

ISSN 0389-4010  
UDC 629.076.8:  
629.785

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-651

ジェミニ型カプセル飛しょう体の回収における  
軌道とダイナミクス

森 英彦

1981年1月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

## 目 次

1. はしがき .....	2
2. 記 号 .....	2
3. 軌道離脱 .....	4
4. 大気を無視しうる空間での軌道 .....	7
4.1 ケプラー運動 .....	7
4.2 地球の扁平形状および超高層大気の影響 .....	11
5. 大気への再突入 .....	14
5.1 再突入に関する Chapman の方程式 .....	15
5.2 Chapman の方程式の精度とその修正式 .....	19
6. 再突入時のダイナミクス .....	28
6.1 再突入時のフライトデータ .....	28
6.2 トリムおよび静安定 .....	30
6.3 運動方程式および制御 .....	34
6.4 はく離および再付着の効果 .....	39
7. ま と め .....	43
参考文献 .....	45
付表 ジェミニ全フライトの軌道概要 .....	46

# ジェミニ型カプセル飛しょう体の回収における 軌道とダイナミクス\*

森 英彦\*\*

## Trajectories and Dynamics for the Recovery of Space Vehicles of Gemini Capsule Type

Hidehiko MORI

### ABSTRACT

The Gemini capsule has excellent characteristics for reentry, although the configuration is very simple. It is beneficial to know how the vehicle parameters of Gemini are related to the reentry characteristics, not only for capsule design, but also for conceptual study of other types of reentry vehicles. Our purpose has been to obtain, through analytic methods, the basic data concerning trajectories and dynamics for the recovery of Gemini from space. At the same time we have tried to refine those methods.

Euler Hill equations were applied to determine the direction of retro thrust, and then to calculate the approximate time and range for recovery. Along this trajectory, Kepler motion was compared with the results of a rigorous simulation of the trajectory, in order to investigate the effects of drag of the upper atmosphere and the effects of the main zonal term of gravity potential. In the atmospheric region, Chapman's equations were used to get general characteristics for reentry and the solutions were again compared with the results of the rigorous simulation. Our analysis has proved that the accuracy of Chapman's equations is improved by adding a short term which compensates for the effects of the atmosphere rotating with the earth.

The aerodynamic aspects of the capsule are well explained by Newtonian flow theory. Using this theory and the flight data of Gemini XII, equations of motion for pitching and stability derivatives were derived. Then the required control thrust level for damping in pitch was figured out. Decreasing dynamic pressure in the latter part of reentry results in negative damping in pitching motion. In cases where a control force is not available, this tendency leads to an unstable pitching motion as the effects combined with positive damping-in-pitch parameter  $C_m'\alpha + C_m'\beta$ , which occurs frequently for reentry vehicles. Ericsson's methods were applied to derive the damping-in-pitch parameter analitically, and a proposal for static methods of measuring it is presented.

This study has been performed in connection with a paper under the title of a conceptual study of the Gemini capsule — a bio-experimental satellite application — which is to be presented in the near future.

---

\* 昭和55年12月2日受付

\*\* 宇宙研究グループ

## 1. はしがき

将来の宇宙開発のために回収が欠くべからざる技術であるという認識はわが国においても高まってきている。回収技術をどのような形で習得していくかという問題は、これまでこの分野の研究がほとんどなされていなかったわが国にとっては重要な問題である。われわれは現今技術の延長により比較的容易に実現可能であり、またそれを実現することにより将来型の回収飛しょう体検討のためにえられるメリットが多いという理由により、ジェミニ型カプセル回収体の調査および検討を行ってきた。本報告はそのうち軌道およびダイナミクスに関するシステム検討のまとめである。

ジェミニ計画は米国において回収および有人計画に関する技術開発のための大きなプロジェクトとして、マーキュリー計画の次段階で遂行され、アポロ計画への橋渡しとなった。1964年から1966年にかけて、12回の飛しょう実験が行なわれている。地球周回軌道からの回収であり、ダイナミクスがシンプルである、かつ回収において着地点分散を小さく抑えるための誘導制御技術の進展がこのジェミニ計画の間になされているなどの点で、わが国の立場から学ぶべきことが多い。

ジェミニ宇宙飛しょう体の形状、機能および構成に関する調査の概略と、それをわが国のミッションの一つ生物実験衛星として改造するための概念検討に関しては別報にまとめた<sup>1)</sup>。本報告はこれと内容が重複しないように記述した。したがってジェミニにおける誘導制御系の調査内容、ミッション軌道から中間軌道としてのジェミニの軌道までの変換、計算に用いた数値の根拠等、本報告に関連の深い事項も別報に多く含まれているので並用参照されたい。

回収体の軌道およびダイナミックのうち、本報告で扱うのは、特にその解析的な方法についてである。ジェミニ型回収体においては、軌道はダイナミクスにより、ダイナミクスは外形および重心位置等できまる空力特性によって影響を受ける。逆に軌道のとり方によって最大動圧、空力加熱等、飛しょう体の形状および構造の設計を左右する要素がきまる。つまり全システム相互の関連が非常に強く、いろいろ

な要素が入り組んだ関係をもっている。このようなことは一般の飛しょう体についてもいえることであるが、回収飛しょう体においては特にその傾向が著しい。したがって回収体システムの設計に当っては、どの点を出発点としてどのような経路をたどって行なうか決定することがむづかしい。またわれわれが別報で試みたようにジェミニを他目的のために改造する場合、あるいは打上げ飛しょう体の制約から大きさを変更するような場合にも、安易な部分的改造だけでは済まない。系特性を把握するために必要な要素を最小限にしばること、かつ系要素相互の関係を適確に捕えておくことが望まれる。そのためには、できる限り解析的手法によりシステムを分析しておくことが必要なのである。

本報告で空力特性についてプリミティブな理解を深めるための考察にかなりの紙数を費やしたのもこのためである。空気力学の専門家にとっては冗漫に思えるかもしれないが、システム全体のつながりの把握のためには欠かせない部分である。たとえば文献2, 3)のごとく、空力担当者による検討も進められている。今後さらに空気力学実験によって明らかにされていく特性を有機的にシステムにとり込んでいくためのベースとして役立てることを意図したものである。

回収および再突入に関する文献は、米国において大量に発刊されている。しかしながら多くはミサイルの弾道軌道に関する再突入、アポロ計画、シャトル計画等に関連するものであって、地球周回軌道からのカプセル回収には適合しないものである。またマーキュリー、ジェミニに限定しても1962年から1970年にかけて相当数の文献が発刊されているが、回収のシステム解析に関する内容のものは入手していない。よってシステム解析の荒筋をたどるとともに、解析手法の整理および改良を試みたのが本報告の内容である。

本報告および別報文献(1)により、カプセル回収をわが国で行なおうとするとき、システム設計の立場からの対応の目途はある程度ついたと考えている。

## 2. 記号

$a$  : 軌道長半径 [km]

$a$ : 減速度	$\{m/s^2\}$	$\bar{q}$ : 動圧	$\{kg/ms^2\}$
$B := C_D S / (2m)$ 弾道係数	$\{m^2/kg\}$	$q_s$ : よどみ点熱流入量	$\{kcal/m^2s\}$
$C_D := mD / (S\bar{q})$ 抵抗係数		$r$ : 衛星の地心半径	$\{km\}$
$C_L := mL / (S\bar{q})$ 揚力係数		$r_{\oplus}$ : 地球半径	$\{km\}$
$C_{L\alpha} := \partial C_L / \partial \alpha$		$r_1$ : ミッション軌道離脱初期点地心距離	$\{km\}$
$C_m := M_y / (S\bar{q}c)$ モーメント係数		$r_2$ : 回収軌道上 $t_2$ sec における地心距離	$\{km\}$
$C_{m\alpha} := \partial C_m / \partial \alpha$		$r_a$ : 遠地点地心距離	$\{km\}$
$C_{m\dot{\theta}} := (\bar{V}/c) \partial C_m / \partial \dot{\theta}$		$R_a$ : ミッション軌道離脱後のレンジ	$\{km\}$
$C_{m\ddot{\theta}} := (\bar{V}/c)^2 \partial C_m / \partial \ddot{\theta}$		$R_e := \rho \bar{V} c / \mu$ レイノルズ数	
$C_S := \bar{S} / (S\bar{q})$		$R_s$ : 回収体鈍頭部曲率半径	$\{m\}$
$C_{S\alpha} := \partial C_S / \partial \alpha$		$\tau_m := (dr/r) / (d\bar{u}/\bar{u})$	
$C_{S\dot{\alpha}} := (\bar{V}/c) \partial C_S / \partial \dot{\alpha}$		$S$ : 飛しょう体基準面積	$\{m^2\}$
$C_{S\ddot{\alpha}} := (\bar{V}/c) \partial C_S / \partial \ddot{\alpha}$		$\bar{S}$ : 回収体後部に働く機軸に垂直な力	$\{N\}$
$D$ : 単位質量当たりの大気抵抗	$\{m/s^2\}$	$T$ : 軌道離脱から地上到達までの時間	$\{min\}$
$e$ : 離心率		$t$ : 軌道離脱時または高度 90 km を始点とする時間	$\{min\}, \{s\}$
$E$ : 離心近点離角	$\{rad\}$	$T^*$ : 与えられた逆推力モータを用いての最短地上到達時間	$\{min\}$
$F$ : 回収体前面パネルに働く力	$\{N\}$	$T_{90}$ : 高度 90 km までの時間	$\{min\}$
$f$ : 逆推力	$\{N\}$	$T_{ws}$ : よどみ点平衡温度	$\{K\}$
$g := \mu / r^2$ 重力加速度	$\{m/s^2\}$	$u$ : 軌道速度の水平成分	$\{km/s\}$
$\bar{g} := g - \dot{u}^2 / r$	$\{m/s^2\}$	$\bar{u} := u / \sqrt{gr}$ 局所円軌道速度で基準化した $u$	
$H$ : 軌道高度	$\{km\}$	$\tilde{u}$ : 大気に相対的な軌道速度の水平成分	$\{km/s\}$
$H_a$ : 遠地点高度	$\{km\}$	$\bar{u}_m$ : ケプラー運動と Chapman 方程式の解の接続点における $\bar{u}$	
$H_p$ : 近地点高度	$\{km\}$	$V$ : 回収体の軌道速度ベクトル	$\{km/s\}$
$i$ : 軌道傾斜角	$\{rad\}$	$v$ : 軌道速度の地心方向成分	$\{km/s\}$
$I_y$ : 回収体の $B$ 座標系 $y$ 軸に関する質量慣性モーメント	$\{kg \cdot m^2\}$	$V_1$ : ミッション軌道離脱初期点における速度	$\{km/s\}$
$J_2$ : 重力ポテンシャルの二次の Zonal 項の係数		$V_2$ : 回収軌道上 $t_2$ sec における速度	$\{km/s\}$
$K_1 := V^2 / 2 - \mu / r$		$V_c$ : ミッション円軌道速度	$\{km/s\}$
ケプラー運動の不変量 $\{km^2/s^2\}$		$\bar{v}_x$ : $J_2$ 項による速度摂動の $x_H$ 軸成分	$\{km/s\}$
$K_2 := rV \cos i$		$\bar{v}_y$ : $J_2$ 項による速度摂動の $y_H$ 軸成分	$\{km/s\}$
ケプラー運動の不変量 $\{km^2/s^2\}$		$\tilde{v}_x$ : 初期点に誤差を含むときの伝播速度誤差の $x_H$ 軸成分	$\{km/s\}$
$k_1(s)$ : よどみ点に対する鈍頭部各点での局所熱流入量比		$\tilde{v}_y$ : 初期点に誤差を含むときの伝播速度誤差の $y_H$ 軸成分	$\{km/s\}$
$L$ : 緯度	$\{rad\}$	$w$ : 慣性空間に対する大気の世界速度ベクトル	$\{km/s\}$
$L$ : 単位質量当たりのリフト	$\{m/s^2\}$	$x$ : 摂動による基準軌動からのずれの $x_H$ 軸成	
$m$ : 回収体質量	$\{kg\}$		
$m_r$ : 軌道離脱セクション質量	$\{kg\}$		
$n := \sqrt{\mu / a^3}$ 平均運動	$\{rad/s\}$		
$p := \tan(nt/2)$			
$p$ : semilatus rectum	$\{km\}$		
$Q$ : 総熱量	$\{kcal\}$		

	分	[km]	$\xi$ : = $x/c$ 基準化された機体位置
$x$ :	回収体尾端から機軸に沿って測った座標	[m]	$\rho$ : 大気密度 [kg/m <sup>3</sup> ]
$\bar{x}$ :	$J_2$ 項による位置摂動の $x_H$ 軸成分	[km]	$\rho_0$ : 地上における大気密度 [kg/m <sup>3</sup> ]
$\tilde{x}$ :	初期誤差を含むときの伝播位置誤差の $x_H$ 軸成分	[km]	$\sigma$ : 軌道離脱点からの緯度差 [rad]
$x_H$ :	Euler Hill 座標系 $x$ 軸		$\sigma$ : ステファンボルツマン定数 [kcal/m <sup>2</sup> sK]
$y$ :	摂動による基準軌道からのずれの $y_H$ 軸成分	[km]	$\phi$ : $-x_H$ 軸から下方に測った $\Delta V$ の方向 [deg]
$\bar{y}$ :	$J_2$ 項による位置摂動の $y_H$ 軸成分	[km]	$\phi^*$ : 最短到達時間を与える $\phi$ [deg]
$\tilde{y}$ :	初期誤差を含むときの伝播位置誤差の $y_H$ 軸成分	[km]	$\omega_{\oplus}$ : 地球自転角速度 [rad/s]
$y_H$ :	Euler Hill 座標系 $y$ 軸		$\omega_{IH}$ : Euler Hill 座標系の慣性空間に対する角速度ベクトル [rad/s]
$y_T$ :	地上到達時の $y_H$ 軸方向のずれ	[km]	$\omega_n$ : 回収体のピッチング運動の固有円振動数 [rad/s]
$z$ :	= $B\sqrt{r/\beta} \rho \bar{u}$ Chapman の方程式の変数		
$\alpha$ :	迎角	[deg]	
$\beta$ :	大気密度モデルにおけるスケール高度の逆数	[1/km]	
$\Gamma$ :	= $\tilde{\gamma} + \pi/2$ 地面軸系で定義した経路角	[deg]	
$r$ :	経路角	[deg]	
$r_1$ :	ミッション軌道離脱初期点の経路角	[deg]	
$r_2$ :	回収軌道上 $t_2$ sec における経路角	[deg]	
$\tilde{\gamma}$ :	回転地球からみた軌道の相対経路角	[deg]	
$\Delta \bar{S}(t)$ :	トリム状態からの時刻 $t$ における $\bar{S}$ の摂動分	[N]	
$\Delta s$ :	高度 90 km 以後のレンジ	[km]	
$\Delta t$ :	逆推力作用時間	[s]	
$\Delta V$ :	逆推力による速度増分	[km/s]	
$\Delta \alpha$ :	近角のトリムからの摂動分	[deg]	
$\Delta \alpha_x(t)$ :	回収体の座標 $x$ における時刻 $t$ の局所迎角	[deg]	
$\Delta r$ :	経路角のトリム飛しょうからの摂動分	[deg]	
$\zeta$ :	回収体のピッチング運動の減衰比		
$\theta$ :	衛星の緯度引数	[rad]	
$\theta$ :	トリムからの姿勢の摂動分	[deg]	
$\Theta$ :	地面軸系で定義した姿勢角	[deg]	
$\theta^*$ :	衛星の真近点離角	[rad]	
$\mu$ :	重力加速度定数	[km <sup>3</sup> /s <sup>2</sup> ]	
$\bar{\mu}$ :	大気の粘度	[Kg s/m <sup>2</sup> ]	

### 3. 軌道離脱

ジェミニのミッション軌道からの軌道離脱およびその後の軌道の概略について調べる。ジェミニのミッション軌道は高度 274 km 程度の円軌道と考えられる。別報に述べたように、もっと高高度からの飛しょう体の回収を考える場合、直接再突入軌道に入れるのは困難である。ジェミニのミッション軌道程度を中間円軌道と考えていったんその軌道に入れ、その後タイミングを合わせてからレトロロケットを噴射して再突入に向かうという方法が運用上有利である。したがってジェミニのミッション軌道からの回収は、中間円軌道からの回収という意味での一般性をもっている。

いまレトロロケットによる速度増分を  $\Delta V$  [km/s] とし、図 3.1 に示すごとくこれを進行逆方向から  $\phi$  だけ傾けて作用させるものとする。回収体とともに移動する Euler Hill 座標系を地球中心から回収体に向う方向に  $x_H$  軸、軌道面上進行方向へ  $x_H$  軸と垂直に  $y_H$  軸をとっておくものとする。このとき速度増分の  $x_H$  軸および  $y_H$  軸成分はそれぞれ

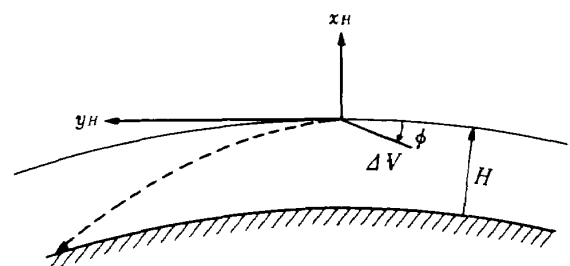


図 3.1 軌道離脱のためのノーテーション

$$\begin{aligned}\dot{x}_0 &= -\Delta V \sin \phi \\ \dot{y}_0 &= -\Delta V \cos \phi\end{aligned}$$

で与えられる。

この  $\Delta V$  による基準軌道からの軌道面内のずれを  $(x, y)$  とすると,  $x$  および  $y$  は Euler Hill 方程式<sup>4)</sup> により

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{nt}/n & 2(1-c_{nt})/n \\ -2(1-c_{nt})/n & 4s_{nt}/n-3t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

で表わされる。ここに  $n$  は基準軌道の平均運動,  $t$  は  $\Delta V$  を作用されてからの経過時間であり,  $s_{nt}$  および  $c_{nt}$  はそれぞれ  $\cos nt$  および  $\sin nt$  の略記法である。書き換えると

$$\left. \begin{aligned} x &= (\Delta V/n) \{-s_{nt} s_\phi - 2(1-c_{nt})c_\phi\} \\ y &= 2(\Delta V/n) \{(1-c_{nt}) - (2s_{nt} - \frac{3}{2}nt)c_\phi\} \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

である。地上到達条件として  $x = -H$  を入れると第一式から次式がえられる。

$$\frac{nH}{\Delta V} = s_{nT} s_\phi + 2(1-c_{nT})c_\phi \quad (3.3)$$

$T$  は地上到達時間である。 $T$  を陽に求めるため  $\tan(nT/2) = p$  とおくと

$$c_{nT} = \frac{1-p^2}{1+p^2}, \quad s_{nT} = \frac{2p}{1+p^2}$$

であるから (3.3) より

$$p = \frac{-s_\phi \pm \sqrt{s_\phi^2 + \frac{nH}{\Delta V} (4c_\phi - \frac{nH}{\Delta V})}}{4c_\phi - \frac{nH}{\Delta V}} \quad (3.4)$$

がえられる。この  $p$  を用いると

$$nT = 2 \tan^{-1} p \quad (3.5)$$

により  $T$  がえられる。

軌道離脱後地上到達までに飛しょうする距離を地表面に沿って測った距離をレンジと呼ぶことにする。レンジ  $R_a$  は Euler Hill 方程式の結果を用いれば

$$R_a = nT r_\oplus + y_T \quad (3.6)$$

で表わされる。 $r_\oplus$  は地球半径である。 $y_T$  は  $t = T$  における軌道進行方向の位置摂動分であって (3.2) により

$$y_T = 3(T \Delta V - H s_\phi) c_\phi \quad (3.7)$$

により与えられる。

さてつきに地上到達条件 (3.3) において  $n$ ,  $H$ ,  $\Delta V$  等を定数として  $\phi$  と  $T$  との関係について考える。(3.3) を  $\phi$  について偏微分し  $\partial T / \partial \phi = 0$  として  $\phi$  についての  $T$  の停留条件を求めると次式をえる。

$$c_\phi^* s_{nT^*} - 2s_\phi^* (1 - c_{nT^*}) = 0 \quad (3.8)$$

前と同様にして  $T^*$  について解くと

$$\tan \frac{1}{2} nT^* = \frac{c_\phi^*}{2s_\phi^*} \quad (3.9)$$

をえる。これを (3.3) に代入すると

$$\frac{nH}{\Delta V} = \frac{4c_\phi^*}{4-3c_\phi^{*2}}$$

であり  $c_\phi^*$  について解くと

$$c_\phi^* = \frac{-2 \frac{\Delta V}{nH} + 2 \sqrt{\left(\frac{\Delta V}{nH}\right)^2 + 3}}{3} \quad (3.10)$$

をえる。二次方程式の他の一根は  $c_\phi^* < 0$  すなわち,  $\phi^* > 90^\circ$  を与えるために除外した。

この  $\phi^*$  に対応する  $T^*$  は (3.3) について調べると  $T$  の最小値であることがわかる。そしてそれが存在するためには (3.10) において  $c_\phi^* \leq 1$  すなわち

$$\frac{\Delta V}{nH} \geq \frac{1}{4} \quad (3.11)$$

が要求される。これは地上到達が実現するための  $\Delta V$  に課せられる要求条件である。地上到達が実現するために必要な  $\Delta V$  の最小値は (3.11) の等号を用いた式で与えられる。このとき (3.10) より  $\phi^* = 0$  となり, レンジは地球半周, すなわち近地点が地表に接する形のホームトランスフェに帰結する。実際には着地点分散を小さくするためもっと大きな  $\Delta V$  を用いる。

$\phi^*$  は  $T$  の停留値を与えるという意味で,  $\phi$  の微小変化に対する  $T$  の 0 感度を与える値でもある。レンジは (3.6) によって与えられるが, 後に計算例でも示すように, 右辺第二項は右辺第一項に比べるとはるかに小さい。かつ (3.3) より明らかなように  $\phi$  が変化しても  $T$  が変化しなければ変化量は大きくなる。したがって推力方向を  $\phi^*$  とれば, その角度に微小誤差を含んでも近似的にレンジは変化しない。最短時間での地上到達および  $\phi$  の誤差に対するレンジ変化量最小の条件を与える意味で,  $\phi^*$  は最

適な軌道離脱用推力方向であるといつてよい。

$\phi$ が(3.10)の $\phi^*$ あるいはこれに近い値に設定されたとする。このとき $\Delta V$ に誤差が含まれるときレンジの変化はどのようになるであろうか。 $\phi$ を定数として $\Delta V$ に関して(3.3)を偏微分すると

$$\frac{\partial nT}{\partial \Delta V} = - \frac{1}{c_{nT} s_\phi + 2 s_{nT} c_\phi} \frac{nH}{\Delta V^2}$$

がえられる。したがって $\Delta V$ を目標値として実際の速度増分を $\Delta \tilde{V} = \Delta V(1 + \epsilon)$ とすると、これに対応する飛しょう角度に現われる誤差 $\delta(nT)$ は

$$\delta(nT) = - \frac{1}{c_{nT} s_\phi + 2 s_{nT} c_\phi} \frac{nH}{\Delta V} \epsilon \quad (3.12)$$

であり、レンジ誤差 $\delta R_a$ は

$$\delta R_a = \delta(nT) r_\oplus \quad (3.13)$$

で表わされる。

以上述べた Euler Hill 方程式を用いる回収軌道概算の方法は Breakwell<sup>5)</sup>に拠っている。Euler Hill 方程式は微小摂動に対して成立つ理論なので、基準軌道からの摂動量が過度に大きい場合、たとえば $\Delta V$ あるいは $H$ が非常に大きくなると精度は悪くなる。またこの方法は大気の影響を無視しているため、大気抵抗および揚力による軌道への影響が考慮されていない。したがってかなり荒っぽい計算ではある。しかしながら用いる計算式が簡単であり、回収軌道の概略が簡明にえられるという点で概念設計段階では非常に有力な方法である。

#### a) ジェミニの回収例

ジェミニの軌道条件の概略については付表に示す。各ケースとも軌道離脱前における離心率は小さく、とくにN、VおよびX以外はほとんど円軌道といつてよい。ジェミニVIIの場合を例にとると遠地点および近地点高度は

$$H_a = 287.06 \quad [\text{km}]$$

$$H_p = 260.76 \quad [\text{km}]$$

であり、軌道長半径、離心率および平均運動は

$$a = r_\oplus + \frac{H_a + H_p}{2} = 6652.07 \quad [\text{km}]$$

$$e = \frac{H_a - H_p}{2a} = 0.001977$$

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} = 0.11637 \times 10^{-2} \quad [\text{rad/s}]$$

$$= 6.9821 \times 10^{-2} \quad [\text{rad/min}]$$

となる。

文献6)によるとジェミニの場合レトロロケットによる速度増分は

$$\Delta V = 0.0976 \quad [\text{km/s}]$$

とされている。したがって高度として平均値

$$H = a - r_\oplus = 273.91 \quad [\text{km}]$$

を用いておくと

$$\Delta V / nH = 0.30620$$

であり、(3.11)と満たしているため地上到達が可能である。(3.10)により

$$c_\phi^* = 0.968472, \quad s_\phi^* = 0.249121$$

$$\phi^* = 14.425 \quad [\text{deg}]$$

以下関係する式を用いて

$$nT^* = 2.1913 \quad [\text{rad}]$$

$$T^* = 31.384 \quad [\text{min}]$$

$$y_T = 335.72 \quad [\text{km}]$$

$$R_a = 13976 + 336 = 14312 \quad [\text{km}]$$

をえる。

ジェミニのフライトデータによるとVIIの場合、軌道離脱後着水までの時間は34.5 [min]であった。上記の $T^* = 31.4$  [min]と比べると10%ほど長い。大気抵抗およびパラシュートによる減速分を考えると、上記解析結果はよい概算値を与えていると思われる。フライトにおける $\phi^*$ のデータはえられていない。

レンジについては、大気抵抗による減速によって、実際には上記の概算値より縮まる。大気圏での飛しょう時間は後に示すように全飛しょう時間の1/3程度であり、この間の飛しょう距離は大ざっぱに見積って1/2程度になるので、ここで計算された値より2000 km程度短縮されると考えておいてよい。ジェミニの場合揚力はレンジを伸ばす方向に働いているが、非揚力体の場合に比べて最大でも600 km程度伸びるにすぎないので、レンジの概算値に影響を与えない。これらについては5章で丁寧に調べる。

$\Delta V$ に誤差があったとする。このとき(3.12)により

$$\delta(nT) = -2.2885 \epsilon$$



である。1%の誤差すなわち  $\epsilon = 0.01$  とすると (3.13) により

$$\delta R_a = \delta(nT) r_{\oplus} = 146.0$$

となる。誘導によるレンジ調節可能範囲が600km程度であるから、この調節可能範囲の中心に目標点を置けば、±2%の  $\Delta V$  の誤差であれば誘導により吸収できることになる。

ジェミニの回収軌道は  $\Delta V$  のレベルが非常に低い。 $nH/\Delta V = 3.27$  が示すように、もう2割程度  $\Delta V$  が小さければ、空気がないと仮定すると、近地点をへて軌道は宇宙に逆戻りする。実際には空気があるので  $nH/\Delta V = 4$  の場合でも大気圏外に再度戻ることはないと思われるが、空気力の働き方により、落下点位置が変動しやすいので望ましくない。

b) ジェミニの計算例で  $\phi$  を変えた場合

前例の  $\phi$  を変えた場合について計算しておこう。

$\phi = 0$  とすると、(3.4) 式により

$$p = \sqrt{\frac{\frac{nH}{\Delta V}}{4 - \frac{nH}{\Delta V}}} = 2.1151$$

$$nT = 2 \tan^{-1} p = 2.2583 \quad (\text{rad})$$

したがって時間としては 0.960 min, レンジとしては 413km 程度長くなる。

$\phi = 2\phi^* = 28.850$  (deg) の場合

$$p = \frac{-s_{\phi} + \sqrt{s_{\phi}^2 + \frac{nH}{\Delta V} (4c_{\phi} - \frac{nH}{\Delta V})}}{4c_{\phi} - \frac{nH}{\Delta V}} = 2.1959$$

$$nT = 2 \tan^{-1} p = 2.2869 \quad (\text{rad})$$

この場合時間は 1.369 min, レンジは 610km 長くなる。

さらに角度を大きくしていくと、 $p$  を求める平方根が虚数になってしまう。すなわち地上到達不能になる。この限界を求めるために

$$s_{\phi}^2 + \frac{nH}{\Delta V} (4c_{\phi} - \frac{nH}{\Delta V}) = 0$$

を  $\phi$  について解くと

$$\phi = 37.81 \quad (\text{deg})$$

がえられる。ジェミニで設定された  $\Delta V$  ではこれ以上  $\phi$  を大きくすると地上到達不能になる。

c) ジェミニの計算例で  $\Delta V$  を変えた場合

a) の例で  $\Delta V$  をもっと大きくとったらどうなるかを考える。 $\Delta V$  を2倍および4倍にとった例について計算した結果を a) の  $\Delta V$  の場合と比較すると表 3.9 のようになる。時間およびレンジ共に  $\Delta V$  を増すことにより短縮される。しかしながら  $\Delta V$  を増すと  $\phi^*$  が大きくなり、急角度再突入となるために減速度が大きくなることは避けられない。

