

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-624

補強板の圧縮強度

三本木茂夫

1980年9月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

# 補強板の圧縮強度\*

三本木茂夫\*\*

## Compressive Strength of Flat Stiffened Panels

by Shigeo SANBONGI

### Abstract

The compressive strength of flat stiffened panels is analysed and compared with experimental results. The elastic-plastic and geometric nonlinear analysis by the finite element method is carried out for short-panels. An experiment on the monolithic stiffened panels and riveted panels is also conducted. These results are compared with the crippling strength computed by Gerard's formula.

For the panels of intermediate length, overall buckling stresses are analysed by the use of Johnson-Euler formula and the tangent modulus equation of column buckling, connected with nonlinear analysis. Computed results for the Z-section stiffened panels are compared with published test data.

### 1. はしがき

圧縮荷重を受ける補強板が耐え得る最大荷重の推定は、航空機の構造設計における重要な課題の一つであるが、外板と補強材の断面寸法比あるいは細長比などに関連して、最終的な崩壊に至るまでの挙動は極めて複雑である。したがって、代表的な補強板に関する多くの実験がこれまでに<sup>(1)(2)(3)</sup>行なわれてきた。

細長比の小さい補強板では弾塑性の壁面座屈によって崩壊（クリッピング）する荷重が最大荷重を与える。Gerard<sup>(4)(5)</sup>は多くの実験データに基づき、補強材単独あるいは補強板のクリッピング強度を推定する実験式を作成してきた。細長比の大きな補強板では、柱の Euler 座屈と同様な全体座屈によって補強板の崩壊が生じる。全体座屈の前に外板が局部座屈を起こす場合には、板の有効巾を考慮して補強板の曲げ剛性を評価する方法が採用されている<sup>(6)</sup>。中間領域の細長比に対しては、クリッピング応力と Euler 座屈曲線とを二次曲線で結ぶ

Johnson-Euler の式が実用式として使われている。

これらの式を組み合わせることによって、細長比の全領域にわたる補強板の圧縮強度が一応は計算できることになっているが、Euler 座屈の領域以外はすべて実験式あるいは経験式であり、補強板の断面形状や材料が従来のものと大きく変わった場合にもそのまま適用できる保証はない。

一方、最近の数値解析技術の進歩により、従来は困難であった複雑な計算も可能となってきたので補強板に対してこれを試みる必要があるが、たとえば一般的な有限要素解析プログラムで計算すると、特定の補強板の解析だけでも相当な計算時間を要する。本報告は、著者の行った実験結果ならびに文献に示されている実験結果を、簡単な有限要素モデルを用いた計算結果と比較検討したものである。

### 2. クリッピング強度

細長比の小さい補強板（Short-Panel）の圧縮強度を代表するクリッピング強度に関する模型実験、Gerard の実験式による計算、および有限変形弾塑性問題として扱かう有限要素解析を行ない、これらの結果を比較検討

\* 昭和55年7月21日 受付

\*\* 機体第二部

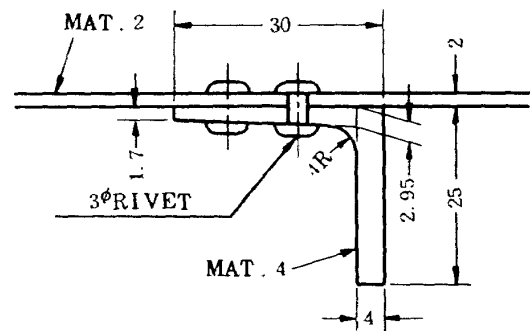
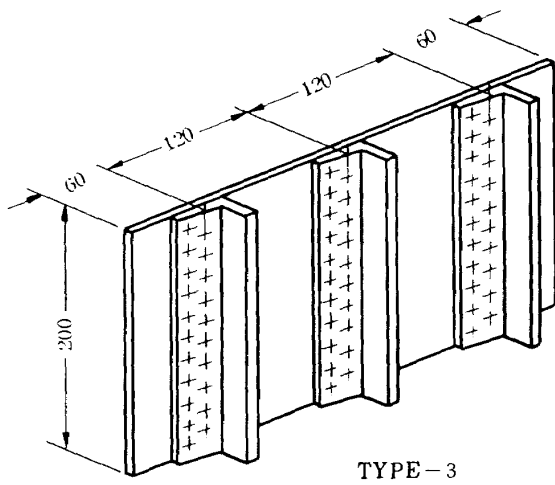
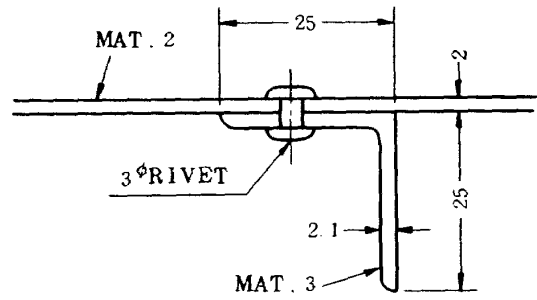
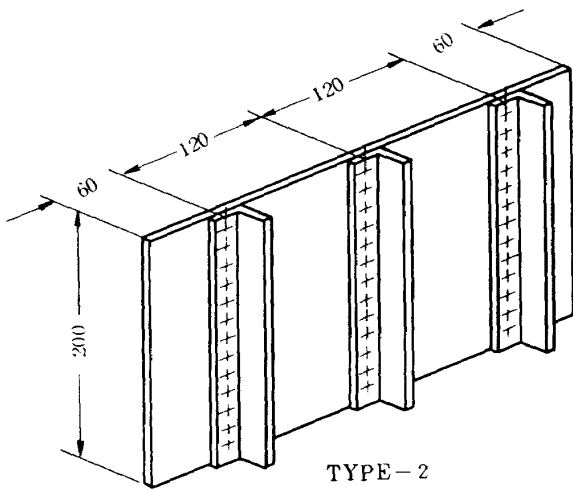
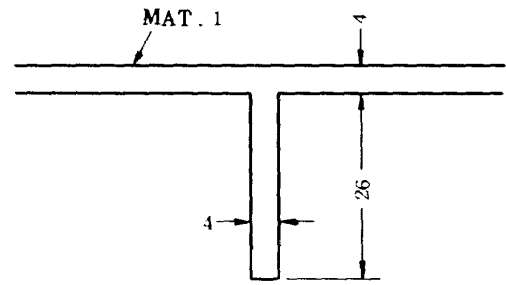
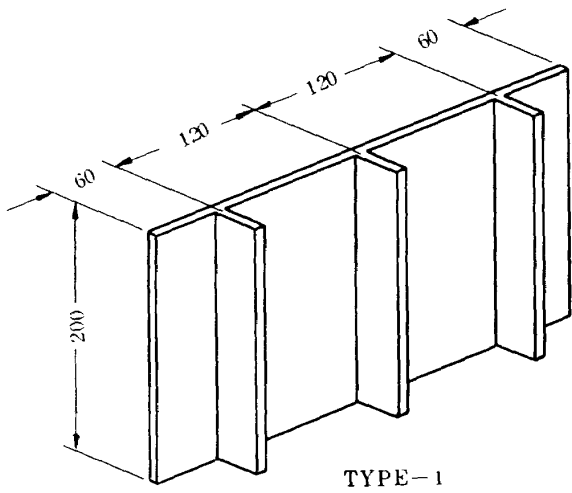


図1 供試体の寸法形状

した。

## 2.1 模型実験

下記の三種類の補強板模型を各種類共三個ずつ作製して最大圧縮強度を求める試験を行なった。

TYPE-1 : 削り出し加工による一体構造の補強板。

TYPE-2 : 薄肉のL型押し材と平板とをリベットで結合した補強板。

TYPE-3 : 厚肉のL型押し材と平板とをリベットで結合した補強板。

これらの補強板の形状寸法を図1に示す。図中のMAT. No. は使用した材料の種類を表わし、各材料の応力-ひずみ曲線の測定値は表1に示す。上記三種類の補強板はすべて手持ちの材料で作製したもので、材質および板とスチフナの組み合わせが実機の場合とは異なるが、実験値と数値解析結果とを比較する目的に対しては充分であると考えられる。

実験は平押し圧縮により行なった。すなわち、図2に示すように、剛な定盤上にナイフエッジ装置を取り付けて補強板模型をさし込み、ナイフエッジと板の間にすきまがなく且つ滑らかに動けるように調整ネジを用いてナ

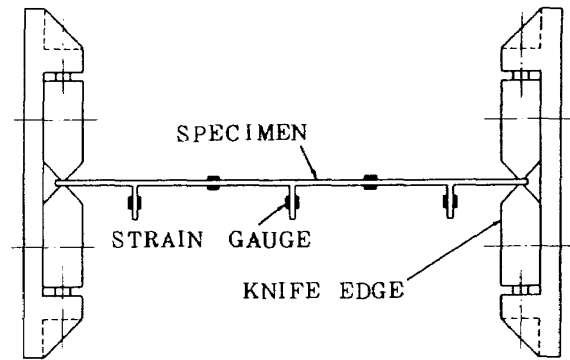


図2 側辺の支持状態

イフエッジと板との接触圧を調節した。次に、定盤ごと万能試験機の下部圧盤上にセットし、補強板上部端面を万能試験機の上部圧盤で押し圧縮荷重を作用させた。補強板端面が一樣に圧縮されているかどうかのチェックは、補強板に貼ったひずみゲージ(端面から70mmの点、図2を参照)の値によって行ない、金属はくの薄片をはさんで調節した。

## 実験結果

表2に最大圧縮荷重の実験値を示す。図3～5には板

表1 材料特性(図1を参照)

MAT. 1		MAT. 2		MAT. 3		MAT. 4	
$E = 7140, \sigma_{cy} = 27.3$		$E = 7140, \sigma_{cy} = 37.7$		$E = 7140, \sigma_{cy} = 33.3$		$E = 7030, \sigma_{cy} = 34.8$	
$\sigma$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$\epsilon \times 10^6$	$\sigma$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$\epsilon \times 10^6$	$\sigma$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$\epsilon \times 10^6$	$\sigma$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$\epsilon \times 10^6$
20.0	2800	28.5	4000	28.5	4000	22.5	3200
23.0	3350	32.0	4500	31.0	4500	29.5	4500
25.0	4100	35.0	5300	32.5	5300	33.0	5800
27.0	5400	37.1	6500	33.5	7000	35.0	7100
29.0	8200	38.0	8000	34.5	9700	36.3	10000
31.0	12000	41.5	22000	35.5	14000	37.5	14000
32.5	16000			37.0	22000		

表2 最大圧縮荷重の実験値

TYPE-1		TYPE-2		TYPE-3	
TEST No.	$P_{max}$ (kg)	TEST No.	$P_{max}$ (kg)	TEST No.	$P_{max}$ (kg)
1-1	51300.	2-1	18770.	3-1	31300.
1-2	51700.	2-2	18110.	3-2	30450.
1-3	50300.	2-3	18720.	3-3	30450.

