NAL TR-541

UDC 551.510.3

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-541

Jacchiaの1971年の大気模型に基づいた超高層大気の密度の解析的表示

武 内 澄 夫

1978年8月

航 空 宇 宙 技 術 研 究 所

NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

Jacchia の1971年の大気模型に基づいた超高層大気の密度の解析的表示*

武　内　澄　夫**

Analytic Representation of Upper Atmosphere Densities Based on Jacchia's 1971 Models

By Sumio TAKEUCHI

ABSTRACT

Using the 1971 Jacchia model, an analytic model for the upper atmosphere is presented. A modification of Jacchia's expression for the temperature-height profile above 125 km is made in such a manner that analytic integration of the diffusion equation is performed.

For altitudes from 90 km to 100 km the barometric equation is integrated, and for altitudes greater than 100 km the diffusion equation is integrated.

The analytic model provides densities which are identical to those produced by Jacchia's 1971 model for altitudes between 90 and 125 km, and which closely approximate Jacchia's values for altitudes greater than 125 km.

1. 緒　　言

人工衛星の運動に対する超高層大気の空気力学的な影響を考究する場合には，大気の密度が必要となる。そこでこれに応じうるような密度の解析的表示に関する研究をすることにした。

大気の密度を決定する場合にはまず大気を模型化して考える。そしてこの模型に基づいて密度を導き出す理論をたて，計算を行なって値を求める。このような大気の模型としてはすでに非常に多くのものが発表されている。[1) 2)] そしてこれらの内でJacchia の模型はすぐれたものの一つとしてよく用いられている。Jacchia は組成および温度に関して大気を模型化し，この模型を大気の状態を表わす方程式に用い，その数値積分を行なって近似解を出し，これから密度の値を求めている。この値は人工衛星の運動に基づいて求められた値とよく一致することが発表されている。[3-9)] しかしJacchia のとった方法によって密度を決定すれば数値積分の実行に多くの時間を要する。この時間は人工衛星の運動を決定するのに要する時間と同等の程度とされている。そこで短時間内に密度を決定するために次の二方法が考えられている。その第一は数値積分を行なって近似解を出し，これから大気の外圏温度と高度の二変数によって表わされた密度の値の表をあらかじめ作成しておき，この表から指定された外圏温度と高度における密度の値を補間法によって求める方法である。[10)] またその第二は数値積分をする代わりに大気の状態を表わす方程式から解析的に解を出し，これから密度を導き出す方法である。ただしこの際に解を解析的に表わすことができない場合には大気模型を多少変更して解析的に解けるようにする必要がある。

---

*　昭和５３年６月２０日受付

**　宇宙研究グループ

このように大気の密度を解析的に表示した研究として Jacchiaの1964年の大気模型[4]を用いたWalkerのものがある。[11] 次にLewis およびSabayrac[12]はJacchiaの1970年の大気模型[6]を用いて125㎞から700㎞ までの高度における密度を解析的に表示した。ここでは温度に関して大気模型を多少変更している。また125㎞ の高度における大気の諸成分の数密度を示す境界条件式としてJacchiaの求めた数密度の値を関数近似した式を用いている。それからRoberts[13] は同じくJacchiaの1970年の大気模型[6]を用いて90㎞以上の高度における密度を解析的に表示した。ここで90㎞から125㎞までの高度においてはJacchiaの大気模型をそのまま用い，125㎞以上の高度においては温度に関して大気模型を多少変更している。

この直後にJacchiaは1971年の大気模型を発表した。[8]そこでこれを用いて大気の密度を解析的に表示することにした。そしてここでも90㎞から125㎞までの高度においてはJacchiaの大気模型をそのまま用いるRobertsの解析法を用いた。したがって求められた密度の値はJacchiaの求めたものと理論的には完全に一致する。それから125㎞以上の高度における大気の温度はJacchiaの大気模型では外圏温度と高度を変数とする逆正接関数型の関数で表わされており，この関数を用いては密度を解析的に表示できない。そこで解析的表示を可能とするために大気の温度をRobertsにしたがって指数関数型の関数で近似することが考えられる。しかしこの近似式が示す大気の温度とJacchiaの大気模型における温度との差異は最大において約11％に達する。このため指数関数型の関数にさらに別の関数を加え，この両関数によってJacchiaの大気模型における温度を良好に近似すると共に密度の解析的な表示をも可能とした。次いで大気の外圏温度および高度としていくつかのものをとり，密度を計算した。そしてこの値とJacchiaの求めたものと比較し，これらが90㎞から125㎞までの高度において完全に一致し，また人工衛星として比較的に低い高度の領域においては極めてよく一致することを認めた。

なお大気の外圏温度および以上のようにして決定された大気の密度にさらに考慮して加えるべき諸変化がJacchiaによって与えられているのでこれらを付録に示した。またさらにこれらを求めるために必要となる諸量をもあわせて付録で説明した。

2. 大気模型

2.1 大気の組成

大気の成分としてN_2，Ar，He，O_2，OおよびHのみを考える。ただしHは高度500㎞以上において成分にとり入れられるとする。そしてこれをそれぞれ添字$i=1,2,3,4,5$および6によって表わすことにする。また高度100㎞までは完全混合が行なわれ，これ以上の高度においては拡散平衡が成り立つとする。ここで分子量あるいは原子量をM_iとすれば次のようになる。

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= 28.0134 \\ M_2 &= 39.948 \\ M_3 &= 4.0026 \\ M_4 &= 31.9988 \\ M_5 &= 15.9994 \\ M_6 &= 1.00797 \end{aligned}\right\} \quad (2.1.1)$$

またsea-levelにおける平均分子量は次のようになる。

$$\overline{M}_S = 28.960 \quad (2.1.2)$$

次に高度をhで表わせば

$$h = h_0 = 90\ \text{km} \quad (2.1.3)$$

から

$$h = h_D = 100\ \text{km} \quad (2.1.4)$$

までの高度における平均分子量は次のように表わされる。

$$\left.\begin{aligned} \overline{M} &= \sum_{n=0}^{6} a_n (h-90)^n \\ a_0 &= 28.82678 \\ a_1 &= -7.40066\times10^{-2}\ \text{km}^{-1} \\ a_2 &= -1.19407\times10^{-2}\ \text{km}^{-2} \\ a_3 &= 4.51103\times10^{-4}\ \text{km}^{-3} \\ a_4 &= -8.21895\times10^{-6}\ \text{km}^{-4} \\ a_5 &= 1.07561\times10^{-5}\ \text{km}^{-5} \\ a_6 &= -6.97444\times10^{-7}\ \text{km}^{-6} \end{aligned}\right\} \quad (2.1.5)$$

これは次のように表わしうる。

$$\left.\begin{aligned} \overline{M} &= \sum_{n=0}^{6} A_n h^n \\ A_n &= \sum_{r=n}^{6} (-90)^{r-n}\,{}_rC_{r-n}\,a_r \end{aligned}\right\} \quad (2.1.6)$$

したがって

$$h = h_0$$

において

$$\overline{M} = \overline{M}_0 = a_0 = 28.82678 \quad (2.1.7)$$

となる。

また

ρ：大気の密度　g/㎤

Av：Avogadro 数　1/mol

とし，1㎤の大気中に含まれる成分の粒子数とAvとの比 d_i を数密度と称し，その単位にmol/㎤を用いる。このとき

$$h=h_0$$

から

$$h=h_D$$

までの高度における数密度は次のようにして求められる。まずすべての成分をとったときには次のようになる。

$$D=\frac{\rho}{\bar{M}} \quad (2.1.8)$$

またN_2，ArとHe のときには次のようになる。

$$d_i=Q_i\frac{\bar{M}}{\bar{M}_s}D=\frac{Q_i\rho}{\bar{M}_s} \quad (2.1.9)$$

それからO_2 のときには次のようになる。

$$d_4=D\left\{(1+Q_4)\frac{\bar{M}}{\bar{M}_s}-1\right\} \quad (2.1.10)$$

さらにOのときには次のようになる。

$$d_5=2D\left(1-\frac{\bar{M}}{\bar{M}_s}\right) \quad (2.1.11)$$

ここで Q_i はsea-levelにおける大気の組成比を容積比で表わしたものであり，次のようになる。

$$\left.\begin{aligned} Q_1&=0.78110\\ Q_2&=0.00934\ 32\\ Q_3&=0.00000\ 61471\\ Q_4&=0.20955 \end{aligned}\right\} \quad (2.1.12)$$

また

$$\mathrm{Av}=6.02257\times10^{23}\ \ 1/\mathrm{mol} \quad (2.1.13)$$

である。

2.2 大気の温度

大気の温度を T とし，Kで表わす。このとき

$$h=h_0$$

において次のようになる。

$$T=T_0=183\,\mathrm{K} \quad (2.2.1)$$

次に

$$h=h_x=125\,\mathrm{km} \quad (2.2.2)$$

にある変曲点における大気の温度は次のようになる。

$$\left.\begin{aligned} T_x&=a_x+b_xT_\infty+c_x\exp(\bar{K}T_\infty)\\ a_x&=\ 371.6678\\ b_x&=\ 0.05188\ 06\\ c_x&=-294.3505\\ \bar{K}&=-\ 0.00216\ 222 \end{aligned}\right\} \quad (2.2.3)$$

