

UDC 620.17:
539.432

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-558

二軸荷重下における疲れき裂成長特性

角田 義秋 ・ 北川 英夫 ・ 結城 良治
寺田 博之 ・ 大平 寿昭

1979年1月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

目 次

Abstract	1
1. まえがき	1
2. 記 号	2
3. 試験片および試験機	2
3.1 試験片	2
3.2 試験機	2
4. 試験方法	2
5. 応力拡大係数 K	4
6. 試験結果および考察	5
6.1 材料および X 軸方向荷重の影響	5
6.2 十字形試験片形状に対する K 値の評価	7
6.3 応力比の影響	7
6.4 疲れき裂の成長挙動	12
7. まとめ	17
参考文献	18
付録1. 線形破壊力学の概念と K 値について	19
付録2. 十字形試験片に対する K の解析	20

二軸荷重下における疲れき裂成長特性*

角田 義秋** 北川 英夫*** 結城 良治***
寺田 博之** 大平 寿昭***

Fatigue Crack Propagation under Biaxial Loads

By

Yoshiaki KAKUTA, Hideo KITAGAWA, Ryoji YUUKI
Hiroyuki TERADA and Toshiaki OHIRA

ABSTRACT

The applicability of linear fracture mechanics to biaxial fatigue crack propagation is examined experimentally and analytically. The biaxial loading high cycle fatigue testing machine, which is used, is capable of controlling the mean and the amplitude of both axial loads and the phase difference between them. The cross type specimens with a center crack of high strength steel (WELTEN 60) and two aluminum alloys (2024-T3, 7075-T6) are tested for use in the experiments.

In this paper, the following stress intensity factor expression, in which the biaxial loading effects were taken into account by the linear superposing manner, was introduced for data analysis;

$$K_I = \sigma_y \sqrt{\pi a} F_{I,y} + \sigma_x \sqrt{\pi a} F_{I,x}$$

where $F_{I,y}$ and $F_{I,x}$ are the correction factors of the stress intensity factors of the biaxial loading specimen which was obtained by the modified mapping collocation method. The fatigue crack propagation properties ($da/dN \sim \Delta K$) were obtained under the four sets of biaxial load conditions, for three kinds of materials. The $da/dN \sim \Delta K$ curves in various combinations of biaxial loads agree with each other. Moreover it was shown that these data analysed by the above equation coincide with those of the center notched strip specimens under uniaxial load with sufficient accuracy.

1. まえがき

一般に機械や構造物などの破壊は単軸応力状態よりもむしろ二軸または多軸応力状態で生じる場合が多い。しかし、従来から設計資料として用いられてきた破壊力学の実験値は単軸荷重条件下で得られたもので、その実験値を多軸応力状態にある構造部材の安全設計や寿命評価

にそのまま適用できるかどうかを検討しておく必要がある。特に多軸応力状態下におけるき裂問題は破壊力学および疲労の分野においてその重要性が十分認識されているにもかかわらず、この種の研究は実験・解析上の種々の困難さを含んでいるため極めて少ない。これまでに報告されている二軸荷重下における疲れき裂成長速度は単軸荷重の場合に比べて加速する^{1),2),3)}、減速する⁴⁾あるいはほとんど変化しない^{5),6)}など個々の研究者が用いた試験片形状や荷重負荷方式の違いによって異なった実験結果が得られており、線形破壊力学の適用ができないの

* 昭和53年10月17日 受付

** 機体第二部

*** 東京大学生産技術研究所

ではないかという議論もある。

ここでは多軸応力状態のうち最も基本的な特性である二軸荷重下の疲れき裂成長について着目し、貫通初期き裂に平行な横方向荷重の影響、応力比の影響および材料の影響について共著者らが得た十字形試験片の K 値解析解⁷⁾を用いて検討を加え、さらにき裂成長挙動の巨視的な観察も行った。

2. 記号

- a : き裂の半長 (mm)
 N : 負荷荷重の繰返し数 (cycle)
 da/dN : き裂成長速度 (mm/cycle)
 K : 応力拡大係数 (kg/mm^2)
 ΔK : 応力拡大係数範囲 (kg/mm^2)
 F_I : 試験片形状による K の補正係数
 σ : 応力 (kg/mm^2)
 R : 応力比 ($R = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$)
 G : せん断弾性係数 (kg/mm^2)
 ν : ポアソン比
 u, v, w : 変位 (mm)
 $U(x, y)$: Airy の複素応力関数
 $\phi(\zeta), \phi_0(\zeta), \phi_1(\zeta), \Psi(\zeta)$: 複素応力関数
 ζ : 複素変数
 $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n$: 複素応力関数の未知係数
 ω : 写像関数
 σ, F_I, R の添字
 x : き裂に平行な方向に作用
 y : き裂に垂直な方向に作用
 a : 疲れ荷重の振幅
 m : 疲れ荷重の平均
 d : 疲れ荷重の全振幅

3. 試験片および試験機

3.1 試験片

試験に供した材料は市販の $60 \text{ kg}/\text{mm}^2$ 級高張力鋼である WELTEN 60 (WT 60) および航空機用として使用されている二種の高力アルミニウム合金 (2024-T3,

7075-T6) の板材で、その化学成分および機械的性質をそれぞれ表 1, 表 2 に示す。

二軸疲れ試験に用いた十字形試験片の形状寸法を図 1 に示すが、試験片中央部で一様な二軸応力状態となるように、また試験片の加工・製作が容易となるように設計されている。試験片はすべて母材の圧延方向と初期切欠きが垂直になるように切り出し、この圧延方向を Y 軸方向とした。初期切欠きは十字形試験片の中央部に直径

表 1. 化学成分

	C	S_i	M_n	P	S	C_r	F_e
WELTEN60	0.1	0.39	1.36	0.21	0.07	0.01	Bal.

	M_n	M_g	C_r	C_u	Z_n	Al
2024-T3	0.6	1.5	—	4.3	—	Bal.
7075-T6	—	2.5	0.3	1.6	5.6	Bal.

1.5 mm のキリ穴をあけ、 X 軸方向に幅 0.4 mm の糸ノコでスリットを施し、その先端を特殊加工した小型ヤスリを用いて曲率半径 0.1 mm に尖鋭化し、さらに Y 軸方向に疲労限近傍の荷重を負荷させてスリット先端から 1~2 mm の疲れき裂を入れた。WT 60, 2024-T3 および 7075-T6 の試験片板厚はそれぞれ 4.5 mm, 5.0 mm および 3.0 mm である。

3.2 試験機

疲れ試験に用いた試験機は写真 1 に示す油圧サーボ式高サイクル二軸疲れ試験機である。これは東京大学生産技術研究所北川研究室において開発されたもので⁸⁾、その主要な目を表 3 に示す。本試験機は水平面上の X, Y 両軸方向に相対する 4 本の独立なアクチュエータおよびロードセルがそれぞれ配置されており、 X, Y 両軸の振幅荷重、平均荷重および両軸間の荷重位相差を任意の値に精度よく制御することができる。

4. 試験方法

疲れ試験は十字形試験片を試験機に取付けた後、き裂

表 2. 機械的性質

	縦弾性係数 E (kg/mm^2)	降伏応力 $\sigma_{0.2}$ (kg/mm^2)	引張強さ σ_B (kg/mm^2)	伸び ϵ (%)
WELTEN 60	21,000	49.0	63.0	28.0
2024-T3	7,230	40.1	50.5	15.6
7075-T6	7,700	54.9	61.8	14.3

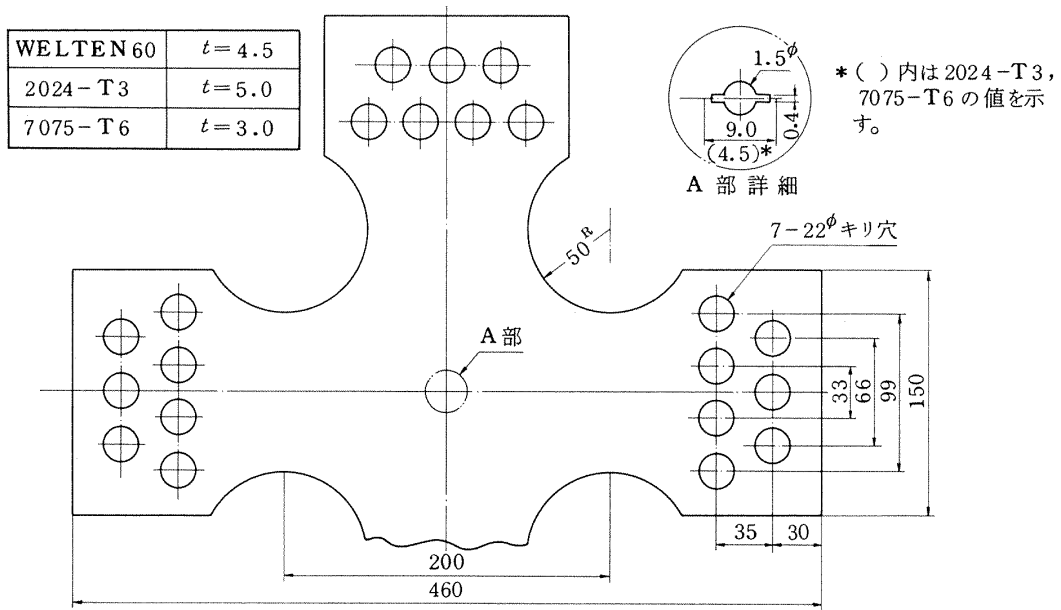
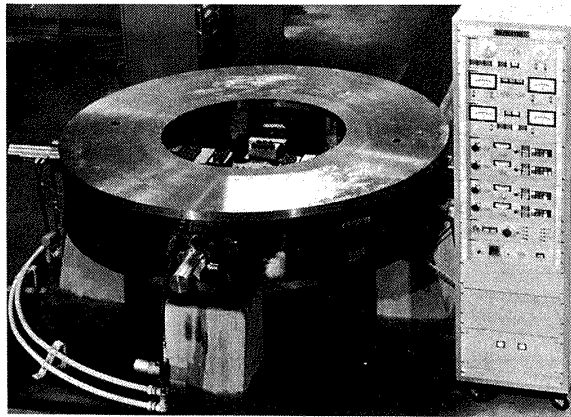
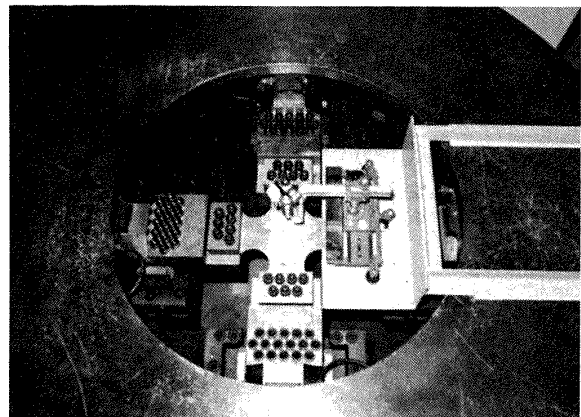