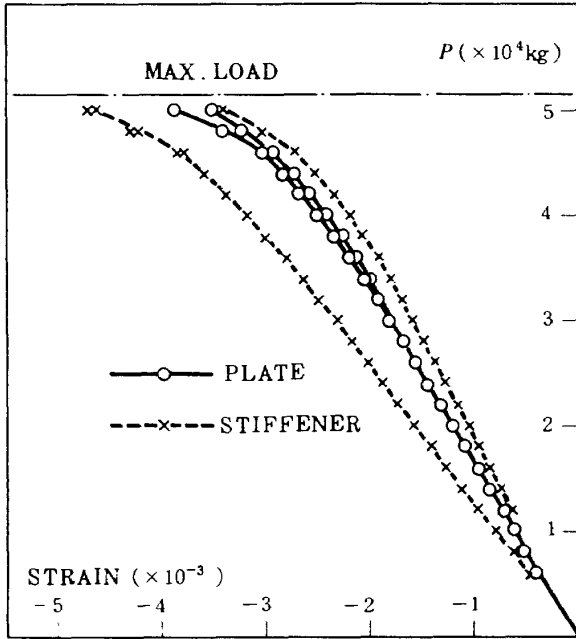


図3 TYPE-1の荷重-ひずみ測定値

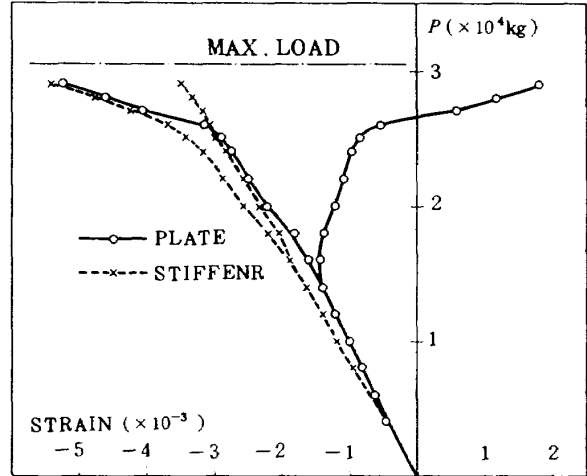


図5 TYPE-3の荷重-ひずみ測定値

ここで、 $\sigma_f$  はクリッピング応力、 $E$  はヤング率、 $\sigma_{cy}$  は降伏応力 (0.2% 永久ひずみに対応する応力)、 $t$  は板厚、 $A$  は断面積である。 $\beta_g$  は断面形状によって異なる係数で、L型、箱型、両端支持の板などのように比較的“角”の多い部材に対しては  $\beta_g = 0.56$  を用い、T型、十字型、I型などのようにフランジの数に較べて“角”の少ない部材に対しては  $\beta_g = 0.67$  を用いる。 $g$  は断面形状を“基本断面形”に分割した際の“分割数”とフランジ数との和によって定まる係数である。 $m$  も断面形状に依存し、 $\beta_g = 0.56$  の場合は  $m = 0.85$ 、 $\beta_g = 0.67$  の場合は  $m = 0.4$  を用いている。

補強板、特にリベット結合の場合には、いくつかの問題点があるが、鋸間座屈が生じないように適切にリベット間隔で結合されている補強板に対しては、スチフナの板を切断することによって、補強板の一区間当りの諸量を計算し、式(1)を用いてクリッピング応力を求めている<sup>(5)</sup>。ただし、補強板では一般に板の厚みとスチフナの板厚、あるいは板とスチフナの材料定数が同じ値とならない場合があるので、式(1)を次のように表わす。

$$\sigma_f = \beta_g \cdot \bar{\sigma}_{cy} \left[ \bar{g} t_s \bar{t}_w / A \sqrt{E / \bar{\sigma}_{cy}} \right]^m \dots\dots (2)$$

ここで、 $t_s$  は板の厚み、 $A$  は一区間内の断面積、 $\bar{t}_w$  はスチフナの平均板厚であって次式で与えられる。

$$\bar{t}_w = (\sum b_i t_i) / (\sum b_i) \dots\dots (3)$$

$b_i, t_i$  はそれぞれスチフナ・フランジの長さ と板厚を表わす。 $\bar{\sigma}_{cy}$  は板とスチフナを含めた平均的な降伏応力であって次式で与えられる。

$$\bar{\sigma}_{cy} = \sigma_{cy(s)} / (\bar{t} / t_s) + \sigma_{cy(w)} \left[ 1 - 1 / (\bar{t} / t_s) \right] \dots\dots (4)$$

ここで、 $\bar{t}$  は式(3)と同様にして求めた補強板の平均板厚である。ヤング率  $E$  に関しては文献<sup>(5)</sup>では特に述べてないが、今回の計算では降伏応力  $\bar{\sigma}_{cy}$  と同様に、式(4)と

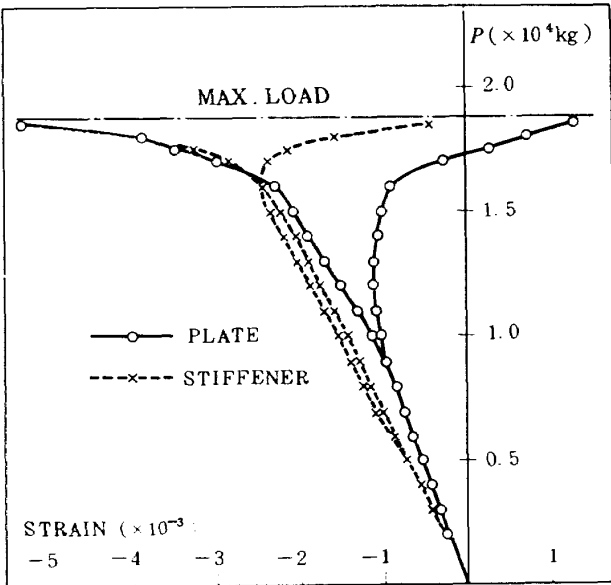


図4 TYPE-2の荷重-ひずみ測定値

およびスチフナのひずみ測定結果例を示す。図6には最大荷重に達した後の塑性変形が生じている供試体の写真を示す。

2.2 Gerard の式による計算

Gerard は多くの実験結果に基づいて、各種断面形状のスチフナのクリッピング強度を推定する試算式を次式で与えている。<sup>(4)(5)</sup>

$$\sigma_f = \beta_g \sigma_{cy} \left[ (g t^2 / A) \sqrt{E / \sigma_{cy}} \right]^m \dots\dots (1)$$

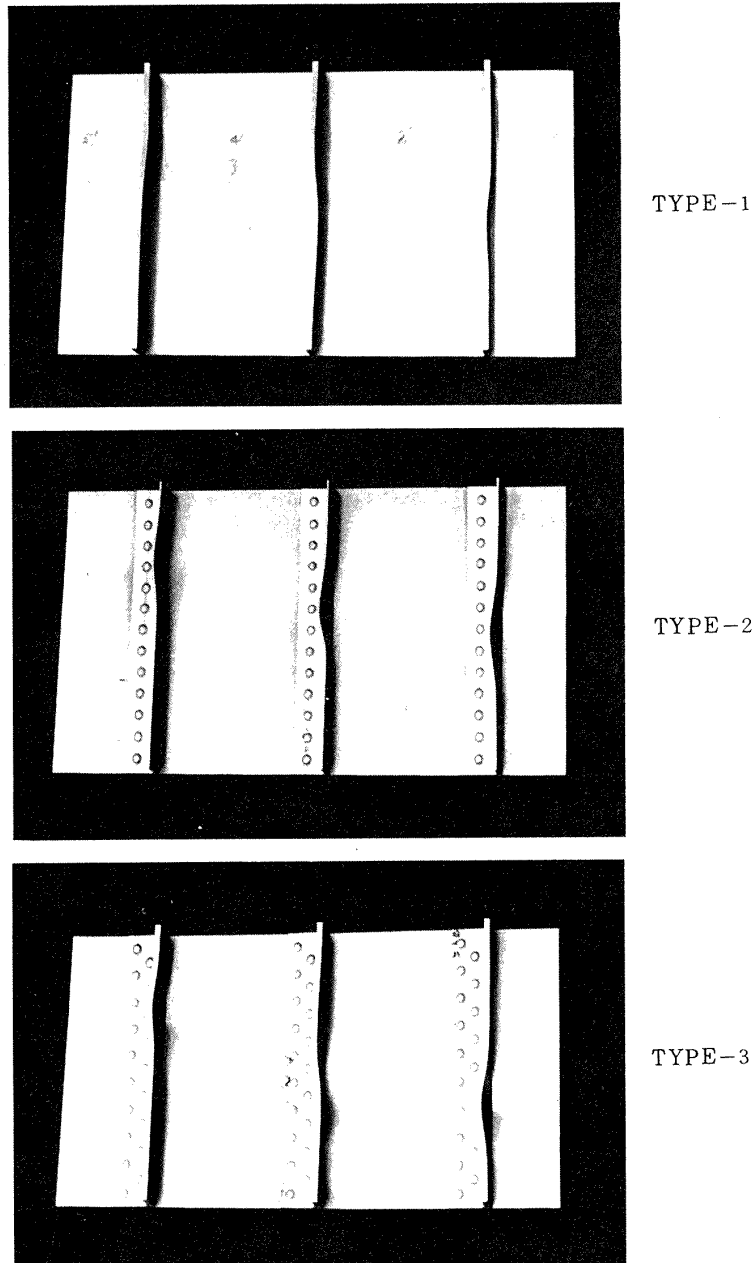
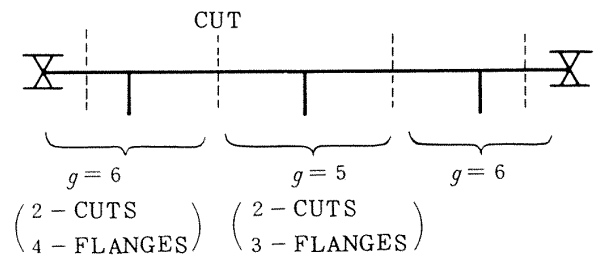


図6 補強板の変形状況

同じ方法によって求めた。また、補強板を“切断”して各区間ごとのパラメータ  $g$  を求めると、端部の区間と中央部の区間とで  $g$  の値が一般には異なるので文献〔5〕では、これらの平均値  $\bar{g}$  を使用している。今回の実験に使用した補強板はスチフナー数が少ないことにより、個々の  $g$  の値と平均値との差が大きく、最終的な計算結果の差も大きい。したがって、以下に示す計算では、 $g$  の平均値を使用した場合と、補強板の中央部の  $g$  の値を使用した場合の両者を扱った。

#### TYPE-1

補強板の各区間ごとの  $g$  の値を図7に示す。すなわち、中央部は  $g=5$ 、平均値は  $\bar{g}=17/3$  である。一区間の

図7 TYPE-1 補強板の  $g$  の値

断面形はT型であるが、T型スチフナーとは異なり、三つのフランジの内の二個は仮想的な“切断”によって生じたものであって、本来は連続した板であるから、 $\beta_g =$

0.56,  $m = 0.85$  を採用した。

$A = 592 \text{ mm}^2$ ,  $t_s = \bar{t}_w = 4 \text{ mm}$ ,  $\bar{E} = 7140 \text{ kg/mm}^2$ ,  
 $\bar{\sigma}_{cy} = 27.3 \text{ kg/mm}^2$  の値を式(2)に代入すると,

$\bar{g} = 17/3$  の場合,  $\sigma_f = 33.05 \text{ kg/mm}^2$ ,  
 $P_{\text{total}} = 58700 \text{ kg}$  ..... (5)

$g = 5$  の場合,  $\sigma_f = 29.71 \text{ kg/mm}^2$ ,  
 $P_{\text{total}} = 52800 \text{ kg}$  ..... (6)

**TYPE-2**

補強板の各区間ごとの  $g$  の値を図 8 に示す。すなわち、中央部で  $g = 5$ 、平均値で  $\bar{g} = 17/3$  である。この場合の  $g$  の算出法は文献 [5] の Fig.8 の例に従った。

$\beta_g = 0.56$ ,  $m = 0.85$ ,  $A = 340 \text{ mm}^2$ ,  $t_s = 2.0 \text{ mm}$ ,  
 $t_w = 2.1 \text{ mm}$ ,  $\bar{E} = 7140 \text{ kg/mm}^2$ ,  $\sigma_{cy(s)} = 37.7 \text{ kg/mm}^2$ ,  
 $\sigma_{cy(w)} = 33.3 \text{ kg/mm}^2$ , したがって,  $\bar{t} = 2.03 \text{ mm}$ ,  
 $\bar{\sigma}_{cy} = 37.6 \text{ kg/mm}^2$ 。

$\bar{g} = 17/3$  の場合,  $\sigma_f = 20.42 \text{ kg/mm}^2$ ,  
 $P_{\text{total}} = 20800 \text{ kg}$  ..... (7)

$g = 5$  の場合,  $\sigma_f = 18.36 \text{ kg/mm}^2$ ,  
 $P_{\text{total}} = 18700 \text{ kg}$  ..... (8)

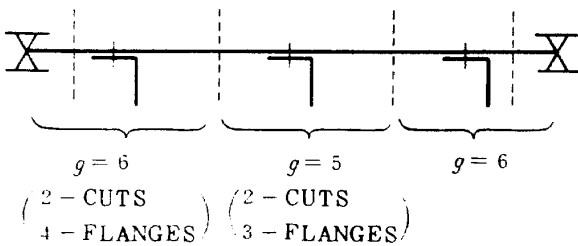


図 8 TYPE-2 および TYPE-3 補強板の  $g$  の値

**TYPE-3**

形状が TYPE-2 と同じであるから,  $g = 5$  あるいは  $\bar{g} = 17/3$ 。ナチフナ・フランジの板厚が変化しており、更に外板の板厚とも異なるので、式(3), (4)による平均化を行なうと次のデータが得られる。

$\beta_g = 0.56$ ,  $m = 0.85$ ,  $A = 399 \text{ mm}^2$ ,  $t_s = 2.0 \text{ mm}$ ,  
 $\bar{t}_w = 3.12 \text{ mm}$ ,  $\bar{t} = 2.34 \text{ mm}$ ,  $E_{(s)} = 7140 \text{ kg/mm}^2$ ,  
 $E_{(w)} = 7030 \text{ kg/mm}^2$ ,  $\bar{E} = 7124 \text{ kg/mm}^2$ ,  $\sigma_{cy(s)} = 37.7 \text{ kg/mm}^2$ ,  
 $\sigma_{cy(w)} = 34.8 \text{ kg/mm}^2$ ,  $\bar{\sigma}_{cy} = 37.3 \text{ kg/mm}^2$ 。これにより

