

ISSN 0389-4010
UDC 533.662.6:
629.735.45.035.6:

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-657

局所運動量理論とその変形後流モデルへの拡張

河内啓二

1981年2月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

局所運動量理論とその変形後流モデルへの拡張*

河内啓二**

The Fundamentals of the Local Momentum Theory and Its Extension to a Distorted Wake Model of a Hovering Rotor

Keiji KAWACHI

ABSTRACT

The fundamentals of the Local Momentum Theory (Azuma, A. and Kawachi, K., "Local Momentum Theory and Its Application to the Rotary Wing", Journal of Aircraft, Vol. 16, No. 1, January 1979, pp. 6-14) and a recent extension of this theory are presented in this report. The Local Momentum Theory is based on the instantaneous balance between the fluid momentum and the blade elemental lift at a local station in the rotor rotational plane. Therefore, the theory has the capability of evaluating time-wise variations of airloading and induced velocity distributions along a helicopter blade span. Unlike a complex vortex theory, this theory was developed to analyze the instantaneous induced velocity distribution effectively.

This presentation of the fundamentals of the Local Momentum Theory makes clear the boundaries of this theory and assists in making a computer program using this theory. A new concept introduced into the theory in this report is the effect of the rotor wake contraction in hovering flight. A comparison of this extended Local Momentum Theory with a prescribed wake vortex theory is also presented. The results indicate that the extended Local Momentum Theory has the capability of achieving a level of accuracy similar to that of the prescribed wake vortex theory over wide range variations of rotor geometrical parameters. It is also shown that the analytical results obtained using either theory are in reasonable agreement with experimental data.

まえがき

近年、回転翼に働く空気力の推定は電子計算機を利用した渦理論により急速に発達し、初期の固定螺旋形渦系を仮定した方法^{23,25,43~49)}から、誘導速度による渦系の変形を考慮した方法^{50~59)}へと発達してきた。複雑な回転翼の回りの流れを詳細に解くためには、

この渦理論が今日ほとんど唯一の方法である。渦理論では、ブレードと回転翼後流をある渦系のモデルで記述し、得られたビオサバ式を直接数値積分するという手法がとられている。

ところが、やっかいなことに、ブレードに働く空気力は先行ブレードのはき出す渦に大きく影響され、正しい空気力の解析には精度良い渦位置の推定が必要不可欠である。しかしながら、渦理論では、詳細に渦系を記述すればするほど計算時間が飛躍的に増加し、ま

* 昭和56年1月13日受付

** 飛行実験部

た渦系の変形と誘導速度変化との繰り返し計算における発散の危険性が生ずる。さらにブレードは、空気力と慣性力とによって複雑な運動と弾性変形をしており、厳密に取り扱おうとすると、空気力とブレードの運動並びに弾性方程式を連立させて解く必要が生じ、ここでも計算時間の増加に悩まされている。この様に理論的には精密な渦理論も、実際の応用に際しては、種々の制限が加えられている。

一方、古くから開発された運動量理論は手軽に解析解を得ることができるため広く用いられてきた。ただ、この運動量理論は、近似が粗すぎて細かい空気力の推定ができないという欠点を持つ。従って、この理論により得られた結果も、現象の見通しをつけるためだけに利用されたり、渦理論により補正されて利用されたりしてきた。この欠点を克服するために、古来さまざまな試みが運動量理論の枠内で提案されてきている。すなわち、初期の運動量理論⁴⁾では回転翼の内部で誘導速度が一様であると仮定し、回転翼を円板と考えると円板全体に運動量理論を適用していたものを、円板を輪状の面素に分割し、それぞれの面素で運動量理論を考える様になった⁵⁾。これによってブレード半径方向の誘導速度分布の推定能力が向上した。さらに輪状の面素は扇形の面素に細分され、半径方向に加え回転方向にも改良が加えられた。この様な誘導速度の空間分布の取り扱いの改良に加えて、見掛け質量の概念を導入することにより、時間的変動も運動量理論の枠内で取り扱われる様になった。まず見掛け質量は回転翼全体に適用され、^{9,10)}続いて扇形の面素に拡張された^{11~15)}。以上の試みにより、サイクリックピッチ又はコレクティブピッチの低周波入力に対する回転翼の応答は、かなりの精度で求められる様になってきている。しかしながら、これらの運動量理論は、有限枚数のブレードを持つ回転翼を、無限枚数のブレードより成る円板と考え、この円板全体又は円板の部分に運動量理論を適用したため、詳細な空気力の分布を推定することは依然として不可能である。

