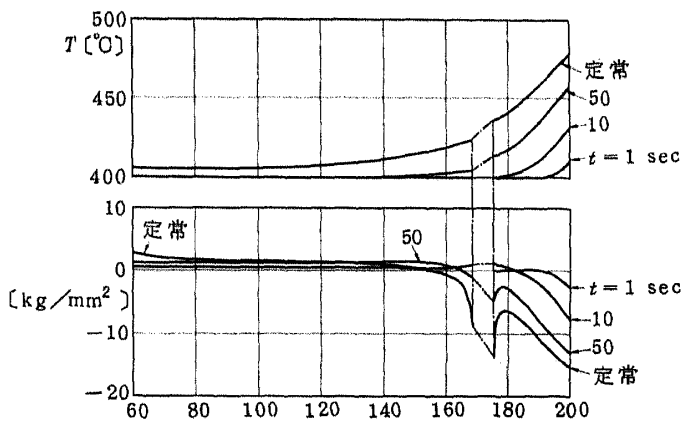


図26 非定常温度分布と熱応力

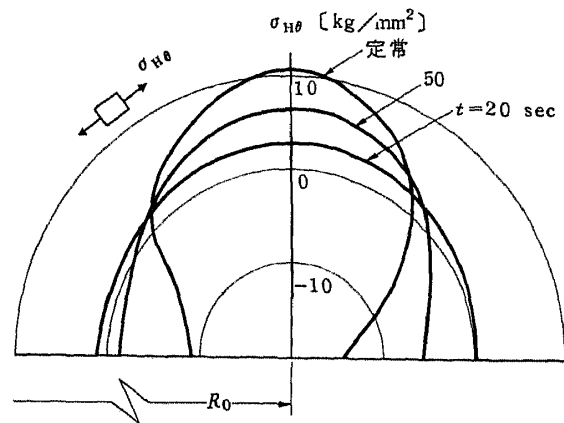


図27 偏心円孔縁の非定常熱応力分布 (加熱)

