

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-501

亜音速および遷音速における二次元振動翼面上の
非定常圧力分布の測定

柳 沢 三 憲 ・ 菊 地 一 雄

1977 年 5 月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

亜音速および遷音速における二次元振動翼面上の 非定常圧力分布の測定*

柳 沢 三 憲**・ 菊 地 一 雄**

Measurements of Unsteady Pressure Distributions on an Oscillating Two-Dimensional Airfoil in Subsonic and Transonic Flow

By Mitsunori YANAGIZAWA
and Kazuo KIKUCHI

ABSTRACT

The unsteady pressure distributions on an oscillating two-dimensional airfoil have been measured in the regions of subsonic and transonic flow, a Reynolds number range from 0.4×10^6 to 2.0×10^6 and a reduced frequency range from 0.01 to 0.1.

Results of the experimental investigation are compared with those obtained by use of an incompressible theory and a doublet lattice method based on the lifting surface theory in the all Mach number ranges.

In the subcritical regions the correction matrices to account for differences in the experimental and theoretical values have been calculated. In the supercritical regions the pressure deviations from the theoretical values due to the periodical motion of the shock are discussed and illustrated.

Results, which are presented for supercritical flow with or without the shock, show that the transonic similarity law is valid in the unsteady reduced lift curve slope.

1. ま え が き

翼のフラッタ計算およびフラッタ制御系の応答の計算等に簡単なため二次元非定常空気がよく用いられる。これらの空気力は非圧縮流中ではTheodorsenにより翼面と後流に渦を仮定した厳密解¹⁾が求められた。亜音速流ではReissnerにより楕円座標に変換した微分方程式にMathieu関数を適用して解かれている²⁾。しかし最近、航空機の巡航速度が高く臨界マッハ数近くで飛行するようになり、特に遷音速域ではフラッタ速度が小さくなる現象のためこの領域の非定常空気が問題にされる

ようになった。この領域の理論的な解析は徐々に発表されている。例えば高亜音速域でNixonは翼の厚みを考慮した計算を行ない³⁾、また磯貝は厚みによる非線型効果を局所マッハ数を導入することにより近似計算を行なった⁵⁾。 $M \simeq 1$ ではStahara, Spreiter⁴⁾、磯貝等により遷音速線型化理論を用いて円弧翼の厚みの影響を考慮した空気を求めている。しかし、これらはいずれも翼面上の衝撃波の効果は考慮されていない。Coupryは翼面上の衝撃波の平均的な位置を中心に調和振動しているような衝撃波を仮定し非線型理論と組合せてこの効果を求めている⁶⁾。Ehlersは非定常と定常の速度ポテンシャルを分けて、定常解を用いて非定常ポテンシャルを表すと線型方程式になることを利用し、これに差分法を適用して解析

* 昭和52年4月5日 受付

** 空気力学第一部

を行なった⁷⁾。最近では Magnus⁸⁾, Laval⁹⁾ 等により差分法を用いて遷音速域において翼面垂直衝撃波が存在する場合の非定常圧力分布を求めた。

超音速域では Garrick により線型方程式に Source pulse 法を用いて非定常空力係数が求められた¹⁰⁾。また Van Dyke は翼の厚み分布の影響を考慮した非線型方程式を解き非常に良い結果を得ている¹¹⁾。

Possio は加速度ポテンシャルを積分した形で圧力分布と吹下しの関係を核関数の形で導き出した。同様な方法で Watkins は非圧縮、亜音速流、音速流および超音速流における核関数を求めている^{12,13)}。

従来、揚力係数やモーメント係数の形でこれらの理論と実験値が比較されたが、直接非定常圧力分布の形で各マッハ数領域について比較した例は非常に少ない。この報告では Watkins の求めた核関数にダブレット格子法を適用し、全マッハ数領域の圧力分布を計算し、実験値との比較を行なった。また亜音速領域では非圧縮流中の解析解の内の theodorsen 関数に相当する F と G の値を実験的に求めることにより修正マトリックスを計算した。

2. 記 号

a ; 回転中心の位置

b ; 半翼弦長

c ; 翼弦長

c_p ; 静的圧力係数

$\Delta c_{pa} = c'_{pa} + i c''_{pa}$; 動的圧力係数

f ; 振動数

$k = \frac{\omega b}{U}$; 無次元振動数

$L = 2 q c (l_a + i 2 k l_a) \alpha e^{i\omega t}$; 揚力

$M = 2 q c^2 (m_a + i 2 k m_a) \alpha e^{i\omega t}$; モーメント

M ; マッハ数

P ; 静圧

ΔP ; 変動圧力の振幅

P_0 ; よどみ点圧力

$q = \frac{1}{2} \rho U^2$; 動圧

t ; 時間

U ; 流速

x ; 流れ方向の座標

$x_0 = x - \xi$

$Y'(x)$; 翼型の表面傾斜

α ; 迎角

θ ; $x = \cos \theta$

ρ ; 空気密度

ω ; 角振動数

添字

+

 ; 翼模型の上面

-

 ; 翼模型の下面

3. 非定常圧力の定義およびデータ処理

二次元翼が回転中心軸のまわりに図 1 のように迎角 α で調和振動している場合翼面上の一点 A における圧力 P を考える。迎角と圧力はそれぞれ次の式で表わされる。

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1 e^{i\omega t}$$

$$P = P_{A+} + \Delta P_{A+}$$

$$\Delta P_{A+} = \frac{1}{2} \rho U^2 \alpha_1 \overline{\Delta c_{pa+}}$$

非定常圧力係数は Fourier 級数で展開した形で表わし、その実数部をとる。

$$\begin{aligned} \overline{\Delta c_{pa+}} = & (c'_{p1+} + i c''_{p1+}) e^{i\omega t} + (c'_{p2+} + i c''_{p2+}) e^{i2\omega t} + \dots \\ & \dots + (c'_{pn+} + i c''_{pn+}) e^{in\omega t} + \dots \end{aligned} \quad (1)$$

Subcritical 領域では圧力信号はほとんど調和振動であり、高調波成分は非常に小さいので基本波のみに着目し次のように表わされる。

$$\overline{\Delta c_{pa+}} = \sqrt{c'^2_{p1+} + c''^2_{p1+}} \cos(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{c''_{p1+}}{c'_{p1+}} \right) \quad (3)$$

しかし、Supercritical 領域では後述するように第 2 高調波成分が基本波と同程度に発達し重要になってくるので(1)式のように定義した。

データ処理の方法として、圧力信号に基本波および高調波成分の実数部および虚数部をそれぞれ乗じて一周期にわたり積分すると三角関数の直交性から各 Fourier 成分は次の式で求められる。

$$c'_{pn} = \frac{2}{T} \int_0^T \overline{\Delta c_{pa+}} \cos n\omega t \, dt \quad (4)$$

$$c''_{pn} = \frac{2}{T} \int_0^T \overline{\Delta c_{pa+}} \sin n\omega t \, dt \quad (5)$$

翼の上下面の差圧を次式のように定義した。

$$\Delta c_{pa} = c_{p1-} - c_{p1+}$$

$$c_{p1+} = (c'_{p1+} + i c''_{p1+}) e^{i\omega t}$$

$$c_{p1-} = (c'_{p1-} + i c''_{p1-}) e^{i\omega t}$$

ここで c'_{p1+} , c''_{p1+} は(1)式の c'_{p1} , c''_{p1} を表わし、また c'_{p1-} , c''_{p1-} は対応する下面の Fourier 係数を表わす。使用した翼型 (NACA 65 A 010) は対称翼のため翼の下面の圧力は対応する上面の圧力と同じ大きさで上向きに作用すると仮定し $c_{p1-} = -c_{p1+}$ として計算した。

揚力係数およびモーメント係数は次の(6)~(9)式で定義される値である。

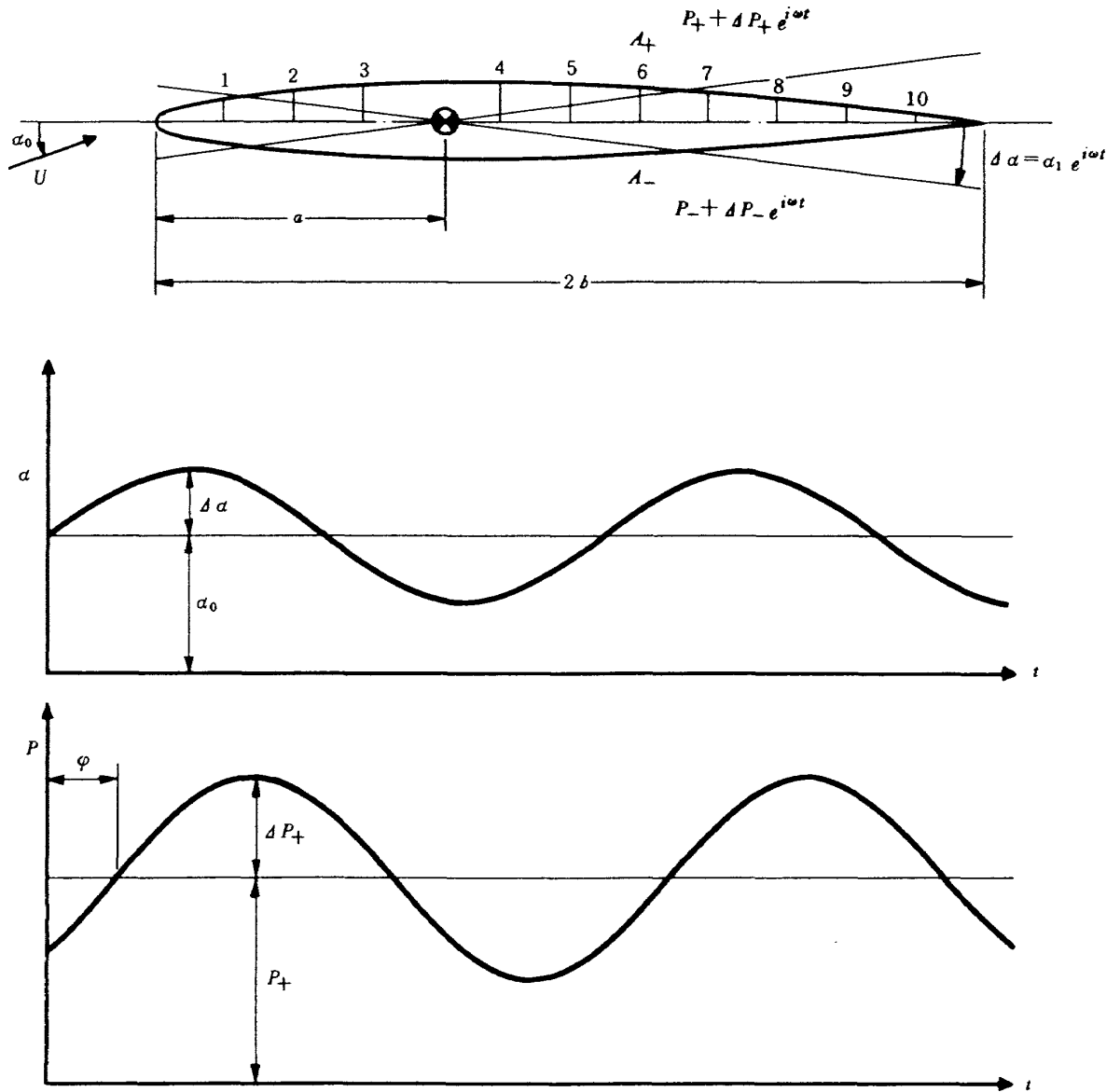


図 1 調和振動翼の迎角と圧力の関係

$$\frac{L}{\frac{1}{2} \rho U^2 c \alpha_1} = \int_0^1 \Delta C_{P\alpha} dx \quad (6)$$

$$\frac{M}{\frac{1}{2} \rho U^2 c^2 \alpha_1} = \int_0^1 \Delta C_{P\alpha} (x-a) dx \quad (7)$$

$$L = \frac{1}{2} \rho U^2 c (\ell_a + i 2k \ell_a) \alpha_1 e^{i \omega t} \quad (8)$$

$$M = \frac{1}{2} \rho U^2 c^2 (m_a + i 2k m_a) \alpha_1 e^{i \omega t} \quad (9)$$

4. 風洞および模型

4.1 風洞

使用した風洞は $18 \times 18 \text{ cm}^2$ の測定部断面をもつ回流式遷音速風洞でマッハ数 $0.3 \sim 1.4$ の範囲、翼弦長を基準

にしたレイノルズ数は $0.4 \times 10^6 \sim 2.0 \times 10^6$ の範囲で作動する。ノズルは $M=1$ 用ノズルを使用し測定部は上下二面多孔壁をもち、その開孔比は20%である。

4.2 模型

翼模型は NACA 65 A 010 の翼型で翼弦長 60 mm、翼幅 178 mm、ピッチ軸の位置 21 mm (35%) の二次元翼である。翼幅の中央部の上面に $0.5 \text{ mm} \phi$ の圧力孔を11点 5 mm おきに等間隔に設け、模型内部に作られた管により圧力変換器に接続されている。翼模型は十字バネで風洞壁に両端で支持され、一端はロッドによって風洞外に置かれた電磁式振り加振器の振動子に結合されている。

この加振器の性能はトルク $2 \text{ kg} \cdot \text{m}$ 、振動数範囲 5 から 500 Hz、最大振幅 22.5 度、最大角加速度 750 rad/s^2

