

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-539

積分関係法による非軸対称平頭物体まわりの流れ

— 迎角のない場合 —

河本 巖・清水福寿
原 亘利・関根英夫

1978 年 8 月

航空宇宙技術研究所

NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

積分関係法による非軸対称平頭物体まわりの流れ

—— 迎角のない場合 ——

河本 巖** 清水 福寿**

原 亘利** 関根 英夫**

Calculation of the flow on a non-axisymmetric flat-faced body in supersonic flow by the method of integral relations

—without attack angle—

By Iwao KAWAMOTO, Fukujyu SHIMIZU, Nobutoshi HARA
and Hideo SEKINE

Non-axisymmetric flat-faced blunt body problems have been attracting practical interest related to the re-entry at large angles of attack of objects like the shuttle orbiter. In our previous paper, pressure measurements and observations on the stagnation point location on non-axisymmetric flat-faced bodies were reported in detail and some of the features were clarified. But the flow in the shock layer for this type of body has not been sufficiently clarified experimentally as well as theoretically.

One of the most important results derived from the previous experimental studies is that pressure on the shoulder line for many non-axisymmetric flat-faced bodies reaches the sonic value. This implies that the method of integral relations which has been applied to a circular-faced body without angles of attack can be also applicable to the non-axisymmetric flat-faced body. In other words, the problem can be treated as a two-point boundary value problem between the stagnation point and the shoulder line.

This paper presents the method of integral relations applied to an elliptical-faced body without angle of attack as a typical example of non-axisymmetric flat-faced bodies.

Calculated flow fields were compared with experimental ones, and it was clarified that the method of integral relations is applicable not only to axisymmetric bodies but also to non-axisymmetric flat-faced bodies.

1 緒 言

シャトルオービタ等が大迎角で再突入する問題に関連し、平頭鈍頭問題は興味の対象となっている。先に非軸対称平頭物体の詳細な圧力分布実験、oil streakによる渦み点の観察、シュリーレン観察等を行ない¹⁾流れの特徴のいくつかを明らかにした。これらの実験より軸対称からずれた平頭物体にあっても依然として平頭面の肩では音速条件がなりたっていることが明らかとなり、いままで扱われて来た平頭円柱に対する積分関係法^{2~16)}の考え方が非軸対称平頭物体の場合にも適用出来ることを示唆している。すなわち渦み点と肩の間を2点境界値問題としてあつかえる。また衝撃波の形状、平頭面上の圧力分布等以外に興味あるのは衝撃波層内の流れであり、その流れの様子は実験的にも理論的にもあまり明らかにされていない。衝撃波層内の流れのうち特に興味あるのは迎角のある完全な三次元鈍頭問題に対してであるが、ここでは積分関係法の非軸対称物体への適用の可能性を検討する意味で迎角のない場合の流れを計算した。

積分関係法は従来二次元流や軸対称流に対して成功裏

に適用されて来たが、それらはいずれも保存量を線型近似することによって平頭表面直角方向の積分を行い、一連の偏微分方程式を常微分方程式に帰する方法をとっている。しかしこの方法を三次元流へ適用してみた結果は不成功で、ここでは物理量そのものを線型近似し計算を行い一応の結果が得られた。本報告はこの方法について述べたものであり、はじめに軸対称平頭物体に対して従来の保存量を線型近似する方法と本方法との比較を行い、ついで迎角のない三次元流に本方法を適用し、実験結果と比較してみた。

2 主な記号

a : 楕円の離心率を変えるパラメータ

b : 直交系のメッシュを調整するパラメータ

B_i, C_i, D_i, E_i : 保存量

C_0, C_1, C_2 : 未定常数, 式(58)~(60)

$D_{\rho 0}, D_{r 0}, D_{v 0}, D_{u 0}, D_{w 0}, D_{u 0}, D_{w 0}$: 式(29)で定義

f, g : 関数, 式(69), (70)

g_1, g_2, g_3 : (x, y, z) 座標系のメトリック

G_0, H_0 : 式(61), (62)で定義

m : 任意の物理量

n : 衝撃波面に垂直な単位ベクトル

* 昭和53年6月17日受付

** 空気力学第二部

p : 圧力, $P_\infty U_\infty^2$ で無次元化
 q : 速度, 図 2, U_∞ で無次元化
 r : 半径座標
 r_B : 円柱半径
 S : 衝撃波面, またはエントロピー
 U, V, W : x, y, z 方向速度成分, U_∞ で無次元化
 x_0, y_0, z_0 : 直角座標系, 図 1
 x, y, z : 直交座標系, 図 1, 図 8
 y_{0B} : 平頭楕円面長径の 1/2
 γ : 空気の比熱比
 d : 衝撃波離脱距離
 ρ : 密度, ρ_∞ で無次元化
 θ_0 : x 軸と y_0 軸のなす角度, 図 1
 θ : 周方向角度, 式 (39) で定義
 ξ, η, ζ : 式 (11) で定義された座標系
 σ : 衝撃波の傾斜角, 図 2

添 字

b : 物体表面
 s : 衝撃波面
 ∞ : 一様流

3 基礎方程式

流れを断熱非粘性; 定常流とすると Euler の方程式は次のようになる。

$$\operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (1)$$

$$g \operatorname{grad} \frac{1}{2} q^2 + \frac{1}{\rho} g \operatorname{grad} p - \mathbf{V} \times \operatorname{rot} \mathbf{V} = 0 \quad (2)$$

$$\mathbf{V} \cdot \operatorname{grad} S = 0 \quad (3)$$

任意の直交系を (x, y, z) とし, g_1, g_2, g_3 をそれぞれ metric とする式 (1)~(3) は次のようにかける。

$$\frac{\partial}{\partial x}(g_2 g_3 \rho U) + \frac{\partial}{\partial y}(g_3 g_1 \rho V) + \frac{\partial}{\partial z}(g_1 g_2 \rho W) = 0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{U}{g_1} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{V}{g_2} \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{W}{g_3} \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{1}{g_1} \frac{\partial p}{\partial x} \\ &= \frac{V}{g_1 g_2} \left(V \frac{\partial g_2}{\partial x} - U \frac{\partial g_1}{\partial y} \right) - \frac{W}{g_3 g_1} \left(U \frac{\partial g_1}{\partial z} - W \frac{\partial g_3}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{U}{g_1} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{V}{g_2} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{W}{g_3} \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{1}{g_2} \frac{\partial p}{\partial y} \\ &= \frac{W}{g_2 g_3} \left(W \frac{\partial g_3}{\partial y} - V \frac{\partial g_2}{\partial z} \right) - \frac{U}{g_1 g_2} \left(V \frac{\partial g_2}{\partial x} - U \frac{\partial g_1}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \frac{U}{g_1} \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{V}{g_2} \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{W}{g_3} \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{1}{g_3} \frac{\partial p}{\partial z} \\ &= \frac{U}{g_3 g_1} \left(U \frac{\partial g_1}{\partial z} - W \frac{\partial g_3}{\partial x} \right) - \frac{V}{g_2 g_3} \left(W \frac{\partial g_3}{\partial y} - V \frac{\partial g_2}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{U}{g_1} \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{V}{g_2} \frac{\partial S}{\partial y} + \frac{W}{g_3} \frac{\partial S}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

積分に便利のため式 (5)~(8) を保存形に変換する。

$$\begin{aligned} & (4) \times U + (5) \times g_2 g_3 \rho, (4) \times V + (6) \times g_3 g_1 \rho, (4) \times W + (7) \\ & \times g_1 g_2 \rho, (4) \times (p / \rho r)^n + (8) \times n (p / \rho r)^{n-1} \rho \end{aligned}$$

等により式 (5)~(8) は再び次のようにかける。

$$\frac{\partial B_i}{\partial x} + \frac{\partial C_i}{\partial y} + \frac{\partial D_i}{\partial z} = E_i, (i = 1, 2, 3, 4, 5)$$

(9)

$$B_i = \begin{bmatrix} g_2 g_3 \rho U \\ g_2 g_3 (p + \rho U^2) \\ g_2 g_3 \rho UV \\ g_2 g_3 \rho UW \\ g_2 g_3 \rho I \left(\frac{p}{\rho r} \right)^n \end{bmatrix}$$

$$C_i = \begin{bmatrix} g_1 g_3 \rho V \\ g_1 g_3 \rho VU \\ g_1 g_3 (p + \rho V^2) \\ g_1 g_3 \rho VW \\ g_1 g_3 \rho V \left(\frac{p}{\rho r} \right)^n \end{bmatrix} \quad D_i = \begin{bmatrix} g_1 g_2 \rho W \\ g_1 g_2 \rho WU \\ g_1 g_2 \rho WV \\ g_1 g_2 (p + \rho W^2) \\ g_1 g_2 \rho W \left(\frac{p}{\rho r} \right)^n \end{bmatrix}$$

$$E_i = \begin{bmatrix} 0 \\ g_2 \frac{\partial g_3}{\partial x} (p + \rho W^2) + g_3 \frac{\partial g_2}{\partial x} (p + \rho V^2) - g_3 \frac{\partial g_1}{\partial y} \rho UV - g_2 \frac{\partial g_1}{\partial z} \rho UW \\ g_3 \frac{\partial g_1}{\partial y} (p + \rho U^2) + g_1 \frac{\partial g_3}{\partial y} (p + \rho W^2) - g_1 \frac{\partial g_2}{\partial z} \rho VW - g_3 \frac{\partial g_2}{\partial x} \rho UV \\ g_1 \frac{\partial g_2}{\partial z} (p + \rho V^2) + g_2 \frac{\partial g_1}{\partial z} (p + \rho U^2) - g_2 \frac{\partial g_3}{\partial x} \rho UW - g_1 \frac{\partial g_3}{\partial y} \rho VW \\ 0 \end{bmatrix}$$

ここで (x_0, y_0, z_0) を直角座標系として metric は

$$\begin{aligned} g_1^2 &= \left(\frac{\partial x_0}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial y_0}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z_0}{\partial x} \right)^2 \\ g_2^2 &= \left(\frac{\partial x_0}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial y_0}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial z_0}{\partial y} \right)^2 \\ g_3^2 &= \left(\frac{\partial x_0}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial y_0}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial z_0}{\partial z} \right)^2 \end{aligned} \quad (10)$$

と定義される。

次に独立変数を次の関係によって (x, y, z) より (ξ, η, ζ) に変換する。

$$\begin{aligned} \xi &= x \\ \eta &= y/\Delta(\xi, \zeta) \\ \zeta &= z \end{aligned} \quad (11)$$

この時微分 operator は

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{\eta}{\Delta} \frac{\partial \Delta}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \eta} \\ \frac{\partial}{\partial y} &= \frac{1}{\Delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial \zeta} - \frac{\eta}{\Delta} \frac{\partial \Delta}{\partial \zeta} \frac{\partial}{\partial \eta}$$

とかけ、式(9)は

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} (\Delta B_i) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(C_i - \eta \frac{\partial \Delta}{\partial \xi} B_i - \eta \frac{\partial \Delta}{\partial \zeta} D_i \right) \\ + \frac{\partial}{\partial \zeta} (\Delta D_i) = \Delta E_i \end{aligned} \quad (13)$$

となる。再び形式的に

$$\frac{\partial \widetilde{B}_i}{\partial \xi} + \frac{\partial \widetilde{C}_i}{\partial \eta} + \frac{\partial \widetilde{D}_i}{\partial \zeta} = \widetilde{E}_i \quad (i=1, 2, 3, 4, 5) \quad (14)$$

とかける。いま直接問題としたいのは平頭物体であり座標原点を平頭表面におき y をそれに垂直上流方向にとることによって metric は y に独立で、 g_1, g_2 は (ξ, ζ) だけの関数となり、かつ $g_2=1$ とおける。

ここで $\widetilde{B}_i, \widetilde{C}_i, \widetilde{D}_i, \widetilde{E}_i$ は次のようになる。

$$\widetilde{B}_i = \begin{bmatrix} g_3 \Delta \rho U \\ g_3 \Delta (p + \rho U^2) \\ g_3 \Delta \rho UV \\ g_3 \Delta \rho UW \\ g_3 \Delta \rho U \left(\frac{p}{\rho r} \right)^n \end{bmatrix} \quad \widetilde{C}_i = \begin{bmatrix} g_1 g_3 \rho V - \eta \frac{\partial \Delta}{\partial \xi} g_3 \rho U - \eta \frac{\partial \Delta}{\partial \zeta} g_1 \rho W \\ g_1 g_3 \rho VU - \eta \frac{\partial \Delta}{\partial \xi} g_3 (p + \rho U^2) - \eta \frac{\partial \Delta}{\partial \zeta} g_1 \rho WU \\ g_1 g_3 (p + \rho V^2) - \eta \frac{\partial \Delta}{\partial \xi} g_3 \rho UV - \eta \frac{\partial \Delta}{\partial \zeta} g_1 \rho WV \\ g_1 g_3 \rho VW - \eta \frac{\partial \Delta}{\partial \xi} g_3 \rho UW - \eta \frac{\partial \Delta}{\partial \zeta} g_1 (p + \rho W^2) \\ g_1 g_3 \rho V \left(\frac{p}{\rho r} \right)^n - \eta \frac{\partial \Delta}{\partial \xi} g_3 \rho U \left(\frac{p}{\rho r} \right)^n - \eta \frac{\partial \Delta}{\partial \zeta} g_1 \rho W \left(\frac{p}{\rho r} \right)^n \end{bmatrix}$$

$$\tilde{D}_i = \begin{bmatrix} g_1 \Delta \rho W \\ g_1 \Delta \rho W U \\ g_1 \Delta \rho W V \\ g_1 \Delta (p + \rho W^2) \\ g_1 \Delta \rho W \left(\frac{p}{\rho r} \right)^n \end{bmatrix}$$

$$\tilde{E}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ (p + \rho W^2) \Delta \frac{\partial g_3}{\partial \xi} - \rho U W \Delta \frac{\partial g_1}{\partial \zeta} \\ 0 \\ (p + \rho U^2) \Delta \frac{\partial g_1}{\partial \zeta} - \rho U W \Delta \frac{\partial g_3}{\partial \xi} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$g_1 = g_1(\xi, \zeta)$$

$$g_3 = g_3(\xi, \zeta) \quad (15)$$

次に物理量 (U, V, ρ, etc) を物体表面と衝撃波面との間で線型であると仮定する。いま物理量を m_i 等で示し、物体表面を $m_i(0)$ 、衝撃波面を $m_i(1)$ 等で示す。

$$Dm_i = m_i(1) - m_i(0) \quad \text{と定義すると}$$

$$m_i(\eta) = m_i(0) + Dm_i \cdot \eta \quad (16)$$

また物理量の積は

$$m_i m_j = m_i(0) m_j(0) + (m_i(0) Dm_j + m_j(0) Dm_i) \eta + Dm_i Dm_j \eta^2$$

$$= m_i(0) m_j(0) + \{ m_i(1) m_j(1) - m_i(0) m_j(0) \} \eta - Dm_i Dm_j \eta$$

$$+ Dm_i Dm_j \eta^2$$

$$m_i m_j m_k = m_i(0) m_j(0) m_k(0) + \{ m_i(0) m_j(0) Dm_k + Dm_i m_j(0) m_k(0) + Dm_i m_j(0) Dm_k + Dm_i Dm_j m_k(0) \} \eta + Dm_i Dm_j Dm_k \eta^2$$