図1 十字形試験片の形状寸法



(1) 試験機外観



(2) 十字形試験片取付け状態

写真1. 二軸疲れ試験機

表3. 二軸疲れ試験機の主要々目

最大組合せ荷重	± 10 ton	X, Y 軸各々
最大変位	± 50 mm	〃
周波数範囲	0.001 ~ 40 Hz	
波形	矩形波, 三角波, 正弦波	可変位相出力は正弦波だけ
可変位相設定範囲	0 ~ 360°	X, Y 軸間の荷重位相差

に垂直なY軸方向の振幅応力 $\sigma_{y,a}$ および平均応力 $\sigma_{y,m}$ を一定に保持し、X、Y軸間の荷重位相差がゼロの状態でき裂に平行なX軸方向の振幅応力 $\sigma_{x,a}$ および平均応力 $\sigma_{x,m}$ を $(\sigma_{x,a}=0, \sigma_{x,m}=0)$ 、 $(\sigma_{x,a}=0, \sigma_{x,m}=\sigma_{y,m})$ 、 $(\sigma_{x,a}=\sigma_{y,a}, \sigma_{x,m}=\sigma_{y,m})$ および $(\sigma_{x,a}=\sigma_{y,a}/2, \sigma_{x,m}=\sigma_{y,m})$ の4種に変化させて、繰返し速度10Hzで行なった。各供試材料に対する荷重条件を表4に示す。表に示した応力はチャック端に作用する荷重を試験片端部の断面積で除した値である。

疲れき裂長さの測定にはスケールの付いた移動式顕微鏡を用いた。

疲れき裂成長速度は振幅応力だけでなく最大応力にも依存するので、WT60については最大応力の影響を示す応力比 R_y を変化させて疲れ試験を行なった。さらに中央切欠きを有する帯板試験片の単軸疲れ試験も行ない、二

軸荷重下の疲れき裂成長特性と比較・検討した。

5. 応力拡大係数K

一般に脆性破壊や疲れ破壊、応力腐食割れなどの諸現象に対して、そのき裂挙動を応力拡大係数Kの関数として特性づける線形破壊力学的手法が広く適用されている。これは実構造部材においてあらかじめ介在物や微小欠陥などの存在を予想し、その上で破壊強度について論じようとするものである。線形破壊力学の概念⁹⁾については付録1に略述する。

本試験に用いたような十字形試験片の形状に対するK値の解析解⁷⁾はすでに共著者らによって得られており、この解析結果を表5および図2に示す。この解析方法については付録2に略述する。表中には一様引張応力がY軸方向のみに作用する場合($\mu=1, \lambda=0$)とX軸方向の

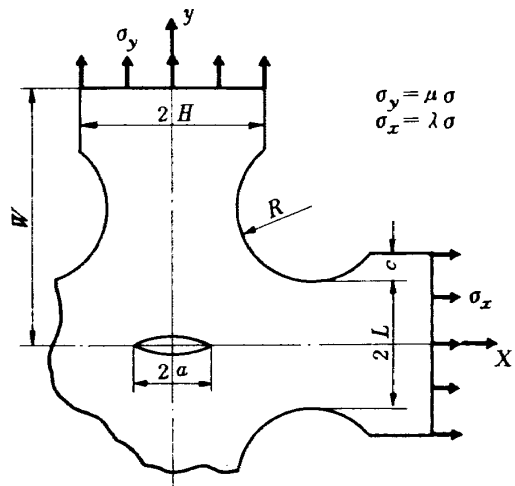
表4. 荷重負荷条件

供試材料	WELTEN60								2024-T3, 7075-T6				
	荷重記号		A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C
y方向応力 (kg/mm ²)	$\sigma_{y,m}$	4.44				7.70				4.55			
	$\sigma_{y,a}$	3.63				4.15				2.45			
x方向応力 (kg/mm ²)	$\sigma_{x,m}$	0.0	4.44	4.44	4.44	0.0	7.70	7.70	7.70	0.0	4.55	4.55	4.55
	$\sigma_{x,a}$	0.0	0.0	3.63	1.81	0.0	0.0	4.15	2.08	0.0	0.0	2.45	1.23
応力比 $R = \frac{\sigma_m - \sigma_a}{\sigma_m + \sigma_a}$	R_y	0.1				0.3				0.3			
	R_x	—	1.0	0.1	0.42	—	1.0	0.3	0.57	—	1.0	0.3	0.57
$\sigma_{x,m}/\sigma_{y,m}$		0.0	1.0	1.0	1.0	0.0	1.0	1.0	1.0	0.0	1.0	1.0	1.0
$\sigma_{x,m}/\sigma_{y,a}$		0.0	0.0	1.0	0.5	0.0	0.0	1.0	0.5	0.0	0.0	1.0	0.5
X,Y軸間荷重位相差		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

表5. 十字形試験片に対する応力拡大係数の解析結果

	$F_{I,y}$ ($\mu=1$ $\lambda=0$)	$F_{I,x}$ ($\mu=0$ $\lambda=1$)
0.2	1.20	-0.255
0.3	1.212	-0.254
0.4	1.226	-0.252
0.5	1.245	-0.249
0.6	1.268	-0.246
0.7	1.295	-0.241
0.8	1.326	-0.234
0.9	1.361	-0.225
1.0	1.399	-0.213

$$F_I = K_I / \sigma \sqrt{\pi a}$$



$$H/W = 75/165 \quad R/W = 50/165 \quad C/W = 25/165$$

みに作用する場合 ($\mu=0, \lambda=1$) の解をそれぞれ示してある。任意の負荷荷重が作用する二軸荷重下の応力拡大係数はこれらの解析解を重ね合わせた次式から計算される。

$$K_I = \sigma_y \sqrt{\pi a} F_{I,y} + \sigma_x \sqrt{\pi a} F_{I,x} \quad (1)$$

一般に疲れき裂成長速度 da/dN は式(1)の σ_y および σ_x それぞれの変動応力成分 ($\Delta\sigma_y = \sigma_{y,max} - \sigma_{y,min}$ および

$\Delta\sigma_x = \sigma_{x,max} - \sigma_{x,min}$) を用いた応力拡大係数範囲 ΔK_I によって特性づけられる。

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K) \quad (2)$$

X, Y 軸間の負荷荷重位相差がゼロの場合, 式(1)は単純に次式のように書ける。

$$\Delta K_I = \Delta\sigma_y \sqrt{\pi a} F_{I,y} + \Delta\sigma_x \sqrt{\pi a} F_{I,x} \quad (3)$$

図2から二軸荷重下においてとくに注目されることは荷重荷重がX, Y 軸同位相で, き裂に平行なX軸方向に繰返し片振り引張応力を作用させた場合には式(3)における右辺の第二項が比較的大きな負値となることである。

6. 試験結果および考察

二軸荷重疲れ試験は各供試材料について表4に示した荷重荷重条件 (荷重記号A, B, C およびD) のもとで行なわれ, 得られた“き裂長さ~繰返し数”曲線, “き裂成長速度~ $\Delta\sigma_y \sqrt{\pi a} F_{I,y}$ ”曲線および“き裂成長速度~ ΔK_I ”曲線をそれぞれ図3.1~図3.4, 図4.1~図4.4 および図5.1~図5.4に示す^{10), 11)}。

6.1 材料およびX軸方向荷重の影響

初期き裂に垂直なY軸方向の応力成分 $\sigma_{y,a}$ および $\sigma_{y,m}$ を一定に保持した場合, 図3.1~図3.4における荷重記号A, B, C およびDの位置関係を調べることによって材料とき裂成長の関係およびX軸方向に作用する応力成分 ($\sigma_{x,a}$ および $\sigma_{x,m}$) の影響が明らかとなる。2024-T3 と 7075-T6 における図中の帯板実験値は参考のため中