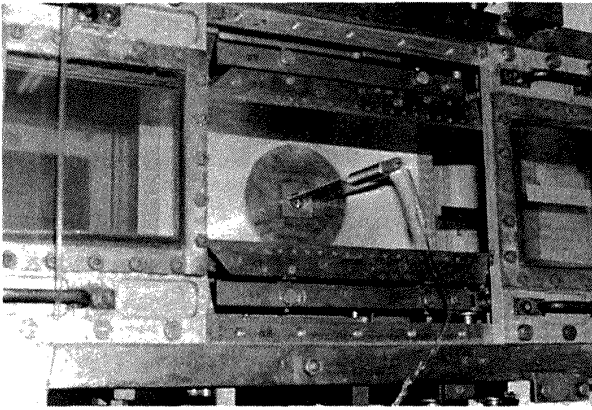


図 2(a) 遷音速風洞測定部内の圧力測定用翼

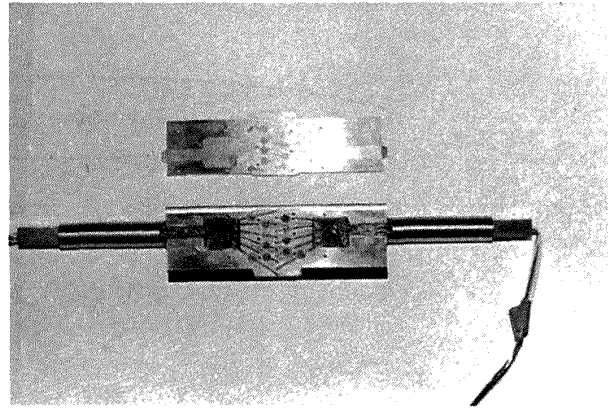


図 2(b) 翼内部の圧力変換器

sec^2 である。実際に行われた模型の加振は振動数 20 ～ 100 Hz，振幅 1～2 度の範囲である。

図 2 は風洞測定部に取付けられた圧力分布測定用翼模型である。

4.3 圧力計測

圧力変換器は外径 6 mm ϕ ，厚さ 0.5 mm の小型で，ダイヤフラムに歪ゲージを貼付した型式である。内部に減圧された空気が密閉されており，したがって翼の上下面の差圧ではなく変換器内部に密閉された空気圧からの差圧が測定される。圧力伝達の遅れを極力小さくするため可能な限り圧力孔と圧力変換器の間の空間が小さくなるように作られ，この系のヘルムホルツの共鳴振動数は 2,300 ～ 3,800 Hz であって 100 Hz の加振振動数に対してその位相遅れは問題とならない程度に小さい。翼の迎角は十字パネに貼付した歪みゲージで測定され，圧力信号とともに歪み増幅器に入力されビシグラフにより記録された。

5. 二次元非定常圧力分布の解析

5.1 非圧縮流中の理論

非圧縮流中の二次元振動翼に働く非定常圧力分布は渦面と後流中の渦の速度ポテンシャルから求められ，ビッチング振動を行なっている場合の圧力分布係数は次の式で表わされる。(付録 A 1 参照)

$$\begin{aligned} \Delta c_{Pa} = & -2 \left\{ \left(F - \frac{kG}{2} \right) \tan \frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} k^2 \sin 2\theta \right. \\ & \left. + i \left(\frac{kF}{2} + G - \frac{k}{2} \right) \tan \frac{\theta}{2} + 2k i \sin \theta \right\} \\ & - 2a \left\{ kG \tan \frac{\theta}{2} + k^2 \sin \theta - i kF \tan \frac{\theta}{2} \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

ここに $c(k) = F(k) + iG(k)$ は Theodorsen 函数であり，

x 座標は $x = \cos \theta$ と変換した。なお，(6)，(7)式では x は c で無次元化してあるがここでは $c/2$ で無次元化した。

5.2 圧縮流中の理論

亜音速，音速および超音速領域では簡単に(10)式のようにな x 座標の函数として表わすことが困難である。そこで圧力分布と吹下しの関係を次のような積分方程式の形で表わし，変動圧力 ΔP はその解として求められる。

(付録 A 2 参照)

$$\frac{W_a(x)}{U} = \frac{-1}{\rho_\infty U_\infty^2} \int_{-1}^1 \Delta P(\xi) \cdot K(x, \xi; M, k) d\xi \quad (11)$$

$$\frac{\Delta P}{\rho_\infty U_\infty^2} = \sum_{n=1}^N a_n \cdot b_n \quad (12)$$

ここに a_n は未定定数であり， b_n は圧力分布の形を決めるモード函数である。(11)式の解法は簡単のためダブルレット格子法により計算を行なった。

6. 修正マトリックスの計算

フラッタ計算の空気力に測定値を用いようとする場合，測定値はある一つの振動モードに対して測定された値でありフラッタ計算から要求される振動モードと無次元振動数等が必ずしも一致しているわけではない。そこで Bergh, Zwaan¹⁵⁾等によって理論値から実験値またはある振動モードの実験値から他の振動モードの値を予測するために修正マトリックスを用いる方法が考案された。

亜音速領域における二次元振動翼の場合，理論値からのずれの原因として圧縮性の影響，翼の厚み比および厚み分布の影響，粘性の効果等が考えられる。

修正マトリックスは次式のように定義される。

$$\{ \Delta c_P \}_{\text{exp}} = [W] \{ \Delta c_P \}_{\text{th}} \quad (13)$$

この $[W]$ マトリックスはある無次元振動数に対してある

一つの振動モードに関する実験値と理論値を比較して求められた修正マトリックスであるが二、三の実験から振動モードには余り影響されないと言われている。

非圧縮流中の圧力分布の式(10)の Theodorsen 関数は普通、無次元振動数 k のみの関数として理論的に求められるがここでは実験的にその値を求める。すなわち、測定された圧力分布は $c_P = c'_P + i c''_P$ として実数部と虚数部とから成るがこの値を(10)式の左辺に代入し、逆算することにより F と G の値を求める。実験的に求められた関数を $c_1(k) = F_1(k) + i G_1(k)$ と定義する。この F_1 と G_1 の関数は翼弦方向に変化すると考えて次式を仮定する。

$$c_1(k) = a_0(k) + a_1(k) \cos \theta + a_2(k) \sin \theta$$

係数 a_0 , a_1 , a_2 は複素数で翼弦方向の測定点の数の F_1 と G_1 を用いて最小自乗法を適用して計算される。このように係数 a_0 , a_1 , a_2 を無次元振動数の関数として求められるとある翼型に関する非定常圧力分布の測定値を正確にしかも平滑化した形で得られる。

この値と理論値との比を取ることで修正マトリックスが計算される。 $[W] = \{c_P\}_{ex} / \{c_P\}_{th}$ で表わされ

$[W]$ マトリックスは対角行列である。

7. 測定結果

亜音速特性の良いと言われる翼厚10%の対称翼 (NACA 65A010) を用いて静圧分布および非定常圧力分布の測定

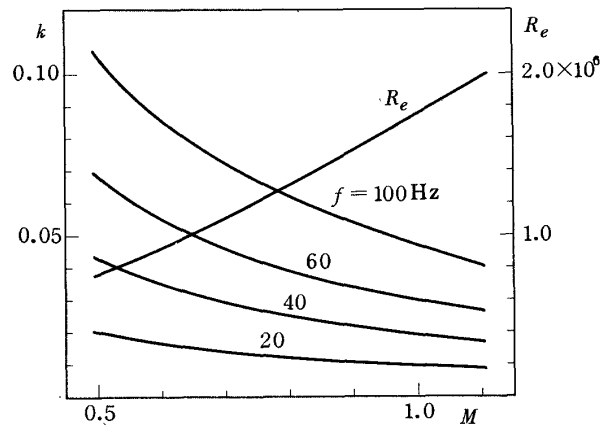


図3 マッハ数に対する無次元振動数とレイノルズ数の変化

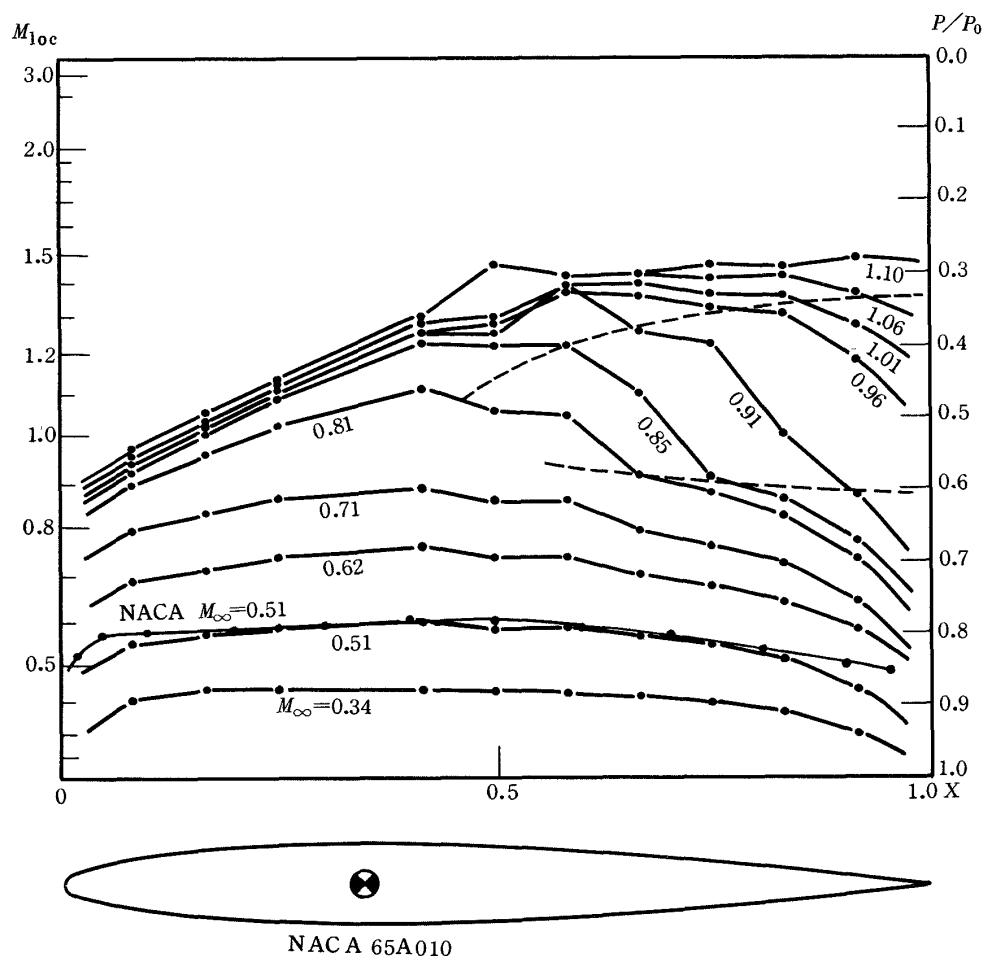


図4 NACA65A010の翼面上の局所マッハ数

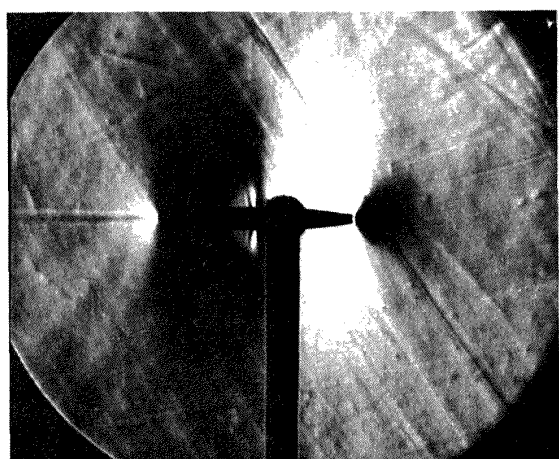
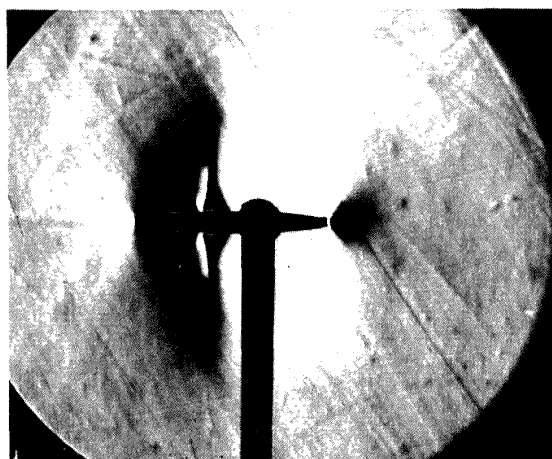
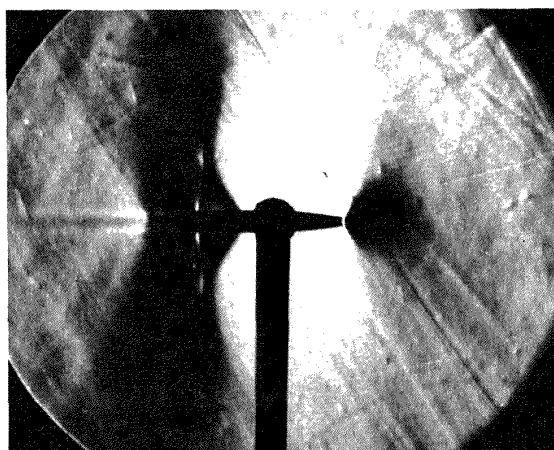
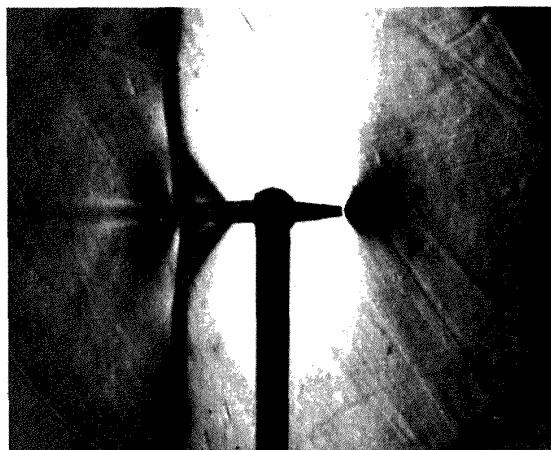
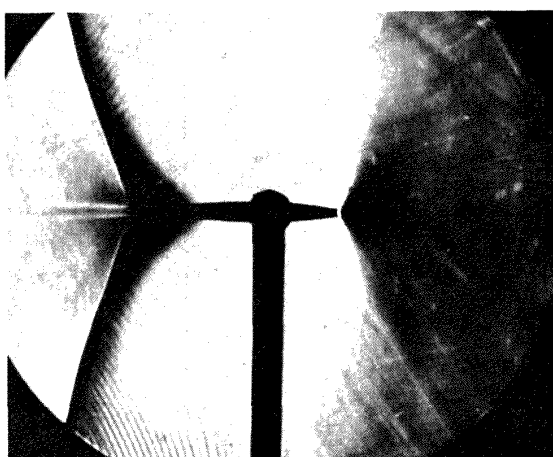
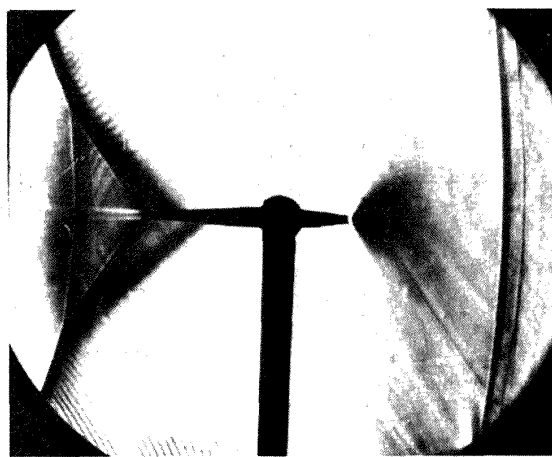
 $M = 0.81$  $M = 0.84$  $M = 0.87$  $M = 0.92$  $M = 1.03$  $M = 1.10$