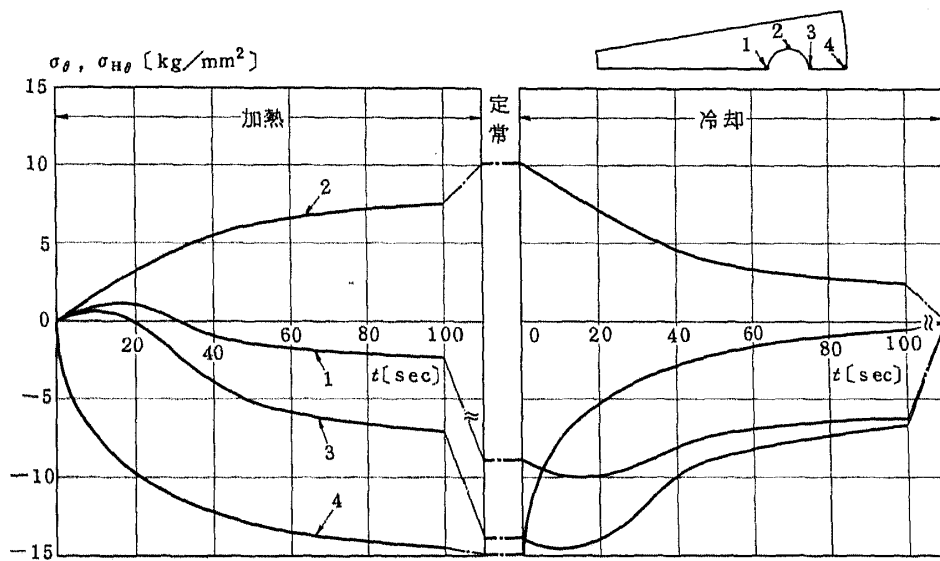


図28 非定常熱応力変化

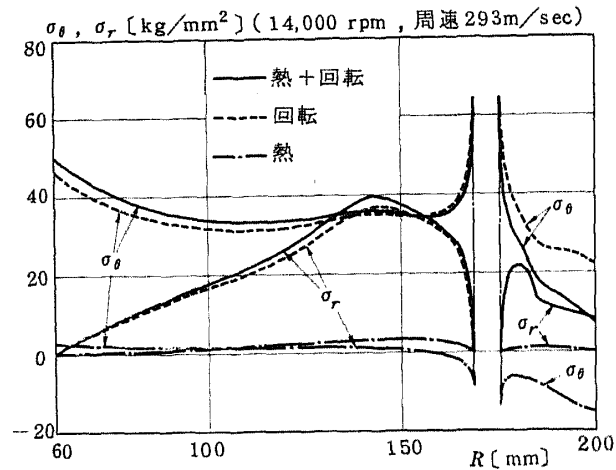


図29 ディスクの応力分布

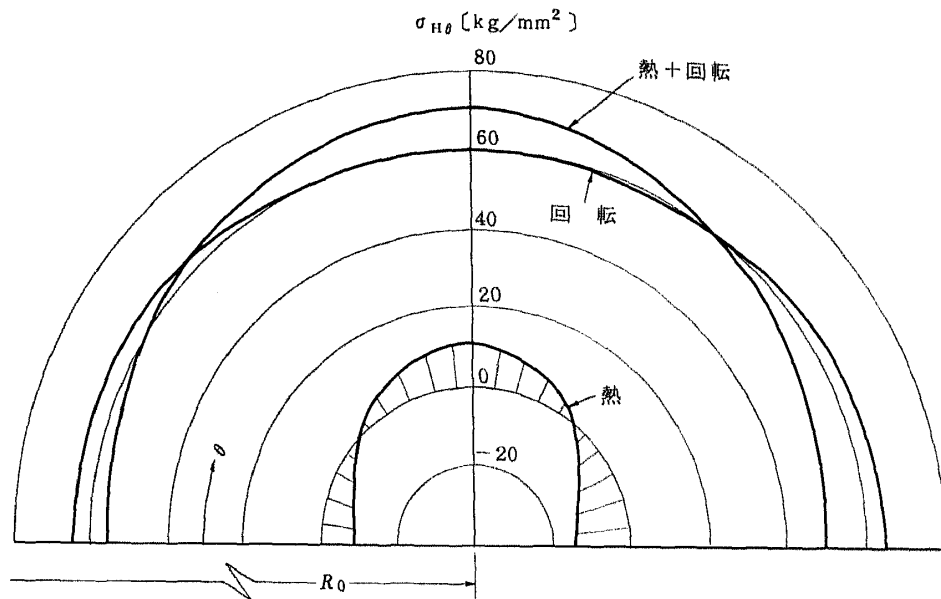


図30 偏心円孔縁の応力分布

クの厚さ分布を考慮しておけば平面応力と仮定して計算してもよいと云える。

図25にディスクの平面要素分割(図23, 1))を用いて計算した定常温度分布の結果を等温線図として示す。図26はディスク内のボルト穴中心を通る半径上の温度分布および熱応力分布である。穴縁の応力は加熱10秒後から急激に変化している。図27はボルト穴縁に沿う応力 $\sigma_{H\theta}$ の分布である。熱応力の絶対値は定常状態に達したとき

最高となる。以上のようにボルト穴縁の応力は時間とともに変化するので、ここでディスク内の代表点について時間に対する熱応力の変化を表わすと図28のようになる。図の左半分は加熱時、右半分は冷却時の応力変化を表し、中央は加熱定常時の値である。

図29は回転作動時の定常状態における熱応力および回転応力の分布である。破線および一点鎖はそれぞれ回転応力および熱応力分布を表わし、実線は両者の和である。

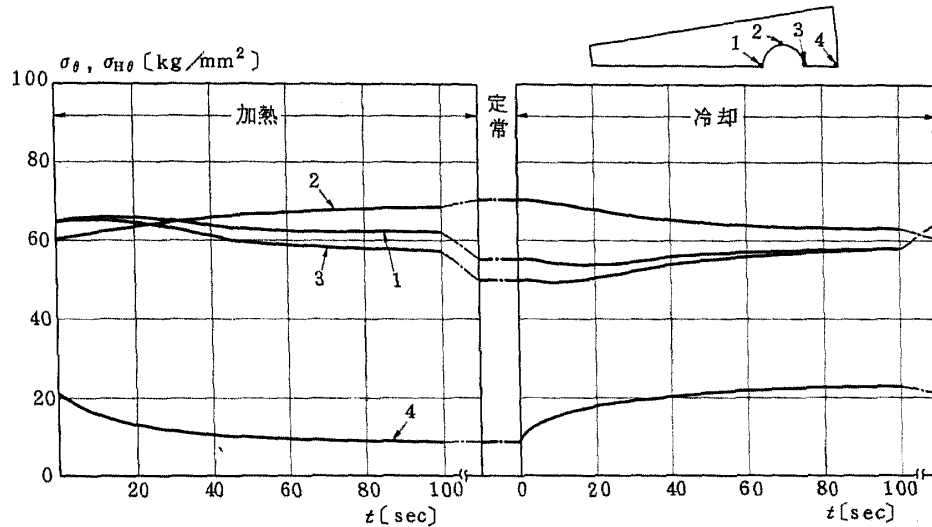


図31 ディスクの非定常応力(回転+熱)