また後に必要とされる $\eta = 0 \sim 1$ 区間のこれらの積分は

$$\int_0^1 m_i d\eta = \frac{1}{2} (m_i(1) + m_i(0))$$

$$\int_0^1 m_i m_j d\eta = \frac{1}{6} \{ 2 m_i(1) m_j(1) + m_i(1) m_j(0) + m_i(0) m_j(1) + 2 m_i(0) m_j(0) \}$$

$$\int_0^1 m_i m_j m_k d\eta = \frac{1}{4} m_i(0) m_j(0) m_k(0) + \frac{1}{12} \{ m_i(0) m_j(0) m_k(1) + m_i(0) m_j(1) m_k(0) + m_i(1) m_j(0) m_k(0) + m_i(0) m_j(1) m_k(1) + m_i(1) m_j(0) m_k(1) + m_i(1) m_j(1) m_k(0) \} + \frac{1}{4} m_i(1) m_j(1) m_k(1)$$

以上の準備により式 (14) は物体表面から衝撃波面間、すなわち $\eta = 0 \sim 1$ 区間で積分でき、その結果は (ξ, ζ) だけの関数となる。式 (14) の 5 方程式を同時に扱うよりも次の簡単な代数式で、それらのうちの 2 つを代表させることが出来る。

$$\frac{1}{r-1} \frac{r p}{\rho} + \frac{1}{2} (U^2 + V^2 + W^2) = \text{const.}, \quad (18)$$

$$\frac{p}{\rho r} = \text{const. on a body surface} \quad (19)$$

かくして未知量は $U, W, \rho, p, \sigma, \Delta$ で方程式は 5 個であり補助の方程式が必要となる。ここで速度は U_∞ 、密度は ρ_∞ 、圧力は $\rho_\infty U_\infty^2$ で無次元化されていると考えることにする。

4 補助方程式と衝撃波関係式

図 1 に見られるように y 軸を主流の方向と一致するように座標系をえらぶ。すなわち平頭面が主流に垂直に置かれている場合で、平頭物体が零迎角で主流に置かれている場合に相当する。

いま衝撃波面 S の法線ベクトルの x_0, y_0, z_0 成分を (n_{x0}, n_{y0}, n_{z0}) とすると S とこれらの間の関係は

$$\begin{bmatrix} n_{x0} \\ n_{y0} \\ n_{z0} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial x_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial z_0}\right)^2}} \begin{bmatrix} -\frac{\partial S}{\partial x_0} \\ -\frac{\partial S}{\partial y_0} \\ -\frac{\partial S}{\partial z_0} \end{bmatrix} \quad (20)$$

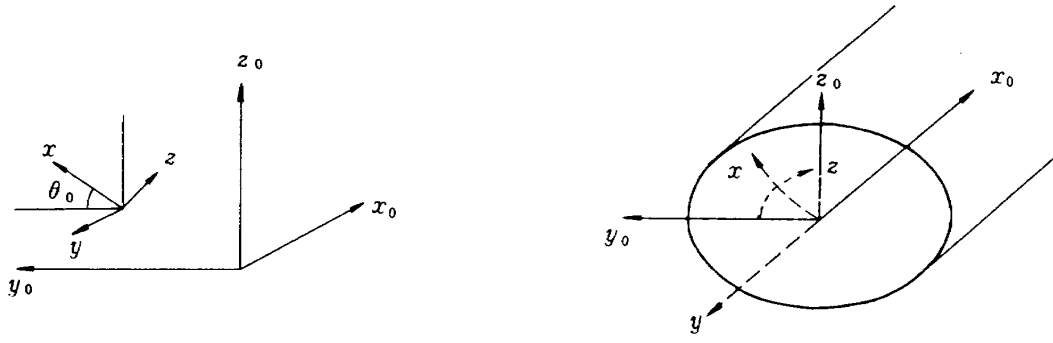


図1 用いた座標系

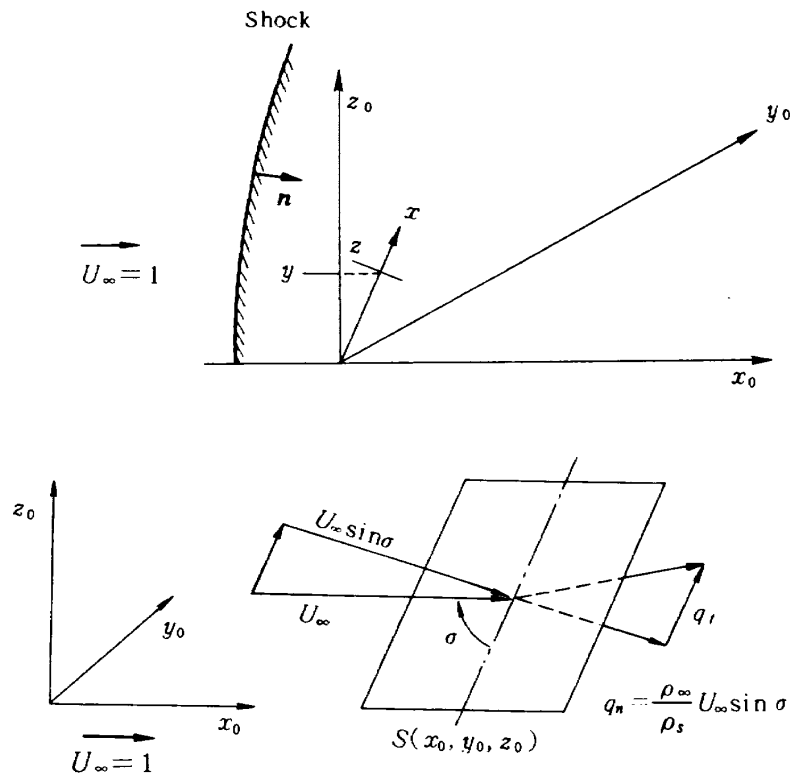


図2 衝撃波面

とかける。衝撃波離脱距離を d とすると

$$S = y - d(x, z) = 0 \quad (21)$$

また方向余弦の間の関係式は図1より

$$\left. \begin{aligned} g_1 dx &= \cos \theta_0 dy_0 + \sin \theta_0 dz_0 \\ dy &= -dx_0 \\ g_3 dz &= -\sin \theta_0 dy_0 + \cos \theta_0 dz_0 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

が成り立つ。

図2より $n_{x_0} = \sin \sigma$ であるから式(22)を用いて式(21)を式(20)に入れると

$$-\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{g_1} \frac{\partial d}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{1}{g_3} \frac{\partial d}{\partial z}\right)^2 + 1}} = \sin \sigma \quad (23)$$

すなわち (ξ, η, ζ) 系では式(12)より

$$\frac{\partial d}{\partial \xi} = -g_1 \sqrt{\frac{1}{\tan^2 \sigma} - \left(\frac{1}{g_3} \frac{\partial d}{\partial \zeta}\right)^2} \quad (24)$$

この d と σ の関係を補助方程式として用いる。

次に衝撃波直後の速度の垂直成分 q_n は

$$\begin{bmatrix} q_{nx_0} \\ q_{ny_0} \\ q_{nz_0} \end{bmatrix} = \frac{1}{\rho_s} \sin \sigma \begin{bmatrix} n_{x_0} \\ n_{y_0} \\ n_{z_0} \end{bmatrix} \quad (25)$$

接線成分 q_t は

$$\begin{bmatrix} q_{tx_0} \\ q_{ty_0} \\ q_{tz_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \sin \sigma \begin{bmatrix} n_{x_0} \\ n_{y_0} \\ n_{z_0} \end{bmatrix} \quad (26)$$

かくして衝撃波後方の速度は

$$\begin{bmatrix} q_{x_0} \\ q_{y_0} \\ q_{z_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{nx_0} \\ q_{ny_0} \\ q_{nz_0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_{tx_0} \\ q_{ty_0} \\ q_{tz_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \left(\frac{1}{\rho_s} - 1 \right) \sin \sigma \, n_{x_0} \\ \left(\frac{1}{\rho_s} - 1 \right) \sin \sigma \, n_{y_0} \\ \left(\frac{1}{\rho_s} - 1 \right) \sin \sigma \, n_{z_0} \end{bmatrix} \quad (27)$$

したがって衝撃波関係式は

$$\begin{bmatrix} U_s \\ V_s \\ W_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \cos \theta_0 & \sin \theta_0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \theta_0 & \cos \theta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{x_0} \\ q_{y_0} \\ q_{z_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{\rho_s} - 1 \right) \frac{1}{g_1} \frac{\partial \Delta}{\partial \xi} \sin^2 \sigma \\ -1 - \left(\frac{1}{\rho_s} - 1 \right) \sin^2 \sigma \\ \left(\frac{1}{\rho_s} - 1 \right) \sin^2 \sigma \left(-\frac{1}{g_3} \frac{\partial \Delta}{\partial \xi} \right) \end{bmatrix} \quad (28)$$

以上より速度は U_∞ 、密度は ρ_∞ 、圧力は $\rho_\infty U_\infty^2$ で無次元化した状態で

$$V_s = -\left(\frac{1}{\rho_s} - 1 \right) \sin^2 \sigma - 1$$

$$U_s = \frac{1}{g_1} \frac{\partial \Delta}{\partial \xi} (-1 - V_s) = -(-1 - V_s) \sqrt{\frac{1}{\tan^2 \sigma} - \left(\frac{1}{g_3} \frac{\partial \Delta}{\partial \xi} \right)^2}$$

$$W_s = (-1 - V_s) \frac{1}{g_3} \frac{\partial \Delta}{\partial \xi}$$

とかける。密度、圧力については σ を用いて

$$p_s = \frac{2r M_\infty^2 \sin^2 \sigma - (r - 1)}{(r + 1)r M_\infty^2}, \quad \rho_s = \frac{(r + 1) M_\infty^2 \sin^2 \sigma}{(r - 1) M_\infty^2 \sin^2 \sigma + 2}$$

実際の計算ではこれらの物理量の他にこれらの ξ 微分, ζ 微分を必要とし、以下にまとめておく。

ξ 微分

$$\frac{\partial p_s}{\partial \xi} = \frac{2}{r + 1} \sin 2\sigma \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \equiv Dp\sigma \frac{\partial \sigma}{\partial \xi}$$

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial \xi} = \frac{2(r + 1) M_\infty^2 \sin 2\sigma}{\{(r - 1) M_\infty^2 \sin^2 \sigma + 2\}^2} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \equiv D\rho\sigma \frac{\partial \sigma}{\partial \xi}$$

$$\frac{\partial V_s}{\partial \xi} = \frac{2}{r + 1} \sin 2\sigma \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \equiv Dv\sigma \frac{\partial \sigma}{\partial \xi}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_s}{\partial \xi} = & - \left\{ \frac{1}{2 \sin^4 \sigma} \frac{(-1 - V_s)^2}{U_s} + \frac{2}{r + 1} \frac{U_s}{(-1 - V_s)} \right\} \sin 2\sigma \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \frac{W_s^2}{U_s} \frac{1}{g_3} \frac{\partial g_3}{\partial \xi} \\ & - \frac{W_s(-1 - V_s)}{U_s} \frac{1}{g_3} \left[\frac{U_s}{(-1 - V_s)} \frac{\partial g_1}{\partial \xi} + g_1 \left\{ -\frac{(-1 - V_s) \sin 2\sigma}{2 U_s \sin^4 \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{W_s}{U_s} \left(-\frac{1}{g_3} \frac{\partial g_3}{\partial \xi} \frac{W_s}{(-1 - V_s)} + \frac{1}{g_3} \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \xi^2} \right) \right\} \right] \equiv D_u \sigma \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + D_{u_0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_s}{\partial \xi} = & -\frac{2}{r + 1} \frac{W_s}{(-1 - V_s)} \sin 2\sigma \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} - W_s \frac{1}{g_3} \frac{\partial g_3}{\partial \xi} \\ & + \frac{(-1 - V_s)}{g_3} \left[\frac{U_s}{(-1 - V_s)} \frac{\partial g_1}{\partial \xi} + g_1 \left\{ -\frac{(-1 - V_s) \sin 2\sigma}{2 U_s \sin^4 \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{W_s}{U_s} \left(-\frac{1}{g_3} \frac{\partial g_3}{\partial \xi} \frac{W_s}{(-1 - V_s)} + \frac{1}{g_3} \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \xi^2} \right) \right\} \right] \equiv D_w \sigma \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + D_{w_0} \end{aligned} \quad (29)$$

ζ 微分

$$\frac{\partial p_s}{\partial \zeta} = \frac{2}{r+1} \sin 2\sigma \frac{\partial \sigma}{\partial \zeta}$$

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial \zeta} = \frac{2(r+1) M_\infty^2 \sin 2\sigma}{\{(r-1) M_\infty^2 \sin^2 \sigma + 2\}^2} \frac{\partial \sigma}{\partial \zeta}$$

$$\frac{\partial V_s}{\partial \zeta} = \frac{2}{r+1} \sin 2\sigma \frac{\partial \sigma}{\partial \zeta}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_s}{\partial \zeta} = & - \left\{ \frac{1}{2 \sin^4 \sigma} \frac{(-1 - V_s)^2}{U_s} + \frac{2}{r+1} \frac{U_s}{(-1 - V_s)} \right\} \sin 2\sigma \frac{\partial \sigma}{\partial \zeta} \\ & - (-1 - V_s) \frac{W_s}{U_s} \left\{ -\frac{1}{g_3} \frac{\partial g_3}{\partial \zeta} \frac{W_s}{(-1 - V_s)} + \frac{1}{g_3} \frac{\partial^2 d}{\partial \zeta^2} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_s}{\partial \zeta} = & - \frac{2}{r+1} \frac{W_s}{(-1 - V_s)} \sin 2\sigma \frac{\partial \sigma}{\partial \zeta} \\ & + (-1 - V_s) \left\{ -\frac{1}{g_3} \frac{\partial g_3}{\partial \zeta} \frac{W_s}{(-1 - V_s)} + \frac{1}{g_3} \frac{\partial^2 d}{\partial \zeta^2} \right\} \end{aligned}$$

また激み点に対しては

$$V_{s_0} = -\frac{1}{\rho_{s_0}}$$

$$U_{s_0} = 0$$

$$W_{s_0} = 0$$

$$p_{s_0} = \frac{2r M_\infty^2 - (r-1)}{(r+1) r M_\infty^2}$$

$$\rho_{s_0} = \frac{(r+1) M_\infty^2}{(r-1) M_\infty^2 + 2}$$

$$\left(\frac{\partial V_s}{\partial \xi} \right)_0 = 0$$

$$\left(\frac{\partial U_s}{\partial \xi} \right)_0 = (-1 - V_s) \frac{\partial^2 d}{\partial \xi^2}$$

$$\left(\frac{\partial W_s}{\partial \xi} \right)_0 = \frac{(-1 - V_s)}{2} \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial^2 d}{\partial \xi^2} \right)$$

$$\left(\frac{\partial p_s}{\partial \xi} \right)_0 = 0, \quad \frac{\partial^2 p_s}{\partial \xi^2} = -\frac{4}{r+1} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right)^2 \quad (30)$$

$$\left(\frac{\partial \rho_s}{\partial \xi} \right)_0 = 0$$

$$\left(\frac{\partial V_s}{\partial \xi} \right)_0 = 0$$

$$\left(\frac{\partial U_s}{\partial \xi} \right)_0 = 0$$

$$\left(\frac{\partial W_s}{\partial \zeta} \right)_0 = 0$$

$$\left(\frac{\partial p_s}{\partial \zeta} \right)_0 = 0$$

$$\left(\frac{\partial \rho_s}{\partial \zeta} \right)_0 = 0$$

とかける。

5 積分関係式

ここでは計算アルゴリズムを簡単にするために未知量 $U_b, W_b, d, \sigma, \rho_b, p_b$ に対して式(14)の5式と式(24)とで系を閉じるかわりに式(18),(19)を導入し、式(14)の連続の式, y運動量, z運動量, 式(18),(19),(24)とで系を閉じる。

