

航空宇宙技術研究所報告
TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-638

ロケット地上燃焼実験時のロードセル
最大荷重と推力立上り特性の推定

工藤賢司・村上淳郎・小室智幸
石井進一・梶原堅一

1980 年 11 月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

ロケット地上燃焼実験時のロードセル 最大荷重と推力立上り特性の推定*

工藤賢司** 村上淳郎** 小室智幸**
石井進一** 梶原堅一***

Prediction of the Maximum Force Acting on the Load Cell and Thrust Transient during Rocket Motor Firing Tests

By

Kenji KUDO, Atsuo MURAKAMI, Tomoyuki KOMURO,
Shinichi ISHII and Kenichi KAJIWARA

ABSTRACT

An impulse test for a thrust stand was conducted and a mathematical model to simulate the main thrust measurement system was presented in order to predict the maximum force acting on the load cell and thrust transient characteristics during rocket motor firing tests.

An approximating expression for the maximum force acting on the load cell was obtained from the mathematical model and its results agreed well with experimental values.

The prediction of the thrust transient was made by using a mathematical model and four alternative methods, and each of their features and problems was described.

1. ま え が き

人工衛星を正確な軌道に打上げるために、ロケットモータの推力測定には高い精度が要求される。推力を高精度で計測するための必要条件の一つとして、ロケットの着火時に推力計測用ロードセルにかかる荷重のピーク値を含め、予想される最大荷重に近い計測保証許容値を有するロードセルを用いる必要がある。このために何等かの方法でテストスタンドの動特性を把握し、供試ロケッ

トモータの重量、推力立上り時間等を用いて、ロードセルにかかる荷重のピーク値をロケットモータの燃焼実験以前にあらかじめ推定する必要がある。しかしこれまで、ロードセルにかかる荷重のピーク値の簡単な推定や、実際の実験値との比較について、あまり報告がみられない。また推力の立上り特性は、飛しょう体がランチャから離れる際の姿勢の安定に影響し、ロケットの燃焼性能の重要な特性の一つとなっている。これまでの一般的燃焼実験では、推力の計測において、テストスタンド系の振動成分を除去する目的でローパスフィルタを用いるため、推力が急激に変動する推力立上り部分で正確な値を得ることはできない。フィルタを用いない場合は、テストスタンド系の振動成分が重なり、ロケット推力の立上り特

* 昭和55年9月20日受付

** 角田支所

*** 宇宙開発事業団

性を得ることは勿論困難である。直接に推力立上り特性を推定する代りに燃焼内圧より推定する方法もよく用いられる。しかし、実機用上段モータでは、モータ構造の単純化と軽量化を図る目的でイグナイタ保持具を利用して燃焼圧力取出し通路が設けられることがあり、このため、燃焼初期において、圧力検出器はイグナイタ内部の燃焼圧力を検知し、モータの燃焼圧力を検知しない。そこで燃焼室壁の歪を計測し、歪より着火時を含む燃焼初期の燃焼圧力を推定する方法が用いられている。だがこれまで燃焼初期の燃焼圧力と歪の関係を直接調べた報告はあまり見受けられない。

本報告ではロケットモータ着火時のロードセルにかかる最大荷重とロケット推力立上り特性を推定することを目的としてテストスタンドの動特性試験を行い、その結果をもとにスタンドの数学モデルを設定した。以上よりスタンド固有振動数、推力立上り時間および定常推力を与えて着火時におけるロードセル最大荷重を算出する簡単な近似式を得るとともに、その式による最大荷重の推定値と、昭和54年度に宇宙開発事業団との共同研究で行われたTT-500A型ロケットモータ燃焼実験値との比較を行った。また、設定した数学モデルを用い、同燃焼実験時の推力立上り特性を推定した。なお、推力立上り特性の推定については上記の方法以外に、電気的ローパスフィルタを介したロードセル出力を補正したもの、デジタルフィルタを用いたもの、燃焼内圧および燃焼室壁歪から推定したものもあわせて述べる。

2. 記号

2.1 本文および付録A, Bの記号

- At : ノズルスロート面積
- c : 減衰係数
- e : 自然対数の底
- ϵ_3 : 燃焼室壁歪
- F(t) : 模擬推力
- F₀ : 定常推力
- F_A : 計測主推力(ワイドバンド計測, 付録A参照)
- F_B : 計測主推力(ローパスフィルタを介したもの)
- F_B' : 主推力F_Bを補正した立上り推力
- F_C : 数学モデルを使用し, 推力F_Aから求めた立上り推力
- F_{D1} : F_Aにデジタルフィルタを作用させて求めた立上り推力(23~40Hzをカット)
- F_{D2} : F_Aにデジタルフィルタを作用させて求めた推力(30Hz以上カット)
- F_E : 燃焼室壁歪から求めた立上り推力

- F_p : ロードセルに加わる最大荷重
- F_{PC} : 燃焼内圧から求めた立上り推力
- F_Z(t) : ロードセルに加わる荷重
- f : 固有振動数
- k : バネ定数
- m : 質量
- n : 付録B(B16)式参照
- P_c : 燃焼内圧
- P_{c-1g} : イグナイタを経由して測定された燃焼内圧
- P_ε : 燃焼室壁歪から算出した推定燃焼内圧
- p : 減衰比
- s : ラプラス演算子
- t : 時間
- t_p : ロードセルに加わる荷重が最大となる時間
- t_r : 推力立上り時間
- U_r(t) : 本文(4.5)式参照
- X(s) : s平面でのx
- x : 変位
- ω : 固有円振動数($\sqrt{k/m-p^2}$)
- ω' : 固有円振動数($\sqrt{k/m}$)
- π : 円周率

2.2 付録Cの記号

- e : 自然対数の底
- Δf : 周波数分解能
- Δt : サンプルング時間間隔
- f_c : カットオフ周波数
- H(mΔf) : フィルタ関数
- i : $\sqrt{-1}$
- m : (C1)式参照
- n : (C1)式参照
- N : データサンプルング個数
- X(mΔf) : 周波数領域データ
- X'(mΔf) : フィルタリングされた周波数領域データ
- x(nΔt) : 時間領域データ
- x'(nΔt) : フィルタリングされた時間領域データ
- π : 円周率

3. テストスタンドおよび主推力方向動特性

燃焼実験時のロードセルに加わる最大荷重および計測推力データから真のロケット推力立上り特性を推定するため、簡単なテストスタンドの動特性試験を行い、その結果をもとに、テストスタンド主推力方向の数学モデルを設定した。

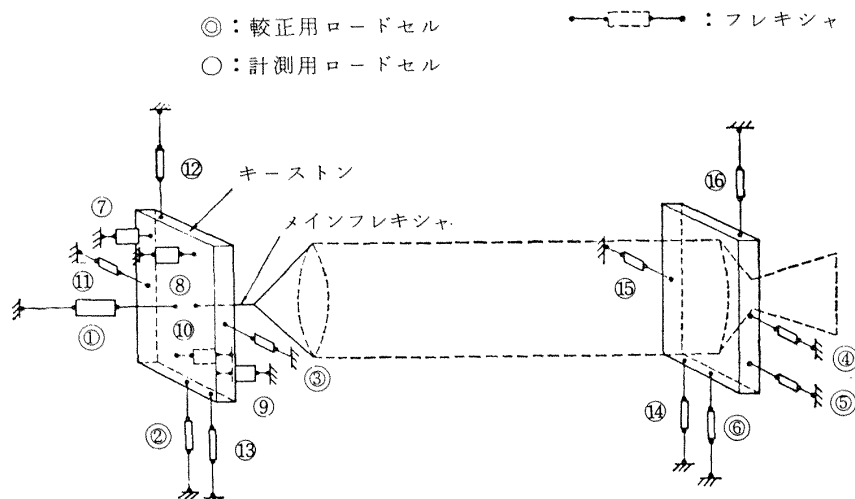


図 3.1 テストスタンドの概略

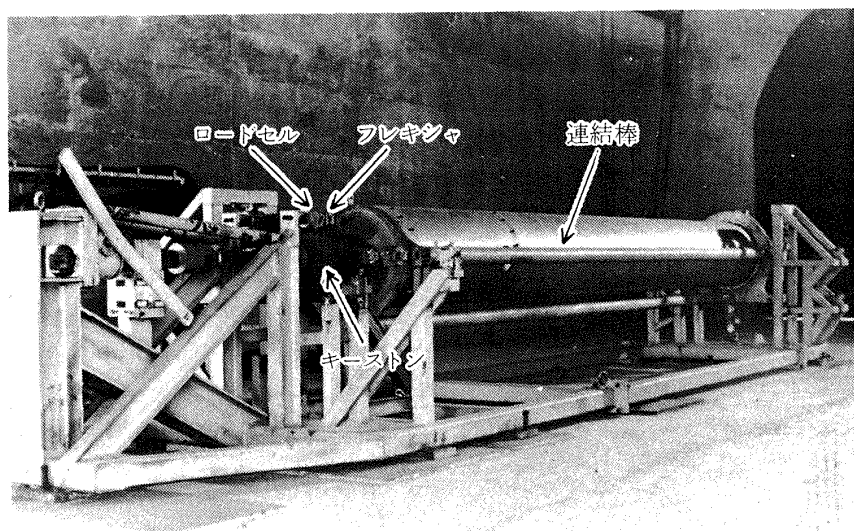


図 3.2 六分力テストスタンド(500φ用)

3.1 テストスタンドの概要^{1),2)}

テストスタンドの構造の概略およびロケットモータが据付けられているテストスタンドの写真を、それぞれ図 3.1, 3.2 に示す。

図 3.1 に示されるようにロケットモータは、ロードセルおよびフレキシャを介してスタンドに宙づりにされ、主推力、横分力と縦分力、ヨーイングモーメント、ピッチングモーメントとローリングモーメントを測定することができる。ただし、今回の試験および燃焼実験では、主推力の測定のみを行った。

主推力は、メインフレキシャ、キーストンを介して圧縮用ロードセル No.7, 8, 引張用ロードセル No.9, 10 で測定され、各ロードセルの前後にはフレキシャが接続さ

れているため、ロードセルにはその軸方向以外の力は作用しないようになっている。

主推力の校正は、あらかじめ標準荷重をもとに校正された校正用ロードセルを介して、ジャッキにより主推力方向に荷重をかけ、計測用ロードセルの出力電圧をデジタルボルトメータから読み込むことにより求める。なお、この時の標準荷重は、校正用ロードセル出力のデジタルボルトメータの読みが基準となる。表 3.1 にテストスタンドの主要諸元を示す。

型	式	: 横型, 6分力測定用
最大主推力	:	20 ton
最大縦・横分力	:	1 ton

表 3.1 テストスタンドの主要諸元

3.2 テストスタンド主推力方向動特性試験

スタンド主推力方向動特性試験方法の概要を図3.3に示す。ここでは、スタンドに設置されたダミーモータにノズル出口面に取付けたプレートを介し、重さ約200kgの鉄棒にて衝撃荷重を加えるという方法で主推力方向のインパルス荷重応答試験を行った。これによって得た計測用ロードセル出力はアナログデータレコーダに記録し、高速フーリエアナライザシステム (YHP 5451/5471) にて処理した。なお、主推力は図3.1に示されるように引張用2個、圧縮用2個の計4個のロードセル出力を合計して得られるが、試験時のロードセル各々の出力波形分析結果はほとんど同一であったため4個のうち引張用ロードセル1個の出力を試験における主推力データとした。