表 3.1  $\Delta V$  の変化に対する回収軌道特性

	$\Delta V$	$2 \Delta V$	$4 \Delta V$
$\phi^*$ (deg)	14.43	35.23	53.26
$nT^*$ (rad)	2.1913	1.2321	0.7144
$T^*$ (min)	31.384	17.646	10.232
$y_T$ (km)	336	145	60
$R_a$ (km)	14312	8004	4616

## 4. 大気を見捨てる空間での軌道

### 4.1 ケプラー運動

前節で用いた Euler Hill 方程式の方法は、最短時間地上到達条件を見通しのよい形で与える反面、空気がないという仮定を容認しても、摂動量が大きくなると誤差が入ってくる。この誤差の程度を確認するとともに、軌道中間点での軌道要素をえるという目的から、ケプラー運動の必要な関係式についてまとめておく。

水平方向に飛しょう速度  $V_c$  をもつ物体に対して、 $\phi$  の方向に  $\Delta V$  を作用させるものとする。このとき図 4.1 に示す経路角  $\gamma_1$  と軌道速度  $V_1$  とは次の関係により求められる。

$$\tan \gamma_1 = - \frac{\Delta V \sin \phi}{V_c - \Delta V \cos \phi} \quad (4.1)$$

$$V_1 \sin \gamma_1 = -\Delta V \sin \phi \quad (4.2)$$

このときの地心距離を  $r_1$  とすると、ケプラー運動においては軌道に沿って次の不変量が存在する。



図 4.1  $\Delta V$  によって生ずる  $V_1$  および  $\gamma_1$

$$\frac{V_1^2}{2} - \frac{\mu}{r_1} = K_1 \quad (4.3)$$

$$r_1 V_1 \cos \gamma_1 = K_2 \quad (4.4)$$

したがって地心距離  $r_2$  における速度を  $V_2$ 、経路角を  $\gamma_2$  とするとそれぞれ次式によって与えられる。

$$V_2^2 = \sqrt{V_1^2 + 2\mu \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)} \quad (4.5)$$

$$r_2 = \cos^{-1} \left( \frac{r_1 V_1}{r_2 V_2} \cos \gamma_1 \right) \quad (4.6)$$

また軌道の遠地点の高度および速度を  $r_a$ 、 $V_a$  とすると

$$p = \left( \frac{r_a V_a}{\mu} \right)^2 = \frac{K_2^2}{\mu}$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{K_2}{r_a} \right)^2 - \frac{\mu}{r_a} = K_1$$

により

$$r_a = \frac{-\mu \pm \sqrt{\mu^2 + 2K_1 K_2^2}}{2K_1} \quad (4.7)$$

$$e = 1 - \frac{p}{r_a} \quad (4.8)$$

がえられる。したがってケプラー運動の

$$\theta_i^* = 2\pi - \cos^{-1} \left( \frac{p - r_i}{r_i e} \right) \quad (9.9)$$

$$E_i = 2 \left[ \pi + \tan^{-1} \left\{ \left( \frac{1-e}{1+e} \right)^{\frac{1}{2}} \tan \frac{\theta_i^*}{2} \right\} \right] \quad (4.10)$$

$$n'(t_i - t_p) = E_i - e \sin E_i \quad (4.11)$$

の関係により、レンジおよび時間  $t$  は

$$r_a = r_{\oplus} (\theta_2^* - \theta_1^*) \quad (4.12)$$

$$t = t_2 - t_1 \quad (4.13)$$

によって与えられる。ただし  $\theta_i^*$  および  $E_i$  は  $i$  点 ( $i = 1, 2$ ) における真近点離角および離心近点離角である。

大気突入時に空力的に問題となるのは空気との相対速度である。大気は地球と同じ角速度  $\omega_{\oplus}$  で回転するものと仮定する。このとき慣性空間に対する大気速度を図 3.1 の Euler Hill 座標系で成分表示すると

$$\boldsymbol{w} = \omega_{\oplus} r \cos i \hat{y} - \omega_{\oplus} r \sin i \cos \theta \hat{z} \quad (4.14)$$

となることは、文献 4 の付録 C-2 において示した。ただし  $\hat{y}$  および  $\hat{z}$  は Euler Hill 座標系  $y_H$  および  $z_H$  軸方向の単位ベクトル、 $i$  は軌道傾斜角、 $\theta$  は衛星

の緯度引数である。第一項はレンジに関係し、第二項はクロスレンジ（軌道面に対して垂直な方向の軌道のずれ）に関係する。いまはレンジのみを問題とするので第一項のみを取上げる。(4.14) より明らかのように大気速度  $\boldsymbol{w}$  は  $\theta$  を介して緯度により変化する量である。しかしながら軌道面内進行方向の成分  $\omega_{\oplus} r \cos i$  は緯度に存在しない量として扱える。

軌道速度の水平成分を  $u$ 、その大気に対する相対速度を  $\tilde{u}$  とすると

$$\tilde{u} = u - \omega_{\oplus} r c_i \quad (4.15)$$

となる。 $u = V \cos \gamma$  であるが、回収軌道では  $r$  は非常に小さいのでほとんどの場合  $u \simeq V$  として扱ってよい。

a) ジェミニの回収例

ジェミニ XII の  $\Delta V$  に対する最適な作用角度  $\phi^*$  の場合について、軌道離脱から着地までを空気が働かないと仮定して求めてみる。

$$V_c = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = \sqrt{\frac{398604}{6652.07}} = 7.7409 \quad (\text{km/s})$$

$$\gamma_1 = -\frac{0.0976 \times 0.24912}{7.7409 - 0.0976 \times 0.96847} = -3.1798 \times 10^{-3} \quad (\text{rad})$$

$$V_1 = -0.0976 \times \frac{0.24912}{\sin(-3.1798 \times 10^{-3})} = 7.6464 \quad (\text{km/s})$$

$$K_1 = \frac{(7.6464)^2}{2} - \frac{398604}{6652.07} = -30.688 \quad (\text{km}^2/\text{s}^2)$$

$$K_2 = 6652.07 \times 7.6464 \times 0.999995 = 50864.1 \quad (\text{km}^2/\text{s})$$

$$p = \frac{(50864.1)^2}{398604} = 6490.55 \quad (\text{km})$$

$$r_a = \frac{-398604 - \sqrt{(398604)^2 - 2 \times 30.688 \times (50864.1)^2}}{-2 \times 30.688} = 6653.97 \quad (\text{km})$$

$$e = 1 - \frac{6490.55}{6653.97} = 0.02456$$

$$\theta_1^* = 2\pi - \cos^{-1} \left( \frac{6490.55 - 6652.07}{6652.07 \times 0.02456} \right) = 3.29242 \quad (\text{rad})$$

$$\theta_2^* = 2\pi - \cos^{-1} \left( \frac{6490.55 - 6378.16}{6378.16 \times 0.02456} \right) = 5.56572 \quad [\text{rad}]$$

$$R_a = 6378.16 \times (\theta_2^* - \theta_1^*) = 14499 \quad [\text{km}]$$

$$\left( \frac{1-e}{1+e} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.975734$$

$$E_1 = 2 \left[ \pi + \tan^{-1} \{ 0.975734 \tan(\theta_1^*/2) \} \right] = 3.29616 \quad [\text{rad}]$$

$$E_2 = 2 \left[ \pi + \tan^{-1} \{ 0.975734 \tan(\theta_2^*/2) \} \right] = 5.58172 \quad [\text{rad}]$$

$$a' = \frac{r_a}{1+e} = 6494.47 \quad [\text{km}]$$

$$n' = \sqrt{\frac{\mu}{a'^3}} = 1.20630 \times 10^{-3} \quad [\text{rad/s}]$$

$$t_1 - t_p = \frac{1}{n'} (E_1 - e \sin E_1) = 2735.59 \quad [\text{s}]$$

$$t_2 - t_p = \frac{1}{n'} (E_2 - e \sin E_2) = 4640.28 \quad [\text{s}]$$

$$T^* = t_2 - t_1 = 1904.69 \quad [\text{s}] \\ = 31.745 \quad [\text{min}]$$

Euler Hill 方程式による解  $R_a = 14312$  [km],  $T^* = 31.38$  [min] と本計算による解とを比べると 1% 程度の誤差しかない。Euler Hill 方程式による解は計算が簡単であるにもかかわらず、よい精度を与えることがわかる。

つぎに大気圏突入前の速度と経路角を求める例として高度 90 km の場合について考える。(4.5) および (4.6) により

$$V_2 = \sqrt{(7.6464)^2 + 2 \times 398604 \times \left( \frac{1}{6468.16} - \frac{1}{6652.07} \right)} \\ = 7.8661 \quad [\text{km/s}]$$

$$\gamma_2 = \cos^{-1} \left( \frac{6652.07 \times 7.6464}{6468.16 \times 7.8611} \times 0.999995 \right) = 1.38205 \quad [\text{deg}]$$

であり、この高度における円軌道速度は

$$V_{2c} = \sqrt{\frac{\mu}{r}} = \sqrt{\frac{398604}{6468.16}} = 7.8502 \quad [\text{km/s}]$$

であるから

$$V_2 / V_{2c} = 1.00202$$

である。また軌道接線方向の大気速度は  $\omega_{\oplus} = 7.2722 \times 10^{-5}$  [rad/s] であるから、 $i = 30^\circ$  として

$$w = \omega_{\oplus} r \cos i = 0.4085 \quad [\text{km/s}]$$

をえる。したがって

$$\tilde{V}_2 = 7.8661 - 0.4085 = 7.4576 \quad [\text{km/s}]$$

$$\tilde{V}_2 / V_{2c} = 0.9500$$

となる。大気に対する相対的な経路角  $\tilde{\gamma}$  を求めるためには、慣性空間に対する経路角  $\gamma$  を用いて

$$\tilde{\gamma} = \sin^{-1} \left( \frac{V \sin \gamma}{\tilde{V}} \right) = -1.4578 \quad [\text{deg}]$$

によればよい。

レンジの時間については

$$\theta_2^* = 2\pi - \cos^{-1} \left( \frac{6490.55 \times 6468.16}{6468.16 \times 0.02456} \right) = 4.8538$$

$$R_a = r_{\oplus} (\theta_2^* - \theta_1^*) = 9958.74 \quad [\text{rad}]$$

$$E_2 = 2 \left[ \pi + \tan^{-1} \left( 0.02456 \times \tan \frac{\theta_2^*}{2} \right) \right] = 4.8781 \quad [\text{rad}]$$

$$t_2 - t_p = \frac{1}{n'} (E_2 - e \sin E_2) = 4063.91 \quad [\text{s}]$$

$$T_{90} = t_2 - t_1 = 1328.32 \quad [\text{s}] \\ = 22.139 \quad [\text{min}]$$

となる。高度 90 km までの降下高度は全高度の約  $2/3$  であるから、レンジおよび飛しょう時間も、地上到達時までのレンジおよび時間の  $2/3$  と考えても大きくは変わらない。

ジェミニの軌道について上記の結果および大気圏への境界付近 120 km から 80 km まで 10 km 毎の各高度における同様の特性値を表 4.1 にまとめて示す。

#### b) 逆推力を二分して使う場合の可能性

274 km の高度から一度の逆推力噴射によって再突入するのではなく、逆推力噴射を二度に分けてまず最初の逆推力により中間楕円軌道に落とし、この中間円軌道の近地点で二度目の噴射を行なって再突入するという方法も考えられる。運用上の制約からこのような方法が要求されるかもしれない。

ジェミニの場合レトロケットは 4 個ついているので、これを二分して 2 個ずつ使うとどのようになるかを検討しよう。リエントリモジュールの質量は

$$m = 2177.56 \quad [\text{kg}]$$

であり、逆推力の全インパルスは

$$f \Delta t = 252663 \quad [\text{Ns}]$$

である。

$$\Delta V = 0.0976 \quad [\text{km/s}]$$

であったから

表 4.1 ケプラー運動を仮定した場合の各高度における諸量

$H$ [km]	274	120	110	100	90	80	0
$V_c$ [km/s]	7.7409	7.8321	7.8381	7.8441	7.8502	7.8563	7.8381
$V$ [km/s]	7.6464	7.8298	7.8419	7.8540	7.8661	7.8782	7.8419
$w$ [km/s]	0.4201	0.4104	0.4097	0.4091	0.4085	0.4028	0.4097
$V/V_c$	0.9878	0.9997	1.0005	1.0013	1.0020	1.0028	1.0005
$\tilde{V}/V_c$	0.9335	0.9473	0.9482	0.9491	0.9500	0.9515	0.9482
$\gamma$ [deg]	-0.1822	-1.3987	-1.4014	-1.3948	-1.3821	-1.3699	-1.4083
$\tilde{\gamma}$ [deg]	-0.1928	-1.4761	-1.4787	-1.4715	-1.4578	-1.4437	-1.4859
$t$ [min]	0	19.534	20.400	21.267	22.139	23.018	31.745

$$(m+m_r) \Delta V = f \Delta t$$

によりレトロロケットを含む軌道離脱セクションの質量  $m_r$  は

$$m_r = 411.20 \quad [\text{kg}]$$

となる。

2回の逆推力による  $\Delta V_i$  の設定を次のようにする。

i) 質量:  $m+m_r=2588.76$  [kg]

インパルス:  $f \Delta t / 2 = 126331$  [Ns]

$\Delta V_1 = 126331 / 2588.76 = 48.800$  [m/s]

ii) 質量:  $m+m_r-50=2538.76$  [kg]

インパルス:  $f \Delta t / 2 = 126331$  [N·s]

$\Delta V_2 = 126331 / 2538.76 = 49.761$  [m/s]

レトロロケットの推進剤質量は約100kgなので最初の燃焼により、その半分を消費するものとした。

$\Delta V_1$  は 274km 高度円軌道で進行方向逆向きに  $\phi=0$  として作用させるものとするこの点が遠地点になり、楕円軌道の特性は以下のように求められる。

$$V_a = V_c - \Delta V_1 = 7.7409 - 0.0488 = 7.6921 \quad [\text{km/s}]$$

$$r_a = r_1 = 6652.07 \quad [\text{km}]$$

$$K_2 = r_a V_a = 51167.72 \quad [\text{km}^2/\text{s}]$$

$$K_1 = \frac{V_a^2}{2} - \frac{\mu}{r_a} = 30.3384 \quad [\text{km}^2/\text{s}^2]$$

$$p = \frac{K_2^2}{\mu} = 6568.26 \quad [\text{km}]$$

$$e = 1 - \frac{p}{r_a} = 0.012599$$

$$r_p = \frac{p}{1+e} = 6486.54 \quad [\text{km}]$$

$$V_p = \frac{r_a}{r_p} V_a = 7.8883 \quad [\text{km/s}]$$

近地点高度は  $H_p = 108.38$  [km] であり、この高度における円軌道速度は

$$V_{pc} = \sqrt{\frac{\mu}{r_p}} = 7.8391 \quad [\text{km/s}]$$

である。

$\Delta V_2$  については二つの成分に分割して考える。まず第一の成分で近地点を円軌道速度に修正し、第二の成分を用いて 3 章で述べた円軌道からの軌道離脱を行なう。 $\Delta V_2$  としてはこの二つの成分の合成ベクトルとして扱えばよい。今回の場合、円軌道速度に修正するのに必要な分は

$$\Delta V_{2a} = V_p - V_{pc} = 0.0492 \quad [\text{km/s}]$$

であり、残りは

$$\Delta V_{2b} = \Delta V_2 - \Delta V_{2a} = 0.0006 \quad [\text{km/s}]$$

となる。

(3.11) を充足させる意味でのこの高度における最小の  $\Delta V$  は

$$\Delta V = \frac{1}{4} n H = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{398604}{6378.16 + 108.38}} \times 108.38 = 0.0327 \quad [\text{km/s}]$$

であり、これを  $\phi=0$  すなわち進行方向逆向きに作用させることが要求される。したがってこの  $\Delta V_{2b}$  では地上到達不能である。

$\Delta V_{2b}$  を増すことにより a) で記述したジェミニの場合と同じ大気への突入条件を得ることを考えよう。表 4.1 を求めたと同様の計算により、ジェミニの軌道では  $H=108.38$  [km] に対して  $V_1=7.8438$  [km/s],

$\tau_1 = 1.4007$  [deg] となる。したがって (4.1) および (4.2) を用いると

$$\begin{aligned} \Delta V_{2b} \sin \phi &= -V_1 \sin \tau_1 = -0.19174 \\ \Delta V_{2b} \cos \phi &= V_c + \frac{\Delta V \sin \phi}{\tan \tau_1} = -0.00241 \end{aligned}$$

をえる。よって

$$\begin{aligned} \phi &= 89.28 && \text{[deg]} \\ \Delta V_{2b} &= 0.1918 && \text{[km/s]} \end{aligned}$$

をえる。すなわちほぼ地球中心に向って、ジェミニの例 a) で用いた  $\Delta V$  の 2 倍程度の  $\Delta V_{2b}$  を用いなければならない。

$\Delta V_{2a}$  と合わせるとけっさくジェミニの  $\Delta V$  の 3 倍程度が必要になる。二度に分割しないで一度に噴射すれば  $\phi = 0$  の場合でも地上に到達できたことを考えると、回収において逆推力モータを二度に分割して用いる方法は効率が悪いことがわかる。

#### 4.2 地球の扁平形状および超高層大気の影響

前節で扱ったケプラー運動では地球を完全球と考えている。ところが実際の地球は扁平形状をしている。したがって厳密な軌道計算において軌道の地心半径から高度を出すためには、地点緯度の要素を加えなければならない。かつ実際の軌道は扁平形状による重力ポテンシャルの緯度による変化のために摂動を受け、単純な楕円運動とはならない。前節のケプラー運動の解は概略の設計値ではあるが、正確なシミュレーションへ検討を移す際にできるだけ実際の軌道と正確に対応がとれることが望ましい。

概念設計において大気圏への再突入境界高度は、揚力機体に対しては 120 km、弾道飛行体に対しては 90 km という使いわけをしている。それではジェミニのような小さな揚力をもつ飛しょう体に対してはどちらを適用する方がよいのであろうか。またそれらの境界高度以上での超高層大気の影響はどの程度にあるのであろうか。

本節ではこれらの問題について Euler Hill 方程式および軌道シミュレーションを用いて検討する\*。

\* 特殊摂動法を用いたシミュレーションのためのプログラムは、大坪技官が作製したものを使わせていただいた<sup>7)</sup>

地球の扁平形状による重力ポテンシャルの二次の Zonal 項 (以下  $J_2$  項と略称する) による軌道の摂動の扱い方については前の報告<sup>4)</sup> に記述してあるので、これを引用する。

一つのケプラー運動を基準運動と考える。 $J_2$  項によってこの基準軌道が受ける摂動を 3 章で述べた Euler Hill 座標系を用いて表わすと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{2} K \left( 1 - \frac{3}{2} s_i^2 + \frac{1}{2} s_i^2 c_{2\theta} \right) \\ \bar{y} &= \frac{1}{2} K s_i^2 s_{2\theta} \\ \bar{v}_x &= -\frac{5}{8} n K s_i^2 s_{2\theta} \\ \bar{v}_y &= \frac{1}{2} n K \left( 1 - \frac{3}{2} s_i^2 + s_i^2 c_{2\theta} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4.16)$$

$$K = J_2 a \left( \frac{r_{\oplus}}{a} \right)^2$$

ただし  $J_2$  は重力ポテンシャル二次の Zonal 項の係数、 $\theta$  は衛星の緯度引数であり、 $\bar{x}$  および  $\bar{y}$  は位置摂動、 $\bar{v}_x$  および  $\bar{v}_y$  は速度摂動の Euler Hill 座標系各要素であって、 $s_i$  および  $c_{2\theta}$  等はそれぞれ  $\sin i$  および  $\cos 2\theta$  を略記したものである。したがって基準軌道に対応する  $J_2$  項が存在する重力場での軌道を  $J_2$  軌道と略称すると、 $J_2$  軌道は上記の摂動をもっている。

もしこの摂動を無視し、基準軌道における位置および速度を初期条件として  $J_2$  項が存在する場において軌道シミュレーションを行なうと、すなわち  $t=0$  における基準軌道の要素を接触軌道とする軌道 (接触軌道と略称する) について考えると、 $J_2$  軌道からの接触軌道のずれは、初期点において

$$\begin{aligned} \tilde{x}_0 &= -\bar{x}(0) \\ \tilde{y}_0 &= -\bar{y}(0) \\ \tilde{v}_{x0} &= -\bar{v}_x(0) \\ \tilde{v}_{y0} &= -\bar{v}_y(0) \end{aligned}$$

であり、任意時刻においては

$$\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{v}_x \\ \tilde{v}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - c_{nt} & s_{nt} & s_{nt}/n & \dots \\ 2 s_{nt} - 3 n t & -1 + 2 c_{nt} & -2(1 - c_{nt})/n & \\ -n s_{nt} + 3 n^2 t & n - n c_{nt} & 2 - c_{nt} & \\ n c_{nt} - n & -n s_{nt} & -s_{nt} & \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2(1-c_{nt})/n \\ 4s_{nt}/n-3t \\ -2s_{nt}+3nt \\ 2c_{nt}-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x}_0 \\ \tilde{y}_0 \\ \tilde{v}_{x0} \\ \tilde{v}_{y0} \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

によって表わされる。

ミッション軌道離脱後のジェミニの軌道に上式を適用してみる。軌道離脱点は赤道上有るという設定を用いる。軌道傾斜角  $i = 30^\circ$  の軌道においては、アフリカ上空の赤道上で軌道離脱し、ジェミニと同程度の飛しょうレンジを用いれば、回収点がちょうど日本領界内に納まることになるのでこの設定は実際上も意味がある。  $\theta = 0$  とすると(4.16)式により

$$\begin{aligned} \bar{x}_{(0)} &= \frac{1}{2} K c_i^2 \\ \bar{y}_{(0)} &= 0 \\ \bar{v}_{x(0)} &= 0 \\ \bar{v}_{y(0)} &= \frac{1}{2} n K (1 - \frac{1}{2} s_i^2) \end{aligned}$$

となる。

$$\begin{aligned} J_2 &= 0.001082 \\ a &= 6494.47 \quad (\text{km}) \\ n &= 1.2063 \times 10^{-3} \quad (\text{rad/s}) \end{aligned}$$

を用いると

$$K = 6.7776 \quad (\text{km})$$

であって、

$$\begin{aligned} \bar{x}_{(0)} &= 2.5415 \quad (\text{km}) \\ \bar{v}_{y(0)} &= 3.5769 \quad (\text{km/s}) \end{aligned}$$

がえられる。ただし  $a$  はミッション軌道離脱後の軌道の長半径であり、前節の a) における  $r_a$  およびその対としての  $r_p$  から求められる。

この数値を用いると、 $J_2$  軌道からの接触軌道の差は

$$\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{v}_x \\ \tilde{v}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.84370 & 1.39882 \times 10^3 \\ -2.26613 & 0.24100 \times 10^3 \\ 3.92511 \times 10^{-3} & 2.26613 \\ -1.01775 \times 10^{-3} & -0.68739 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2.5415 \\ 3.5769 \times 10^{-3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9.68290 \\ 4.89734 \\ -18.0814 \times 10^{-3} \\ 5.04534 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

となる。またこの点における基準軌道に対する  $J_2$  軌道の摂動量は(4.16)により

$$\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{v}_x \\ \tilde{v}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.71510 \\ 0.06540 \\ -0.39444 \times 10^{-3} \\ 1.58290 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

である。

扁平地球上での回収軌道についてより詳細に扱う場合には  $J_2$  項によって生ずるこれらの摂動量の効果も考えなければならない。

この Euler Hill 方程式を用いた摂動および誤差伝播に関する解は擬似円運動を仮定している。したがって軌道の離心率が大きくなるにしたがって精度は悪くなる。たとえば誤差伝播のマトリクス計算において

$$\theta \simeq nT = 1.41385 \quad (\text{rad})$$

を用いたが、正確なケプラー運動の解では

$$\theta = \theta_2^* - \theta_1^* = 1.37227 \quad (\text{rad})$$

であった。この二つの  $\theta$  の不一致からくるような誤差は避けがたい。

つぎに  $J_2$  項を含む重力場をシミュレートできるようなプログラムを用いて回収軌道を計算する場合、この摂動量をいかに取扱うかについて述べる。ケプラー運動を仮定してえられた初期条件をそのままこのプログラムへ初期値として与えるとそれによってえられる解は先に述べた接触軌道になる。これに対して(4.16)式で与えられる  $J_2$  項による摂動量を変換して初期値として適当な軌道要素に加えてやると、これによってえられる軌道は(4.16)式の精度の範囲で修正され、近似的に  $J_2$  軌道となる。この軌道を  $J_2$  補正軌道とよぶことにする。この二つの軌道の他に、重力場の  $J_2$  項を除去し、かつ地球半径を緯度によらず赤道半径とするという設定、すなわち大気密度モデルを含む以外ケプラー運動と同じ設定を用いた軌道を球地球軌道と呼ぶ。

これらの各設定にもとづいた場合のシミュレーション結果の高度 120 km および 90 km における特性値をケプラー運動の解析解とともに表 4.2 に示す。

高度 120 km の場合、ケプラー運動の解と球地球軌道のシミュレーション結果とはかなりよい一致をみている。また  $L/D = 0.19$  と  $L/D = 0.0$  との場合の

表 4.2 ケプラー運動とシミュレーション各種との結果の比較

a)  $H = 120$  [km]

	ケプラー運動	球地球軌道	接 触 軌 道	$J_2$ 補 正 付
$V$ [km/s]	7.8298	7.8297	7.8332	7.8397
$\tilde{V}$ [km/s]	7.4194	7.4196	7.4233	7.4297
$V/V_c$	0.9997	0.9997	1.0001	1.0097
$\tilde{V}/V_c$	0.9493	0.9473	0.9478	0.9486
$\dot{H}$ [km/s]	$-191.12 \times 10^{-3}$	$-191.56 \times 10^{-3}$ ( $-191.59 \times 10^{-3}$ )	$-201.54 \times 10^{-3}$ ( $-201.57 \times 10^{-3}$ )	$-191.74 \times 10^{-3}$ ( $-191.77 \times 10^{-3}$ )
$r$ [deg]	-1.3987	-1.4019 (-1.4021)	-1.4743 (-1.4745)	-1.4015 (-1.4017)
$\tilde{r}$ [deg]	-1.4761	-1.4794 (-1.4797)	-1.5558 (-1.5560)	-1.4788 (-1.4790)
$t_{120}$ [min]	19.534	19.878	19.661	20.505

b)  $H = 90$  [km]

	ケプラー運動	球地球軌道	接 触 軌 道	$J_2$ 補 正 付
$V$ [km/s]	7.8661	7.8586	7.8627	7.8686
$\tilde{V}$ [km/s]	7.4576	7.4503	7.4545	7.4604
$V/V_c$	1.0020	1.0011	1.0016	1.0023
$\tilde{V}/V_c$	0.9500	0.9491	0.9496	0.9503
$\dot{H}$ [km/s]	$-189.73 \times 10^{-3}$	$-188.81 \times 10^{-3}$ ( $-190.23 \times 10^{-3}$ )	$-199.47 \times 10^{-3}$ ( $-200.77 \times 10^{-3}$ )	$-186.95 \times 10^{-3}$ ( $-188.39 \times 10^{-3}$ )
$r$ [deg]	-1.3821	-1.3767 (-1.3871)	-1.4515 (-1.4632)	-1.3614 (-1.3719)
$\tilde{r}$ [deg]	1.4578	-1.4522 (-1.4631)	-1.5310 (-1.5433)	-1.4359 (-1.4470)
$t_{90}$ [min]	22.139	22.495 (22.490)	22.159 (22.156)	23.139 (23.135)

註. ( ) のない欄は  $L/D=0.19$  および  $L/D=0$  に共通な値のとき  
 ( ) のある欄のうち ( ) なしは  $L/D=0.19$ , ( ) 内は  $L/D=0.0$  の値

差もあまり認められない。したがって高度 120 km までには表に示す程度の精度では大気による抵抗および揚力の影響は現われないと考えられる。わずかに高度 120 km に達する時間のみに差が認められるが、これは大気抵抗の影響であろう。接触軌道および  $J_2$  軌道はこれらから顕著な相違を示している。

先に述べた解析解との対応を調べるために、球地

球軌道の高度 120 km に達したときの時刻 19.878 min における各ケースの特性値について比較すると表 4.3 のごとくである。 $L$  は緯度、 $\sigma$  は軌道離脱点からの緯度差である。

接触軌道と球地球軌道との  $V$  の差は直ちに解析解の  $\tilde{v}_y + \tilde{v}_x$  に対応する。球地球と扁平地球とでは  $L \approx 29.5^\circ$  においては半径の差が 5.1551 km 程ある。した