図 5 翼面上の衝撃波を示すシュリーレン写真

を行なった。一方、光学的観測から翼面上の衝撃波の位置とその圧力分布におよぼす影響を調べた。

翼模型を振動数 20, 40, 60, 100 Hz で正弦的に加振し無次元振動数を 0.01 から 0.1, マッハ数を 0.3 から 1.1 の範囲で測定を行った。マッハ数に対する無次元振動数の変化, また, マッハ数に対するレイノルズ数の変化を図 3 に示した。 $M = 0.8$ ではレイノルズ数は約 1.3×10^6

程度であるので Subcritical 領域では人工的な粗さが与えられていないため, 翼全面において層流境界層であることが予想される。

7.1 静圧分布

縦軸に局所マッハ数および静圧/総圧比を, 横軸に翼弦座標をとり一様流マッハ数をパラメータとして二次元翼の静圧分布を図 4 に示した。図 5 は $M_\infty = 0.81 \sim 1.10$

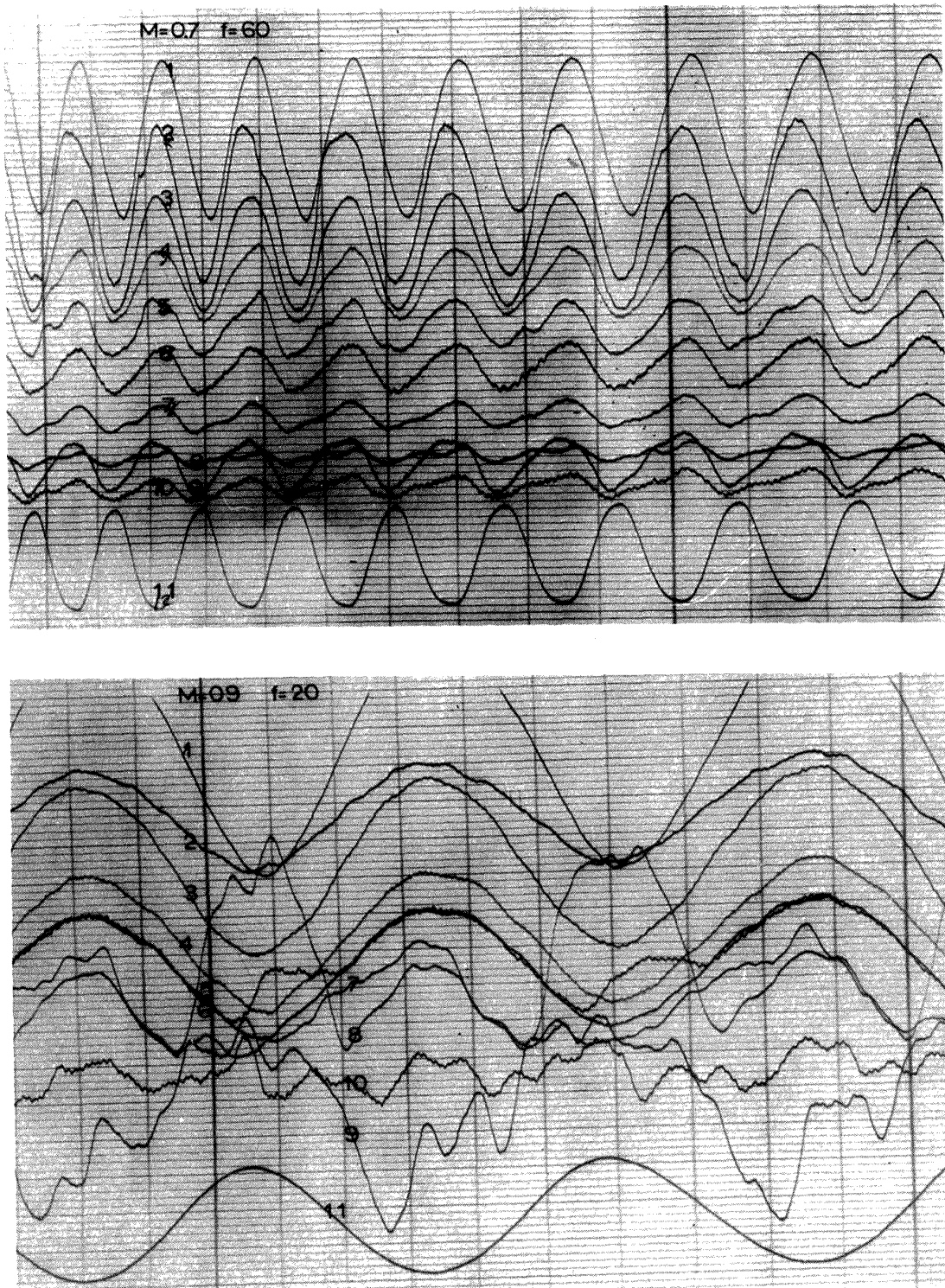


図 6 圧力信号のオシログラフ記録

の範囲で翼面上の衝撃波の発生状況をシュリーレン写真で撮影したものである。 $M_\infty=0.34 \sim 0.81$ の範囲の亜音速域では局所マッハ数分布はNACAの計算値と前縁部と後縁部を除いて大体一致し滑らかな分布である。光学的観測によると $M=0.81$ で翼弦長65%附近に弱い衝撃波が発生しており局所マッハ数にもその影響が現われている。 $M=0.71$ のシュリーレン写真では衝撃波は認められないが、圧力分布では衝撃波発生の前兆となる波形の乱れが認められた。

この翼型では $M=0.8$ で翼弦長約50%の位置に衝撃波が発生しマッハ数の増加とともに徐々に後退し、 $M=1.0$ で後縁に達する。局所マッハ数分布図から音速線は $M=0.81$ の場合前縁から20%の位置にありマッハ数の増加とともに前方に移動する。 $M=0.85$ では音速線は翼弦長15%ぐらいから発達し衝撃波は70%の位置にあり翼面上約55%が超音速領域になる。このことは変動圧力に関して重要な背景を与えている。

一様流マッハ数をさらに増加すると衝撃波前方の局所マッハ数はほとんど変化しなくなる。これはいわゆるマッハ数凍結の現象である。一方後方では衝撃波の連続的移動にともない局所マッハ数は大きく変化する。衝撃波

発生の初期では多重の弱い衝撃波であり、これが発達して λ 型衝撃波になる。 λ 型衝撃波は境界層によるもので圧力上昇は前方の足と後方の足のところで二段階に変化している。

7.2 非定常圧力分布

翼模型を無次元振動数 $0.01 \sim 0.1$ の範囲で振動させた場合の変動圧力の特徴的と思われる記録を図6に示す。図で上から10番目までのトレースはそれぞれ前縁から順に圧力孔の位置に対応する圧力変動の信号で11番目のトレースは迎角変位の記録である。圧力は上方が高く、下方が低い。迎角変位は上方が正、下方が負となっている。また、時間は左から右に進む。圧力変換器や歪みゲージの利得の差が若干あるが、一応定性的な議論を行なうことができる。

これらの記録から3章で述べたデータ処理法により実験値を求め、5章の方法による理論値との比較を行なったので以下各マッハ数領域に分けて考察する。なお、点線は非圧縮流の理論、一点鎖線は圧縮流の理論にダブルット格子法を適用した計算値である。

(A) Subcritical 領域における非定常圧力分布

図7から図9はSubcritical領域の非定常圧力分布を

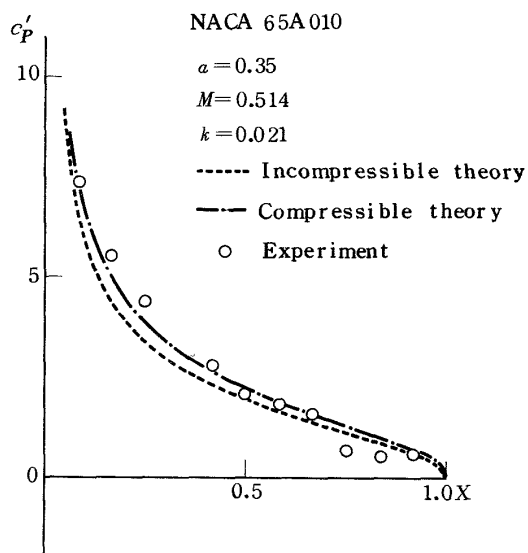


図7 $M=0.514$ の非定常圧力分布

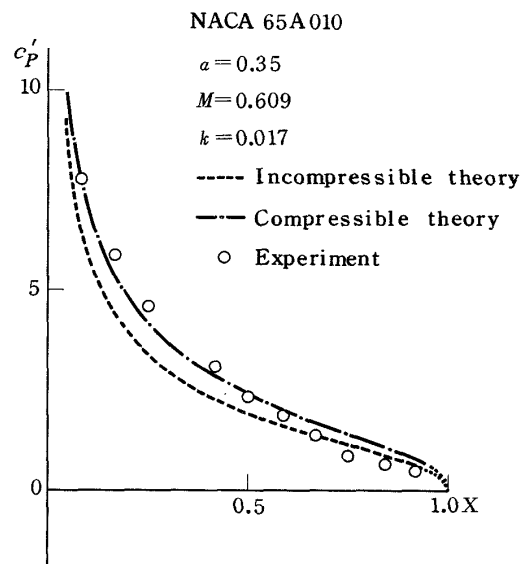


図8 $M=0.609$ の非定常圧力分布

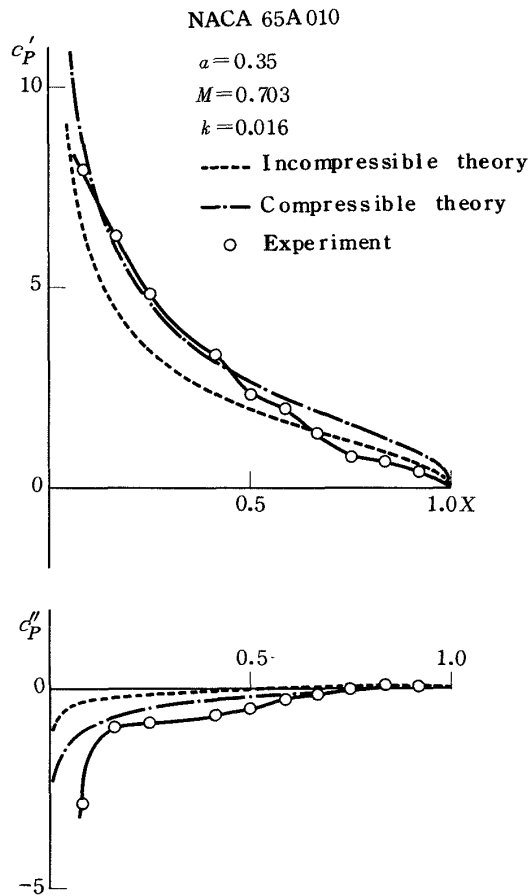
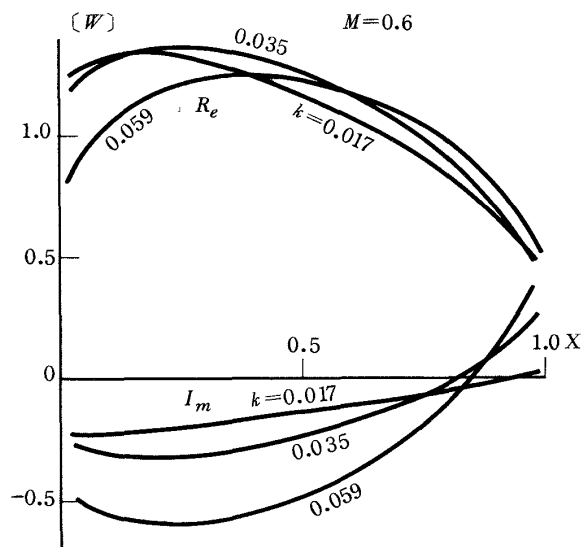
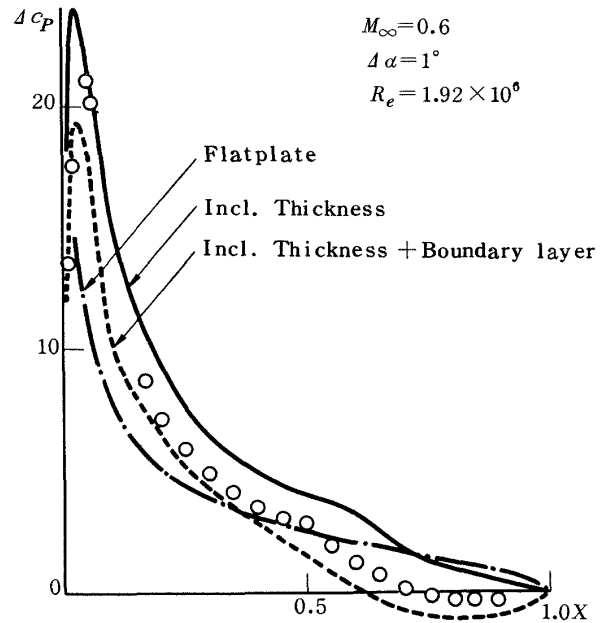
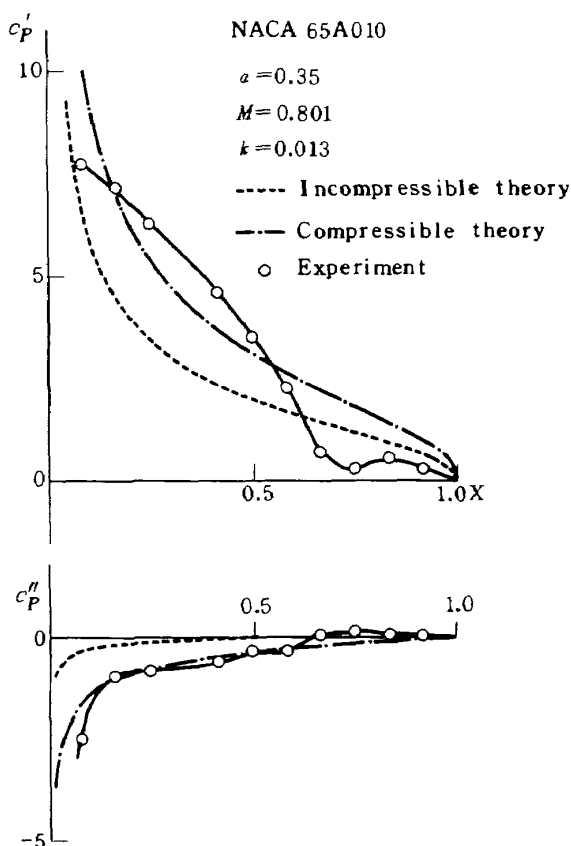
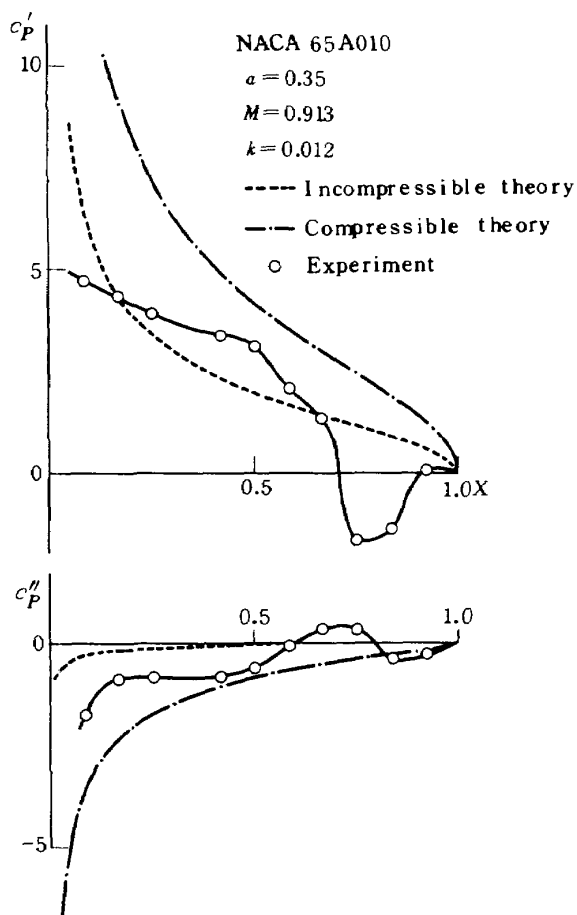
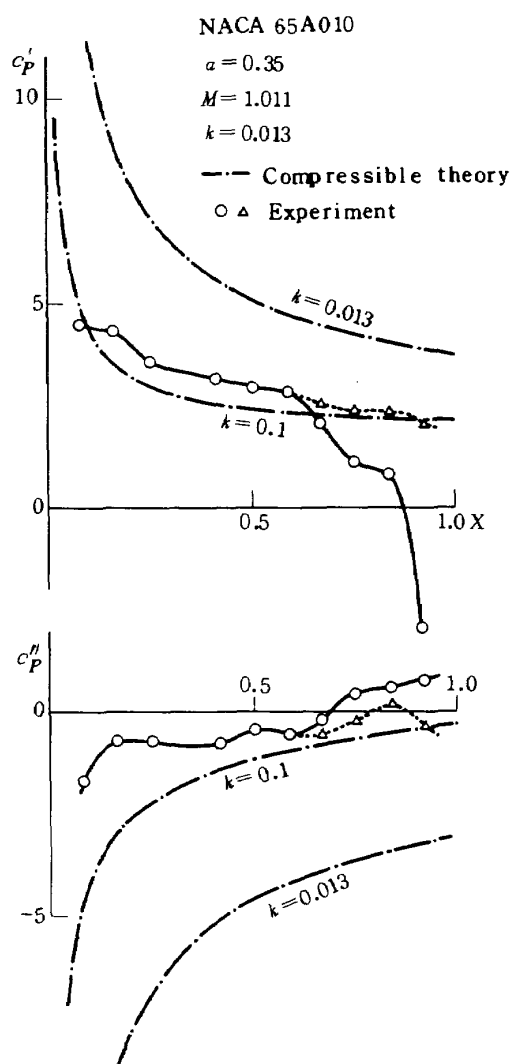
図9 $M=0.703$ の非定常圧力分布図10 $M=0.6$ における修正マトリックス