局所運動量理論は、^{1,2,60)}ブレード自体のもつ運動量を考えることにより、上述の運動量理論の欠点を除き、渦理論と同程度の詳細な空気力分布を求めようというものである。すなわち、同理論では、現実の

一本のブレードを多数の架空の小翼の集合と考える。それぞれの架空の小翼の循環は楕円分布をなすので、誘導速度と揚力の関係は運動量理論により求められる。現実のブレードにより誘起される誘導速度と揚力分布は、それぞれこれらの小翼に働く誘導速度と揚力分布の和として与えられる。この様にして求められた単位長さ当りの揚力を、翼素理論から得られた揚力と等置して誘導速度分布を求める。さらに誘導速度変化率を用いて誘導速度の時間的変動を簡単に記述する方法を採用し、数値積分を避け、計算時間の短縮を図っている。

この様に構成された局所運動量理論は極めて広い適用性を持ち、多くの分野で、固定螺旋形渦系による渦理論と同程度の精度を有し、計算時間は、理論の開発を目的としたプログラムでも、渦理論の $1/10 \sim 1/100$ であることが確認されている^{1,2)}。従って主に計算時間の制約により、渦理論では従来解析不能であった分野でも、局所運動量理論により詳しい解析ができる様になった。しかしながら、渦理論に比べて局所運動量理論はより複雑な解析手順を必要とし、プログラムも複雑になりがちである。また、近似をより多く含むため、既に報告された以外の分野に適用する時は、少なくとも1ケースは渦理論又は実験値と比較検討をすることが望ましい。従来の運動量理論との比較では、圧倒的に精度の良い空気力が計算できる反面、計算機の使用が不可欠であり、現象の見通しをたてる時に有効な解析解を得ることはできない。この様に、局所運動量理論は従来の渦理論や運動量理論にとって代わるというのではなく、お互いに補完しあうものである。

局所運動量理論の概念は既に種々の文献^{1~3,60,61)}に詳しいが、最近細かな計算過程についての質問を受け、⁶⁰⁾事が多くなった。これを記述した唯一の文献⁶⁰⁾が手に入りにくい点を考え、また局所運動量理論を用いたプログラムの作製の助けとなる様に、理論の詳細を本論文の前半で報告する。

一方、近年、回転翼後流の変形が視覚的に研究され、特にホバリング時の後流の形状がかなり明らかになるとともに、後流の変形が揚力分布、誘導速度分布に強い影響を持つことが指摘されるに至った^{16~18)}。さらにレーザ風速計により、ブレードの任意の位置

における循環を測ることにより、望みの刻み幅でブレード翼幅方向の揚力分布が得られる様になった^{33,34)}こと、従来の圧力素子による揚力分布の測定が、精度的にも量的にもかなりの段階に達したことから、ホバリング時の空気力の解析法をより深く検討できる様になった。局所運動量理論では、時間の経過とともに回転面の誘導速度分布が空間的に変化するという考えを導入することにより、この後流変形を考慮できる様に理論を拡張することが可能になり、これを最近の実験データおよび変形渦系による渦理論^{16~18,22)}と比較検討した。この変形後流モデルの研究結果を本論文の後半で報告する。