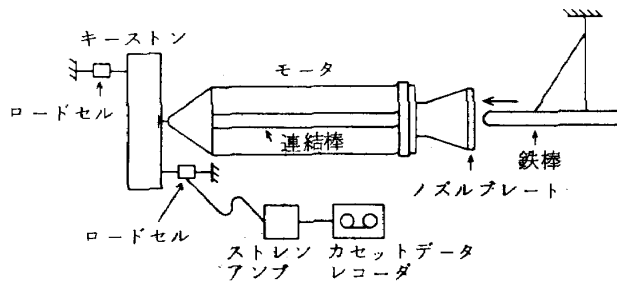


図3.3 動特性試験概要

3.3 動特性試験結果

インパルス応答試験を繰り返し数回行ったが、その各々の分析結果はほぼ同一であった。試験におけるロードセル出力およびそのパワー・スペクトル密度の代表例を図3.4に示す。これによるとロードセル出力の周波数成分は48~50Hz付近に集中していることがわかる。また、各周波数の差が小さくなり現象となって表われているが、全体としては減衰を伴う調和振動であるといえる。

3.4 テストスタンド主推力系の数学モデル

スタンドのインパルス応答は、前述のように減衰を伴う調和振動であると考えられることから、図3.5に示すような1自由度のモデルを設定し、解析を行った。

このモデルにおけるインパルス応答の運動方程式は次式で示される。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (3.1)$$

また、ロードセルに加わる荷重は

$$F_z(t) = kx \quad (3.2)$$

である。

ここで、 m は動特性試験でのダミーモータおよび他を合計した全質量で

$$m = 0.9094 \text{ kg} \cdot \text{sec}^2/\text{cm} \text{ である。}$$

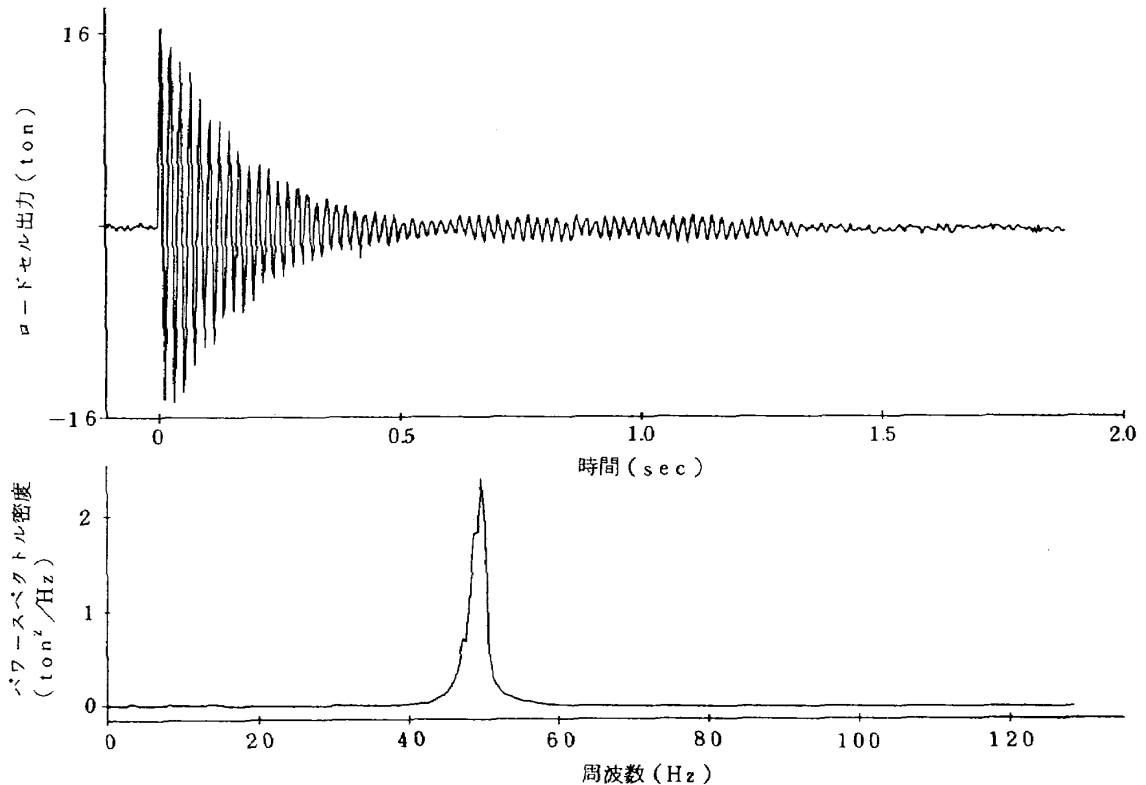


図3.4 インパルス応答試験結果

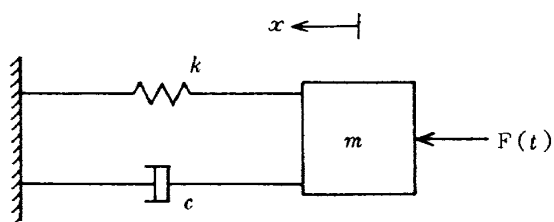


図 3.5 テストスタンドの数学モデル

また、減衰係数 c は試験結果より

$$c = 2 \rho m = 9.003 \text{ kg} \cdot \text{sec} / \text{cm} \text{ となる。}$$

ここで ρ はスタンドの減衰比で、図 3.4 の振幅の減衰曲線から求まる値である ($\rho = 4.950 / \text{sec}$)。さらに、バネ定数 k は

$$k = m (\omega^2 + \rho^2) = 8.622 \times 10^4 \text{ kg} / \text{cm} \text{ となる。}$$

ここで $\omega = 2\pi f = 307.9 \text{ rad} / \text{sec}$ である。なお、インパルス応答試験時のスタンド固有振動数 f は図 3.4 より 49 Hz とした。

したがってダミーモータを設置したテストスタンドのインパルス応答は次式で示される。

$$0.9094 \ddot{x} + 9.003 \dot{x} + 8.622 \times 10^4 x = 0 \tag{3.3}$$

上式において、約 16 ton のインパルス荷重を与えた時の解析結果を図 3.6 に示す。図 3.4, 図 3.6 からわかるように数学モデルによる解は試験時のインパルス応答波形とほぼ一致していることが確認された。

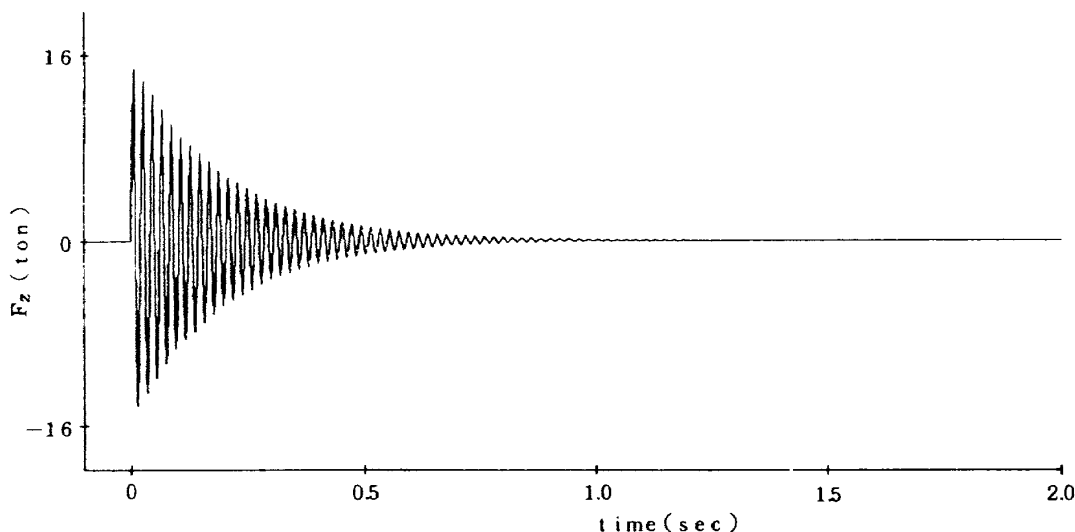


図 3.6 数学モデルによるインパルス応答波形

4. ロケット燃焼初期のロードセルに加わる最大荷重の推定と結果

前節でテストスタンドの数学モデルを設定したが、ここではそのモデル式をもとに、ロケット推力と計測用ロードセルに加わる最大荷重の関係を明らかにし、TT-500A型ロケットモータ燃焼実験(付録A参照)時に主推力計測用ロードセルに加わる最大荷重の推定とその結果について述べる。

4.1 ロードセルに加わる最大荷重の算出

設定された数学モデルにおいて、ロケット推力 $F(t)$ が加えられた場合は次式で示される。

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + k x = F(t) \tag{4.1}$$

ここで、ロケット推力 $F(t)$ を図 4.1 に示すような力と仮定し、(4.1)式をラプラス変換すると、

$$m X(s) s^2 + c X(s) s + k X(s) = \frac{F_0}{t_r} \left(\frac{1 - e^{-s t_r}}{s^2} \right) \tag{4.2}$$

となる。したがって

$$X(s) = \frac{F_0}{m t_r} \cdot \frac{1 - e^{-s t_r}}{s^2 \{ (s + p)^2 + \omega^2 \}} \tag{4.3}$$

ただし、ここで

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - p^2}, \quad p = c / 2m$$

(4.3)式より変位を力に換算すると、

$$F_z(s) = k \cdot X(s) = \frac{k F_0}{m t_r} \cdot \frac{1 - e^{-s t_r}}{s^2 \{ (s + p)^2 + \omega^2 \}} \tag{4.4}$$

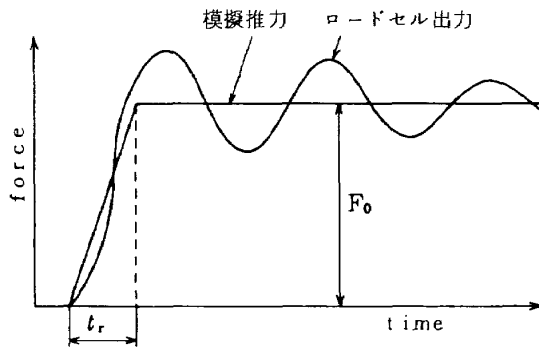


図 4.1 模擬推力およびロードセル出力

上式を解くと

$$\begin{aligned} \frac{F_z(t)}{F_0} = & \frac{1}{t_r} \left[t + \frac{1}{p^2 + \omega^2} + \frac{e^{-pt}}{\omega(p^2 + \omega^2)} \right. \\ & \left. \{ 2p\omega \cos \omega t + (p^2 - \omega^2) \sin \omega t \} \right] \\ & - U_{t_r}(t) \frac{1}{t_r} \left[(t - t_r) + \frac{1}{p^2 + \omega^2} \right. \\ & \left. + \frac{e^{-p(t-t_r)}}{\omega(p^2 + \omega^2)} \{ 2p\omega \cos \omega(t-t_r) \right. \\ & \left. + (p^2 - \omega^2) \sin \omega(t-t_r) \} \right] \quad (4.5) \end{aligned}$$

となる。ただし

$$U_{t_r}(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < t_r \\ 1 & t_r \leq t < \infty \end{cases}$$