式(14)に式(16),(17)を持込み $\eta = 0 \sim 1$ 区間で積分する。この時衝撃波面上の値に添字 S をつけ、物体表面上の値に b をつけて区別し、 $V_b = 0$ および衝撃波関係

式(29)を考慮に入れ、また $\frac{\partial d}{\partial \xi}$ に式(24)を $\frac{\partial \rho_b}{\partial \xi}$ に式

(18),(19)より ρ_b の微分を計算し若干の整理をした後次の一連の方程式をうる。

連続の式

$$\begin{aligned}
& \left\{ (U_b + 2U_s) D_{r\sigma} + (\rho_b + 2\rho_s) D_{u\sigma} \right\} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \left\{ (2\rho_b + \rho_s) - \frac{\rho_b U_b (2U_b + U_s)}{a_b^2} \right\} \frac{\partial U_b}{\partial \xi} \\
& - \frac{\rho_b W_b (2U_b + U_s)}{a_b^2} \frac{\partial W_b}{\partial \xi} \\
& = \frac{g_1}{A} (2\rho_b U_b + \rho_s U_b + \rho_b U_s - 4\rho_s U_s) \sqrt{\frac{1}{\tan^2 \sigma} - \left(\frac{1}{g_3} \frac{\partial A}{\partial \zeta} \right)^2} - (\rho_b + 2\rho_s) D_{u_0} \\
& - (2\rho_b U_b + \rho_s U_b + \rho_b U_s + 2\rho_s U_s) \frac{1}{g_3} \frac{\partial g_3}{\partial \xi} - \frac{6}{A} g_1 \left(\rho_s V_s - \rho_s W_s \frac{1}{g_3} \frac{\partial A}{\partial \zeta} \right) \\
& - \frac{g_1}{g_3} \frac{\partial}{\partial \zeta} (2\rho_b W_b + \rho_b W_s + \rho_s W_b + 2\rho_s W_s) \\
& - (2\rho_b W_b + \rho_b W_s + \rho_s W_b + 2\rho_s W_s) \frac{1}{g_3 A} \left\{ g_1 \frac{\partial A}{\partial \zeta} + A \frac{\partial g_1}{\partial \zeta} \right\} \quad (31)
\end{aligned}$$

y 運動量の式

$$\begin{aligned}
& \left\{ (\rho_b + 3\rho_s) D_{u\sigma} + (U_b + 3U_s) D_{r\sigma} + (\rho_b U_b + \rho_b U_s + \rho_s U_b + 3\rho_s U_s) \frac{D_{v\sigma}}{V_s} \right\} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \\
& + \left\{ (\rho_b + \rho_s) - \frac{\rho_b U_b (U_b + U_s)}{a_b^2} \right\} \frac{\partial U_b}{\partial \xi} - \frac{\rho_b W_b (U_b + U_s)}{a_b^2} \frac{\partial W_b}{\partial \xi} \\
& = \frac{g_1}{A} (\rho_b U_b + \rho_b U_s + \rho_s U_b - 9\rho_s U_s) \sqrt{\frac{1}{\tan^2 \sigma} - \left(\frac{1}{g_3} \frac{\partial A}{\partial \zeta} \right)^2} - (\rho_b + 3\rho_s) D_{u_0} \\
& - (\rho_b U_b + \rho_b U_s + \rho_s U_b + 3\rho_s U_s) \left(\frac{D_{v\sigma}}{V_s} + \frac{1}{g_3} \frac{\partial g_3}{\partial \xi} \right) - \frac{12g_1}{AV_s} (p_s - p_b + \rho_s V_s^2) + \frac{12g_1 \rho_s W_s}{4g_3} \frac{\partial A}{\partial \zeta} \\
& - \frac{1}{g_3 AV_s} (\rho_b W_b + \rho_b W_s + \rho_s W_b + 3\rho_s W_s) \left(g_1 A \frac{\partial V_s}{\partial \zeta} + g_1 V_s \frac{\partial A}{\partial \zeta} + AV_s \frac{\partial g_1}{\partial \zeta} \right) \\
& - \frac{g_1}{g_3} \frac{\partial}{\partial \zeta} (\rho_b W_b + \rho_b W_s + \rho_s W_b + 3\rho_s W_s) \quad (32)
\end{aligned}$$

z 運動量の式

$$\begin{aligned}
& \{ (U_b W_b + U_b W_s + U_s W_b + 3U_s W_s) D_{r\sigma} + (\rho_b W_b + \rho_b W_s + \rho_s W_b + 3\rho_s W_s) D_{u\sigma} \\
& + (\rho_b U_b + \rho_b U_s + \rho_s U_b + 3\rho_s U_s) D_{w\sigma} \} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \left\{ (3\rho_b W_b + \rho_b W_s + \rho_s W_b + \rho_s W_s) \right. \\
& - \frac{\rho_b U_b}{a_b^2} (3U_b W_b + U_b W_s + U_s W_b + U_s W_s) \left. \right\} \frac{\partial U_b}{\partial \xi} + \left\{ (3\rho_b U_b + \rho_b U_s + \rho_s U_b + \rho_s U_s) \right. \\
& - \frac{\rho_b W_b}{a_b^2} (3U_b W_b + U_b W_s + U_s W_b + U_s W_s) \left. \right\} \frac{\partial W_b}{\partial \xi} = \frac{g_1}{A} (3\rho_b U_b W_b + \rho_b U_b W_s + \rho_b U_s W_b \\
& + \rho_s U_b W_b + \rho_b U_s W_s + \rho_s U_b W_s + \rho_s U_s W_b - 9\rho_s U_s W_s) \sqrt{\frac{1}{\tan^2 \sigma} - \left(\frac{1}{g_3} \frac{\partial A}{\partial \zeta} \right)^2} \\
& - (\rho_b W_b + \rho_b W_s + \rho_s W_b + 3\rho_s W_s) D_{u_0} - (\rho_b U_b + \rho_b U_s + \rho_s U_b + 3\rho_s U_s) D_{w_0} \\
& - \frac{2}{g_3} \frac{\partial g_3}{\partial \xi} (3\rho_b U_b W_b + \rho_b U_b W_s + \rho_b U_s W_b + \rho_s U_b W_b + \rho_b U_s W_s + \rho_s U_b W_s + \rho_s U_s W_b + 3\rho_s U_s W_s)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{12g_1}{d}\rho_s V_s W_s - \frac{g_1}{4g_3} \left\{ -12(p_s + \rho_s W_s^2) + 6(p_s + p_b) + (3\rho_b W_b^2 + 2\rho_b W_b W_s + \rho_s W_b^2 \right. \\
& \left. + \rho_b W_s^2 + 2\rho_s W_s W_b + 3\rho_s W_s^2) \right\} \frac{\partial d}{\partial \zeta} \\
& - \frac{g_1}{g_3} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ 6(p_s + p_b) + (3\rho_b W_b^2 + 2\rho_b W_b W_s + \rho_s W_b^2 + \rho_b W_s^2 + 2\rho_s W_s W_b + 3\rho_s W_s^2) \right\} \\
& + \frac{1}{g_3} \frac{\partial g_1}{\partial \zeta} \left\{ (3\rho_b + \rho_s)(U_b^2 - W_b^2) + 2(\rho_b + \rho_s)(U_b U_s - W_b W_s) + (\rho_b + 3\rho_s)(U_s^2 - W_s^2) \right\}
\end{aligned} \quad (33)$$

これらは形式的に

$$A_{11} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + A_{12} \frac{\partial U_b}{\partial \xi} + A_{13} \frac{\partial W_b}{\partial \xi} = A_{14} \quad (31')$$

$$A_{21} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + A_{22} \frac{\partial U_b}{\partial \xi} + A_{23} \frac{\partial W_b}{\partial \xi} = A_{24} \quad (32')$$

$$A_{31} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + A_{32} \frac{\partial U_b}{\partial \xi} + A_{33} \frac{\partial W_b}{\partial \xi} = A_{34} \quad (33')$$

とかけこの解は

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \xi} = \frac{\begin{vmatrix} A_{14} & A_{12} & A_{13} \\ A_{24} & A_{22} & A_{23} \\ A_{34} & A_{32} & A_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{vmatrix}} \quad (34)$$

$$\frac{\partial U_b}{\partial \xi} = \frac{\begin{vmatrix} A_{11} & A_{14} & A_{13} \\ A_{21} & A_{24} & A_{23} \\ A_{31} & A_{34} & A_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{vmatrix}} \quad (35)$$

$$\frac{\partial W_b}{\partial \xi} = \frac{\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{34} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{vmatrix}} \quad (36)$$

となり式(24), (18), (19)とともに源み点から ξ にそって積分するための定式化はできたが, この積分にあっては, (1)目的とする物体の直交系およびメトリック g_1, g_2, g_3 およびその ξ 微分, ζ 微分の計算, (2)源み点 $\xi = 0$ での発散の回避, (3)右返にあらわれる ζ 微分の表現, 等に対する準備を必要とする。

6 迎角のない平頭楕円の座標系とメトリック計算

(x_0, y_0, z_0) を直角座標系として, 直交座標系 (x, y, z) を以下のようにえらぶ。すなわち, 外周形状の比較のおだやかな平頭物体にあってはその圧力分布は平頭円柱に類似したものになることが実験的にたしかめられており¹⁾, (x, z) 系は中心で同心円で外周で所定の楕円形状と一致するように,

$$\frac{y_0^2}{1+ax^2} + z_0^2 = \frac{x^2}{1+ax^2} \quad (37)$$

とえらぶ。すなわち x が小さい時に x をパラメータとする同心円群を示し, $x=1$ では所定の楕円方程式となる性質のものである。この x に直交する方程式群は z をパラメータとして, 式(37)より次のようにもとまる。

$$\frac{z_0}{y_0} = \tan \theta \cdot e^{\frac{1}{2}a(y_0^2 + z_0^2)} \quad (38)$$

$$\theta = z + \frac{1}{2}b \sin 2z \quad (39)$$

また y は前述のように平頭面に垂直上流向にえらぶとして

$$y = -x_0 \quad (40)$$

(ξ, η, ζ) 系では式(11)より x は ξ で z は ζ でおきかえられる。ここで a は楕円の離心率を変えるパラメータであり, b は (ξ, ζ) のメッシュを調節するパラメータである。

両式より z_0 を消去し

$$\begin{aligned}
F(y_0) &= \frac{1}{1+a\xi^2} \left(\frac{\xi^2}{y_0^2} - 1 \right) \\
-\tan^2 \theta \cdot e^{\frac{a\xi^2(1+ay_0^2)}{1+a\xi^2}} &= 0
\end{aligned} \quad (41)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y_0} = -\frac{2\xi^2}{(1+a\xi^2)y_0^3}$$

$$-\frac{2a^2\xi^2 y_0}{(1+a\xi^2)} \tan^2 \theta \cdot e^{\frac{a\xi^2(1+ay_0^2)}{1+a\xi^2}} \quad (42)$$

より Newton 法により格子点の y_0 座標は求まり, 式 (37) から z_0 座標も知れる。

metric g_1, g_2, g_3 は式 (41) の y_0 を ξ, ζ 微分して

$$\frac{\partial y_0}{\partial \xi} = \frac{-\frac{2\xi}{1+a\xi^2} \left(a + \frac{1}{y_0^2}\right) + \frac{2a\xi(1+ay_0^2)}{1+a\xi^2} \tan^2 \theta \cdot e^{\frac{a\xi^2(1+ay_0^2)}{1+a\xi^2}}}{-\frac{2\xi^2}{y_0^3} - 2a^2 y_0 \xi^2 \tan^2 \theta \cdot e^{\frac{a\xi^2(1+ay_0^2)}{1+a\xi^2}}} \quad (43)$$

$$\frac{\partial y_0}{\partial \zeta} = \frac{2(1+a\xi^2) \frac{\tan \theta}{\cos^2 \theta} e^{\frac{a\xi^2(1+ay_0^2)}{1+a\xi^2}}}{-\frac{2\xi^2}{y_0^3} - 2a^2 y_0 \xi^2 \tan^2 \theta \cdot e^{\frac{a\xi^2(1+ay_0^2)}{1+a\xi^2}}} \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \quad (44)$$

また式 (37) の z_0 を ξ, ζ 微分して

$$\frac{\partial z_0}{\partial \xi} = \frac{1}{(1+a\xi^2) z_0} \left\{ \xi(1-az_0^2) - y_0 \frac{\partial y_0}{\partial \xi} \right\} \quad (45)$$

$$\frac{\partial z_0}{\partial \zeta} = -\frac{y_0}{(1+a\xi^2) z_0} \frac{\partial y_0}{\partial \zeta} \quad (46)$$

$$\frac{\partial y_0}{\partial \xi} = 1, \quad \frac{\partial z_0}{\partial \xi} = 0$$

$$\frac{\partial y_0}{\partial \zeta} = 0, \quad \frac{\partial z_0}{\partial \zeta} = \xi e^{\frac{1}{2}a\xi^2} \frac{\partial \theta}{\partial \zeta}$$

より

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= 1 \\ g_2 &= 1 \\ g_3 &= \xi e^{\frac{1}{2}a\xi^2} \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

が得られ, これらを式 (10) に代入して計算できる。

図 8 に長径と短径の比が $\sqrt{2}$, 2. の時の平頭楕円に対する (ξ, ζ) 直交系を示し, 図 9 にこの時のメトリックの一例を示す。

なお, この直交系にあっては $\xi \rightarrow 0, \zeta \rightarrow 0, \zeta \rightarrow \frac{\pi}{2}$ の 3 点で特異性を有するが, これらは極限操作によりさけることができる。すなわち

$\xi \rightarrow 0$ の時

$$\frac{\partial y_0}{\partial \xi} = \cos \theta, \quad \frac{\partial z_0}{\partial \xi} = \sin \theta$$

$$\frac{\partial y_0}{\partial \zeta} = -\xi \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \rightarrow 0, \quad \frac{\partial z_0}{\partial \zeta} = \xi \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \rightarrow 0$$

より

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= 1 \\ g_2 &= 1 \\ g_3 &= \xi \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \rightarrow 0 \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

$\zeta \rightarrow 0$ の時

$\zeta \rightarrow \frac{\pi}{2}$ の時

$$\frac{\partial y_0}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial z_0}{\partial \xi} = \frac{1}{(1+a\xi^2)^{3/2}}$$

$$\frac{\partial y_0}{\partial \zeta} = -\frac{\xi}{\sqrt{1+a\xi^2}} e^{-\frac{a}{2}\frac{\xi^2}{1+a\xi^2}} \frac{\partial \theta}{\partial \zeta}, \quad \frac{\partial z_0}{\partial \zeta} = 0$$