図11 準定常の場合の厚みの効果および境界層の影響を考慮した理論値と実験値との比較

横軸に前縁からの距離をとり圧力係数の実数部 c_p' と虚数部 c_p'' に分けてプロットした。 c_p' は非圧縮流理論値と定性的に一致しているが圧縮流理論値の方がより良い一致を示している。一方 c_p'' の絶対値は実験値の方が両理論値より大きい値を示している。特に前縁付近ではそのずれが顕しく、実際の空気力の位相遅れは理論的に予測される値より大きいと考えられる。マッハ数および無次元振動数が増大する程この傾向は強くなっている。

なお詳細に比較すると前縁から 10～50% の範囲では実験値の方が理論値より大きく後縁に近づくに従い逆に理論値の方が大きくなっている。これは空気の粘性による境界層の影響と考えられる。また前縁から 10% 附近より前方でも理論値の方が大きくなっているが、この原因として翼の厚み分布の影響と推測される。

修正マトリックスで考えると以上の比較がより明瞭になる。6章の(13)式の定義に従って求めた $[W]$ マトリックスを図10に示す。横軸に翼弦方向の距離をとり、縦軸に $[W]$ マトリックスの実数部と虚数部をプロットした。 $[W]$ マトリックスは $R_e=1$, $I_m=0$ のとき理論値と実験値が完全に一致することを意味するが実際の $[W]$ マトリックスの実数部は前縁に近いところで $R_e>1$ で後縁に近づくに従って $R_e<1$ となる。また虚数部は大部分の範囲で $I_m<0$ であり後縁付近で $I_m>0$ となり、無次元振動数の増加と共にその絶対値は大きくなって

図12 $M=0.801$ Supercritical 領域の圧力分布図13 $M=0.913$ Supercritical 領域の圧力分布図14 $M=1.01$ Supercritical 領域の圧力分布

る。この傾向は文献 15) で測定された結果も同様な傾向を示している。

Tijdeman¹⁹⁾ は準定常の場合について図11に示すように平板の理論および翼の厚み分布を考慮した理論⁷⁾さらに境界層を考慮した理論¹⁹⁾等と実験値との比較を行なった。この結果からこれらの二つの効果を考慮した理論を用いれば非定常の場合でもかなり実験値に近い値を見積ることができるかと推察される。

(B) Supercritical 領域における非定常圧力分布

図12から図14に Supercritical 領域の $M=0.8, 0.9, 1.0$ の場合の非定常圧力分布を示す。 c_p' の分布は Subcritical 領域のそれと全く異なった形である。即ち、衝撃波の付近では圧力波形に第2高調波成分が増大し、基本波の振幅は逆に小さくなっていく。したがって c_p' の分布は衝撃波の位置で極小を示す。

図12では $M=0.8$ で静圧分布およびシュリーレン写真

から判断されるように前縁から20%から音速線が発達し50～60%附近に弱い衝撃波が発生し、流れ場は超音速領域と亜音速領域が存在する混合領域である。 c_p' は高亜音速領域の特徴である上に凸の曲線を示しているが、文献(16)の非線型理論の結果も同じ傾向を示す。図13は $M=0.9$ の場合で翼面上の垂直衝撃波はさらに強くなり、その影響は非常に顕著である。前縁から70～90%の範囲では c_p' の値は負となる。

以上の事実の現象をより正確に把握するため時間的経過に従って調べてみる。図15は迎角と圧力の関係を示す

オシログラフの記録を見易いように再生した図である。

Subcritical 領域では圧力波形は単調な正弦波を記録しているが、 Supercritical 領域では衝撃波による波形の歪みは明瞭であり、その始点と終点は正確に認識できる。すなわち斜線で示した部分は迎角が正のとき衝撃波が翼面上を前進することによる圧力上昇分を表わしている。迎角が負のときは比較的線型な圧力変動となっている。

図15では $M=0.8$, $f=20\text{ Hz}$ の場合のトレースで、翼面上の超音速領域は狭い範囲であり衝撃波も非常に弱く、迎角の正のとき測定点4～7で若干の圧力上昇が認

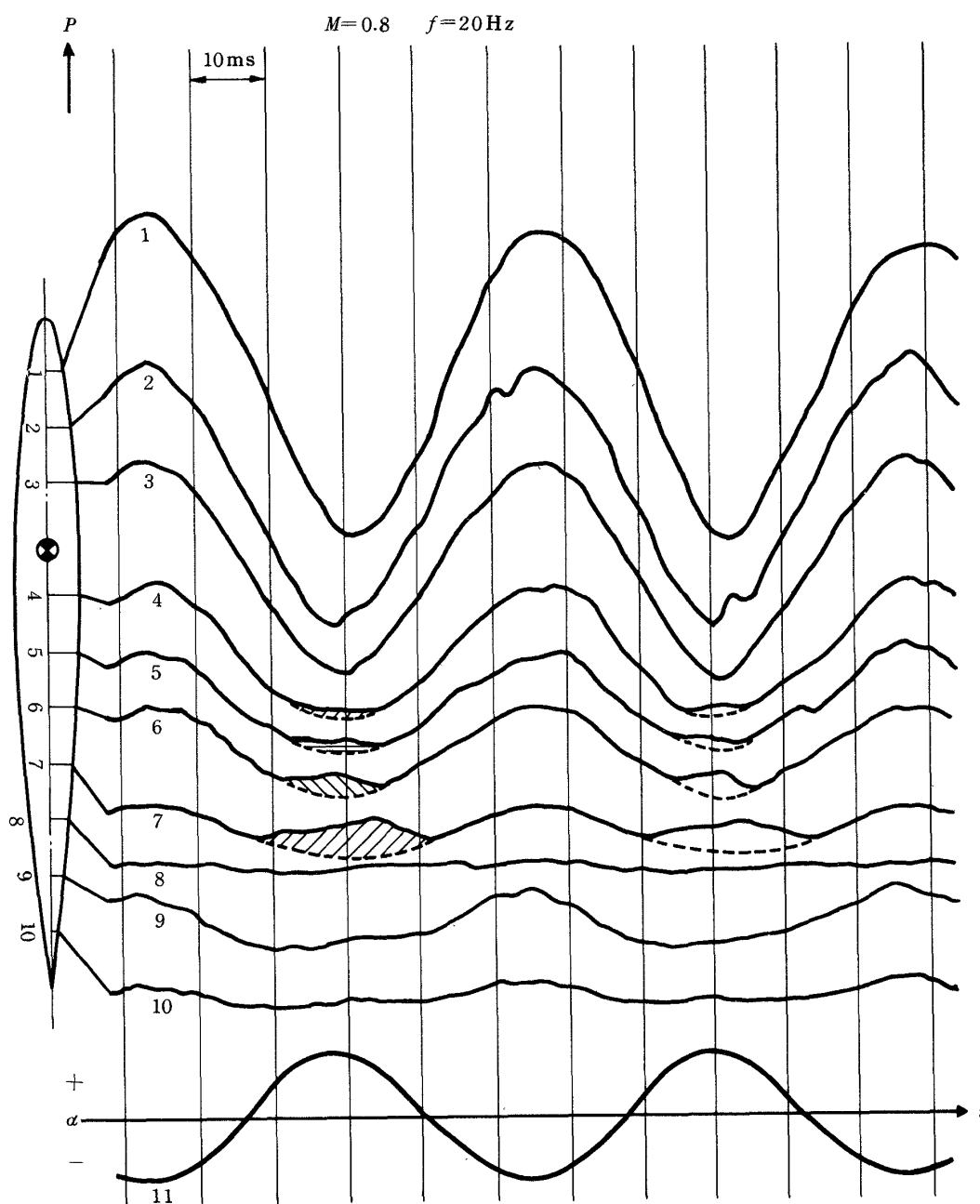


図15 $M=0.801$ 変動圧力の時間変化

められた。図16では $M=0.9$, $f=20\text{ Hz}$ の場合でこの傾向は顕著に表われ、測定点8の附近に大きな圧力傾斜が存在する。衝撃波の移動範囲は点6～9とやや後退している。衝撃波の厚さは静圧分布図とこの図からも分かるように薄い衝撃波ではなく境界層の影響のため前後のある範囲に分布した構造のものが振動していると考えられる。図17は $M=1.0$, $f=20\text{ Hz}$ の場合で測定点7から後縁の範囲をかなり強い衝撃波が移動していることが

認められる。この記録から翼の振動による線型な圧力変動を点線の如く推定すれば衝撃波による圧力上昇分をはっきり区別することができる。図17の波形において点線の如くに衝撃波の影響を除いた波形について圧力分布、揚力およびモーメントを求めた結果を図14, 24, 25, 26の△印で示した。揚力・モーメントに関する説明はさらに後述する。