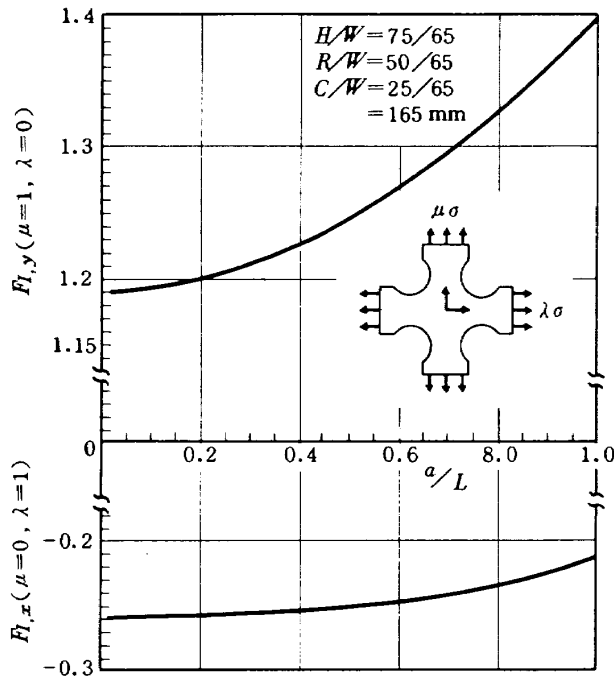


図2 十字形試験片に対する F_I 値

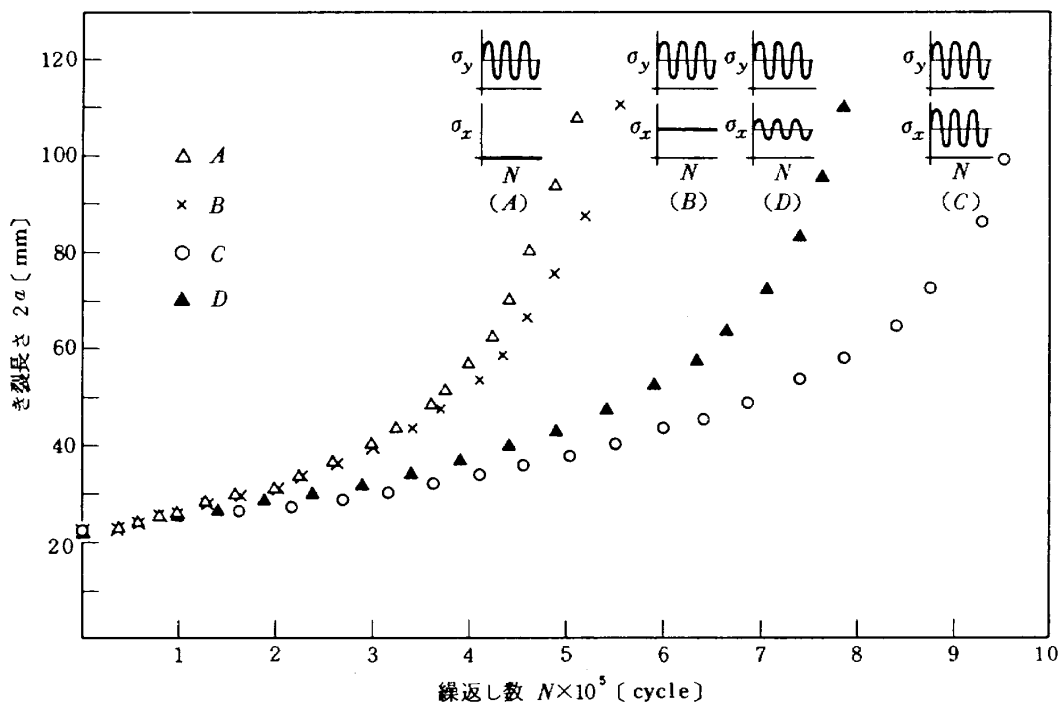


図3.1 き裂成長に及ぼす横方向応力の影響 (WELTEN60; $R_y=0.1$)

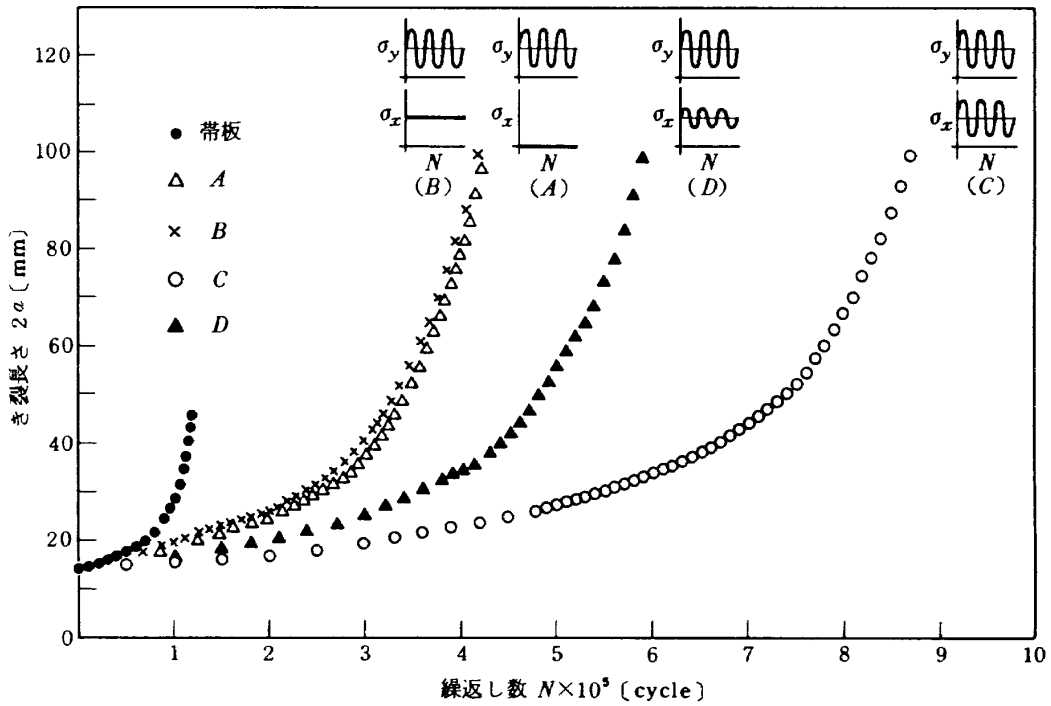


図 3.2 き裂成長に及ぼす横方向応力の影響 (WELTEN60; $R_y=0.3$)

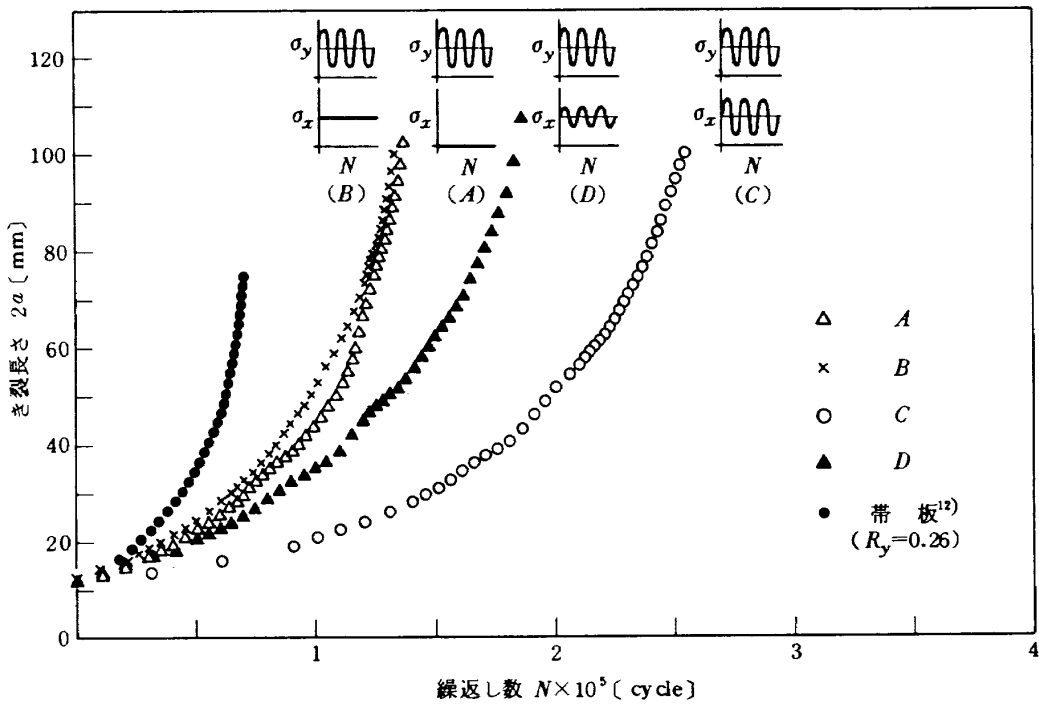


図 3.3 き裂成長に及ぼす横方向応力の影響 (2024-T3; $R_y=0.3$)

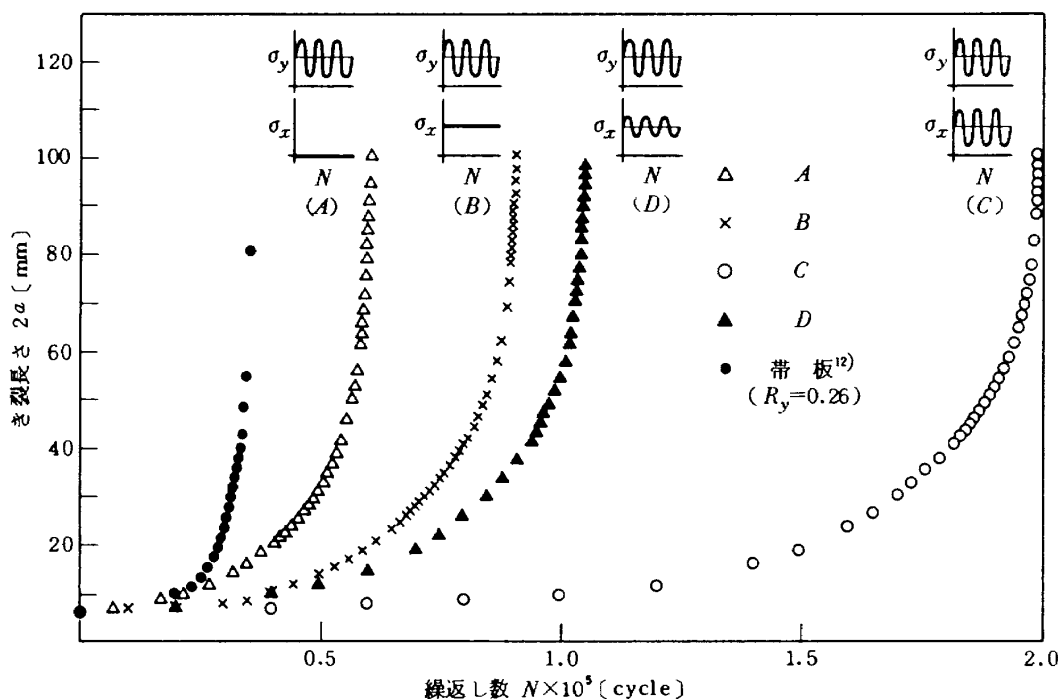


図 3.4 き裂成長に及ぼす横方向応力の影響 (7075-T6; $R_y=0.3$)