$\bar{g} = 17/3$  の場合,  $\sigma_f = 24.82 \text{ kg/mm}^2$ ,  
 $P_{\text{total}} = 29700 \text{ kg}$  ..... (9)

$g = 5$  の場合,  $\sigma_f = 22.31 \text{ kg/mm}^2$ ,  
 $P_{\text{total}} = 26700 \text{ kg}$  ..... (10)

これらの計算結果を実験値と共に図 9 に示す。この例では、補強板中央部に関する  $g (= 5)$  を用いた計算結果

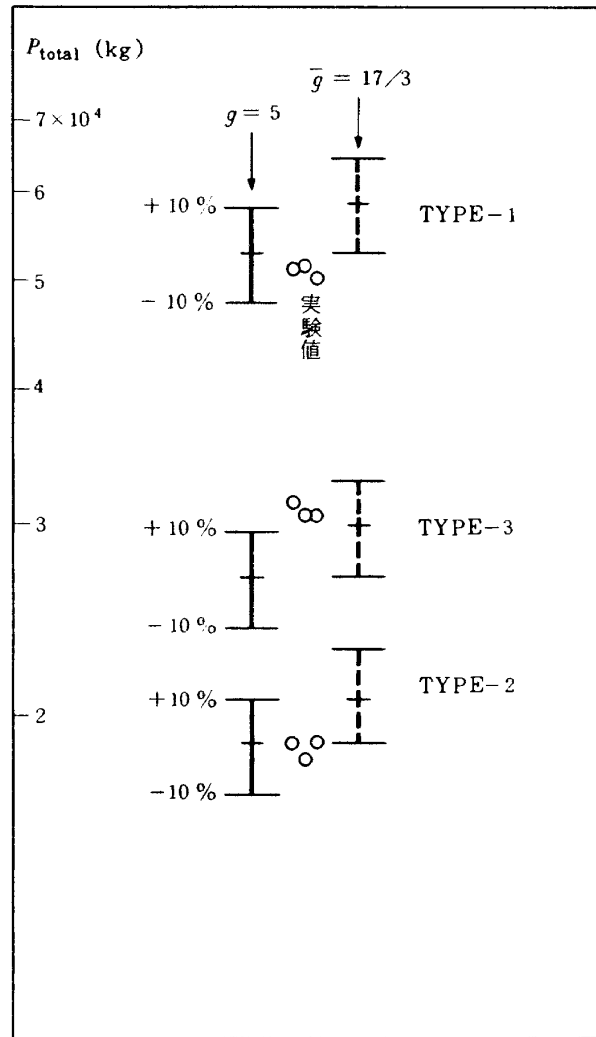


図 9 Gerard の式による計算値と実験値との比較

が、TYPE-1 および TYPE-2 に対して良く一致しており、TYPE-3 に対しては実験値より低い値を与えている。

**2.3 有限要素解析に関する検討**

平板の座屈後解析に関する前報告<sup>(7)</sup>では Galerkin 法およびいくつかの有限要素法による解の比較を行ない、次のような結果を得た。長方形要素を用いた通常の有限要素解析は精度の良い解が得られるが多量の計算時間を必要とする。FEM-Ritz 法は精度が良く計算時間も少なくすむが複雑な構造物への適用には無理がある。帯板要素は適用範囲がある程度広く計算時間も短いが座屈後変形の増大に伴って解析精度の低下が大きくなる。

これらの傾向はすべて弾性問題に関するものであって、弾塑性を扱おう解析の場合は計算時間が増大するので、この点に対する考慮が特に重要である。また、実際の補強板ではリベット結合部のように厳密な理論的取扱の困難な部分に対して何らかの簡易モデルを採用することに

なるので、板自身の解析精度がそれほど高精度でなくても計算時間の短い方が実用上は有利であると考えられる。このような観点から今回の解析では帯板要素を採用した。

帯板要素 (STRIP)

前報告<sup>(7)</sup>で解析に使用した要素は、 $x$ 方向(帯板の長手方向)の変位分布として最低次の項だけをとったものである。すなわち、たわみ  $w$  に対して  $\sin(\pi x/l)$ 、これと対応する面内変位  $u, v$  に対して  $\sin(2\pi x/l)$  および  $\sin^2(\pi x/l)$  をそれぞれ採用した。今回は弾塑性領域まで扱おうので、変形の増大に伴う解析精度の低下を補うために高次項を追加し、次のような変位関数によって要素内変位分布を表わした。

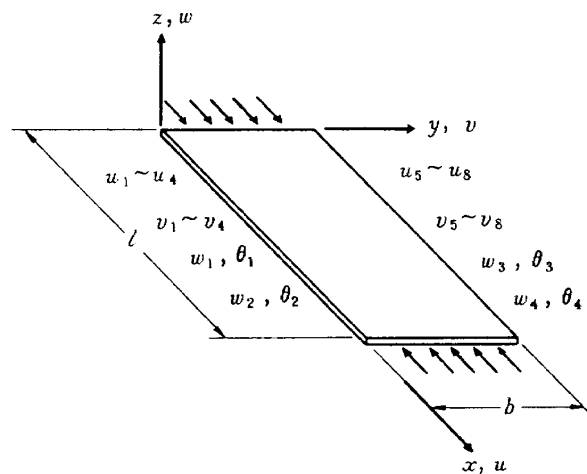


図10 帯板要素

$$u = [Y_1(1-\xi), Y_1 \cdot \sin(2\pi\xi), Y_1 \cdot \sin(4\pi\xi), Y_1 \cdot \sin(6\pi\xi)]\{\delta_u\} \dots\dots\dots (1)$$

$$v = [Y_1, Y_1 \cdot \cos(2\pi\xi), Y_1 \cdot \cos(4\pi\xi), Y_1 \cdot \cos(6\pi\xi)]\{\delta_v\} \dots\dots\dots (2)$$

$$w = [Y_2 \cdot \sin(\pi\xi), Y_2 \cdot \sin(3\pi\xi)]\{\delta_w\} \dots\dots\dots (3)$$

ここで

$$Y_1 = [(1-\eta), \eta]$$

$$Y_2 = [(1-3\eta^2+2\eta^3), (\eta-2\eta^2+\eta^3)b, (3\eta^2-2\eta^3), (-\eta^2+\eta^3)b]$$

$$\xi = x/l, \quad \eta = y/b$$

$$\{\delta_u\} = \{u_1, u_5, u_2, u_6, u_3, u_7, u_4, u_8\}$$

$$\{\delta_v\} = \{v_1, v_5, v_2, v_6, v_3, v_7, v_4, v_8\}$$

$$\{\delta_w\} = \{w_1, \theta_1, w_3, \theta_3, w_2, \theta_2, w_4, \theta_4\}$$

前報告の帯板要素は一"節点"あたり、 $u, v, w$  共に節点パラメータ2ヶを使用して6自由度 (STRIP-6) であったが、今回の要素は一"節点"あたり12自由度 (STRIP-12) である。

式(1)~(3)の変位関数を用いて有限変形弾塑性問題に関する有限要素定式化を行ない、増分計算法に必要な接線剛性マトリックス等を求める(付録A参照)。

材料特性曲線の近似

弾塑性解析で必要となる材料のひずみ硬化率  $d\sigma/d\varepsilon^p$  は相当応力の増加にともない連続的に変化する 경우가多いが、大きな塑性ひずみの領域まで扱おう計算では計算の手間を軽減するために、応力-ひずみ曲線を二直線あるいは多直線で近似することが一般に行なわれている。補強板のクリッピングの場合は比較的少ない塑性ひずみの範囲内で最大荷重に達することが多く、塑性変形が生じる近傍の応力-ひずみ曲線を滑らかな曲線で近似することが必要である。

アルミニウム合金のように比較的滑らかな応力-ひずみ曲線に対していくつかの曲線表示法が提案されているが<sup>(8)(9)</sup>、一般性があり、与えられた点を必ず含むこと

ができる次のような方法を採用した。すなわち、まず多直線近似の場合と同様に曲線上のいくつかの代表点の応力  $\sigma_i$  とひずみ  $\varepsilon_i$  を指定する(図11の白丸印)。次に各点における接線の近似値  $E_{t(i)}$  を次式で求める。

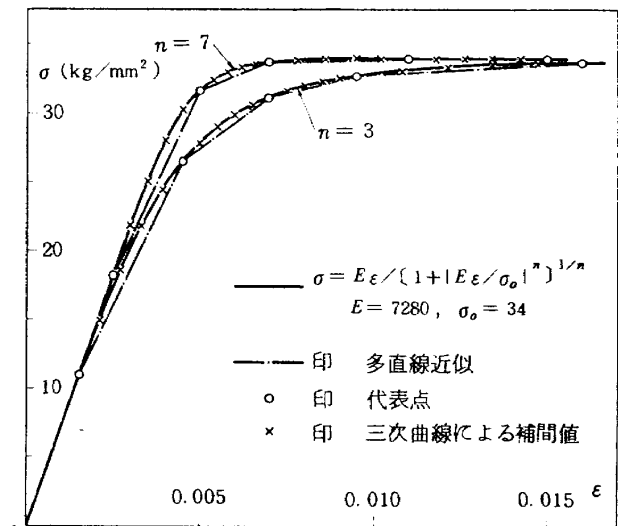


図11 応力-ひずみ曲線の近似例



$$E_{t(i)} = \tan \left[ \frac{1}{2} (\tan^{-1} A + \tan^{-1} B) \right] \dots\dots (14)$$

$$A = (\sigma_i - \sigma_{i-1}) / (\epsilon_i - \epsilon_{i-1})$$

$$B = (\sigma_{i+1} - \sigma_i) / (\epsilon_{i+1} - \epsilon_i)$$

ただし、曲線上の代表点の両側の直線と、元の曲線となす角度がほぼ等しくなるように各点を選定する。最初の点は弾性限の近くにとり、 $E_t$  はヤング率  $E$  と同じ値とする。最後の点は曲線の勾配がほぼ一定となる箇所に定め、式(14)の計算の際のダミーとして同じ勾配の直線上に一点設ける。次に、式(13)の  $Y_2$  と同じ三次多項式を用いて、応力-ひずみ曲線を区間ごとに表わす。

$$\sigma(\epsilon) = \{Y_2\} \{ \sigma_i, E_{t(i)}, \sigma_{i+1}, E_{t(i+1)} \} \dots (15)$$

ただし、この場合の  $\{Y_2\}$  は次に示すパラメータで置きかえたものである。

$$b = \epsilon_{i+1} - \epsilon_i, \quad \eta = (\epsilon - \epsilon_i) / b \quad (16)$$

この方法による曲線近似例を図11に示す。ここでは、元の曲線として次式の応力-ひずみ曲線を使用した。<sup>(9)</sup>

$$\sigma = E\epsilon / [1 + |E\epsilon/\sigma_0|^n]^{1/n} \quad (17)$$

ここで  $E$  はヤング率、 $\epsilon$  は全ひずみ

$\sigma_0$  は最高応力値、 $n$  は曲線の形状を表わす指数  
 今の例では比較的ゆるやかな曲線 ( $n = 3$ ) と急な変化をする曲線 ( $n = 7$ ) について、それぞれ白丸印の点を代表点にとった。図中の実線は式(17)を表わし、×印は式(14)~(16)による補間値を示す。

平板の比較計算例

まず最初に、周辺単純支持の正方形板が圧縮荷重を受ける場合の弾性変形に関して今回の12自由度帯板要素を用いた解析を行ない、前回の6自由度帯板要素ならびに他の解法による収束解<sup>(7)</sup> (ほとんど正解と考えられる) との比較を行なった。

図12には荷重  $P$  と板中央のたわみ  $w_c$  との関係を無次元量で示す。Case (a) は側辺の面内変形が自由な場合であり、Case (b) は変形後も側辺が直線を保持する場合である。Case (b) では12自由度要素による解が収束解とほとんど一致しており、Case (a) では若干改善されているが荷重が大きくなると収束解と離れてくる。

図13には荷重  $P$  と荷重方向縮み  $u$  との関係を無次元量で示す。縮みに対しても Case (b) の場合は、12自由度要素は著しく改善された結果を示している。Case (a) の場合もかなり改善されてはいるが収束解との差が大きい。

しかしながら、実際の補強板構造では Case (a)、すなわち、単純支持された両側辺の面内変形が自由であるような状態で使用されることはほとんどない。スチフナ間のパネルは Case (b) とほぼ同じであり、L型あるいはT型断面などのスチフナでは、コーナ部が Case (b) に近く