Shock free の場合の実験値と線型理論を比較してみ

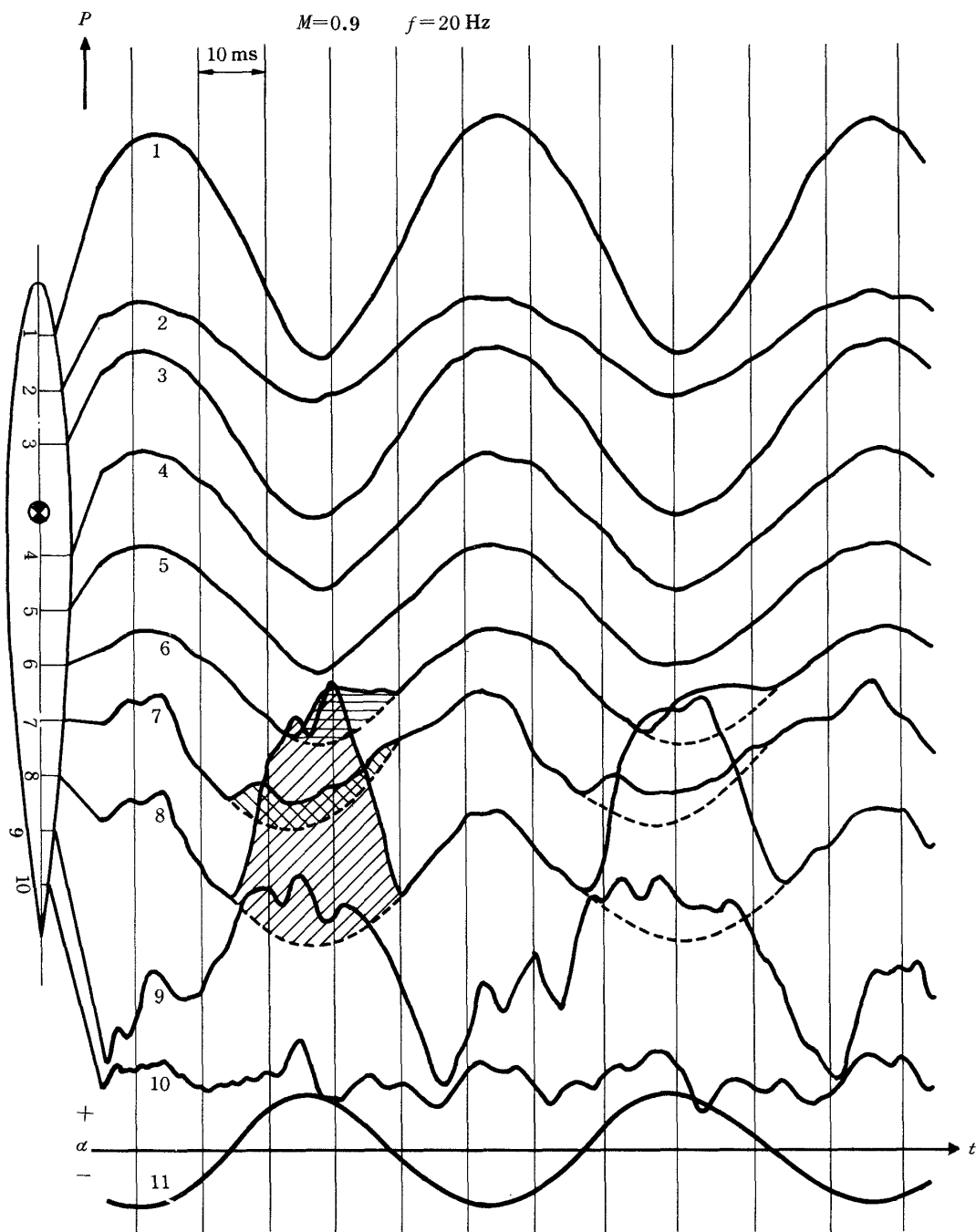


図16 $M=0.913$ 変動圧力の時間変化

ると分布の形は非常に良く似ている。その値は無次元振動数の高い場合の理論値と一致している。一般に遷音速域では無次元振動数が高い場合線型理論が成立つと云われているが、この測定結果は無次元振動数が低い場合、非線型項が強く作用し結果的に無次元振動数の高い場合の理論値を外挿した値と一致することを示している。遷音速域では非線型理論に衝撃波の移動を考慮した理論、さらに境界層による衝撃波の広がり(λ型衝撃波の構造)を考慮すれば実際の空気力に近い理論が得られると予想される。

次に図18(a, b, c, d)は一周を16等分し翼面上の瞬間的な変動圧力分布を示した。 $M=0.91$ で縦軸に時間を取り、一周を画いたもので対称翼の場合 180° 位相をずらして考えれば翼の下面の圧力分布を表している。

翼の迎角が負の場合点9の位置に弱い衝撃波がある。 $90^\circ \sim 180^\circ$ では衝撃波は後縁に達しているが、 180° の時点で後縁から前進し発達しながら点8に達する。その際λ型衝撃波の前方の分岐は点6に達することが図18(a)から分かる。振動数を60 Hzにした場合衝撃波位置の振幅は点8から点9の範囲で振動し、振幅はやや小さくなる。

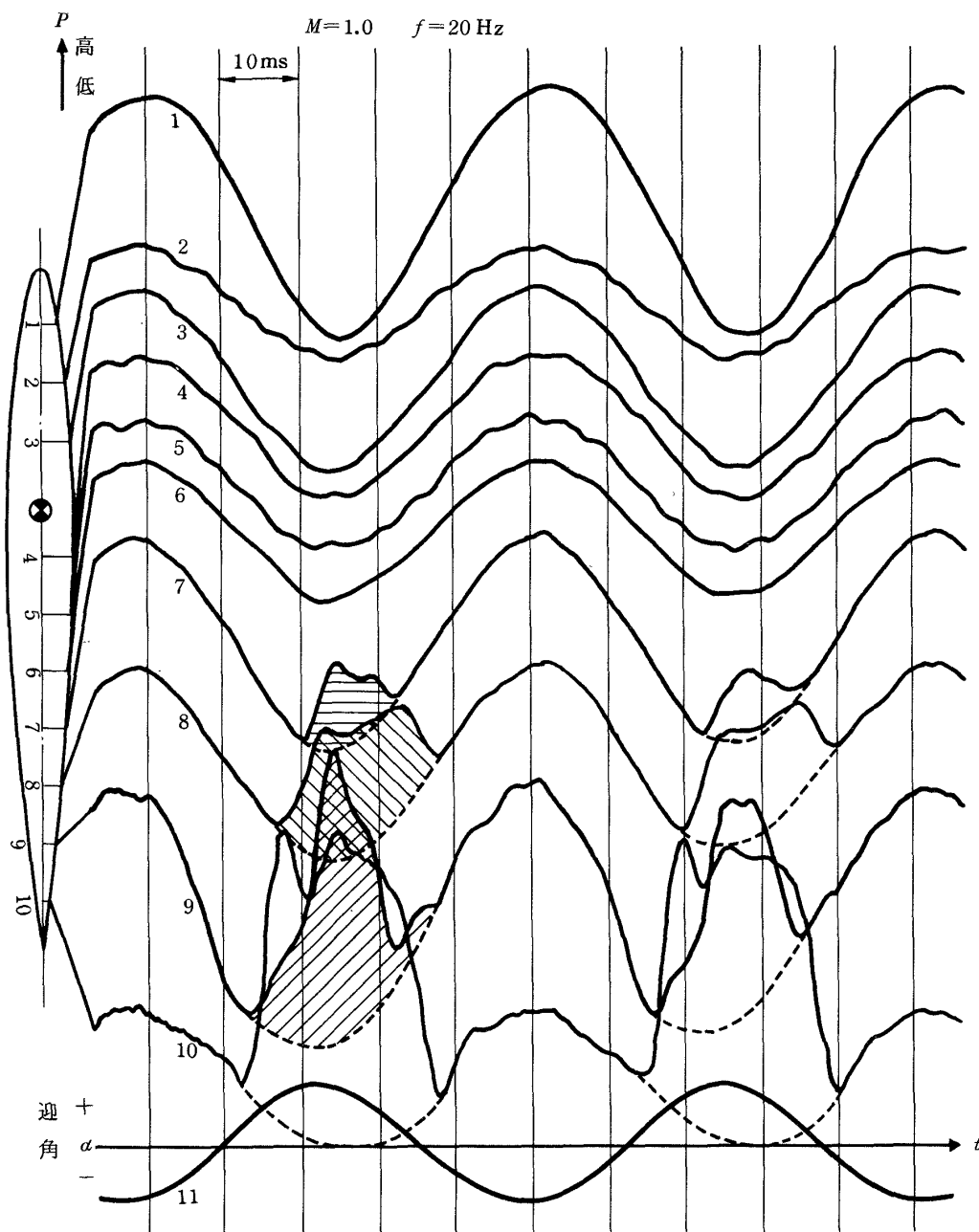


図17 $M=1.01$ 変動圧力の時間変化

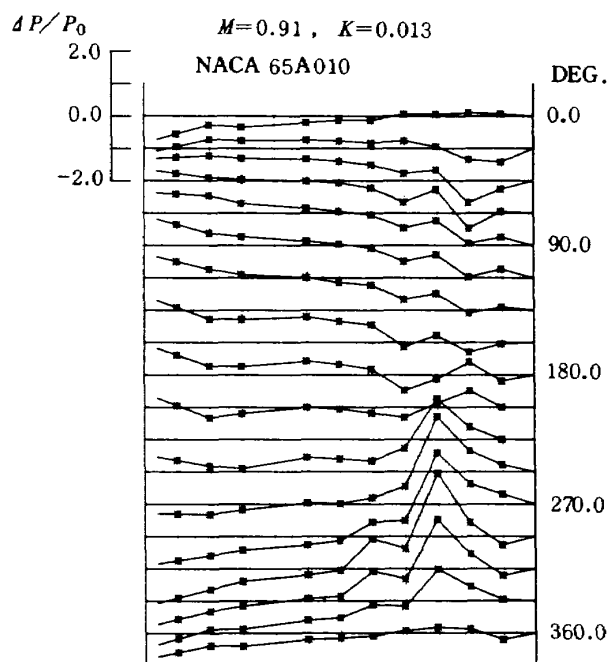


図18(a) $M=0.913$, $k=0.013$ 瞬間的圧力分布の変化の一周期

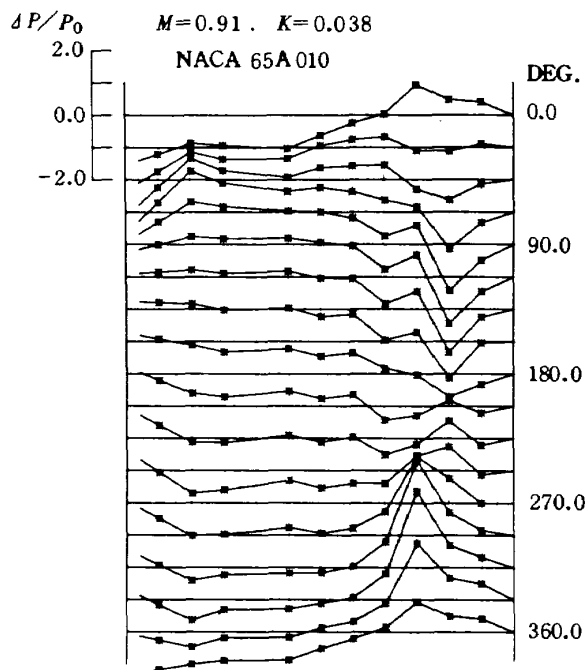


図18(c) $M=0.913$, $k=0.038$ 瞬間的圧力分布の変化の一周期

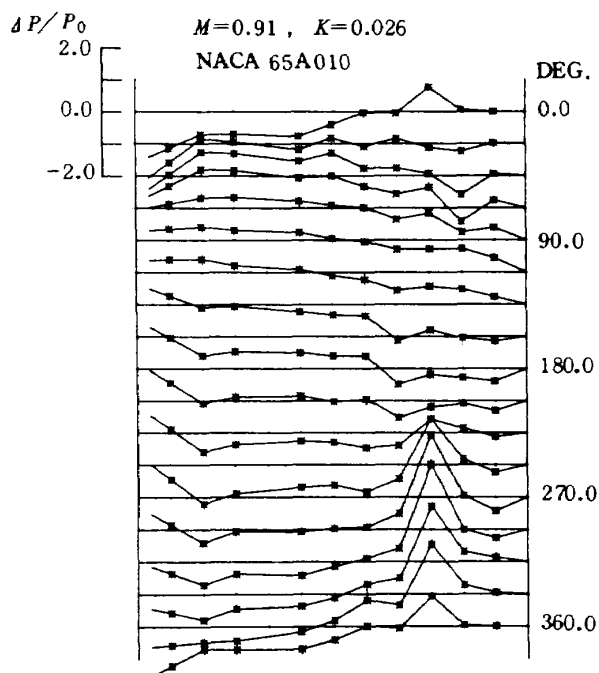


図18(b) $M=0.913$, $k=0.026$ 瞬間的圧力分布の変化の一周期

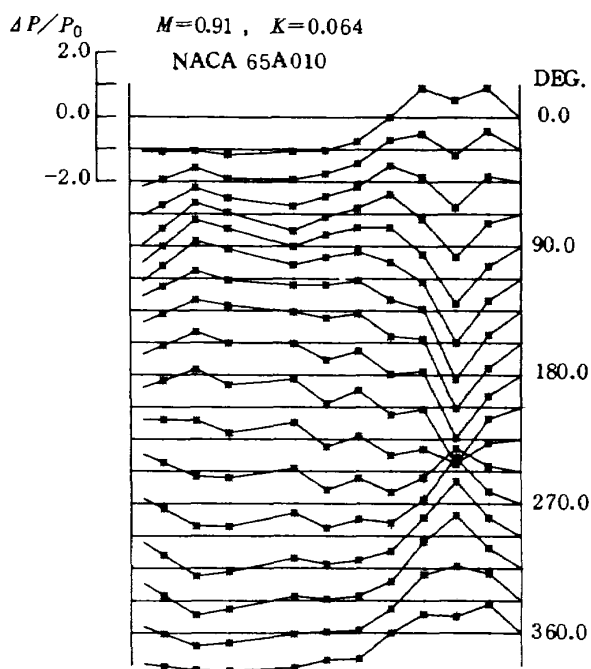


図18(d) $M=0.913$, $k=0.064$ 瞬間的圧力分布の変化の一周期

ている。さらに振動数を100 Hzにした場合、翼の上下面の衝撃波の位置は点9にほとんど停滞している(図18(d))。これに関してMaguns, Yoshihara⁸⁾の数値解により得られた結果、すなわち無次元振動数が高くなった時衝撃波の移動の振幅が小さくなるという結果と傾向的に一致する。

図19(a)～19(c)はSupercritical領域における無次元振動数の影響を表したもので、無次元振動数を $k = 0.012 \sim 0.064$ の範囲で変化させた。無次元振動数の増加とともに c'_P の絶対値が減少し、 c''_P の絶対値は増加する。また衝撃波による圧力上昇は c'_P 、 c''_P ともに増大している。

c''_P で特に注目されることは前縁から20～50%の範囲で c''_P の絶対値が増加することである。この現象は高亜音速流中の非線型効果として理論的に求められているのが実証された。

次に、第2高調波について得られた結果の一例を図20に示す。図の縦軸は基本波の圧力係数(c'_P 、 c''_P)と同じスケールで第2高調波の圧力係数(c'_{P2} 、 c''_{P2})をプロッ