中央切欠きを有する板幅 300 mm の帯板を用いた単軸疲れ試験の値¹²⁾をプロットしたものである。WT60 および 2024-T3 における疲れき裂成長の程度は X 軸方向の荷重荷重がない A と静的横荷重 $\sigma_{x,m}$ のみが作用する B は図中でほぼ等しい位置を占め、次いで振幅応力 $\sigma_{x,a}$ が C の半分である D、Y 軸方向の荷重荷重と全く等しい C の順となる。いかえると図中で比較する基準を A にとれば、B の静的横荷重 $\sigma_{x,m}$ の影響はほとんど表われず、変動荷重 $\sigma_{x,a}$ の作用する C と D の場合には $\sigma_{x,a}$ の大小によってその影響の程度が異なってくる。したがって X、Y 両軸間の荷重位相差がなく $\sigma_{x,a} > 0$ の場合には疲れき裂の成長を減速させる傾向となる。一方、7075-T6 については WT60 や 2024-T3 に比べてやゝ脆性的であり¹²⁾、荷重荷重条件 A と B を比較すると X 軸方向の平均荷重 $\sigma_{x,m}$ が若干き裂成長を減速させる効果を示し、C、D に対する挙動は WT60 および 2024-T3 の場合とほぼ同様な傾向が観察される。

6.2 十字形試験片形状に対する K 値の評価

図 4.1～図 4.4 は疲れき裂成長速度と X 軸方向の荷重荷重による K を無視し、Y 軸方向荷重のみによる K 値すなわち $d\sigma_y \sqrt{\pi a} F_{I,y}$ で整理したものを両対数目盛上にプロットしたものである。これらの図から X 軸方向荷重が作用しない A の場合と静的横荷重 $\sigma_{x,m}$ が負荷している B の場合はほぼ同一な成長特性を示し、横方向の静的荷重は疲れき裂の成長速度に影響を及ぼさないことがわか

る。また、X 軸方向の繰返し振幅応力 $\sigma_{x,a} > 0$ が作用する場合にはき裂成長速度を減速させ、 $\sigma_{x,a}$ が D に比べ大きい C の方が減速の影響をより強く受けている。この結果は線形破壊力学における「X 軸方向の負荷応力 σ_x によって $K_I = K_{II} = 0$ となるので、 σ_x の有無によらずき裂の K 値に何ら影響を及ぼさない」という考えと一致しない。したがって“二軸荷重下の疲れ挙動に対しては線形破壊力学の適用ができない”という議論を支持しているようにも見える。

二軸荷重下のき裂に対して解析的に精度よく求めた K 値によって式(3)の ΔK_I を用いて再整理すると図 5.1～図 5.4 のようになる。図 4.1～図 4.4 では $\sigma_{x,a}$ の作用によって異なったき裂成長速度を示していたものが、図 5.1～図 5.4 においては二軸荷重下の X 軸方向に作用する荷重の有無、帯板・十字形など試験片形状の相違を問わず“ $da/dN \sim \Delta K_I$ ”曲線はすべてほぼ同一な直線上に重なってくる。このことは試験片の有限形状を正しく評価すれば二軸荷重下における疲れき裂成長速度も単軸荷重の場合と同様に K 依存性を有しており、線形破壊力学の適用も可能となることを示している。

6.3 応力比の影響

WT60 については応力比の影響を調べるため便宜的に $R_y (= \sigma_{\min} / \sigma_{\max})$ を用い、 $R_y = 0.1$ と $R_y = 0.3$ の二種の二軸疲れ試験を行なった。単軸荷重の場合にはこの R_y と K_{\min} / K_{\max} で定義される R_k とは常に一致するが、

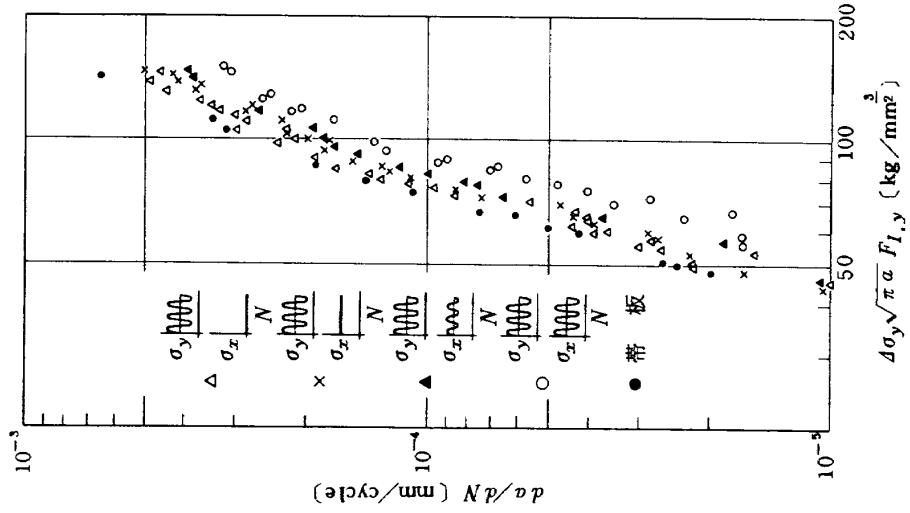


図 4.2 Y 軸方向応力のみで疲労したき裂成長速度 (WELTEN60; $R_y=0.3$)

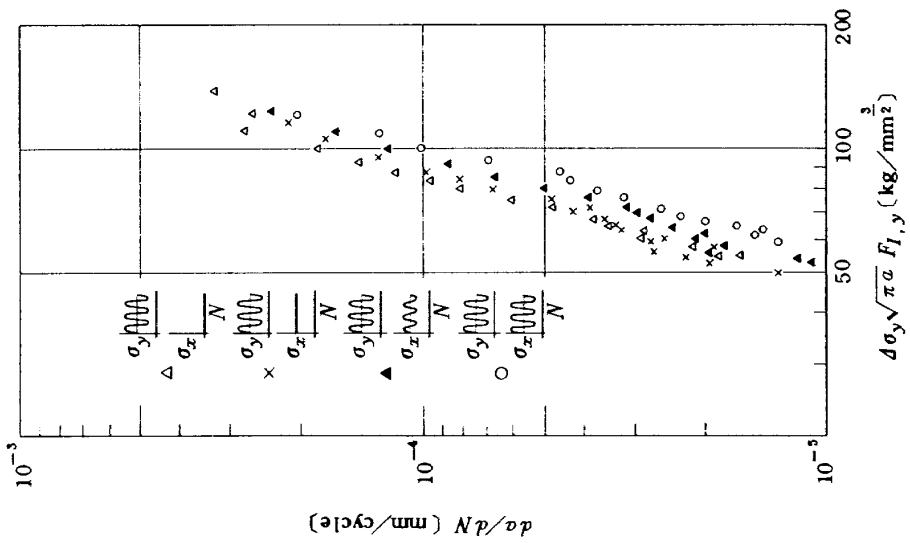


図 4.1 Y 軸方向応力のみで疲労したき裂成長速度 (WELTEN60; $R_y=0.1$)

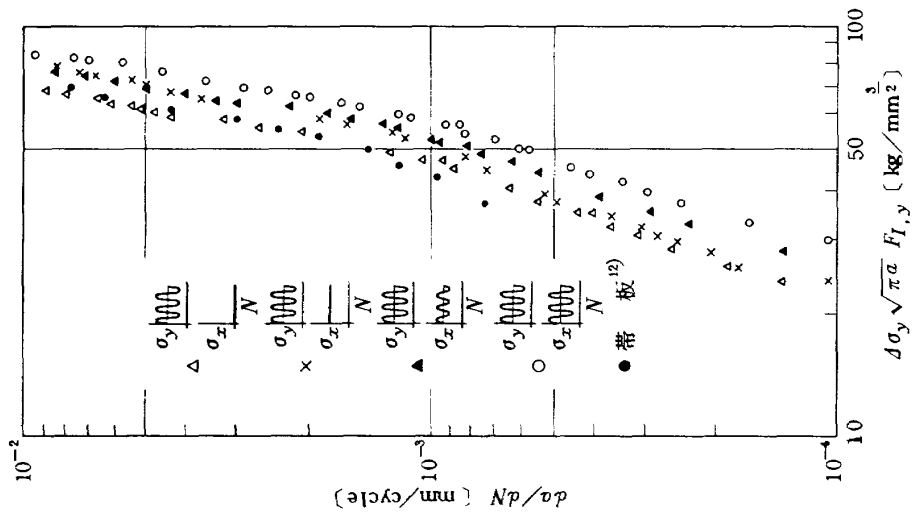


図 4.4 Y 軸方向応力のみで表わしたき裂成長長速度 (7075-T6; $R_y=0.3$)

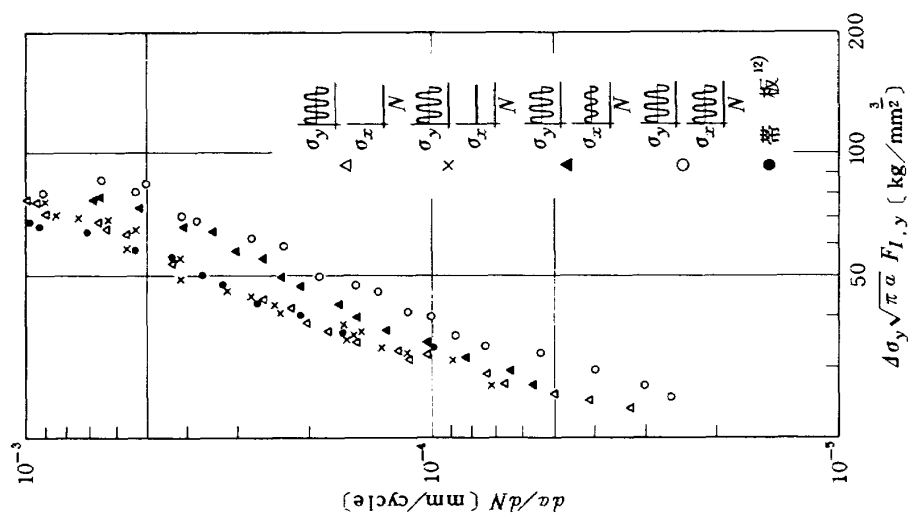


図 4.3 Y 軸方向応力のみで表わしたき裂成長長速度 (2024-T3; $R_y=0.3$)