がって接触軌道と球地球軌道との  $H$  の差から 5.1551 km 引いた量が解析解の  $\tilde{x} + \bar{x}$  に対応する。また両者の  $\dot{H}$  の差は Euler Hill 座標系の原点における速度差ではなく、それから  $\tilde{y} + \bar{y}$  だけずれたところの速度であるから

$$\tilde{v}_x + \bar{v}_x + n(\tilde{y} + \bar{y}) = \dot{\tilde{x}} + \dot{\bar{x}}$$

に対応する。 $\tilde{y} + \bar{y}$  は

$$\theta = \cos^{-1}(\cos L \cos \sigma)$$

をそれぞれについて求めて差を出し、それに地球半径をかければえられる。このようにしてえられた結果と解析解との比較を表 4.4 a) に示す。

同様にして  $J_2$  補正軌道と球地球軌道のシミュレーションの結果の差から、解析解の  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ ,  $\dot{\bar{x}}$ ,  $\dot{\bar{y}}$  に相当する量がえられる。これらの比較を表 4.4 b) に

表 4.3  $t = 19.878$  [min] におけるシミュレーション各特性値

	球地球軌道	接触軌道	$J_2$ 補正軌道
$H$ [km]	120.00	117.40	127.15
$V$ [km/s]	7.8297	7.8364	7.8311
$\dot{H}$ [km/s]	-191.55	-201.70	-191.60
$L$ [deg]	29.498	29.475	29.469
$\sigma$ [deg]	73.499	73.567	73.502

表 4.4  $J_2$  項による摂動に関する解析解とシミュレーション解との比較

a) 接触軌道

	解析解	接触軌道
$\tilde{x} + \bar{x}$ [km]	-7.7528	-7.7543
$\tilde{y} + \bar{y}$ [km]	6.1070	6.0001
$\dot{\tilde{x}} + \dot{\bar{x}}$ [km/s]	$-10.150 \times 10^{-3}$	$-10.153 \times 10^{-3}$
$\dot{\tilde{y}} + \dot{\bar{y}}$ [km/s]	$6.6317 \times 10^{-3}$	$6.6238 \times 10^{-3}$

b)  $J_2$  補正軌道

	解析解	$J_2$ 補正軌道
$\bar{x}$ [km]	1.7151	1.9915
$\bar{y}$ [km]	0.0654	-0.2193
$\dot{\bar{x}}$ [km/s]	$-0.3944 \times 10^{-3}$	$-0.0424 \times 10^{-3}$
$\dot{\bar{y}}$ [km/s]	$1.5829 \times 10^{-3}$	$1.3790 \times 10^{-3}$

示す。

表 4.2 a) に示すように、接触軌道とケプラー運動とでは、 $V$  の差が  $3.4 \times 10^{-3}$  km/s,  $H$  の差が  $-10.45 \times 10^{-3}$  km/s 程度あった。表 4.4 の結果をこれと比べるとかなり一致度はよくなっている。したがって設計を進めるに当たっては、単純にケプラー運動での解析結果をシミュレーションにおける接触軌道に移すのではなく、Euler Hill 方程式の解を用いた簡単な補正方法を用いて、扁平形状地球における飛しょう軌道とケプラー運動の解との対応をはかるようにした方がよい。

表 4.2 b) に示す高度 90 km の場合になると、ケプラー運動の解とシミュレーションにおける球地球軌道とでは、 $V$  の値にも差異が認められる。また  $L/D = 0.19$  と  $L/D = 0.0$  との間でも、 $V$  は表示精度では一致しているが、 $\dot{H}$  には顕著な差が現われる。その差はケプラー運動と接触軌道あるいは  $J_2$  補正軌道との差とはほぼ同程度になっている。したがって高度 120 km から 90 km までの軌道に対する大気抵抗の影響は、 $J_2$  項によって生ずる摂動とはほぼ同程度と考えてよい。

$J_2$  項の影響を無視してよいような概念検討の段階では再突入についても 90 km 以下で考えればよい。一方落下点の詳細な位置の検討の段階では、 $J_2$  項の影響を考えるとともに、大気圏境界も 120 km と考えることが要求される。

## 5. 大気への再突入

地球上において大気密度は、高度が上るとともに対数的に減少するが、高度 100 km あたりから拡散圏に入り、大気密度の減少傾向は鈍化する。高高度に至ってもいぜん衛星の軌道寿命に影響を与えるような意味で大気は存在するわけである。

宇宙からの物体の回収において、大気への再突入の始点とみなされるのは、軌道および加熱特性等に対して大気の影響が顕著な影響を与え始める高度であり、経験的に無揚力体に対しては 90 km, 揚力体に対しては 120 km とされている<sup>15)</sup>。その軌道計算に与える影響については前章で考察したごとくである。

ジェミニに関する米国の資料を調べると、軌道計算の観点からは 120 km を再突入点と考える一方、軌



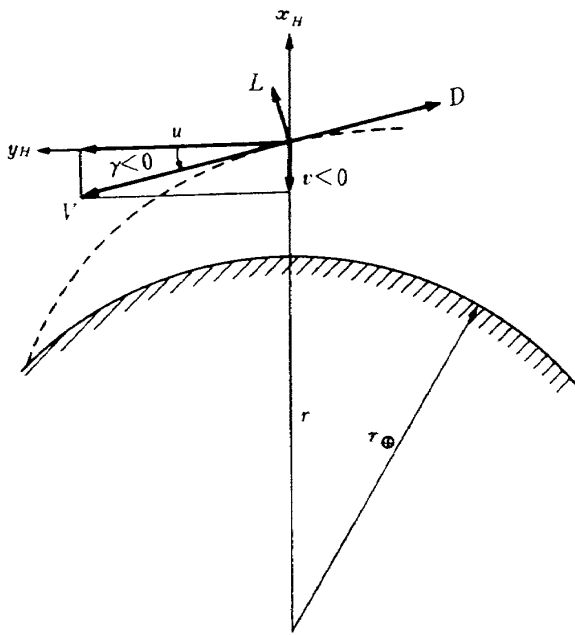


図 5.1 再突入に関するノーテーション

道操作の観点からは 90 km を再突入点とみなし、ガイダンスモードの開始動機をこの高度で与えているようである。

このように再突入のフェーズの定義は、扱う飛しょう体により、また目的によって異なっている。本章では Chapman<sup>8)</sup> の考え方にもとづいた再突入の軌道特性の扱い方について述べる。この手法で扱える再突入高度の始点は 85 km 以下となりやや低い、再突入軌道特性を簡潔に整理できる点で概念検討上有力な方法である。

### 5.1 再突入に関する Chapman の方程式

図 5.1 に示すように、再び Euler Hill 座標系と同じ回転座標系を用いて考える。慣性速度の  $x$ ,  $y$  軸方向の成分をそれぞれ  $u$ ,  $v$  とする。この場合空気力による減速が働いているので座標系の回転角度は  $n$  ではなく、 $z$  軸まわり  $u/r$  によって表わされる。ベクトル的に表わすと  $\omega_{IR} = (0, 0, u/r)$  である。飛しょう体に働く加速度は Coriolis の法則を用いて

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} \Big|_I &= \frac{dV}{dt} \Big|_H + \omega_{IH} \times V \\ &= \begin{pmatrix} dv/dt \\ du/dt \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ u/r \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} v \\ u \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$= \begin{pmatrix} dv/dt - u^2/r \\ du/dt + uv/r \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

と表わされる。この系に働く単位質量当たりの力は

$$f = \begin{pmatrix} -g + L \cos \gamma - D \sin \gamma \\ -(D \cos \gamma + L \sin \gamma) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

で与えられる。ただし  $L$  および  $D$  はそれぞれ飛しょう体の単位質量当たりに働く揚力と抗力で、図 5.1 の図示の方向を正とする。 $g = \mu/r^2$  は衛星に働く地球の重力である。重力の実測値はこれから地球の遠心力を差引いたものであってこれとは一致しない。

(5.1) および (5.2) より次式をえる。

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} - \frac{u^2}{r} = -g + L \cos \gamma - D \sin \gamma & (5.3) \\ \frac{du}{dt} + \frac{uv}{r} = -D \cos \gamma - L \sin \gamma & (5.4) \end{cases}$$

ただし

$$v = u \tan \gamma \quad (5.5)$$

の関係がある。

本方程式で扱う高高度はせいぜい 100 km 程度以下であり、この範囲の大気密度については高度  $H = r - r_{\oplus}$  の関数として

$$\rho = \rho_0 e^{-\beta H} \quad (5.6)$$

なる形で精度よく近似されることが知られている。

$$\frac{dH}{dt} = \frac{dr}{dt} = v$$

なることに注意すると、(5.6) を時間で微分することにより

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} &= \frac{d\rho}{dH} \cdot \frac{dH}{dt} = -\beta \rho v \\ &= -\beta \rho u \tan \gamma \end{aligned} \quad (5.6')$$

がえられる。(5.3), (5.4) および (5.6)' がこの系の基本的な微分方程式である。

計算を簡単化するため (5.4) において次の仮定にもとづいた近似を用いる。

- i)  $|du/dt| \gg |uv/r|$  i.e.  $|du/u| \gg |dr/r|$
- ii)  $|D \cos \gamma| \gg |L \sin \gamma|$  i.e.  $|(L/D) \tan \gamma| \ll 1$

Kepler 運動の範囲内では

$$rV \cos \gamma = ru = \text{const.}$$

が成立つから

$$dr/r = -du/u$$

である。したがって i) は大気抵抗が働き始めてから成立つ仮定である。しかし実際例について検討すると大気抵抗により軌道がまだあまり影響を受けない範囲から成立つので、方程式の成立範囲を過度に狭めるものではない。逆の見方からすると i) は Kepler 運動の解と本方程式の接合点をどの点にとるかを規定する条件式でもある。

ii) の仮定は揚力体による急角度降下以外では成立する。揚力体による急角度降下は、通常着地の間際までは起らないので、この仮定も一般の回収体の再突入の軌道および空気力学的に重要なフェーズにおいては広く成立つと考えられる。

さらに衛星の単位質量あたりに働く大気抵抗  $D$  を次のように設定する。

$$D = \bar{q} C_D S/m \approx \frac{1}{2} \rho V^2 C_D S/m = B \rho \frac{u^2}{\cos^2 \gamma}$$

ただし  $V^2 = u^2 + v^2$  であり、 $\bar{q} = \rho V^2/2$  は動圧、 $C_D$  は抵抗係数、 $S$  は飛行体基準面積、 $B = C_D S/2m$  は弾道係数である。正確には  $D$  の計算に用いられる  $V$  は慣性速度ではなく、地球自転の影響を考慮した大気に相対的な速度  $\tilde{V}$  でなくてはならないが、本方程式の解析の主目的とする最大減速度および最大加熱の現象が生ずる範囲では  $V \approx \tilde{V}$  が成立つので、地球自転の影響を無視する。

二つの仮定および  $D$  に関する仮定により (5.4) は次式のようになる。

$$\frac{du}{dt} = -D \cos \gamma = -B \rho \frac{u^2}{\cos \gamma} \quad (5.4)'$$

(5.5) を微分して

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= \frac{du}{dt} \tan \gamma + \frac{u}{\cos^2 \gamma} \frac{d\gamma}{dt} \\ &= -B \rho u^2 \frac{\sin \gamma}{\cos^2 \gamma} + \frac{u}{\cos^2 \gamma} \frac{d\gamma}{dt} \end{aligned}$$

これを (5.3) に代入すると次式をえる。

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{\cos^2 \gamma}{u} \left(-g + \frac{u^2}{r}\right) + B \frac{L}{D} \rho u \cos \gamma \quad (5.3)'$$

(5.4)', (5.6)' および (5.3)' がこの系の近似仮定を用いたときの微分方程式である。まとめると

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{du}{dt} &= -B \rho \frac{u^2}{\cos \gamma} & (5.4)' \\ \frac{d\rho}{dt} &= -B \rho u \tan \gamma & (5.6)' \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \frac{\cos^2 \gamma}{u} \left(-g + \frac{u^2}{r}\right) + B \frac{L}{D} \rho u \cos \gamma & (5.3)' \end{aligned} \right.$$

これは右辺に  $t$  を含まないオートノーム系であるから  $u$  を変数におきかえて相空間で考えた方が簡単である。(5.6)' および (5.3)' を (5.4)' で割ると

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\rho}{du} &= \frac{\beta}{B} \frac{\sin \gamma}{u} & (5.7) \\ \frac{d\gamma}{du} &= -\frac{1}{B} \frac{\cos^3 \gamma}{\rho u^3} \left(-g + \frac{u^2}{r}\right) - \frac{L}{D} \frac{\cos^2 \gamma}{u} & (5.8) \end{aligned} \right.$$

をえる。扱いの便宜上  $u$  よりも  $\bar{u}$  を局所円軌道速度で基準化した変数

$$\bar{u} = u/\sqrt{gr}$$

を用いた方がよい。これを用いると上式は次のようになる。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\rho}{d\bar{u}} &= \frac{\beta}{B} \frac{\sin \gamma}{\bar{u}} & (5.9) \\ \frac{d\gamma}{d\bar{u}} &= \frac{1}{B\bar{r}} \frac{\cos^3 \gamma}{\rho} \left(\frac{1-\bar{u}^2}{\bar{u}^3}\right) - \frac{L}{D} \frac{\cos^2 \gamma}{\bar{u}} & (5.10) \end{aligned} \right.$$

(5.10) に残っている  $r$  は  $\bar{u}$  に含まれる  $r$  と同様の意味で局所高度  $H$  を用い  $r = r_{\oplus} + H$  とした方が精度がよいわけであるが、リエントリ区間における  $r$  の変化率は小さいので近似的に定数として扱ってもよい。

$\rho$  の変化は再突入区間において非常に大きいので、逆数的に大きな変化を示す  $\bar{u}$  と組合わせて、 $\rho \bar{u}$  を従属変数とする方が計算の上で有利である。さらに  $B\sqrt{r/\beta}$  を組合わせて無次元化した従属変数

$$z = B \sqrt{\frac{r}{\beta}} \rho \bar{u} \quad (5.11)$$

を用いると (5.9), (5.10) は次式のようになる。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dz}{d\bar{u}} &= \frac{z}{\bar{u}} + \sqrt{\beta r} \sin \gamma & (5.12) \\ \frac{d\gamma}{d\bar{u}} &= -\frac{1}{\bar{u}} \frac{L}{D} \cos^2 \gamma + \frac{1}{\sqrt{\beta r} z} \frac{1-\bar{u}^2}{\bar{u}^2} \cos^3 \gamma & (5.13) \end{aligned} \right.$$

$$I.C. : z(\bar{u}_i) = B \sqrt{\frac{\tau}{\beta}} \rho_i \bar{u}_i, \quad r(\bar{u}_i) = r_i$$

飛しょう体ごとに異なるパラメータは  $B$  および  $L/D$  である。(5.9) および (5.10) はこの両方を含んでいるのでこの両者の組み合わせに対して解を求める必要がある。一方(5.12) および (5.13) では微分方程式には  $L/D$  のみしか含まず、後に示すように  $z(u_i) \approx 0$  で近似できるので、 $L/D$  の変化に対してのみ微分方程式を解けば  $B$  変化に対する解は(5.11)の変換のみによって得られることになる。(5.11)の変換を用いることにより微分方程式のパラメータを一個減らすことができた。同様の工夫は基準化された速度  $\bar{u}$  を独立変数として用いる点でもなされている。たとえばジェミニの場合では表 4.1 に示すように、高度 120 km から 90 km の間における  $\bar{u} \approx V/V_c$  の変化は  $V$  の変化の 1/2 程度であり、しかも  $\bar{u} \approx 1.0$  となっている。一般的な地球周回衛星の回収においては、初期条件をほぼ

$$z(1.0) = 0, \quad r(1.0) = r_i$$

の形にして大体的見当をつけられるという場合が多い。したがって微分方程式の初期条件の組み合わせも単純になるという利点がある。

この従属変数  $z$  を用いる再突入近似解析の方法は Chapman<sup>8)</sup> によっている。Chapman は (5.12) および (5.13) の形ではなく、二階の常微分方程式

$$\begin{cases} uz'' - z' + \frac{z}{u} = \frac{1-u^2}{uz} \cos^4 \gamma - \sqrt{\beta \tau} \frac{L}{D} \cos^3 \gamma & (5.14) \end{cases}$$

$$\begin{cases} z' - \frac{z}{u} = \sqrt{\beta \tau} \sin \gamma & (5.15) \end{cases}$$

$$I.C. \quad z(\bar{u}_i) = z_i, \quad z'(\bar{u}_i) = z'_i$$

を導いてこれを用いている。その誘導過程はやゝわかりづらいので、本報告では異なった形で記述してある。(5.12) および (5.13) を変形すると容易に(5.14) および (5.15) の形を得るが、考え方の上でも、計算上も、(5.12) および (5.13) の形の方が便利に思われる。

さて微分方程式の解がえられたとき、これを用いて軌道特性の諸量はどのように表現できるであろうか。まず高度  $H$  については(5.6) および (5.11) によ

り

$$\rho = \rho_0 e^{-\beta H} = \frac{z}{B \sqrt{\frac{\tau}{\beta}} \bar{u}}$$

であるから

$$H = -\frac{1}{\beta} \ln \frac{1}{\rho_0 B \sqrt{\frac{\tau}{\beta}} \frac{z}{\bar{u}}} \quad (5.16)$$

がえられる。

加速度  $a$ 、大気突入後のレンジ  $\Delta s$ 、経過時間  $t$ 、動圧  $\bar{q}$  等は次式で与えられる。

$$t = \int_{t_1}^t dt = \int_u^{u_1} \frac{\cos \gamma}{B \rho u^2} du = \frac{1}{\sqrt{\beta g}} \int_{\bar{u}}^{\bar{u}_1} \frac{\cos \gamma d\bar{u}}{\bar{u} z} \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta s}{\tau} &= \frac{1}{\tau} \int_{t_1}^t u dt = \int_u^{u_1} \frac{\cos \gamma}{B \rho u} du \\ &= \frac{1}{\sqrt{\beta \tau}} \int_{\bar{u}}^{\bar{u}_1} \frac{\cos \gamma d\bar{u}}{z} \end{aligned} \quad (5.18)$$

$$a = -\frac{du}{dt} \approx \frac{1}{\cos \gamma} B \rho u^2 = \frac{g \sqrt{\beta \tau}}{\cos \gamma} \bar{u} z \quad (5.19)$$

$$\bar{q} = \frac{1}{2} \rho V^2 = \frac{1}{2} \frac{g}{B} \sqrt{\beta \tau} \frac{\bar{u} z}{\cos^2 \gamma} \quad (5.20)$$

基準長を  $c$ 、粘性係数を  $\bar{\mu}$  とするとレイノルズ数  $R_e$  は

$$\frac{R_e}{c} = \frac{\rho V}{\bar{\mu}} = \frac{\sqrt{g \beta}}{B \bar{\mu} \cos \gamma} z \quad (5.21)$$

で与えられる。よどみ点熱流入量  $q_s$  および総熱流入量  $Q$  については Chapman は層流を仮定して次の式を用いている。

$$\begin{aligned} q_s &= \frac{c}{\sqrt{R_s}} \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{V}{\sqrt{g \tau}} \right)^3 = \frac{\sqrt{2} c \beta^{\frac{1}{2}}}{\rho_0^{\frac{1}{2}} \tau^{\frac{1}{4}}} \left[ \frac{1}{\sqrt{2 B R_s}} \right] \\ &\quad \frac{1}{\cos^3 \gamma} z^{\frac{5}{2}} \bar{u}^{\frac{5}{2}} \end{aligned} \quad (5.22)$$

$$\begin{aligned} Q &= \iint k_1(s) q_s dt ds = \left[ \frac{\sqrt{2} c \beta^{\frac{1}{2}}}{\rho_0^{\frac{1}{2}} \tau^{\frac{1}{4}}} \frac{1}{g \sqrt{\beta \tau}} \right] \\ &\quad \frac{1}{\sqrt{2 B R_s}} [k_2 S] \int_{\bar{u}}^{\bar{u}_1} \frac{\bar{u}^{\frac{3}{2}}}{z^{\frac{1}{2}} \cos^2 \gamma} d\bar{u} \\ &\quad k_2 S = \int k_1(s) ds \end{aligned} \quad (5.23)$$

ただし  $R_s$  は鈍頭部曲率半径、 $c$  ( $\text{kcal m}^{-\frac{3}{2}} \text{s}^{-1}$ ) は定数であり、 $k_1(s)$  はよどみ点に対する鈍頭部各点で

の局所熱流入量の比率である。

よどみ点において熱伝導がないものと仮定すると、  
ふく射による平衡温度は次式で与えられる。

$$T_{ws} = \left( \frac{1}{\varepsilon \sigma} q_s \right)^{\frac{1}{4}} = \left[ \frac{1}{\varepsilon \sigma} \frac{\sqrt{2} C \beta^{\frac{1}{2}}}{\rho_0^{\frac{1}{2}} r^{\frac{1}{4}}} \right]^{\frac{1}{4}} \left( \frac{1}{2 B R_s} \right)^{\frac{1}{4}} \left( \frac{1}{\cos^3 \gamma} z^{\frac{1}{2}} \bar{u}^{\frac{5}{2}} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (5.24)$$

ただし  $\sigma$  はステファンボルツマン定数、 $\varepsilon$  は赤外ふく射率である。

定数値を次のように設定する。

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{1}{7.163} && \left[ \frac{1}{\text{km}} \right] \\ r &= 6448 && [\text{km}] \\ \rho_0 &= 1.3906 && \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \\ g &= \frac{\mu}{r^2} = 9.587 && \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \\ \bar{u} &= 1.60 \times 10^{-6} && \left[ \frac{\text{kg s}}{\text{m}^2} \right] \\ \sigma &= 13.54 \times 10^{-12} && \left[ \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \text{s K}} \right] \\ C &= 2.546 \times 10^4 && \left[ \frac{\text{kcal}}{\frac{1}{3} \text{m}^2 \text{s}} \right] \end{aligned}$$

$B$  および  $R_s$  の単位をそれぞれ ( $\text{m}^2/\text{kg}$ ) および ( $\text{m}$ ) で与えるとする。このとき地球における回収に対しては次のような形になる。

$$H = 40.8288 - 7.163 \ln \left( \frac{1}{B \times 10^3} \frac{z}{\bar{u}} \right) \quad [\text{km}] \quad (5.16)'$$

$$t = 27.3 \int_{\bar{u}}^{\bar{u}_1} \frac{\cos \gamma d\bar{u}}{z} \quad [\text{s}] \quad (5.17)'$$

$$\frac{ds}{r} = \frac{1}{30} \int_{\bar{u}}^{\bar{u}_1} \frac{\cos \gamma}{z} d\bar{u} \quad (5.18)'$$

$$\frac{a}{g} = 30 \frac{\bar{u} z}{\cos \gamma} \quad (5.19)'$$

$$\bar{q} = \frac{144}{B} \frac{\bar{u} z}{\cos^2 \gamma} \quad \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \right] \quad (5.20)'$$

$$\frac{R_e}{c} = \frac{2386}{B} \frac{z}{\cos \gamma} \quad \left[ \frac{1}{\text{m}} \right] \quad (5.21)'$$

$$q_s = 70.5 \left[ \frac{1}{\sqrt{2 B R_s}} \right] \frac{1}{\cos^3 \gamma} \bar{u}^{\frac{5}{2}} z^{\frac{1}{2}} \quad \left[ \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \text{s}} \right] \quad (5.22)'$$

$$Q = 1900 \left[ k_2 S \frac{1}{\sqrt{2 B R_s}} \right] \int_{\bar{u}}^{\bar{u}_1} \frac{\bar{u}^{\frac{1}{2}}}{z^{\frac{1}{2}} \cos^2 \gamma} d\bar{u} \quad [\text{kcal}] \quad (5.23)'$$

$$T_{ws} = 1510 \left( \frac{1}{2 R_s B} \right)^{\frac{1}{4}} \left( \frac{1}{\varepsilon \cos^3 \gamma} \bar{u}^{\frac{5}{2}} z^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{4}} \quad [\text{K}] \quad (5.24)'$$

時間  $t$ , レンジ  $ds/r$ , 加速度  $a/g$  等の右辺には弾道係数  $B$  が陽には含まれていない。(5.11) の  $z$  には含まれているが、 $z$  は  $B$  を含まない微分方程式の解としてきまる。したがってこれらの量は  $L/D$  が同じであれば  $B$  が異なった値をとっても変化しない軌道特性である。実際は近似仮定をおかないシミュレーションによれば、 $B$  の変化に応じてこれらの値も変化することが指摘されている<sup>15)</sup> すなわち(5.11)における  $B$  と  $\rho$  との配分の変化が、方程式(5.12)および(5.13)の  $r$  を介して  $z$  の解の変化に表われるものと考えられる。しかしながら今回対象となるジェミニの  $B$  の近傍においては  $B$  の変化によってこれらの値に現われる変化の幅は、他のパラメータ変化に対するのに比べるとずっと小さいので、概念的には上記のように把握しておいてもよい。

高度  $H$ , 動圧  $\bar{q}$ , レイノルズ数  $R_e/c$  等は  $B$  および  $L/D$  によって異なった値をとる軌道特性である。よどみ点熱流入量  $q_s$  または総熱量  $Q$  およびよどみ点温度  $T_{ws}$  等は  $L/D$  および  $B$  ばかりでなく、曲率半径  $R_s$  によっても異なった値をとる。 $B$  が一定とすると熱は  $R_s$  の  $1/2$  乗、よどみ点温度は  $R_s$  の  $1/8$  乗に反比例する。しかしながら、密度が同じ相似な衛星を考えると、 $B R_s = \text{const}$  となるので、よどみ点の熱流入量および温度の条件は変わらないことになる。このことは相似な縮小模型を用いて本番に対する打込み模擬実験を行なうような場合、基本方針をたてる上で重要なポイントとなる。

解析的な方法を用いる利点は、解が簡便に得られること以上にパラメータの各特性値に及ぼす影響をつかまえやすい点にある。この Chapman の方程式は地球周回衛星の再突入ばかりでなく、衛星の自然落下、地球以外の惑星への突入等まで幅広く適用することが可能であり、文献8)には種々の計算例が示されている。大胆な仮定を用いているにもかかわらず

ず、厳密解ともよい一致をみることは原論文ばかりでなく、Korkによっても検討されている<sup>15)</sup>。本報告ではジェミニの例について計算を行なった結果について次節で述べる。

計算に入る前に、時間、レンジ等を計算する場合に問題となる Kepler 運動との接続法についてまとめておこう。近似仮定の 1) でも述べたように本方程式が成立するためには  $d\bar{u}/\bar{u} \gg dr/r$  なることが要求された。Kepler 運動が成立する範囲では  $d\bar{u}/\bar{u} = dr/r$  であるから

$$\tilde{\gamma}_m = \frac{dr/r}{d\bar{u}/\bar{u}} = \frac{uv/r}{du/dt} \quad (5.27)$$

が 1 より小さなある値になったところを接続点とすればよい。大気突入前後において  $r$  は大きく変化しないので、 $r = \text{const}$  と仮定すると (5.12) の解は

$$z = \sqrt{\beta r} \sin \gamma \bar{u} \ln \frac{\bar{u}}{\bar{u}_i} \approx \sqrt{\beta r} \sin \gamma \cdot \bar{u} \frac{\bar{u} - \bar{u}_i}{\bar{u}_i}$$

となる。ただし  $\bar{u}_i$  は大気抵抗の効果が現われたす前の速度である。よって

$$\tilde{\gamma}_m = \frac{uv/r}{du/dt} = \frac{-\bar{u} \sin \gamma}{\sqrt{\beta r} z} \approx \frac{1}{\beta r} \left( \frac{1}{1 - \bar{u}/\bar{u}_i} \right) \quad (5.28)$$

であるから、接続点の  $\bar{u}$  を  $\bar{u}_m$  と書くと

$$\frac{\bar{u}_m}{\bar{u}_i} = 1 - \frac{1}{\beta r} \frac{1}{\tilde{\gamma}_m} \quad (5.29)$$

となる。 $\tilde{\gamma}_m$  に数値を与えると  $\bar{u}_m/\bar{u}_i$  は

$$\tilde{\gamma}_m = 0.2 : \bar{u}_m/\bar{u}_i \approx 0.995$$

$$\tilde{\gamma}_m = 0.1 : \bar{u}_m/\bar{u}_i \approx 0.99$$

のようになる。 $\tilde{\gamma}_m = 0.2$  程度が適当と考えられている。

## 5.2 Chapman の方程式の精度とその修正式

ジェミニの例を用いて Chapman 方程式の解と厳密なシミュレーションの解との比較を行なった。ジェミニの大気圏での特性値としては

$$B = 1.46045 \times 10^{-3} \quad \left[ \frac{\text{m}^2}{\text{kg}} \right]$$

$$L/D = 0.19 \text{ または } 0.0$$

を用いた。 $B$  の値はジェミニ回収体の質量  $m = 2178$  [kg]、前部防熱板投影面積  $S = (2.286/2)^2 \pi = 4.1043$  [m<sup>2</sup>] および抵抗係数  $C_D = 1.55$  を用いて  $B = C_D S / 2m$  により求めた。 $C_D$  および  $L/D = 0.19$  の値はジ