なお外周上の半径方向応力 $\{\sigma_r\}_{R=200}$ ($= 8.09 \text{ kg/mm}^2$) は翼の遠心力から算出した平均応力である。図30にボルト穴縁の応力分布を示す。図中の熱応力分布は定常時の場合である。図から明らかなように回転応力の最大値は直径線上に生じ 65 kg/mm^2 であるが、これに熱応力が加わると $\theta = 90^\circ$ の位置に $72. \text{ kg/mm}^2$ の最大応力を生ずる。図31にディスク内の代表点の加熱および冷却時における非定常応力(回転+熱)の変化を示す。

以上の結果から明らかなように穴縁の最大応力に対する熱応力の影響は比較的少ない。この理由は穴縁における回転応力と熱応力の分布を比較すると明らかになる。すなわち回転、熱両応力の最大値が生ずる位置が異なること、および回転応力は穴縁上で総て引張り応力となるのに対して熱応力は $\theta = 0^\circ$ 、 $\theta = 180^\circ$ 付近では圧縮応力が生ずることなどによって両者が同時に作用しても穴縁の最大応力はあまり増加しない。

ただし以上の結論は本報で対象したディスクに関してのみ云えることであって、例えば、ボルト穴の大きさ、位置、個数などが異なるディスクに関しては適用できないこともあり得る。

以上の事柄をボルト穴縁の最大応力軽減の観点から定性的に述べると次のようになる。

通常タービンディスクに課せられる熱的条件は強度以外の諸条件から決まる場合が多いので、熱応力の発生を防ぐことはできないし、また熱応力の分布を任意に変えることも困難である。一方回転応力分布はボルト穴に関する諸元(ボルト穴の大きさ、位置、個数)を適当に選

ぶことによりある程度任意に変えることができる⁴⁾。したがって熱、回転両応力の和が最低になるようにボルト穴の大きさ、位置、個数等を決めれば、熱応力の影響をある程度少なくすることができる。

7. あとがき

有限要素法による二次元温度分布計算プログラムを作成し、これを用いてタービン翼およびディスクの二次元温度分布を求め同時に熱応力を計算した。

タービン翼では、翼の縦横断面を対象として面内の非定常熱応力を求めた。その結果翼根部の冷却空気通路の曲辺部および翼前縁に近い冷却孔周辺の熱応力が高く、特に航空機の発進・停止にともなう非定常熱応力は引張り・圧縮のくり返し応力となり、冷却孔周辺の強度にかなり影響をおよぼす。そして冷却孔の工作精度は上述のくり返し応力の大きさを左右するので翼の耐久性向上のためには高い工作精度が要求される。

タービンディスクに関しては偏心円孔縁に重点をおいて回転・熱応力を計算したが、対象としたディスクに関する限り熱応力の影響は少なく、強度上は安全であることが確認された。

最後に、本研究について始終御検討いただいた、当所の松木原動機部長、鳥崎航空機公害研究グループ総合研究官ならびに伝熱計算に関して有益な御助言をいただいた原動機部の能瀬室長に謝意を表します。

文 献

- 1) 吉田豊明, 松木正勝; 空冷タービン翼の非定常熱応力軽減について, NAL TR-364, 1974
- 2) 松末勝利, 橋本良作, 米内山誠; 冷却タービン翼根部の二次元光弾性試験, NAL TM-276, 1975
- 3) 吉田豊明, 松末勝利, 高原北雄, 橋本良作; 三次元中空光弾性模型の製作法と冷却タービン翼の遠心応力解析, NAL TR-427, 1975
- 4) 松末勝利, 長松昭男, 橋本良作, 米内山誠; 多数の偏心円孔を有する回転円板の応力, NAL TR-390, 1974
- 5) O. C. Zienkiewicz & Y. K. Cheung ; 吉識訳, マトリックス有限要素法, 培風館, (昭和45年)
- 6) Carslow & Jaeger ; Conduction of Heat in solids, Oxford 2 nd ed. 1959
- 7) 武内洋一郎, 熱応力, 日新出版(昭和46年), p.79
- 8) James R. Johnston , Performance of Several Cast Nickel - Base Alloys AS Turbojet-Engine Bucket Materials. NASA TND-1318 , 1962
- 9) 西村英明, 白井弘; Green 関数を二次元ラプラス方程式に適用した解法による冷却タービン翼の温度分布の計算, NAL TR-297, 1972

航空宇宙技術研究所報告481号

昭和51年12月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182
印刷所 株式会社 共 進
東京都杉並区久我山4-1-7(羽田ビル)