である。

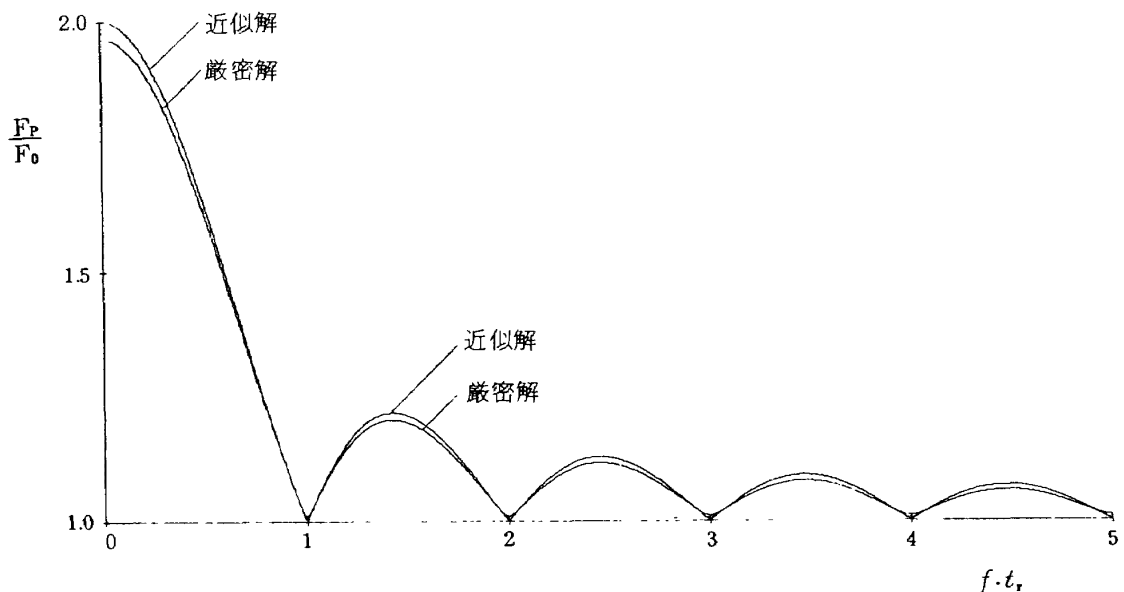


図 4.2 推力立上り時間とロードセル最大荷重の関係

上式によるロードセル出力 F_z も図 4.1 に示す。

ここで、ロードセル最大荷重が表われる時間 t は $t > t_r$ であることから $U_{t_r}(t) = 1$ 、またスタンドの減衰比は非常に小さく、かつロードセル最大荷重はロケット着火直後に表われることからスタンド減衰比を無視し、 $p = 0$ として (4.5) 式を変形する。さらにその変形式を微分し、 $d \{ F_z(t)/F_0 \} / dt = 0$ とおくと次のようなロードセル最大荷重を算出する近似式を得る (付録 B 参照)。

$$\frac{F_P}{F_0} = 1 + \frac{|\sin \pi f t_r|}{\pi f t_r} \quad (4.6)$$

なお F_P はロードセルに加わる最大荷重であり、 f はスタンド系の固有振動数である。(4.6) 式は、燃焼実験時の推力立上り時間 t_r 、定常推力 F_0 およびスタンドの固有振動数 f が予測できる場合、簡単にロードセルに加わる最大荷重が推定できるので非常に有効である。

ここで、(4.5)、(4.6) 式によるロードセル最大荷重の厳密解および近似解を図 4.2 に示す。ただし、(4.5) 式におけるロードセル最大荷重は、今回行われた TT-500A 型ロケットモータ燃焼実験時の推定値 $p = 2.357$ 、 $\omega = 212.4$ を用い、推力立上り時間 t_r を変化させた時のロードセル出力 F_z の最大値をプロットしたものである。図における近似解と厳密解の違いはスタンドの減衰比によるもので、減衰比が小さいほど近似解に近づく。また、近似解は上述したようにスタンドの減衰比を無視しているため厳密解より全体としてわずかながら大きい値を示し、最大荷重を推定する上で安全側になっている。

$f \cdot t_r$ が 1, 2, …… と整数の値をとる時、つまり、スタンドの固有振動周期が推力立上り時間の整数倍の時にロードセルに加わる最大荷重は最小となり、その中間点では極大値をもつが、極大値は $f \cdot t_r$ の増加とともに指数的に減少していく傾向がある。また、 $f \cdot t_r$ が 1 より小さい場合、最大荷重は定常推力の 2 倍まで単調増加するので注意が必要である。

4.2 TT-500A型ロケットモータ燃焼実験時のロードセルに加わる最大荷重の推定

ここでは TT-500A 型ロケットモータ燃焼実験にあたり、前もってロードセル最大荷重を前項で述べた近似式をもとに推定した。

まず、予想されるスタンド系の全重量は、1872 kg ($m = 1.910 \text{ kg} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}$)、定常推力 F_0 は設計値より、 $F_0 = 16.00 \text{ ton}$ 、推力立上り時間は、同種モータの実験におけるテレメータデータから得た燃焼内圧の立上り時間 0.032 sec をそれぞれ用いた。図 4.3 に、(4.5) 式によって算出した予想ロードセル出力を示す。また、(4.6) 式による最大荷重 F_p の推定予想結果は次のようになる。

$$f = \sqrt{k/m - p^2} / 2\pi \doteq \sqrt{k/m} / 2\pi = 33.81 \text{ Hz}$$

$$t_r = 0.032 \text{ sec であるから}$$

$$f \cdot t_r = 1.082 \quad \text{となり}$$

$$\frac{F_p}{F_0} = 1.075 \quad \text{となる。}$$

よって、予想ロードセル最大荷重 F_p は

$$F_p \doteq 17.20 \text{ ton} \quad \text{となった。}$$

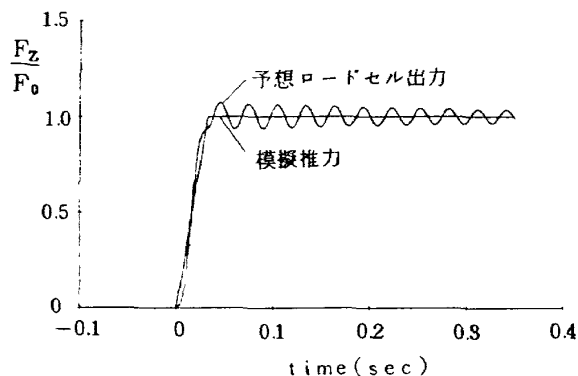


図 4.3 模擬推力を加えた時の予想ロードセル出力

4.3 実際の燃焼実験における最大荷重と推定結果の比較

実際の燃焼実験でのロードセル最大荷重は、ワイドバンドで計測された主推力 F_A によって確認することができる。図 4.4 に主推力 F_A の立上り部分を示す。これによると最大荷重は 16.28 ton であり、前項で推定した値 (17.20 ton) に対して 1 ton 程度低い結果となっている。これは実際の燃焼実験において推力が予想値に対して約 1 ton 程度全体的に低くでたためと考えられる (付録 A・表 A 2 参照)。そこで、実際の燃焼実験データをもとに (4.6) 式にてロードセル最大荷重を推定し、推力 F_A の最大値と比較した結果を以下に述べる。

テストスタンド系の質量は前項での予測値と違いがなく、 $m = 1.910 \text{ kg} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}$ であったことからスタンドの固有振動数 f は 33.81 Hz、また定常推力 F_0 は計測推力 F_B の点火時最大推力 (付録 A 表 A 2 参照) を用いて 15.20 ton とし、推力立上り時間は、燃焼内圧 P_c の最大傾斜にそって直線を引き、図 4.5 に示すような方法で立上り時間を求めて 0.032 sec とした。以上の結果を (4.6) 式に代入してロードセル最大荷重 F_p を求めると $F_p = 16.34 \text{ ton}$ となった。この結果は計測推力 F_A の最大荷重 (16.28 ton) とよく一致している。

なお、近似式による解は、模擬推力の立上りが直線であるため、常に図 4.3 に示されるロードセル出力振動ピークの第 1 番目の値を示しているが、実際のロケット推力立上りは曲線になるため、おもにスタンドの固有振動周期と、推力が最大に達するまでの時間との関係で推力最大値が振動ピークの第 1 番目になるとは限らない。本燃焼実験では上述の理由から計測推力 F_A の最大値は振動ピークの 2 番目に表われている (図 4.4 参照)。しかし、このように両者の間で最大荷重の表われ方に相異が

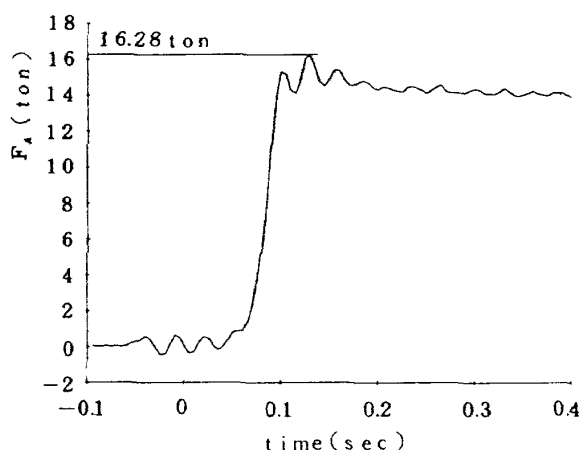


図 4.4 ワイドバンドで計測された主推力 F_A の立上り部分

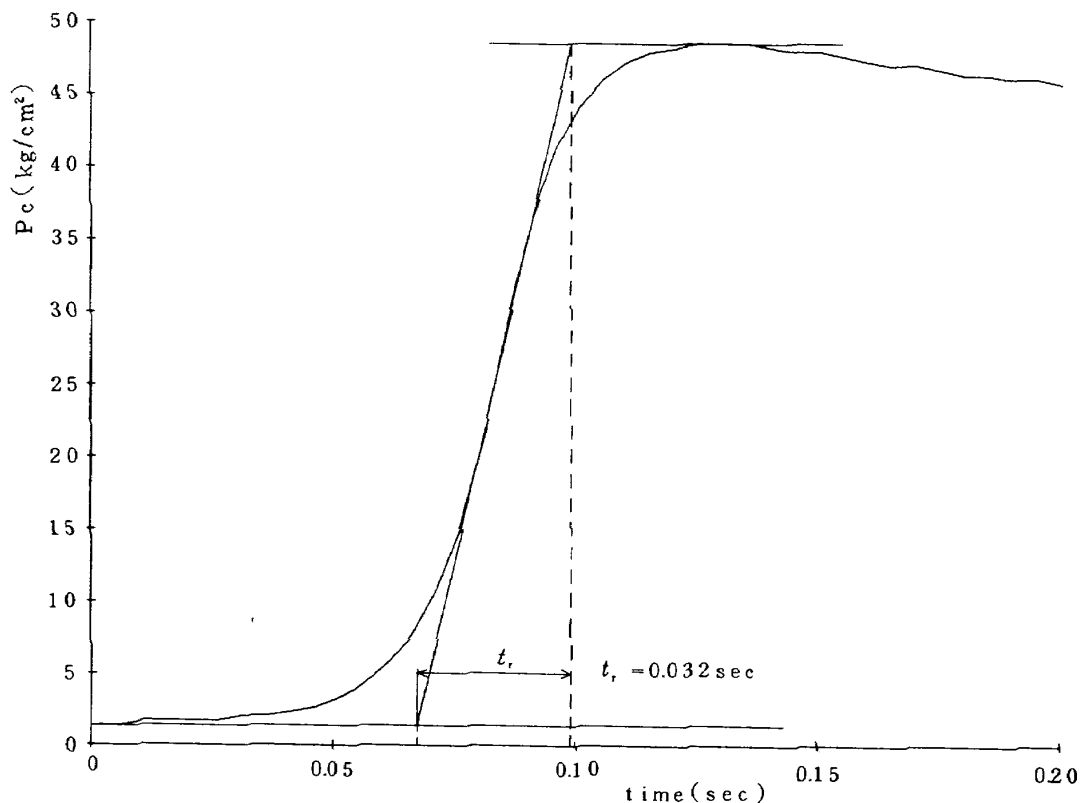


図 4.5 燃焼内圧の立上り時間

あったとしても、スタンドの減衰比が十分小さく、かつロードセル最大荷重が表われる時間がロケット着火直後であれば、その荷重に対するスタンド減衰比の影響は小さく、近似式によって十分正確にロードセル最大荷重を推定できる。