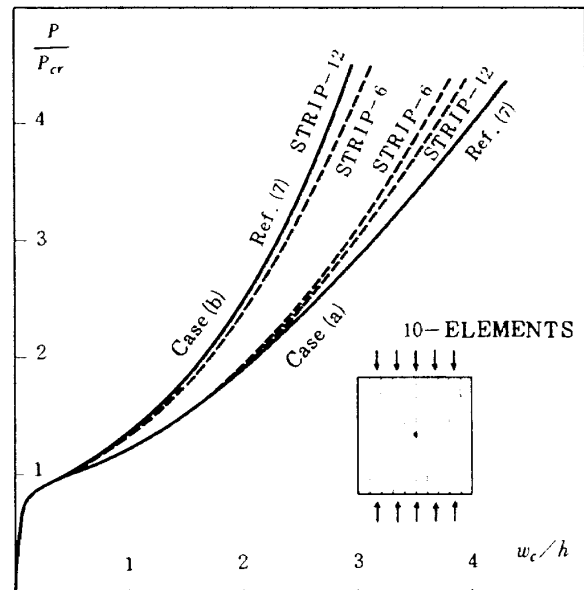


図12 単純支持正方形板の荷重-たわみ曲線

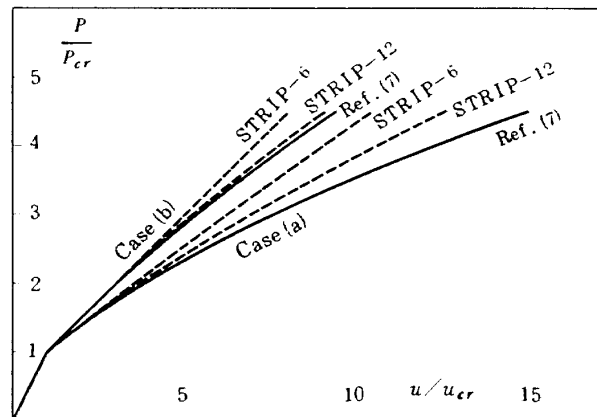


図13 単純支持正方形板の荷重-縮み曲線

他の側辺は変形が自由である。このような場合に対する計算結果を次に示す。

図14は荷重と自由辺の中央のたわみとの関係を無次元量で表わしたものである。実線は長方形要素 (RECT) を用いた通常有限要素解であり、前報告の例から見てほぼ収束解に近い値を示していると考えられる。図15は荷重と縮みとの関係をプロットしたものである。両端単純支持の正方形板の場合と同様に、たわみの計算値は比較的精度が良く、縮みに関しては荷重が大きくなると精度が落ちてくるが、前の Case (a) と較べてかなり良好な結果を示している。

最後に単純支持の正方形板 (Case (b)) が圧縮荷重を受けて最大荷重に達するまでを有限変形弾塑性解析で計算した結果を示す。図16は材料の降伏応力よりもかなり低い応力で弾性座屈が生じる場合について、荷重と板中央

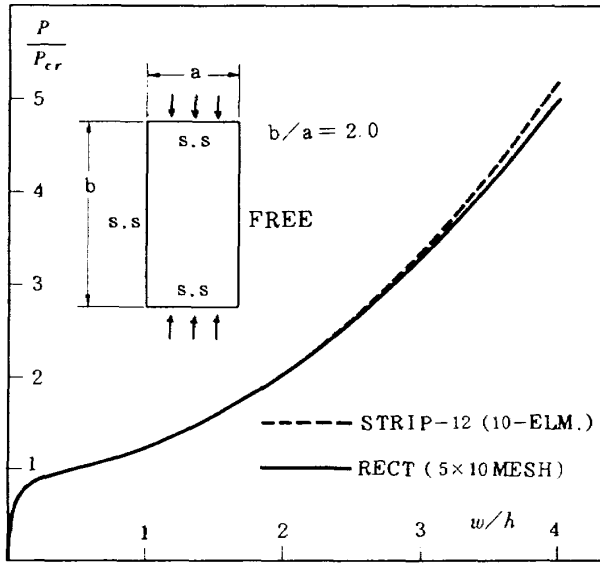


図14 一辺自由，三辺単純支持長方形板の荷重—たわみ曲線

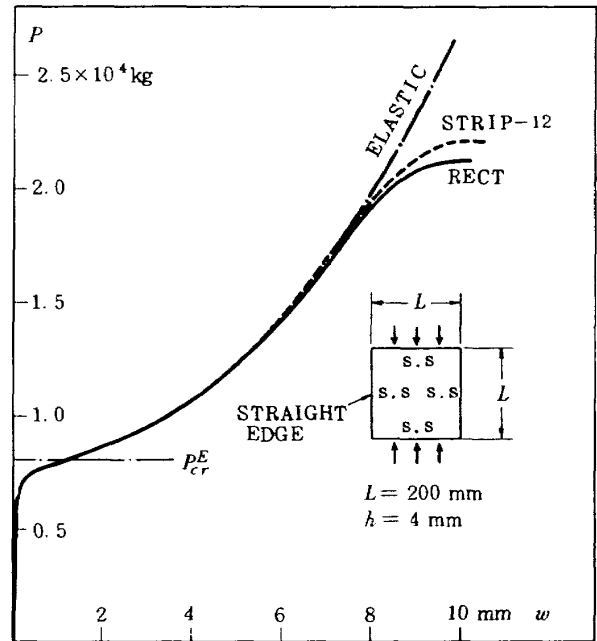


図16 弾塑性解析の荷重—たわみ曲線 ( $\sigma_{cr}^E < \sigma_{yield}$ )

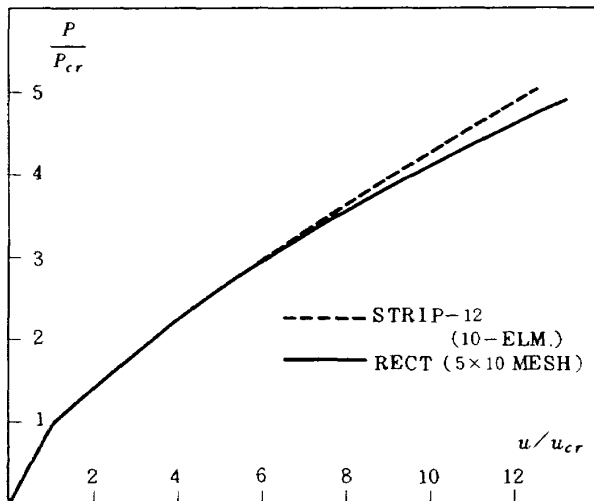


図15 一辺自由，三辺単純支持長方形板の荷重—縮み曲線

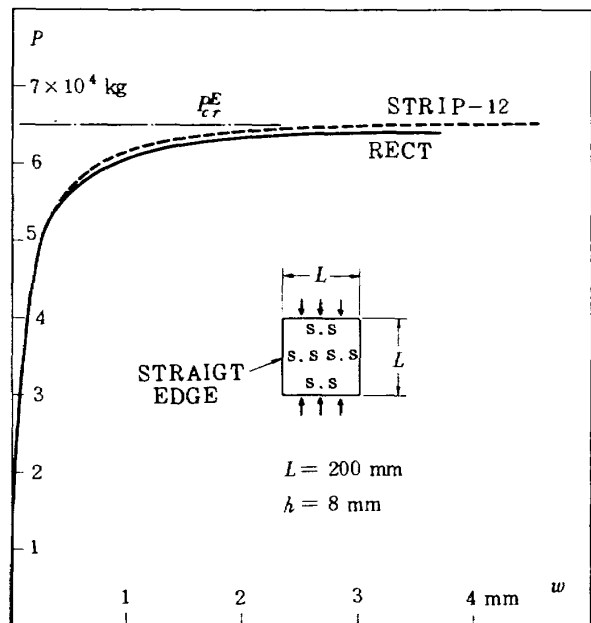


図17 弾塑性解析の荷重—たわみ曲線 ( $\sigma_{cr}^E \approx \sigma_{yield}$ )

のたわみとの関係を示したものである。弾性変形の場合、この程度の荷重範囲では長方形要素 (RECT) と12自由度帯板要素 (STRIP-12) とがほとんど同じ値を示したが、塑性変形が生じる最大荷重近傍では次第に差が生じ、最大荷重で約3.8%帯板要素の方が高い値になっている。この原因としては、12自由度帯板要素でも荷重方向の縮みが若干小さいこと (図13の Case (b))、塑性変形に伴うたわみ波形が弾性変形の場合と若干異なることなどが考えられる。

図17は材料の降伏応力と弾性座屈応力とが同程度の厚板の場合であって両者の計算結果がほぼ一致している。このような厚板では最大荷重近傍でも、荷重方向に垂直

な横断面上の板厚方向平均応力の分布がほぼ一様であり、幾何学非線形の影響がわずかである。この計算に使用した材料の応力—ひずみ曲線の代表値を表3に示す。

#### 2.4 補強板の有限要素解析

前述の実験に用いた三種類の補強板について12自由度帯板要素による解析を行なった。図18にTYPE-1の補強板の要素分割図を、図19にはTYPE-2およびTYPE-3の補強板の要素分割図をそれぞれ示す。板およびスチフナ共に帯板要素でモデル化した。TYPE-3に使用

表 3 正方形板の弾塑性解析に用いた材料特性

$\sigma$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$\epsilon$
42	0.006
46.7	0.007
48.2	0.008
49.0	0.010
50.0	0.020
50.7	0.030

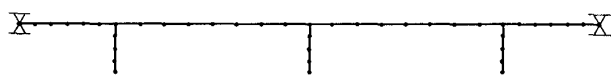


図 18 TYPE-1 補強板の要素分割図 (40 要素)

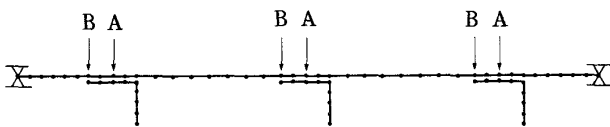


図 19 TYPE-2 および TYPE-3 補強板の要素分割図 (64 要素)

(TYPE-2 は板とスチフナ・フランジを A 点で“ピン結合”し, TYPE-3 は A 点および B 点で“ピン結合”する。)

されている厚肉の L 型断面スチフナはフランジの板厚にゆるいテーパがついているが (図 1 参照), 解析モデルでは要素内の平均板厚を用いて, 各要素内では一定値に置きかえた。

#### 境界条件

L 型断面材のコーナ部および, TYPE-1 における板とスチフナの結合部のように板が直交する箇所は変形後も直線を保持するものとし, この点に関する節点パラメータ (変位) の内,  $w_i$  (2 個) および  $\cos(n\pi\xi)$  項に対する  $v_i$  (3 ケ) を拘束した (式(12), (13)参照)。また, 座屈前の一様圧縮を受ける線形解析において, 荷重方向の応力だけが生じるように, 面内変位  $v$  は剛体変位だけを拘束し, ポアソン比の影響による変形を束縛しないようにした。

負荷方法は実験の場合と同様な平押し圧縮とするために, 各節点の荷重方向変位が負荷部で一定となるようにした (式(11)の第一項に対応する節点パラメータ  $u_i$  の値を全節点共に等しく置く)。いくつかの節点に関して特定の変位成分が等しい値を持つと云う条件を課すための

計算手法はいくつかあるが, 今回は方程式の解法に“バンド法”を使用しているため, バンド巾に影響のない“境界要素”を用いる手法を採用した。この手法は該当する変位成分に対応する剛性係数に較べて非常に剛性の高い棒要素で節点間を結合することによって上記の条件を実用的な計算精度の範囲で満たさせるものである。したがって, 万能試験機の圧盤を介して供試体に圧縮荷重を作用させる実験法とかなり類似している方法である。

#### リベット結合部の扱いかい

リベット結合されている板とスチフナ・フランジとは座屈変形の進行と共に両者の変形に差が生じてくる。特に L 型材などのコーナ部は, 座屈後もほとんど直線を保持しているため, 板とスチフナとの間に局部的なギャップが生じてくる。ギャップの大きさ等はリベットの配列形式, ピッチ, リベット径, 材質等に関係するので, 厳密にはリベットも含めた接触問題を扱かわねばならず, これを忠実に実行することは計算時間だけを考えても実用問題の場合は無理である。そこで今回の解析では最も簡単なモデルとして, リベット結合部をピン結合 (結合点のたわみだけが同じ値を持つ) に置きかえる方法を採用した。TYPE-2 の補強板は一行のリベット結合なので一本 (荷重方向に沿った一本の線) のピン結合とし, TYPE-3 では二行千鳥なので二本のピン結合とした (図 19 参照)。また, ピン結合モデルは実際のリベット結合に較べてゆるい結合と考えられるため, 剛な結合モデルとして, 板とスチフナ・フランジとの接触面がすべて結合されている場合についても解析を行なって, 前者の結果と比較した。