トしたのでその比をとれば直ちに成分比が求められる。これらは3章(4,5)式から得られたもので、基本波に重畳されている。一般に第2高調波成分の大きな値はcriticalマッハ数からマッハ数1までの間で現われ、衝撃波と同様にマッハ数が増すと後流に移動する(図20)。 $M = 0.91$ では $x = 0.95$ の点で波形の歪みは最大となり基本波と同程度の第2高調波成分が現われる。 $M = 1.0$ では後縁附近で c'_{P2} 、 c''_{P2} の最大値が現われる。 $M = 1.10$ では後縁より完全に離れ c'_{P2} 、 c''_{P2} ともに零に近い値となる。 $M = 0.8, 0.9, 1.0$ ともに振動数が比較的小さい場合(20 Hz)では第2高調波の虚数部(c''_{P2})が特に優勢である。これは衝撃波の移動速度と翼の角速度との位相によるものと考えられる。例えば $M = 0.91$ 、 $f = 60$ Hzの場合、実数部 c'_{P2} の方が優勢になっている(図21)。衝撃波が迎角に対して45度位相が遅れている。さらに振動数を増した場合 $f = 100$ Hzでは衝撃波の運動は追従しなくなり、 $x = 0.85$ 附近に停滞するため c'_{P2} 、 c''_{P2} ともにそのピーク値は小さくなる。

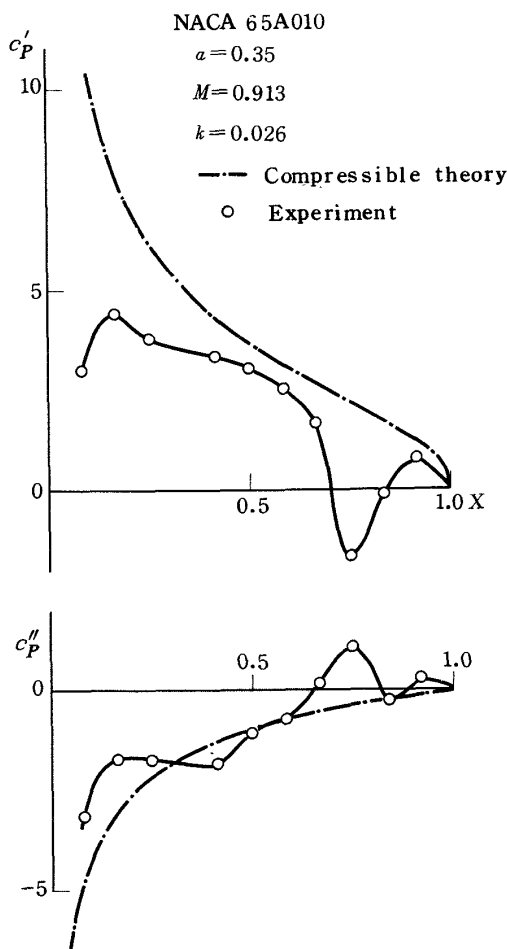


図19(a) $M = 0.913$, $k = 0.026$ 非定常圧力分布

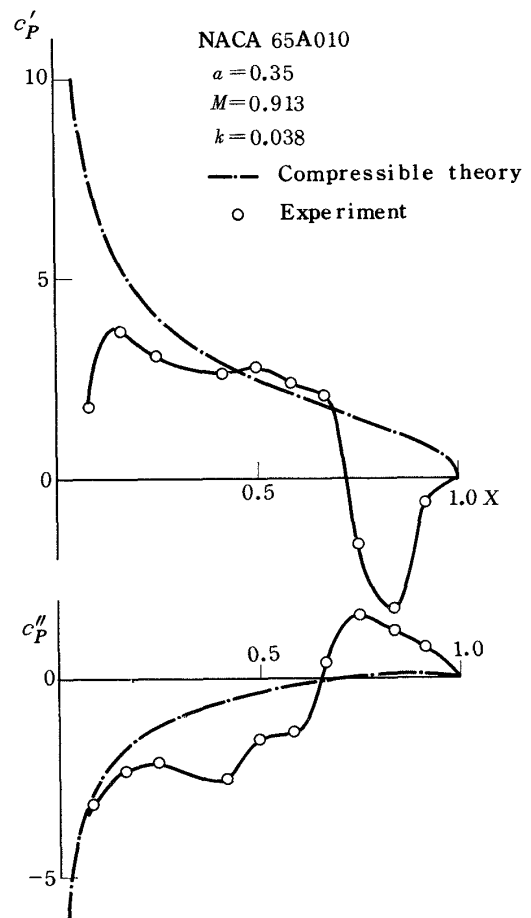


図19(b) $M = 0.913$, $k = 0.038$ 非定常圧力分布

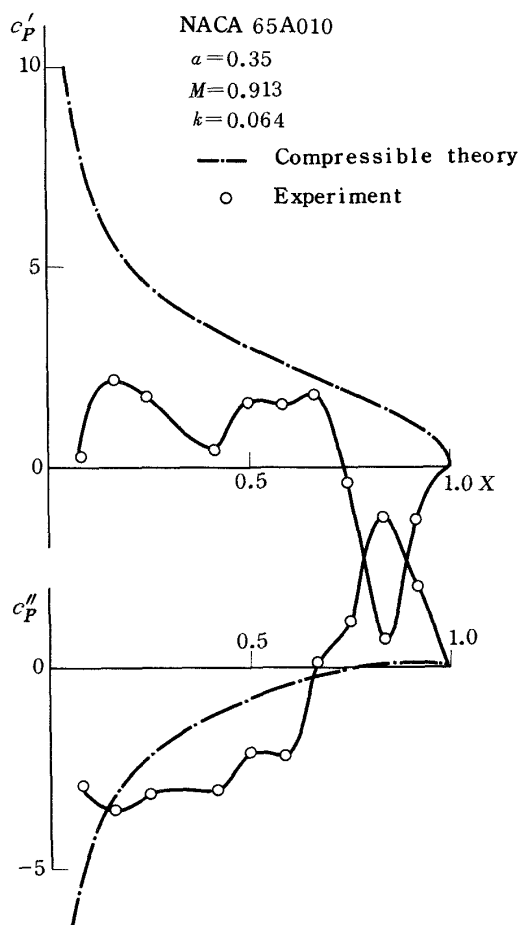
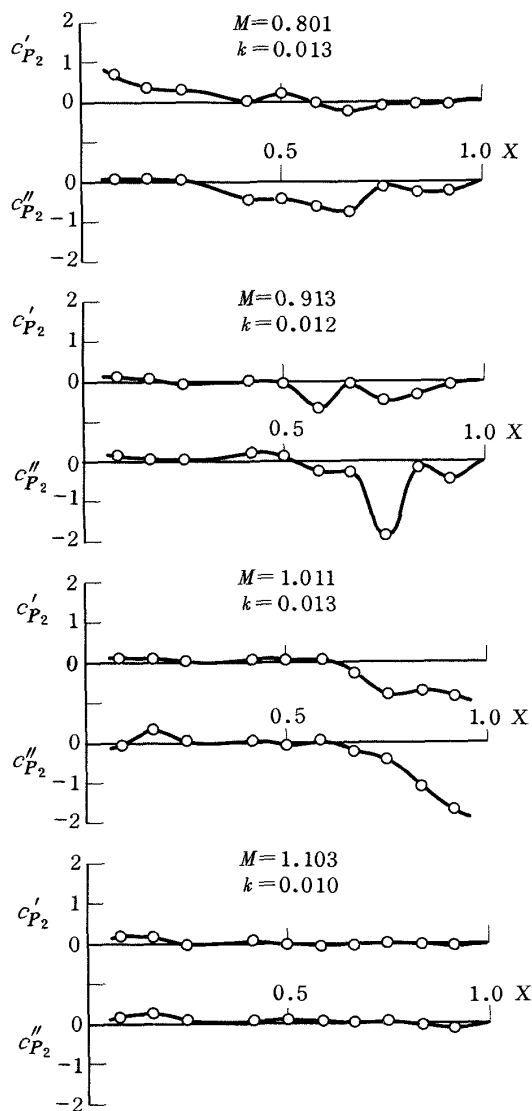
図19(c) $M = 0.913$, $k = 0.064$ 非定常圧力分布

図22に示されるように第2高調波成分は翼が正弦的に振動しているとき翼の上下面の圧力が同相で変化している。即ち、迎角 α の振動波形において A_+ 点を上面の圧力とすると、その瞬間における翼の下面の圧力は180度位相をずらした A_- 点と同じ現象であることに注目すると、基本波の現象は翼の上下面で常に異符号であるのに反し、第2高調波では常に同符号である。したがって、翼の上下面の圧力差を積分して得られる空力係数で考えると第2高調波成分による揚力およびモーメントへの直接の寄与は零である。しかし実際には第2高調波成分が増大することにより基本波の振幅の減少と位相の変化を通して揚力およびモーメントへの寄与が大きくなる。特別な運動の場合、例えば主翼がピッチング振動しており、補助翼が主翼の2倍の振動数で振動している場合はこの第2高調波成分が直接作用し、振動解析に重要な意味をもつようになる。

第2高調波発生の原因となる衝撃波の移動は翼を加振するときの振幅と翼表面の傾斜 $Y'(\alpha)$ に密接に関係すると推測される。本実験では振幅 $\alpha_1 = \pm 1^\circ \sim \pm 2^\circ$ の範囲で

図20 第2高調波成分 (c'_{P2} , c''_{P2}) のマッハ数に対する変化

行なわれたが、同じ翼型による振幅の影響および他の翼型による同様な現象の解明が必要であり今後の研究課題である。

(C) 低超音速領域における非定常圧力分布

マッハ数の増加とともに衝撃波は下流方向に移動し、 $M = 1.1$ では完全に後縁に付着する。迎角が正のとき衝撃波が前方に移動する現象もなくなり、圧力分布は c'_P , c''_P ともに翼弦方向に平らになっている (図23)。

超音速線型理論値とかなりずれているが、無次元振動数の大きい場合 ($k = 0.1$) の理論値とほぼ等しいこの領域も未だ非線型性が強い範囲と考えられる。また $M = 1.0$ における衝撃波の影響を除いた実験値とほぼ等しいことは興味のある事実である。この現象はいわゆるマッハ数凍結といわれる現象で次章で詳しく述べる。

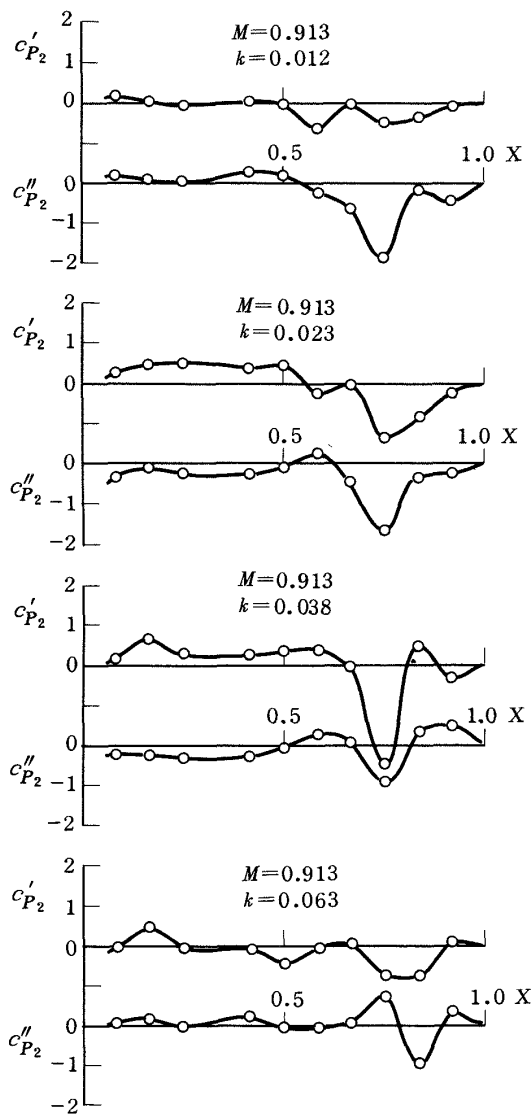
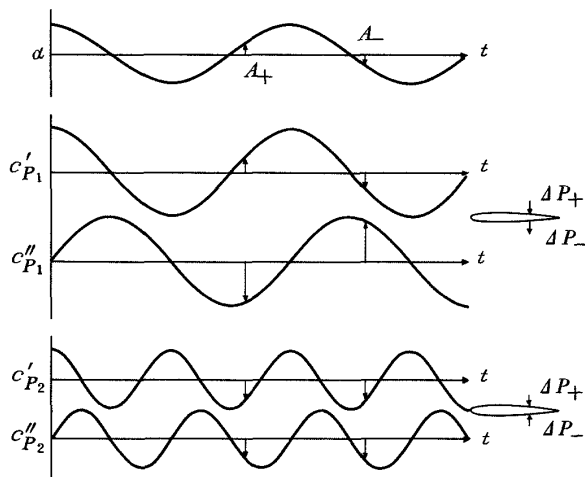
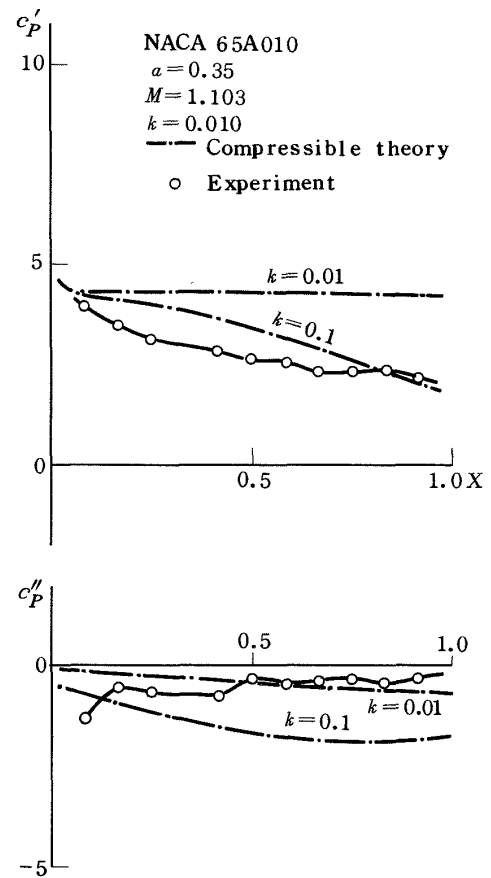

 図21 $M=0.913$ に対する第2高調波成分の無次元振動数に対する変化


図22 迎角に対する変動圧力の基本波および第2高調波の位相関係


 図23 $M=1.10$ 非定常圧力分布

7.3 揚力係数およびモーメント係数

各マッハ数領域においてダブルット格子法により非定常揚力係数およびモーメント係数を求めた結果を図24, 25に示す。一方これに対応する実験値は各点の測定圧力係数を多項式で近似し、多項式の各係数は最少自乗法を用いて求め(6), (7)式に代入し、積分して得られた。