ここでT_∞ は大気の外圏温度を示す。

それから後出の（3.1）と（3.3）に用いられる，高度が

$$h_0\leqq h\leqq h_x$$

における大気の温度は次のようになる。

$$\left.\begin{aligned} T&=T_x+\sum_{n=1}^{4}c_n(h-h_x)^n\\ c_1&=1.9\frac{T_x-T_0}{h_x-h_0}\\ c_2&=0\\ c_3&=-1.7\frac{T_x-T_0}{(h_x-h_0)^3}\\ c_4&=-0.8\frac{T_x-T_0}{(h_x-h_0)^4} \end{aligned}\right\} \quad (2.2.4)$$

これはまた次のようにも表わされる。

$$\left.\begin{aligned} T&=T_x+F_x\sum_{n=0}^{4}C_nh^n\\ C_n&=\frac{\sum_{r=n}^{4}(-h_x)^{r-n}\,{}_rC_{r-n}\,c_r-0^n c_0}{F_x}\\ F_x&=\frac{T_x-T_0}{35^4}\\ c_0&=T_x \end{aligned}\right\} \quad (2.2.5)$$

ここで $0^0=1$ とする。

さらに後出の（3.3）に用いられる，125㎞以上の高度における大気の温度は次のようになる。

$$T=T_x+\frac{2}{\pi}(T_\infty-T_x)$$

$$\times\arctan\left[0.95\pi\frac{T_x-T_0}{T_\infty-T_x}\frac{h-h_x}{h_x-h_0}\left\{1+4.5\times10^{-6}(h-h_x)^{2.5}\right\}\right]$$

$$(2.2.6)$$

しかしこのようにすれば（３.３）を解くことができない。そこで大気の温度を表わす式として（２.２.６）を良好に近似すると共に（３.３）の積分を可能とするようなものをとることにする。ここで次のようにおく。

$$T=T'+\delta T' \qquad (2.2.7)$$

そしてT'としてRobertsが与えたものを用いることにする。これは次のように表わされる。

$$\left.\begin{aligned} &T'=T_\infty-(T_\infty-T_x)\exp\left(-\frac{T_x-T_0}{T_\infty-T_x}\frac{h-h_x}{h_x-h_0}\frac{1}{\mathrm{Ra}+h}\right) \\ &\mathrm{Ra}=6356.766\,km \\ &l=1.9(\mathrm{Ra}+h_x)=12315.3554\,km \end{aligned}\right\} \qquad (2.2.8)$$

このときTとT'との差異はT_∞が高い程大きくなり，そのT'に対する比の最大値は約１１％となる。そこで$\delta T'$にその近似式を用いたとき$T'+\delta T'$がTを良好に近似するとともに，また（３.３）に（２.２.７）と（２.２.８）を用いた後出の（４.３.１）の積分を可能とするようにする。これらについては第４.３節に示す。

３. 大気の完全混合と拡散平衡の状態における方程式

９０kmから１００kmまでの高度における完全混合の状態においては次のbarometric equationが成立する。

$$d(\log\rho)=d\left(\log\frac{\overline{M}}{T}\right)-\frac{\overline{M}g}{R'T}dh \qquad (3.1)$$

ここに

g：重力の加速度の大きさ

R'：一般ガス定数

であり，次のようになる。

$$R'=8.31432\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\cdot K}}$$

$$g=\frac{g_0\mathrm{Ra}^2}{(h+\mathrm{Ra})^2}$$

$$g_0=980.665\frac{cm}{s^2}$$

このとき（３.１）は次のようになる。

$$d(\log\rho)=d\left(\log\frac{\overline{M}}{T}\right)-\frac{g_0\mathrm{R_a}^2\overline{M}}{R'T(h+\mathrm{Ra})^2}dh \qquad (3.1')$$

なお境界条件として

$$h=h_0$$

において次のようにする。

$$\rho=\rho_0=3.46\times10^{-9}\frac{g}{cm^3} \qquad (3.2)$$

次に$i=1,2,3,4,5$に対しては１００km以上の高度における，また$i=6$に対しては５００km以上の高度における拡散平衡の状態においては次のdiffusion equationが成立する。

$$\frac{dd_i}{d_i}=-\frac{M_ig_0\mathrm{Ra}^2\,dh}{R'T(h+\mathrm{Ra})^2}-\frac{dT}{T}(1+\alpha_i) \qquad (3.3)$$

ここでα_iはthermal diffusion coefficientであり次のようになる。

$$\alpha_1=0,\ \alpha_2=0,\ \alpha_3=-0.38,\ \alpha_4=0,\ \alpha_5=0,\ \alpha_6=0 \qquad (3.4)$$

またHのときに

$$h=h_H=500\,km \qquad (3.5)$$

において

n_H：1cm^3の大気中に含まれる粒子数，$1/cm^3$

とすれば次のようになる。

$$\left.\begin{aligned} &\log_{10}n_H=73.13-(39.40-5.5\log_{10}T_H)\log_{10}T_H \\ &T_H=T(h_H) \\ &d_6(h_H)=\frac{n_H}{\mathrm{Av}} \end{aligned}\right\} \qquad (3.6)$$

ここで$T(h_H)$は（２.２.６）によって求められる。

４. 密度の解析的表示

４.１　９０kmから１００kmまでの高度における密度

（３.１'）に（２.２.５）を用いhについてh_0からhまで積分すれば次式をうる。

$$\rho(h)=\rho(h_0)\frac{\overline{M}(h)T(h_0)}{\overline{M}(h_0)T(h)}\exp(kI)$$

$$k=-\frac{g_0}{R'(T_x-T_0)} \qquad (4.1.1)$$

$$I=\int_{h_0}^{h}\frac{c\overline{M}(h)}{P(h)(h+\mathrm{Ra})^2}dh$$

$$c=\frac{35^4\,\mathrm{R_a}^2}{C_4} \qquad (4.1.2)$$

$$P(h)=\frac{1}{C_4}\sum_{n=0}^{4}c_n^*h^n$$

$$c_0^*=35^4\left(1+\frac{T_0}{T_x-T_0}\right)+C_0 \qquad (4.1.3)$$

$$c_n^*=C_n,\quad i=1,2,3,4$$

ここで被積分関数は（2.1.6）によれば次のようになる。

$$\frac{c\bar{M}(h)}{P(h)(h+\mathrm{Ra})^2}=c\mathrm{A}_6+\frac{S(h)}{P(h)(h+\mathrm{Ra})^2}$$

$$S(h)=\sum_{n=0}^{5}B_n h^n$$

$$B_0=\left(\mathrm{A}_0-\frac{\mathrm{R_a}^2\mathrm{A}_6}{C_4}c_0^*\right)c$$

$$B_1=\left\{\mathrm{A}_1-(2C_0^*+\mathrm{Ra}C_1)\frac{\mathrm{Ra}\mathrm{A}_6}{C_4}\right\}c$$

$$B_2=\left\{\mathrm{A}_2-(2C_1+\mathrm{Ra}C_2)\frac{\mathrm{Ra}\mathrm{A}_6}{C_4}-\frac{\mathrm{A}_6}{C_4}c_0^*\right\}c$$

$$B_3=\left\{\mathrm{A}_3-(C_1+2\mathrm{R_a}C_2+\mathrm{R_a}^2C_3)\frac{\mathrm{A}_6}{C_4}\right\}c$$

$$B_4=\left\{\mathrm{A}_4-(C_2+2\mathrm{R_a}C_3+\mathrm{R_a}^2C_4)\frac{\mathrm{A}_6}{C_4}\right\}c$$

$$B_5=\left\{\mathrm{A}_5-(C_3+2\mathrm{R_a}C_4)\frac{\mathrm{A}_6}{C_4}\right\}c$$

（4.1.4）

さらに500K≦T_∞≦2000Kにおいて

$$P(h)=0$$

の根をr_1, r_2, r_3, r_4とすれば次のようになる。

$$\left.\begin{array}{l} r_1>0,\quad r_2>0 \\ r_3=a'+\mathrm{i}b',\quad r_4=a'-\mathrm{i}b',\quad b'>0 \end{array}\right\}$$

（4.1.5）

したがって次のようになる。

$$I=C\mathrm{A}_6(h-h_0)$$

$$+\int_{h_0}^{h}\Big(\frac{p_1}{h+\mathrm{Ra}}+\frac{p_2}{h-r_1}+\frac{p_3}{h-r_2}$$

$$+\frac{2p_4(h-a')}{h^2-2a'h+a'^2+b'^2}+\frac{p_5}{(h+\mathrm{Ra})^2}$$

$$+\frac{p_6}{h^2+2a'h+a'^2+b'^2}\Big)\,\mathrm{d}h$$

$$p_2=\frac{S(r_1)}{U(r_1)}$$

$$p_3=-\frac{S(r_2)}{U(r_2)}$$

$$p_5=\frac{S(-\mathrm{Ra})}{V(-\mathrm{Ra})}$$

$$U(v)=(v+\mathrm{Ra})^2(v^2-2a'v+a'^2+b'^2)(r_1-r_2)$$

$$V(v)=(v^2-2a'v+a'^2+b'^2)(v-r_1)(v-r_2)$$

$$p_4=[B_0-r_1r_2\mathrm{R_a^2}\{B_4+(2a'+r_1+r_2-\mathrm{R_a})B_5\}$$

$$-r_1r_2\mathrm{R_a}(a'^2+b'^2)B_5$$

$$+r_1r_2\{\mathrm{R_a^2}-(a'^2+b'^2)\}p_5+W(r_1)p_2$$

$$+W(r_2)p_3]/K$$

$$W(v)=r_1r_2\mathrm{R_a^2}(v+\mathrm{R_a})$$

$$+(a'^2+b'^2)\mathrm{R_a}r_1r_2\left(\frac{\mathrm{R_a}}{v}+1\right)$$

$$K=-2r_1r_2\mathrm{R_a}(\mathrm{R_a^2}+2a'\mathrm{R_a}+a'^2+b'^2)$$

$$p_6=B_4+(2a'+r_1+r_2-\mathrm{R_a})B_5-p_5'$$

$$-2(a'+\mathrm{R_a})p_4-(r_2+\mathrm{R_a})p_3$$

$$-(r_1+\mathrm{R_a})p_2$$

$$p_1=B_5-2p_4-p_3-p_2.$$

（4.1.6）

ここで積分の計算をすれば結局において次のようになる。

$$\rho(h)=\rho(h_0)\frac{\bar{M}(h)T(h_0)}{\bar{M}(h_0)T(h)}\exp(kI)$$

$$I=C\mathrm{A}_6(h-h_0)+p_1\log\frac{h+\mathrm{R_a}}{h_0+\mathrm{R_a}}+p_2\log\frac{r_1+h}{r_1+h_0}$$