#### 数値解析手順

補強板の圧縮座屈では, 一般に荷重方向に沿っていくつかの座屈波が生じる。ある程度長い補強板では荷重の増加に伴って全体座屈モードと局部座屈モードとの連成が生じたり, 板が薄い場合には二次座屈が生じる可能性もある。ここではクリッピングによって破壊するような短い補強板を扱かうので, 初期座屈モードと同じモードのまま最終的なクリッピングに至るものと仮定する。ここで使用する 12 自由度帯板要素は荷重方向に対して  $\sin$  波の半波および 3 半波を含んでいるが, 3 半波の項は非線形解析の精度改善の目的で導入したものであって, この帯板要素の基本的な解析領域は荷重方向の半波である。したがって, 解析手順として, まず最初に対象となる補強板の全長  $L$  を座屈半波にとった場合の座屈計算 (固有値計算) を行ない, この後, 順次  $L/2, L/3, \dots, L/n$  を座屈半波にとった場合の座屈荷重を求めてゆき, 最小の座屈荷重を与える場合の座屈半波長  $l$

$= L/n$  を決定し、これをその後の非線形解析の領域とする（今回の補強板に関しては、いずれの場合も  $n=2$  が最小値を与えた）。

非線形解析は、有限要素法で一般的に採用されている荷重修正を含む増分法<sup>(7)</sup>によって行なった。

この際、微小な初期変形を与える方法を用いるが、それには前述の座屈計算で求めた座屈モードを使用し、最大初期たわみが板厚の  $1/100$  になるようにスケールした。荷重増分のきざみも座屈応力を基準にとり、弾性計算による座屈応力が材料の降伏応力よりも低い場合は弾性座屈応力の  $1/10 \sim 1/20$  に対応する大きさとし、弾性座屈応力が降伏応力よりも高い場合は材料の降伏応力の  $1/10 \sim 1/20$  に対応させた。

#### 計算結果

（TYPE-1：一体構造）

板およびスチフナ中央部のたわみ-荷重曲線を図20に示す。最大荷重点における横断面上の変形と応力分布を図21に示す。板およびスチフナ外表面のひずみと荷重の関係を図22に示す。最大荷重は 49,110 kg であり、実験値の平均値との差は -3.9% であり良好な一致を示している。この補強板は切削加工による一体構造であり、解析モデルと実構造との差異が少なく、かつ、最大荷重に達するまでの幾何学非線形性が少ない厚肉構造なので、この程度的一致が得られた。計算値が実験値を若干下回

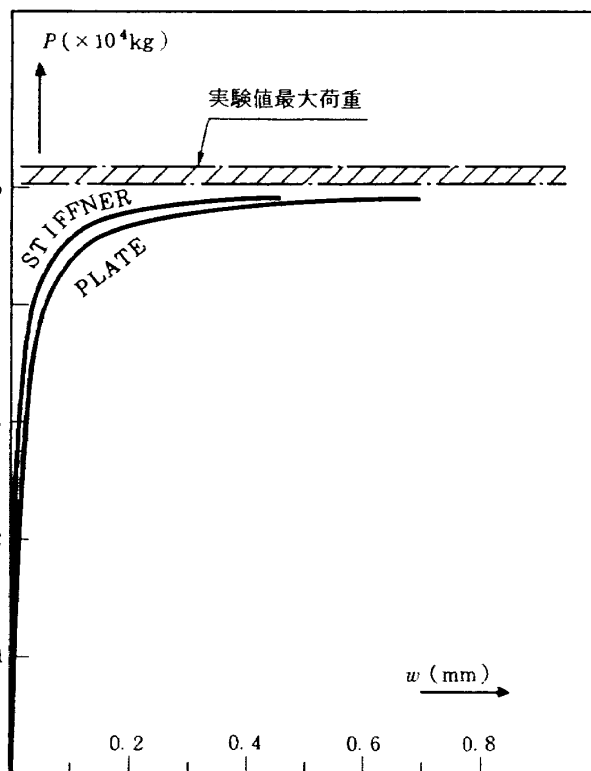


図20. TYPE-1の荷重-たわみ計算結果

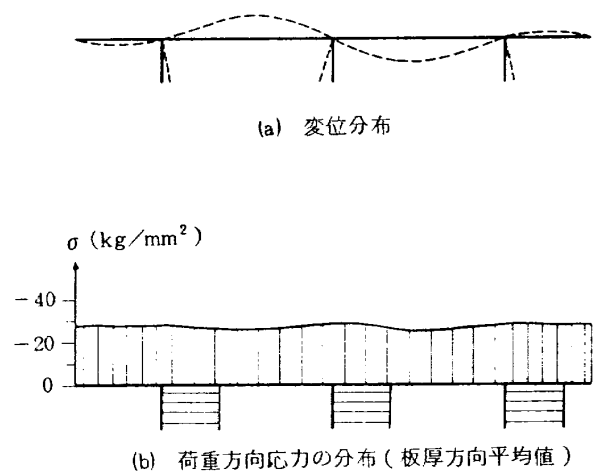


図21. TYPE-1の変位および応力分布

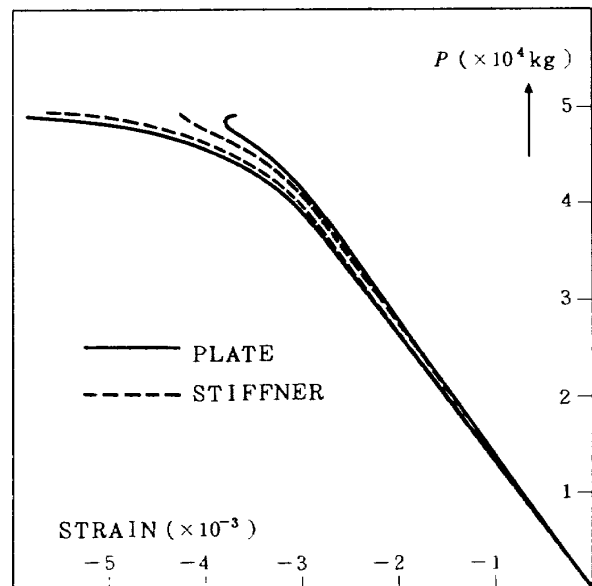


図22. TYPE-1の荷重-ひずみ計算値

った理由としては次のような点が考えられる。すなわち厚板の圧縮強度の計算値は一般に初期たわみの大きさと関係があり、初期たわみが増大すると圧縮強度が低下すること、解析では荷重端で単純支持を仮定しているが、厚板の平押し実験では若干の拘束が生じると思われることなどが考えられる。

（TYPE-2：一列リベット結合）

たわみ-荷重曲線を図23に示す。ピン結合モデルの最大荷重の計算値は 18,040 kg であり、実験値の平均値との差異は -2.7% であって両者は良く一致している。一方、完全結合モデル（板とスチフナとが完全に結合されている）の計算値は 24,710 kg であり、実験値との差異は +33.3% であって計算値の荷重はかなり過大である。最大荷重時点の補強板横断面上の変形状態を図24の(a)お

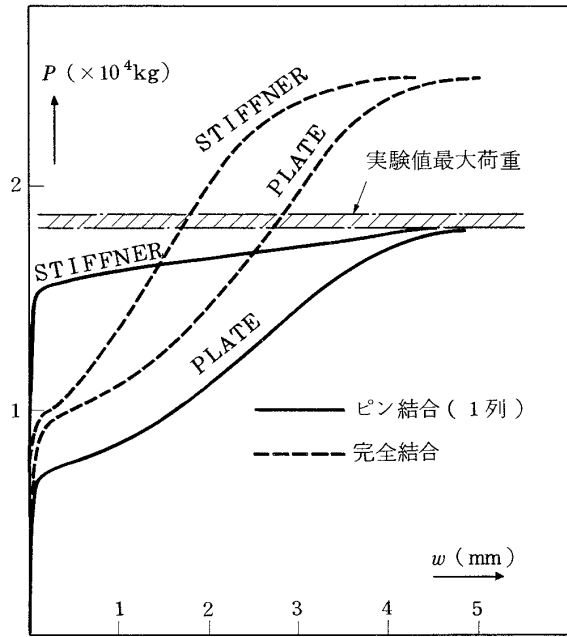
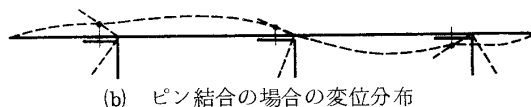


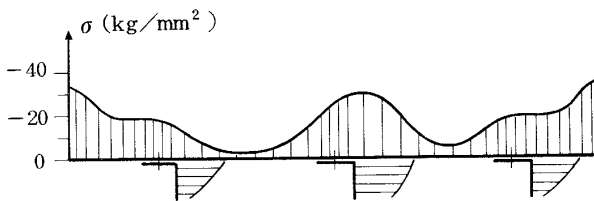
図 23 TYPE-2 の荷重-たわみ計算結果



(a) 完全結合の場合の変位分布



(b) ピン結合の場合の変位分布



(c) ピン結合の場合の荷重方向応力の分布 (板厚方向平均値)

図 24 TYPE-2 の変位および応力分布

よび(b)に示すが、ピン結合モデルの場合は板とスチフナとの結合点で同一のたわみとなる以外に何の制約もないので、全体的な変形が完全結合モデルの場合と大きく異なっている。実際の変形ではスチフナ・フランジが外板を突き抜くようなことはないので(b)図のような状態にならず、結合部近傍では図26に示すような変形状態となるが、これは完全結合モデルよりもピン結合モデルの変形に近いと考えられる。

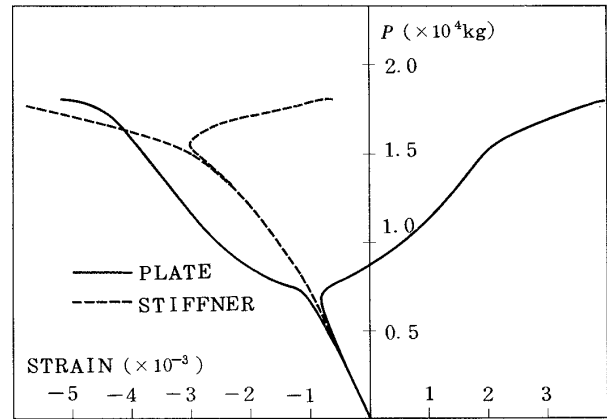


図 25 TYPE-2 の荷重-ひずみ計算値 (ピン結合の場合)

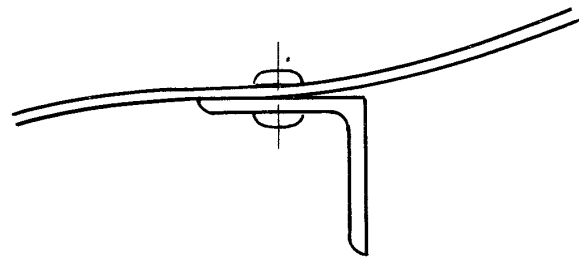


図 26 結合部の変形状態

板とスチフナの変形の違いに着目すると、図23に示されているように、完全結合モデルの場合は板とスチフナが同時に初期座屈を起こし、その後の荷重増加とともに両者共にたわみが単調に増大してゆき、弾塑性変形が生じて最大荷重に達する。一方、ピン結合モデルの場合は、まず最初に板の座屈変形が進行し、この間スチフナのたわみは極くわずかしき増加せず、弾塑性変形が生じる時点になって急激な変形の増加が始まり、最大荷重に達する。このような挙動はひずみの実験値(図4)およびひずみの計算値(図25)にも現われており、TYPE-2 補強板のような一列リベット結合の場合はピン結合モデルが良好な近似を与えることを裏づけている。

(TYPE-3: 二列リベット結合)

たわみ-荷重曲線を図27に、最大荷重における変形および応力分布を図28に、荷重-ひずみ曲線を図29にそれぞれ示す。ピン結合モデルの最大荷重の計算値は 28,800 kg であり、実験値の平均値との差異は -6.3% である。完全結合モデルの計算値は 32,030 kg であり、実験値との差異は +4.2% である。荷重-たわみ曲線をみると、ピン結合モデルの方が板とスチフナのたわみの差が大きく計算されているが、TYPE-2 (一列リベット)の結果ほど顕著ではなく、二列リベットのときのピン結合モデルと完全結合モデルの計算結果は傾向が類似している。