より

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= \frac{1}{(1+a\xi^2)^{3/2}} \\ g_2 &= 1 \\ g_3 &= -\frac{\xi}{\sqrt{1+a\xi^2}} e^{-\frac{a}{2}\frac{\xi^2}{1+a\xi^2}} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

7 激み点条件

式 (34), (35), (36) は $\xi = 0$ で発散するため ξ の十分小さい範囲で改めて検討を必要とする。式 (31), (32), (33) を $\xi \rightarrow 0$ なる極限操作により連続の式

$$(\rho_b + 2\rho_s) \left\{ 2 \frac{\partial U_s}{\partial \xi} + \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial W_s}{\partial \xi} \right) \right\} + (2\rho_b + \rho_s) \left\{ 2 \frac{\partial U_b}{\partial \xi} + \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial W_b}{\partial \xi} \right) \right\} = \frac{6}{A} \quad (50)$$

y 運動量の式

$$\begin{aligned} \frac{(-1 - V_s)(\rho_b + 2\rho_s)}{2} \left[4 \frac{\partial^2 D}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ \frac{1}{\frac{\partial g_3}{\partial \xi}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial^2 D}{\partial \xi^2} \right) \right\} \right] \\ + (2\rho_b + \rho_s) \left\{ 2 \frac{\partial U_b}{\partial \xi} + \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial W_b}{\partial \xi} \right) \right\} = \frac{6}{A} \end{aligned} \quad (51)$$

z 運動量の式

$$\begin{aligned} 2 \left\{ (\rho_b + \rho_s) \frac{\partial W_b}{\partial \xi} + (\rho_b + 3\rho_s) \frac{\partial W_s}{\partial \xi} \right\} \left\{ 2 \frac{\partial U_s}{\partial \xi} + \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial W_b}{\partial \xi} \right) \right\} \\ + 2 \left\{ (3\rho_b + \rho_s) \frac{\partial W_b}{\partial \xi} + (\rho_b + \rho_s) \frac{\partial W_s}{\partial \xi} \right\} \left\{ 2 \frac{\partial U_b}{\partial \xi} + \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial W_b}{\partial \xi} \right) \right\} \\ = \frac{12}{A} \frac{\partial W_s}{\partial \xi} + \frac{3}{A} (p_s - p_b) \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial^2 D}{\partial \xi^2} \right) - 3 \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ \frac{\partial^2 p_s}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 p_b}{\partial \xi^2} \right\} \end{aligned} \quad (52)$$

がえられる。

そして補助方程式はこの時

$$\frac{\partial D}{\partial \xi} = 0, \quad \left(\frac{\partial^2 D}{\partial \xi^2} \right)^2 = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right)^2 - \frac{1}{4} \left\{ \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial^2 D}{\partial \xi^2} \right) \right\}^2 \quad (53)$$

また激み点での衝撃波関係式を導入して式 (50), (51) は

$$\begin{aligned} \frac{(-1 - V_s)(\rho_b + 2\rho_s)}{2} \left[4 \frac{\partial^2 D}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial^2 D}{\partial \xi^2} \right) \right\} \right] \\ + (2\rho_b + \rho_s) \left\{ 2 \frac{\partial U_b}{\partial \xi} + \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial W_b}{\partial \xi} \right) \right\} = \frac{6}{A} \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} & \frac{(-1-V_s)(\rho_b+3\rho_s)}{2} \left[4 \frac{\partial^2 D}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial^2 D}{\partial \xi^2} \right) \right\} \right] + (\rho_b + \rho_s) \left\{ 2 \frac{\partial U_b}{\partial \xi} + \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial W_b}{\partial \xi} \right) \right\} \\ & = -\frac{12}{dV_s} (p_s - p_b - V_s) \quad (55) \end{aligned}$$

両式より

$$4 \frac{\partial^2 D}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial^2 D}{\partial \xi^2} \right) \right\} = 4 \left[-\frac{3\{1-3\rho_b V_s + 2(p_s - p_b)(2\rho_b + \rho_s)\}}{dV_s(-1-V_s)(\rho_b^2 + 4\rho_b \rho_s + \rho_s^2)} \right] \equiv 4H_0 \quad (56)$$

$$\frac{\partial U_b}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial W_b}{\partial \xi} \right) = \frac{3\{1-\rho_b V_s + 2(p_s - p_b)(\rho_b + 2\rho_s)\}}{dV_s(\rho_b^2 + 4\rho_b \rho_s + \rho_s^2)} \equiv G_0 \quad (57)$$

式(56), (57)の解は楕円形状では無迎角時 $\zeta = 0, \frac{\pi}{2}$ が
対称面であることを考慮して

$$-\frac{4}{r+1} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right)^2 \quad (64)$$

$$\frac{\partial^2 D}{\partial \xi^2} = H_0 \{1 + C_0 \cos 2\theta(\zeta)\} \quad (58)$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial^2 p_s}{\partial \xi^2} \right) = \frac{4}{r+1} \left\{ \cos 2\sigma \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right)^2 \right\}$$

$$\frac{\partial W_b}{\partial \xi} = -G_0 \sum_n C_n \sin 2n\theta(\zeta) \quad (59)$$

$$\rightarrow -\frac{4}{r+1} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right)^2 \quad (65)$$

$$\frac{\partial U_b}{\partial \xi} = G_0 \left\{ 1 + \sum_n C_n n \cos 2n\theta(\zeta) \right\} \quad (60)$$

$$\frac{\partial^2 p_b}{\partial \xi^2} = -\rho_b \left\{ \left(\frac{\partial U_b}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial W_b}{\partial \xi} \right)^2 \right\} \quad (66)$$

とかける。
ここで

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial^2 p_b}{\partial \xi^2} \right) = -\rho_b \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ \left(\frac{\partial U_b}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial W_b}{\partial \xi} \right)^2 \right\} \quad (67)$$

$$H_0 = -\frac{3\{1-3\rho_b V_s + 2(p_s - p_b)(2\rho_b + \rho_s)\}}{dV_s(-1-V_s)(\rho_b^2 + 4\rho_b \rho_s + \rho_s^2)} \quad (61)$$

および式(56), (57)を考慮して

$$G_0 = \frac{3\{1-\rho_b V_s + 2(p_s - p_b)(\rho_b + 2\rho_s)\}}{dV_s(\rho_b^2 + 4\rho_b \rho_s + \rho_s^2)} \quad (62)$$

$$\begin{aligned} & \frac{24(p_s - p_b)}{dV_s} \frac{\partial W_b}{\partial \xi} + \left[\frac{6(-1-V_s)}{d} \right. \\ & \left. - \frac{3}{d}(p_s - p_b) \left\{ 1 + \frac{4(-1-V_s)}{V_s} \right\} \right] \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial^2 D}{\partial \xi^2} \right) \end{aligned}$$

また式(53)より

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \xi} = \sqrt{1 + 2C_0 \cos 2\theta(\zeta) + C_0^2} \cdot H_0 \quad (63)$$

$$= \frac{12}{r+1} \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right)^2 + 3\rho_b \frac{1}{\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}}$$

この時 z 運動量式(52)は前述の観測点での衝撃波関係式の他に

$$\times \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ \left(\frac{\partial U_b}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial W_b}{\partial \xi} \right)^2 \right\} \quad (68)$$

$$\frac{\partial^2 p_s}{\partial \xi^2} = \frac{4}{r+1} \cos 2\sigma \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right)^2 \rightarrow$$

となる。

8 ζ 微分の近似

式(24)および式(34)～(36)を源点($\xi=0$)より肩に向かって積分するとき、 d , σ , U_b , W_b の ζ 微分が必要となる。この時、数値微分公式を採り入れてもよいが、一連の風洞実験より非軸対称平頭物体にあっては周方向の物理量変化は極めてゆるやかであり¹⁾したがって最も簡単には $\zeta=0, \frac{\pi}{2}$ での値を用いて近似できよう。すなわち平頭面上の物理量を f , g で示すと

偶関数(d , σ , U_b)に対して

$$f = \frac{1}{2} \{ f(0) + f(\pi/2) \} + \frac{1}{2} \{ f(0) - f(\pi/2) \} \cos 2\theta \quad (69)$$

奇関数(W_b)に対して

$$g = 0 \quad (70)$$

この時源点関係式は(58)～(60)で $C_n=0$ とし、 C_0 だけが未知係数として残る。積分は $\xi=0$ で d および C_0 を仮定し、 $\xi=1$ で $\zeta=0, \frac{\pi}{2}$ で音速条件が満たされたときをもって系を閉じたと考える。

さらに周方向の近似に対して精度の向上を計るには偶関数に対して

$$f = \frac{1}{4} \left\{ f(0) + 2f\left(\frac{\pi}{4}\right) + f\left(\frac{\pi}{2}\right) \right\} + \frac{1}{2} \left\{ f(0) - f\left(\frac{\pi}{2}\right) \right\} \cos 2\zeta + \frac{1}{4} \left\{ f(0) - 2f\left(\frac{\pi}{4}\right) + f\left(\frac{\pi}{2}\right) \right\} \cos 4\zeta \quad (71)$$

奇関数に対して

$$g = g_2 \left(\frac{\pi}{4} \right) \sin 2\zeta \quad (72)$$

と近似できる。

この時は源点関係式(58)～(60)で C_0 , C_1 , C_2 を残し、 $C_3 = C_4 = \dots = 0$ 。積分は $\xi=0$ で d , C_0 , C_1 , C_2 を与え、 z 運動に対する源点関係式(68)を満足させ、かつ $\zeta=0, \pi/4, \pi/2$ で音速条件を満たすことによって系を閉じるものとする。

9 計算結果とその検討

これら平頭物体に対する一般解の中には当然ながら平頭円柱の解も含まれる。平頭円柱に対しては多くの計

算例や実験例がありはじめにそれらとの比較検討を行い、次に平頭円柱に対する計算例を示す。なお以下の計算はすべて小型計算機 TACC 1200 Mで行なったものである。

9. 1. 平頭円柱の計算例

メトリックは $x_0 = -y$, $y_0 = \xi \cos \zeta$, $z_0 = \xi \sin \zeta$

より式(10)を用いて、 $q_1 = 1$, $q_2 = 1$, $q_3 = \xi$ となる。

また衝撃波関係式および積分関係式は $\frac{\partial}{\partial \zeta} = 0$

(ただし $\frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = 1$)とおける。この時式(24)および式

(34), (35)は

$$\frac{\partial d}{\partial \xi} = -\frac{1}{\tan \sigma} \quad (73)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \xi} = \frac{A_{14} A_{22} - A_{24} A_{12}}{A_{11} A_{22} - A_{21} A_{12}} \quad (74)$$

$$\frac{\partial U_b}{\partial \xi} = \frac{A_{11} A_{24} - A_{21} A_{14}}{A_{11} A_{22} - A_{21} A_{12}} \quad (75)$$

また源点関係式は式(58)～(60)で $C_0 = 0$, $C_n = 0$ より

$$\frac{\partial^2 d}{\partial \xi^2} = H_0 \quad (76)$$

$$\frac{\partial U_b}{\partial \xi} = G_0 \quad (77)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \xi} = H_0 \quad (78)$$

である。積分はよく知られたように $\xi=0$ で d を与え、肩で音速条件を満たすようにして系をとじる。

これら平頭円柱に対する解の記述式は文献(14), (15)等に見られるものと若干異なるが、上記文献では保存量を $y=0 \sim d$ 区間で線型近似しているのに対して、ここでは式(16)等で見られるように各物理量を $y=0 \sim d$ 区間で線型近似しているためである。図3-1, 3-2に両者による計算結果の一例を示すが、記述式の違いによる計算結果の本質的な違いは見当らない。また航空宇宙技術研究所1m×1m吹出式超音速風洞での実験結果の一例との比較を図4-1, 4-2に示す。半径方向の圧力分布はほぼ良好な一致を見るが衝撃波形状は本方法ではやや過小評価気味であるがこれらは既にいくつかの文献で報告された傾向と同じである。

圧力分布や衝撃波形状の観察の他に我々の興味は衝撃波層内の流れである。衝撃波層内の流れはビートトラバース等により調べる方法もあるが、高速風洞では過大な

空気力にさらされるため実験は容易でない。これにかわって近年光学的な流れの観測実験が進んできた。図5-1は航空宇宙技術研究所の小型超音速風洞で行なわれたレーザ・ホログラフィによる可視化の一例である。¹⁷⁾ この写真より図5-2に示された座標点における密度分布は表1の通りである。なお縞数より密度への変換は文献18等に述べられている。表1を用いて描いた等密度線を図6に示す。等密度線を描くための入力データ相互間の物理量変化はすべて線型であるとして補間したことにより肩の付近および衝撃波近傍にやや不具合が見られるが、ここで問題とする平頭面上流側はまず問題はない。ただし写真からもわかるように平頭部前方の衝撃波近くの縞模様はやや不鮮明であり、その部分のデータは割愛した。次に本計算方法による等密度線を図7-1に示す。観み点に近い所の密度分布は定性的にかなりよく一致しているが、顕著な相違は肩に近いところでの等密度線の形である。本計算方法では肩に近い所の等密度線は表面に垂直に衝撃波までのびているのに反し、実験値では平頭表面より出た等密度線は一度半径方向にふくらんだ後衝撃波へ達する様子がうかがえる。この違いは本計算で用いた衝撃波層内での物理量の線形変化の仮定に帰因するものと思われ、以下の非軸対称平頭物体に対しても、この点は問題点として残る。

9.2. 平頭楕円柱の計算例

次に長短径比が $\sqrt{2}$ 、2の場合の平頭楕円面の計算例を示す。計算に用いた直交座標系等を図8、図9に示す。

(1) $K=2$ のとき

物理量の周方向近似を式(69)、(70)で記述した場合である。式(70)は周方向速度成分が零であることを意味し、このとき平頭面上の速度ベクトルは x 軸と一致する。この近似は一般に平頭面上では $W_b \ll U_b$ になりたつことが実験的に確められており、ほぼ容認されよう。ちなみに風洞試験によるオイルストリークの一例を図10に示す。本論文では議論の対象が非粘性流であるのに対してオイルストリークは境界層によって当然影響を受けていると考えられるが、定性的には $W_b \ll U_b$ の仮定が成立することをうらずけている。

計算に当っては式(36)は常に満たされているので、 C_0 を未知とし $C_n = 0$ とした観み点条件式(58)～(63)を用いて式(24)とともに式(34)、(35)をルンゲクッタ法によって解く。

計算結果の詳細および実験値との比較を次に示す。長短径比が $\sqrt{2}$ である平頭楕円に対しては $1\text{ m} \times 1\text{ m}$ 吹出式超音速風洞での実験結果¹⁾が利用でき、これとの比

較を図11-1、11-2に示す。ほぼ良好な一致が見られるが、衝撃波離脱距離が実験値に比べてやや小さいこと、また図12、図13に一樣流マッハ数がそれぞれ2.0、3.0である時の計算結果の等高線を示すが、図12-2等で見られる肩に近いところの等密度線の形など平頭円柱の場合と同じ計算法にもとづく癖がこの場合も見られる。また図12-3と12-4および図13-3と13-4に実験値との比較を示すが、おおむね良好な一致が見られる。これらの比較より長短径比が特に大きくない場合には本方法で一応流れ場の計算ができることが明らかとなったが、さらに長短径比の大きい場合の計算例を図14に示す。比較すべき他の計算例や実験例がないので確たる検討はできないが、計算法にもとづくと思われる等高線の若干の不規則性が現われるようである。