$$+p_3\log\frac{h-r_2}{h_0-r_2}+p_4\log\frac{h^2-2a'h+a'^2+b'^2}{h_0^2-2a'h_0+a'^2+b'^2}$$

$$-\frac{p_5}{h+\mathrm{R_a}}+\frac{p_5}{h_0+\mathrm{R_a}}$$

$$+\frac{p_6}{b'}\left(\arctan\frac{h-a'}{b'}-\arctan\frac{h_0-a'}{b'}\right)$$

（4.1.7）

4.2　100kmから125kmまでの高度における数密度

$i=1,2,3,4,5$の場合に（3.3）に（2.2.5）を用いhについてh_Dからhまで積分すれば次式をうる。

$$d_i(h)=d_i(h_D)\left(\frac{T(h_D)}{T(h)}\right)^{1+\alpha_i}\exp(\mathrm{M}_i k c I')$$

$$I'=\int_{h_D}^{h}\frac{\mathrm{d}h}{P(h)(h+\mathrm{R_a})^2}$$

このI'は次のようになる。

$$I'=\int_{h_D}^{h}\Big\{\frac{p_1'}{h+\mathrm{R_a}}+\frac{p_2'}{h-r_1}+\frac{p_3'}{h-r_2}$$

$$+\frac{2p_4'(h-a')}{h^2-2a'h+a'^2+b'^2}+\frac{p_5'}{(h+\mathrm{R_a})^2}$$

$$+\frac{p_6'}{h^2-2a'h+a'^2+b'^2}\Big\}\,\mathrm{d}h$$

ここで次のようになる。

$$
\left.\begin{aligned}
p_2' &= \frac{1}{U(r_1)} \\
p_3' &= -\frac{1}{U(r_2)} \\
p_5' &= \frac{1}{V(-\mathrm{R_a})} \\
p_4' &= [\,1 + r_1 r_2 \{\mathrm{R_a^2} - (a'^2 + b'^2)\}\, p_5 \\
&\quad + W(r_1) p_2' + W(r_2) p_3'\,] / K \\
p_6' &= -p_5' - 2(a' + \mathrm{R_a}) p_4' - (r_2 + \mathrm{R_a}) p_3' \\
&\quad - (r_1 + \mathrm{R_a}) p_2' \\
p_1' &= -2 p_4' - p_3' - p_2'
\end{aligned}\right\} \tag{4.2.1}
$$

ここで積分の計算をすれば結局において次のようになる。

$$
\left.\begin{aligned}
d_i(h) &= d_i(h_D) \left(\frac{T(h_D)}{T(h)}\right)^{1+\alpha_i} \exp(\mathrm{M}_i k c I') \\
I' &= p_1' \log \frac{h + \mathrm{R_a}}{h_D + \mathrm{R_a}} + p_2' \log \frac{r_1 - h}{r_1 - h_D} \\
&\quad + p_3' \log \frac{h - r_2}{h_D - r_2} + p_4' \log \frac{h^2 - 2a'h + a'^2 + b'^2}{h_D^2 - 2a'h_D + a'^2 + b'^2} \\
&\quad - \frac{p_5'}{h + \mathrm{R_a}} + \frac{p_5'}{h_D + \mathrm{R_a}} \\
&\quad + \frac{p_6'}{b'} \left(\arctan \frac{h - a'}{b'} - \arctan \frac{h_D - a'}{b'}\right)
\end{aligned}\right\} \tag{4.2.2}
$$

4.3 125 km以上の高度における数密度

$i = 1, 2, 3, 4, 5$ の場合に(3.3)に(2.2.7)と(2.2.8)を用いれば次のようになる。

$$
\left.\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}d_i}{d_i} &= -\frac{\mathrm{M}_i g_0 \mathrm{R_a^2}}{\mathrm{R'}} \Big\{ \frac{1}{l T_\infty} \frac{h_x - h_0}{T_x - T_0} \frac{T_\infty - T_x}{h_x + \mathrm{R_a}} \\
&\quad \times \left(\frac{1}{T_\infty - T'} + \frac{1}{T'}\right) \mathrm{d}T' + \frac{\Delta\, \mathrm{d}h}{(h + \mathrm{R_a})^2} \Big\} \\
&\quad - \frac{\mathrm{d}T}{T}(1 + \alpha_i) \\
\Delta &= -\frac{\delta T'}{TT'}
\end{aligned}\right\} \tag{4.3.1}
$$

なお(2.2.4)に示す T とその h に関する導関数はそれぞれ(2.2.6)に示す T とその h に関する導関数に $h = h_x$ において連続する。また同様に(2.2.8)に示す T' とその h に関する導関数にも $h = h_x$ において連続する。したがって

$$
(\delta T')_{h=h_x} = 0
$$

$$
\left(\frac{\mathrm{d}\delta T'}{\mathrm{d}h}\right)_{h=h_x} = 0
$$

となり，これから次式が成立する。

$$
\left.\begin{aligned}
\Delta_{h=h_x} &= 0 \\
\left(\frac{\mathrm{d}\Delta}{\mathrm{d}h}\right)_{h=h_x} &= 0
\end{aligned}\right\} \tag{4.3.2}
$$

(4.3.1)において $\Delta/(h + \mathrm{Ra})^2$ の項は積分できない。そこで Δ つまり $-\delta T'/(TT')$ の代わりにこれを関数近似する関数をとり，これを用いたとき(4.3.1)の積分が可能となるようにする。このとき T に対する $T' + \delta T'$ の近似は良好であり，また T の代わりに $T' + \delta T'$ を用いれば(4.3.1)の積分が可能となったことになる。そしてなおできればこの関数が(4.3.2)の条件を満足するようにする。ここでこのような関数として以下に示す二つの関数近似の場合におけるものをとることにする。

4.3.1 多項式近似の場合

$\Delta(T_\infty, h)$ を関数近似する関数として最小二乗近似多項式をとり，これを $\Delta_p(T_\infty, h)$ とする。このとき $\Delta_p/(h + \mathrm{Ra})^2$ は h に関して積分可能となる。次に Δ_p を決定する。まず T_∞, h として

$$
\begin{aligned}
&T_{\infty i'} \qquad i' = 1, 2, \cdots\cdots, i'm \\
&h_{j'} \qquad j' = 1, 2, \cdots\cdots, j'm
\end{aligned}
$$

をとり，

$$
\Delta_{i', j'} = \Delta(T_{\infty i'}, h_{j'})
$$

とする。そして $\Delta_{i', j'}$ を要素とする行列の第 i' 行の要素を関数近似する最小二乗近似多項式を

$$
\Delta_{pi'} = \sigma_{i', 0} + \sigma_{i', 1} h + \cdots\cdots + \sigma_{i', k} h^k + \cdots\cdots + \sigma_{i', km} h^{km}
$$

とする。次に

$$
\sigma_{1, k}, \sigma_{2, k}, \cdots\cdots, \sigma_{i'm, k}
$$

を関数近似する最小二乗近似多項式を

$$
\sigma_k = \tau_{k, 0} + \tau_{k, 1} T_\infty + \cdots\cdots + \tau_{k, l} T_\infty^l + \cdots\cdots + \tau_{k, lm} T_\infty^{lm} \tag{4.3.1.1}
$$

とする。そうすれば次式をうる。

$$
\Delta_p = \sigma_0 + \sigma_1 h + \cdots + \sigma_k h^k + \cdots + \sigma_{km} h^{km}
$$

(4.3.1.2)

この Δ_p は一般には(4.3.2)の条件を満足しない。Δ_p を用いれば(4.3.1)は次のようにみなされる。

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}d_i}{d_i} &= -\gamma_i \frac{\mathrm{d}T'}{T_\infty - T'} - \gamma_i \frac{\mathrm{d}T'}{T'} \\
&\quad -\theta_i \Big(G_0 + G h + G_2 h^2 + \cdots + G_{km-2} h^{km-2} \\
&\quad + \frac{H_0 + H_1 h}{h^2 + 2\mathrm{R_a} h + \mathrm{R_a^2}} \Big) \mathrm{d}h \\
&\quad - (1 + \alpha_i) \frac{\mathrm{d}T}{T} \\
\gamma_i &= \frac{\mathrm{M}i\, \mathrm{g_0} \mathrm{R_a^2}}{\mathrm{R'}\, 1\, T_\infty} \, \frac{T_\infty - T_x}{T_x - T_0} \, \frac{h_x - h_0}{\mathrm{R_a} + h_x} \\
\theta_i &= \frac{\mathrm{M}i\, \mathrm{g_0} \mathrm{R_a^2}}{\mathrm{R'}} \\
G_L &= \sum_{\mathrm{M}=0}^{km-L-2} \mathrm{E_M} \sigma_{\mathrm{M+L+2}} \\
\mathrm{L} &= 0, 1, 2, \cdots\cdots, k_m - 2 \\
\mathrm{E_M} &= (-1)^{\mathrm{M}} (\mathrm{M} + 1) \mathrm{R_a^M} \\
H_0 &= \sigma_0 - \mathrm{R_a^2} G_0 \\
H_1 &= \sigma_1 - \mathrm{R_a^2} G_1 - 2 \mathrm{R_a} G_0
\end{aligned}\right\} \tag{4.3.1.3}$$