5. 推力立上り特性の推定法とその結果

ここではTT-500A型ロケットモータ燃焼実験で得られたデータをもとに、ロケット推力立上り特性の推定を行う。

5.1 数学モデルを用いた結果

第3節において、テストスタンドの数学モデル化を行ったが、このモデル式を用いてTT-500A型ロケットモータ燃焼実験で測定された主推力 F_A からロケット推力立上り特性の推定を試みた。

スタンド数学モデルにおいて燃焼実験時のロケット推力を $F_c(t)$ とすると次式が成り立つ。

$$1.910 \ddot{x} + 9.003 \dot{x} + 8.622 \times 10^4 x = F_c(t) \quad (5.1)$$

またこの時のロードセル出力 F_A (ワイドバンド計測主推力) は

$$F_A(t) = 8.622 \times 10^4 x \quad \text{となる。} \quad (5.2)$$

なお、ロケットの燃焼とともに推進薬重量は減少するが、推力立上り部分である0~0.2 sec間では、わずか15 kg程度の減少であったことから系の質量変化はこの場合無視した。

(5.1)、(5.2)式の関係を用いて、計測データ F_A から算出した推定推力 F_c を計測推力 F_A の立上り部分とともに図5.1に示す。これによると、イグナイタ着火およびロケット推力立上りに伴うテストスタンド系の固有振動成分はほぼ除去されている。また、計測主推力 F_A の立上りに対して F_c の立上りは多少ゆるやかになっており模擬推力による計算結果(図4.3参照)とよく一致していることなどからほぼ妥当な結果が得られたものと思われる。

5.2 アナログフィルタを用いた結果

計測推力 F_B は電氣的フィルタ ($f_c = 14 \text{ Hz}$ のローパスフィルタ) を介して計測されているもので、図5.3に示されるようにテストスタンドの振動成分(約3.4 Hz)は完全に除去されている。しかし、 F_B の推力立上り部分はフィルタ特性の影響を受けているため、そのままでは真のロケット推力立上りとはいえない。そこで、フィルタ特性を考慮にいれ、計測主推力 F_B からロケット推力の立上り特性を推定した。

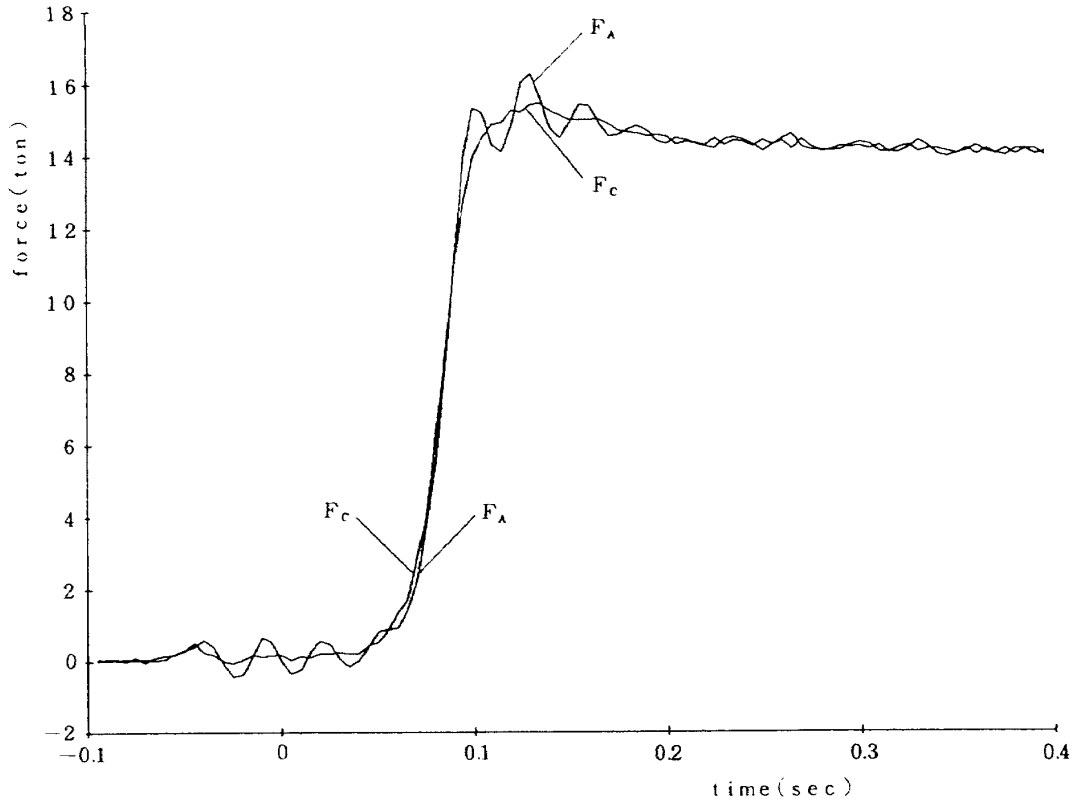


図 5.1 計測主推力 F_A と数学モデルによる推定推力 F_C の立上り特性

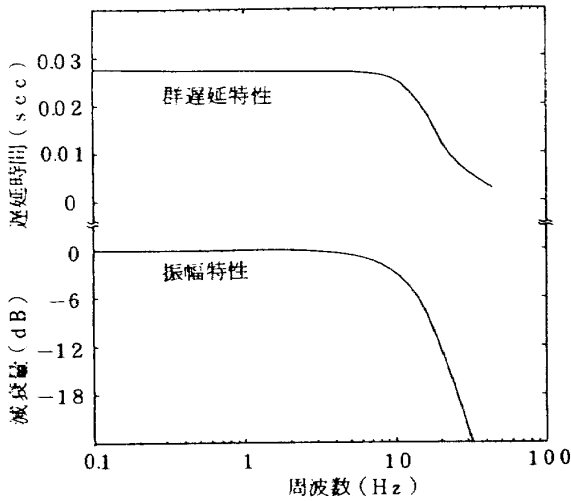


図 5.2 3次ベッセル型ローパスフィルタの群遅延および振幅特性 ($f_c = 14 \text{ Hz}$)

今回使用したローパスフィルタの特性は3次ベッセル型であることから、カットオフ周波数以下の周波数成分に対する位相は、ほぼ周波数に比例して遅れる。このことは、カットオフ周波数以下の周波数成分をもつ入力波形は単に、ある一定時間遅れて出力されることを示している。図 5.2 にカットオフ周波数 14 Hz (-6 dB) 時の3次ベッセル型フィルタの振幅および群遅延特性を示す。また、燃焼実験における計測主推力 F_A の立上り部分を周波数分析した結果、 10 Hz 付近をピークにそれ以下

の周波数成分が主であった(スタンドの振動成分は除く)

以上の結果、計測主推力 F_B は真の推力がおもにフィルタ群遅延特性の影響により単にある一定時間遅れているものと考えられる。そこで、計測主推力 F_B を図 5.2 における 10 Hz 付近の遅延時間 0.025 sec 進め、求める推定推力 F'_B とした。図 5.3 に、推定推力 F'_B および計測推力 F_A の立上りも示す。図から明らかなように、計測推力 F_B の位相補正のみにより一応評価できる結果が得られたものとするが、厳密にはフィルタ振幅特性の影響が幾分あるため、推定推力 F'_B の立上りはわずかになまっているのがみられる。

推力立上り部分に対するフィルタの振幅特性の影響を小さくするにはカットオフ周波数をできるだけスタンドの固有振動数に近づけ、シャープな振幅特性をもつフィルタを使用することが考えられる。しかし、シャープな振幅特性をもつフィルタは群遅延特性が問題となる場合が多く、今回のように単に時間の移行だけで補正できない場合があるが、いずれの場合もフィルタ出力を何等かの方法で補正してやることにより真のロケット推力立上り特性に近い結果が得られるものとする。