(2) $K=3$ の時

物理量の周方向を式(71)、(72)で近似した場合であり平頭面の四半分を3点で近似し、半径方向に積分するわけで肩3点で音速条件を満足する迄繰返し演算を行う必要があり収れんも極めて悪く、あまり実用的ではないようである。計算の一例を図15-2に示す。

図15-1は比較のため $K=2$ で計算した結果である。精度的にも必ずしも良くなっているとは言いがたい。

10 結 論

超音速流中に無迎角でおかれた非軸対称平頭物体の一例として平頭楕円を取り上げ積分関係法によってそのまわりの流れを求めた。計算法と実験結果とを比較し、三次次元問題への適用の可能性を検討し、次の結論をえた。

- (1) 従来主として軸対称物体に対して適用されてきた積分関係法は、ほぼ同じ位の精度で非軸対称物体にも適用できることが明らかとなった。
- (2) 平頭物体の肩に近いところの等密度線その他の物理量分布は実験結果と計算結果でかなり差異が認められ計算法上の問題点として残る。
- (3) 長短径比の大きい平頭面に対して等高線に若干の不規則性が見られる。
- (4) 平頭面の四半分を周方向3点で近似した場合は、周方向2点で近似した場合と比べ必ずしも精度は向上せず、また1計算ケースに要する時間の飛躍的増大のため、周方向3点近似は必ずしも得策でない。

以上積分関係法を非軸対称平頭物体に適用し、問題点を明らかとした。いくつかの問題点は残るが、適用の方法によっては迎角時へ有効に適用できる可能性を残していることが明らかとなった。

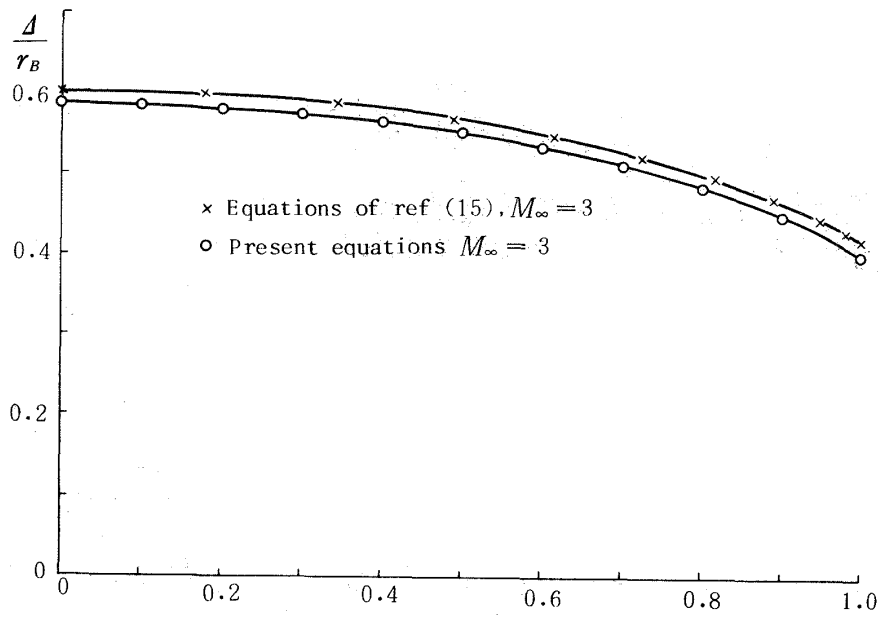


図 3-1 平頭円柱衝撃波形状

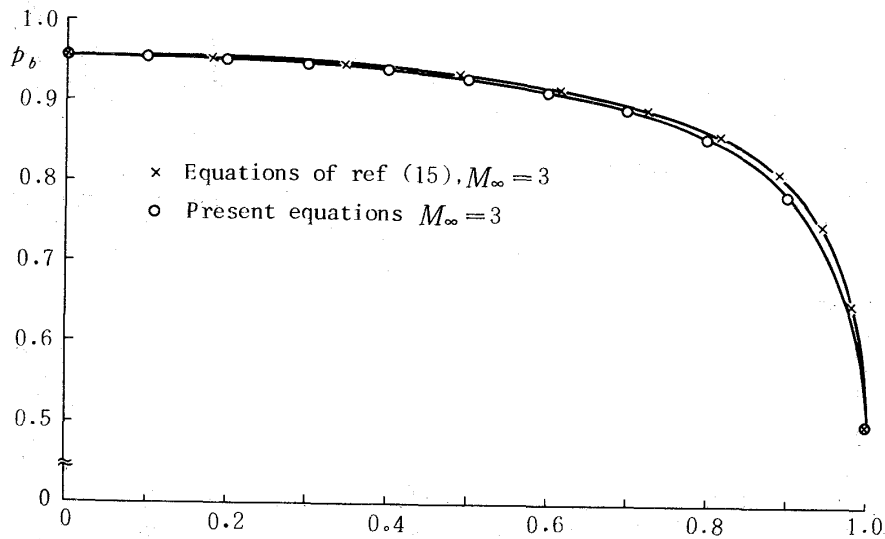


図 3-2 平頭円柱圧力分布

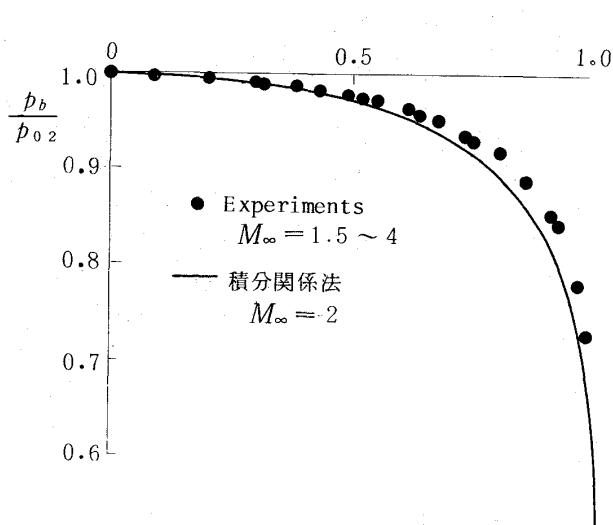


図 4-1 平頭円柱圧力分布

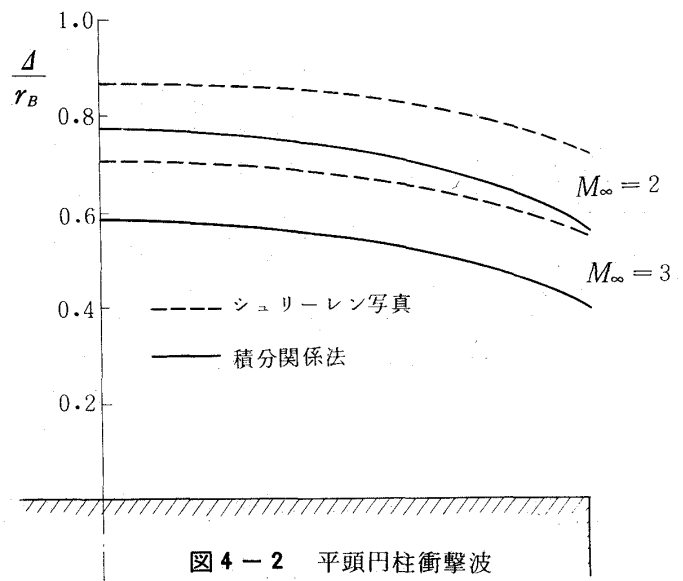


図 4-2 平頭円柱衝撃波

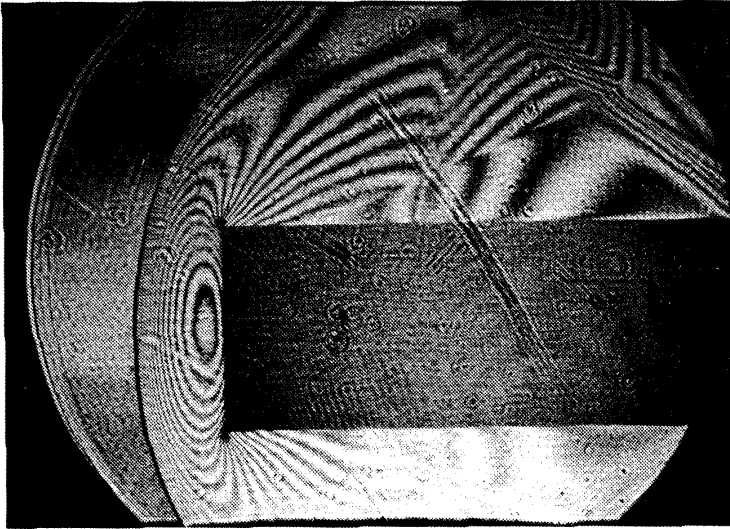


図 5-1 レーザ・ホログラフィによる流れの可視化 $M_\infty = 1.99$
(文献 17 より転写)

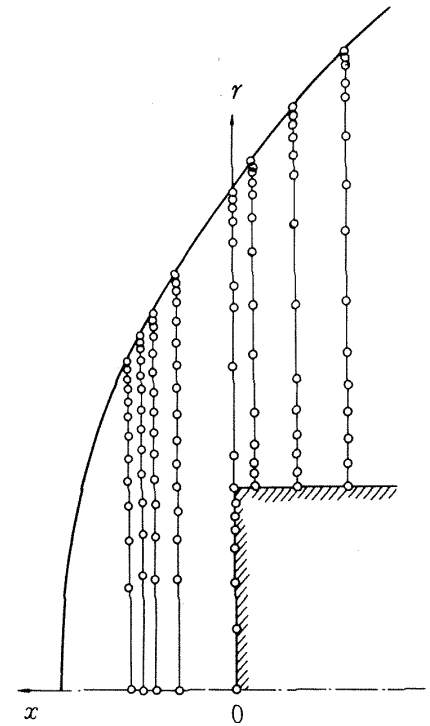


図 5-2 写真上のデータ読取点

表 1 等密度線の入力データ

$x/r_B =$ 0.533	r/r_B ρ/ρ_∞	0.0 2.659	0.507 2.597	0.748 2.566	0.914 2.526	1.038 2.425	1.157 2.358	1.262 2.295	1.352 2.226
0.462	r/r_B ρ/ρ_∞	0.0 2.680	0.579 2.680	0.781 2.616	0.938 2.544	1.071 2.467	1.190 2.394	1.295 2.303	1.395 2.229
0.400	r/r_B ρ/ρ_∞	0.0 2.773	0.557 2.735	0.762 2.683	0.919 2.611	1.048 2.506	1.171 2.422	1.286 2.345	1.386 2.235
0.295	r/r_B ρ/ρ_∞	0.0 2.831	0.557 2.830	0.752 2.771	0.895 2.673	1.019 2.563	1.129 2.412	1.243 2.264	1.376 2.186
0	r/r_B ρ/ρ_∞	0.0 3.124	0.310 3.078	0.538 3.029	0.686 2.997	0.786 2.896	0.817 2.708	0.924 2.346	1.005 1.975
-0.100	r/r_B ρ/ρ_∞	1.000 0.136	1.062 0.415	1.129 0.742	1.214 1.085	1.348 1.444	1.667 1.667	1.919 1.748	2.181 1.805
-0.310	r/r_B ρ/ρ_∞	1.000 0.141	1.076 0.294	1.167 0.519	1.267 0.756	1.381 1.027	1.548 1.315	1.905 1.574	2.319 1.692
-0.571	r/r_B ρ/ρ_∞	1.000 0.181	1.129 0.324	1.247 0.499	1.371 0.688	1.509 0.889	1.676 1.109	1.924 1.349	2.271 1.507

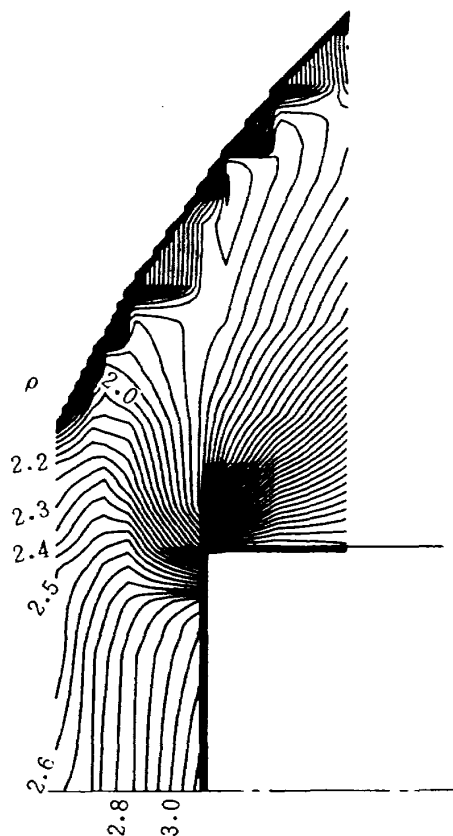


図6 円柱の等密度線, $M_\infty = 1.99$
(光学観測)

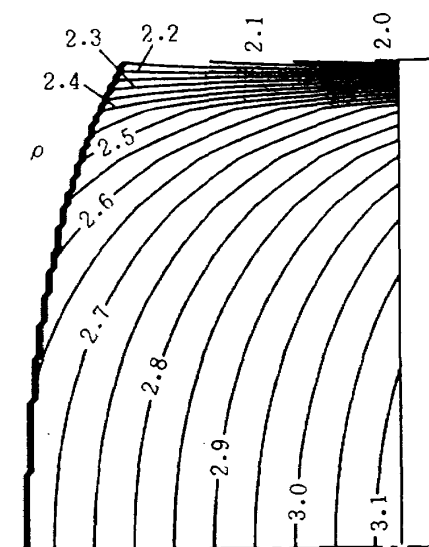


図7-1 円柱の等密度線, $M_\infty = 2.0$
(積分関係法)

1.429 2.130	1.495 2.017	1.552 1.884	1.595 1.611	1.629 0.997				
1.486 2.161	1.562 2.055	1.633 1.967	1.691 1.821	1.738 1.633	1.767 0.997			
1.486 2.138	1.586 2.072	1.676 2.030	1.748 1.959	1.805 1.874	1.843 1.614	1.871 0.997		
1.500 2.111	1.609 2.006	1.724 1.932	1.833 1.890	1.924 1.863	1.986 1.748	2.033 1.541	2.067 0.997	
1.162 1.723	1.609 1.746	1.895 1.776	2.076 1.768	2.214 1.750	2.324 1.754	2.391 1.647	2.445 1.512	2.476 0.997
2.343 1.841	2.452 1.858	2.529 1.854	2.581 1.819	2.614 1.732	2.629 0.997			
2.533 1.750	2.652 1.756	2.743 1.722	2.805 1.623	2.852 1.427	2.891 0.997			
2.505 1.594	2.771 1.637	2.943 1.686	3.048 1.722	3.109 1.716	3.143 1.516	3.167 0.997		

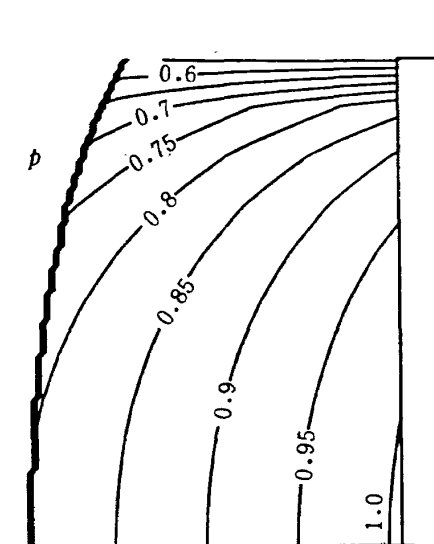


図 7-2 円柱の等圧線, $M_\infty = 2.0$
(積分関係法)