また $T(h)$ および $T'(h)$ の

$$h = h_B \geqq 125 \text{ km}$$

における値を

$$\left.\begin{aligned}
T(h_B) &= T_B \\
T'(h_B) &= T'_B
\end{aligned}\right\} \tag{4.3.1.4}$$

とする。ここで(4.3.1.3)を h について h_B から h まで積分すれば次式をうる。

$$\left.\begin{aligned}
d_i(h) &= d_i(h_B) \cdot \exp F_p(h, h_B, T_B, T'_B) \\
F_p&(h, h_B, T_B, T'_B) \\
&= \gamma_i \log \frac{T_\infty - T'}{T_\infty - T'_B} - \gamma_i \log \frac{T'}{T'_B} \\
&\quad - \theta_i \Big[\sum_{\mathrm{k}=0}^{km-2} \frac{G_k}{\mathrm{k}+1} (h^{k+1} - h_B^{k+1}) \\
&\quad - H_0 \Big(\frac{1}{h + \mathrm{R_a}} + \frac{1}{h_B + \mathrm{R_a}} \Big) \\
&\quad + H_1 \Big\{ \mathrm{R_a} \Big(\frac{1}{h + \mathrm{R_a}} - \frac{1}{h_B + \mathrm{R_a}} \Big) + \log \frac{h + \mathrm{R_a}}{h_B + \mathrm{R_a}} \Big\} \Big] \\
&\quad - (1 + \alpha_i) \log \frac{T}{T_B}
\end{aligned}\right\} \tag{4.3.1.5}$$

したがって次式が成立する。

$$\left.\begin{aligned}
d_i(h) &= d_i(h_B) \cdot \exp F_p(h, h_B, T_B, T'_B) \\
h_B &= h_x,\ T_B = T_x,\ T'_B = T_x
\end{aligned}\right\} \tag{4.3.1.6}$$

4.3.2 有理分数関数近似の場合

$\Delta(T_\infty, h)$ を関数近似すると共に(4.3.2.)の条件をみたす関数として h に関する有理分数関数をとり，これを $\Delta_R(T_\infty, h)$ とする。このとき $\Delta_R/(h + \mathrm{R_a})^2$ は h に関して積分可能となる。以下に Δ_R を決定する。まず T_∞ として

$$T_{\infty\ i'} \qquad i' = 1, 2, \cdots\cdots, i'_m$$

をとり，i'_m 個の $T_{\infty\ i'}$ のそれぞれにおいて h の関数である

$$\Delta = \Delta(T_{\infty\ i'}, h)$$

の関数値

$$\Delta(T_{\infty\ i'}, h_{j'}),\quad j' = 1, 2, \cdots\cdots, j'\mathrm{m}$$

から Δ を関数近似すると共に(4.3.2)の条件をみたす有理分数関数として次のものをとることにする。

$$\Delta_R = K_1 \frac{(h - K_2)^2 (K_3 - h)}{(h + K_4)^5} \tag{4.3.2.1}$$

ここで K_1 の単位は $\mathrm{km^2K^{-1}}$ であり，K_2, K_3, K_4 などの単位は km となる。次に K_1, K_2, K_3, K_4 などを一括して K_N で表わして

$$K_N = K_N(T_\infty)$$

とする。このときこの関数値

$$K_N(T_{\infty\ i'}),\quad i' = 1, 2, \cdots\cdots, i'\mathrm{m}$$

は(4.3.2.1)を考えた際に求められている。そこで T_∞, K_N 平面上の $T_{\infty\ i'}, K_N(T_{\infty\ i'})$ を座標とする諸点をほぼ通るような図形を考えれば，この図形の方程式は K_N を関数近似する関数となる。ここでこの図形をいくつかの直線と円とによって構成することにする。そうすれば次のように表わすことができる。

$$\left.\begin{aligned}
&500 \leqq T_\infty \leqq 1200 \\
&\quad K_1 = 1 + 0.1458 \times (4.8 - 0.004 T_\infty)^{2.14} \\
&1200 \leqq T_\infty \leqq 2000 \\
&\quad K_1 = 1 + 0.1483 \times (-4.8 + 0.004 T_\infty)^{2.8} \\
&500 \leqq T_\infty \leqq 2000
\end{aligned}\right.$$

$$
\left.
\begin{aligned}
&K_2=h_x\\
&500\leqq T_\infty\leqq 1263\\
&\quad K_3=550\\
&\qquad -50\sqrt{56.04+0.0368T_\infty-0.000064T_\infty^2}\\
&1263\leqq T_\infty\leqq 1324\\
&\quad K_3=-5545+4.8T_\infty\\
&1324\leqq T_\infty\leqq 1375\\
&\quad K_3=785.1\\
&\qquad +\sqrt{-596500+662.8T_\infty-0.16T_\infty^2}\\
&1375\leqq T_\infty\leqq 1700\\
&\quad K_3=840.8\\
&\qquad +\sqrt{-452600+551.4T_\infty-0.16T_\infty^2}\\
&1700\leqq T_\infty\leqq 2000\\
&\quad K_3=948.0+0.025T_\infty\\
&500\leqq T_\infty\leqq 1158\\
&\quad K_4=-55-\sqrt{1025+1.2T_\infty-0.0016T_\infty^2}\\
&1158\leqq T_\infty\leqq 2000\\
&\quad K_4=-160+0.0765T_\infty
\end{aligned}
\right\}
\tag{4.3.2.2}
$$

$\varDelta_R$ を用いれば(4.3.1)は次のようにみなされる。

$$
\left.
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}d_i}{d_i}&=-\gamma_i\frac{\mathrm{d}T'}{T_\infty-T'}-\gamma_i\frac{\mathrm{d}T'}{T'}\\
&\quad+\varepsilon_i\frac{(h-K_2)^2(K_3-h)}{(h+\mathrm{R_a})^2(h+K_4)^5}\,\mathrm{d}h\\
&\quad-(1+\alpha_i)\frac{\mathrm{d}T}{T}\\
\varepsilon_i&=\frac{\mathrm{M}_i g_0\mathrm{R_a^2}K_1}{\mathrm{R}'}
\end{aligned}
\right\}
\tag{4.3.2.3}
$$

ここでγ_i は(4.3.1.3)に示されている。また次のようになる。

$$
\left.
\begin{aligned}
&\frac{(h-K_2)^2(K_3-h)}{(h+\mathrm{R_a})^2(h+K_4)^5}\\
&\quad=\frac{q_1}{(h+\mathrm{R_a})^2}+\frac{q_2}{h+\mathrm{R_a}}+\frac{q_3}{(h+K_4)^5}+\frac{q_4}{(h+K_4)^4}\\
&\qquad+\frac{q_5}{(h+K_4)^3}+\frac{q_6}{(h+K_4)^2}+\frac{q_7}{h+K_4}\\
&q_1=\frac{\mathrm{R_a^3}+(2K_2+K_3)\mathrm{R_a^2}+K_2(K_2+2K_3)\mathrm{R_a}+K_2^2K_3}{(K_4-\mathrm{R_a})^5}\\
&q_3=\frac{K_4^3+(2K_2+K_3)K_4^2+K_2(K_2+2K_3)K_4+K_2^2K_3}{(-K_4+\mathrm{R_a})^2}\\
&q_2=\big[H_5-G_{5,4}\{H_4-G_{4,5}(H_3-G_{3,6}H_2)-G_{4,6}H_2\}\\
&\qquad -G_{5,5}(H_3-G_{3,6}H_2)-G_{5,6}H_2\big]\\
&\quad/\Big[G_{5,2}+G_{5,4}\big[-G_{4,2}-G_{4,5}\{-G_{3,2}+G_{3,6}(G_{2,2}-G_{2,7})\\
&\qquad +G_{3,7}\}+G_{4,6}(G_{2,2}-G_{2,7})+G_{4,7}\big]\\
&\qquad +G_{5,5}\{-G_{4,6}+G_{3,6}(G_{2,2}-G_{2,7})+G_{3,7}\}\\
&\qquad -G_{5,6}(G_{2,2}-G_{2,7})-G_{5,7}\Big]\\
&q_4=H_4-G_{4,5}(H_3-G_{3,6}H_2)-G_{4,6}H_2\\
&\qquad +\big[-G_{4,2}-G_{4,5}\{-G_{3,2}+G_{3,6}(G_{2,2}-G_{2,9})\\
&\qquad +G_{3,7}\}+G_{4,6}(G_{2,2}-G_{2,7})+G_{4,7}\big]q_2\\
&q_5=H_3-G_{3,6}H_2+\{-G_{3,2}+G_{3,6}(G_{2,2}-G_{2,7})\\
&\qquad\qquad +G_{3,7}\}q_2\\
&q_6=H_2-(G_{2,2}-G_{2,7})q_2\\
&q_7=-q_2\\
&G_{2,2}=5K_4+\mathrm{R_a}\\
&G_{2,7}=4K_4+2\mathrm{R_a}\\
&G_{3,2}=10K_4^2+5K_4\mathrm{R_a}\\
&G_{3,6}=3K_4+2\mathrm{R_a}\\
&G_{3,7}=6K_4^2+8K_4\mathrm{R_a}+\mathrm{R_a^2}\\
&G_{4,2}=10K_4^3+10K_4^2\mathrm{R_a}\\
&G_{4,5}=2(K_4+\mathrm{R_a})\\
&G_{4,6}=3K_4^2+6K_4\mathrm{R_a}+\mathrm{R_a^2}\\
&G_{4,7}=4K_4^3+12K_4^2\mathrm{R_a}+4K_4\mathrm{R_a^2}\\
&G_{5,2}=5K_4^4+10K_4^3\mathrm{R_a}\\
&G_{5,4}=K_4+2\mathrm{R_a}\\
&G_{5,5}=K_4^2+4K_4\mathrm{R_a}+\mathrm{R_a^2}\\
&G_{5,6}=K_4^3+6K_4^2\mathrm{R_a}+3K_4\mathrm{R_a^2}\\
&G_{5,7}=K_4^4+8K_4^3\mathrm{R_a}+6K_4^2\mathrm{R_a^2}\\
&H_2=-q_1\\
&H_3=-5K_4q_1\\
&H_4=-1-10K_4^2q_1\\
&H_5=2K_2+K_3-10K_4^3q_1-q_3
\end{aligned}
\right\}
\tag{4.3.2.4}
$$