5.3 デジタルフィルタ(付録C参照)を用いた結果 計算機によるデータ処理の段階で計測推力 F_A にディ

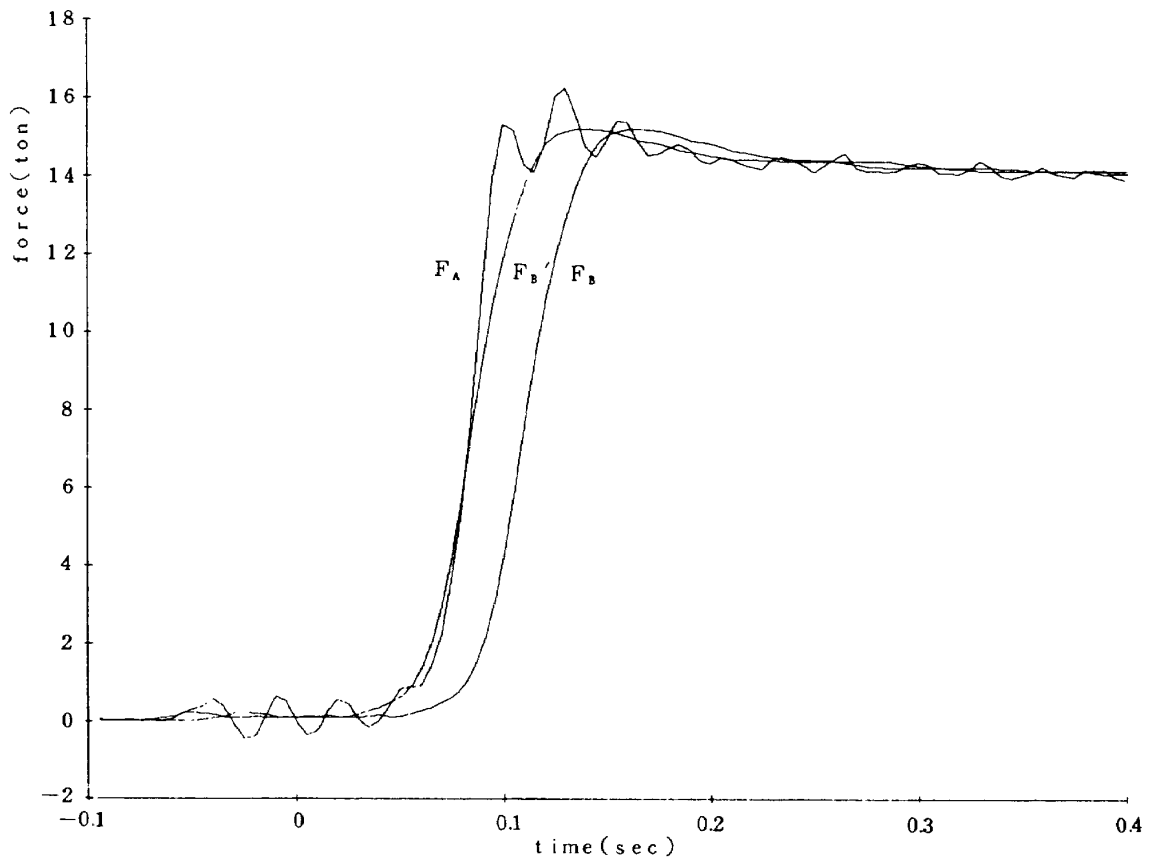


図 5.3 計測主推力 F_A , F_B (フィルタ使用) および F_B を位相補正した推定推力 F_B' の立上り特性

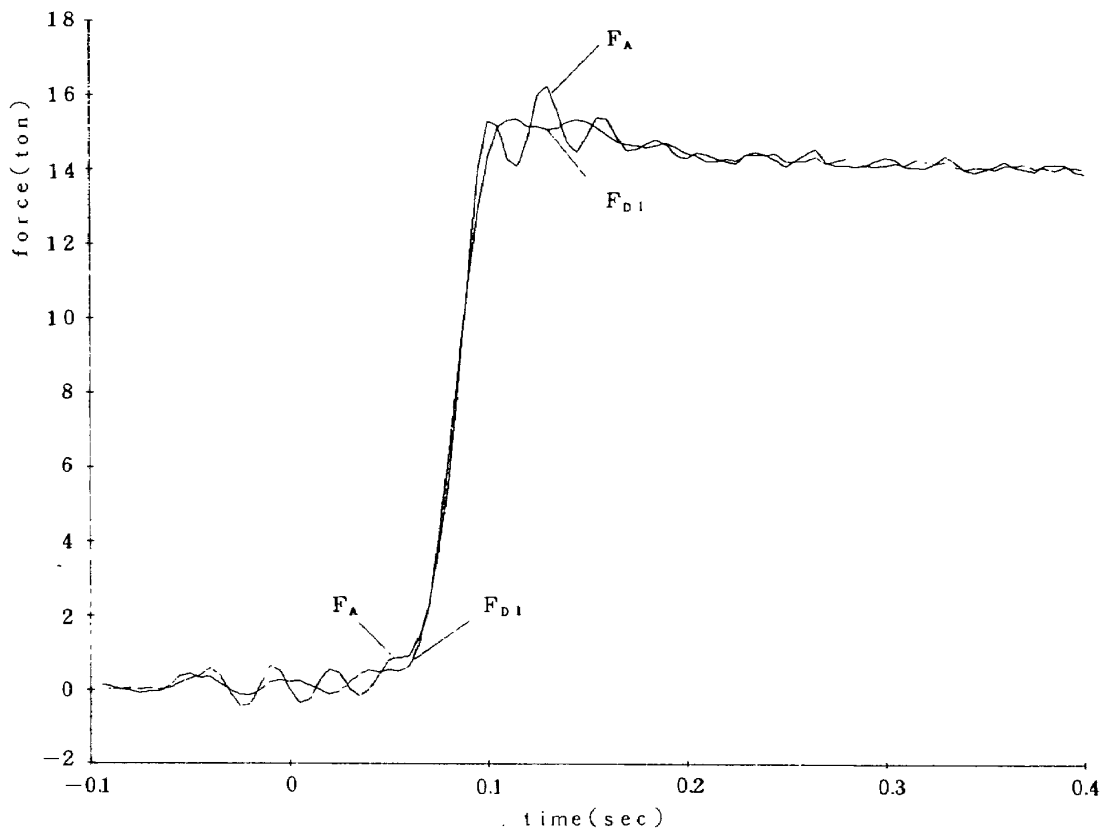


図 5.4 計測主推力 F_A と F_A にデジタルフィルタを施した推定推力 F_{DI} の立上り特性

デジタルフィルタを作用させ、テストスタンドの振動成分を取り除くことにより真のロケット推力立上り特性を推定した。

計測されたロードセル出力 F_A からテストスタンドの固有振動数（燃焼初期において約34Hz）を除去するため、デジタルフィルタによって F_A の周波数成分から23~40Hzの周波数成分を取り除き、求める推力 F_{D1} を算出した。その結果を推力 F_A とともに図5.4に示す。これによると推定推力 F_{D1} はイグナイタ着火時および推力立上り時のスタンド系振動成分がほぼ除去されている。

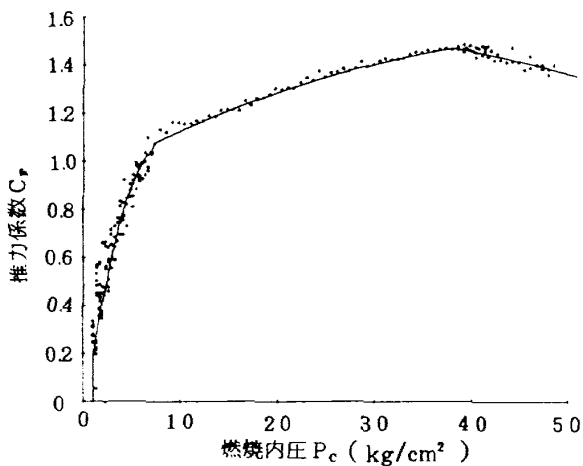


図 5.5 燃焼内圧と推力係数の関係（燃焼後半）

なお、今回は簡単のため、計測推力 F_A よりスタンドの固有振動数付近の周波数成分を完全に除去することによって真のロケット推力立上り特性を推定したが、この場合は、求めようとする真のロケット推力立上り特性に含まれる周波数成分までも取り除いてしまう可能性がある。したがって厳密には、カットすべき各周波数成分の振幅に対して、ノイズ混入の度合いに応じた減衰量を設定し、データに含まれる真のノイズ成分のみを取り除くようにする必要がある。

5.4 燃焼内圧による結果

TT-500A型ロケットモータ燃焼実験では、燃焼内圧が、直接燃焼室から取り出される構造になっており、燃焼内圧に対応して、ロケット推力も変化するものと考えられる。そこで、計測された主推力 F_A と燃焼内圧 P_c から推力係数を求め、燃焼内圧から推力立上り特性を推定した。ただし、推力係数は、スタンドの振動成分の混入が少ない燃焼後半の推力がゆるやかに減少する部分を用いて算出した。

推力係数 C_p は次式で示される。

$$C_p = F_{D2} / (P_c \cdot A_t) \quad (5.3)$$

上式における推力 F_{D2} は計測推力 F_A にデジタルフィルタ（30Hz以上カット）を作用させ、テストスタン

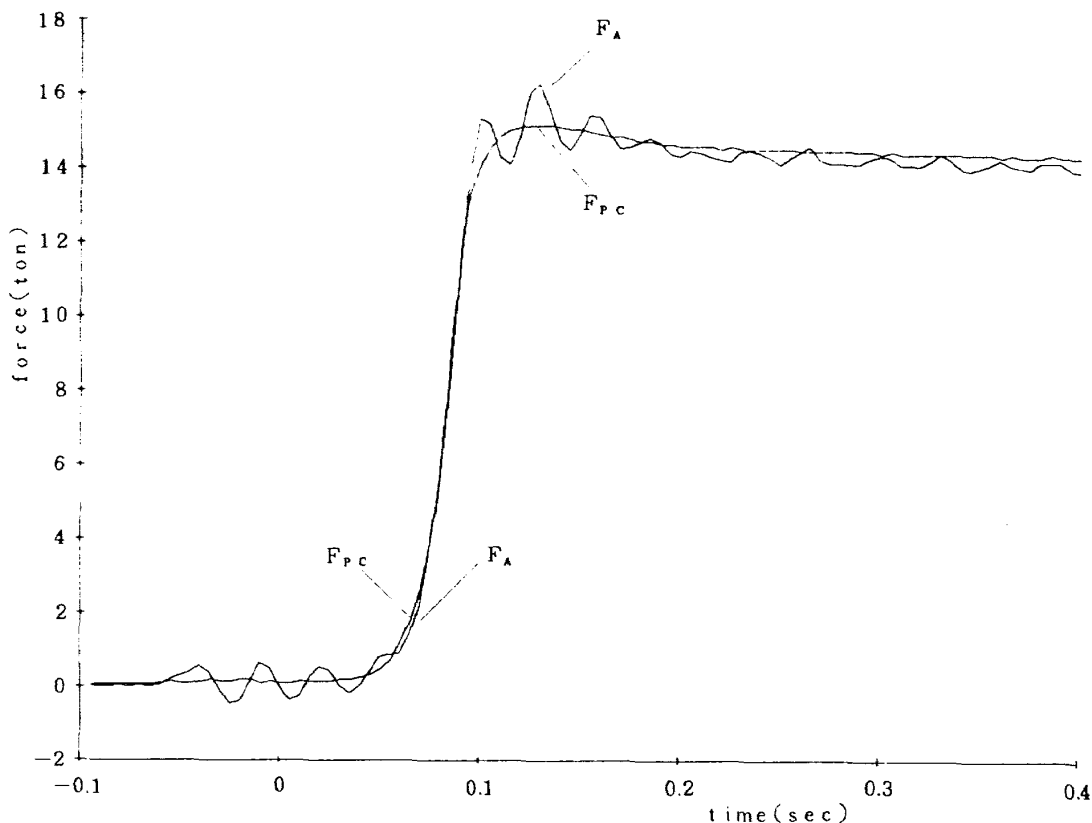


図 5.6 計測主推力 F_A と燃焼内圧による推定推力 F_{pc} の立上り特性

ドの振動成分を幾分取り除いたものである。(付録A・図A4参照)。スロート径は燃焼前と燃焼後でわずかな変化があったため、計算の上では時間に対してリニアに変化させた。図5.5に燃焼内圧 P_c と推力係数 C_F の関係を示す。

図のプロット点より P_c と C_F の関係を曲線で近似し(図5.5の実線部分)、計測された内圧 P_c をもとに推定推力 $F_{p,c}$ を算出した。図5.6に F_A 、 $F_{p,c}$ の立上り部分を示す。なお、推定推力 $F_{p,c}$ の結果には推力係数 C_F の影響が顕著に表われるため、 C_F の算出には十分な配慮が必要である。

5.5 燃焼室壁歪による結果

前述したように燃焼内圧がイグナイタを経由して計測される場合は、燃焼内圧から推力立上り特性を推定することは困難となる。図5.7に燃焼内圧が燃焼室内から直接測定された P_c とイグナイタを経由して測定された P_{c-Ig} の出力例を示す。図から明らかなように、イグナイタを経由して測定された場合は燃焼初期においてイグナイタの燃焼による圧力を示し実際の燃焼内圧を示していない。そこで、こういう場合を考慮して、燃焼室壁歪から燃焼初期の内圧を推定し、以下前項と同様の方法でロケット推力立上り特性の推定を試みた。なおTT-500A型ロケットモータ燃焼実験では燃焼室壁歪を5点計測したが、そのうち最も大きな歪量が検出された ϵ_3 (付録A・図A2参照)を用いて推定を行った。図5.8に歪 ϵ_3 の立上り部分を示す。