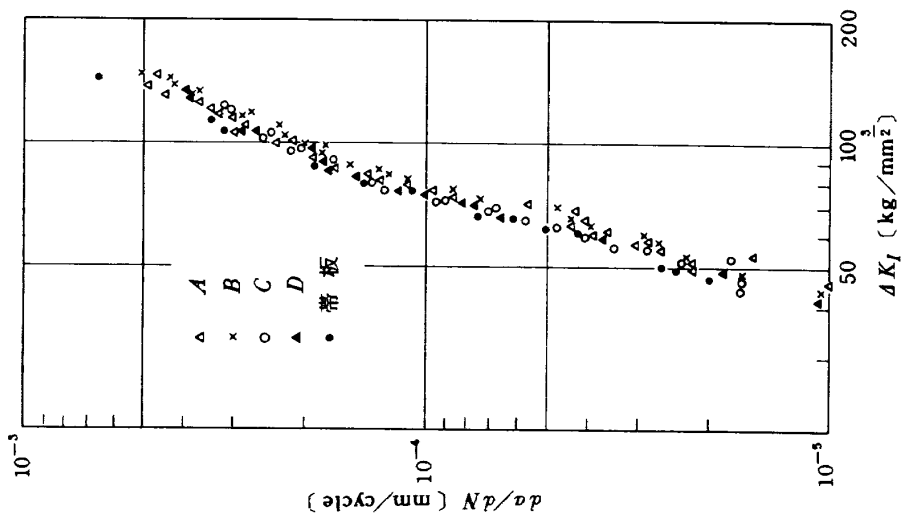


図 5.2 二軸荷重を考慮した式(3)で表わしたき裂成長速度
(WELTEN60; $R_y=0.3$)

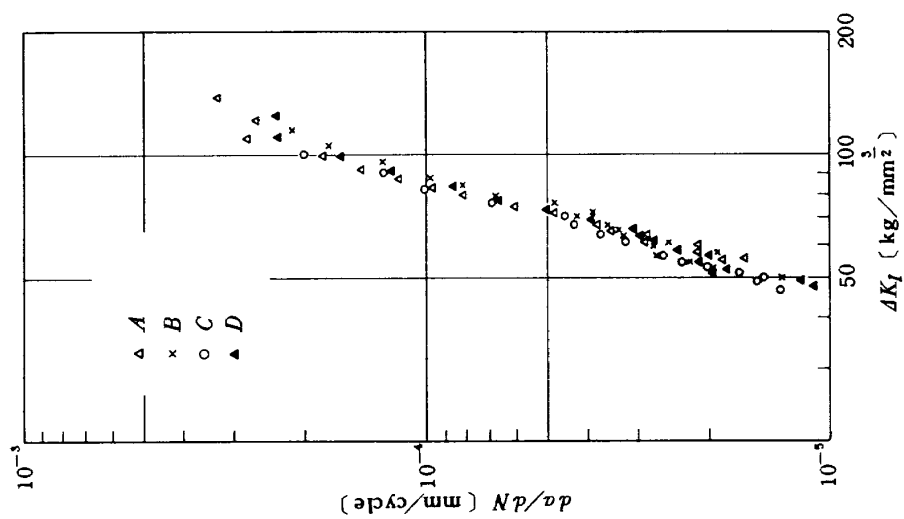


図 5.1 二軸荷重を考慮した式(3)で表わしたき裂成長速度
(WELTEN60; $R_y=0.1$)

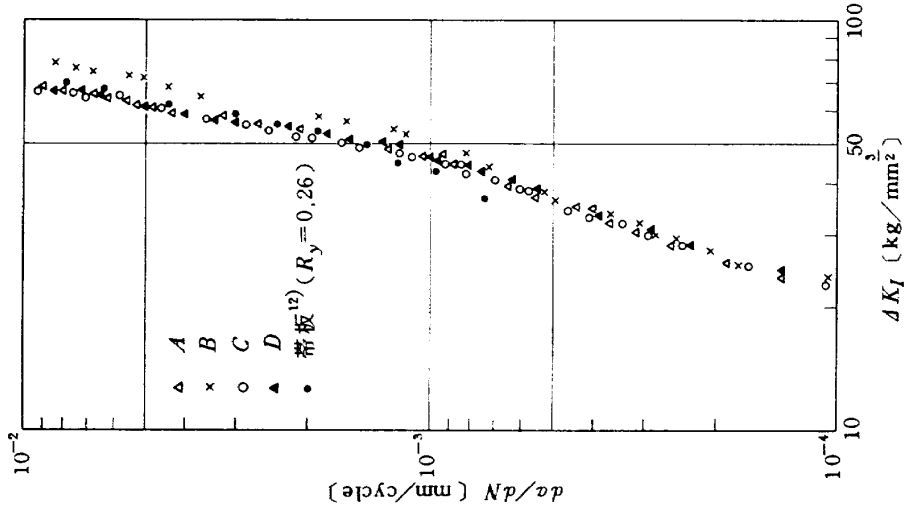


図 5.4 二軸荷重を考慮した式(3)で表わしたき裂成長速度
(7075-T6; $R_y=0.3$)

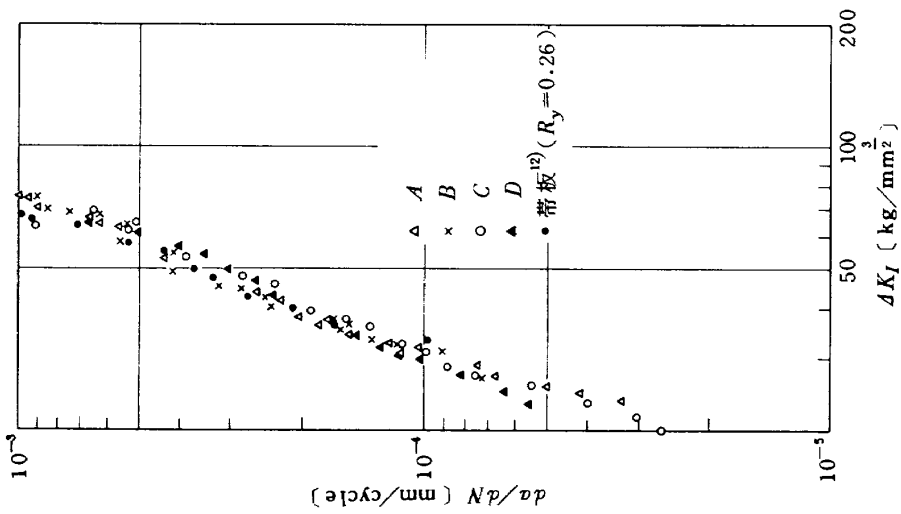


図 5.3 二軸荷重を考慮した式(3)で表わしたき裂成長速度
(2024-T3; $R_y=0.3$)

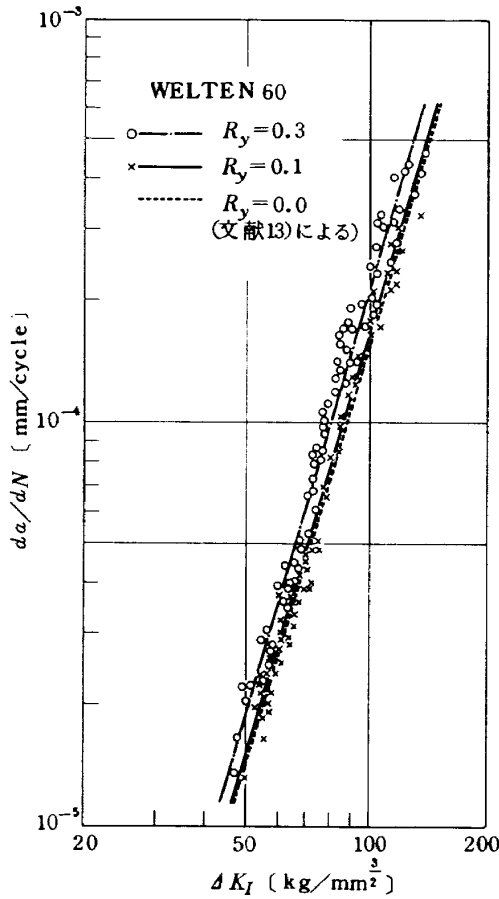


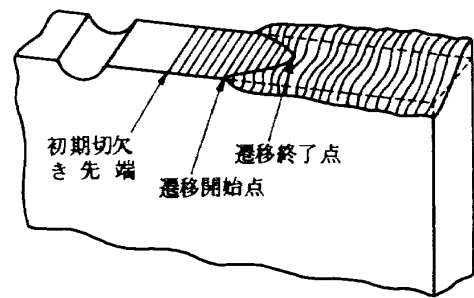
図6 応力比の影響

二軸荷重の場合はX軸方向の負荷荷重の有無によって R_k も変化するのでかかわらずも一致しない。試験結果を図6に示すが、図中には参考のため内藤¹³⁾が行なった $R_y=0.0$ の単軸疲れ試験(中央き裂を有する板厚4mm, 板幅100mmのHT60板材試験片)の結果も破線で示してある。この図において $R_y=0.1$ と $R_y=0.0$ の曲線は勾配・位置ともほとんど一致しており、疲れき裂成長速度への応力比の影響を示していないが、 $R_y=0.3$ の曲線については勾配が同じにもかかわらずその位置に若干のずれを生じ、応力比の影響を受けているようにもみえる。しかし、実際には疲れき裂成長速度のデータ点にバラツキの幅を持っているため、図中における $R_y=0.1$ と $R_y=0.3$ の二曲線のデータ点にもお互いに重複する領域が存在するため、その影響の程度はあまり顕著でない。