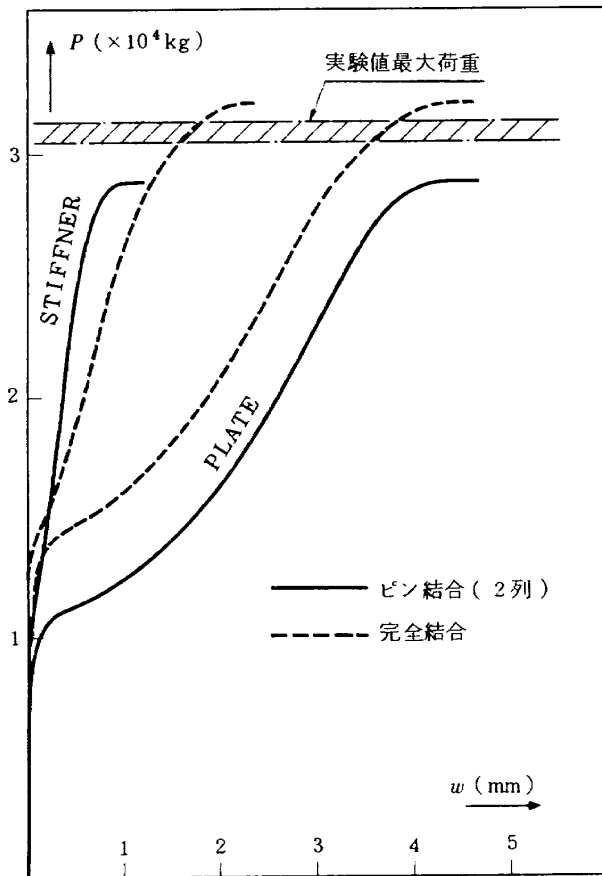


図 27 TYPE-3 の荷重-たわみ計算結果

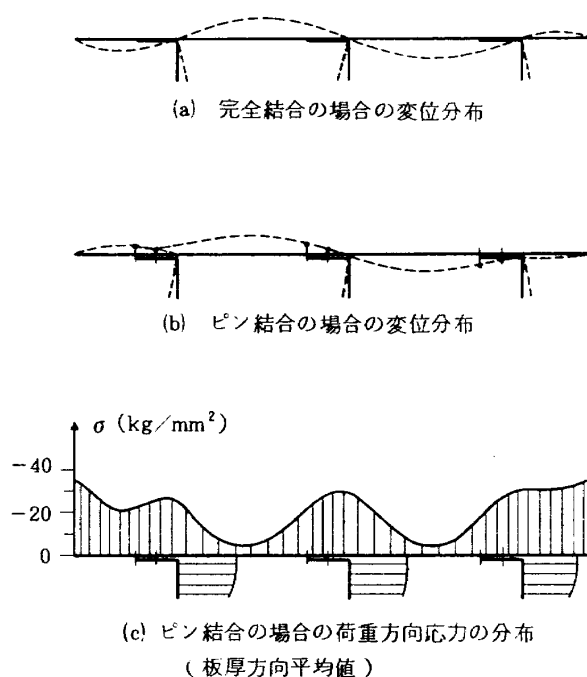
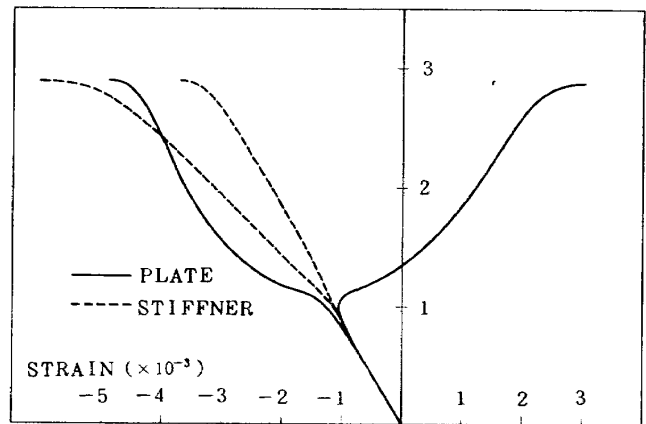


図 28 TYPE-3 の変位および応力分布

図 29 TYPE-3 の荷重-ひずみ計算値  
(ピン結合の場合)

ただし、TYPE-2とTYPE-3 とではスチフナの寸法が異なること、両者共にL型断面のスチフナであることなどから、一般の場合に対しては更に調べる必要がある。最大荷重に関しては完全結合モデルの方が実験値との差が小さいが高めの値を与えているので、安全側の値を得るためにはピン結合モデルの方が適当であると考えられる。

### 3. 全体座屈強度

細長比がある程度以上大きい補強板 (long-panel) では細長比や板厚などの寸法比により、局部座屈を起こさずに補強板全体の Euler 座屈による崩壊、板が局部座屈を起こした後の全体座屈による崩壊、あるいは板の局部座屈後の弾塑性座屈による崩壊などが最大圧縮強度を与える。細長比の小さい補強板から大きい補強板の範囲にわたってこれらの挙動を厳密に解析することは容易でなく、実用計算では Johnson-Euler タイプの式が使用されている。本報告では、一体構造の補強板に関する有限要素法による解析、および2節で述べた帯板要素を用いる簡易解析の結果を、従来の実用計算式と比較した。

#### 3.1 解析法概要

##### 長方形要素 (RECT) による解析

図30(a)に示すような無限巾の補強板の圧縮座屈強度を解析する。構造形状の周期性と変形の周期性を考慮して、図(a)の鎖線で区切られた領域をとり出す。更に、計算時間の短縮のために、荷重方向の局部座屈波数が奇数となる寸法比の場合に限定し、図(b)に示すような領域について解析を行なった。ここで使用した要素は、前報告<sup>(7)</sup>で扱った長方形要素 RECT と同じものであり、この程度の要素分割でも比較的良好な解が得られることが予想されている。

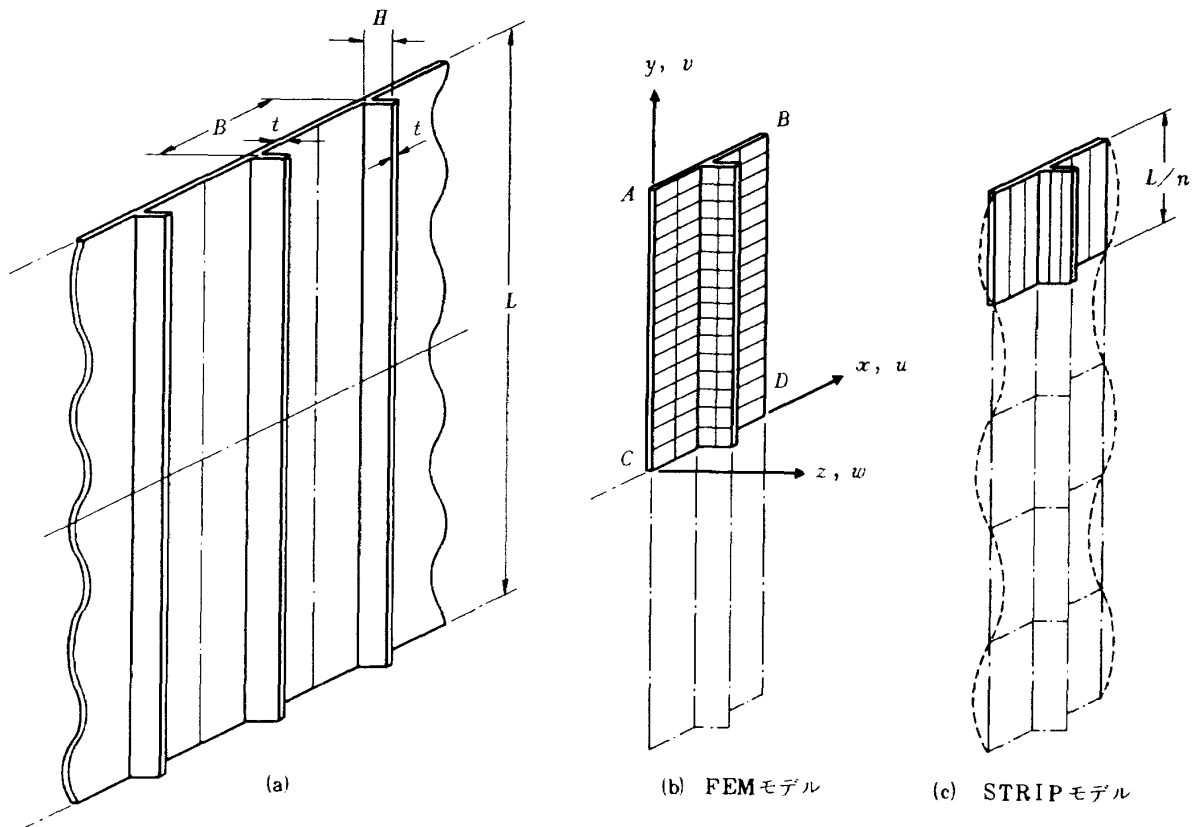


図 30 補強板の解析モデル

境界条件：平押し圧縮を想定し，上端 A-B では面内変位  $v$  が一様である単純支持とした。すなわち，外板では  $w = 0$ ，スチフナでは  $u = 0$ 。側辺 A-C および B-D では対称条件から， $\partial w / \partial x = \partial^2 w / \partial x \partial y = 0$ ，および側辺に垂直な変位  $u$  を一様とした。C-D 断面上では， $v = 0$ ，および対称条件から，外板は  $\partial w / \partial y = \partial^2 w / \partial x \partial y = 0$ ，スチフナは  $\partial u / \partial y = \partial^2 u / \partial y \partial z = 0$  とした。数値計算は前述と同様に荷重修正増分法で行なった。初期たわみには初期座屈モードを用い，最大初期たわみを板厚の  $1/100$  とした。

#### 帯板要素 (STRIP) による解析

図 30(c) に示すように，荷重方向座屈波の半波領域に対して，前述のクリッピング強度解析の場合と同様な計算を行なうと共に，全体座屈荷重を求める。すなわち，STRIP 要素を用いた非線形計算を荷重修正増分法で行なう際に，各荷重ステップにおいて，外板およびスチフナの平均的な接線剛性を  $E_t = \Delta \bar{\sigma} / \Delta \bar{\epsilon}$  によって計算し，柱の弾塑性座屈に関する Tangent Modulus 説と同様に  $P_{cr} = C \pi^2 E_t I / L^2$  の荷重で全体座屈が生じるものと仮定する。ここで， $C$  は補強板を柱に置きかえた場合の端末係数であって，平押し圧縮の場合は  $C = 4$  程度の値となる (文献(1), (2)などに示されている平押し圧縮実験の結果では  $C$  の値を約 3.75 と推定している)。

$E_t I$  は補強板の曲げ剛性であって，一般には荷重の増加に伴ない外板と補強材の  $E_t$  が異なってくるので，中立軸の位置の変化を考慮してその都度計算する。

本来は，与えられた補強板長  $L$  に対する局部座屈半波長 ( $L/n$ ) について上記の計算を行ない，補強板に作用する荷重  $P$  と全体座屈荷重  $P_{cr}$  とが等しくなる時の荷重を求めるのであるが， $L$  の変化に対する  $P_{cr}$  の傾向を効率よく調べる目的で次のような簡略化を用いた。局部座屈半波長は  $L$  が変わると若干変るが，ほぼスチフナ間隔  $B$  に等しいので， $B$  を中心とした三種類の長さに対する局部座屈荷重を計算し，この結果を二次曲線で近似して最小座屈荷重を与える長さを求め，これを各  $L$  に対して共通に適用する。更に，各荷重増分ステップにおいては， $P_{cr}$  を直接に求めずに，その時点までに作用している荷重  $P$  を  $P_{cr}$  と等しく置き，これに対応する  $L$  を逆に求める。すなわち， $L = \sqrt{P / (C \pi^2 E_t I)}$ 。

このようにすると，一回の非線形解析で各  $L$  と  $P_{cr}$  との関係および最終的なクリッピング強度を計算することができる。

#### Johnson-Euler の式<sup>(6)</sup>

$C = 1$  の場合に次式で表わされる。

$$\bar{\sigma}_c = \sigma_{crip} \left[ 1 - \frac{\sigma_{crip}}{4\pi^2 E} \left( \frac{L}{r} \right) \right],$$

$$L/\tau \leq \sqrt{2\pi} \sqrt{E/\sigma_{crip}} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\bar{\sigma}_c = \pi^2 E / (L/\tau)^2,$$

$$L/\tau \geq \sqrt{2\pi} \sqrt{E/\sigma_{crip}} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 $\bar{\sigma}_c$  は全体座屈荷重に対応した平均応力、 $\sigma_{crip}$  はクリップリング応力、 $\tau = \sqrt{I/A}$  は断面の回転半径、 $E$  はヤング率を表わす。

3.2 数値計算結果の比較

$B = 100 \text{ mm}$ ,  $H = 25 \text{ mm}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  の断面寸法の場合について数値計算を行なった。この補強板では外板の局部座屈半波長 ( $L/n$ ) がスチフナ間隔  $B$  にはほとんど等しいので、RECTによる解析では、 $L = 300, 500, 700$ , および  $1200 \text{ mm}$  の長さの場合を扱い、STRIPによる解析では  $L/n = 100 \text{ mm}$  について計算した。