歪から燃焼内圧の立上りを推定するにあたり、計測された燃焼内圧 P_c と歪の対応関係を調べ、その結果を図5.9に示す。図から明らかなように燃焼内圧 P_c と歪の比はロケットモータ着火直後では燃焼内圧および歪の過渡

応答の相異、および微小な値同士の除算のために誤差を生じ、変動しているものと考えられるが、双方とも十分立上った時点では安定した値を示している。また、安定状態に達した時点以後の比例定数は、わずかではあるが、時間の経過とともに下がっていく傾向がみられる。これは、チャンバ内推進薬の厚さが、燃焼とともに薄くなるにつれ、推進薬・チャンバ結合体の内圧に対する剛性が低下し、それに対応して、燃焼室壁歪が増加するためと考えられる。なお、燃焼室壁温度測定も同時に行われたが、全燃焼区間において温度変化はほとんど無いことが確認されている。

ここで図5.9における燃焼初期の部分をさらに拡大してみると、内圧 P_c と歪の比が安定状態に達した点は0.2 secであることがわかった。したがって歪から内圧を推定すべき区間は着火後から0.2 secまでとなる。また、比例定数は0~0.5 secまでリニアに変化したと仮定し、外挿法によりロケット着火時点(0.05 sec)での比例定数を求めると $14.47 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$ となる。この値は、定数が安定状態に達した0.2 sec時点の比例定数 $14.40 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$ に対して0.5%、さらに後方の0.5 sec時点での比例定数 $14.28 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$ に対しては1.3%の差異となる。これは今回の燃焼実験における内圧 P_c の計測誤差 $\pm 0.8\%$ (付録A・表A3参照)以内のものである。したがって図5.9において内圧と歪の比は時間の関数ではあるが、0~0.5 secでの比例定数の変化はほとんど無視できるものとする。

以上のことより、今回は図5.9における内圧 P_c と歪の比が安定状態に達した0.2 sec時点の比例定数を採用し、歪から燃焼初期の内圧 P_e を推定した。図5.10に推定内圧 P_e と計測内圧 P_c を示す。

なお、イグナイタを経由して測定される燃焼内圧 P_{c-Ig}

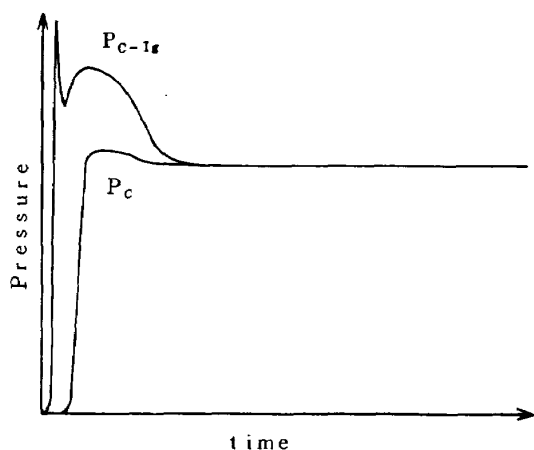


図5.7 燃焼内圧 P_c および P_{c-Ig} の出力例

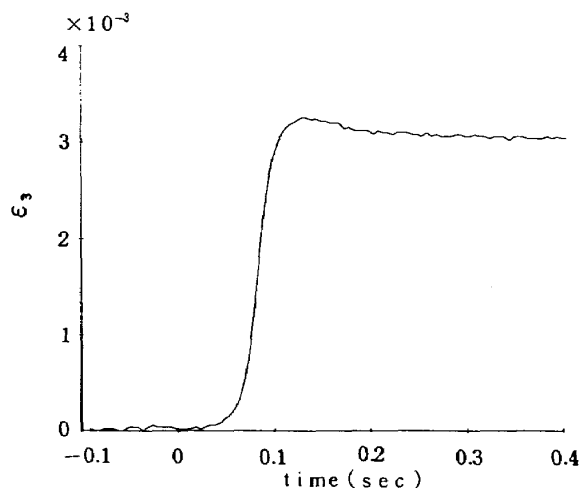


図5.8 燃焼室壁歪 ϵ_3 の立上り部分

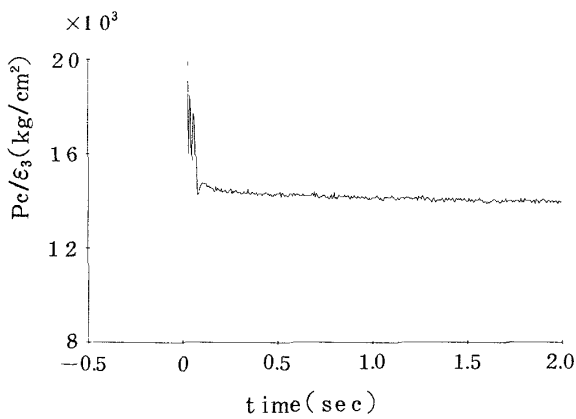


図 5.9 燃焼内圧と歪の関係

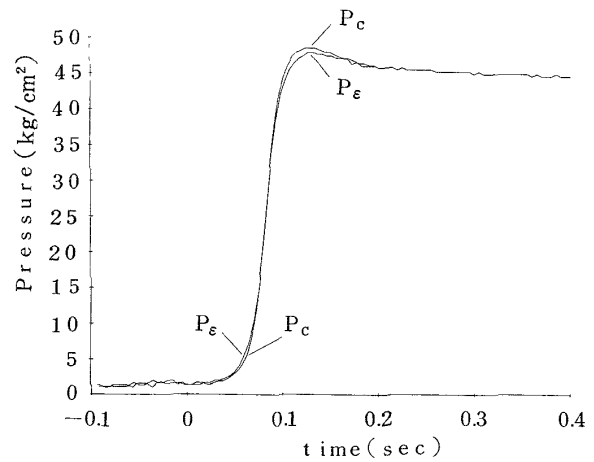


図 5.10 燃焼内圧 P_c と歪による推定内圧 P_ε の立上り特性

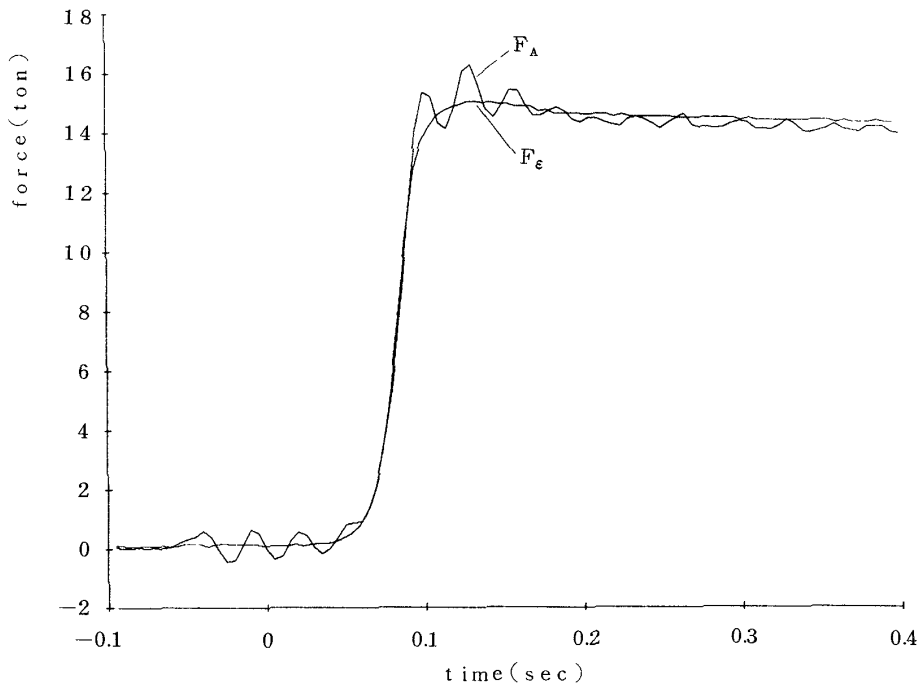


図 5.11 計測主推力 F_A と歪による推定推力 F_ε の立上り特性

と燃焼室壁歪の関係では、その比が安定状態に達する点は図 5.9 における場合より一般に後方となるが、その時点の比例定数と外挿法によって求めた比例定数の差は、たかだか 1% 程度と推定される。したがってこの場合も、今回と同様に、内圧 P_{c-I_ε} と燃焼室壁歪の比が安定状態に達した点の比例定数で十分正確に内圧の推定ができるものとする。

次に、前項で述べた内圧 P_c から推力立上り特性を推定する方法と同様に、推定内圧 P_ε から推力立上り特性 F_ε を推定した。その結果を計測推力 F_A とともに図 5.11 に示す。

6. むすび

テストスタンドの動特性試験を行い、それをもとにスタンド主推力系の数学モデルを設定した。さらにその数学モデル式より、テストスタンドロードセルに加わる最大荷重を推定する近似式を得るとともに、TT-500A 型ロケットモータ燃焼実験でのロードセル最大荷重の推定と実験値との比較を行った。また、スタンドの数学モデルを用いた推力立上り特性の推定を含め、5 種類のロケット推力立上り特性の推定方法とその結果について述べた。その結果、次の事項が明らかになった。

- (1) テストスタンド系の固有振動の周期がロケット推

力立上り時間の整数倍の時、テストスタンド系の振動をほとんど0に抑えることができ、その整数倍の中間点ではロードセル最大荷重は極大値をもつが、それは定常推力の約1.23倍を最大に $f \cdot t_r$ の増加とともに指数的に減少する。

- (2) スタンド固有振動周期より推力立上り時間が小さい場合、その立上り時間が減少するに伴ってロードセル最大荷重は定常推力の2倍まで単調増加するので注意が必要である。
- (3) 簡略化された近似式によりロードセル最大荷重の推定が十分可能であることが確認できた。
- (4) 動特性試験を行い、その結果をもとにスタンドのモデル化が可能であれば、スタンドの振動成分を含む計測推力より数学的に推力立上り特性を精度よく推定できる。
- (5) アナログフィルタはスタンド系の振動成分を取除く目的で用いられたがその出力そのままでは真の推力立上り特性は得られない。しかし、フィルタの各特性などを考慮することによりある程度の推力立上り特性が推定できる。
- (6) ソフトウェアによるデジタルフィルタはデータ処理の段階で比較的容易に使用できることなどから、不要な周波数成分の除去には有効な一手段であるが、フィルタ関数の決定には十分な配慮が必要である。
- (7) 燃焼内圧および燃焼室壁歪からロケット推力立上り特性を推定する場合は推力係数の算出に十分な配慮が必要である。また、歪から燃焼初期の内圧を推定するにあたっては、内圧と歪の比が安定状態に達した時点のできるだけ初期の比例定数を採用した方がよいと思われる。

なお、TT-500A型ロケットモータ燃焼実験にあたっては日産自動車㈱の協力があつた。

参 考 文 献

- 1) 石井進一, 山田晃, 鎮西信夫, 引地豊三, 工藤賢司; 固体ロケット多分力テストスタンドの精度について, 航技研報告 TR-203 (1970)
- 2) 冠昭夫; 固体ロケット多分力テストスタンドの動特性に関する研究(横推力計測系について), 航技研報告 TR-453 (1976)
- 3) Model 889 Electronic Filter Instruction Manual, ASTRODATA
- 4) Fourier Analyzer System 5451A Manual, HEWLETT PACKARD