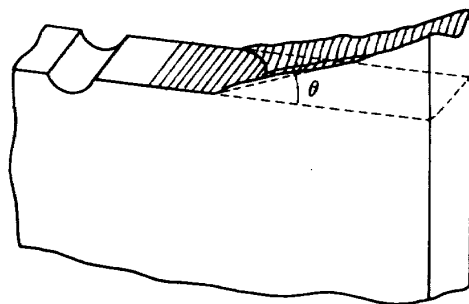
6.4 疲れき裂の成長挙動

二軸応力場での K の計算その他から、二軸荷重下ではき裂成長径路の不安定が生じることも予想されたので^{4), 5)}、き裂の進行形態についても観察を行なった。

単軸荷重引張り疲れ試験における2024-T4および7075-T6のき裂挙動は初期切欠き先端からあるき裂長さの遷移開始点まで主変動応力方向に対して垂直に成長



(1) 単純せん断型(S型)

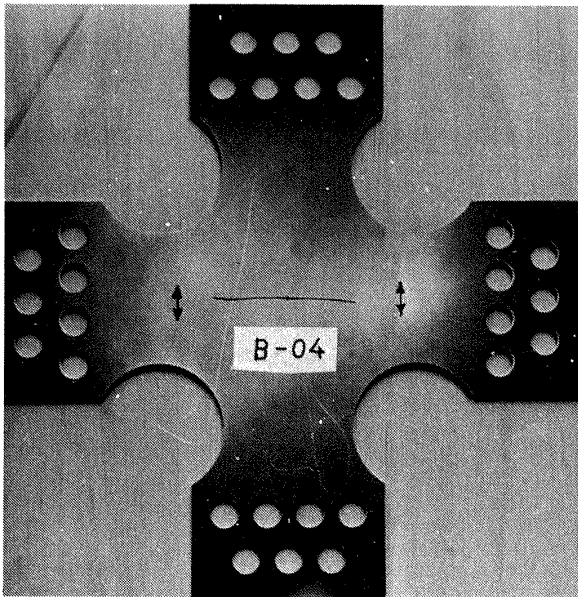


(2) 二重せん断型(D型)

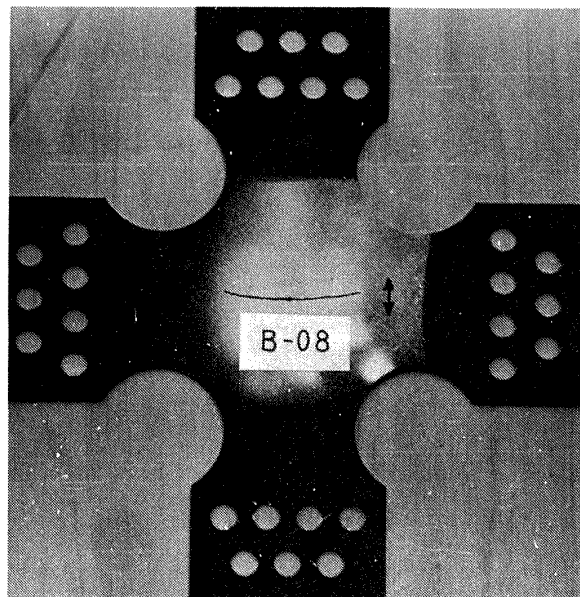
図7 せん断破面の様子

するが、それ以後のき裂成長径路は垂直に進行する単純せん断型(S型)だけでなく、ある角度を保って進む二重せん断型(D型)もしばしば観察される。このせん断破面の様子を図7に示すが、遷移開始点および終了点は供試材料や荷重負荷条件の違いなどによっても異なってくる。主応力に垂直で初期切欠きを含む線を中心線とすれば、D型における中心線からの離れ角度は最大で $\theta=10^\circ$ である。また、この離れ角度は2024-T4材の方が7075-T6材よりも若干大きな値となっている。

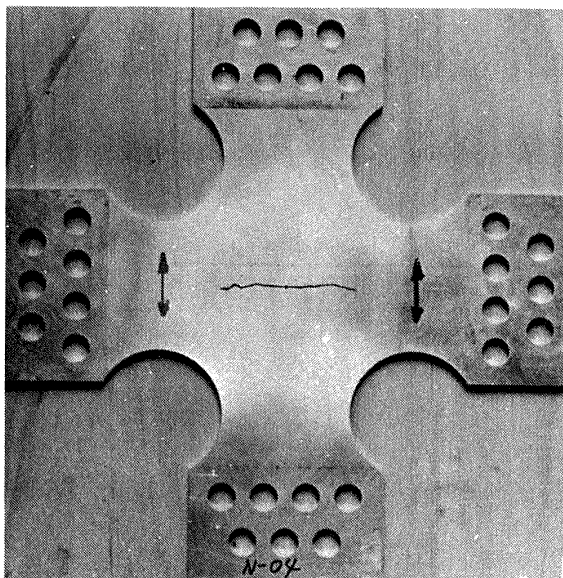
二軸荷重の負荷条件Dにおけるき裂成長軌跡の一例を写真2に、疲れき裂成長速度とき裂長さの関係およびき裂破断面を合わせて図8.1~図8.3にそれぞれ示す。図8.1および図8.3によれば、WT60と7075-T6では単軸荷重状態と同様なS型やD型のき裂成長挙動が観察される。図8.2の2024-T3についてはき裂成長の軌跡が初期き裂の延長線上をまたいでジグザグ進展するとともに破断面も複雑な形態となっている。これは疲れき裂の成長とともにき裂成長速度 da/dN が激しく変動することと対応しており、き裂面が面的にも面的にも不安定を生じながら、 K_I が最大あるいは K_{II} が0となる方向を選択しつつ成長しているものと考えられる。



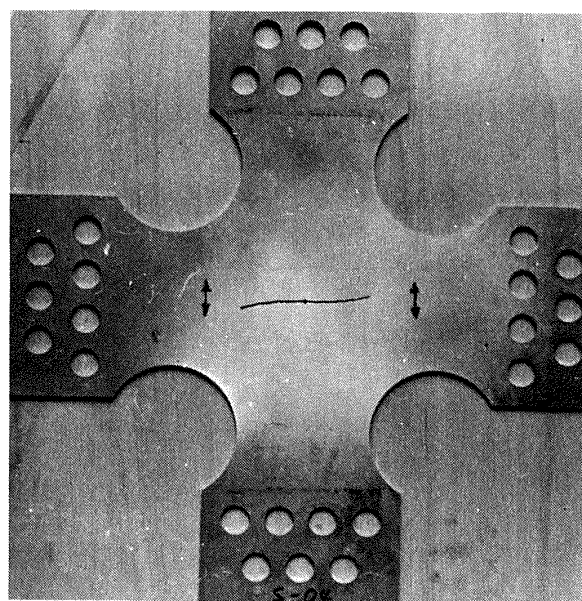
(1) WELTEN 60 ($R_y=0.1$)



(2) WELTEN 60 ($R_y=0.3$)



(3) 2024-T3 ($R_y=0.3$)



(4) 7075-T6 ($R_y=0.3$)

写真2. 各供試材料のき裂成長軌跡

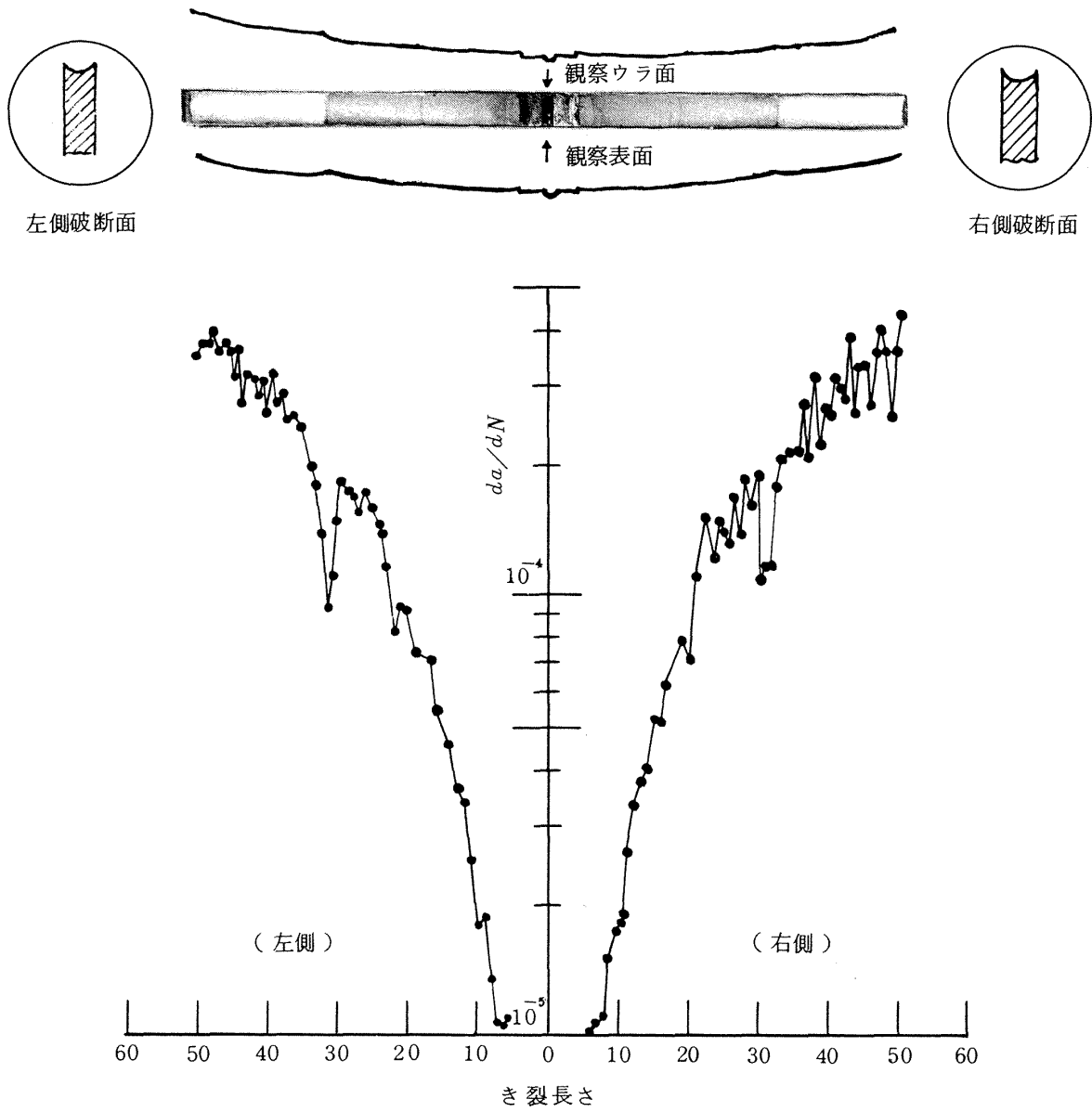


図 8.1 き裂成長速度とき裂長さの関係 (WELTEN60; $R_y=0.3$)