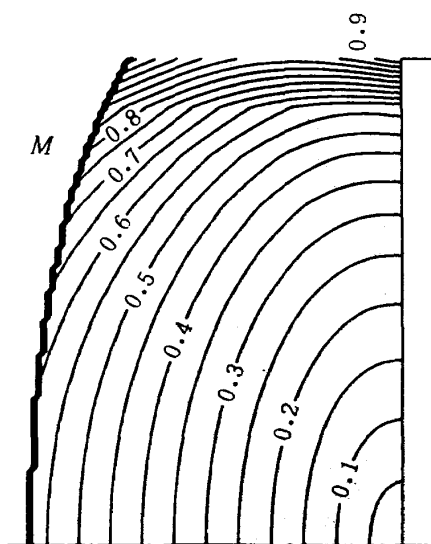


図 7-3 円柱の等マッハ線, $M_\infty = 2.0$
(積分関係法)

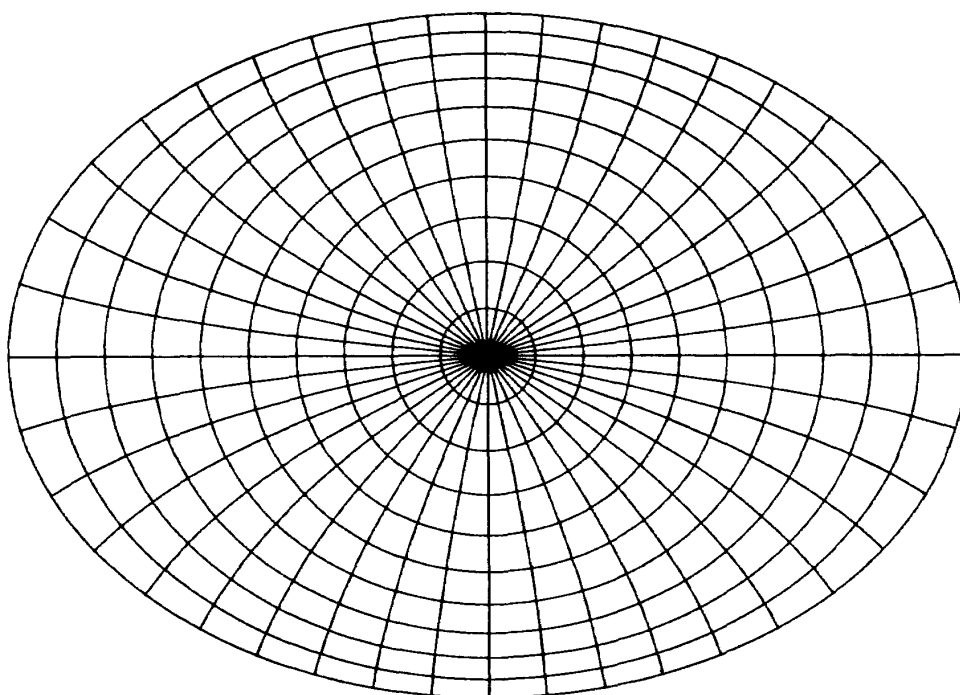


図 8-1 長短径比 $\sqrt{2}$ の楕円面直交系, $a=1.0, b=-0.4$

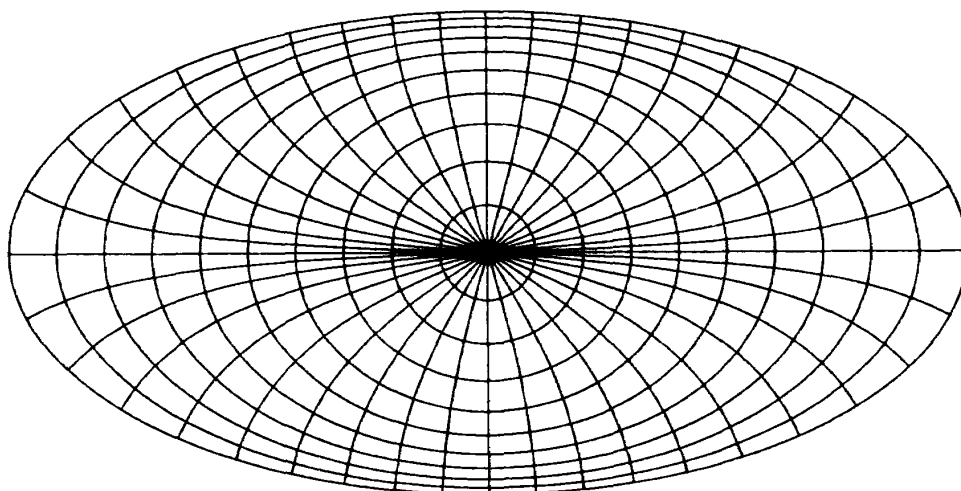


図 8-2 長短径比 2 の楕円面直交系, $a=1, b=-0.8$

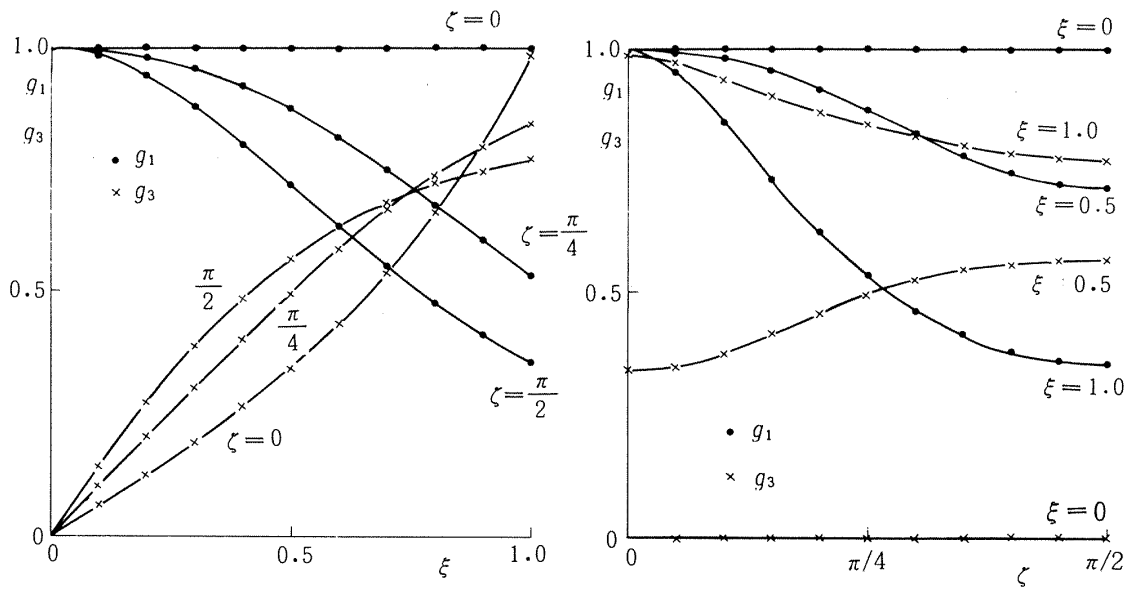
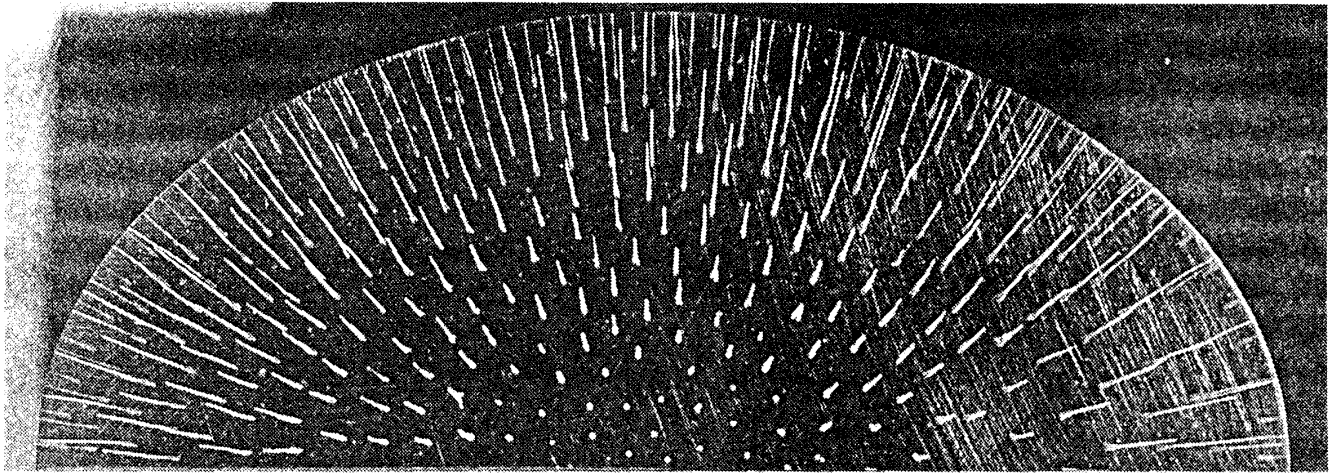
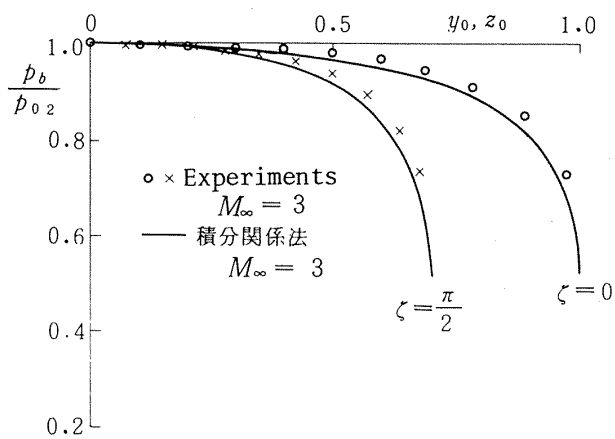

 図9 長短径比 $\sqrt{2}$ の楕円面のメトリックの一例

 図10 平頭楕円オイルストリーク, $M_\infty = 1.5$, $\alpha = 0$


図11-1 平頭楕円柱圧力分布

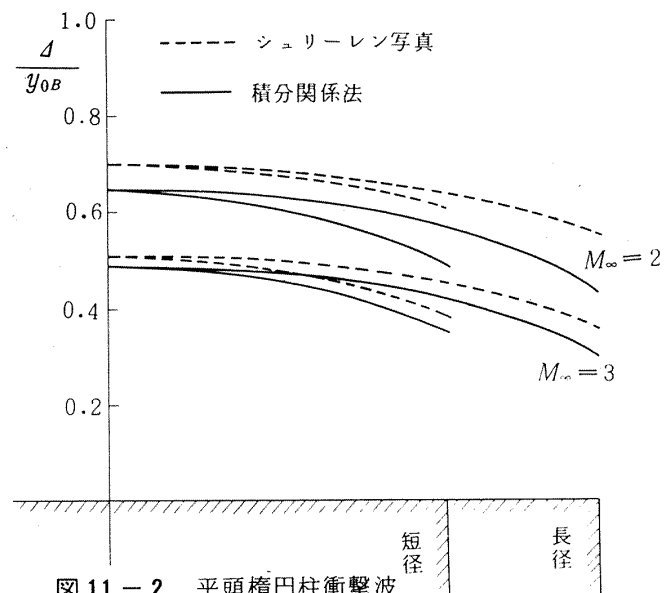


図11-2 平頭楕円柱衝撃波

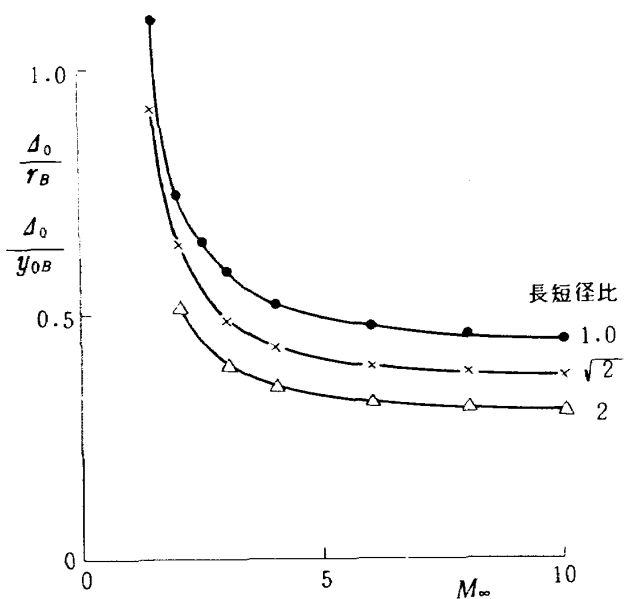


図 11-3 衝撃波離脱距離 (計算値)

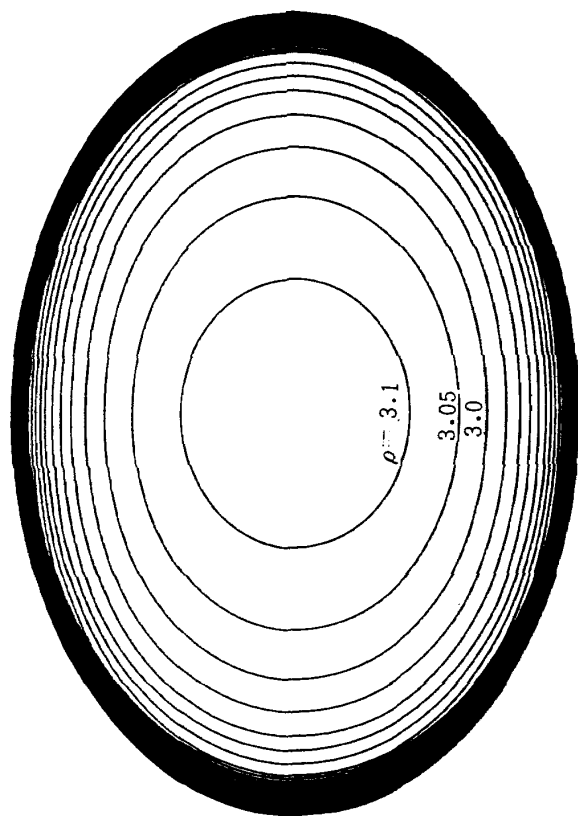


図 12-1 平頭精円等密度線, $M_\infty = 2$ (長短径比 $\sqrt{2}$)