ここで(4.3.2.3)をhについてh_B からhまで積分す

れば次式をうる。

$$
\left.\begin{aligned}
&d_i(h)=d_i(h_B)\cdot\exp F_R(h, h_B, T_B, T_B')\\
&F_R(h, h_B, T_B, T_B')\\
&=\gamma_i\log\frac{T_\infty-T'}{T_\infty-T_B'}-\gamma_i\log\frac{T'}{T_B'}\\
&\quad+\varepsilon_i\{-\frac{g_1}{h+\mathrm{R_a}}+\frac{g_1}{h_B+\mathrm{R_a}}+g_2\log\frac{h+\mathrm{R_a}}{h_B+\mathrm{R_a}}\\
&\quad-\frac{g_3}{4(h+K_4)^4}+\frac{g_3}{4(h_B+K_4)^4}\\
&\quad-\frac{g_4}{3(h+K_4)^3}+\frac{g_4}{3(h_B+K_4)^3}\\
&\quad-\frac{g_5}{2(h+K_4)^2}+\frac{g_5}{2(h_B+K_4)^2}\\
&\quad-\frac{g_6}{h+K_4}+\frac{g_6}{h_B+K_4}+g_7\log\frac{h+K_4}{h_B+K_4}\\
&\quad-(1+\alpha_i)\log\frac{T}{T_B}
\end{aligned}\right\}
\qquad (4.3.2.5)
$$

ここでT_BとT_B'は（4.3.1.4）に示されている。（4.3.2.5）によれば次式が成立する。

$$
\left.\begin{aligned}
&d_i(h)=d_i(h_B)\cdot\exp F_R(h, h_B, T_B, T_B'),\\
&h_B=h_x,\ T_B=T_x,\ T_B'=T_x
\end{aligned}\right\}
\qquad (4.3.2.6)
$$

4.4　500㎞以上の高度における水素の数密度

500㎞以上の高度において　$i=6$　の場合には（4.3.1.5）から次式が成立する。

$$
\left.\begin{aligned}
&d_6(h)=d_6(h_B)\cdot\exp F_p(h, h_B, T_B, T_B')\\
&h_B=h_H,\quad T_B=T_H=T(h_H),\quad T_B'=T_H'=T'(h_H)
\end{aligned}\right\}
\qquad (4.4.1)
$$

また（4.3.2.5）から次式が成立する。

$$
d_6(h)=d_6(h_B)\cdot\exp F_R(h, h_B, T_B, T_B') \qquad (4.4.2)
$$

h_B, T_B, T_B'　などは（4.4.1）に示されている。

4.5　100㎞以上の高度における密度

4.5.1　100㎞から500㎞までの高度における密度

100㎞から500㎞までの高度においては（4.3.1.6）あるいは（4.3.2.6）に示した$d_i(h)$を用いて密度は次式によって与えられる。

$$
\rho(h)=\sum_{i=1}^{5}\mathrm{M}_i\cdot d_i(h) \qquad (4.5.1.1)
$$

4.5.2　500㎞以上の高度における密度

500㎞以上の高度においては（4.3.1.6）あるいは（4.3.2.6）に示した$d_i(h)$と（4.4.1）あるいは（4.4.2）に示した$d_6(h)$を用いて密度は次式によって与えられる。

$$
\rho(h)=\sum_{i=1}^{6}\mathrm{M}_i\cdot d_i(h) \qquad (4.5.2.1)
$$

5. 密度の計算

前章までの理論に示された諸式によって計算を行なえば大気の外圏温度と高度の関数として密度の値を求めることができる。以下において125㎞を越える高度においては多項式近似の場合，有理分数関数近似の場合およびRobertsの解析法による場合に対しての計算式を用いることにした。この最後の場合には（4.3.1.5）においてθ_iを0とするかあるいは（4.3.2.5）においてε_iを0として計算すればよいことになる。

近似多項式を決定するためにとる外圏温度と高度

$T_{\infty i}$,　$i=1, 2, \cdots\cdots, i_m$

h_j　,　$j=1, 2, \cdots\cdots, j_m$

ならびに近似多項式の高度に関する次数k_mと外圏温度に関する次数l_mを表1，表2および表3のようにとる。また密度の値を求めるときの外圏温度と高度

$T_{\infty I}$,　$I=1, 2, \cdots\cdots, I_m$

h_J　,　$J=1, 2, \cdots\cdots, J_m$

を表4および表5のようにとる。

表1　$T_{\infty i}$

i	$T_{\infty i}$
	K
1	500
⋮	⋮
i	$T_{\infty i}$
$i+1$	$T_{\infty i}+100$
⋮	⋮
15	1900

表２　h_j

j	h_j	j	h_j
	km		km
1	125.0	106	420
⋮	⋮	⋮	⋮
j	h_j	j	h_j
$j+1$	$h_j+0.1$	$j+1$	h_j+20
⋮	⋮	⋮	⋮
10	125.9	135	1000
11	126	136	1050
⋮	⋮	⋮	⋮
j	h_j	j	h_j
$j+1$	h_j+1	$j+1$	h_j+50
⋮	⋮	⋮	⋮
85	200	145	1500
86	210	146	1600
⋮	⋮	⋮	⋮
j	h_j	j	h_j
$j+1$	h_j+10	$j+1$	h_j+100
⋮	⋮	⋮	⋮
105	400	155	2500

表５　h_J

J	h_J	J	h_J
	km		km
1	90	46	420
⋮	⋮	⋮	⋮
J	h_J	J	h_J
$J+1$	h_J+2	$J+1$	h_J+20
⋮	⋮	⋮	⋮
11	110	75	1000
12	115	76	1050
⋮	⋮	⋮	⋮
J	h_J	J	h_J
$J+1$	h_J+5	$J+1$	h_J+50
⋮	⋮	⋮	⋮
21	160	85	1500
22	170	86	1600
⋮	⋮	⋮	⋮
J	h_J	J	h_J
$J+1$	h_J+10	$J+1$	h_J+100
⋮	⋮	⋮	⋮
45	400	95	2500

表３　k_mとl_m

k_m	l_m
11	11

表４　$T_{\infty I}$

I	$T_{\infty I}$
	K
1	500
⋮	⋮
I	$T_{\infty I}$
$I+1$	$T_{\infty I}+100$
⋮	⋮
15	1900

このようにして計算を行ない，密度の値を求めた。

求められた密度の値の一部を表６，表７，表８および表９に示す。これらの内で表６，表７および表８はそれぞれ外圏温度が７００K，１３００Kおよび１９００Kにおけるものである。また表９は高度が１０００kmにおけるものである。ここで(1)，(2)，(3)および(4)の記号によってそれぞれJacchiaの求めた値，この理論における１２５kmを越える高度においての多項式近似の場合の計算式による値；有理分数関数近似の場合の計算式による値およびRobertsの解析法による場合の値であることを表わすことにする。そしてこの記号を添えて密度の値を示した。９０kmから１２５kmまでの高度においては(2)，(3)および(4)は同一のものを表わすことになる。次に表６，表７および表８における$\rho_{(2)}$，$\rho_{(3)}$，$\rho_{(4)}$などと$\rho_{(1)}$との差の$\rho_{(1)}$に対する比を表１０，表１１および表12に示す。