Subcritical 領域では揚力係数の実数部 l_a は理論値と良い一致を示している。虚数部 l_a' の絶対値は理論値より大きい値である。モーメント係数の実数部 m_a は理論値と比較してやや大きい値を示し、虚数部 m_a' も同様に実験値の方が大きい。 l_a は理論値と一致しているが m_a はやや大きい。この理由は c'_P で比較してみると回転中心より前方で実験値の方が理論値より大きく、後方では逆になっている結果である。

l_a , m_a ともに実験値の方が大きいことは実際の空気が理論的に予測される値より大きな位相遅れがあることを示す。この傾向は一般に l_a' , m_a' を直接測定した場合も同様の結果になる。

図 24, 25 では l_a , l_a' , m_a , m_a' の実験値を翼面上の衝撃波の移動の影響のあるもの (○印) と衝撃波の影響を除いたもの (△印) で表した。

遷音速領域で特徴的なことは翼面上の衝撃波の影響を除いた値でもなお線型理論値とかなりずれている。これは圧力分布が楕円型基礎方程式の解から双曲線型の解へ

と変化しているため、流れ場は非線型となり圧力分布は後縁で Kutta の条件を満たさない超音速型分布へと変化している。 $M=0.91$ と $M=1.0$ の分布を比較すると明瞭である。非定常で無次元振動数が大きい場合は線型理論が成立つといわれているが、試みに $k=0.1$ について揚力およびモーメント係数を計算してみると、 $M=1$ で

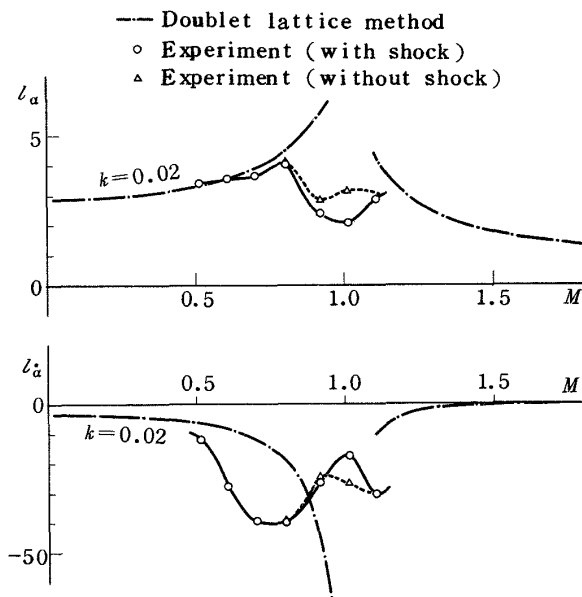


図 24 マッハ数に対する揚力係数の変化

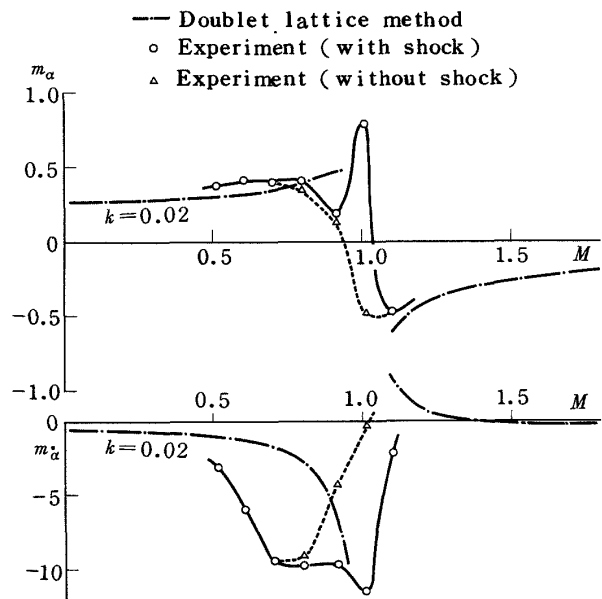


図 25 マッハ数に対するモーメント係数の変化

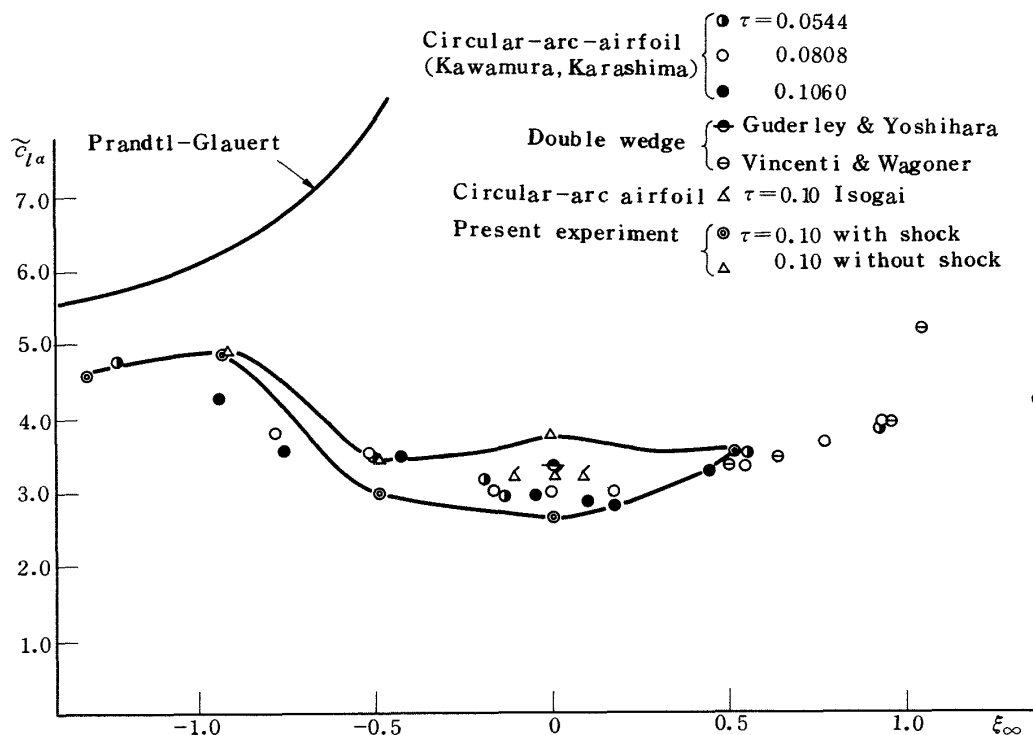


図 26 遷音速相似パラメータによる揚力係数の変化

も有限に求まり $k = 0.01$ の場合の実験値と比較的近い値を示した。(図 14)。

$M \simeq 1$ において l_a は衝撃波の影響を除いた場合約 50% の揚力増加がある。 l_a ではその影響が小さい。また m_a は衝撃波の影響を除いた場合大きく変化し、その符号が変わり超音速領域の m_a に近い値を示す。通常空力中心が前方へ移動すると説明される高亜音速 ($M \simeq 1$) 附近の m_a のピークの起る現象の原因として、衝撃波の移動によることが分かった。

m_a は l_a に比し衝撃波の影響のある場合とない場合の差が大きい。この領域で m_a を直接測定し、マッハ数に対してプロットするとその値に振動現象が現われる。この現象は衝撃波の移動と翼の振動間の位相関係によるものと推測されるがこの点は今後の課題である。

最後に遷音速域に起きるマッハ数凍結の現象について述べる。遷音速相似則に従って次の変数を用いてプロットしたのが図 26 である。

$$\xi = \frac{M^2 - 1}{((\gamma + 1)\tau)^{2/3}}, \quad \tilde{c}_{ld} = ((\gamma + 1)\tau)^{1/3} \cdot 2 l_a$$

遷音速域における揚力傾斜 \tilde{c}_{ld} の変化は Guderlay, Vincenti, 磯貝⁵⁾等の理論値と河村の実験値等と良く一致している。ただし、 $M = 1$ では衝撃波の影響のある場合とない場合の \tilde{c}_{ld} の値を比較すると前者は他の値よりやや小さく、後者はやや大きい値である。非定常的な変動圧力のマッハ数変化に対しても $M = 1$ 附近でマッハ数凍結が起ることが確かめられた。

8. 結 論

1) Subcritical 領域では線型理論と比較的よく一致しているがなお若干のずれが認められる。この原因として翼の厚み分布の影響と境界層の影響が考えられる。 c_p'' の実験値は線型理論値よりも常に大きい値を示す。このようなずれ方は修正マトリックスの考え方で修正でき、実際の空気力としてフラッタ計算に組込むことができる。

2) Supercritical 領域では圧縮性の影響、流れの非線型性、翼型に依存する垂直衝撃波の移動に関連して非定常圧力分布は線型理論値と大きくずれる。この場合特に第 2 高調波が増大することにより基本波の振幅と位相に影響を及ぼし重要な意味をもつ。 $M \simeq 1$ で翼面上の衝撃波の影響を人為的に除いた結果は線型理論の無次元振動数の大きい場合の結果とほとんど一致している。

3) 低超音速領域では衝撃波の影響は小さいが、流れ場は依然として非線型性が強く音速理論値に近い値を示している。 $M = 0.9 \sim 1.1$ の範囲は非定常圧力に関してもマッハ数凍結の現象が起る。

4) モーメント係数では衝撃波の影響のある場合とない場合の差は顕著であり、衝撃波の移動による空力中心の前方への移動が実験的に明らかにされた。

9. あとがき

従来、亜音速および遷音速領域における振動翼面上の非定常圧力分布の実験例は非常に少なかった。最近亜音速領域の実験結果は徐々に発表されている。しかし現在でも遷音速域ではその報告は非常に少ない。したがって遷音速域の理論的な解析結果の比較または一つの指針となればこの報告の目的の一端は達せられる。この領域では非定常圧力分布は翼型に依存するため、一般的な結論を得るにはさらに多くの実験を重ねる必要があるように思う。

最後に 6 章の修正マトリックスの考え方は ONERA の Destuynder 氏に指導して戴き、付録 A 1 は滞仏中に計算を行なったものである。

参 考 文 献

- 1) T. Theodorsen and I. E. Garrick; Nonstationary Flow about a Wing-Aileron-Tab Combination Including Aerodynamic Balance; NACA Report No. 736 (1942).
- 2) E. Reissner; On the Application of Mathieu Functions in the Theory of Subsonic Compressible Flow Past Oscillating Airfoils, NACA TN-2363 (1951).
- 3) D. Nixon; A Two-Dimensional Aerofoil Oscillating at Low Frequencies in High Subsonic Flow, ARC CP No. 1285 (1974).
- 4) S. S. Stahara and J. R. Spreiter; Development of a Nonlinear Unsteady Transonic Flow Theory, NASA CR-2258 (1973).
- 5) K. Isogai; A Method for Predicting Unsteady Aerodynamic Forces on Oscillating Wings with Thickness in Transonic Flow Near Mach Number 1, NAL TR-455T (1976).
- 6) G. Coupry et G. Piazzoli; Étude du Flottement en Régime Transsonique, La Recherche Aéronautique, No. 63 (1958).
- 7) F. E. Ehlers; A Finite Difference Method for the Solution of the Transonic Flow Around Harmonically Oscillating Wings, NASA CR-2257 (1974).
- 8) R. J. Magnus and H. Yoshihara; Calculations of Transonic Flow over an Oscillating Airfoil, AIAA paper 75-98 (1975).

- 9) P. Laval; Calcul de L'écoulement Instationnaire Transsonique autour d'un Profil Oscillant par une Méthode à Pas Fractionnaires, ONERA T.P. No. 1975-115.
- 10) I. E. Garrick and S. I. Rubinow; Flutter and Oscillating Air-Force Calculations for an Airfoil in a Two-Dimensional Supersonic Flow, NACA Report No. 846 (1946).
- 11) M. D. Van Dyke; Supersonic Flow Past Oscillating Airfoils Including Nonlinear Thickness Effects, NACA Report No. 1183 (1953).
- 12) C. E. Watkins, H. I. Runyan and D. S. Woolston; On the Kernel Function of the Integral Equation Relating the Lift and Downwash Distributions of Oscillating Finite Wings in Subsonic Flow, NACA Report 1234 (1953).
- 13) C. E. Watkins and J. H. Berman; On the Kernel Function of the Integral Equation Relating Lift and Downwash Distributions of Oscillating Wings in Supersonic Flow, NACA Report 1257 (1955).
- 14) 河野長正, 柳沢三憲: 遷音速における動的試験, 日本航空宇宙学会誌 Vol 19, No.209, 1971.
- 15) H. Bergh and R. J. Zwaan; A Method for Estimating Unsteady Pressure Distributions for Arbitrary Vibration Modes from Theory and from Measured Distributions for One Single Mode, NLR TR F. 250 (1966).
- 16) K. Isogai; Approximate Method for Calculating Aerodynamic Loadings an Airfoil Oscillating in High Subsonic Flow, NAL TR-455T (1976).
- 17) R. Destuynder; Utilisation des Mesures Locales de Pression Instationnaire pour la Détermination des Coefficients Aérodynamiques, ONERA T.P. No. 196 (1964).
- 18) R. L. Bisplinghoff, H. Ashley and R. L. Halfman; Aeroelasticity, Addison-Wesley Publishing Co.
- 19) H. Tijdeman; High Subsonic and Transonic Effects in Unsteady Aerodynamics, NLR TR 75079 U.