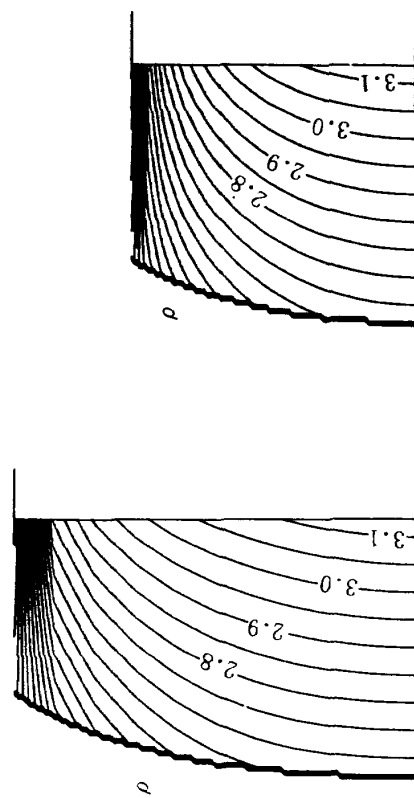


図 12-2 平頭精円等密度線, $M_\infty = 2$ (長短径比 $\sqrt{2}$)

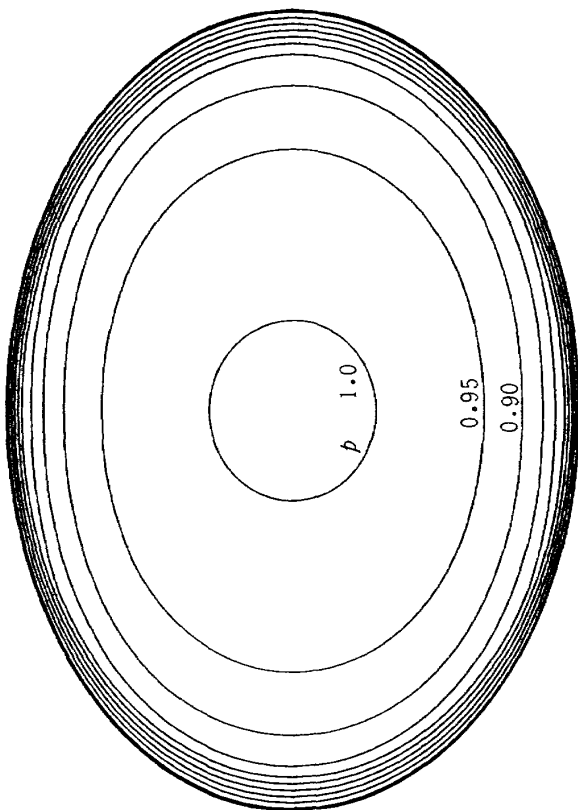


図 12-3 平頭楕円等圧線, $M_\infty = 2$ (長短径比 $\sqrt{2}$)

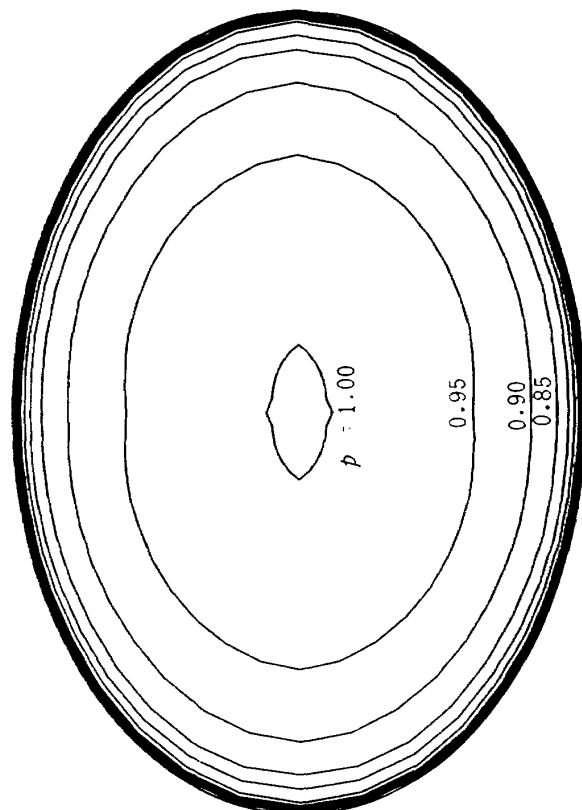


図 12-4 平頭楕円等圧線 (実験値) $M_\infty = 2.011$ (長短径比 $\sqrt{2}$)

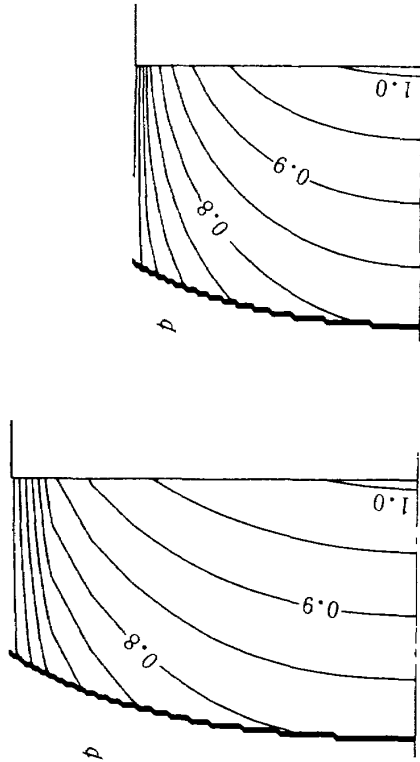


図 12-5 平頭楕円等圧線, $M_\infty = 2$ (長短径比 $\sqrt{2}$)

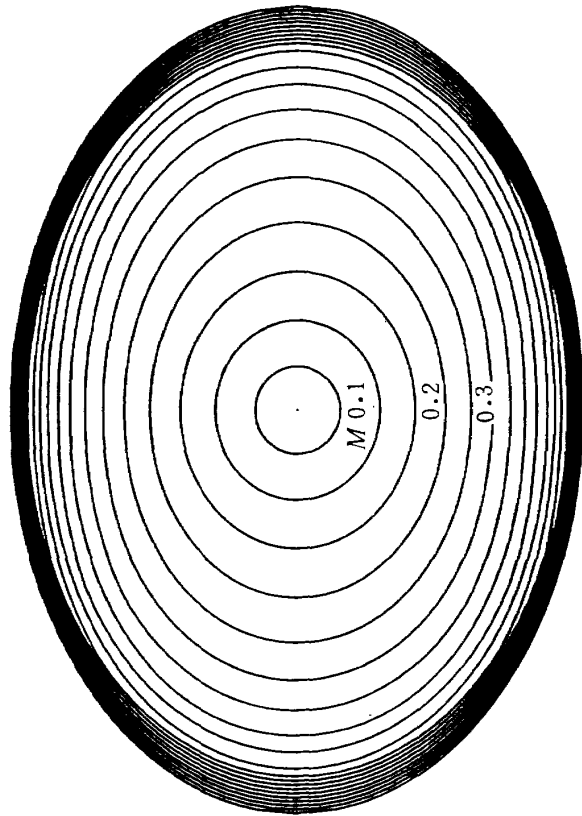


図 12-6 平頭楕円等マッハ線, $M_\infty = 2$ (長短径比 $\sqrt{2}$)

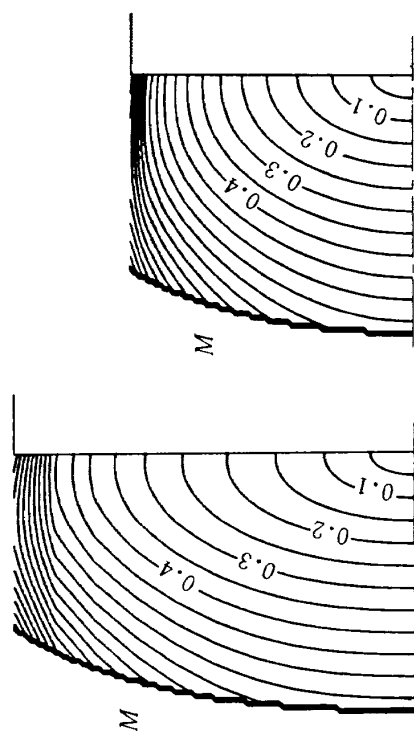


図 12-7 平頭楕円等マッハ線, $M_\infty = 2$ (長短径比 $\sqrt{2}$)

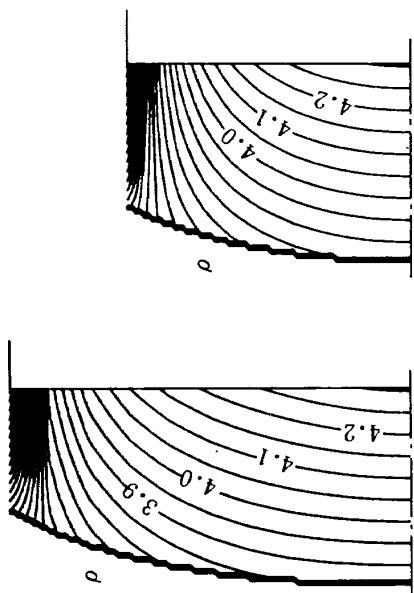


図 13-2 平頭楕円等密度線 $M_\infty = 3$ (長短径比 $\sqrt{2}$)

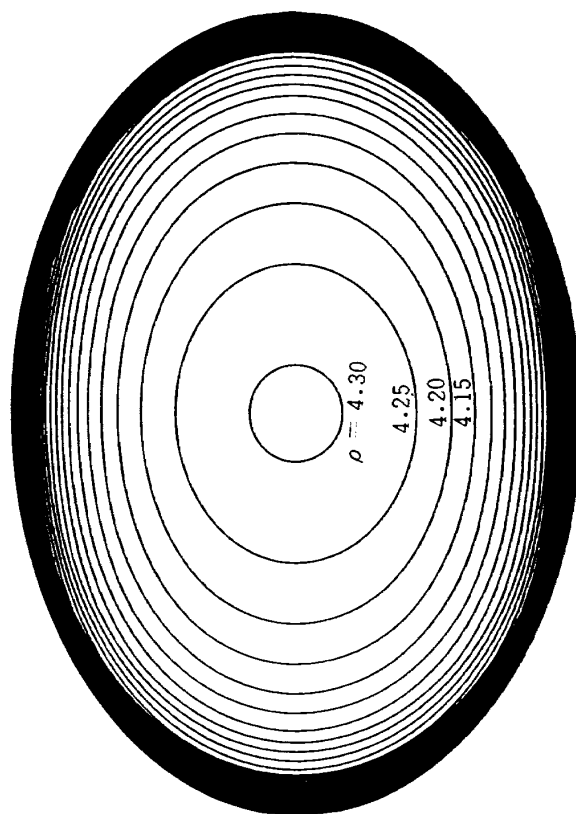


図 13-1 平頭楕円等密度線 $M_\infty = 3$ (長短径比 $\sqrt{2}$)

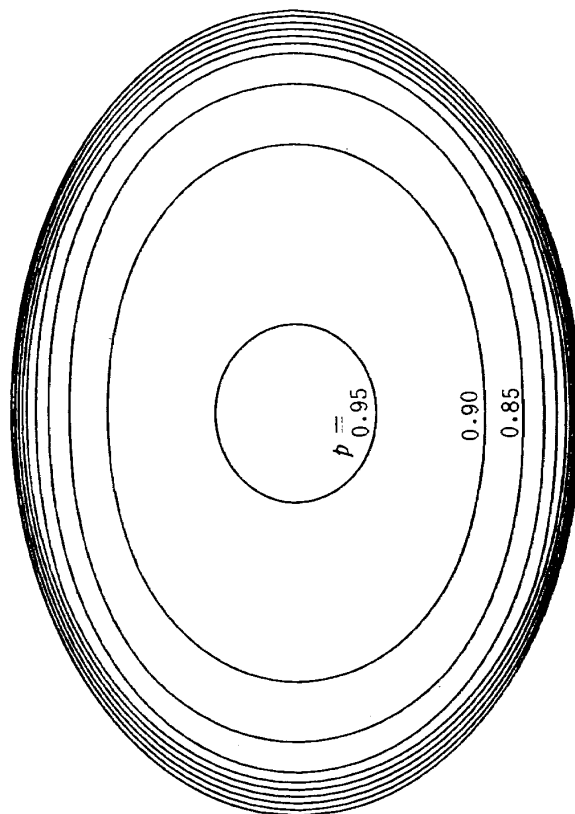


図 13-3 平頭楕円等圧線 $M_\infty = 3.0$ (長短径比 $\sqrt{2}$)

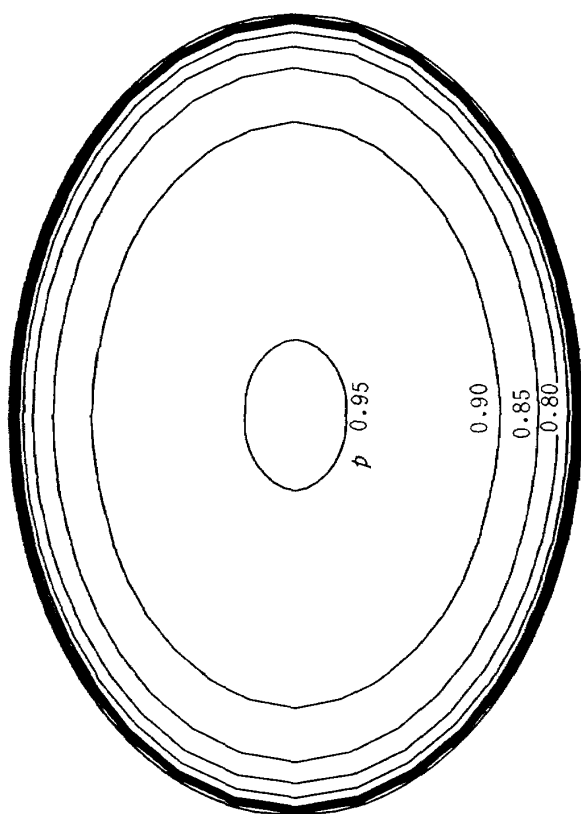


図13-4 平頭楕円等圧線 (実験値) $M_\infty = 3.035$ (長短径比 $\sqrt{2}$)

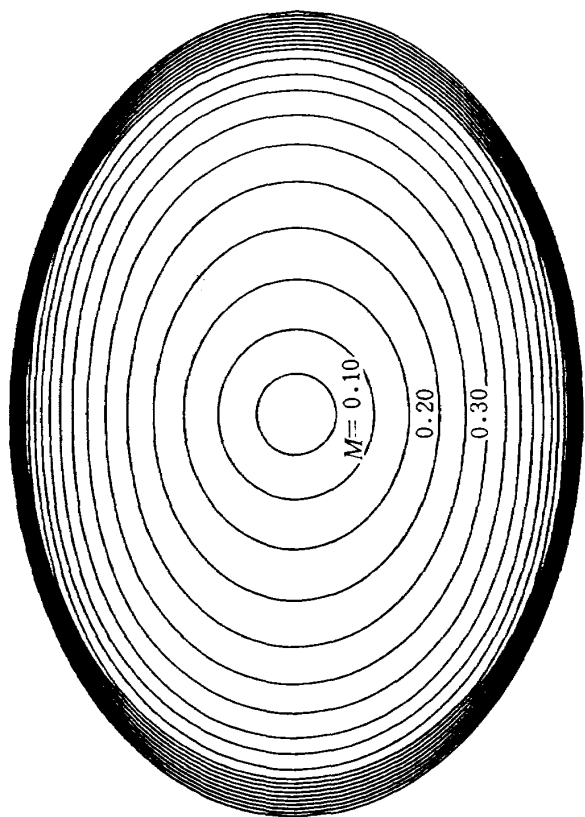


図13-6 平頭楕円等マッハ線 $M_\infty = 3$ (長短径比 $\sqrt{2}$)