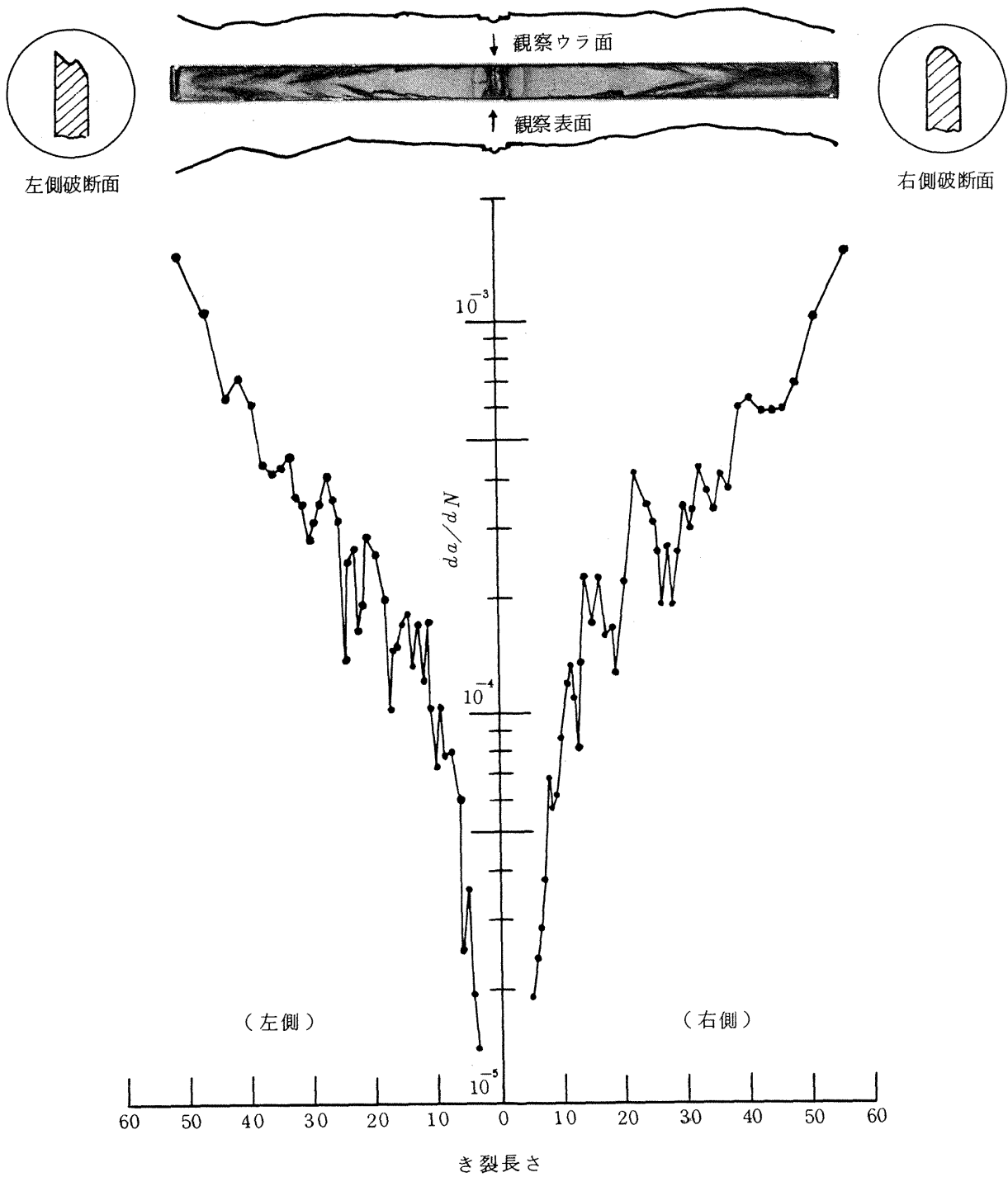


図 8.2 き裂成長速度とき裂長さの関係 (2024-T3; $R_y=0.3$)

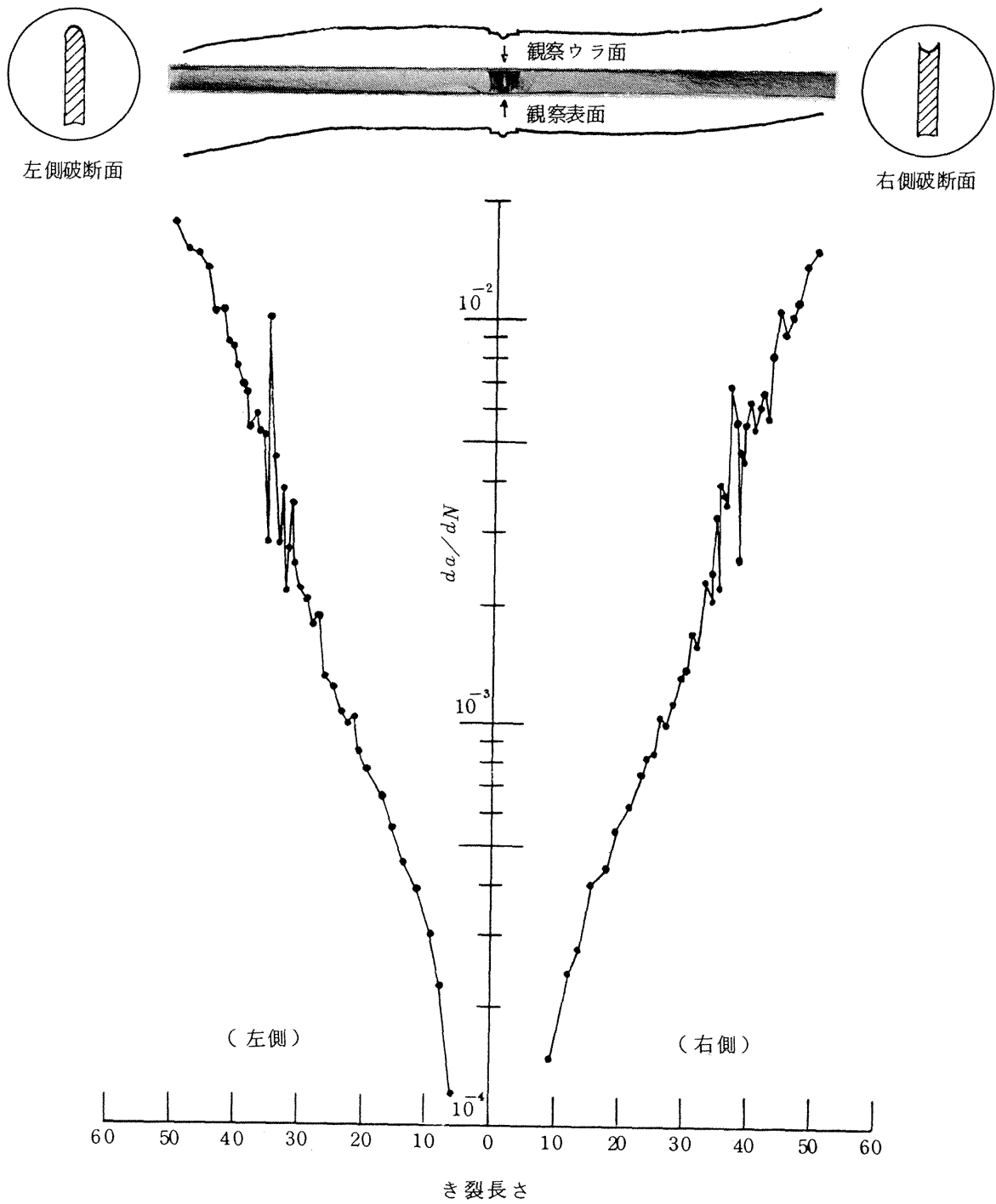


図 8.3 き裂成長速度とき裂長さの関係 (7075-T6; $R_y=0.3$)

7. まとめ

市販の60 kg/mm²級高張力鋼WELTEN60 および航空機用材料として用いられる二種の高力アルミニウム合金(2024-T3, 7075-T6)の板材について、常温における二軸荷重下の疲れ試験を行ない、以下の結論を得た。

(1) 二軸荷重下におけるX軸方向荷重の影響について、静的横荷重 $\sigma_{x,m}$ は疲れき裂の成長にほとんど影響を及ぼさないが、変動応力 $\sigma_{x,a}$ の影響をかなり受ける。X, Y両軸方向の荷重に位相差がなく $\sigma_{x,a} > 0$ であれば疲れき裂の成長速度を減速させる傾向にある。

(2) 材料のいかんにかかわらず二軸荷重下においては試験片の有限形状を正しく評価すれば線形破壊力学の適

用が可能となり、疲れき裂成長速度も単軸荷重の場合と全く同様にK依存性を有している。

(3) 二軸荷重下における疲れき裂の成長挙動について、WELTEN 60と7075-T6は単軸荷重の場合と同様な直線状の成長軌跡を示すが、2024-T3については単軸荷重下の挙動と異なり初期き裂の延長線上をまたいでジグザグ成長するとともに破断面も複雑な形態となっている。