表6　T_∞＝700Kのときの密度の値

h	$\rho_{(1)}$	$\rho_{(2)}$	$\rho_{(3)}$	$\rho_{(4)}$
km	g / cm³	g / cm³	g / cm³	g / cm³
90	0.3460×10^{-8}	0.3460×10^{-8}	0.3460×10^{-8}	0.3460×10^{-8}
100	0.5542×10^{-9}	0.5542×10^{-9}	0.5542×10^{-9}	0.5542×10^{-9}
125	0.1292×10^{-10}	0.1292×10^{-10}	0.1292×10^{-10}	0.1292×10^{-10}
130	0.7675×10^{-11}	0.7697×10^{-11}	0.7678×10^{-11}	0.7669×10^{-11}
135	0.4876×10^{-11}	0.4890×10^{-11}	0.4884×10^{-11}	0.4856×10^{-11}
140	0.3273×10^{-11}	0.3275×10^{-11}	0.3282×10^{-11}	0.3241×10^{-11}
145	0.2296×10^{-11}	0.2288×10^{-11}	0.2303×10^{-11}	0.2258×10^{-11}
150	0.1666×10^{-11}	0.1655×10^{-11}	0.1672×10^{-11}	0.1628×10^{-11}
160	0.9456×10^{-12}	0.9340×10^{-12}	0.9490×10^{-12}	0.9147×10^{-12}
170	0.5754×10^{-12}	0.5673×10^{-12}	0.5777×10^{-12}	0.5535×10^{-12}
180	0.3673×10^{-12}	0.3626×10^{-12}	0.3692×10^{-12}	0.3528×10^{-12}
190	0.2430×10^{-12}	0.2405×10^{-12}	0.2445×10^{-12}	0.2336×10^{-12}
200	0.1652×10^{-12}	0.1643×10^{-12}	0.1666×10^{-12}	0.1594×10^{-12}
250	0.3160×10^{-13}	0.3194×10^{-13}	0.3208×10^{-13}	0.3114×10^{-13}
300	0.7801×10^{-14}	0.7900×10^{-14}	0.7934×10^{-14}	0.7807×10^{-14}
350	0.2169×10^{-14}	0.2182×10^{-14}	0.2203×10^{-14}	0.2191×10^{-14}
400	0.6458×10^{-15}	0.6434×10^{-15}	0.6538×10^{-15}	0.6553×10^{-15}
500	0.6996×10^{-16}	0.6863×10^{-16}	0.6983×10^{-16}	0.7070×10^{-16}
700	0.4639×10^{-17}	0.4189×10^{-17}	0.4179×10^{-17}	0.4222×10^{-17}
1000	0.1041×10^{-17}	0.0733×10^{-17}	0.0732×10^{-17}	0.0739×10^{-17}

表7　T_∞＝1300Kのときの密度の値

h	$\rho_{(1)}$	$\rho_{(2)}$	$\rho_{(3)}$	$\rho_{(4)}$
km	g / cm³	g / cm³	g / cm³	g / cm³
90	0.3460×10^{-8}	0.3460×10^{-8}	0.3460×10^{-8}	0.3460×10^{-8}
100	0.5483×10^{-9}	0.5483×10^{-9}	0.5483×10^{-9}	0.5483×10^{-9}
125	0.1436×10^{-10}	0.1436×10^{-10}	0.1436×10^{-10}	0.1436×10^{-10}
130	0.8967×10^{-11}	0.8981×10^{-11}	0.8967×10^{-11}	0.8963×10^{-11}
135	0.5978×10^{-11}	0.5991×10^{-11}	0.5978×10^{-11}	0.5961×10^{-11}
140	0.4195×10^{-11}	0.4202×10^{-11}	0.4195×10^{-11}	0.4164×10^{-11}
145	0.3067×10^{-11}	0.3068×10^{-11}	0.3068×10^{-11}	0.3026×10^{-11}
150	0.2317×10^{-11}	0.2314×10^{-11}	0.2320×10^{-11}	0.2270×10^{-11}
160	0.1428×10^{-11}	0.1421×10^{-11}	0.1433×10^{-11}	0.1378×10^{-11}
170	0.9474×10^{-12}	0.9410×10^{-12}	0.9531×10^{-12}	0.9005×10^{-12}
180	0.6623×10^{-12}	0.6576×10^{-12}	0.6681×10^{-12}	0.6210×10^{-12}
190	0.4811×10^{-12}	0.4782×10^{-12}	0.4865×10^{-12}	0.4457×10^{-12}
200	0.3598×10^{-12}	0.3584×10^{-12}	0.3646×10^{-12}	0.3299×10^{-12}
250	0.1106×10^{-12}	0.1118×10^{-12}	0.1125×10^{-12}	0.0980×10^{-12}
300	0.4353×10^{-13}	0.4440×10^{-13}	0.4428×10^{-13}	0.3812×10^{-13}
350	0.1939×10^{-13}	0.1973×10^{-13}	0.1972×10^{-13}	0.1693×10^{-13}
400	0.9274×10^{-14}	0.9366×10^{-14}	0.9445×10^{-14}	0.8111×10^{-14}
500	0.2403×10^{-14}	0.2392×10^{-14}	0.2453×10^{-14}	0.2112×10^{-14}
700	0.2125×10^{-15}	0.2137×10^{-15}	0.2174×10^{-15}	0.1886×10^{-15}
1000	0.1177×10^{-16}	0.1179×10^{-16}	0.1196×10^{-16}	0.1084×10^{-16}

表８　T_∞＝１９００Ｋのときの密度の値

h	$\rho_{(1)}$	$\rho_{(2)}$	$\rho_{(3)}$	$\rho_{(4)}$
km	g / cm³	g / cm³	g / cm³	g / cm³
90	0.3460×10^{-8}	0.3460×10^{-8}	0.3460×10^{-8}	0.3460×10^{-8}
100	0.5450×10^{-9}	0.5450×10^{-9}	0.5450×10^{-9}	0.5450×10^{-9}
125	0.1504×10^{-10}	0.1504×10^{-10}	0.1504×10^{-10}	0.1504×10^{-10}
130	0.9592×10^{-11}	0.9598×10^{-11}	0.9591×10^{-11}	0.9589×10^{-11}
135	0.6522×10^{-11}	0.6530×10^{-11}	0.6517×10^{-11}	0.6508×10^{-11}
140	0.4658×10^{-11}	0.4664×10^{-11}	0.4649×10^{-11}	0.4631×10^{-11}
145	0.3458×10^{-11}	0.3462×10^{-11}	0.3449×10^{-11}	0.3421×10^{-11}
150	0.2650×10^{-11}	0.2651×10^{-11}	0.2640×10^{-11}	0.2605×10^{-11}
160	0.1673×10^{-11}	0.1672×10^{-11}	0.1665×10^{-11}	0.1620×10^{-11}
170	0.1136×10^{-11}	0.1134×10^{-11}	0.1131×10^{-11}	0.1082×10^{-11}
180	0.8134×10^{-12}	0.8117×10^{-12}	0.8101×10^{-12}	0.7612×10^{-12}
190	0.6064×10^{-12}	0.6051×10^{-12}	0.6045×10^{-12}	0.5575×10^{-12}
200	0.4665×10^{-12}	0.4659×10^{-12}	0.4665×10^{-12}	0.4215×10^{-12}
250	0.1696×10^{-12}	0.1706×10^{-12}	0.1696×10^{-12}	0.1424×10^{-12}
300	0.8039×10^{-13}	0.8139×10^{-13}	0.8033×10^{-13}	0.6441×10^{-13}
350	0.4290×10^{-13}	0.4349×10^{-13}	0.4291×10^{-13}	0.3356×10^{-13}
400	0.2443×10^{-13}	0.2467×10^{-13}	0.2449×10^{-13}	0.1892×10^{-13}
500	0.8881×10^{-14}	0.8871×10^{-14}	0.8956×10^{-14}	0.6862×10^{-14}
700	0.1514×10^{-14}	0.1518×10^{-14}	0.1539×10^{-14}	0.1181×10^{-14}
1000	0.1508×10^{-15}	0.1512×10^{-15}	0.1535×10^{-15}	0.1195×10^{-15}

表９　h＝１０００kmのときの密度の値

T_∞	$\rho_{(1)}$	$\rho_{(2)}$	$\rho_{(3)}$	$\rho_{(4)}$
K	g / cm³	g / cm³	g / cm³	g / cm³
1000	0.3019×10^{-17}	0.2993×10^{-17}	0.2979×10^{-17}	0.2942×10^{-17}
1600	0.4880×10^{-16}	0.4894×10^{-16}	0.4883×10^{-16}	0.4135×10^{-16}

表１０　T_∞＝７００Ｋのときの密度の値の比較

h	$\frac{\rho_{(2)}-\rho_{(1)}}{\rho_{(1)}}$	$\frac{\rho_{(3)}-\rho_{(1)}}{\rho_{(1)}}$	$\frac{\rho_{(4)}-\rho_{(1)}}{\rho_{(1)}}$
km	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}
90	0	0	0
100	0	0	0
125	0	0	0
130	0.3	0.04	−0.08
135	0.3	0.2	−0.4
140	0.06	0.3	−1.0
145	−0.3	0.3	−1.7
150	−0.7	0.4	−2.3
160	−1.2	0.4	−3.3
170	−1.4	0.4	−3.8
180	−1.3	0.5	−3.9
190	−1.0	0.6	−3.9
200	−0.5	0.8	−3.5
250	1.1	1.5	−1.5
300	1.3	1.7	0.1
350	0.6	1.6	1.0
400	−0.4	1.2	1.5
500	−1.9	−0.2	1.1
700	−9.7	−9.9	−9.0
1000	−29.6	−29.7	−29.0