付 録 A

TT-500A型ロケットモータ地上燃焼実験

1. モータの概要

1.1 モータ諸元

供試モータは宇宙開発事業団において TT-500A型ロケット開発の一環として、地上燃焼実験用に試作された固体ロケットモータである。諸元を表 A 1, モータ概略図を図 A 1 に示す。

(1) モータケース

モータケース材質には高強度溶接鋼が使用されている。板厚は 1.6mm (平行部) ~ 2.0mm (鏡板部) である。

(2) 推進薬

推進薬は7光芒グレインの形状をもち、ウェブ厚さ 160mm で、その組成はCTPB バインダ, A1粉末, 過塩素酸アンモニウムより成り、直填型である。

(3) ライニング

ライニングにはモータケース側に金属との接着性の良い合成ゴム等が用いられている。

(4) 点火装置

点火装置は2個のイニシエータのいずれか一つ又は二つの発火により点火され、圧力センサのための取出しポートが設けられている。

1.2 燃焼内圧取出しおよび燃焼室壁歪測定位置

燃焼内圧は点火装置に設けられた穴を通して直接測定される。

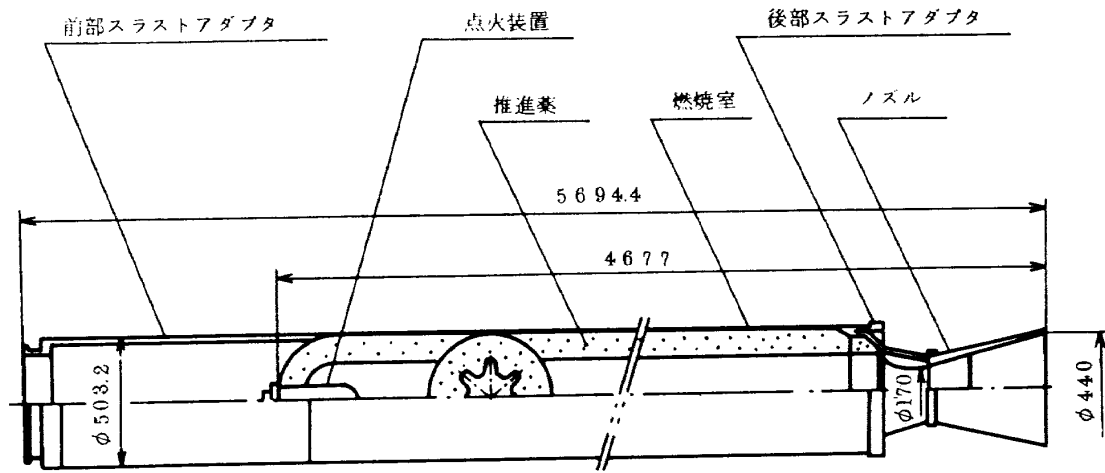
歪測定位置を図 A 2 に示す。ゲージはすべて推進薬の光芒の谷の位置に取付けられ、円周方向の歪を測定した。

2. 燃焼実験結果の概要

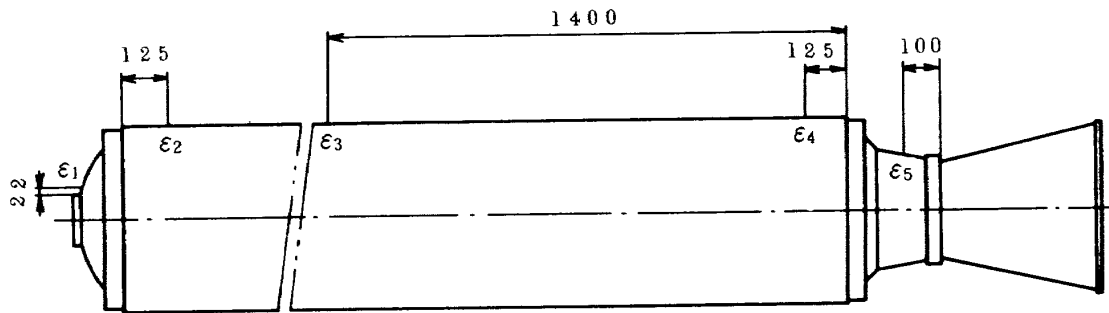
モータの燃焼は正常に行われ、燃焼性能もほぼ予想通りの値が得られた。各性能概略を表 A 2 に示す。また主

モータ全長	4677 mm
“ 外径	φ503 mm
“ 全重量	1210.3kg
推進薬々種	ポリプタジエン系コンポジット
“ 外径	φ496 mm
“ 重量	1020.7kg
ノズルスロート径	φ170 mm
“ 出口径	φ440 mm
開口比	6.7

表 A 1 モータ諸元



図A1 モータ概略図



図A2 燃焼室壁歪測定位置

注：各結果の下のカッコ内の値は予想値

性能パラメータ	結果
点火遅れ	0.065 sec
作動時間	19.120 sec (18.860)
全燃焼時間	22.020 sec
最大内圧	41.9 kg/cm ² (44.1)
点火時最大内圧	48.5 kg/cm ²
全燃焼時間平均内圧	32.6 kg/cm ² (34.4)
最大推力	143.6 ton (153.0)
点火時最大推力	152.0 ton
全燃焼時間平均推力	107.5 ton (117.0)
全衝力	2368.1 ton·sec (2360.0)
真空全衝力	2677.2 ton·sec (2650.0)

表A2 燃焼性能

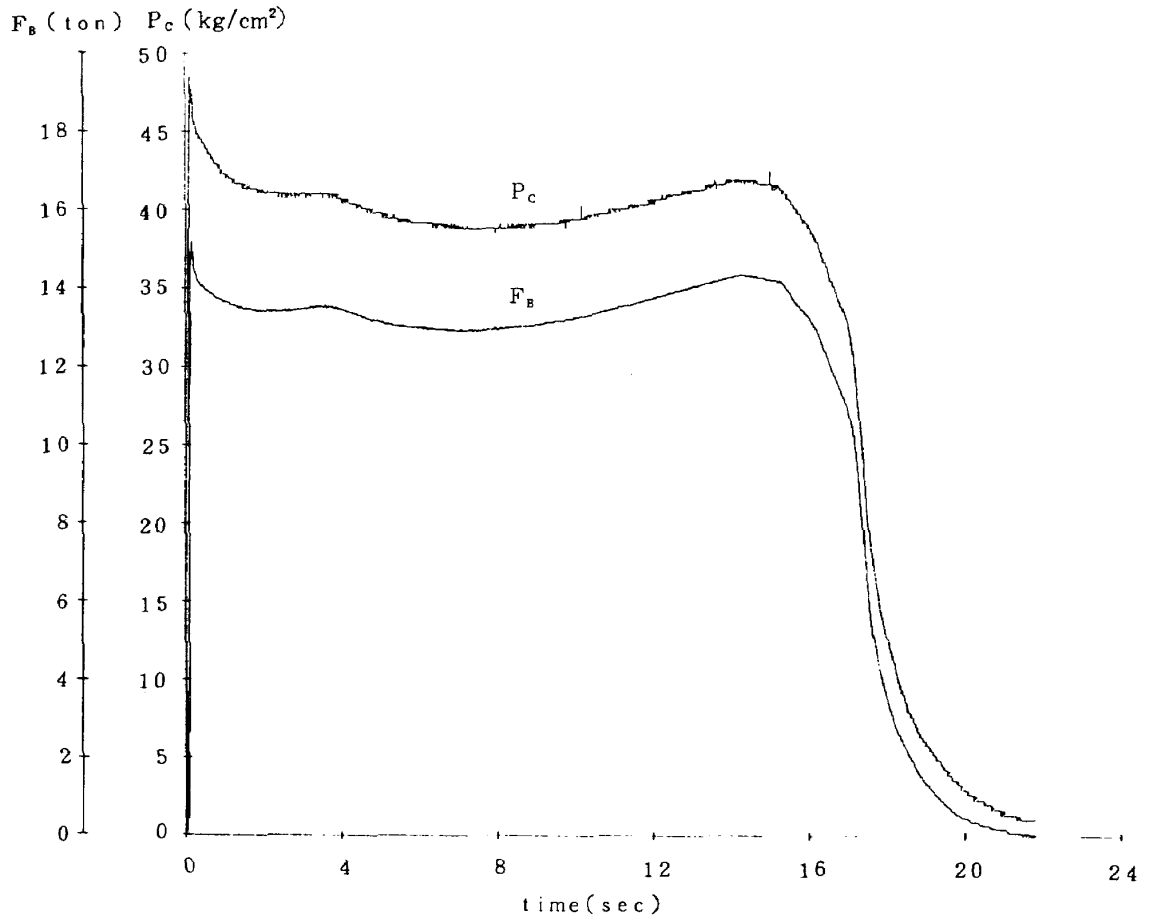
推力 F_B (ローパスフィルタを介したもの), 燃焼内圧 P_C を図A3に, 主推力 F_A , および F_A にデジタルフィルタを作用させた F_{D2} を図A4に示す。なお表A2における各性能は主推力 F_B および燃焼内圧 P_C をもとに算出した。

3. その他

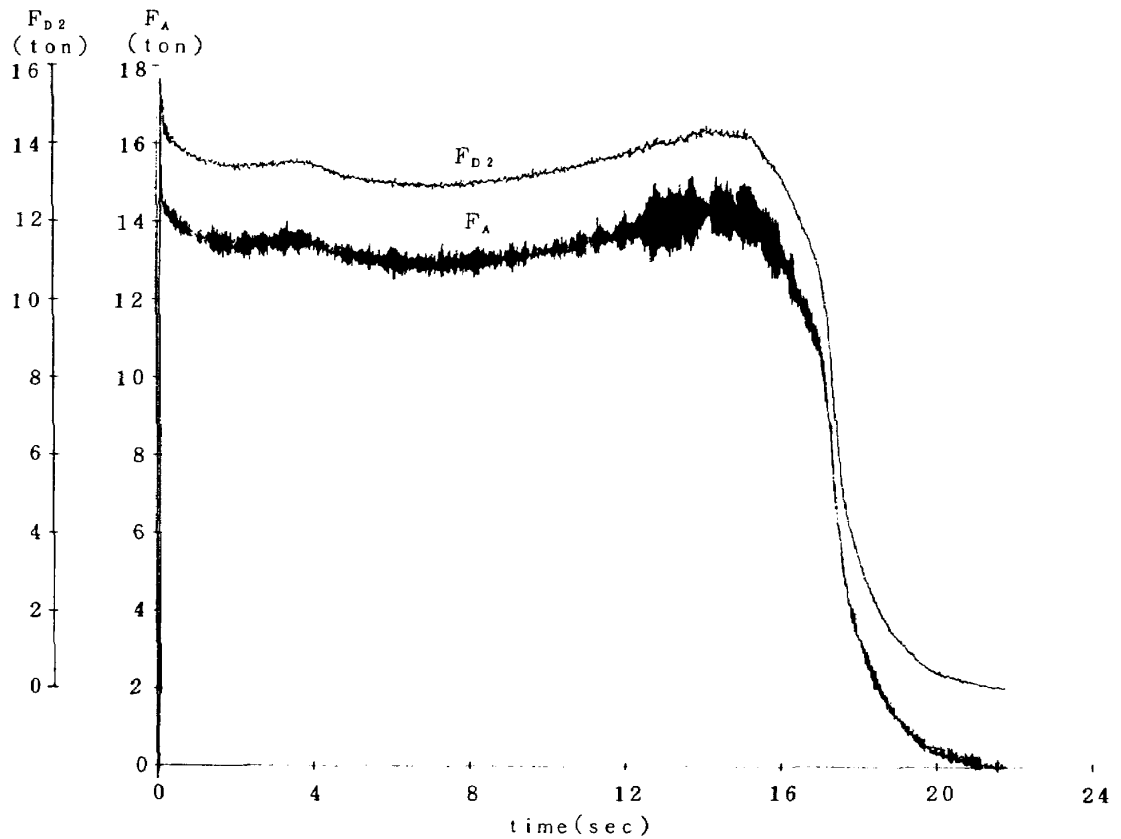
計測データはすべてデジタル集録され, そのサンプリング間隔は5msecである。したがって今回の実験における各計測データの周波数帯域は0~100Hzまでである。また, 予想定常値に対する各計測の総合精度を表A3に示す。