ェミニの飛しょうデータ (6.1 節参照) における高度 90 km から 50 km の間の平均的な値を用いている。

Chapman の方程式の初期値としては表 4.1 において  $H = 90$  [km] および 120 [km] における値

$$H_i = 90 \text{ [km]} : \bar{u}_i = 1.0020, \quad r(u_i) = -1.3821 \quad (\text{deg})$$

$$H_i = 120 \text{ [km]} : \bar{u}_i = 0.9997, \quad r(u_i) = -1.3987 \quad (\text{deg})$$

の二通りを用いてみた。これと比較する軌道シミュレーションの設定は 4.2 と同様、すなわち表 4.2 に示される軌道の延長として、球地球軌道、接触軌道および  $J_2$  補正付軌道の各ケースについて、 $B$  および  $L/D$  を上記の値に設定してシミュレーションを行なった。これらの結果をまとめると表 5.1 の通りである。高度 90 km からパラシュート開傘時の高度 15 km に至るまでの時間を  $t_{90-15}$ 、レンジを  $R_{a90-15}$  とし、また最大動圧の高度  $H_{\text{max} \bar{q}}$  と最大動圧  $\text{Max} \bar{q}$  について、 $L/D = 0.9$  および 0.0 のケースについて示してある。時間およびレンジを計算するに当たって必要なケプラー運動との接続は  $\tilde{\gamma}_m = 0.2$  となる点を選んだ。このときの接続高度  $H_m$  は各ケースについて表 5.1 c) に示してある。

Chapman の方程式では  $J_2$  項の影響を考慮していないので、もしその他の仮定の影響が小さければ、シミュレーションの球地球軌道のケースと一致するはずである。結果として二つの Chapman 方程式の解と球地球軌道との差は、球地球軌道と接触軌道あるいは  $J_2$  補正軌道との差に比べるとやや大きめではあるが、それほど違わない。また  $H_i = 90$  [km] と  $H_i = 120$  [km] との場合とでもどちらかがひどく悪いというわけではない。目的によってはこのままでも十分に使えるといえよう。

しかしここでは方程式誘導に用いた仮定と誤差との関係についてもう少し検討してみよう。図 5.2 に  $H_i = 90$  [km] とした場合の Chapman 方程式の解としての高度  $H$  に対する速度  $V$  の変化を実線で、また球地球軌道としてのシミュレーション結果における慣性速度  $V$  を一点鎖線で、大気に対する相対速度  $\tilde{V}$  を点線で示す。同様の比較を高度  $H$  に対する経路角  $\gamma$  について行なった結果を図 5.3 に示す。以下では大気に対する相対的な速度  $\tilde{V}$  および経路角  $\tilde{\gamma}$  を単に

表 5.1 Chapman 方程式の解とシミュレーションの解との比較

a)  $L/D=0.19$ 

	Chapman 方程式		シミュレーション		
	$H_i=90$ [km]	$H_i=120$ [km]	球地球軌道	接触軌道	$J_2$ 補正軌道
$t_{90-15}$ [min]	8.2236	8.0021	8.3656	8.1000	8.3134
$R_{\alpha 90-15}$ [km]	2322.5	2223.0	2263.2	2312.3	2289.1
$H_{\max \bar{q}}$ [km]	44.106	43.765	40.283	39.921	41.038
$\text{Max } \bar{q}$ (kg/ms <sup>2</sup> )	10842	10737	10897	10864	10919

b)  $L/D=0.0$ 

	Chapman 方程式		シミュレーション		
	$H_i=90$ [km]	$H_i=120$ [km]	球地球軌道	接触軌道	$J_2$ 補正軌道
$t_{90-15}$ [min]	5.1416	4.9847	5.2448	5.1010	5.2516
$R_{\alpha 90-15}$ [km]	1577.4	1507.5	1581.8	1526.8	1551.4
$H_{\max \bar{q}}$ [km]	41.093	41.162	37.411	37.840	37.130
$\text{Max } \bar{q}$ (kg/ms <sup>2</sup> )	27624	27996	26622	26885	26662

c) ケプラー運動と Chapman 方程式との接続高度 [km]

	$L/D=0.19$	$L/D=0.0$
$H_i=90$ [km]	81.396	81.296
$H_i=120$ [km]	83.631	83.494

相対速度および相対経路角と呼ぶことにする。

これらの図から明らかなように、実際の Chapman 方程式の解は高度 60 km 程度まではシミュレーションにおける一点鎖線の  $V$  および  $r$  と一致しているが、高度が下るにつれて、点線の相対速度  $\tilde{V}$  および相対経路角  $\tilde{\gamma}$  に一致する傾向を示す。これは Chapman 方程式の誘導過程で慣性速度  $V$  と相対速度  $\tilde{V}$  とが一致するという仮定を用いたためである。軌道高度が高い間は速度に対する地球の自転速度の比率が小さいのでこの仮定は有効であるが、高度が下るにつれ地球の自転速度の比率が大きくなり、かつ方程式自体が相対速度および相対経路角を求める特性が強いためこのような結果になったのである。表 5.1 の精度が要求される場合、問題ないともいえるが、えられた速度および経路角が慣性空間に対するものか、回転地球に対するものが判然としないのはあまり具

合よくない。はじめから相対速度に対する方程式を導くことを考えよう。

慣性速度が必要であった (5.1) にもどって考えると、地球自転速度は高度によらずほぼ一定とみなせるので、 $du/dt \approx d\tilde{u}/dt$ 、 $v$  は両者に共通であり、 $uv/r$  は方程式変形の仮定 ii) により消去されるので関係しない。したがって慣性速度を必要とするのは (5.1) の  $-u^2/r$  の項の  $u$  のみである。(5.2) の  $L$  および  $D$  に速度が含まれるが、これはもともと相対速度を用いるべきものである。(5.2) に含まれる  $r$  も  $L$  および  $D$  の方向を指定するために用いられるのであるが、図 5.1 から明らかなように、 $u$  の代りに  $\tilde{u}$  を用いれば自動的に  $\tilde{\gamma}$  となる。したがって相対速度を用いることにすると、方程式 (5.8) の  $u^2/r$  の項の  $u$  にのみ慣性速度  $\tilde{u} + \omega_{\oplus} r c_i$  を用いれば、他の  $u$  は  $\tilde{u}$  に、 $r$  は  $\tilde{\gamma}$  に書直してよいことになる。

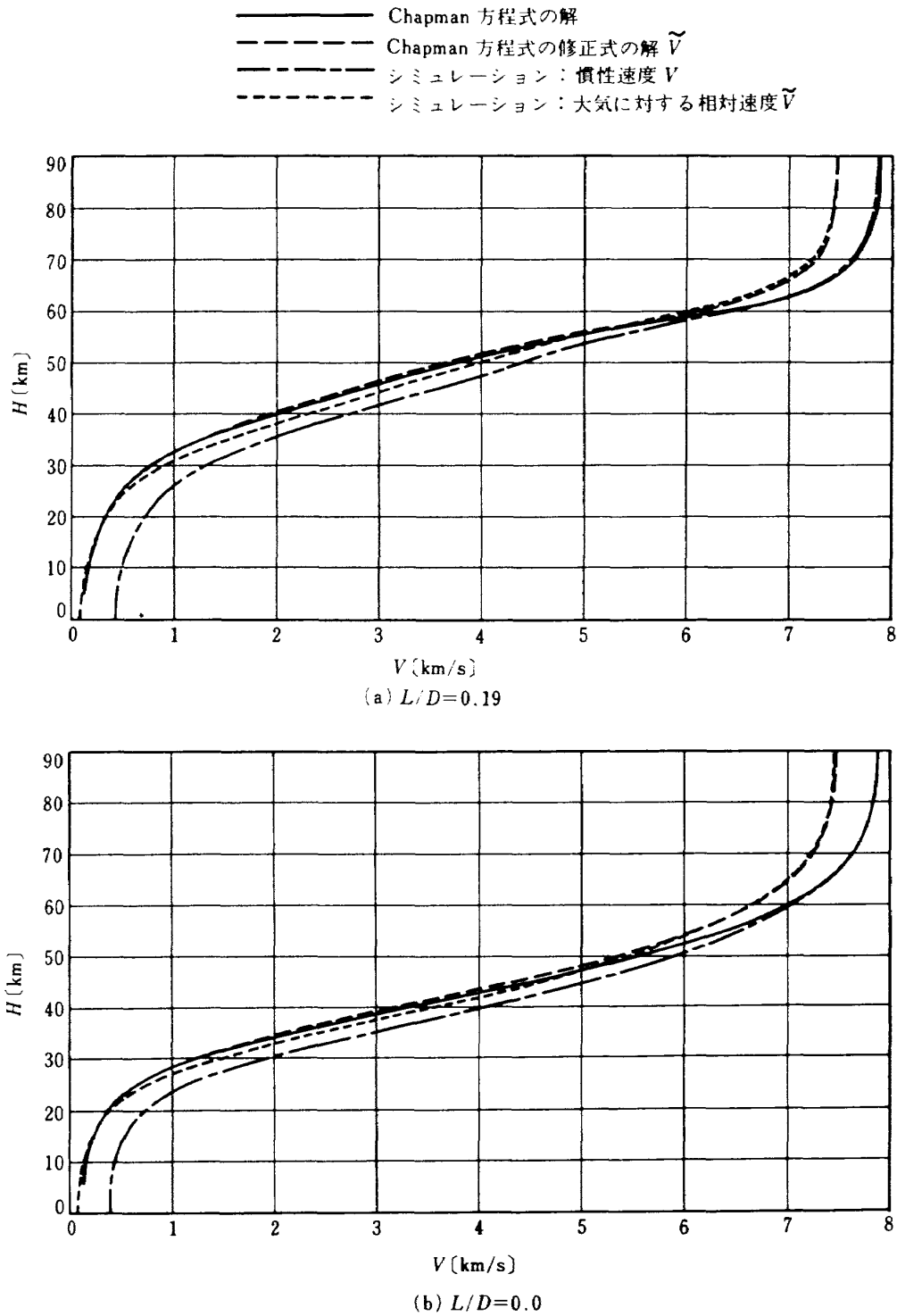


図 5.2 Chapman 方程式の解とシミュレーション解との比較；速度

方程式 (5.7) および (5.8) をみると、ほぼ一定の  $g$  に対して、 $u^2/r$  の項は  $u$  が小さくなると共に急速に減少し、無視しうる項となることがわかる。高度が下るにつれて方程式自体が  $\tilde{u}$  を求める特性をもった理由はここにある。

相対速度および相対経路角に関して (5.12) および (5.13) を書直すと次のようになる。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dz}{d\tilde{u}} &= \frac{z}{\tilde{u}} + \sqrt{\beta r} \sin \tau & (5.30) \\ \frac{d\tau}{d\tilde{u}} &= -\frac{1}{\tilde{u}} \frac{L}{D} \cos^2 \tau + \frac{1}{\sqrt{\beta r} z} \frac{1 - (\tilde{u} + \tilde{w})^2}{\tilde{u}^2} \cos^3 \tau & (5.31) \end{aligned} \right.$$

$$\tilde{w} = \frac{\omega_{\oplus} r c_i}{\sqrt{g r}} = \sqrt{\frac{r^3}{\mu}} \omega_{\oplus} c_i \quad (5.32)$$

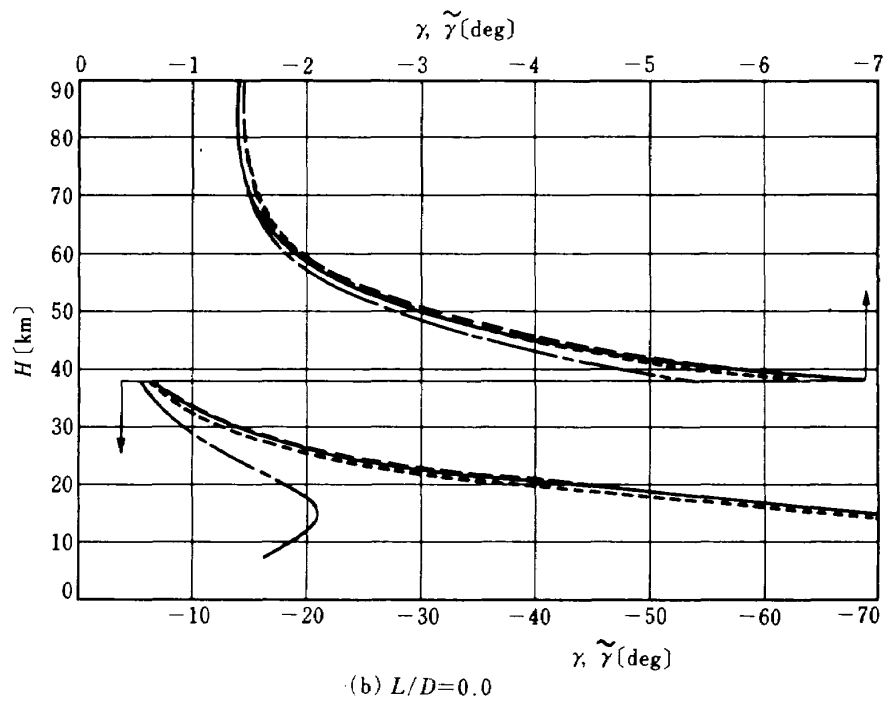
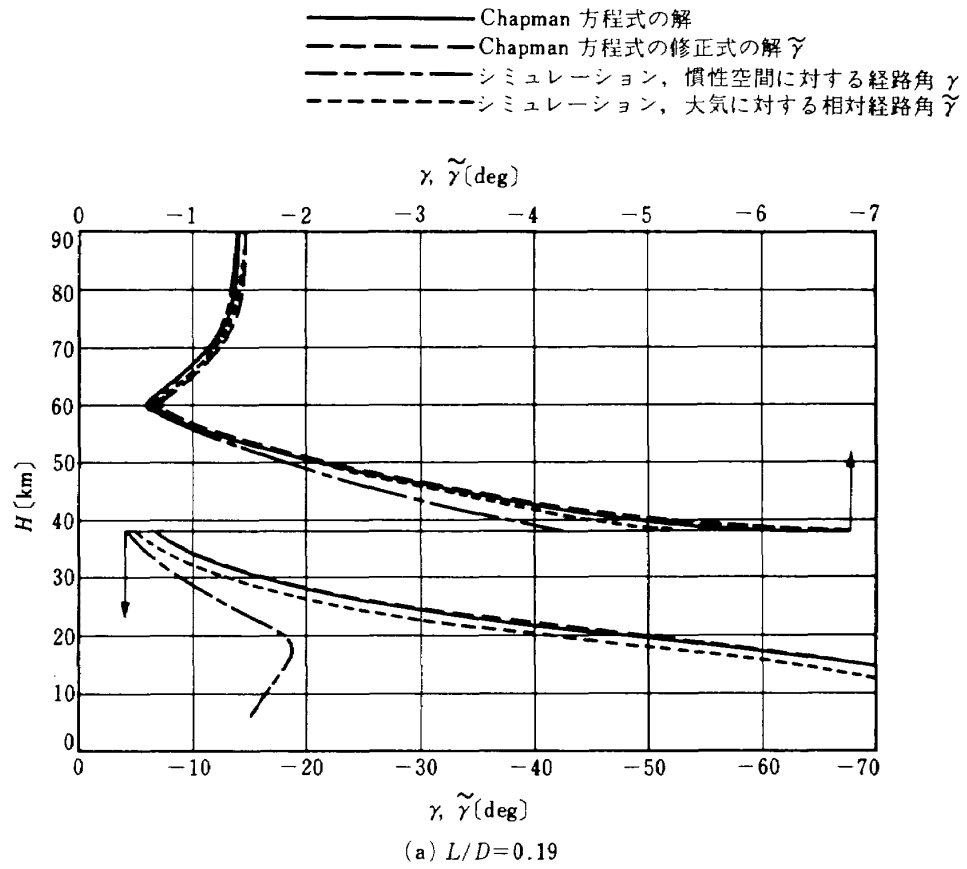


図 5.3 Chapman 方程式の解とシミュレーション解との比較；経路角



ただし本方程式においては

$$\bar{u} = \tilde{u} / \sqrt{g r}$$

$$r = \tilde{r}$$

である。したがって初期値も大気に相対的な量を用いなければならない。

これが相対速度を用いたときの Chapman 方程式の修正式である。 $\bar{w}$ は  $r$  の変化に対して敏感な形をしているので、 $\bar{u}$  が大きな値の範囲では  $r$  も高度の関数として扱わなければよい精度はえられない。

図 5.2 および図 5.3 にはこの修正式を用いた場合の解を破線で示してある。全高度にわたってシミュレーションの相対速度および相対経路角とよい一致の傾向を示すことがわかる。

表 5.2 に修正式を用いた場合の表 5.1 に対応する諸量の結果を示す。この場合レンジは回転地球上で測った量になっているので、表 5.1 に示す慣性空間に対するレンジと比較するためには  $\bar{w} \cdot t_{90-15}$  すな

わち  $L/D=0.19$  の場合は約 200 km,  $L/D=0.0$  の場合には約 120 km もたさなければならない。

図 5.2 および図 5.3 において修正式の解とシミュレーションの相対速度とにずれが残っている理由は、Chapman 方程式において用いた高度-大気密度モデルの簡略化によっている。シミュレーションにおいては大気密度を U.S. Standard Atmosphere Supplements 1966 にもとづいて発生させている。これと (5.6) の  $\rho = \rho_0 e^{-\beta H}$  によった場合との比較を 90 km 以下について示すと図 5.4 のようになる。両者は高度 80, 60, および 22 km の 3 点で交叉する。図 5.2 の速度も、高度 80 km についてははっきりしないが、高度 60 および 22 km がやゝ下にずれたあたりで大小が逆転している。すべての高度にわたって (5.6) の  $\bar{\rho}_0$  と  $\beta$  とを単一の値でおし通すのは扱いを簡単にはするが、方程式を解く上で必ずしも必要なことではない。高度を分割して  $\bar{\rho}_0$  および  $\beta$  を数表および補間式を用いて発生させればよいわけである。この一つの方法については前の報告<sup>4)</sup>で提案している。もしこの種の方法を用いれば図 5.2 および図 5.3 の修正式の特性はシミュレーション結果の相対速度および相対経路角により高い一致度を示すはずである。

表 5.2 に示す修正式の特性値が表 5.1 の Chapman 方程式の解よりも精度が劣るように見えるのは、やはりこの大気密度に問題があったため、たまたま原方程式の解の方が球地球軌道シミュレーションの結果に近づいたのだと思われる。

この大気密度モデルの改善法については見通しをえたにとどめ、実際に計算を試みるまでは進めなかった。しかしこの大気密度モデルを修正すれば単にシミュレーションの球地球軌道の結果に近づけられるばかりでなく、合わせて表 4.4 に示すような  $J_2$  項に対する初期値補正をも導入すれば、接触軌道あるいは  $J_2$  補正軌道の結果に近い値をも Chapman の修正式により計算できると考えている。より詳細な検討が必要となった段階で具体化したい。

図 5.5 に高度-時間曲線、図 5.6 には時間-レンジ曲線を  $L/D=0.19$  および  $0.0$  の場合に対して、シミュレーション球地球軌道、Chapman 方程式の解および修正式の解について示す。先にも述べたように修正式のレンジの曲線は回転地球に対するもののな

表 5.2 Chapman 方程式の修正式の解

a)  $L/D=0.19$

	Chapman 方程式の修正式	
	$H_i=90$ (km)	$H_i=120$ (km)
$t_{90-15}$ (min)	8.1709	7.9325
$R_{a90-15}$ (km)	2211.5	2108.4
$H_{\max} \bar{q}$ (km)	43.447	43.070
Max $\bar{q}$ (kg/ms <sup>2</sup> )	10263	10144

b)  $L/D=0.0$

	Chapman 方程式の修正式	
	$H_i=90$ (km)	$H_i=120$ (km)
$t_{90-15}$ (min)	5.1875	5.0248
$R_{a90-15}$ (km)	1535.7	1463.2
$H_{\max} \bar{q}$ (km)	40.885	40.939
Max $\bar{q}$ (kg/ms <sup>2</sup> )	25705	26093

c) ケプラー運動と Chapman 方程式との接続高度 (km)

	$L/D=0.19$	$L/D=0.0$
$H_i=90$ (km)	80.854	80.751
$H_i=120$ (km)	82.838	82.702

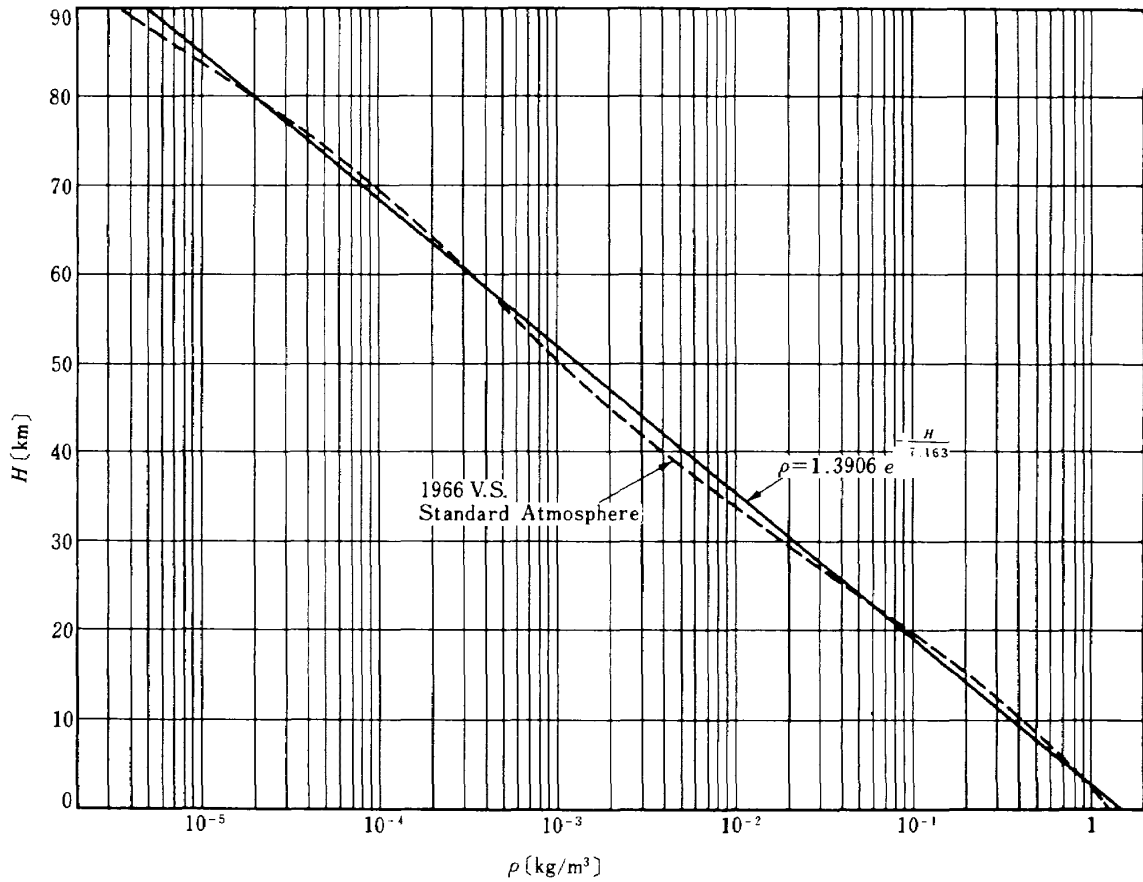


図 5.4 大気密度の近似モデルと 1966 U.S. Standard Atmosphere との比較

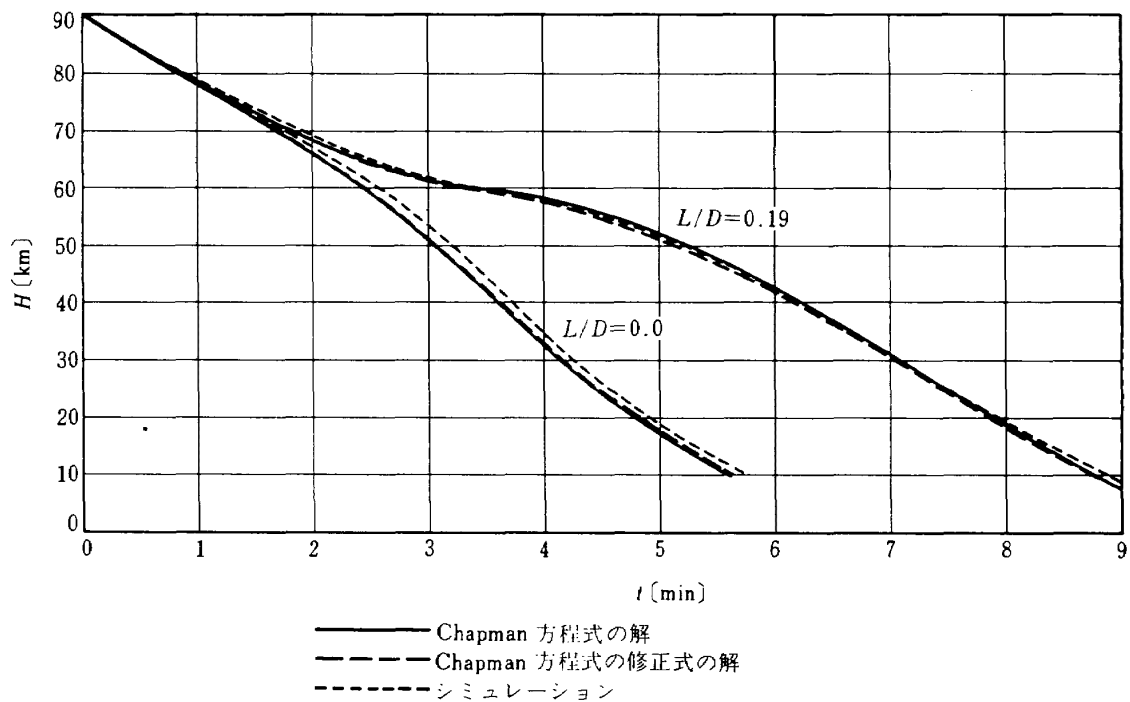


図 5.5 Chapman 方程式の解とシミュレーション解との比較；時間

で、慣性空間に対するレンジとするためには

$$\int_{t_{90}}^t \omega_{\oplus} r c_i dt$$

をプラスしなければならない。

以下では(5.19)から(5.20)式に記した諸特性値の  $L/D=0.19$  および  $0.0$  の軌道に対応する時間変化を、Chapmanの原方程式でえられる解を用いた場合と修正式の解を用いた場合とについて示す。原理的

は修正式の解を用いた場合の方が正しい。

図5.7は加速度であり、図5.8は動圧である。加速度と動圧とは比例定数を除けば  $1/\cos \gamma$  だけの違いしかなく、かつ  $\cos \gamma \approx 1$  とみなせる区間が長いので、両特性はほぼ相似の感じである。