図31に RECTで解析した荷重-たわみ曲線の代表的な例を示す。縦軸の荷重は柱としての弾性座屈荷重 (Euler 座屈荷重)  $P_E$  で無次元化してある。 $L = 500 \text{ mm}$  の場合は、 $P/P_E \approx 0.25$  でまず外板の局部座屈が生じ、荷重の増加に伴って外板のたわみが増大してゆくが、スチフナはほとんどたわみを生じない。 $P/P_E \approx 0.6$  に荷重が達すると外板およびスチフナ共にたわみが急激に同方向に増加して Euler 座屈を生じて崩壊する。図中の実線は弾性解析、点線は弾塑性解析に対応する結果をそれぞれ示す。材料特性は表3に示すものと同じである。ここで注目すべきことは、最大荷重に達する直前までは Euler 座屈モードの変形がわずかであって、局部座屈モードの変形が優勢であり、前述の Tangent Modulus 説の適用がそれほど無理ではないと考えられることである。一方、 $L = 1200 \text{ mm}$  の場合は、外板およびスチフナ共に最大荷重に達する近くまではほとんど変形が生じず、最大荷重は Euler 座屈荷重とはほぼ一致している。

図32には STRIPで解析した場合の平均応力  $\bar{\sigma}$  と平均ひずみ  $\bar{\epsilon}$  との関係を示す。図33には各種解析法による最

大平均圧縮応力  $\bar{\sigma}_c$  と補強板の長さ  $L$  との関係を示す。 $L$  の短い領域および  $L$  の長い領域では、有限要素解析、接線係数による計算値、Johnson-Euler の式の三者がほぼ一致しているが、中間領域では差が生じている。後述の例に示すように、外板が先に座屈する領域に対しては有効巾を考慮した曲げ剛性を用いて Johnson-Euler の式を適用すると、中間領域におけるこれらの計算値の差が縮まる傾向になると予想される。

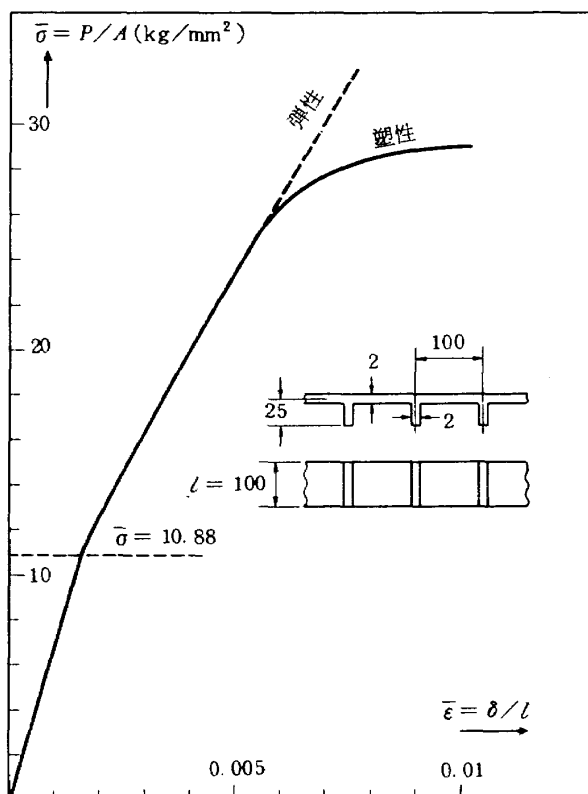


図32 圧縮を受ける補強板の平均応力と平均ひずみの関係 (材料特性は表3に示す。)

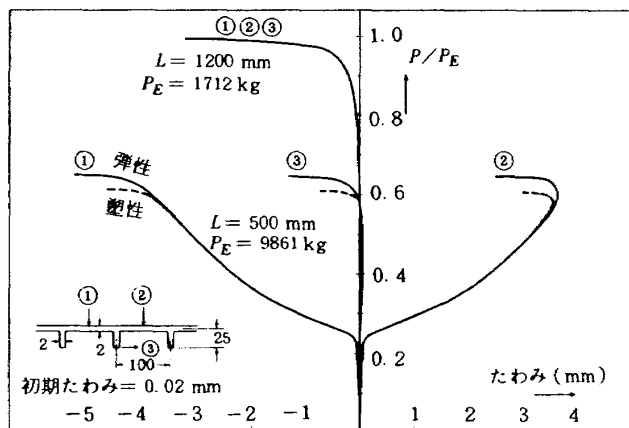


図31 補強板の荷重-たわみ曲線

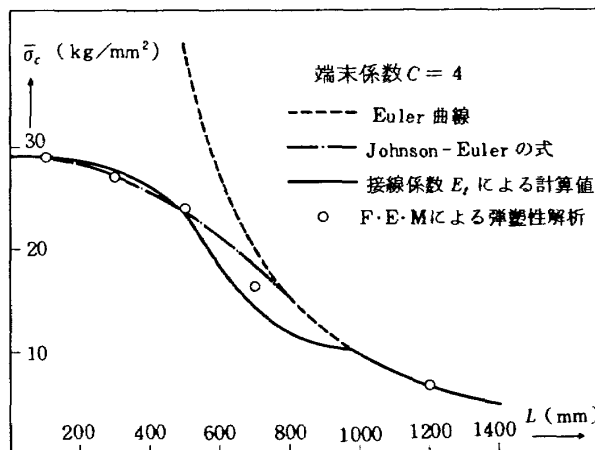


図33 補強板の圧縮強度の計算法の比較 (補強板の寸法形状は図31と同じ。材料特性は表3に示す。)



3.3 Z型断面スチフナの付いた補強板

航空機構造ではZ型断面のスチフナを用いた補強板が広く採用されており、この種の補強板に関する実験も多く行なわれている。<sup>(1)(2)(3)</sup> これらの実験を扱った文献の内、〔1〕の文献では材料の応力-ひずみ曲線が示されているので、STRIP要素による解析と有効巾を考慮したJohnson-Eulerの式による計算を行ない、実験データと比較した。解析領域は図34に示すようにスチフナを中心とする一区隔とした。Z型材は断面形状が非対称なので、補強板の変形の周期性を考えると本来は二区隔を最小単位としなければならないが、計算時間を短縮するために、外板の座屈モードがスチフナ間で半波となる場合を想定し、前の例題と同様の境界条件で一区隔について解析した。文献〔1〕では外板およびスチフナの応力-ひずみ曲線がそれぞれ何通りか示されており、各々若干の差があるが、今回の解析では平均的な曲線を選び、2.3節で述べた手法が利用できるように数値化した(表4参照)。

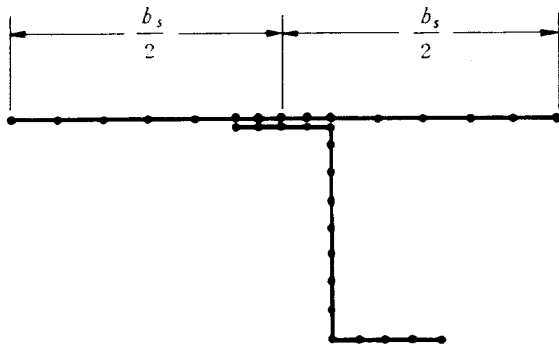


図34 補強板の解析モデル (STRIP要素)

表4 Z型材付補強板の解析に用いた材料特性

$\sigma$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$\epsilon$
22.14	0.003
26.2	0.004
28.7	0.005
31.0	0.0065
33.0	0.009
34.5	0.012
35.5	0.016
$E = 7380, \sigma_{cy} = 30.5, \nu = 0.3$	

クリッピング応力

STRIP要素による計算の他に、次に示す二つの式による計算を行なった。

Gerardの式<sup>(5)</sup>

2.2節の式(2)と同様の次式を用いた

$$\sigma_{crip} = 0.56 \cdot \sigma_{cy} \left\{ \bar{g}(\bar{t})^2 / A \sqrt{E/\sigma_{cy}} \right\}^{0.85} \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここで

$$\bar{g} = 8, E = 7380 \text{ kg/mm}^2, \sigma_{cy} = 30.5 \text{ kg/mm}^2$$

$A$  = 一区隔の断面積,  $\bar{t}$  = 補強板の平均板厚 (式(3)参照)

Yusuffの式<sup>(10)</sup>

$$\sigma_{crip} = \sigma_e (A_L + b_e t_s) / (A_L + b_s t_s) \quad \dots\dots (21)$$

ここで

$$\sigma_e = 3.8 \sigma_{cy} \left[ t_w / (b_w + b_f) (E/\sigma_{cy})^{1/3} \right]^{0.75} \quad \dots\dots\dots (22)$$

$A_L$  = スチフナの断面積

$b_e$  は外板座屈後の有効巾であって次式で与えられる

Karmanの式:  $A_L / b_s t_s > 0.4$ の場合

$$b_e = b_s (\sigma_{cr} / \sigma_e)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (23)$$

Marguerreの式:  $A_L / b_s t_s \leq 0.4$ の場合

$$b_e = b_s (\sigma_{cr} / \sigma_e)^{1/3} \quad \dots\dots\dots (24)$$

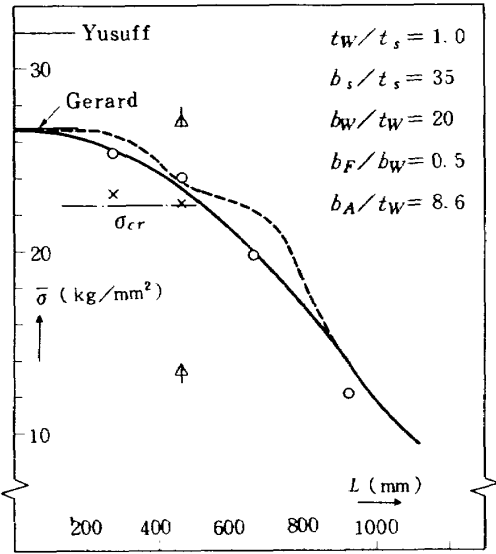
$\sigma_{cr}$  は外板の座屈応力を示す。

これらの式による $\sigma_{crip}$ の計算結果を表5および図35に示す。Yusuffは他の文献の実験値との比較を行ない、式(21)~(24)の計算式が良く一致することを示しているが、今回の計算結果によればGerardの式の計算値よりも高めの値を与える場合が多く、実験値から推定されるクリッピング応力との差が大きい。なお、Yusuffが比較計算で参照した文献には材料の応力-ひずみ曲線が示されていないので、STRIP要素による計算値との比較をすることができなかった。

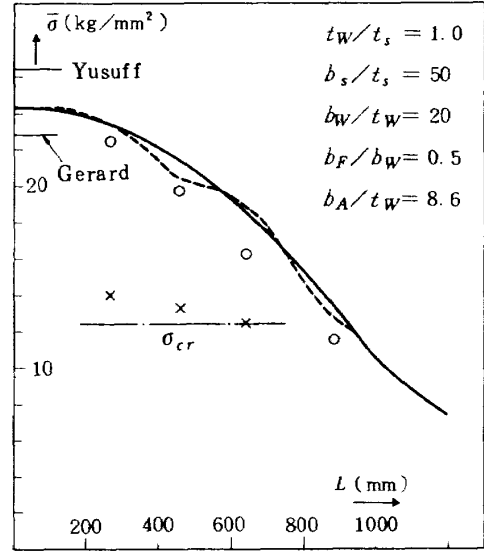
一方、今回の計算例におけるSTRIP要素の計算結果をみると、タイプ(a)および(d)はGerardの式の値とほとんど一致しており、特に(a)の場合は実験値の推定値とも良く一致している。タイプ(e)はGerardおよびYusuffの値よりもかなり低い値に計算されているが、実験値との一致は良好である。

細長比の大きい領域

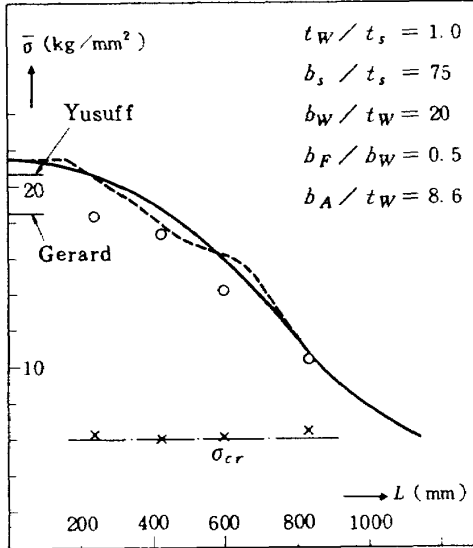
Johnson-Eulerの式を適用する際、外板が座屈する領域に対しては有効曲げ剛性 $I_e$ を各応力レベルについて求め(付録B参照)、 $\sigma < \sigma_{crip}/2$ の領域に対しては各 $I_e$ を用いた式(19)を採用し、 $\sigma > \sigma_{crip}/2$ の領域に対しては $\sigma = \sigma_{crip}/2$ における $I_e$ を用いた式(18)を採用した。STRIP要素で求めた $\sigma_{crip}$ を用いて上記の計算を行な