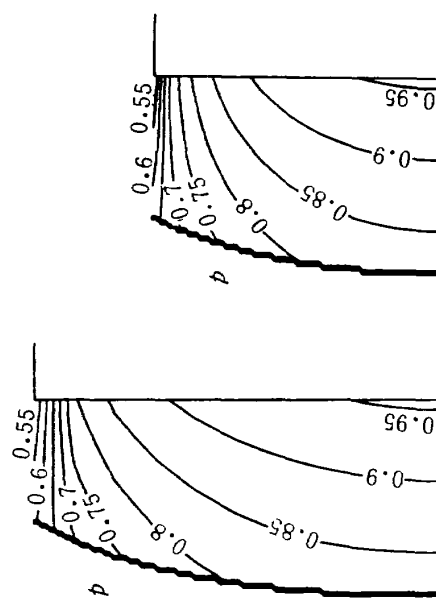


図13-5 平頭楕円等圧線 $M_\infty = 3$ (長短径比 $\sqrt{2}$)

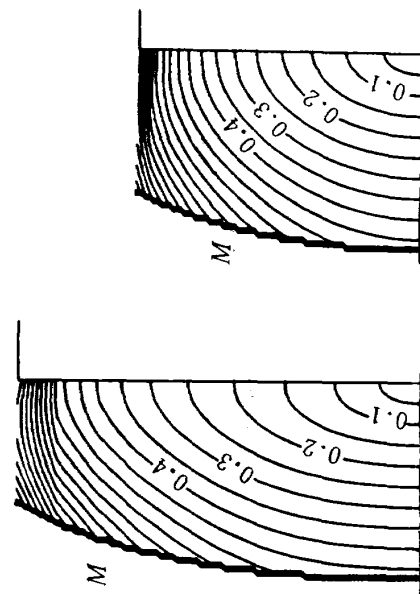


図13-7 平頭楕円等マッハ線 $M_\infty = 3$

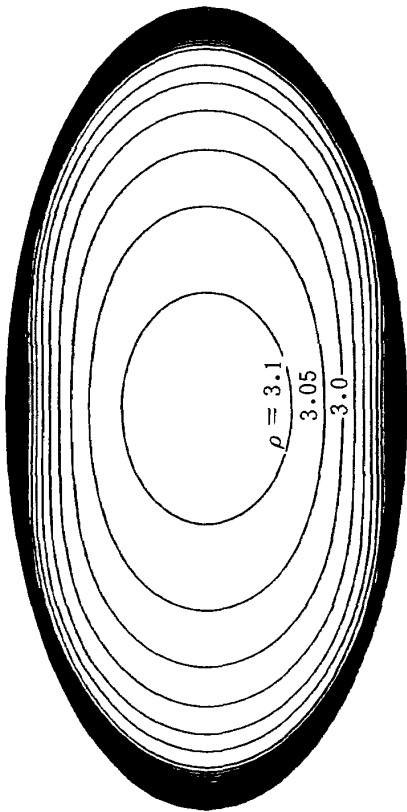


図 14-1 平頭楕円等密度線 $M_\infty = 2.0$ (長短径比 2)

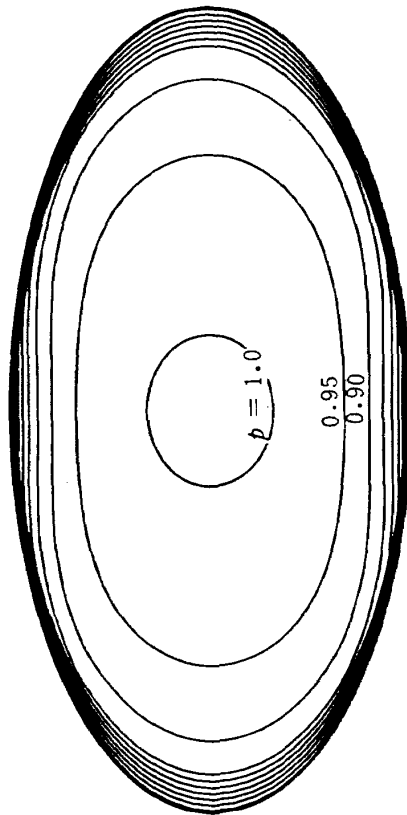


図 14-3 平頭楕円等圧線 $M_\infty = 2.0$ (長短径比 2)

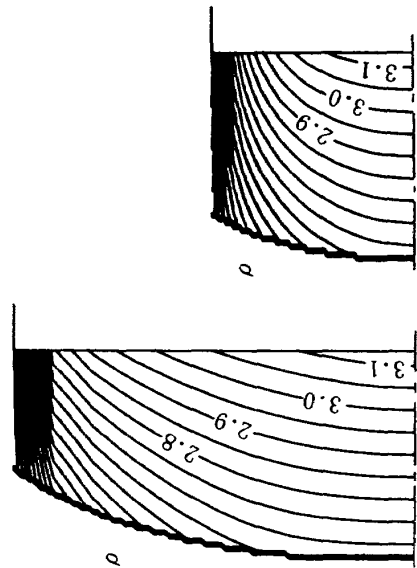


図 14-2 平頭楕円等密度線 $M_\infty = 2.0$ (長短径比 2)

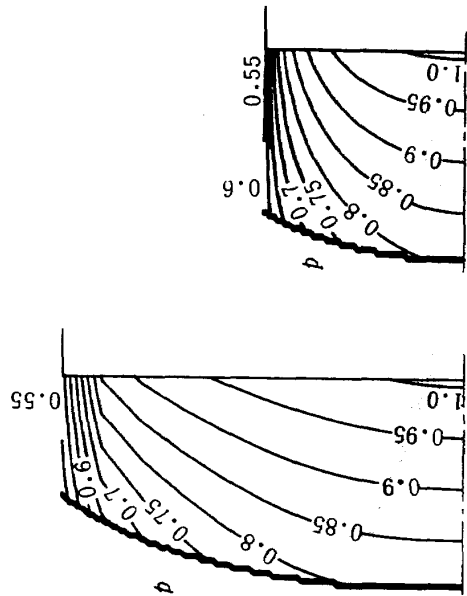


図 14-4 平頭楕円等圧線 $M_\infty = 2.0$ (長短径比 2)

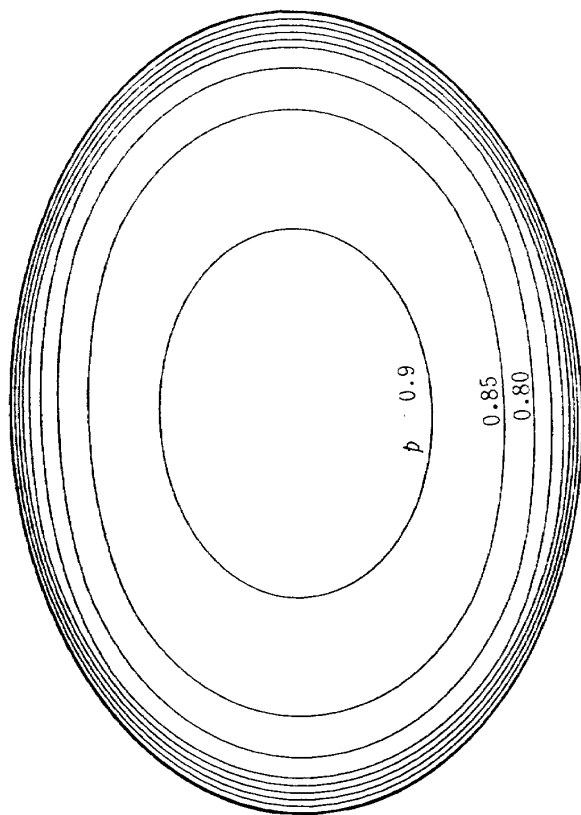


図 15-1 平頭楕円等圧線 $M_\infty = 10, K = 2$ (長短径比 $\sqrt{2}$)

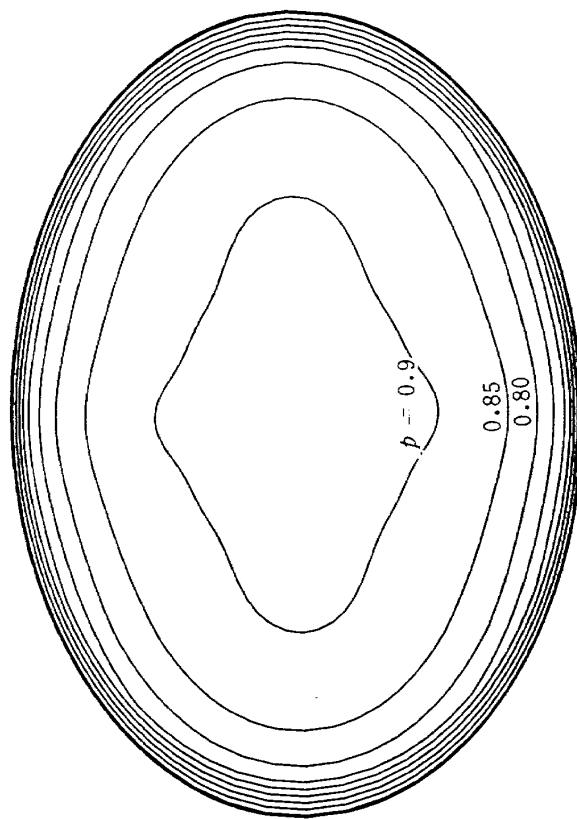


図 15-2 平頭楕円等圧線 $M_\infty = 10, K = 3$ (長短径比 $\sqrt{2}$)

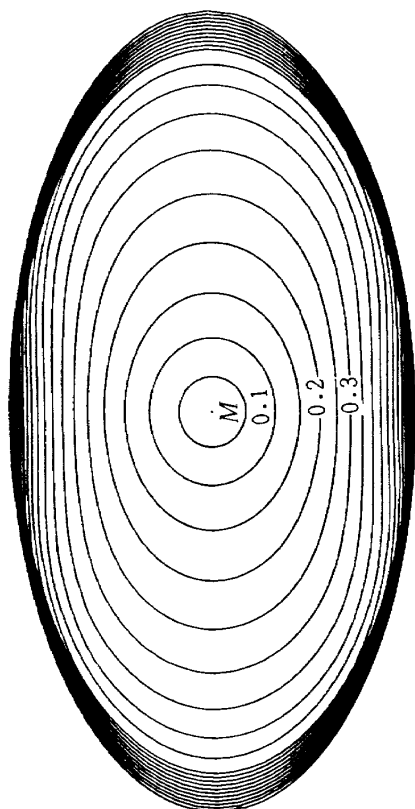


図 14-5 平頭楕円等マッハ線 $M_\infty = 2.0$ (長短径比 2)

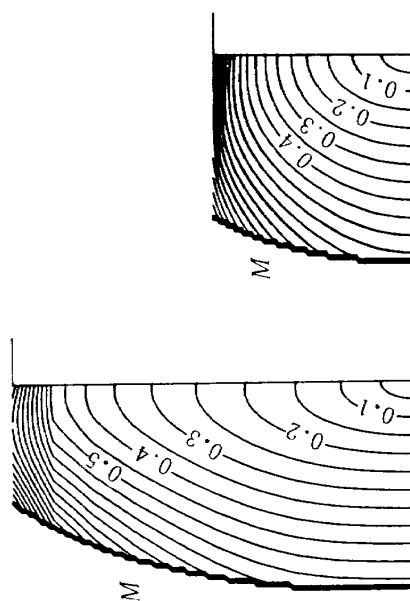


図 14-6 平頭楕円等マッハ線 $M_\infty = 2$ (長短径比 2)

11. 文 献

- 1 河本 巖, 清水福寿, 野田順一, 関根英夫, 石田清道; 非軸対称平頭物体の超音速風洞実験, 航空宇宙技術研究所資料 TM-349, 1978 年
- 2 O.M.Belotserkovskiy and P.I.Chushkin: The Numerical Solution of Problems in Gas Dynamics: in Basic Developments in FLUID DYNAMICS, VOL.1 (Edited by M. Holt) ACADEMIC PRESS 1965 pp1-126.
- 3 O.M.Belotserkovskiy, Editor: Supersonic Gas Flow Around Bodies; NASA TT F-453 June 1967.
- 4 O.M.Belotserkovskiy, Editor: Numerical Methods for Solving Problems of Mechanics of Continuous Media; NASA TT F-667 May 1972.
- 5 O.M.Belotserkovskiy: The Numerical Method of Integral Relations; NASA TT F-8356 January 1963.
- 6 K.I.Babenko and V.V.Rusanov: Difference Methods of Solving Three-Dimensional Problems in Gas Dynamics; NASA TT F-10827 April, 1967.
- 7 O.M.Belotserkovskiy and V.N.Fomin; The calculation of Flows of a Radiating gas in a Shock Layer; U.S.S.R. Computational Mathematics and Mathematical physics, Vol. 9 No.2 pp188-206 1969.
- 8 E.A.Brong and D.C.Leigh: Method of Belotserkovskiy for Asymmetric Blunt-Body Flows; AIAA JOURNAL Vol. 2 No. 10 pp1852-1853 October 1964.
- 9 Hsiao C.Kao: A New Technique for the Direct Calculation of Blunt-Body Flow Fields; AIAA JOURNAL Vol. 3 No. 1 pp161-163 January 1965.
- 10 J.Xerikos and W.A.Anderson: An Experimental Investigation of the Shock Layer Surrounding a Sphere in Spersonic Flow; AIAA JOURNAL Vol. 3 No. 3 pp451-457 March 1965.
- 11 J.Xerikos and W.A.Anderson: Blunt-Body Integral Method for Air in Thermodynamic Equilibrium; AIAA JOURNAL Vol. 3 No. 8 pp1531-1533 August 1965.
- 12 R.D.Archer: Fast Solution to Supersonic plane Flat -Faced Blunt Body; AIAA JOURNAL Vol. 10 No. 5 pp707-708 May 1972.
- 13 Gregory F.Homicz and A.R.George: A Coparison between the Method of Integral Relations and the Method of Lines as Applied to the Blunt Body Problem; JOURNAL OF SPACECRAFT AND ROCKETS Vol.7 No.12 pp1483-1484 December 1970.
- 14 Jerry C.South, Jr.: Calculation of Axisymmetric Supersonic Flow past Blunt Bodies with Sonic Corner, Including a Program Description and Listing; NASA TN D-4563 May 1968.
- 15 神元, 石井; Method of Integral Relations による鈍頭物体まわりの流れの研究; 日本航空宇宙学会誌 Vol.17 No.185 PP220-226 昭和44年
- 16 岩崎, 田中, 桜井, 野本: Method of Integral Relations による鈍頭物体まわりの流れの計算について; 宇宙航行・揚力飛行体の空気力学シンポジウム PP14-17, 1972
- 17 原 亘利: レーザーホログラフィによる流れの可視化予備実験; 航空宇宙技術研究所報告 TR-516, 1977 年 11 月
- 18 H.W.Liepmann and A.Roshko; Elements of Gas dynamics, John Wiley & Sons, Inc.

航空宇宙技術研究所報告 539 号

昭和 53 年 8 月発行

発行所	航空宇宙技術研究所 東京都調布市深大寺町 1880
印刷所	電話武蔵野三鷹 (0422) 47-5911 (大代表) 〒182 株式会社 東京プレス 東京都板橋区桜川 2-27-12