図5.9にはレイノルズ数を示す。大気密度の変化に応じてレイノルズ数も大きく変化する。

図5.10によどみ点熱流入量  $q_s$ 、図5.11によどみ

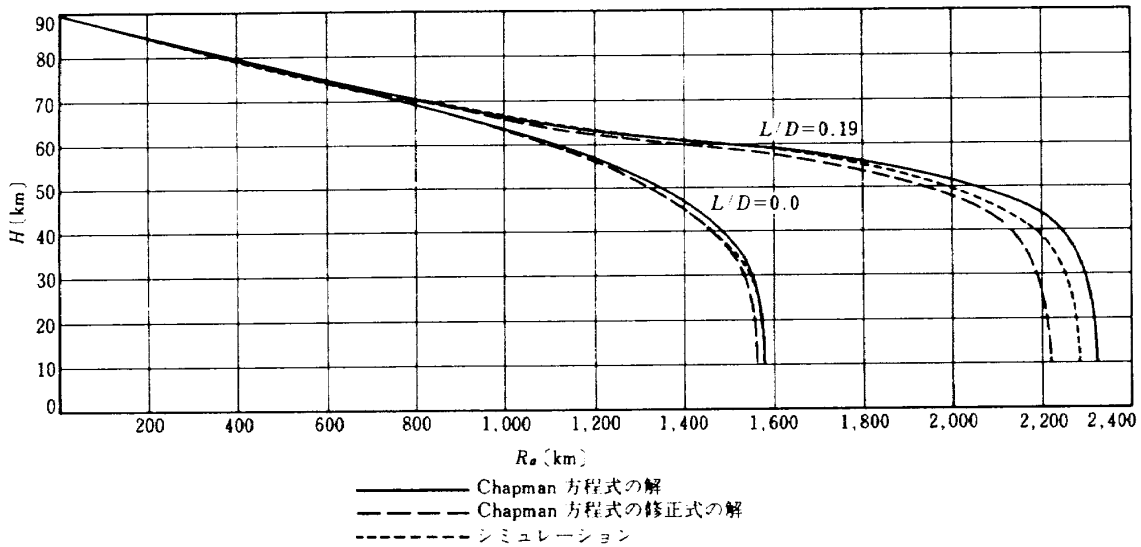


図 5.6 Chapman 方程式の解とシミュレーション解との比較；レンジ

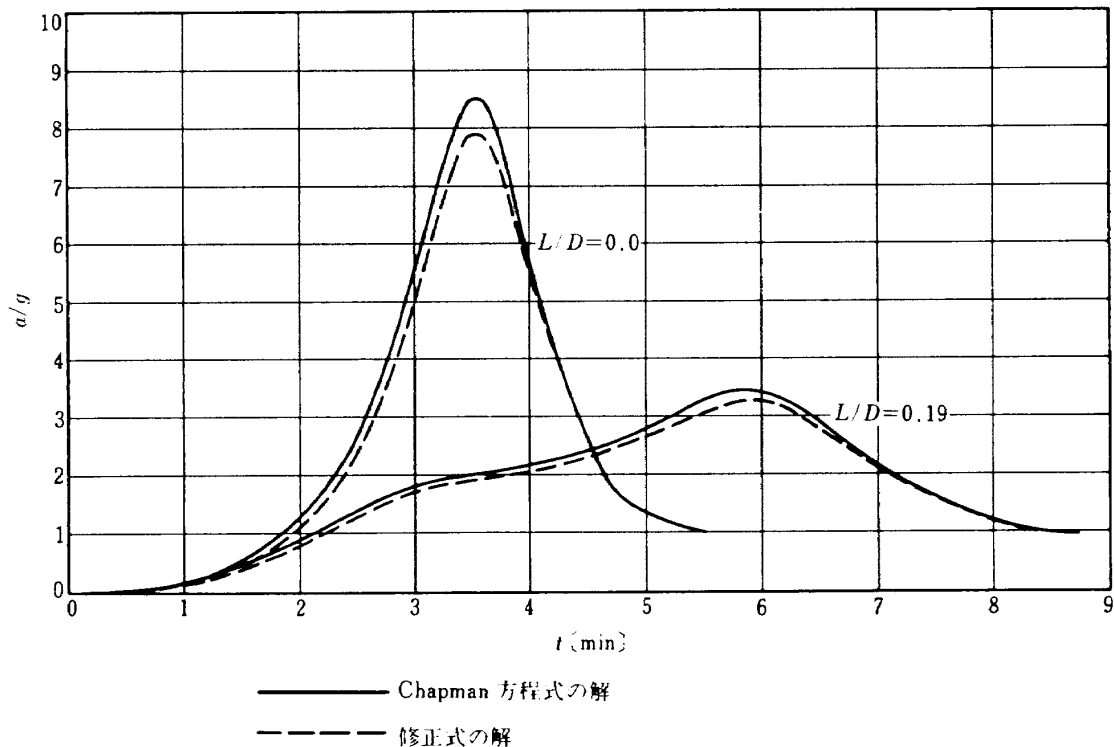


図 5.7 Chapman 方程式の解と修正式の解との比較；減速度

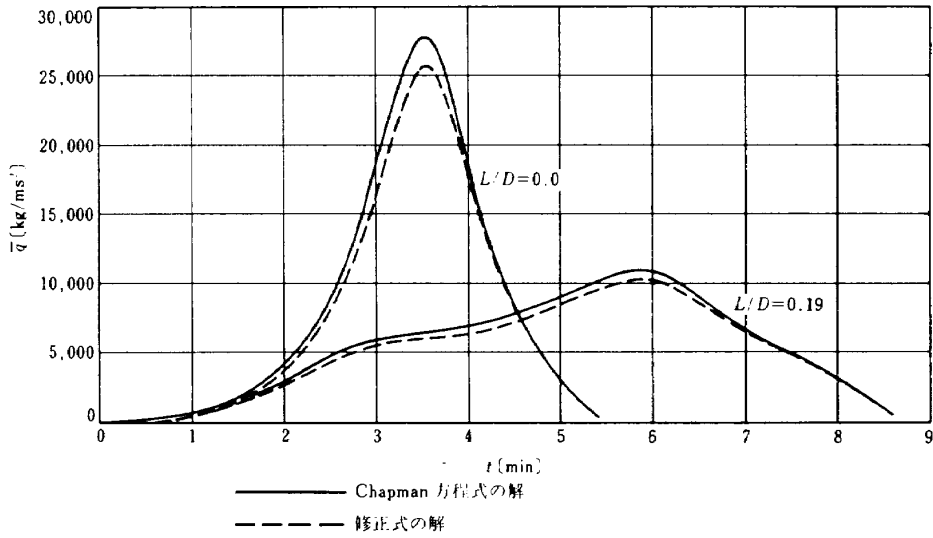


図 5.8 Chapman 方程式の解と修正式の解との比較；動圧

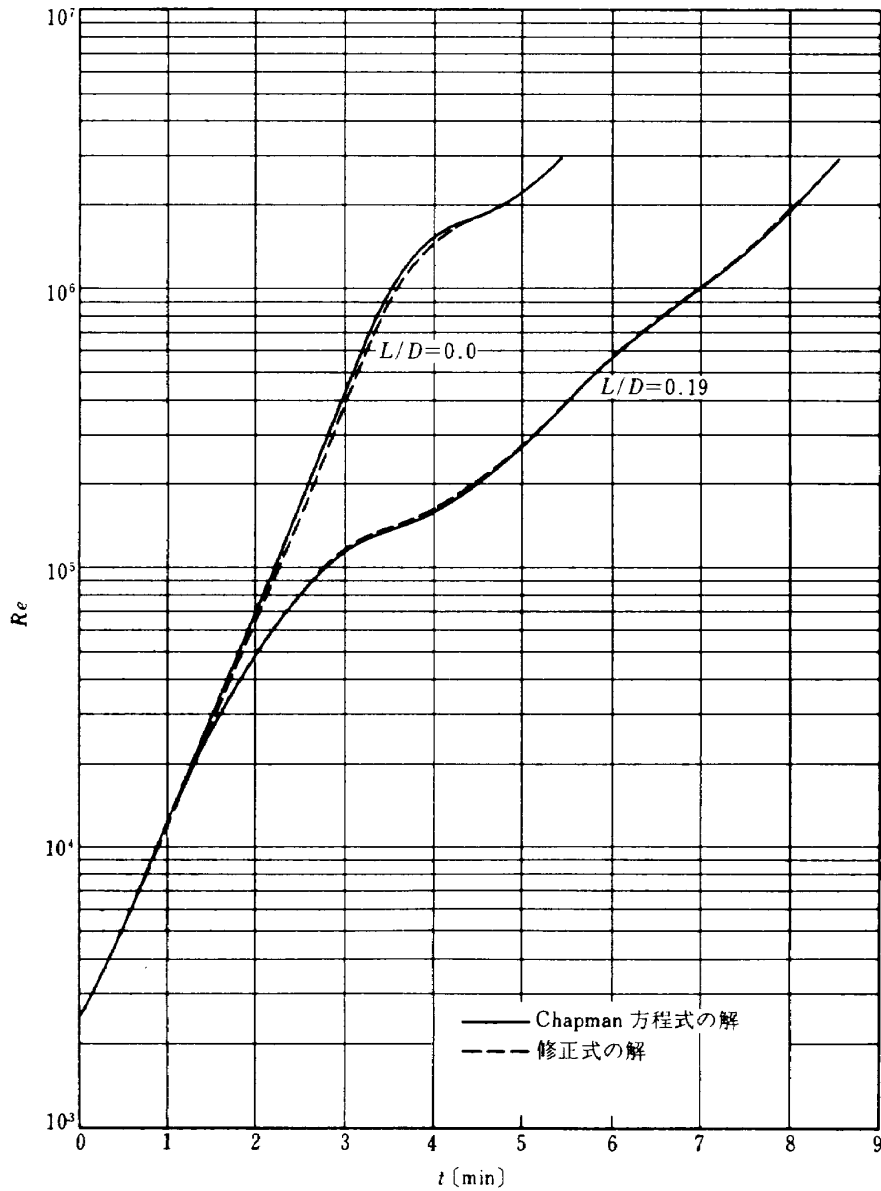


図 5.9 Chapman 方程式の解と修正式の解との比較；レイノルズ数

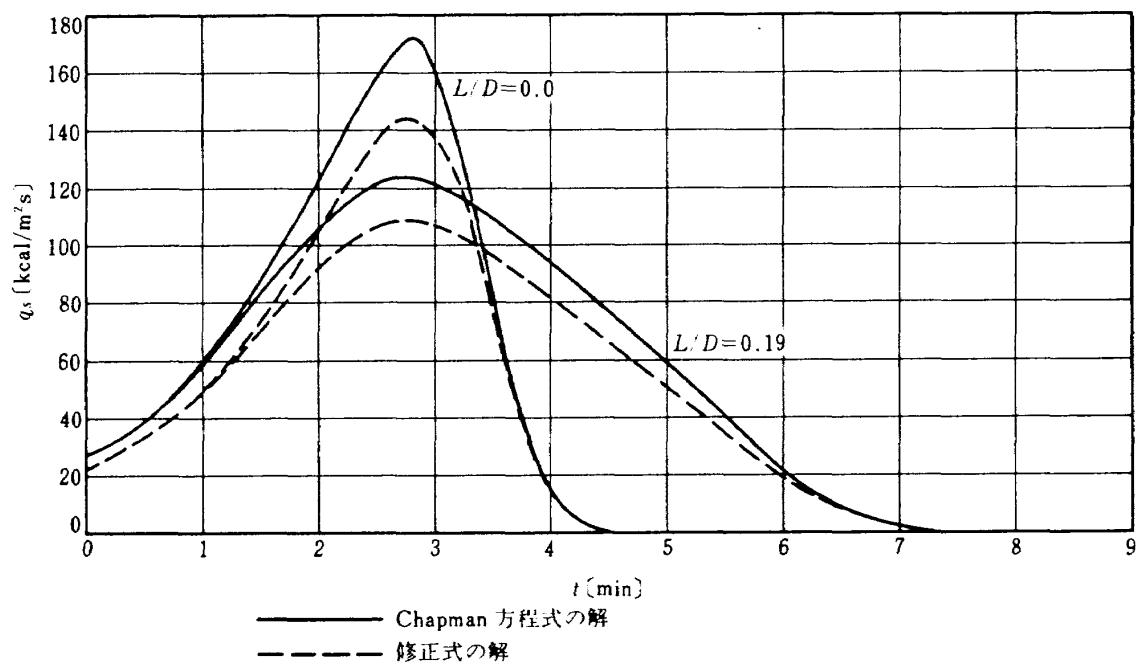


図 5.10 Chapman 方程式の解と修正式の解との比較；よどみ点熱流入量

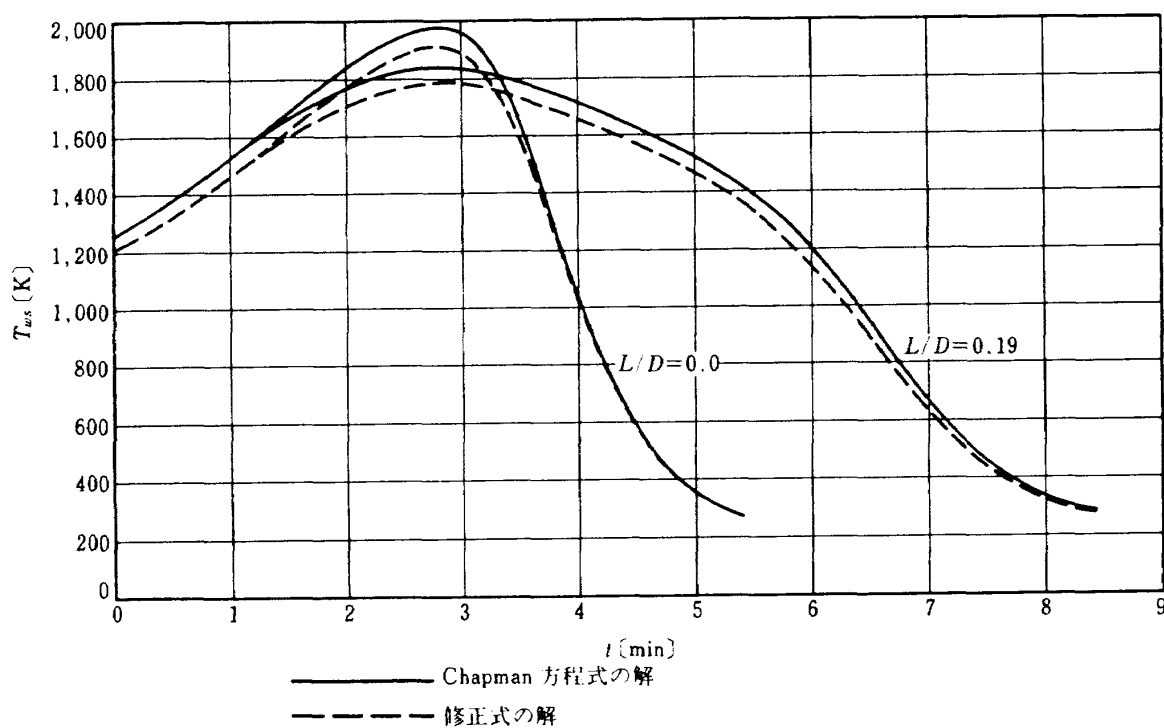


図 5.11 Chapman 方程式の解と修正式の解との比較；よどみ点平衡温度

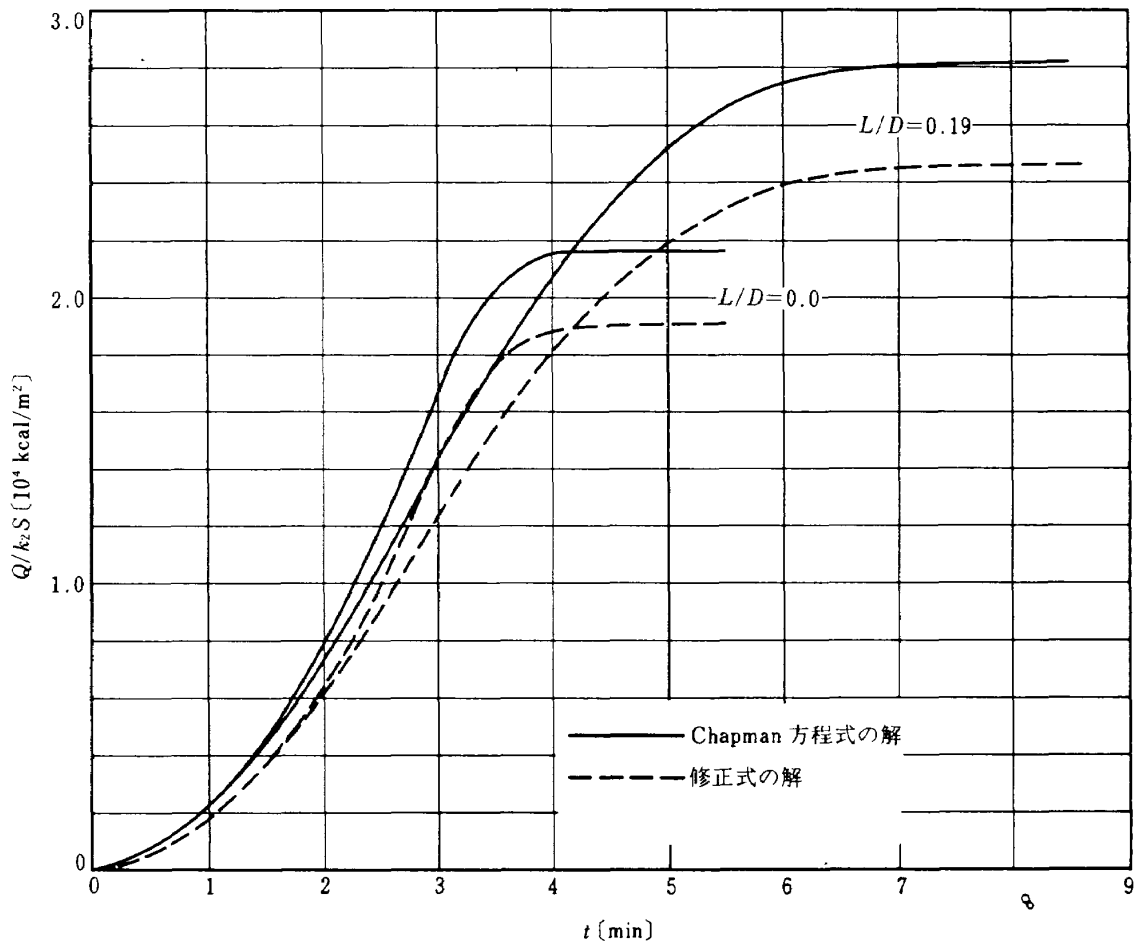


図 5.12 Chapman 方程式の解と修正式の解との比較；総熱量

点平衡温度  $T_{ws}$ 、図 5.12 には総熱量  $Q$  を  $k_2 S$  で割った量を示す。 $k_2$  は流れに接触する部分の形状によってきまる定数である。 $q_s$  および  $Q/k_2 S$  においては Chapman 方程式の解と修正式の解とでは設計上問題となる程度の差を生ずることがわかる。

よどみ点平衡温度  $T_{ws}$  はよどみ点熱流入量の  $1/4$  乗に比例する形になるため、 $L/D=0.19$  および  $0.0$  の場合の差が非常に小さくなること、および  $90$  km 高度ですでに高い平衡温度を示すことなどが注目される。すなわちよどみ点熱流入量の積分に比例する総熱量が  $L/D=0.19$  および  $0.0$  の場合で大きく異なるにもかかわらず平衡温度にあまり差がないということは、熱的には急角度降下の方が楽であることを意味している。高度  $100$  km 近辺の大気が空気抵抗としてはまだ小さいにもかかわらず、かなり過酷な温度条件を発生させることは超低高度人工衛星 DAS の熱的検討<sup>9)</sup> において示されていることではあるが、回収および宇宙軌道からの落下物体を扱う場合には

注意を必要とすることである。なお高度  $90$  km 以上における  $q_s$  が明らかに無視しえないにもかかわらず、 $Q$  の計算にその分を入れていないことには問題がある。高度  $90$  km までの温度および総熱量については、Chapman の方程式とは別個に評価する方法をえることが必要と思われる。

## 6. 再突入時のダイナミクス

前章の検討の結果、 $L/D$  の選択により、軌道特性を調節できる大体の範囲について把握できた。つぎに問題となるのは意図する  $L/D$  をどのようにして実現するか、また高度によって大きく変化する空気力学的特性、たとえばマッハ数およびレイノルズ数の変化に対して、一定の  $L/D$  を保つことができるかというようなことである。

### 6.1 再突入時のフライトデータ

図 6.1 に文献 6) にもとづいたジェミニ XII の場合

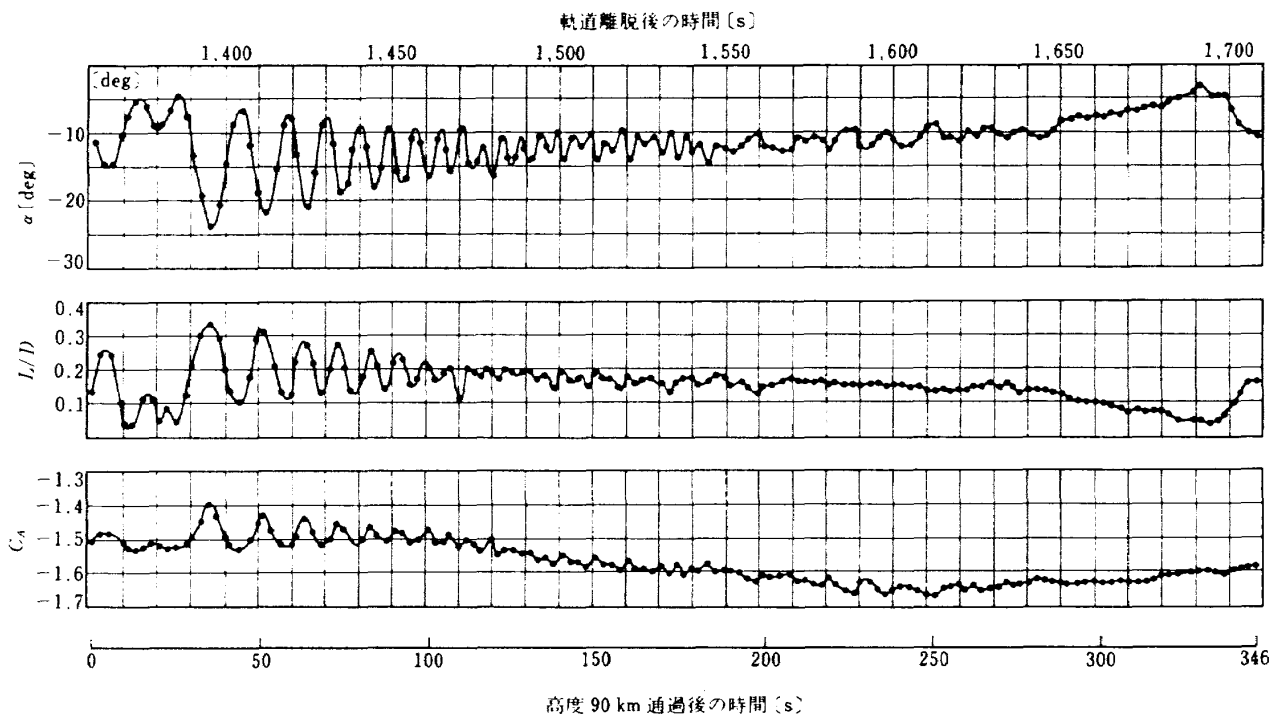


図 6.1 ジェミニⅫのダイナミクスのフライトデータ

のダイナミクスのフライトデータを示す。フライトデータ取得の方法は、IMU上の加速度計およびプラットフォームジンバル角度の記録情報により航法系を構成して飛しょう後軌道計算を行ない、それによってえられた速度の機体軸各軸成分を用いて迎角 $\alpha$ 、速度および加速度を用いて $L/D$ を計算したものである。 $C_A$ は機体の中心軸方向の空力係数で、 $C_A = C_D \cos \alpha$ の関係がある。

加速度計はパルス積分型で、2.43秒毎に速度増分の形で出力されるので、計算結果も文献6)には2.43秒毎のデータとして表で示されている。図6.1のはこの表の数値をプロットしたものであり、その間を結ぶ線は単になめらかに結んだだけで、スムージング等の操作を施してはいない。下に示す時間はこのデータ取得時からの時間で、ほぼ高度90km通過時を起点としていると考えてよい。

図から明らかのように、機体は大気圏突入後 $\pm 10^\circ$ 近い振幅で振動するが、時間がたつにつれて振幅は小さくなっている。前章で用いた $L/D = 0.19$ という数値は90km高度通過後170秒程度までのほぼ平均値とみなすことができる。

迎角 $\alpha$ も $L/D$ によく対応した傾向を示している。170秒程度までは平均値 $15^\circ \sim 13^\circ$ の周りで振動し、

それ以後は $13^\circ$ より小さい範囲にとどまっている。

$C_D$ については $C_A / \cos \alpha$ の変化をたどるとやはり170秒程度までの平均値は先に用いたほぼ1.55という値になる。その後 $C_D$ は1.7程度まで増加することが認められる。

ジェミニⅫの軌道特性の図を同じ文献6)から引用し、単位のみを変更して図6.2に転載する。ロール角度は170秒程度まではほぼ0であって、この間の軌道特性は前章で求めた $L/D = 0.19$ としたときの軌道とよく一致する。約170秒以後360秒まではレンジ調節のために、 $15 [o/s]$ 程度のロールを繰返している。この範囲の $L/D$ は振動的ではないので、実効的な $L/D$ は0に近いと考えられる。

この軌道特性と前章で求めた計算結果との一致度を調べるために、前章のChapman方程式の修正式を用いて、170[s]までは $L/D = 0.19$ 、それ以後は $L/D = 0.0$ という設定で計算してみた。図6.2と同じ形式でプロットしてみた結果を図6.3に示す。レイノルズ数を計算するための $c$ としては最大直径2.286mを用いた。またマッハ数計算のために必要な音速は $20\sqrt{T_\infty}$  (m/s)とし、大気温度 $T_\infty$ はU.S. Standard Atmosphere 1962により求めた。

全体的な傾向としては非常によく合致していると

いえる。実際のジェミニにおいては170[s]以後においてもレンジ調節のためにロールをとめて $L/D$ を短区間発生させている。したがって計算結果における170[s]以後 $L/D=0$ という設定とは異なっている。

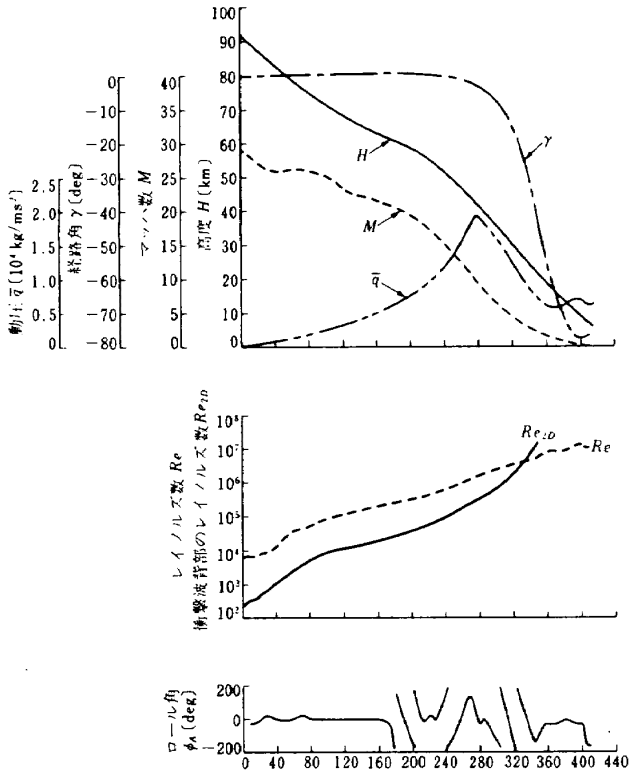


図 6.2 ジェミニⅫ 軌道特性フライトデータ<sup>6)</sup>

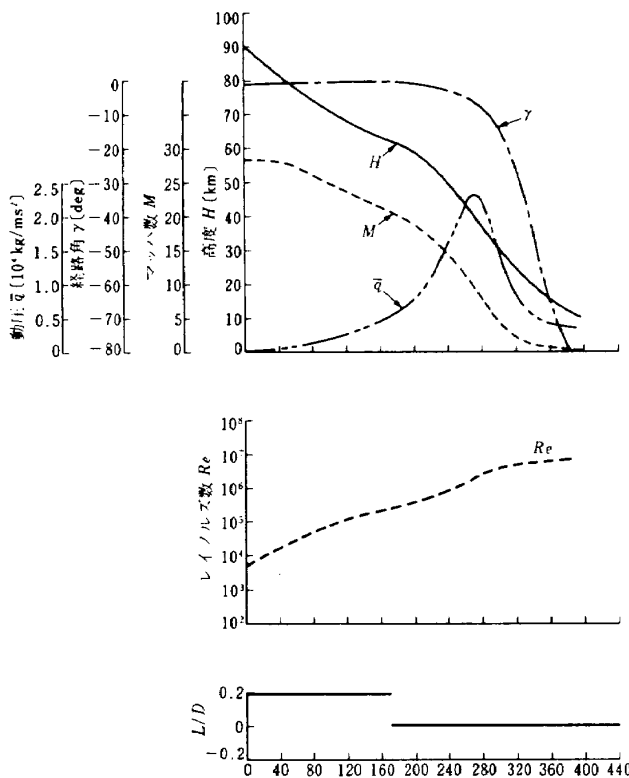


図 6.3 Chapman 方程式の修正式による計算結果

る。この差のために図 6.3 の計算結果の方が  $r$  の減少が早く、また動圧も高くなっている。90 km 突入直後フライトデータにおけるマッハ数およびレイノルズ数の動きに乱れが認められるが、図 6.1 の  $\alpha$  の初期の乱れと合わせて考えると、高度 90 km 近辺の実際の大気に乱れの原因があると考えられる。これについては検討が必要である。

図 6.2 のフライトデータにおいて 360 [s] 以後動圧  $\bar{q}$  の特性が奇妙である。ジェミニのパラシュート開傘高度は 15 km とされているが、あるいはこの時点でドログシュートを開いたのかもしれない。このときの高度は 18 km、マッハ数は 1.7 程度である。

### 6.2 トリムおよび静安定

再突入時における空気力学を感覚的にとらえるためにニュートン流の仮定を用いて考える。ニュートン流理論では一様流の気体粒子が物体の表面に衝突し、そこでもっていた一様流の表面に垂直方向の成分を失なって表面に圧力を生ずるというモデルを仮定する。物理的には前面近くの離脱衝撃波が物体表面に付着した極限 ( $M_\infty \rightarrow \infty$ ) の場合に相当し、前面が部分球からなりかつマッハ数の高い再突入時のジェミニ型回収体に対してはよい精度で適合する。

図 6.4 はジェミニの機体が矢印の方向に流れる一様流中に置かれた状態を示す。流れからみて機体尾端が前面パネルの陰にかくれる場合、すなわち迎角  $\alpha$  が  $13^\circ$  以下の場合にはニュートン流の仮定を用いると、回収体は一様流からの力を前面だけで受けることになる。前面の圧力分布は一様流速の表面に垂直な成分の二乗に比例する形になるので、紙面に垂直な方向の帯状の面素を考えるとこの面素が受ける力の分布は定性的に図に示すようになる。