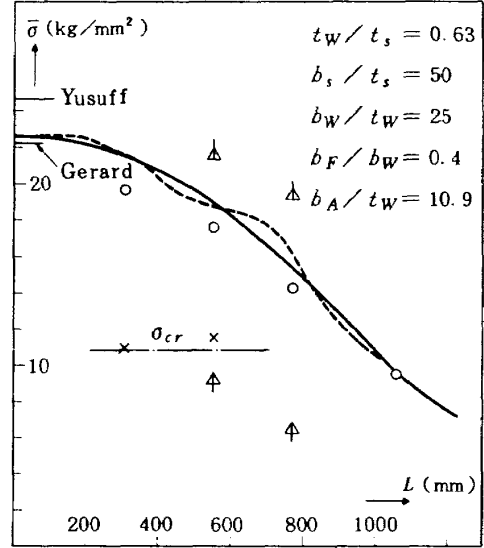
(a)



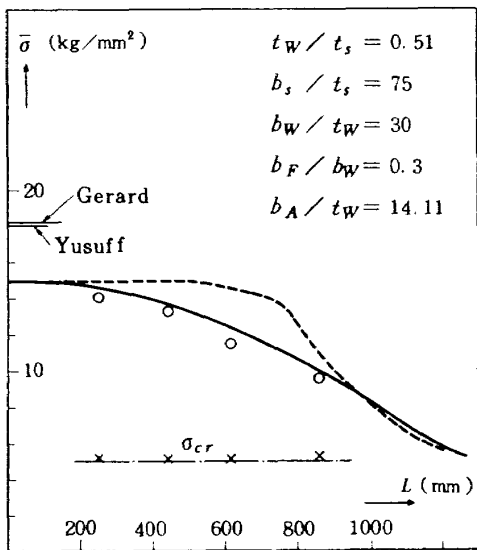
(b)



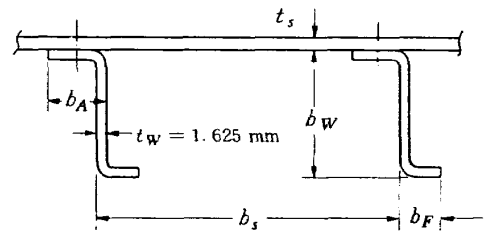
(c)



(d)



(e)



- STRIP要素で計算した  $\sigma_{crip}$  を用いた Johnson-Euler 曲線
- - - 平均接線係数を用いた曲げ剛性 ( $E_t I$ ) による計算値
- - - 外板座屈応力の STRIP による計算値
- × 外板座屈応力の実験値 (1)
- 最大荷重に対する平均応力の実験値 (1)
- △ ↑ 曲げ換り座屈応力の計算値 (11)

(f)

図 35 Z型断面補強材の付いた補強板の圧縮強度  
( 端末係数  $C = 1$  に換算した場合 )

表5 各種計算法によるクリッピング応力の値 (単位:  $\text{kg}/\text{mm}^2$ )

補強板 タイプ	STRIP	Gerard	Yusuff	
			Karman の 有効巾	Marguerre の 有効巾
a	26.6	26.7	<u>31.9</u>	33.1
b	24.3	22.8	<u>26.5</u>	29.0
c	21.4	18.5	<u>20.7</u>	24.1
d	22.6	22.2	22.0	<u>24.7</u>
e	15.0	18.3	14.6	<u>18.2</u>

(注) : Yusuff の計算式では判定基準により下線の付いた方の値が採用される。

った結果を図35に実線で示す。また、STRIP要素による非線形解析から求める接線係数を用いた計算値(3.1節参照)を点線で示す。なお、文献(1)の実験データは $C=1$ に換算して整理されているので図35もそれに合せてある。タイプ(a)および(e)はJohnson-Eulerの式と接線係数法の結果との差が大きい、他のタイプの場合は局部的な変化を除けば全体的には両者の計算結果がほぼ同様な傾向を示している。

外板の座屈応力については、実験値(×印)では補強板の長さによって若干の変化があるが、最小座屈応力を求めたSTRIP要素の計算値(鎖線)と極めて良く一致している。

一方、Z型断面材の付いた補強板の圧縮強度を、曲げ振り座屈の解析によって求める研究がなされており、<sup>(11)</sup>タイプ(a)および(d)と同一の補強板について計算値が求められているので、図35の(a)および(d)に三角印で示す。その解析ではスチフナを中心とする一区隔を取り出し、外板とZ型材とのリベット結合点を振り中心とみなす場合、およびリベット結合点からある程度離れた点を振り中心にとる場合について計算してあり、図35(a),(d)における低い方の三角印が前者の場合に対応している。これらの座屈応力は、今回参照した実験値およびJohnson-Euler式の計算値のいずれとも大きく離れているが、文献(11)でも述べているように、今回のZ型材と寸法比の異なる他の実験データに対しては数パーセントの差で一致する結果が得られている。

#### 4. まとめ

(1) 今回の実験で求めた一体構造およびリベット結合の補強板のクリッピング応力と、STRIP要素を用いた有限要素解析で求めた値は、単純なモデル化にもかか

わらずほぼ一致する結果を示した。リベット結合部は、板とスチフナ・フランジを一体としたモデルよりも、ピン結合とみなして両者の変形の拘束をゆるめたモデルにした方が最大荷重が低くめに計算され、変形状況も実験と類似の傾向を示す。

Gerardの式による計算値も実験値に比較的近い値を示すが、係数のとり方によって若干の差がある。側辺の影響を含まない中央区間に対する係数を用いた場合が今回の実験値と良好な対応を示した。

(2) 一体構造の単純な補強板の圧縮強度を、クリッピングの生じる細長比の小さい領域からEuler座屈の生じる細長比の大きい領域にわたって解析し、長方形要素を用いた一般的な有限要素解析の値がJohnson-Eulerの式の値と良く一致する結果を得た。

(3) Z型断面スチフナの付いた補強板の圧縮強度を解析し、文献に発表されている実験データとの比較を行なった。断面平均圧縮応力の実験値は細長比に対してJohnson-Euler型の分布を示している、クリッピング応力が正確に計算されれば、Johnson-Eulerの式が簡単でしかも良い近似を与える。

(4) STRIP要素を用いた補強板の局部座屈解析から得られる見かけの接線係数を使って全体座屈応力を推定する方法は、Johnson-Eulerの式よりも理論的根拠があると考えられるが、実験データとの比較ではそれほど改善された結果を示していない。

(5) 補強板の圧縮強度の推定法に関しては、Gerardの式とJohnson-Eulerの式の組合せが実用式として広く採用されているが、実験値との差が大きい場合もあるので、改善した計算法も研究されている。<sup>(10)</sup>しかしながら、補強板の寸法形状によっては依然として実験値と合わない場合があり、今後更に検討を要する。

終りに、補強板の実験に協力していただいた当研究所の安田友亮技官に謝意を表します。

#### 参 考 文 献

- 1) C.A. Rossman, L.M. Barton & C.V. Dobrowski; Compressive Strength of Flat Panels with Z-Section Stiffeners, NACA Wartime Report L-499, (1944).
- 2) W.A. Hickman & N.F. Dow; Data on the Compressive Strength of 75S-T6 Aluminum-Alloy Flat Panels with Longitudinal Extruded Z-Section Stiffeners, NACA Technical Note No. 1829, (1949).
- 3) W.A. Hickman & N.F. Dow; Data on the Compressive Strength of 75S-T6 Aluminum-Alloy Flat Panels Having Small, Thin, Widely Spaced, Longitudinal Extruded Z-Section Stiffeners, NACA Technical Note 1978, (1949).
- 4) G. Gerard; Handbook of Structural Stability Part IV—Failure of Plates and Composite Elements, NACA Technical Note 3784, (1957).
- 5) G. Gerard; Handbook of Structural Stability Part-V—Compressive Strength of Flat Stiffened Panels, NACA Technical Note 3785, (1957).
- 6) 林毅編；軽構造の理論とその応用，日科技連，(1966)。
- 7) 三本木茂夫；正方形板の座屈後解析に関する比較研究，航空宇宙技術研究所報告 TR-582, (1979)。
- 8) 中村授；アルミニウム合金における応力—ヒズミ関係の関数への近似とその応用例，住友軽金属技報，pp.208～212 (1967)。
- 9) R.M. Richard & J.R. Blacklock; Finite Element Analysis of Inelastic Structures, AIAA J., Vol. 7, No. 3, March (1969), pp. 432—438.
- 10) S. Yusuff; Buckling and Failure of Flat Stiffened Panels, Journal of Aircraft, Vol. 13, No. 3, (1976), pp. 198—204.
- 11) S. Levy & W.D. Kroll; Primary Instability of Open-Section Stringers Attached to Sheet, Journal of the Aeronautical Sciences (1948), pp. 581—591.

付 録 A

有限要素法による板の有限変形弾塑性解析を荷重修正増分法で行なう場合に必要な関係式は一般に次式で与えられる。

$$\{K\}\{\Delta\delta\} = \{\Delta P\} - \{R\} \dots\dots\dots (A-1)$$

ここで

$$K_{ij} = \iiint \left( \left\{ \frac{\partial \epsilon}{\partial \delta_i} \right\}^T [D^P] \left\{ \frac{\partial \epsilon}{\partial \delta_j} \right\} + \left\{ \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial \delta_i \partial \delta_j} \right\}^T [D^e] \{\epsilon - \epsilon^P\} \right) dx dy dz \dots\dots\dots \text{接線剛性マトリックス係数} \dots\dots\dots (A-2)$$

$$R_i = \iiint \left\{ \frac{\partial \epsilon}{\partial \delta_i} \right\}^T [D^e] \{\epsilon - \epsilon^P\} dx dy dz - P_i \dots\dots\dots \text{荷重修正項} \dots\dots\dots (A-3)$$

$P_i$ はその時点までに作用している節点荷重であり、 $\{\Delta P\}$  および  $\{\Delta\delta\}$  はそれぞれ節点荷重増分および節点変位増分である。また、 $[D^e]$  は弾性応力-ひずみマトリックス、 $[D^P]$  は塑性応力-ひずみマトリックスであり、次式で与えられる。

$$[D^P] = [D^e] - \frac{[D^e] \{ \partial f / \partial \sigma \} \{ \partial f / \partial \sigma \}^T [D^e]}{H' + \{ \partial f / \partial \sigma \}^T [D^e] \{ \partial f / \partial \sigma \}} \dots\dots\dots (A-4)$$

$$f = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2)^{1/2} \dots\dots\dots \text{降伏条件式} \dots\dots\dots (A-5)$$

$$H' = d\sigma / d\epsilon^P \dots\dots\dots \text{材料のひずみ硬化率} \dots\dots\dots (A-6)$$

平板に関する、ひずみと変位の関係式は、面内変位を  $u, v$ 、面外のたわみを  $w$ 、初期たわみを  $w_0$  とすれば次式で与えられる。

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial w_0}{\partial x}\right) - Z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial w_0}{\partial y}\right) - Z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial w_0}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial w_0}{\partial x}\right) - 2Z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \\ \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right) \right] \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (A-7)$$

上式の第一項は線形ひずみ、第二項は非線形ひずみを表わす。

付 録 B

外板が先に座屈する補強板の有効断面二次モーメント  $I_e$  の計算

(i)  $\sigma_L$  を仮定する……補強材の応力

(ii)  $b_e = \frac{2}{3} b_s (\sigma_{cr} / \sigma_L)^{1/3}$  ……外板の有効剛性巾 …… (B-1)

く  
り  
か  
え  
す  
(iii)  $\sigma_{cr}$  は外板の座屈応力  
 $P_{cr} = \pi^2 EI_e / L^2$  …… (B-2)

$I_e = I_L + h^2 (A_L t_s b_e) / (A_L + t_s b_e)$  …… (B-3)

$h$  は補強材断面図心と外板との距離  
 $I_L$  は補強材単独の断面二次モーメント  
 $A_L$  は補強材の断面積

(iv)  $\sigma_L = P_{cr} / A_e$  …… (B-4)

$A_e = A_L + \frac{3}{2} b_e \cdot t_s$  …… (B-5)

---

## 航空宇宙技術研究所報告 624号

昭和55年9月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表) ㊦182  
印刷所 株式会社 共 進  
東京都杉並区久我山5-6-17

---