本研究は筆者の一人が昭和51年度国内留学生として東京大学生産技術研究所の北川研究室に滞在中に行なったものである。

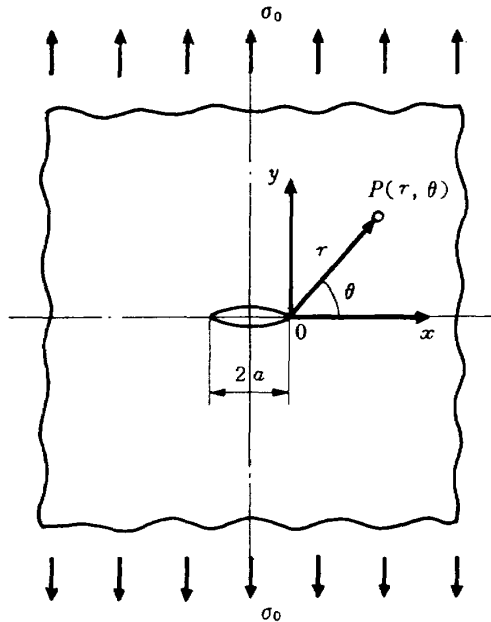
おわりに適切なる御助言と御指導を戴いた当所の機体第二部 中井暎一部長、同部疲労研究室 飯田宗四郎室長の両氏に心から謝意を表します。

参考文献

- 1) R. H. Christensen & M. B. Harman; Limitations of Fatigue-Crack Research in the Design of Flight Vehicle Structures. ASTM STP 415 ('67) p. 5.
- 2) S. R. Joshi & J. Shewchuk; Fatigue-Crack Propagation in a Biaxial-Stress Field. Experimental Mechanics, ('70) p. 529.
- 3) P. M. Toor; On Fracture Mechanics under Complex Stress. Engineering Fracture Mechanics, 7 ('75) p. 321.
- 4) C. D. Hopper & K. J. Miller; Fatigue-Crack Propagation in Biaxial Stress Fields. Journal of Strain Analysis, 12 ('77) p. 23.
- 5) P. S. Leever, J. C. Radon & L. E. Culver; Crack Growth in Plastic Panels under Biaxial Stress. Polymer, 17 ('76) p. 627.
- 6) 平修二, 田中啓介, 小川茂, 菅道太郎; 二軸応力下での疲労き裂の伝ば挙動. 第21回材研連 ('77) P.103
- 7) 北川英夫, 結城良治; 有限板中の任意形状き裂の等角写像による解析 (第1報, 解析法の構成とその適用可能性), 日本機械学会講演論文集 No.760-12 ('76) P.25
- 8) 北川英夫, 川井忠彦, 岡村弘之, 結城良治, 大平寿昭, 松原季男; 生産研究, 9 ('78) 投稿中
- 9) 岡村弘之; 線形破壊力学入門 ('76) 培風館, p.21
- 10) 北川英夫, 結城良治, 大平寿昭, 角田義秋; 二軸荷重下の高張力鋼板中の疲れき裂成長特性. 日本機械学会講演論文集 No.770-2 ('77) P.122
- 11) 北川英夫, 結城良治, 角田義秋; 二軸荷重下における疲れき裂成長特性 (第二報. 応力レベル・応力比および材料の影響), 日本機械学会講演論文集 No.770-11 ('77) P.136
- 12) 石田誠, 寺田博之, 角田義秋; 航空機用金属板材における疲れき裂進展の研究. 日本機械学会論文集第332号 40 ('74) P.897
- 13) 内藤良弘; 東京大学学位論文 ('74)
- 14) 北川英夫, 結城良治; Proc. of ICF4. Waterloo ('77)
- 15) J. C. Radon ; 私信

付録 1. 線形破壊力学の概念と K 値について

無限板中に長さ $2a$ なる貫通直線き裂が存在し、これに垂直な一様引張応力が無限遠方で作用する場合を考える。き裂先端近傍の座標系を付図 1 に示すが、き裂先端



付図 1. き裂先端近傍の座標系

から点 $P(r, \theta)$ における応力成分 σ_{ij} と応力拡大係数 K の間には次式のような関係があり、き裂先端で $1/\sqrt{r}$ の特異性を有している。

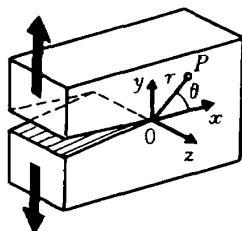
$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cdot f_{ij}^I(\theta) \quad (A-1)$$

また、荷重負荷様式が任意である場合には一般にその応力成分は付図 2 に示すような三つの基本変形モードの重ね合せから次式で表わされる。

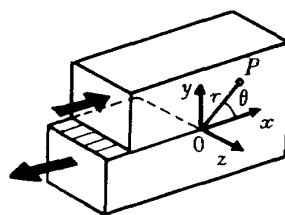
$$\sigma_{ij} = \sum_m \frac{K_m}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^m(\theta), \quad (m = I, II, III) \quad (A-2)$$

これらの変形に対応する応力成分と変位成分は次のように表示される。

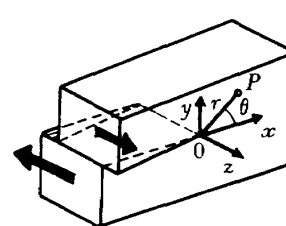
(I) 開口形変形の場合 (モード I)



(I) 開口形変形



(II) 面内せん断形変形



(III) 面外せん断形変形

付図 2. 三つの基本変形

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{Bmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad (A-3)$$

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} (\kappa - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}) \\ \sin \frac{\theta}{2} (\kappa + 1 - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2}) \end{Bmatrix} \quad (A-4)$$

(II) 面内せん断変形の場合 (モード II)

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} (2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}) \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} (1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}) \end{Bmatrix} \quad (A-5)$$

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} \sin \frac{\theta}{2} (\kappa + 1 + 2 \cos^2 \frac{\theta}{2}) \\ -\cos \frac{\theta}{2} (\kappa - 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}) \end{Bmatrix} \quad (A-6)$$

(III) 面外せん断変形の場合 (モード III)

$$\begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad (A-7)$$

$$w = \frac{2K_{III}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \quad (A-8)$$

但し、 κ は平面ひずみおよび平面応力状態に対して次のようになる。

$$\kappa = \begin{cases} 3 - 4\nu & (\text{平面ひずみ}) \\ (3 - \nu)/(1 + \nu) & (\text{平面応力}) \end{cases} \quad (A-9)$$

実部材におけるき裂先端近傍の K 値が材料の抵抗値 (材料定数) に達すると破壊を生じることになるため、この値が既知であれば破壊を未然に防止するための安全設計、寿命推定および保守・検査に有用な方法となる。

付録 2. 十字形試験片に対する K の解析

十字形試験片に対する K の解は等角写像法と組み合わせた選点法によって精度良く解析されている。この種の試験片形状は十字形試験片の円弧部に応力集中を生じるため、従来の長方形板や円板など単純な形状の試験片に用いてきた応力関数に加え、さらに新たな応力関数の導入が必要となる。応力関数としては Airy の複素応力関数 $U(x, y)$ と次式の関係がある複素応力関数 $\phi(\zeta)$, $\Psi(\zeta)$ を使用し、 $x-y$ 平面のき裂を ζ -平面の単位円に写像するため写像関数 $\omega(\zeta)$ を用いている。

$$U(x, y) = R_e \left[\overline{\omega(\zeta)} \phi(\zeta) + \int^{\zeta} \Psi(\zeta) \omega'(\zeta) d\zeta \right] \quad (\text{A-10})$$

$$\phi(\zeta) = \phi_0(\zeta) + \phi_1(\zeta) \quad (\text{A-11})$$

$$\phi_0(\zeta) = \sum_{-M}^{N_1} \alpha_n \zeta^{1+2n} \quad (\text{A-12})$$

$$\phi_1(\zeta) = \sum_{n=1}^{N_2} \left\{ \frac{\beta_n \zeta}{(\zeta^2 - \zeta_0^2)^n} + \frac{\bar{\beta}_n \zeta}{(\zeta^2 - \bar{\zeta}_0^2)^n} + \frac{\gamma_n \zeta}{\left(\zeta^2 - \frac{1}{\zeta_0^2}\right)^n} + \frac{\gamma_n \bar{\zeta}}{\left(\zeta^2 - \frac{1}{\bar{\zeta}_0^2}\right)^n} \right\}$$

(A-13)

$$\omega(\zeta) = \frac{a}{2} \left(\zeta + \frac{1}{\zeta} \right) \quad (\text{A-14})$$

ここで、 ζ_0 は円弧部の曲率中心点に対応する ζ 平面上の点であり、 $1/\bar{\zeta}_0$ は単位円に関するその鏡像点である。 $\phi_0(\zeta)$ は円弧部以外の外部境界条件を合わせるための応力関数で、 $\phi_1(\zeta)$ は円弧部における境界条件を満たす応力関数である。このように定義された $\phi(\zeta)$ を使用すればもう一つの応力関数 $\Psi(\zeta)$ がき裂縁自由条件および解析接続などによって次のように表示される。

$$\Psi(\zeta) = -\bar{\phi}\left(\frac{1}{\zeta}\right) - \frac{\overline{\omega\left(\frac{1}{\zeta}\right)} \phi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \quad (\text{A-15})$$

これらの応力関数を用いれば単位円周に対応するき裂縁の自由縁条件が自動的に満たされているので、選点法によって外部境界条件を合わせることにより、応力関数の未知係数 α_n , β_n および γ_n が決定する。このようにして応力関数が得られれば応力拡大係数 K は次式から求まる。

$$IK = K_I - iK_{II} = \frac{2\pi^{\frac{1}{2}} \phi'(1)}{[\omega''(1)]^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{A-16})$$

航空宇宙技術研究所報告 558号

昭和54年1月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182
印刷所 株式会社 共 進
東京都杉並区久我山4-1-7(羽田ビル)

Printed in Japan