合力  $F$  の作用線は中心軸と迎角よりは小さな角度  $\delta_0$  をなして交わる。この空力作用線と回収体中心軸

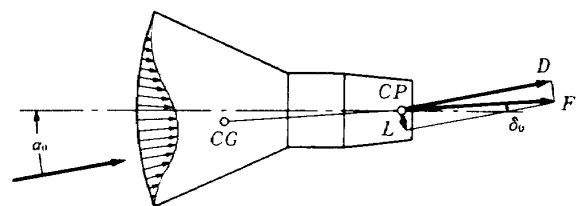


図 6.4 ジェミニ型回収体のトリム



との交点を圧力中心  $CP$  と呼ぶ。各面素が受ける力の方向は曲率中心を向くので、前面パネルが単一球面からなる場合、その合力は球面の中心を通る。したがって圧力中心は球面の曲率中心である。13°以下の範囲では迎角が変化してもこの圧力中心の位置は変動しない。実際のジェミニの球面の曲率中心はちょうど尾端と一致するあたりであるが、図では機体のやゝ内側に書いてある。

空力作用線の延長上に重心  $CG$  がある場合、回収体に回転モーメントは働かない。この状態をトリムと呼ぶ。 $CG$  の位置が与えられたとき、これに対応してトリムを生ずる迎角は一つの値に定まる。トリム時の  $\alpha$  および  $\delta$  を  $\alpha_0$  および  $\delta_0$  と書くことにする。

空気力  $F$  を一様流の速度方向成分とそれに垂直な成分とに分けて抗力  $D$  と揚力  $L$  とを定義する。図 6.4 に示すようにトリムの状態ではある大きさの揚力を生じている。したがって流れに垂直な方向への加速度運動をしている。 $\alpha_0 > \delta_0$  であるから揚力  $L$  は図に示す方向であり、リフトは機体中心軸からみて空気の流れてくる側に働くことになる。ジェミニにおいては機体をロール制御することにより、この揚力  $L$  の方向を調節して飛距離制御をしている。

トリム角度  $\alpha_0$  から  $\Delta\alpha$  だけ迎角が増加したとする。このとき  $\delta$  も増加する。したがって図 6.5 に示すように空力作用線と  $CG$  との間に  $\epsilon$  のアームが生じ  $F' \epsilon$  の復元モーメントが働く。 $D$  の大きさはほとんど変わらず、 $L$  のみが大きくなり復元モーメントはこの  $L$  の増加分に比例する。 $CG$  が  $CP$  の後にくることは

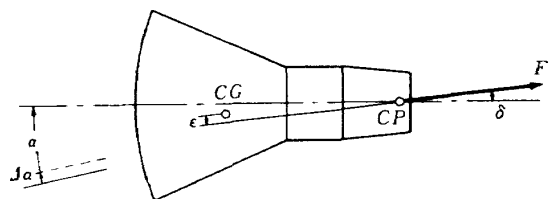


図 6.5 静安定

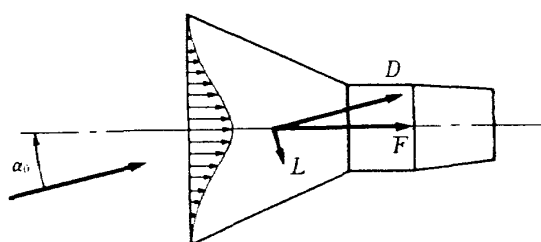


図 6.6 前面パネル曲率の影響

ありえないのでニュートン流で考える限り、静安定は保証されている。

前面パネルの曲率の変化はどのような影響をもつだろうか。まず曲率を小さくした場合は  $CP$  の位置が前の方に出てくるため静安定のマージンが小さくなる。逆に曲率を大きくすると  $CP$  は後部へ下がる、 $\delta$  が小さくなるために  $CG$  の機体軸からのずれを物理的に実現する精度が悪くなって所定の揚力  $L$  がえられなくなる恐れがある。極限のケースとして前面パネルが平板の場合は図 6.6 に示すように迎角がどのようであっても圧力分布は一定となり、空気力は機軸上に位置し、圧力中心は不定となる。この場合は重心が機体中心軸から少しでもずれていると機体は回転を生ずることになる。

次に前面パネルの肩に丸味がある場合の効果について考える。この場合の圧力分布は図 6.7 に示すようになる。上部の丸味の影響はほとんど受けないが、下部の丸味の部分の面素に作用する力が内側方向に働くために、全体としては  $CP$  が機体前方に寄ることになる。この場合迎角の変化によって肩の丸味の影響が異なるため  $CP$  の位置は一定ではなくなる。

回収体がこのように頭部にパネル板をもつ形状をとっている理由は主として熱防御のためである。空気の流れに当たる面積を少なくすれば熱防御のため断熱、構造、アブレータ等の量を軽減することができる。かつ局部的に温度を高くすることにより温度の 4 乗に比例するふく射熱放散の効率をよくすることができる。前面パネル曲率および肩部の丸味等も熱の問題と関係している。ことに肩部がとがった形だとここに熱応力が集中して損傷する恐れがある。もし肩部が欠けたりすると形状の対称性が失われるためにアンバランスな空気力を発生し、ダイナミクスに悪影響を及ぼす。パネル曲率は大きい方が (5.22) に見るようによどみ点熱流入量は小さくなる

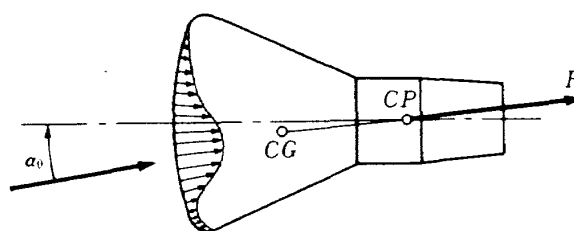


図 6.7 前面パネル肩の丸味の影響

が、前述の空気力の観点からある程度の曲率を持たせることが要求される。

月から帰還し、直接再突入するアポロの場合は、ジェミニに比べると熱的な条件が厳しいので、肩部に丸味を持たせている。球面曲率については操縦性を増すためにジェミニよりは小さくしている。そしてそのため  $CP$  が前よりになるので重心が後に下らぬように機体は前頭円錐部だけになっている。回収体の形状の決定はこのようにダイナミクスと熱防御の両面から考えなければならない。

ジェミニの場合、図 6.1 から明らかなように、揚力飛しょうしている 170 秒程度までのトリム迎角は、 $15 \sim 13^\circ$  である。ジェミニの機体では  $13^\circ$  を越えるとニュートン流理論でも流れが機体の尾端部にふれることになる。この場合図 6.8 に示すように前面パネルの受ける力  $F$  の他に尾端部が受ける力  $\bar{S}$  が加わる。この  $\bar{S}$  は迎角が減少する方向に復元モーメントを発生するので、実効的に前面パネル面積が広がった感じになり、静安定は維持される。ジェミニの大気突入直後は中心迎角  $15^\circ \sim 13^\circ$  のまわりで振動しているの、その静安定は尾端部を用いている。実際ジェミニの尾端部はアプレータこそ用いないものの断熱構造等の配慮は充分になされている。

前頭部球面が受ける力  $F$  と尾端部が受ける力  $\bar{S}$  との機体に与える総合的な効果を定量的に調べるためには、ニュートン流理論によるにしても、微小面積が受ける垂直力の総和を計算してみなければならない。当研究所室一部の野村技官がニュートン流理論を用いてジェミニに働く空力係数を計算した結果があるので、これを借用して図 6.9 に示す。 $C_L$  は揚力係数、 $C_m$  は重心に関するモーメント係数であり、 $C_{L\alpha}$ 、 $C_{m\alpha}$  は迎角  $\alpha$  に関するそれぞれの微係数を無

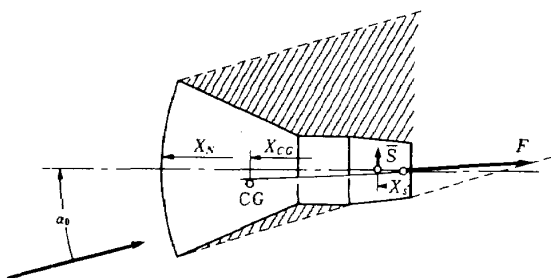


図 6.8 迎角が  $13^\circ$  を越える場合の空気力  
(ニュートン流を仮定した場合)

次元化した量である。これらの数式による定義は次節で示す。

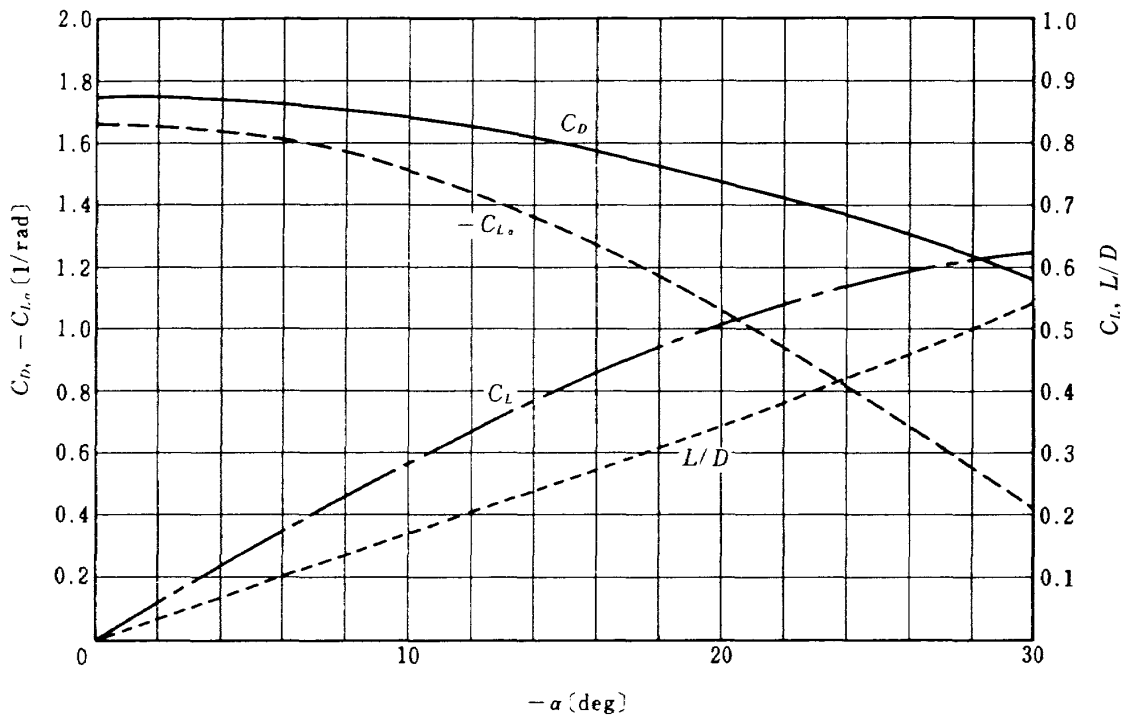
モーメント係数を計算するために用いた  $CG$  の位置はジェミニの  $1/10$  空力模型の値<sup>10)</sup> にもとづいて、中心線より下方に  $0.038 \text{ m}$ 、先端より中心線に沿って  $1.145 \text{ m}$  にとった。ジェミニ  $\text{XII}$  の  $CG$  の位置が正確にこれと一致するかどうかは確認がとれていない。

図 6.9 によれば、トリム迎角は  $C_m = 0$  となる点、すなわち  $\alpha = 17^\circ$  となる。この値はジェミニ  $\text{XII}$  のフライトデータ図 6.1 の初期の中心迎角  $15^\circ \sim 13^\circ$  と比べるとかなり大きめである。トリム迎角  $\alpha_0$  は、 $CG$  の中心軸からのずれすなわちバイアスの  $1 \text{ cm}$  の変化に対して、 $5^\circ$  近い変化を示すほど敏感である。しかし文献<sup>10)</sup>によると、 $CG$  のバイアス誤差は  $\pm 0.25 \text{ cm}$  とされているので、空力モデルで設定された  $CG$  の位置がジェミニ  $\text{XII}$  における目標値と一致していれば、これだけが原因だとはいえない。

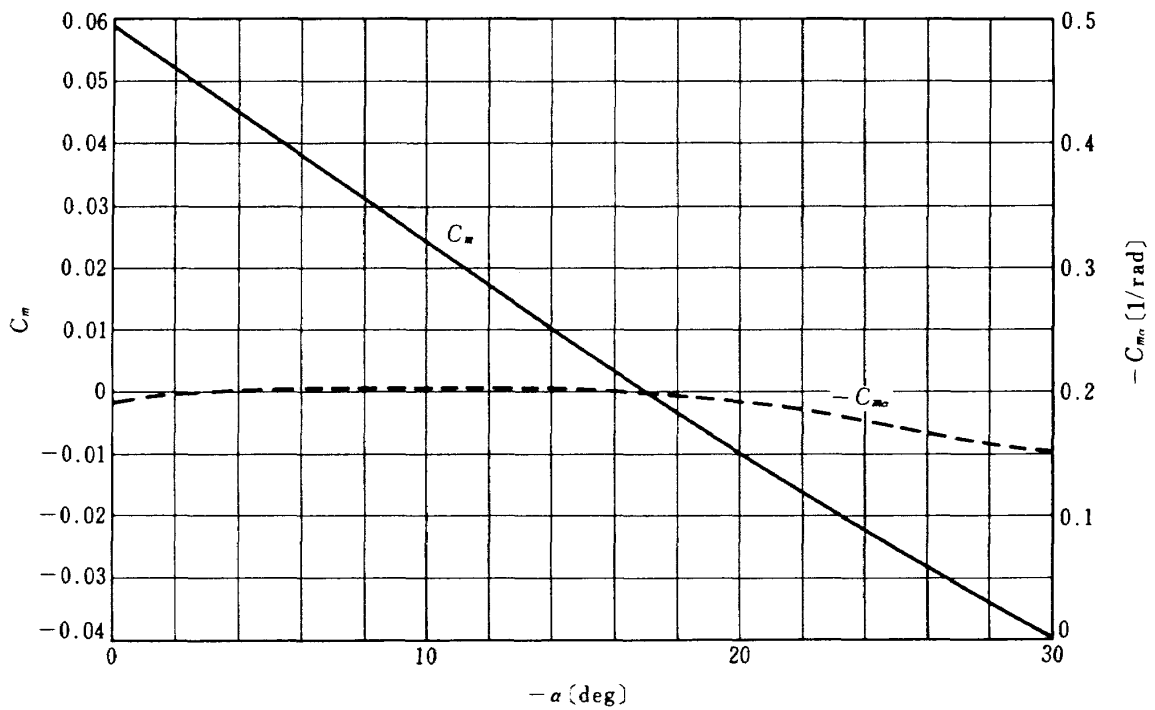
$L/D$  については  $\alpha = 15^\circ$  で  $0.25$ 、 $\alpha = 13^\circ$  で  $0.22$  程度であり、フライトデータの各  $0.22$ 、 $0.20$  程度と比べると一割程度大きい。 $C_D$  については  $\alpha = 13^\circ$  で  $1.63$  程度であり、フライトデータの  $1.55$  に比較的近い。

上記のニュートン流理論値とフライトデータとの差のうち特に問題となるのはトリム角度である。トリム角度が変わると  $L/D$  および  $C_D$  には、ニュートン流理論の近似誤差以上の差が生じるので、できるだけ正確にトリム角度が推定できることが望ましい。また尾端部の熱防御の観点からももう少し実際の流れについて知る必要がある。

ニュートン流理論では流れの届かない蔭の部分は何らの圧力をもたない。すなわち真空の状態になると仮定している。ところが実際には図 6.10 に示すように肩部ではく離れた流れが渦流をなして入りこみ、これと外側の流れとの干渉によって外側の流れの機体への再付着の条件がきまる。マッハ数が高いと外側の流れのまわり込みは早く、頭部に近い方が再付着が起きる。再付着の影響ばかりでなく、はく離れた流れにおいても図 6.10 の上部よりも下部では圧力が高い。したがってこれらの効果を総合した意味での  $\bar{S}$  はニュートン流で計算したよりも大きな値となり、しかもその作用点は前方に寄った感じになる。



(a)  $C_D, C_L, L/D, -C_{L\alpha}$  (1/rad)



(b)  $C_m, -C_{m\alpha}$  (1/rad)

図 6.9 ニュートン流理論によるジェミニの空力係数  
(空力一部 野村茂昭技官の計算による)

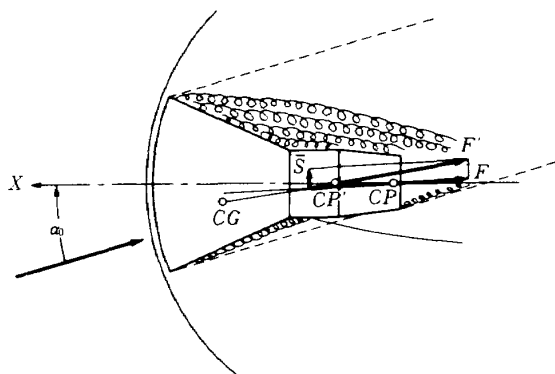


図 6.10 はく離および再付着の影響

また再付着の影響は迎角  $\alpha$  が  $13^\circ$  以下の場合でも現われることになる。この  $\bar{S}$  の影響によりトリム迎角はニュートン流理論でえられた値よりも小さくなる。図 6.10 にはトリムの状態を示してある。すなわち  $F$  と  $\bar{S}$  との合力としての  $F'$  は機軸と  $CP'$  で交わり、この作用線の延長上に  $CG$  が位置する場合がトリムである。 $\bar{S}$  は  $L$  と反対の方向に生ずるので  $L$  は減少する。このことは先の比較でフライトデータの  $L/D$  がニュートン流理論の計算値よりも一割程度小さかったこととも符合する。

現在のところはく離および再付着の状態を正確に扱えるような理論は確立されていず、その影響を定量的に調べるためには実験によらざるをえない。空力一部の野村氏達によりこの実験がなされ、上記の推論と一致するような結果がえられている<sup>2)</sup>

以上述べたニュートン流理論にもとづいた考え方はマッハ数 4 ~ 5 以上の領域で実際とよく合致する。マッハ数が 3 以下になっても、前頭球面部に働く力と、後部回収体とに働く力とに分離する考え方は同じでよいが、いずれもニュートン流理論でえられる結果とはかなり違ったものになる。かつマッハ数および迎角の変化に対して複雑な特性変化を示すので、定性的にも傾向をつかむことがむづかしい。実験に依存する度合が強くなるであろう。

### 6.3 運動方程式および制御

原理的には Chapman の方程式を導いた際に用いた (5.4)', (5.6)' および (5.3)' に回転の方程式を加えればダイナミクスの方程式がえられる。しかしダイナミクスは軌道よりも短時間の特性を捕えればよい

ので、速度および大気密度の時間変化は無視し一定値として簡略化をはかり、これらの変化の影響については後で考えることにする。

ピッチング運動を記述するための座標系および記号を図 6.11 のように設定する。地面軸系は機体重心に原点を置き、軌道面内局地水平線上に  $x_E$  軸、 $x_E$  に垂直下方に  $z_E$  軸をとる。この地面軸系は便宜上軸の名前は異なるが、前章まで用いた Euler Hill 座標系と同じものと考えてよい。厳密には  $x_E$  軸が地心方向ではなく、局地水平線に垂直下方に向く点で異なっているが、本章の内容に関する限りでは問題とならない。

$\tilde{V}$  は前章で用いたと同じく、回転地球に相対的な速度である。 $\tilde{V}$  の方向に速度座標系の  $x_V$  軸、軌道面内  $x_V$  に垂直下方に  $z_V$  軸をとる。地面軸系  $z_E$  軸からみた  $\tilde{V}$  の角度すなわち経路角を  $\Gamma$  とする。この  $\Gamma$  は前章で用いた相対経路角  $\tilde{\gamma}$  とは

$$\Gamma = \tilde{\gamma} + \pi/2$$

の関係があり、回転角度の正方向は同じである。地面軸系からみた姿勢角  $\theta$  を図のように定義する。以下で記述するダイナミクスのための運動方程式では遠心力を無視するので、重力加速度  $\bar{g}$  は Chapman の方程式における  $g - u^2/r$  に相当する。すなわち

$$\bar{g} = \frac{\mu}{r^2} - \frac{(\tilde{V} \sin \Gamma + \omega_{\oplus} r \cos i)^2}{r}$$

である。機体に働く単位質量当たりの抗力  $D$  および揚力  $L$  の定義は 5 章と共通である。 $L$  の正の方向は上向きにとることとする。揚力方向を上方にとる再突入前半における飛しょう状態においては  $\alpha < 0$  となる。

Coriolis の法則を用いて速度座標系で加速度を表

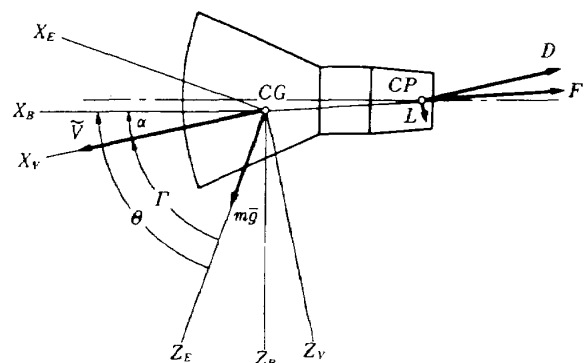


図 6.11 ピッチング運動のためのノーテーション

わすと

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{V}}{dt}\Big|_I &\approx \frac{d\tilde{\mathbf{V}}}{dt}\Big|_E = \frac{d\tilde{\mathbf{V}}}{dt} + \boldsymbol{\omega}_{IE} \times \tilde{\mathbf{V}} \\ &= \begin{pmatrix} \dot{\tilde{V}} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\Gamma} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \tilde{V} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\tilde{V}} \\ \tilde{V}\dot{\Gamma} \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

であるから運動方程式は速度座標系で

$$\begin{cases} m\dot{\tilde{V}} = -mD + m\bar{g} \cos \Gamma & (6.1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m\tilde{V}\dot{\Gamma} = mL - m\bar{g} \sin \Gamma & (6.2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_y \ddot{\theta} = M_y & (6.3) \end{cases}$$

によって書き表わすことができる。ただし  $I_y$  は重心に関する質量慣性モーメント、 $M_y$  は空気力あるいは制御力によるトルクでありベクトル表示したとき  $y$  軸向きが正の方向である。(6.1) および (6.2) は5章における (5.3) および (5.4) に等価な式である。

式を簡略化するために

$$mD \gg m\bar{g} \cos \Gamma$$

と仮定する。この仮定は5章の ii) の仮定と同様の意味を持っているが、成立範囲は5章の ii) の方が広い。しかしながらダイナミクス解析の目的からは十分に有効である。

$$D = B\rho\tilde{V}^2$$

であり、トリム角近傍では、 $B$  は姿勢角によらず一定と考えられるので (6.1) 式は結局

$$\dot{\tilde{V}} = -B\rho\tilde{V}^2 \quad (6.4)$$

でこの式のみによってきまり、他の量との連成はないと考えてよい。したがってダイナミクスの運動方程式は

$$\begin{cases} V\dot{\Gamma} = L - \bar{g} \sin \Gamma \\ I_y \ddot{\theta} = M_y \end{cases} \quad (6.5)$$

となる。

トリムが  $\alpha = \alpha_0 = \text{const.}$  によって維持されるものとするとき  $\theta = \alpha + \Gamma$  であるから、トリム時の  $\Gamma$  および  $\theta$  を  $\Gamma_0$  および  $\theta_0$  とすると次の関係が要求される。

$$\begin{cases} V\dot{\Gamma}_0 = L_0 - \bar{g} \sin \Gamma_0 \\ \dot{\theta}_0 = \dot{\Gamma}_0 \end{cases} \quad (6.6)$$

ただし  $L_0$  は迎角  $\alpha_0$  に対応する単位質量当たりの揚力である。ダイナミクスを扱うタイムスケールでは

$$\ddot{\Gamma}_0 = \ddot{\theta}_0 \approx 0$$

すなわち機体は定速度回転していると考えてよい。

このトリム飛しょう体は回転運動の減衰特性がきわめ

て高い場合に自由飛しょう体として実現される。(6.6) の第一式は Chapman の方程式を導く際に用いた (5.3)' とまったく同一の式である。

さて実際の飛しょう運動をこのトリムまわりのパターンベーショナル運動として記述することを考えよう。(6.5) および (6.6) から

$$\begin{cases} \tilde{V}(\dot{\Gamma} - \dot{\Gamma}_0) = L - L_0 - \bar{g}(\sin \Gamma - \sin \Gamma_0) \\ I_y(\ddot{\theta} - \ddot{\theta}_0) = M_y \end{cases}$$

をえる。 $\Gamma = \Gamma_0 + \Delta\Gamma$ ,  $\theta = \theta_0 + \Delta\theta$ ,  $L = L_0 + \Delta L$  とおくことにすると図 6.12 のごとくになり、上式は

$$\begin{cases} \tilde{V} \Delta\dot{\Gamma} = \Delta L - \bar{g} \cos \Gamma_0 \cdot \Delta\Gamma \\ I_y \ddot{\theta} = M_y \end{cases}$$

となる。 $\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$  とおくと  $\theta = \alpha + \Gamma$  より  $\Delta\theta = \Delta\alpha + \Delta\Gamma$  であり、 $\Delta\theta$  および  $\Delta\alpha$  の変動に比べると  $\Delta\Gamma$  の変動はずっと小さく、かつ  $\Gamma_0$  は  $\pi/2$  に近い値をとるので上式の  $\bar{g} \cos \Gamma_0 \Delta\Gamma$  の項は無視することができる。したがってパターンベーショナル方程式は次のようになる。

$$\begin{cases} \tilde{V} \Delta\dot{\Gamma} = \Delta L \\ I_y \ddot{\theta} = M_y \end{cases} \quad (6.7)$$

$\Delta L$  は次のような形で与えられる。

$$\Delta L = \frac{\partial L}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} \Delta\alpha$$

基準面積  $S$  および動圧  $\bar{q}$  を用いて無次元化した係数

$$C_{L\alpha} = \frac{m}{S\bar{q}} \frac{\partial L}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0}$$

を用いると、(6.7) の第一式は

$$\Delta\dot{\Gamma} = -\frac{S\bar{q}}{m\tilde{V}} C_{L\alpha} \cdot \Delta\alpha \quad (6.8)$$

となる。係数と簡略化して

$$\Delta\dot{\Gamma} = -c_1 \Delta\alpha \quad (6.8)'$$

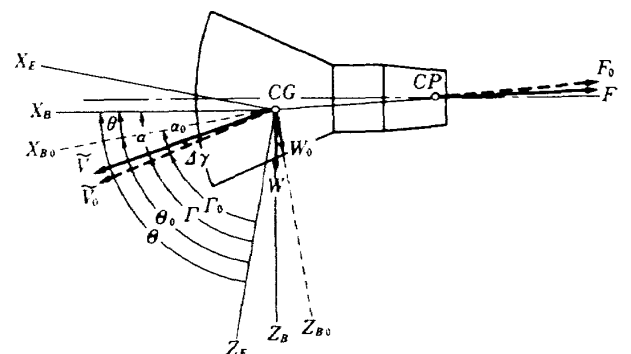


図 6.12 トリムまわりのパターンベーショナル運動

と書いておくことにする。

$M_y$  のうち空気力によるトルクを  $M_{yA}$  については

$$M_{yA} = \frac{\partial M_y}{\partial \alpha} \Big|_{\tilde{V}, \alpha_0} \Delta \alpha + \frac{\partial M_y}{\partial \dot{\alpha}} \Big|_{\tilde{V}, \alpha_0} \Delta \dot{\alpha} + \frac{\partial M_y}{\partial \dot{\theta}} \Big|_{\tilde{V}, \alpha_0} \dot{\theta} + \frac{\partial M_y}{\partial \ddot{\theta}} \Big|_{\tilde{V}, \alpha_0} \ddot{\theta}$$

のごとくになる。  $S$ ,  $\bar{q}$  および基準長  $c$  を用いて無次元化した空力係数

$$C_{ma} = \frac{1}{S \bar{q} c} \frac{\partial M_y}{\partial \alpha} \Big|_{\tilde{V}, \alpha_0}$$

$$C_{m\dot{\alpha}} = \left( \frac{\tilde{V}}{c} \right) \frac{1}{S \bar{q} c} \frac{\partial M_y}{\partial \dot{\alpha}} \Big|_{\tilde{V}, \alpha_0}$$

$$C_{m\dot{\theta}} = \left( \frac{\tilde{V}}{c} \right) \frac{1}{S \bar{q} c} \frac{\partial M_y}{\partial \dot{\theta}} \Big|_{\tilde{V}, \alpha_0}$$

$$C_{m\ddot{\theta}} = \left( \frac{\tilde{V}}{c} \right)^2 \frac{1}{S \bar{q} c} \frac{\partial M_y}{\partial \ddot{\theta}} \Big|_{\tilde{V}, \alpha_0}$$