項目	予想定常値	総合精度
主推力 F_A	15 ton	±0.48%
主推力 F_B	15 ton	±0.50%
燃焼内圧 P_C	40 kg/cm ²	±0.80%
歪 ϵ_3	3000×10^{-6}	±0.43%

表A3 予想定常値に対する計測総合精度



図A3 計測主推力 F_B と燃焼内圧 P_c



図A4 計測主推力 F_A と F_A にデジタルフィルタ (30 Hz 以上カット) を施した主推力 F_{D2}

付録 B

模擬推力入力時におけるテストスタンド
ロードセル最大荷重の算出

テストスタンドの数学モデルを図 B 1 に示す。図に示す運動方程式は次式で表わされる。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (B1)$$

上式において、外力 $F(t)$ を図 B 2 に示すような模擬推力として (B 1) 式をラプラス変換すると次のようになる。

$$mX(s)s^2 + cX(s)s + kX(s) = \frac{F_0}{t_r} \cdot \left(\frac{1 - e^{-st_r}}{s^2} \right) \quad (B2)$$

よって

$$X(s) = \frac{F_0}{m t_r} \cdot \frac{1 - e^{-st_r}}{s^2 \{ (s + p)^2 + \omega^2 \}} \quad (B3)$$

ただし、 $\omega = 2\pi f = \sqrt{k/m - p^2}$ 、 $p = c/2m$ である。ここで、(B 3) 式をラプラス逆変換すると

$$\begin{aligned} x(t) = & \frac{F_0}{k t_r} \left[t + \frac{1}{p^2 + \omega^2} + \frac{e^{-pt}}{\omega(p^2 + \omega^2)} \{ 2p\omega \cos \omega t \right. \\ & \left. + (p^2 - \omega^2) \sin \omega t \} \right] - U_{tr}(t) \frac{F_0}{k t_r} \left[(t - t_r) \right. \\ & \left. + \frac{1}{p^2 + \omega^2} + \frac{e^{-p(t-t_r)}}{\omega(p^2 + \omega^2)} \{ 2p\omega \cos \omega(t - t_r) \right. \\ & \left. + (p^2 - \omega^2) \sin \omega(t - t_r) \} \right] \quad (B4) \end{aligned}$$

を得る。ただし $U_{tr}(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < t_r \\ 1 & t_r \leq t < \infty \end{cases}$

変位を力に換算すると

$$F_z(t) = kx(t)$$

であるから次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{F_z(t)}{F_0} = & \frac{1}{t_r} \left[t + \frac{1}{p^2 + \omega^2} + \frac{e^{-pt}}{\omega(p^2 + \omega^2)} \{ 2p\omega \cos \omega t \right. \\ & \left. + (p^2 - \omega^2) \sin \omega t \} \right] - U_{tr}(t) \frac{1}{t_r} \left[(t - t_r) \right. \\ & \left. + \frac{1}{p^2 + \omega^2} + \frac{e^{-p(t-t_r)}}{\omega(p^2 + \omega^2)} \{ 2p\omega \cos \omega(t - t_r) \right. \\ & \left. + (p^2 - \omega^2) \sin \omega(t - t_r) \} \right] \quad (B5) \end{aligned}$$

上式は、図 B 2 に示す推力が加わった時のロードセルに

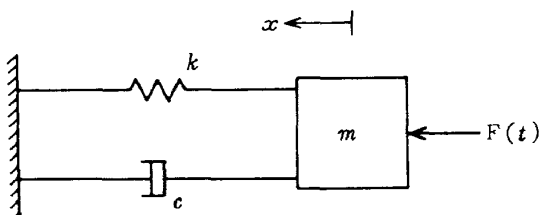


図 B 1 テストスタンドの数学モデル

かかる荷重を求める解析解である。

ここで上式における最大値を算出するにあたり、次に示す条件のもとに (B 5) 式を変形する。

(1) 最大値は推力立上り時間後に表われる ($t > t_r$)

ことから $U_{tr}(t) = 1$

(2) スタンドの減衰比 p は十分小さく、かつ最大荷重は一般にロケット点火直後に表われることなどからスタンドの減衰比の影響は無視できるものと仮定し、 $p = 0$ とする。

以上から (B 5) 式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{F_z(t)}{F_0} = & 1 - \frac{1}{t_r \omega'} \{ \sin \omega' t - \sin \omega'(t - t_r) \} \\ = & 1 - \frac{2}{t_r \omega'} \left\{ \cos \omega' \frac{2t - t_r}{2} \cdot \sin \omega' \frac{t_r}{2} \right\} \quad (B6) \end{aligned}$$

ここで $\omega' = \sqrt{k/m}$ であるが、 $\omega' \approx \omega$ であることから (B 6) 式を次式におきかえる。

$$\frac{F_z(t)}{F_0} = 1 - \frac{2}{t_r \omega} \left\{ \cos \omega \frac{2t - t_r}{2} \cdot \sin \omega \frac{t_r}{2} \right\} \quad (B7)$$

次に、(B 7) 式における極大、極小値を求めるため、(B 7) 式を微分し $d \{ F_z(t)/F_0 \} / dt = 0$ とおくと次のようになる。

$$\sin \omega \frac{2t - t_r}{2} = 0 \quad (B8)$$

したがって

$$\omega \frac{2t - t_r}{2} = n\pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (B9)$$

(B 9) 式より

$$t = \frac{n\pi}{\omega} + \frac{t_r}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (B10)$$

(B 10) 式より、(B 7) 式における極大、極小となる時間が求まる。

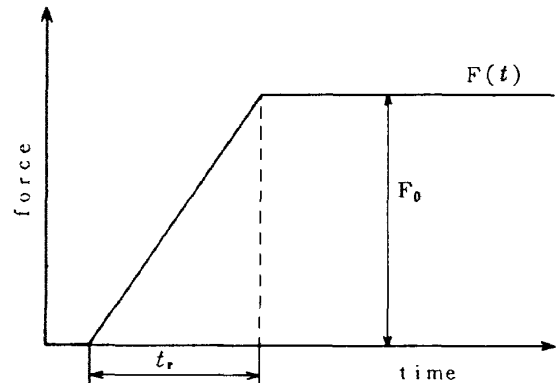


図 B 2 模擬主推力

次に、(B7)式での最大値は $t > t_r$ の時に表われることから次式を得る。

$$\frac{n\pi}{\omega} + \frac{t_r}{2} > t, \quad (\text{B11})$$

したがって

$$n > \frac{\omega t}{2\pi} = f \cdot t, \quad (\text{B12})$$

また、最大値は(B12)式を満足する最小の n で表わされることから次のようになる。

$$n = [f \cdot t_r] + 1 \quad (\text{B13})$$

ここで、 $[f \cdot t_r]$ は、 $f \cdot t_r$ の整数化を示す。

(B13)式を(B10)式に代入すると、

$$t_p = \frac{([f \cdot t_r] + 1)\pi}{\omega} + \frac{t_r}{2} \quad (\text{B14})$$

となり、 $F_z(t)/F_0$ が最大となる時間 t_p が求まる。

さらに(B7)式と(B14)式の t_p を代入すると次のようになる。

$$\frac{F_p}{F_0} = 1 - \frac{1}{\pi f t_r} \left\{ \cos([f \cdot t_r]\pi + \pi) \cdot \sin(\pi f t_r) \right\} \quad (\text{B15})$$

ここで F_p は $F_z(t)$ の最大値である。また、上式は次のように変形できる。

$$\begin{aligned} \frac{F_p}{F_0} &= 1 + \frac{1}{\pi f t_r} \left\{ (-1)^{[f \cdot t_r]} \cdot \sin \pi f t_r \right\} \\ &= 1 + \frac{|\sin \pi f t_r|}{\pi f t_r} \end{aligned} \quad (\text{B16})$$

ただしここで $f = \omega / 2\pi = \sqrt{k/m} / 2\pi \div \sqrt{k/m} / 2\pi$ で、スタンドの固有振動数である。

以上、(B16)式が図B2に示すような力を加えた時のテストスタンドロードセルに加わる最大荷重を求める近似式である。

付録 C

ディジタルフィルタ

今回の燃焼実験データ処理にあたり、ソフトウェアによるディジタルフィルタを用いたのでその概要を述べる。離散値系のデータ $x(n\Delta t)$ の有限フーリエ変換は次式で示される。

$$X(m\Delta f) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n\Delta t) e^{-i \frac{2\pi n m}{N}} \quad m = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (\text{C1})$$

ここで Δt : サンプルング間隔

Δf : 周波数分解能 ($\Delta f = 1/\Delta t N$)

N : サンプルデータ数 ($N = 2^K$, K は整数)

(C1)式により時間領域データ $x(n\Delta t)$ は周波数領域データ $X(m\Delta f)$ に変換される。次に、求めた $X(m\Delta f)$ にフィルタ関数 $H(m\Delta f)$ を乗じてある特定の周波数成分のフィルタリングを行う。

$$X'(m\Delta f) = X(m\Delta f) \cdot H(m\Delta f) \quad (\text{C2})$$

ここで今回使用されたフィルタ関数は位相の周波数による変化はまったくないという仮定のもとに次のようにした。

例) ローパスフィルタ

$$H(m\Delta f) = \begin{cases} 1 & m\Delta f < f_c \\ 0 & m\Delta f \geq f_c \end{cases} \quad f_c : \text{カットオフ周波数}$$

次にフィルタリングされた時間領域データ $x'(n\Delta t)$ を求めるため、周波数領域データ $X'(m\Delta f)$ をフーリエ逆変換する。

$$x'(n\Delta t) = \sum_{m=0}^{N-1} X'(m\Delta f) e^{i \frac{2\pi n m}{N}} \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (\text{C3})$$

以上、ディジタルフィルタの概略を述べたが、フーリエ変換はクーリー・チュッキーの高速フーリエ解析にもとづき、アセンブラ言語(TOSBAC-3400 MODEL-14)によるプログラムを行い、演算スピードの高速化を図った。

航空宇宙技術研究所報告 638 号

昭和 55 年 11 月 発行

発行所 航空宇宙技術研究所

東京都調布市深大寺町 1880

電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182

印刷所 株式会社実業公報社

東京都千代田区九段南 4-2-12