表１１　T_∞＝１３００Ｋのときの密度の値の比較

h	$\frac{\rho_{(2)}-\rho_{(1)}}{\rho_{(1)}}$	$\frac{\rho_{(3)}-\rho_{(1)}}{\rho_{(1)}}$	$\frac{\rho_{(4)}-\rho_{(1)}}{\rho_{(1)}}$
km	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}
90	0	0	0
100	0	0	0
125	0	0	0
130	0.2	0	−0.04
135	0.2	0	−0.3
140	0.2	0	−0.7
145	0.03	0.03	−1.3
150	−0.1	0.1	−2.0
160	−0.5	0.4	−3.5
170	−0.7	0.6	−5.0
180	−0.7	0.9	−6.2
190	−0.6	1.1	−7.4
200	−0.4	1.3	−8.3
250	1.1	1.7	−11.4
300	2.0	1.7	−12.4
350	1.8	1.7	−12.7
400	1.0	1.8	−12.5
500	−0.5	2.1	−12.1
700	0.6	2.3	−11.2
1000	0.2	1.6	−7.9

表12　T_∞＝1900Kのときの密度の値の比較

h	$\frac{\rho_{(2)}-\rho_{(1)}}{\rho_{(1)}}$	$\frac{\rho_{(3)}-\rho_{(1)}}{\rho_{(1)}}$	$\frac{\rho_{(4)}-\rho_{(1)}}{\rho_{(1)}}$
km	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}
90	0	0	0
100	0	0	0
125	0	0	0
130	0.06	−0.01	−0.03
135	0.1	−0.08	−0.2
140	0.1	−0.2	−0.6
145	0.1	−0.3	−1.1
150	0.04	−0.4	−1.7
160	−0.06	−0.5	−3.2
170	−0.2	−0.4	−4.8
180	−0.2	−0.4	−6.4
190	−0.2	−0.3	−8.1
200	−0.1	0	−9.6
250	0.6	0	−16.0
300	1.2	−0.07	−19.9
350	1.4	0.02	−21.8
400	1.0	0.2	−22.6
500	−0.1	0.8	−22.7
700	0.3	1.7	−22.0
1000	0.3	1.8	−20.8

6. 考　察

第4章までの所論のようにJacchiaの1971年の大気模型に基づいて超高層大気の密度が解析的に表示された。そしてこの理論によれば大気の外圏温度と高度の関数として密度の値を短時間内に求めることが可能である。したがって人工衛星の運動に対する高層大気の空気力学的な影響を計算する場合に時間的な制限を受けるときには，このようにして求められる密度の値を用いることは計算時間を短縮するのに有効である。

次にこのようにして求められた密度の値の一部分を表わす表6，表7，表8，表10，表11および表12に示されるように90kmから125kmまでの高度においては(2)および(3)の値を求める場合にはJacchiaの大気模型がそのまま用いられているので求められた値は(1)の値と完全に一致する。高度が125kmを越えるとJacchiaの大気模型における温度とこの理論においてこれを近似する温度との差異のために(2)および(3)の値は(1)の値と一致しなくなる。ここで(2)と(3)の値を(1)の値と比較してみると125kmから135km位までの高度においては(3)の値の方が(1)の値に近い。これは第4章に示したようにΔ_pが一般には(4.3.2)の条件を満足しないためである。また135km位から500kmまでの高度においては外圏温度が低い場合には(3)の値の方が(1)の値に近いが，外圏温度が高い場合には(2)の値の方が(1)の値に近い。ここで外圏温度が低い場合には(2)および(3)の値と(1)の値との差異は高度が400km位から上において大きくなってくる。しかし普通の人工衛星においては400kmを越える高度における大気の作用はあまり大きくはないのでこの差異による影響は小さいと考えられる。さらに表9にも示されるように外圏温度が高い程(2)および(3)の値と(1)の値との差異が大きくなる高度が増大する。

なお表6，表7，表8および表9からわかるように(4)の値と(1)の値との差異は比較的に大きい。そしてこの傾向は外圏温度と高度が高い程大きい。

7. 結　論

人工衛星の運動に対する超高層大気の空気力学的な影響を考究する場合に必要となる大気の密度をJacchiaの1971年に大気模型に基づいて解析的に表示した。

90kmから125kmまでの高度においてはJacchiaの大気模型をそのまま用いてbarometric equationおよびdiffusion equationからRobertsの解析法によって解析的に解を出し，密度を決定した。

125km以上の高度においてはJacchiaの大気模型における温度を表わす外圏温度と高度の関数を指数関数型の関数にさらに別の関数を加えて近似しdiffusion equationから解析的に解を出し，密度を決定した。

この理論によれば大気の外圏温度と高度の関数として密度の値を短時間内に求めることが可能である。

求められた密度の値は90kmから125kmまでの高度においてはJacchiaの求めた値に完全に一致する。また125kmから400kmまでの高度においてはJacchiaの求めた値とよく一致する。さらにそれ以上の高度においても外圏温度が高ければJacchiaの求めた値との一致は良好である。

本研究を行なうにあたりこれに対して助言をされた当研究所の松島弘一主任研究官ならびに助力をして頂いたトータルシステム研究所の平島守氏および白百合女子大学学生酒見真佐子嬢に対してここに謝意を表明する。

付録A．人工衛星および太陽の位置ならびに外圏温度

A．1　人工衛星の直交座標と赤経[14]

地心Oを原点とする右手系直交座標系$Oxyz$をとる。ここでx軸およびz軸はそれぞれ瞬時の真の春分点および天の北極をとおるものとする。そしてこの座標系に関して人工衛星の運動が決定されるとする。次に人工衛星の接触軌道要素として

a：軌道の半長軸
e：軌道の離心率
i：瞬時の真の赤道の面に対する軌道面の傾斜角
Ω：瞬時の真春分点と真赤道に基いた昇交点の赤経
ω：昇交点から近地点までの運動の向きに測った角距離

をとる。また

M：平均近点離角
E：離心近点離角

とする。このとき人工衛星のx，y，z座標は次のようになる。

$$\left.\begin{aligned} x&=a l_\xi \cos E+b l_\eta \sin E-a e l_\xi \\ y&=a m_\xi \cos E+b m_\eta \sin E-a e m_\xi \\ z&=a n_\xi \cos E+b n_\eta \sin E-a e n_\xi \end{aligned}\right\} \quad (A\cdot1\cdot1)$$

ここで次のようになる。

$$\left.\begin{aligned} l_\xi&=\cos\Omega\cos\omega-\sin\Omega\sin\omega\cos i \\ m_\xi&=\cos\Omega\cos\omega+\sin\Omega\sin\omega\cos i \\ n_\xi&=\sin\omega\sin i \\ l_\eta&=-\cos\Omega\sin\omega-\sin\Omega\cos\omega\cos i \\ m_\eta&=-\cos\Omega\sin\omega+\sin\Omega\cos\omega\cos i \\ n_\eta&=\cos\omega\sin i \\ b&=a\sqrt{1-e^2} \\ \sin E&=\frac{2}{e}\sum_{s=1}^{\infty}\frac{1}{s}J_s(se)\sin sM \\ \cos E&=-\frac{2}{e}+\sum_{s=1}^{\infty}\frac{1}{s}\{J_{s-1}(se) \\ &\qquad -J_{s+1}(se)\}\cos sM \end{aligned}\right\} \quad (A\cdot1\cdot2)$$

なお$J_s(se)$は第一種のBessel関数を表わす。

さらに瞬時の真春分点と真赤道に基いて

α：人工衛星の赤経

とする。このとき次のようになる。

$$\alpha=\arctan\frac{y}{x} \qquad (A\cdot1\cdot3)$$

A．2　人工衛星の測地学的緯度と高度[15]

人工衛星の存在する点をSとし，点Sから汎世界回転楕円体に下した垂線の足をPとする。このとき人工衛星の測地学的緯度は$\overrightarrow{PS}$が赤道面となす角φとして定義される。また人工衛星の汎世界回転楕円体の法線に基く高度はPとSの距離hとして定義される。ここで汎世界回転楕円体において

f' ：　扁平率
a_e ：　楕円体の長軸の半分
b_e ：　楕円体の短軸の半分

とすれば次のようになる。

$$b_e=a_e(1-f) \qquad (A\cdot2\cdot1)$$

そして

$$N(\varphi)=\frac{a_e}{(1-f')\sqrt{1+\dfrac{f'(2-f')}{(1-f')^2}\cos^2\varphi}} \qquad (A\cdot2\cdot2)$$

とすれば人工衛星のx，y，z座標は次のようになる。

$$x=(N+h)\cos\varphi\cos\alpha$$
$$y=(N+h)\cos\varphi\sin\alpha$$
$$z=[N\{1-f'(2-f')\}+h]\sin\varphi$$

これから次式をうる。

$$(N(\varphi)+h)\cos\varphi=\frac{x}{\cos\alpha}$$
$$(N(\varphi)+h)\sin\varphi=z+N(\varphi)f'(2-f')\sin\varphi$$

ここでφの第i近似値を$\varphi^{(i)}$とすれば第(i＋1)近似値は次のようになる。

$$\varphi^{(i+1)}=\arctan\frac{z+N(\varphi^{(i)})f'(2-f')\sin\varphi^{(i)}}{x/\cos\alpha} \qquad (A\cdot2\cdot3)$$

このように逐次近似法によってφが求められる。なお第1近似値は

$$\varphi^{(1)}=\arctan\frac{z}{(x^2+y^2)^2} \qquad (A\cdot2\cdot4)$$

とすればよい。次にこのようにして求められたφを用いればhは次のようになる。

$$h=\frac{x}{\cos\varphi\cos\alpha}-N(\varphi) \qquad (A\cdot 2\cdot 5)$$

ただし以上において汎世界回転楕円体は理想的に地球に適合すると仮定する。

A．3　太陽の赤経および赤緯ならびに黄道傾角[16)]