を用いると、(6.7) の第二式は

$$\ddot{\theta} = \frac{S \bar{q} c}{I_y} C_{ma} \Delta \alpha + \frac{c}{\tilde{V}} \frac{S \bar{q} c}{I_y} C_{m\dot{\alpha}} \Delta \dot{\alpha} + \frac{c}{\tilde{V}} \frac{S \bar{q} c}{I_y} C_{m\dot{\theta}} \dot{\theta} + \left( \frac{c}{\tilde{V}} \right)^2 \frac{S \bar{q} c}{I_y} C_{m\ddot{\theta}} \ddot{\theta} + \frac{M_{yc}}{I_y}$$

(6.9)

この式の係数を簡略化して

$$\ddot{\theta} = k_1 \Delta \alpha + k_2 \Delta \dot{\alpha} + k_3 \dot{\theta} + k_4 \ddot{\theta} + d \quad (6.9)'$$

と記すことにする。

$\theta = \Delta \alpha + \Delta r$  であるから (6.8)' を用い、 $c_1$  の時間変化を無視すると  $\dot{\theta} = \Delta \dot{\alpha} - c_1 \Delta \alpha$  であり、これを (6.9)' に代入すると

$$(1 - k_4) \Delta \ddot{\alpha} - \{ (1 - k_4) c_1 + k_2 + k_3 \} \Delta \dot{\alpha} - (k_1 - k_3 c_1) \Delta \alpha = d \quad (6.10)$$

となる。

$k_4$  は  $C_{m\ddot{\theta}}$  を含む係数であるが、経験的にこの項は小さく  $k_4 \ll 1$  と考えてよい。制御力が働かない場合、系を定係数系とみなせば、復元力が働くための条件、すなわち静安定のための条件は

$$k_1 < k_3 c_1 \quad (6.11)$$

であり、振動が漸近安定となるための条件、すなわち動安定のための条件は

$$k_2 + k_3 < -c_1 \quad (6.12)$$

となる。これらの係数をもとにもどして整理するとそれぞれ

$$C_{ma} < \frac{S \bar{q} c}{m \tilde{V}^2} C_{m\dot{\theta}} C_{La} \quad (6.11)'$$

$$C_{m\dot{\alpha}} + C_{m\dot{\theta}} < -\frac{I_y}{m c^2} C_{La} \quad (6.12)'$$

となる。

$C_{La}$  および  $C_{ma}$  についてはニュートン流理論を用いた場合についてすでに図 6.9 に示した通りである。これらの値においては  $S$  は前頭球面の投影面積  $4.1043 \text{ m}^2$ ,  $c$  はジェミニの最大半径  $1.143 \text{ m}$  にとつてある。  $\alpha_0 = 13^\circ$  とすると

$$C_{La} = -1.4 \quad (1/\text{rad})$$

$$C_{ma} = -0.2 \quad (1/\text{rad})$$

である。これらの値は比較的实际の流れの場合に近いと考えられる。

$C_{m\dot{\alpha}}$  および  $C_{m\dot{\theta}}$  は流体中の飛しょう体の姿勢角速度に関係する空力係数である。それが発生するメカニズムについては次節で考察するが、マッハ数、迎角等に依存して微妙に変化し、明確な数値はえられない。一般的に  $\pm 4$  程度までの値をとる。

まず (6.12)' の動安定の条件を考える。右辺は正であるから、もし  $C_{m\dot{\alpha}} + C_{m\dot{\theta}}$  が 0 または真であれば (6.12)' は満足される。したがって  $C_{m\dot{\alpha}} + C_{m\dot{\theta}}$  が正の場合のみ、系が不安定になる可能性がある。ジェミニの  $I_y$  に関するデータは入手していない。しかし  $m c^2$  は  $y$  軸を中心とする半径  $c$  の円筒上に衛星の全質量が集中していると仮定した場合の質量慣性モーメントであるから、 $I_y$  はこれと同程度かあるいは少し小さいくらいの値になると思われる。もし  $I_y = m c^2$  と仮定しても

$$C_{m\dot{\alpha}} + C_{m\dot{\theta}} > 1.4$$

であれば不安定であり、これは物理的に十分起りうる条件である。

つぎに静安定の条件 (6.11)' について考える。係数の  $\bar{q}$  を  $\rho \tilde{V}^2 / 2$  で置換えると

$$\frac{S \bar{q} c}{m \tilde{V}^2} = \frac{1}{2} \frac{\rho}{m/S c}$$

であって、これはほぼ回収体密度に対する大気密度の比であるから無視できる程度に小さい。したがって (6.11)' は単に

$$C_{ma} < 0 \quad (6.10)''$$

と考えてよい。 $C_{ma}$  が負であれば、復元力が働き振

動的になる。

自由飛しょうの場合のピッチング運動の固有円振動数を $\omega_n$ 、減衰比を $\zeta$ とすると

$$\omega_n^2 \simeq -k_1 = -\frac{S\bar{q}c}{I_y} C_{m\dot{\alpha}} \quad (6.13)$$

$$2\zeta\omega_n \simeq -(c_1 + k_2 + k_3) = -\frac{S\bar{q}}{m\bar{V}} \left[ C_{L\dot{\alpha}} + \frac{mc^2}{I_y} (C_{m\ddot{\alpha}} + C_{m\dot{\alpha}}) \right] \quad (6.14)$$

となる。

ジェミニの場合、 $c = 1.143$  [m]、 $S = 4.1043$  [m<sup>2</sup>]である。 $C_{m\dot{\alpha}}$ の基準値としては $-0.2$ をとっておく、 $I_y$ については不明なので $mc^2$ で代用すると $m = 2178$  [kg]であるから $mc^2 = 2845$  [kg·m<sup>2</sup>]、したがって

$$\omega_n = 1.816 \times 10^{-2} \sqrt{\bar{q}} \quad (1/s^2) \quad (6.15)$$

となる。

図6.2の $\bar{q}$ の変化をみれば明らかなように、高度が高い間 $\omega_n$ は低く、280[0]の最大動圧約20,000 [kg/ms<sup>2</sup>]に対して最大になり $\omega_n = 2.568$  [rad/s]となる。360[s]では $\bar{q} = 6000$  [kg/ms<sup>2</sup>]で $\omega_n = 1,406$  [rad/s]となる。 $\omega_n$ は軌道に沿ってあまり大きくは変らない。

一方 $\zeta$ については、 $C_{L\dot{\alpha}} + (mc^2/I_y)(C_{m\ddot{\alpha}} + C_{m\dot{\alpha}})$ の基準値として $-2$ をとっておくと

$$\zeta = 0.07338 \sqrt{\bar{p}} \quad (6.16)$$

という形になる。最大動圧時では $\zeta = 4.45 \times 10^{-3}$ 、360[s]では $\zeta = 2.23 \times 10^{-2}$ となる。 $\omega_n$ が $\sqrt{\bar{q}}$ に比例するのにに対して $\zeta$ は $\sqrt{\bar{p}}$ に比例するので、高度変化に対して $\zeta$ の変化の方が激しい。いずれにしても $\zeta$ はかなり小さな値である。

つぎに制御の可能性について考えてみよう。一般の飛しょう体と同様、検出量 $\theta$ および $\dot{\theta}$ からのフィードバックが考えられる。したがって $K_0, K_1 > 0$ として

$$M_{yc} = -K_0 \theta - K_1 \dot{\theta} \quad (\text{Nm}) \quad (6.17)$$

とする。この $M_{yc}$ を(6.9)に代入すると式の上では三次になるが、ピッチング運動を表わす二次系の円固有振動数 $\bar{\omega}_n$ および $\bar{\zeta}$ は

$$\bar{\omega}_n^2 \simeq \omega_n^2 + \frac{K_0}{I_y} \quad (1/s^2) \quad (6.18)$$

$$2\bar{\zeta}\bar{\omega}_n \simeq 2\zeta\omega_n + \frac{K_1}{I_y} \quad (1/s) \quad (6.19)$$

によって近似される。上の計算例の最大動圧時で考えると、 $\omega_n^2 = 6.596$  [1/s]に対して $2\zeta\omega_n = 2.284 \times 10^{-2}$  [1/s]であった。したがって $\bar{\zeta}$ を変更するために必要なフィードバックゲイン $K_1$ に比べると、 $\bar{\omega}_n^2$ を変更するために必要なフィードバックゲインのレベルは約300倍大きくなければならない。それぞれに必要な制御トルクは $K_0\theta$ および $K_1\dot{\theta}$ である。 $\theta$ および $\dot{\theta}$ の振幅を $|\theta|$ および $|\dot{\theta}|$ で表わすと $|\dot{\theta}| = \omega_n |\theta|$ であるが、 $\omega_n$ は最大でも2.568 [1/s]程度であるから、制御トルクの比にしても少なくとも100倍の差ということになる。

たとえば最大動圧時の減衰を0.1程度にしようとする

$$K_1/I_y \simeq 2\bar{\zeta}\bar{\omega}_n = 0.514 \quad (1/s)$$

が要求されるが、これと同等のフィードバックゲイン $K_1 = K_0$ を用いても $\bar{\omega}_n$ は3.8%程度しか変化しない。したがってジェミニのように可動翼をもたない回収機体では、動圧の高い飛しょう領域において、ガスジェットを用いた制御に対して減衰特性の改善を期待することはできても円固有振動数を変えることすなわち静安定性の補償を求めることは得策でないことがわかる。

実際のジェミニおよびマーキュリーのフライトにおいても、軌道離脱後大気圏突入前までは姿勢角制御すなわち $\theta$ のフィードバックを含めた制御を行っているが、高度90 km以下の誘導フェーズでは制御モードを切換えて $\dot{\theta}$ のみをフィードバックする形をとっている。

ジェミニにおいてこの $\dot{\theta}$ のフィードバックループにはオンオフ制御を用いている。ピッチおよびヨー制御のための $\dot{\theta}$ のデッドバンドはジェミニVの場合のみは試験的に0.5°/sとし、他のフライトでは4°/sとした。したがってジェミニVの場合のみは、図6.1に相当する特性曲線の減衰はよく、振幅が小さい。しかしながら当然多くの制御用燃料を必要とするわけである。

ピッチ振幅をどの程度に抑えるかという問題は、ミッション機器からくる要求もあるであろうが、もっとも重要なのは誘導誤差に関連してであろう。振

動が大きいと平均的な  $L/D$  を仮定した基準軌道からのずれが大きくなるし、定速度スピンによって  $L/D=0$  の軌道を作る際にも誤差を生ずる。どの程度の振幅におさめるかは誘導アルゴリズムの能力とのかね合いによってきまる。この問題をつめるためには、回収体ダイナミクスをも入れた軌道シミュレーションプログラムを用いて誘導および制御の方程式を含めシミュレーション実験を行なうことが必要である。

以上の解析においては、方程式(6.10)を導く際に速度および動圧等の時間変化を無視した。また導かれた(6.10)の係数の時間変化をも無視して定係数系として特性を論じてきた。これらの影響について吟味してみよう。

まず(6.9)から(6.10)を導いた際に  $c_1$  を定数として扱った点について考える。 $c_1 = S\bar{q}/(m\tilde{V}) \cdot C_{L\alpha}$  であるが、このうち  $S, m, C_{L\alpha}$  等については定数と考え、 $\hat{V}$  と  $\bar{q}$  のみが時間変化するものとする。(6.8)により

$$m\tilde{V} \Delta \dot{r} = -S\bar{q} C_{L\alpha} \Delta \alpha$$

であるから、両辺を時間微分すると

$$m\tilde{V} \Delta \ddot{r} + m\dot{\tilde{V}} \Delta \dot{r} = -S\bar{q} C_{L\alpha} \Delta \dot{\alpha} - S\dot{\bar{q}} C_{L\alpha} \Delta \alpha$$

となる。(6.4)および(6.8)を用いると上式は

$$\Delta \ddot{r} = -c_1 \Delta \dot{\alpha} - c_1 \left( \frac{2B\dot{\bar{q}}}{\tilde{V}} + \frac{\dot{\bar{q}}}{\bar{q}} \right) \Delta \alpha \quad (6.20)$$

となる。これを用いると(6.10)は  $\Delta \alpha$  の係数が変わって

$$(1-k_4) \Delta \ddot{\alpha} - \{(1-k_4)c_1 + k_2 + k_3\} \Delta \dot{\alpha} - \{k_1 - k_3 c_1 + (1-k_4)c_1 \left( \frac{2B\dot{\bar{q}}}{\tilde{V}} + \frac{\dot{\bar{q}}}{\bar{q}} \right)\} \Delta \alpha = d \quad (6.10)'$$

という形になる。したがって静安定の条件に違いが出る可能性がある。しかしながら数値的に吟味すると、 $k_1$  に比べて他の項は極めて小さく、 $k_3 c_1$  と同様の意味で無視できる。すなわち  $\tilde{V}$  および  $\bar{q}$  の時間的な変化は実質的には方程式の形に影響を与えないといえる。

つぎに方程式(6.10)の係数が時変数である点について考えてみよう。(6.15)および(6.16)の数値を用いると(6.10)は

$$\Delta \ddot{\alpha} + 0.2665 \times 10^{-2} \sqrt{\rho \bar{q}} \Delta \dot{\alpha} + 3.298 \times 10^{-4} \bar{q} \Delta \alpha = d \quad (6.21)$$

である。このうち特に問題となるのは  $\Delta \alpha$  の係数、すなわち  $\omega_n^2$  の時間変化である。 $\omega_n^2$  が時間とともに減少する場合、 $d=0$  とおいた自由振動は発散傾向を示す。これについてはロケットのハイブリッドシミュレーションに関連して著者により指摘されている<sup>1)</sup> この結果によれば方程式

$$\Delta \ddot{\alpha} + (\omega + \varepsilon \omega_0 t)^2 \Delta \alpha = 0, \quad \Delta \alpha(0) = A \quad (6.22)$$

の漸近法により一次近似解は

$$\Delta \alpha = A \left( 1 - \varepsilon \frac{\omega_0}{2\omega} t \right) \cos \left( \omega + \varepsilon \frac{\omega_0}{2} t \right) t \quad (6.23)$$

によって与えられ、等価減衰比  $\tilde{\zeta}$  は

$$\tilde{\zeta} = \varepsilon \omega_0 / (2\omega^2) \quad (6.24)$$

となる。したがって  $\omega_n$  が減少する場合には  $\varepsilon \omega_0 < 0$  であるから  $\tilde{\zeta} < 0$  となって発散的になる。

ジェミニの飛しょうデータ図 6.2 においては 280 秒から 360 秒までの  $\sqrt{\bar{q}}$  は

$$\sqrt{\bar{q}} \approx (139.6 - 0.627 t)^2$$

したがって(6.15)に代入すると

$$\omega_n \approx (2.535 - 0.01139 t)^2$$

となる。等価減衰比は

$$\tilde{\zeta} = -8.862 \times 10^{-4}$$

である。(6.16)の空気力による減衰比において高度約 35 km における  $\rho$  の値  $10^{-2} \text{ [kg/m}^3 \text{]}$  を用いると

$$\zeta = 7.338 \times 10^{-3}$$

となる。この  $\zeta$  に比べると  $\tilde{\zeta}$  は一桁小さい。しかしながら  $\zeta$  を計算するのに用いた  $C_{L\alpha} + (mc^2/I_y)(C_{m\dot{\alpha}} + C_{m\dot{\theta}})$  の値は不確定であって、一桁小さい  $-0.2$  という値をとるばかりでなく正値をもとる可能性がある。したがって  $\omega_n$  が時間とともに減少することによる発散傾向の影響は自由飛しょうにおいては無視できない。

制御を用いる場合、制御によって導入される等価的な減衰比を 0.1 程度に設定すれば上記のようなことは問題とならない。しかしながら小規模の回収実験あるいは打込み実験等において、機器的な制約により制御を用いられないような場合には重要な問題である。



米国においても再突入物体の自由飛しょうにおける姿勢の不安定性については、ミサイルとも関係し研究された。Sommer および Tobak は (6.7) と同様の式から出発し、係数の時間的な変化によって生ずる安定性の条件をより一般的に、解析的手法を用いて導いている<sup>12)</sup> その結果においてもやはり最大動圧以後の動圧減少時に著しく不安定の可能性が高まる事が指摘されている。

以上の検討においては  $C_{m\dot{\alpha}}$  および  $C_{m\dot{\theta}}$  の特性の不確定性の理由は述べられていない。その発生メカニズムとどの程度まで決定できるかという問題について次節で考察する。

#### 6.4 はく離および再付着の効果

6.2 節で示したごとく、ジェミニ型回収機体に働く空気力の定性的傾向を論ずる場合、前面パネルに働く力  $F$  とそれ以後の回収体後部に働く力  $\bar{S}$  とに分けると考えやすい。 $F$  はニュートン流理論でよく近似できる部分である。マッハ数が 4 以下になると多少の違いを生じてくるが、それでも実験により圧力分布を測定すればほぼ正確にえられる量である。

$\bar{S}$  についてははく離に関係しているので静的にも理論が確立されていず、非定常特性が関係するときには実験的にも扱わずらい性質のものである。本節では、Ericsson<sup>13,14)</sup> の手法を用いて、 $\bar{S}$  のダイナミクスに与える定性的な傾向を捕えるとともに実験的方法への手がかりをえることを試みる。

前面パネルに関しても流れが先端に到達してから、パネル端部を通り過ぎるまでの時間における回収体姿勢の変化はあるわけであるが、この分の影響は小さいので無視できる。したがって  $F$  によってダイナミクスに与える効果は 6.2 節で考えたような静的に定まる力のみとする。これに対して回収体後部については、パネル端部を通り過ぎた流れが尾端部に到達するまでの間の機体姿勢の変化が無視できないという場合について考える。

$F_0$  と  $N_0$  との合力によりトリムが成立し、この近傍で振動が起っているとす。図 6.8 に示すように回収体尾端から機軸に沿って測った座標を  $x$  とする。 $\bar{S}_0$  の作用点、CG および回収体先端の座標をそれぞれ  $x_S$ ,  $x_{CG}$  および  $x_N$  と表わす。トリム時には

$$M_y = -F_0 \epsilon - N_0 (x_{CG} - x_S) = 0 \quad (\epsilon < 0) \tag{6.25}$$

という形で平衡している。ただし  $\bar{S}$  については  $L$  と同様上向きを正とする。

いまトリム迎角  $\alpha_0$  からの時刻  $t$  における 6.2 節の意味での静的なパターンを  $\Delta\alpha(t)$  とする。そしてさらに座標  $x$  における機体の動きを考慮した局所的な迎角を次式で定義する。

$$\Delta\alpha_x(t) = \Delta\alpha(t) + (x - x_{CG}) \dot{\theta}(t) / \bar{V} \tag{6.26}$$

そして  $\Delta N(t)$  は、時刻  $t$  における  $\bar{S}$  の作用点の局所迎角  $\Delta\alpha_S(t)$  と時刻  $t$  に  $\bar{S}$  の作用点に到達する流れが前面パネル端部を通過したときの前面パネル部の局所迎角  $\Delta\alpha_N(t - \Delta t)$  とによってきまると仮定する。ただし  $\Delta t$  は前面パネル部を通過した流れが  $\bar{S}$  の作用点に到達するまでの時間である。実際は前面パネル端部を通過した流れは尾端部に進むにつれ時々刻々の機体姿勢がなす壁面との関係により流れのパターンを形づくり、時刻  $t$  における全体のパターンから圧力分布および  $\Delta\bar{S}(t)$  がきまるわけである。ところが上述の考え方は  $t - \Delta t$  の前面パネルの迎角により、時刻  $t$  における流れのパターンがきまり、時刻  $t$  の  $x_S$  における局所迎角により  $\Delta\bar{S}(t)$  がきまるとする。すなわち流れをつくる前面パネルとその流れを受ける  $x_S$  点との間に流れを変える物体がない、またはその影響を無視できるという仮定を用いて集中定数系化をはかっているわけである。

この仮定が有効であれば  $\Delta\bar{S}(t)$  は次のような形で表わすことができる。

$$\Delta\bar{S}(t) = \frac{\partial \bar{S}}{\partial \alpha_S} \Big|_{\alpha_0} \Delta\alpha_S(t) + \frac{\partial \bar{S}}{\partial \alpha_N} \Big|_{\alpha_0} \Delta\alpha_N(t - \Delta t) \tag{6.27}$$

無次元化した空力係数

$$C_S = \bar{S} / (S \bar{q}) \tag{6.28}$$

を用いると上式は次のような形で表わすことができる。

$$\Delta C_S(t) = \frac{\partial C_S}{\partial \alpha_S} \Big|_{\alpha_0} \Delta\alpha_S(t) + \frac{\partial C_S}{\partial \alpha_N} \Big|_{\alpha_0} \Delta\alpha_N(t - \Delta t) \tag{6.29}$$

$x - x_{CG}$  を基準化して

$$\xi = (x - x_{CG}) / c$$

で表わすと  $\Delta\alpha_S(t)$  および  $\Delta\alpha_N(t - \Delta t)$  は Taylor 展開

の一次項のみをとって次のように近似できる。

$$\begin{aligned} \Delta\alpha_S(t) &\approx \Delta\alpha(t) - \xi_S \{c\dot{\theta}(t)/\tilde{V}\} \\ \Delta\alpha_N(t) &\approx \Delta\alpha(t) - \dot{\alpha}(t)\Delta t - \xi_N \{c\dot{\theta}(t)/\tilde{V}\} \end{aligned}$$

ただし  $\omega_n^2 \ll 1$  を仮定して  $\ddot{\theta}(t) \approx 0$  とした。

この  $\Delta\alpha_S(t)$  および  $\Delta\alpha_N(t - \Delta t)$  を(6.29)に代入して整理すると次式がえられる。

$$\begin{aligned} \Delta C_S(t) &= \left(\frac{\partial C_S}{\partial \alpha_S} + \frac{\partial C_S}{\partial \alpha_N}\right)\Delta\alpha - \left(\frac{\partial C_S}{\partial \alpha_S}\xi_S + \frac{\partial C_S}{\partial \alpha_N}\xi_N\right) \\ &\quad - \frac{c\dot{\theta}}{\tilde{V}} - \frac{\partial C_S}{\partial \alpha_N} \frac{\tilde{V}\Delta t}{c} \left(\frac{c\dot{\alpha}}{\tilde{V}}\right) \end{aligned}$$

したがって次の結果がえられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial C_S}{\partial \alpha} &= C_{S\alpha} = \frac{\partial C_S}{\partial \alpha_S} + \frac{\partial C_S}{\partial \alpha_N} \\ \frac{\partial C_S}{\partial(c\dot{\theta}/\tilde{V})} &= C_{S\dot{\theta}} = -(\xi_S \frac{\partial C_S}{\partial \alpha_N} + \xi_N \frac{\partial C_S}{\partial \alpha_N}) \\ \frac{\partial C_S}{\partial(c\dot{\alpha}/\tilde{V})} &= C_{S\dot{\alpha}} = -\frac{\tilde{V}}{c}(\xi_N - \xi_S) \frac{\partial C_S}{\partial \alpha_N} \end{aligned} \right\} (6.30)$$

ただし前面パネル通過後の平均的な流速を  $\bar{V}$  として

$$\Delta t = \frac{x_N - x_S}{\bar{V}} = (\xi_N - \xi_S) \frac{c}{\bar{V}}$$

の関係を用いている。

以上述べたような手法は、はじめEricssonが打上げ飛しょう体のとがった先端部がその支持部に対して与える空気的影響を論ずるため用いた<sup>13)</sup>先端部と支持部との間はトラス状のもので結合され、先端部の局所迎角のみで流れが形成されるという仮定が適合しやすいモデルであった。その後彼は回収物体に対しても適用をはかり、マーキュリーの安定性についても言及している<sup>14)</sup>しかし解析の詳細は示されていない。マーキュリーはCGのバイアス0すなわちトリム迎角0を用いた。したがって正常飛しょう時に静安定に対してNの効果はあまり問題とならない。10°をこえるトリム迎角を用いるジェミニにおいては、マーキュリーと違って、はく離流の関係する  $\bar{S}$  を積極的に静安定に用いているわけで、それだけにその効果を定量的に知ることが要求される。なお本節で記述した数式はEricssonが記述している数式とはやや異なっている。トリム迎角を持つ場合の設定を含め、その不明瞭な点を修正したつもりである。

さて前面パネルの圧力分布のみによって生ずる空力係数を  $\bar{C}_{L\alpha}$ ,  $\bar{C}_{m\alpha}$  を表わせば、回収体全体につい

ての空力係数は

$$\left. \begin{aligned} C_{L\alpha} &= \bar{C}_{L\alpha} + C_{S\alpha} \cos \alpha_0 \\ C_{m\alpha} &= \bar{C}_{m\alpha} - C_{S\alpha}(\xi_{CG} - \xi_S) \\ C_{m\dot{\theta}} &= -C_{S\dot{\theta}}(\xi_{CG} - \xi_S) \\ C_{m\dot{\alpha}} &= -C_{S\dot{\alpha}}(\xi_{CG} - \xi_S) \end{aligned} \right\} (6.31)$$

によって表わされることになる。

(6.30)より明らかなように  $C_{S\alpha}$ ,  $C_{S\dot{\theta}}$ ,  $C_{S\dot{\alpha}}$  のいずれもが  $\partial C_S/\partial \alpha_S$  および  $\partial C_S/\partial \alpha_N$  の一次結合によって表わされる。したがって  $C_{S\dot{\theta}}$  および  $C_{S\dot{\alpha}}$  も  $C_{S\alpha}$  と同じレベルの大きさになる。しかしこれは  $c/\tilde{V}$  で無次元化したためであって、実際は(6.9)式からも明らかなように方程式では  $C_{S\alpha}$  に対して  $(c/\tilde{V})C_{S\dot{\theta}}$  および  $(c/\tilde{V})C_{S\dot{\alpha}}$  の形で用いられるので  $\tilde{V}$  が大きくなるにつれその効果は急速に小さくなる。 $C_{S\alpha}$  についてはマッハ数の高い領域まで求める必要があるが、 $C_{S\dot{\theta}}$  および  $C_{S\dot{\alpha}}$  については最大動圧以後のマッハ数の低い領域のみで求めればよい。

二つの偏微係数  $\partial C_S/\partial \alpha_S$  および  $\partial C_S/\partial \alpha_N$  の意味について考えてみよう。これらの物理的な意味は

$$\partial C_S/\partial \alpha_S : \alpha_N = \alpha_0 \text{ の状態で } \alpha_S \text{ のみを } \alpha_0 + \Delta\alpha_S \text{ としたときの } C_S \text{ の変化率}$$

$$\partial C_S/\partial \alpha_N : \alpha_N = \alpha_0 \text{ の状態で } \alpha_N \text{ のみを } \alpha_0 + \Delta\alpha_N \text{ としたときの } C_S \text{ の変化率}$$

である。これらを静的な空力試験によって求めるには図6.13のような模型を用いればよい。この二つの図に用いられる模型は、単に流れに対する相対的な姿勢が異なるだけであって同一物であってよい。前面パネルに働く力が回収体後部に伝わってはいないので両者は力学的には分離されていることが必要であ

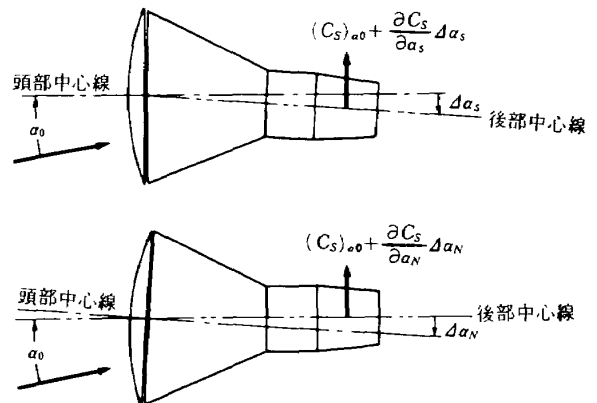


図 6.13  $\frac{\partial C_S}{\partial \alpha_S}$  および  $\frac{\partial C_S}{\partial \alpha_N}$  の測定法

る。かつ両者の間に流れが入り込んで力を発生しないようにしなければならないので工夫を要する。しかしもしこれが可能であれば、同様に前面パネルと後部回収体とを分離しかつ両者をゆがめずにつくった模型により  $(C_S)_{\alpha_0}$  を測定すれば  $\partial C_S / \partial \alpha_S$  および  $\partial C_S / \partial \alpha_N$  がえられる。またこれらの模型を使うと  $\bar{C}_{L\alpha}$ ,  $\bar{C}_{m\alpha}$ ,  $C_{L\alpha}$ ,  $C_{m\alpha}$  等もえられるのでそのデータを組合わせることにより,  $\xi_{CG} - \xi_S$ ,  $C_{m\dot{\theta}}$  および  $C_{m\ddot{\alpha}}$  等をもえることができる。

このような方法が有効かどうかは実際にやってみなければわからない。しかし  $C_{m\ddot{\alpha}}$  および  $C_{m\dot{\theta}}$  をえるための他の実験的方法にも問題が多いことを考えると、静的な試験法により分析的に空気力の効果を求めていくこの方法は成功すれば得るところが大きく、試みる価値がある。