付録 1 非圧縮流理論による非定常圧力分布

翼が調和振動している場合、翼面上の渦と後流中の渦を仮定すれば文献18より次式のように求められる。

$$\begin{aligned} \frac{-\Delta P_a}{\rho U} = & \frac{2}{\pi} [1 - c(k)] \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{1+\xi}{1-\xi}} w_a(\xi) d\xi \\ & + \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \left[\sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \cdot \sqrt{\frac{1+\xi}{1-\xi}} \cdot \frac{1}{x-\xi} \right. \\ & \left. - i k A_1(x, \xi) \right] w_a(\xi) d\xi \quad (A1) \end{aligned}$$

$$\text{ここに } A_1(x, \xi) = \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{1-x\xi + \sqrt{1-\xi^2} \sqrt{1-x^2}}{1-x\xi - \sqrt{1-\xi^2} \sqrt{1-x^2}} \right\},$$

$c(k) = F(k) + iG(k)$ は Theodorsen 関数である。

非定常の場合の境界条件として、 x も z_a も半弦長で無次元化すると

$$\frac{w_a(x)}{U} = i k z_a(x) + \frac{d z_a}{d x} \quad (A2)$$

図 A1 のような座標で変位 $z_a(x)$ は次式で表わせる。

$$z_a(x) = \begin{cases} -h - \alpha(x-a) & \dots\dots\dots -1 \leq x \leq c \\ -h - \alpha(x-a) - \beta(x-c) & \dots\dots\dots c \leq x \leq 1 \end{cases}$$

吹下しは

$$\frac{w_a(x)}{U} = \begin{cases} -i k h - \alpha - i k \alpha(x-a) & -1 \leq x \leq c \\ -i k h - \alpha - i k \alpha(x-a) - \beta - i k \beta(x-c) & c \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (A3)$$

である。

$x = \cos \theta$, $\xi = \cos \theta'$ として変換し、(A3) 式を(A1) 式に代入し、各振動モードに分けて積分すると heaving, pitching および補助翼の振動した場合の圧力係数が求められる。

$$c_{Ph} = -2 \left\{ -k^2 \sin \theta - k G \tan \frac{\theta}{2} + i k F \tan \frac{\theta}{2} \right\} \quad (A4)$$

$$\begin{aligned} c_{Pa} = & -2 \left\{ \left(F - \frac{kG}{2} \right) \tan \frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} k^2 \sin 2\theta \right. \\ & \left. + i \left(\frac{kF}{2} + G - \frac{k}{2} \right) \tan \frac{\theta}{2} + 2 k i \sin \theta \right\} \\ & - 2 \alpha \left\{ k G \tan \frac{\theta}{2} + k^2 \sin \theta - i k F \tan \frac{\theta}{2} \right\} \quad (A5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_{P\beta} = & \frac{2}{\pi} \left[\tan \frac{\theta}{2} \sin \theta_c - \ln \left| \frac{\sin \frac{\theta + \theta_c}{2}}{\sin \frac{\theta - \theta_c}{2}} \right| \right. \\ & \left. - i k \left\{ \left(\frac{\theta_c}{2} + \theta_c \cos \theta + \frac{1}{4} \sin 2\theta_c \right) \cdot \tan \frac{\theta}{2} + \theta_c \sin \theta \right\} \right] \end{aligned}$$

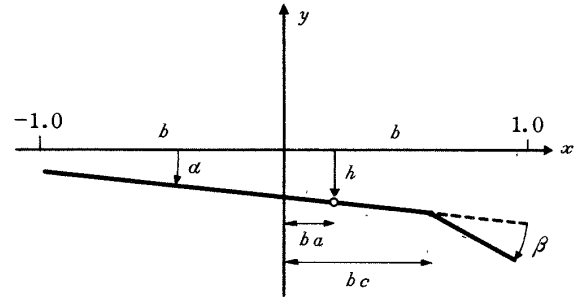


図 A1 補助翼のある場合の $h - \alpha - \beta$ 運動

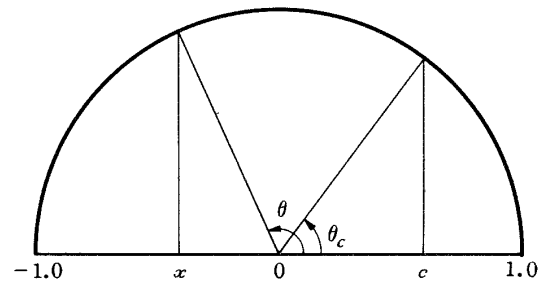


図 A2 $\theta - x$ の変換

$$\begin{aligned} & + 2(\cos \theta - \cos \theta_c) \ln \left| \frac{\sin \frac{\theta + \theta_c}{2}}{\sin \frac{\theta - \theta_c}{2}} \right\} \\ & + \frac{k^2}{2} \left\{ (\cos \theta - \cos \theta_c)^2 \ln \left| \frac{\sin \frac{\theta + \theta_c}{2}}{\sin \frac{\theta - \theta_c}{2}} \right| \right. \\ & \left. - 2\theta_c \cos \theta_c \sin \theta + \sin \theta_c \sin \theta + \frac{\theta_c}{2} \sin 2\theta \right\} \\ & - (F + iG) \tan \frac{\theta}{2} \left\{ \theta_c + \sin \theta_c + i k \left(\frac{\theta_c}{2} + \sin \theta_c \right. \right. \\ & \left. \left. - \theta_c \cos \theta_c - \frac{1}{4} \sin 2\theta_c \right) \right\} \quad (A6) \end{aligned}$$

付録 2 ダブレット格子法による計算

圧力分布と吹下しの関係は核関数を用いて次のような積分方程式で表わせる。

$$\frac{W_a(x)}{U} = \frac{-1}{\rho U^2} \int_{-1}^1 \Delta P_a(\xi) K(x_0) d\xi \quad (A7)$$

ここに $W_a(x)$ は吹下し、 $x_0 = x - \xi$, $K(x_0)$ は核関数である。未知関数としての翼上下面の圧力差 $\Delta P_a(x)$ はこの積分方程式を数値的に解くことにより求められる。

今、前縁と後縁の間を N 等分して、その一つの要素内の $1/4$ のところにダブレットの列を置き、 $3/4$ の位置に標点を置いた配列を考える。

$$X_j = -1 + \frac{2}{N} \left(j - \frac{1}{4} \right)$$

$$\xi_i = -1 + \frac{2}{N} \left(i - \frac{3}{4} \right)$$

上記のようなダブルット格子を仮定すれば(A7)式は次式に変形される。

$$\frac{W_a(x_j)}{\rho U^2} = \sum_{n=1}^N \left(\frac{\Delta P(\xi_i)}{\rho U^2} \right) K(x_0) \Delta \xi \quad (\text{A8})$$

さらに圧力分布を多項式で近似すると

$$\frac{\Delta P(\xi_i)}{\rho U^2} = \sum_{n=1}^N a_n b_{in} \quad (\text{A9})$$

である。ただし b_{in} は既知関数である。したがって、

(A8)式は

$$\begin{aligned} \frac{W_a(x_j)}{U} &= - \sum_{i=1}^N \sum_{n=1}^N (a_n b_{in}) K(x_0) \Delta \xi \\ &= - \sum_{n=1}^N a_n \sum_{i=1}^N b_{in} K(x_0) \Delta \xi \end{aligned} \quad (\text{A10})$$

マトリックス表示すれば

$$\left\{ \frac{W_a(x_j)}{U} \right\} = [A_{ijn}] \{a_n\} \quad (\text{A11})$$

a_n について解けば

$$\{a_n\} = [A_{ijn}]^{-1} \left\{ \frac{W_a(x_j)}{U} \right\} \quad (\text{A12})$$

である。

(A10)式に用いられる核関数は各マッハ数領域に応じて文献12, 13に求められている。

1) $M = 0$

$$\begin{aligned} K(x_0) &= -2k \left[-\frac{1}{k x_0} \right. \\ &\quad \left. + i e^{-i k x_0} \left\{ c_i(k x_0) + i \left(s_i(k x_0) + \frac{\pi}{2} \right) \right\} \right] \end{aligned}$$

(A13)

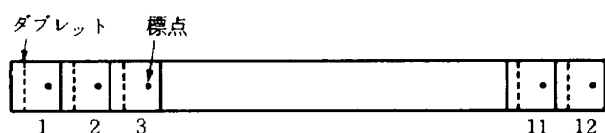


図 A3 ダブルットと標点の配置

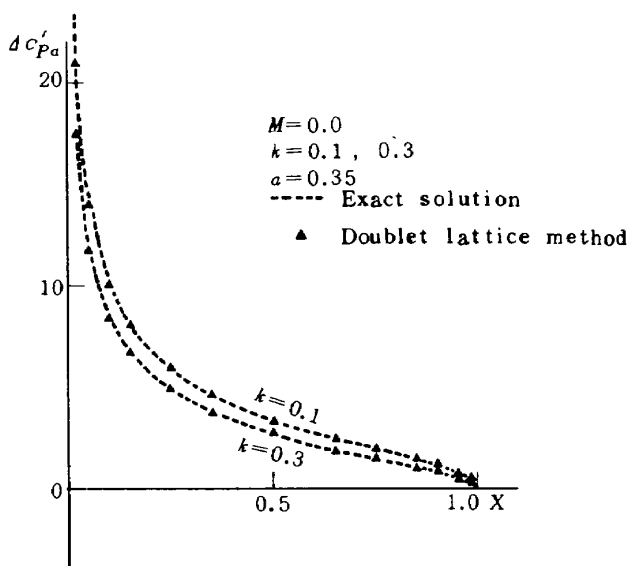


図 A4 ダブルット格子法と厳密解の比較 (pitching)

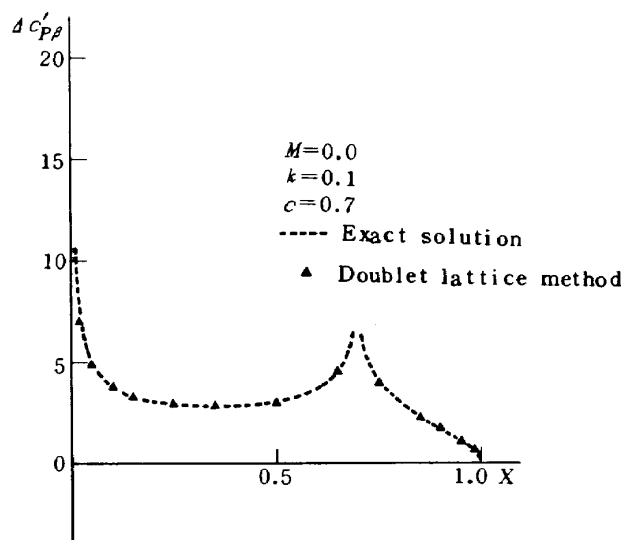
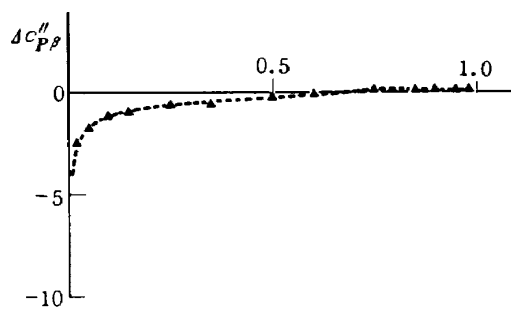
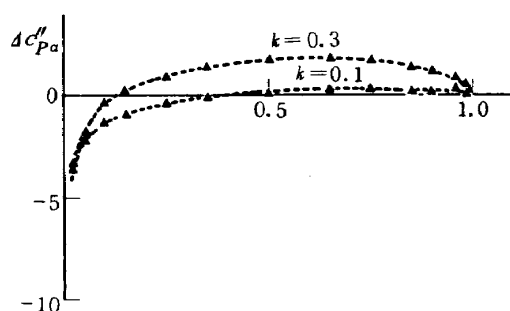


図 A5 ダブルット格子法と厳密解の比較 (補助翼の振動)



2) $0 < M < 1$

$$K(x_0) = -\frac{\pi k}{\sqrt{1-M^2}} e^{-ikx_0} \left\{ e^{\frac{ikx_0}{1-M^2}} \left[\frac{iM|x_0|}{x_0} H_0^{(2)} \left(\frac{kM|x_0|}{1-M^2} \right) - H_0^{(2)} \left(\frac{kM|x_0|}{1-M^2} \right) \right] + \frac{2i}{\pi} \sqrt{1-M^2} \ln \left(\frac{1+\sqrt{1-M^2}}{M} \right) + ik \int_0^{x_0} e^{\frac{ik\lambda}{1-M^2}} H_0^{(2)} \left(\frac{kM|\lambda|}{1-M^2} \right) d\lambda \right\} \quad (A14)$$

 3) $M = 1$

$$K(x_0) = 4 \sqrt{\frac{\pi i}{2}} e^{-ikx_0} \left(\frac{k}{\sqrt{kx_0}} e^{\frac{ikx_0}{2}} - ik \sqrt{\pi} \int_0^{\sqrt{kx_0}} \frac{e^{\frac{i\pi\lambda^2}{2}}}{\pi} d\lambda \right) \quad (A15)$$

 4) $M > 1$

$$K(x_0) = 2\pi\sqrt{M^2-1} \left\{ e^{-\frac{iMkx_0}{M^2-1}} \left[\partial(x_0) + \frac{ik}{M^2-1} U(x_0) J_0 \left(\frac{Mkx_0}{M^2-1} \right) - \frac{Mk}{M^2-1} U(x_0) J_1 \left(\frac{Mk}{M^2-1} x_0 \right) \right] + \frac{k^2}{M^2-1} e^{-ikx_0} \int_0^{x_0} e^{-\frac{ik\lambda}{M^2-1}} U(\lambda) J_0 \left(\frac{Mk}{M^2-1} x_0 \right) d\lambda \right\} \quad (A16)$$

圧力分布関数は次のように仮定する。

 1) $0 \leq M < 1$

$$\frac{\Delta P_a(\xi)}{\rho U^2} = A_0 \tan \frac{\theta}{2} + \sum_{m=1}^{N-2} A_m \sin m\theta + A_{N-1} \left(\frac{1-\cos \theta}{1-\cos \theta_c} \right) \ln(\cos \theta - \cos \theta_c) \quad (A17)$$

 2) $1 \leq M$

$$\frac{\Delta P_a(\xi)}{\rho U^2} = \frac{A_0}{\sqrt{1+\xi}} + \sum_{m=1}^{N-1} A_m \xi^{n-1} \sqrt{1+\xi} \quad (A18)$$

 これらの核関数および圧力分布関数を(A10)式に代入し、未知乗数 a_n を求める。

付録1と付録2によって求められた非定常圧力係数の精度を比較するため、図A4と図A5にプロットした。付録1では $M=0$ の場合の厳密解であり、付録2ではダブルレット格子法であり近似解法である。 $M=0$ においてピッチング振動および補助翼の振動の場合について比較を行った結果、前縁と後縁付近で誤差が大きくなることが分った。前縁から $x=0.02$ で約10%小さい値を示す。しかし全翼弦長に渡って実用上問題にならないくらい小さな値である。

航空宇宙技術研究所報告 501 号

昭和 52 年 5 月 発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町 1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182
印刷所 株式会社 共 進
東京都杉並区久我山 4-1-7(羽田ビル)