太陽の位置を表わすものとして瞬時の真春分点と真赤道に基いて

α_s ：赤経

δ_s ：赤緯

をとる。また

ε ：真の黄道傾角

とする。これらは1900年1月0日12^h ET（JD 2415020.0）からの経過時間の関数として求められる。

A．4　人工衛星における太陽の時角

次の量をとる。

H ：人工衛星における太陽の時角

このとき次のようになる。

$$H=\alpha-\alpha_s$$

A．5　外圏温度[8)]

A．5.1　夜間最低外圏温度

次の諸量をとる。

T_c ：地球全体における夜間の最低外圏温度をKで表わした数値

$F_{10.7}$ ：太陽の10.7cm電波強度を$10^{-22}\cdot W\cdot cm^{-2}\cdot Hz^{-1}$の単位で表わした数値

$\overline{F_{10.7}}$ ：太陽が三回転する間の$F_{10.7}$の平均値

このとき地磁気完全静穏時において次のようになる。

$$T_c=379+3.24\overline{F_{10.7}}+1.3(F_{10.7}-\overline{F_{10.7}}) \qquad (A\cdot 5\cdot 1\cdot 1)$$

なお太陽の放射束に対する温度の時間遅れは day を単位として

1.0±0.12

である。

A．5.2　外圏温度の日周変化

太陽の赤緯がδ_sのときに，緯度がφの点において次のように定める。

T_D ：昼間の最高外圏温度をKで表わした数値

T_N ：夜間の最低外圏温度をKで表わした数値

また次のようにする。

$$\left.\begin{aligned}\eta&=\frac{1}{2}\left|\varphi-\delta_s\right|\\ \zeta&=\frac{1}{2}\left|\varphi+\delta_s\right|\end{aligned}\right\} \qquad (A\cdot 5\cdot 2\cdot 1)$$

このとき次のようになる。

$$\left.\begin{aligned}T_D&=T_C(1+\xi\cos^m\eta)\\ T_N&=T_C(1+\xi\sin^m\zeta)\\ \xi&=0.3\\ m&=2.2\end{aligned}\right\} \qquad (A\cdot 5\cdot 2\cdot 2)$$

さらに太陽の赤緯がδ_sのときに，緯度がφであり太陽の時角がHの点において

T_l ：外圏温度をKで表わした数値

とすれば次のようになる。

$$\left.\begin{aligned}T_l&=T_N(1+A_T\cos^w\frac{\tau}{2})\\ A_T&=\frac{T_D-T_N}{T_N}\\ \tau&=H+\psi+p\sin(H+\gamma),\ -\pi<\tau<\pi\\ w&=3.0\\ \psi&=-37^\circ\\ p&=6^\circ\\ \gamma&=43^\circ\end{aligned}\right\} \qquad (A\cdot 5\cdot 2\cdot 3)$$

A．5.3　外圏温度の地磁気活動による変化

次のように定める。

K_p ：3-hour geomagnetic planetary index

ΔT_∞ ：外圏温度の地磁気活動による変化をKを単位として表わした数値

ここで地磁気活動による変化を求めるときは考える時刻よりも

$$\Delta t=6.7\pm0.3\quad\text{hour} \qquad (A\cdot 5\cdot 3\cdot 1)$$

前のK_pを用いる。このとき200㎞以下の高度において

$$\Delta T_\infty=14K_p+0.02\exp K_p \qquad (A\cdot 5\cdot 3\cdot 2)$$

となり，また200㎞以上の高度において

$$\Delta T_\infty=28K_p+0.03\exp K_p \qquad (A\cdot 5\cdot 3\cdot 3)$$

となる。

A．5.4　外圏温度

外圏温度は次のようになる。

$$T_\infty = T_l + \Delta T_\infty \qquad (\text{A}\cdot 5\cdot 4\cdot 1)$$

付録B．密度の変化[8)]

B．1　地磁気活動による変化

200km以下の高度においては地磁気活動による密度の変化があり，次のようになる。

$$\Delta(\log_{10}\rho)_m = 0.012K_p + 1.2\times10^{-5}\exp K_p \qquad (\text{B}\cdot 1\cdot 1)$$

B．2　半年周期の変化

次のようにする。

T_J：Modified Julyan Days

このとき高度がhの点における半年周期の密度の変化は次のようになる。

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta(\log_{10}\rho)_{sa} = f(h)\cdot g(T_J)\\
&f(h) = (5.876\times10^{-7}h^{2.331} + 0.06328)\\
&\qquad\times\exp(-2.868\times10^{-3}h)\\
&g(T_J) = 0.02835\\
&\qquad +0.3817\{1+0.4671\sin(2\pi\tau_s\\
&\qquad +4.137)\}\times\sin(4\pi\tau_s + 4.259)\\
&\tau_s = \Phi + 0.09544\left[\left\{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sin(2\pi\Phi\right.\right.\\
&\qquad \left.\left.+6.035)\right\}^{1.650} - \frac{1}{2}\right]\\
&\Phi = \frac{T_J - 36204}{365.2422}
\end{aligned}\right\} \qquad (\text{B}\cdot 2\cdot 1)$$

B．3　季節と緯度による変化

高度がhで緯度がφの点において季節による密度の変化は次のようになる。

$$\begin{aligned}
&\Delta(\log_{10}\rho)_{sl}\\
&= 0.014(h-90)\exp\{-0.0013(h-90)^2\}\\
&\times\frac{\varphi}{|\varphi|}\sin(2\pi\Phi + 1.72)\sin^2\varphi \qquad (\text{B}\cdot 3\cdot 1)
\end{aligned}$$

B．4　ヘリウムの数密度の変化に基く変化

H_eに関して

n_{He}：1㎤の大気中に含まれる粒子数

とすれば太陽の赤緯がδ_sのときに緯度がφの点におけるn_{He}の変化は次のようになる。

$$\begin{aligned}
&\Delta(\log_{10}n_{He}) = 0.65\left|\frac{\delta_s}{\varepsilon}\right|\\
&\times\left\{\sin^3\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\frac{\delta_s}{|\delta_s|}\right) - \sin^3\frac{\pi}{4}\right\}
\end{aligned} \qquad (\text{B}\cdot 4\cdot 1)$$

したがって，これに基く密度の変化は次のようになる。

$$\Delta(\rho)_{He} = M_3 d_3 (10^{\Delta(\log_{10}n_{He})} - 1) \qquad (\text{B}\cdot 4\cdot 2)$$

引用文献

1) K. Moe ; A Review of Atmospheric Models in the Altitude Range 100 to 1000 km, AIAA P No. 69-50, 1969.
2) R. A. Minzner et al, ; Defining Constants, Equations, and Abbreviated Tables of the 1975 U.S. Standard Atmosphere, NASA TR R-459, 1976.
3) L.G. Jacchia and J.W. Slowey ; Accurate Drag Determinations for Eight Artificial Satellites ; Atmospheric Densities and Temperatures, Smithonian Astrophys. Obs. Spe. Rep. No.100, 1962.
4) L.G. Jacchia ; Static Diffusion Models of the Upper Atmospher with Empirical Temperature Profiles, Smithonian Astrophys. Obs. Spe. Rep. No.170, 1964.
5) L.G. Jacchia and J.W. Slowey ; Densities and Temperatures from the Atmospheric Drag on Six Artificial Satellites, Smithonian Astrophys. Obs. Spe. Rep. No.171, 1965.
6) L.G. Jacchia ; New Static Models of the Thermosphere and Exosphere with Empirical Temperature Profiles, Smithonian Astrophys. Obs. Spe. Rep. No.313, 1970.
7) L.G. Jacchia and J.W. Slowey ; A

the Drag on Five Satellites, Smithonian Astrophys. Obs. Spe. Rep. No.326,1970.

8) L.G.Jacchia ; Revised Static Models of the Thermosphere and Exosphere with Empirical Temperature Profiles, Smithonian Astrophys. Obs. Spe. Rep. No.332,1971

9) L.G.Jacchia and J.W.Slowey ; A Supplemental Catalog of Atmospheric Densities from Satellite-Drag Analysis, Smithonian Astrophys. Obs. Spe. Rep. No.348,1972.

10) 松島弘一；航技研報告に発表の予定

11) J.C.G.Walker ; Analytic Representation of Upper Atmosphere Densities Based on Jacchia's Static Diffusion Models, J.Atmos. Sci.,22,1965,pp.462–463.

12) J.R.Lewis and R.B.Sabayrac ; RTCC and MOPS Requirements for : Modified 1970 Jacchia Atmosphere Model, MSC Internal Note No.70–FM–202,1971.

13) C.E.Roberts ; An Analytic Model for Upper Atmospher Densities Based Upon Jacchia's 1970 Models, Celestial Mechanics, 4,1971,pp.368–377.

14) D.Brower and G.M.Clemence ; Methods of Celestial Mechanics, 1961, Academic Press.

15) 原田健久；準拠回転楕円体，建設省国土地理院資料，昭和50.

16) E.W.Woolard ; Theory of the Rotation of the Earth around its Center of Mass, Astronomical Papers, Vol, XV, Part I, 1953.

航空宇宙技術研究所報告 541 号

昭和53年 8 月発行

発行所　航 空 宇 宙 技 術 研 究 所
東 京 都 調 布 市 深 大 寺 町 1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182

印刷所　株 式 会 社　実 業 公 報 社
東 京 都 千 代 田 区 九 段 南 4 − 2 − 12

Printed in Japan