図6.13から明らかなように  $\partial C_S / \partial \alpha_S$  および  $\partial C_S / \partial \alpha_N$  は正である。したがって  $C_{S\alpha}$  は正であり

$$\begin{aligned} \bar{C}_{L\alpha} &< C_{L\alpha} \\ \bar{C}_{m\alpha} &< C_{m\alpha} \end{aligned}$$

の関係が成立する。

$C_{S\dot{\theta}}$  については  $\xi_S$  が負,  $\xi_N$  は正であるので正負いずれにもなる可能性があり,  $C_{m\dot{\theta}}$  の符号も決まらない。 $C_{S\ddot{\alpha}}$  は負であるので  $C_{m\ddot{\alpha}}$  は正である。したがって式の上からは  $C_{m\ddot{\alpha}} + C_{m\dot{\theta}}$  が正になる可能性は十分にある。この場合前節で述べた理由により、回収体のピッチング運動が自由飛しょう時に発散的になる恐れが生ずる。

$C_{m\dot{\theta}}$  および  $C_{m\ddot{\alpha}}$  は通常は動的試験によって求められているが、動的試験は静的な試験に比べるとむづかしく、ことに  $C_{m\dot{\theta}} + C_{m\ddot{\alpha}}$  が正になるような場合は測定が困難とされている。以下ではこの動的な試験法についての原理とジェミニ型回収体に関して米国において得られている結果について述べておく。

動的試験には自由振動法と強制振動法とがある。風洞試験において模型の重心を支持すると  $\tilde{V}\dot{\Gamma} = 0$  で,  $\theta = \Delta\alpha$  が成立するのでその運動方程式は (6.9) より

$$\begin{aligned} I_y \ddot{\theta} = & S\bar{q}c C_{m\alpha} \theta + \frac{c}{V} S\bar{q}c (C_{m\ddot{\alpha}} + C_{m\dot{\theta}}) \dot{\theta} \\ & + \left(\frac{c}{V}\right)^2 S\bar{q}c C_{m\ddot{\theta}} \ddot{\theta} + M_{yc} \end{aligned} \quad (6.31)$$

となる。これを

$$I_y \ddot{\theta} = M_\theta \theta + M_{\dot{\theta}} \dot{\theta} + M_{\ddot{\theta}} \ddot{\theta} + M_{yc} \quad (6.31)'$$

と略記する。

風洞実験を行なう場合、模型を測定迎角周辺に保つためのバネ係数を  $K_y$ , 空気力を作用させない場合の支持構造等によって生ずる減衰力を  $C_y \dot{\theta}$ , また模型を強制振動させるためのトルクを  $t_y$  とすると  $M_{yc}$  の代わりに  $t_y$  を用いて次式が成立する。

$$(I_y - M_{\ddot{\theta}}) \ddot{\theta} + (C_y - M_{\dot{\theta}}) \dot{\theta} + (K_y - M_\theta) \theta = t_y \quad (6.32)$$

自由振動測定法<sup>16)</sup>は  $t_y = 0$  として通風時および無風時の自由振動の振動数および減衰率から空気力を求める方法である。 $\theta = \theta e^{(\mu + j\omega)t}$  を代入すると、実数部および虚数部はそれぞれ

$$\begin{cases} (I_y - M_{\ddot{\theta}})(\mu^2 - \omega^2) + (C_y - M_{\dot{\theta}})\mu + (K_y - M_\theta) = 0 \\ 2(I_y - M_{\ddot{\theta}})\mu\omega + (C_y - M_{\dot{\theta}})\omega = 0 \end{cases} \quad (6.33)$$

となる。ただし通風時の自由円振動数  $\omega$  は

$$\begin{cases} \omega = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \\ \omega_n = \sqrt{(K_y - M_\theta) / (I_y - M_{\ddot{\theta}})} \\ \zeta = (C_y - M_{\dot{\theta}}) / (2\omega_n) \end{cases}$$

によって与えられる。 $\zeta$  が小さいので  $\omega \approx \omega_n$  である。

無風時の場合は

$$\begin{cases} I_y(\mu_0^2 - \omega_0^2) + C_y \mu_0 + K_y = 0 \\ 2I_y \mu_0 \omega_0 + C_y \omega_0 = 0 \end{cases} \quad (6.34)$$

が成立する。ただし

$$\begin{cases} \omega_0 = \omega_{n0} \sqrt{1 - \zeta_0^2} \\ \omega_{n0} = \sqrt{K_y / I_y} \\ \zeta_0 = C_y / (2\omega_{n0}) \end{cases}$$

である。

$\mu$ ,  $\mu_0$ ,  $C_y$ ,  $M_{\dot{\theta}}$ ,  $M_{\ddot{\theta}}$  等は微量なので二次の項を省略し辺々差引くと

$$\begin{aligned} M_\theta - \omega^2 M_{\ddot{\theta}} &= -I_y(\omega^2 - \omega_0^2) \\ M_{\dot{\theta}} &= 2I_y(\mu - \mu_0) \end{aligned}$$

したがって

$$\begin{cases} C_{m\ddot{\alpha}} - k^2 C_{m\dot{\theta}} = -\frac{I_y}{S\bar{q}c} (\omega^2 - \omega_0^2), \quad k = \frac{c\omega}{V} \\ C_{m\ddot{\alpha}} + C_{m\dot{\theta}} = \frac{\tilde{V}}{S\bar{q}c} (\mu - \mu_0) \end{cases} \quad (6.35)$$

がえられる。 $k$  は無次元振動数 (reduced frequency parameter) と呼ばれる。

強制振動法<sup>17), 18)</sup>は  $t_y$  に正弦波状のトルクを働か

せ、強制トルク振幅、模型の振動振幅、この両者の位相差および強制振動数等を測定することにより空力係数を求める方法である。

(6.32)に  $\theta = \theta e^{j\omega t}$ ,  $t_y = T_y e^{j\omega t}$  を代入すると、次の二式が成立つことが要求される。

$$\begin{cases} -(I_y - M_{\dot{\theta}})\omega^2 + (K_y - M_{\theta}) = (T_y/\theta) \cos \eta \\ \omega(C_y - M_{\dot{\theta}}) = (T_y/\theta) \sin \eta \end{cases} \quad (6.36)$$

無風時の場合は

$$\begin{cases} -I_y \omega^2 + K_y = (T_{y0}/\theta_0) \cos \eta_0 \\ \omega C_y = (T_{y0}/\theta_0) \sin \eta_0 \end{cases} \quad (6.37)$$

であるから、辺々差引くと

$$\begin{cases} M_{\theta} - \omega^2 M_{\dot{\theta}} = -\{(T_y/\theta) \cos \eta - (T_{y0}/\theta_0) \cos \eta_0\} \\ M_{\dot{\theta}} = -\{(T_y/\omega\theta) \sin \eta - (T_{y0}/\omega\theta_0) \sin \eta_0\} \end{cases}$$

すなわち

$$\begin{cases} C_{m\dot{\alpha}} - k^2 C_{m\ddot{\alpha}} = -\frac{1}{S\bar{q}c} \left( \frac{T_y}{\theta} \cos \eta - \frac{T_{y0}}{\theta_0} \cos \eta_0 \right), \\ k = \frac{c\omega}{\bar{V}} \\ C_{m\dot{\alpha}} + C_{m\ddot{\alpha}} = -\frac{1}{S\bar{q}c} \left( \frac{T_y}{\omega\theta} \sin \eta - \frac{T_{y0}}{\omega\theta_0} \sin \eta_0 \right) \end{cases} \quad (6.38)$$

をえる。

自由振動法による場合、 $\omega$  および  $\omega_0$  は模型の  $I_y$  および  $K_y$  の選択によってきまる。一方強制振動法の場合、 $\omega$  の選択は原理的には任意であるといえる。しかしながら二次系の強制振動において入出力の振幅比および位相差が顕著な変化を示すのは共振点前後である。周波数の高い通風時の共振点を用いれば、無風時の場合はすでに減衰しているので測定精度は上るはずである。したがって周波数  $\omega$  は自由振動数の場合と同じ式で与えられる値の前後に設定することになる。ただし  $C_{m\dot{\alpha}} + C_{m\ddot{\alpha}}$  測定の場合には、通風時および無風時の  $\omega$  は独立であってもよいので、無風時の加振周波数  $\omega$  は無風時の共振点を用いる方がよい。

動安定係数  $C_{m\dot{\alpha}} + C_{m\ddot{\alpha}}$  が正の場合、(6.32)において

$$C_y - M_{\dot{\theta}} < 0$$

となる可能性がある。強制振動法では、強制入力に対する解は過渡解(一般解)と定常解(特異解)との線形和である。系が安定であれば過渡解は  $e^{\mu t}$  ( $\mu$

$< 0$ )の項により消失して定常解のみが残る。しかし系が不安定の場合は過渡解が消失しないために上述のような測定は不可能になる。したがって動安定係数が正となるような場合には  $C_y$  を人為的に大きくとって  $C_y - M_{\dot{\theta}} > 0$  を保つようにしなければならない。自由振動法の場合は過渡解のみを用いているので原理的には不安定な場合でも測定可能である。しかしやはり  $C_y - M_{\dot{\theta}} > 0$  とする方が計測上は有利であろう。

風洞試験と実機特性との照合をはかる際に重要なパラメータとなるのはマッハ数とレイノルズ数である。レイノルズ数は(5.21)に示すように

$$Re = \frac{\rho V c}{\mu}$$

によって与えられる。実機に合わせてマッハ数を設定すると速度  $V$  が決まり、風洞に入る模型の大きさの制約から基準長  $c$  がきまる。高圧風洞を用いれば動作圧により  $\rho$  をある程度調節することが可能である。このようにしてもマッハ数とレイノルズ数とを実機の場合に合わせて、風洞実験における無次元振動数  $k_e$  は

$$k_e = \frac{c_e \omega_e}{\bar{V}}, \quad \omega_e \approx \sqrt{K_y - S_e \bar{q}_e c_e C_{m\dot{\alpha}} / I_{ye}}$$

で与えられることになり、実機における無次元振動数

$$k_a = \frac{c_a \omega_a}{\bar{V}}, \quad \omega_a \approx \sqrt{-S_a \bar{q}_a c_a C_{m\dot{\alpha}} / I_{ya}}$$

とは異なり、大きな値をとる可能性がある。したがって  $C_{m\ddot{\alpha}}$  が小さくとも、動的試験法においては  $C_{m\dot{\alpha}} - k^2 C_{m\ddot{\alpha}}$  の第二項を省略できないのである。

動的試験においては  $k$  は算出できるが  $C_{m\dot{\alpha}}$  と  $k^2 C_{m\ddot{\alpha}}$  との寄与分の区別はつけられない。また  $C_{m\dot{\alpha}}$  と  $C_{m\ddot{\alpha}}$  との寄与分の区別もつけられない。

NASA の Langrey R.C. により、ジェミニ型回収体の  $1/10$  モデルを用いた強制振動法による風洞試験結果が報告されている<sup>19)</sup> この試験結果から、迎角をパラメータとしてマッハ数に対する動安定係数および静安定係数の変化をプロットしなおしてみると図 6.14 のようになる。レイノルズ数は実飛行における各マッハ数にある程度対応する数値がとられている。

マッハ数が 3 以上になると、動安定係数は各迎角

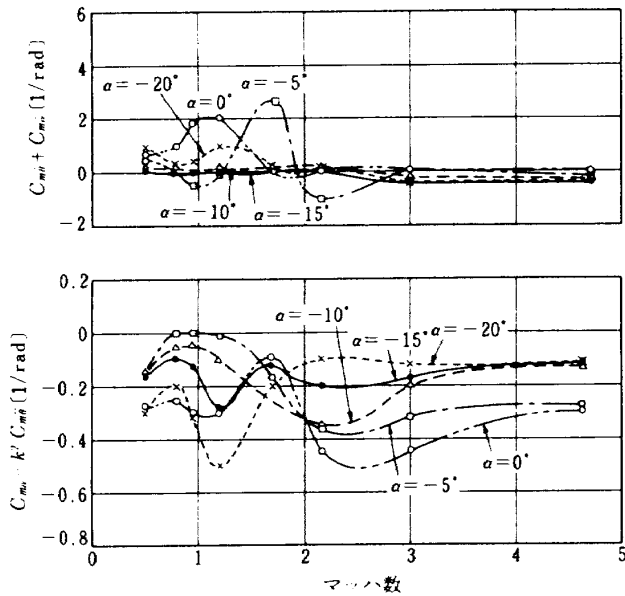


図 6.14 ジェミニ1/10モデルによる強制振動法試験結果<sup>19)</sup>

に対して小さな正減衰特性に落ち着く。静安定係数  $C_{m\alpha} - k^2 C_{m\dot{\theta}}$  もマッハ数4以上ではほぼ落ち着いた特性を示している。しかしマッハ数が3以下では非常に複雑な特性を示し、動安定係数のみならず静安定係数までもが正になる可能性を示している。このことは図6.1のフライトデータにおける340秒前後の急激な姿勢の変化と関係している。すでに動圧も大きくはなく、熱的負荷も小さくなる領域ではあるが、逆にガスジェットによる姿勢制御のききが悪くなる領域でもある。ジェミニの場合、マッハ数2よりやや小さくなったあたりでドログシュートを開き姿勢安定を図ったのはこのような事情からであろう。最大動圧を過ぎてから遷音速領域までの姿勢安定に関しては特別な配慮が必要である。

## 7. まとめ

カプセル型回収飛しょう体の設計に資する目的からジェミニについての主要な特性を求め、かつこの過程の中で軌道およびダイナミクスを解析的に取扱う方法を整理改良することを試みた。

まず Euler Hill 方程式を用いて、ジェミニのミッション軌道である高度274 kmの円軌道からの最適な逆推進ロケット噴射方向、そのときの地上到達時間、レンジ等の概算を行なった。つぎに特性に沿った特性の詳細を調べるために、高度90 kmまでの大気を

無視しうる空間とそれ以下の大気への再突入区間とに分割し、前者については Kepler 運動の関係式および Euler Hill 方程式による  $J_2$  項解析式等を用いてシミュレーションプログラムを用いた数値解と解析式との比較を行なった。後者については Chapman 方程式を誘導し、それからさらに回転地球に相対的な変数を用いて修正した式を導き、これらとシミュレーションプログラムを用いた数値解との比較を行なった。また  $L/D=0.19$  および  $0.0$  のときの軌道に沿っての特性値、減速度、飛しょう時間、レンジ、動圧、レイノルズ数、よどみ点流入熱量、総熱量、よどみ点温度等について計算を行なった。つぎにフライトデータとの比較を行なった。

再突入時のフライトダイナミクスについては、トリム、静安定、はく離および再付着等について図形的に考察を加え、運動方程式を導き、Ericsson の方法を用いてはく離および再付着の影響を数式的に扱う方法を導いた。またはく離および再付着の静安定係数および動安定係数におよぼす影響を静的な実験で求める方法を提案した。動安定係数測定法および米国における測定例についても記述した。

以下に本報告においてえられた知見を列挙する。

1) ジェミニのミッション軌道およびレトロロケットでは最短時間地上到達のための速度増分の方向は、進行方向逆向きで局地水平線から下方に  $\phi=14.4^\circ$  の方向である。このときの Euler Hill 方程式に基づいて計算される着地までの時間は31.4min、レンジは約1430 km程度であり、ほぼ地球の  $1/3$  周に当たる。 $\phi$  の微小誤差に対してこの時間およびレンジは変らない。 $\Delta V$  に  $\pm 2\%$  の誤差があるとレンジ誤差はほぼ  $\pm 300$  km となるが、これはジェミニの場合誘導によって修正可能なレンジの限界に当たる。

2) ジェミニのミッション軌道から、弾道軌道にとって大気再突入の始点とみなされる高度90 kmまでの時間は22.0min、レンジは9960 km程度である。全降下高度の約  $2/3$  に当たるが、軌道としては遠地点側なので時間およびレンジは1)に示す量の  $2/3$  よりはやゝ多い。

3) レトロロケットを二度に分割して用いるというような方法は効率が悪い。ジェミニのレトロロケットでは二分すると地上到達不能である。

4) 高度 120 km までの超高層大気は回収においてはほとんど影響がないと考えてよい。高度 120 km から 90 km までの大気の影響はジェミニにおいてかなり現われ、 $L/D$ により $\dot{H}$ に顕著な差を生じる。しかしながらその差は球地球軌道と接触軌道あるいは $J_2$ 補正軌道との差、つまり地球の扁平形状によって生ずる摂動の処理方法によって生ずる差とはほぼ同程度である。したがって球形地球を仮定して行なう程度の概念検討段階ではこの間の大気の影響も無視してよい。

5) 再突入軌道を計算するための Chapman 方程式の長所の一つは、特定の高度が陽には現われない形で与えられ、かつ初期高度を変更しても初期値はあまり変化せず、基準値  $z_i=0$ ,  $\bar{u}_i=1$ ,  $r_i=r_0$  に近い数値になることである。したがって再突入全般の傾向をみるためには上記の基準値で  $r_0$  のみを変えた場合について計算すればよく計算ケースが少なくすむ。しかし逆にみると方程式誘導の際に用いた仮定のため、初期値を厳密に与えても  $|du/u| \gg |dr/r|$  の成立しない約 80 km 以上の高度の軌道については、この方程式では計算できない。

6) Chapman の方程式では地球自転の影響を無視している。そのためその解としてえられる速度は高度が 50~60 km までは慣性速度に、それ以下では大気に相対的な速度に近い。地球自転の軌道面内成分に関する項を付加することにより、Chapman の方程式を相対速度に関する方程式に修正することができる。軌道に沿っての特性値は相対速度に依存するので、この修正式を用いることにより特性値の精度は改善される。ことに熱総量については 10% 以上の違いを生ずる。もし大気密度モデルの与え方をより正確にすれば、この修正式を用いてえられる精度をさらに高めることが期待できる。

7) 高度 90 km における大気抵抗あるいは動圧は軌道に沿っての最大値に比べると極めて小さいが、よどみ点熱流入量は最大値の 20% 程度の大きさをもつ。さらによどみ点熱流入量の  $1/4$  乗に比例するよどみ点平衡温度は最大値の  $1/2$  以上に達する。Chapman の方程式を用いた総熱量の計算は高度 90 km 以下の熱流入量を積分しているが、正確を期するためには 90 km 以上の分についての補正を考えなければ

ならない。

8) ジェミニの機体で  $L/D=0.19$  および  $0.0$  に保ったときの再突入軌道の違いは最大減速度にもっとも強く表われ、3.5 g および 8 g ほどの違いを生ずる。最大温度はあまり変わらず、熱総量は 25% 程度  $L/D=0.19$  の場合の方が多い。

9) ジェミニⅫの場合フライトデータによると、170 秒までは  $L/D \approx 0.19$ 、それ以下では  $15^\circ/s$  のスピンにより実効的に  $L/D \approx 0.0$  とする軌道を飛しようしたと考えられる。170 秒以後ではピッチング振動は  $\pm 2.5^\circ$  程度に抑えられているが、それまでは最大  $\pm 8^\circ$  の振動を生じている。トリム角度は  $15^\circ \sim 10^\circ$  であるが、高度 35 km マッハ 7 を過ぎる頃から小さくなり、高度 25 km マッハ 3 に達したところでまた急激に大きくなる。

10) ジェミニ型回収体に働く空気力は、前面パネル板に働く力と前面パネルを除く後部回収体に働く力とに分けると考えやすい。この二つの合力の作用線上に重心がくるような状態がトリムであり、そのときの迎角がトリム迎角である。ニュートン流理論を用いるとトリム迎角は  $17^\circ$  であった。一方フライトデータではトリム迎角は  $15^\circ \sim 10^\circ$  である。この差は後部回収体に働く力がニュートン流理論では表わされないことによると思われる。実験の流れでは前面パネルではく離れた流れがニュートン流では蔭になる部分までもまわり込んで再付着し圧力を生ずる。

11) ジェミニの運動方程式は二次に帰結する。 $C_{m\dot{\alpha}}$  によってきまる系の円固有振動数  $\omega_n$  は最大で  $2.6 \text{ rad/s}$  程度になるが、このときの  $C_{L\dot{\alpha}}$  および  $C_{m\dot{\alpha}} + C_{m\dot{\theta}}$  によってきまる減衰比  $\zeta$  はたかだか  $\pm 4.5 \times 10^{-3}$  程度の小さな値になる。ジェミニではレートフィードバックによるオンオフ制御を施すことにより実効的な減衰比を大きくしている。最大動圧時通過以後  $\zeta$  の絶対値は増加する傾向を示す。制御を用いる場合は問題とならないが、自由飛しようの場合は  $\omega_n$  の減少による発散傾向と合わせて振動が発散的になる可能性があるので注意を要する。

12)  $C_{m\dot{\alpha}} + C_{m\dot{\theta}}$  が正になる可能性については、Ericsson の方法を用いることにより説明のつく結果がえられる。またこの結果に基づいて、前面パネルと後部回収体とを少し傾けて配置するようなモデル

を用いて静的な実験により  $C_{m\dot{\alpha}}$  および  $C_{m\dot{\theta}}$  をえることが考えられる。専門家による検討を望む。

13) NASAがジェミニの $1/10$ モデルについて動的試験を行なった結果では、マッハ数が3以下の領域において静安定係数および動安定係数は共に非常に複雑な特性をもち、遷音速領域では静安定係数  $C_{m\alpha} - k^2 C_{m\dot{\theta}}$  さえ正になる可能性があることを示している。ジェミニの場合マッハ数2の近くでドログシュートを開傘し、姿勢の安定を図ったのはこのためと思われる。

本報告書中特に6章の内容に関しては、当研究所の空力一部野村茂昭室長との討論により得たところが多い。またニュートン流理論による計算結果をも借用願った。宇宙研究グループ大坪孔治リーダーには、軌道計算プログラムを貸していただいた。長洲秀夫宇宙研究グループ総合研究官および和田勇空力一部部長には、本研究遂行上種々御援助いただいた。

#### 参 考 文 献

- 1) 森英彦, 新田慶治, 山中龍夫: ジェミニ型カプセル回収体の概念検討, NAL-TM発刊予定.
- 2) 野村茂昭, 山本行光, 渡辺光則: 回収カプセル形状物体の空力特性, 第24回宇宙科学技術連合講演会予稿集, 1980年10月.
- 3) 野村茂昭: 回収カプセルの極超音速空力特性, 第10回流体力学講演会前刷, 1978年10月.
- 4) 森英彦: 超低高度人工衛星DASのための加速度計を用いた搭載型航法システム, NAL-TR-587, 1979年10月.
- 5) J. V. Breakwell; Class Notes of Space Mechanics, Stanford University, 1974.
- 6) A. M. Whitnah, D. B. Howes; Summary Analysis of the Gemini Entry Aerodynamics, NASA-TMX-58100, 1973.
- 7) 大坪孔治, 五代富文, 長洲秀夫: 超低高度人工衛星DASの軌道に関する初期解析, NAL-TR-507, 1978年3月.
- 8) D. R. Chapman; An Approximate Analytical Method for Studying Entry into Planetary Atmospheres, NASA TR-R-11, 1959.
- 9) DAS検討グループ: 超低高度人工衛星DASの初期解析, NAL TR-528, 1978年3月.
- 10) B. R. Write, R. A. Kilgore; Aerodynamic Damping and Oscillatory Stability in Pitch and Yaw of Gemini Configurations at Mach Numbers from 0.50 to 4.63, NASA TN-D-3334.
- 11) 興石肇, 中正夫, 森英彦, 大石晃, 冠昭夫, 本間幸造: 誘導制御を含んだロケットのハイブリッドシミュレーション, NAL TR-189, 1970年.
- 12) S. C. Sommer, M. Tobak; Study of the Oscillatory Motion of Manned Vehicles Entering the Earth's Atmosphere, NASA MEMORANDUM 3-2-59A, 1958.
- 13) L. E. Ericsson, J. P. Reding; Analysis of Flow Separation Effects on the Dynamics of a Large Space Booster, J. Spacecraft Vol. 2, No. 4, July-Aug. 1965, pp. 481 ~ 490.
- 14) L. E. Ericsson, J. P. Reding; Re-entry Capsule Dynamics, J. Spacecraft Vol. 8, No. 6, June 1971, pp. 599 ~ .
- 15) J. Kork; Satellite Re-Entry, Design Guide to Orbital Flight, Chap. X, McGraw Hill, 1962, pp. 535 ~ 708.
- 16) 柳沢三憲, 菊地一雄: 極超音速領域における軸対称物体の動安定係数の測定, NAL TR-542, 1978年9月.
- 17) 高島一明, 榊原盛三, 原巨利, 北出大三, 金成正好: 動安定微係数測定用風洞天秤について, NAL TM-106, 1967年5月.
- 18) 高島一明, 榊原盛三, 関根英夫: 超音速風洞における動安定微係数の測定, NAL TR-244, 1971年7月.
- 19) D. S. Shaw, K. L. Turner; Wind Tunnel Investigation of Static Aerodynamic Characteristics of a  $1/9$  Scale Model of a Project Mercury Capsule at Mach Numbers from 1.60 to 4.65, NASA TMX-291, July 1960.

付表 ジェミニ全フライライトの軌道概要

	I	II	III	IV	V
Gemini 宇宙飛しゅう体					
打上げ時質量〔kg〕	3186	3122	3225	3574	3605
乗員数〔人〕	0	0	2	2	2
打上げ日	1964. 4. 8	1965. 1. 19	1965. 3. 23	1965. 6. 3	1965. 8. 21
時刻〔e.s.t〕	11:00:01 a.m.	9:03:59 a.m.	9:24:00 a.m.	10:15:59 a.m.	8:59:59 a.m.
打上げ方位	72°	105°	72°	72°	72°
軌道要素					
挿入時					
遠地点高度〔km〕	320.4	171.1	224.1	281.9	349.8
近地点高度〔km〕	160.4		161.1	162.2	161.9
軌道傾斜角	72°	105°	72°	72°	72°
離脱時					
周回数			3	62	120
遠地点高度〔km〕				252.8	286.7
近地点高度〔km〕				159.5	196.3
軌道離脱および再突入					
軌道周回数			3.1	66.1	127.7
打上げから軌道離脱まで		00:06:54	4:33:23	97:40:01	190:27:43
打上げから着水まで		00:18:16	4:52:31	97:56:12	190:55:14
着地点位置					
緯度		16° 36' N	22° 26' N	27° 44' N	29° 44' N
経度		49° 46' W	70° 51' W	74° 11' W	69° 45' W
着地点精度〔km〕			60	44	91
船上收容					
收容日		1965. 1. 19	1965. 3. 23	1965. 7. 7	1965. 4. 29
時刻					
乗員			3:28 p.m.	1:09 p.m.	9:26 a.m.
飛しゅう体		10:52 a.m.	5:03 p.m.	2:28 p.m.	11:50 a.m.



(J. M. Greenwood, et al. ; Project Gemini, Technology and Operation,  
NASA SP-4002, 1969)

V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
3546	3663	3788	3750	3763	3798	3763	
2	2	2	2	2	2	2	
1965. 12. 15	1965. 12. 4	1966. 3. 16	1966. 6. 3	1966. 7. 18	1966. 9. 12	1966. 11. 1	
8:37:26 a.m.	2:30:03 p.m.	11:41:02 a.m.	8:39:33 a.m.	5:20:26 p.m.	9:42:26 a.m.	3:46:23 p.m.	
81.4°	83.6°	99.9°	87.4°	98.8°	99.9°	100.6°	
259.3	328.0	271.7	266.7	268.7	278.9	270.6	
160.9	161.5	159.8	158.7	159.8	160.4	160.4	
81.4°	83.6°	99.9°	87.4°	98.8°	99.9°	100.6°	
16	206	7	45	43	44	59	
311.3	303.0	298.7	288.0	399.1	301.9	287.1	
283.4	289.8	291.7	266.3	292.4	279.7	260.8	
16.8	219.7	6.7	47.6	45.5	47.1	62.3	
25:15:58	329:58:04	10:04:47	71:46:44	70:10:24	70:41:36	93:59:58	
25:51:24	330:35:01	10:41:26	72:20:50	70:46:39	71:17:08	94:34:31	
23° 35' N	25° 25' 01" N	25° 13' 08" N	27° 52'	26° 44' 07" N	24° 15' 04" N	24° 35' N	
67° 50' W	70° 06' 07" W	136° E	75° 00' 04" W	71° 57' W	70° W	69° 57' W	
7	6.4	1.1	0.38	3.4	2.65	2.6	
西大西洋	西大西洋	西太平洋	西大西洋	西大西洋	西大西洋	西大西洋	
1965. 12. 16	1965. 12. 18	1966. 3. 17	1966. 6. 6	1966. 7. 21	1966. 9. 15	1966. 11. 15	
11:32 a.m.	9:37 a.m.	1:28 a.m.	9:53 a.m.	4:34 p.m.	9:23 a.m.	2:49 p.m.	
11:32 a.m.	10:08 a.m.	1:37 a.m.	9:53 a.m.	5:01 p.m.	9:58 a.m.	3:28 p.m.	

---

## 航空宇宙技術研究所報告 651号

昭和56年1月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182

印刷所 株式会社 三興印刷  
東京都新宿区信濃町12 三河ビル

---