記号

(A_{ij})	行列
AR	翼のアスペクト比
a	二次元揚力傾斜 (rad^{-1})
a_s	音速
B	定数またはブレードの揚力の翼端損失
b	翼幅またはブレード枚数
C	定数または誘導速度変化率
C^*	等価誘導速度変化率 ((57) 式参照)
C_T	推力係数 $= T / \rho \pi R^2 (\Omega R)^2$
c	翼弦長
f	関数 ((15), (16) 式参照)
G	関数 ((A・1-9) 式参照)
g	関数 ((A・1-5) 式参照)
H	関数 ((A・3-7) 式参照)
I_β	ブレードのフラッピング関節回りの慣性性能率 $= \int_{r_\beta}^R (r - r_\beta)^2 dm$
i	ブレード翼幅方向の指標または回転面の前後方向の傾き角 (前傾正)
(i, j, k)	ブレード固定の座標
j	ブレード方位角方向の指標
K	翼端渦の位置を規定する定数 ((66) ~ (68) 式参照)
k_β	フラッピング関節回りのバネ定数
L	総揚力
l	揚力分布
(l, m)	回転面上の面素の座標

M	マッハ数
M_0	固体円盤の見掛け質量 ((65) 式参照)
M_β	フラッピング運動方程式の定数 $= \int_{r_\beta}^R r (r - r_\beta) dm$
m	空気質量またはブレードの分布質量
\bar{m}	局所運動量変化に関する空気質量 ((21), (26), (47) 式参照)
n	ブレード半径方向分割数
p	回転翼のローリング角速度 ($\psi = 90^\circ$ 側が下がる時正)
q	回転翼のピッチング角速度 (頭上げ正)
R	回転翼半径
r	半径方向位置
r_β	フラッピング関節の位置
T	推力
t	時刻
U	翼の対気速度 ((29) 式参照)
V	前進速度
$V_{i,c}$	i 番目の架空楕円翼の翼幅中央点における対気速度 ((33) 式参照)
V_N	前進速度の回転面に垂直な成分 (下向き正)
v	誘導速度 (下向き正)
(X, Y, Z)	固定翼の座標 (図 1 参照)
x	無次元半径方向位置 $= r / R$
$x_{i,c}$	無次元半径方向位置 ((44) 式参照)
x_T	翼端渦の無次元半径方向位置 ((66) 式参照)
x_β	フラッピング関節の無次元半径方向位置 $= r_\beta / R$
y	固定翼の翼幅方向位置
Z	回転面からの距離 (下向き正)
z_T	翼端渦の無次元上下方向位置 ((67) 式参照, 下向き正)
β	フラッピング角 (上向き正) $= \beta_0 + \beta_{1c} \cos \psi + \beta_{1s} \sin \psi$
$\bar{\beta}_0$	プレコニング角
Γ	循環
γ	ロック数 $= \rho ac R^4 / I_\beta$
Δ	増分

δ_{lm}	関数 ((50), (53) 式参照)
ζ	無次元翼幅方向位置
η	固定翼の無次元翼幅方向位置 ((6) 式参照)
θ	ブレードのピッチ角 (前縁上げ正) $= \theta_0 + \theta_i (x - 0.75) + \theta_{1c} \cos \psi$ $+ \theta_{1s} \sin \psi + \dots$
θ_i	ブレードの振り下げ
$\theta_{0.75}$	$x = 0.75$ におけるブレードのピッチ角 (前縁上げ正)
λ	指標またはインフロー比 $= (V \sin i + v) / (\Omega R)$
μ	アドバンス比 $= V \cos i / (\Omega R)$
ξ	楕円翼の無次元翼幅方向位置
ρ	空気の密度
Σ	足し合わせ
σ	ソリディティ $= bc / \pi R$
ϕ	翼素のインフロー角または渦の発生後の無次元時間
χ	円筒形渦系の傾き角 ($\mu = 0$ の時 $\chi = 0^\circ$, $\mu = \infty$ の時 $\chi = 90^\circ$)
ψ	ブレードの方位角
Ω	ブレードの回転角速度
添字その他	
b	ブレード枚数
cy	円筒形渦系
$down$	吹きおろし
elp	楕円翼
i	半径方向位置または i 番目の楕円翼または i 番目の翼端渦
j	方位角または無次元時刻または j 番目の楕円翼または半径方向位置
k	k 番目のブレード
p	代表点
$root$	ブレードのつけ根
tip	ブレードの翼端
up	吹きあげ
Γ	循環
λ	方位角または無次元時刻
0	初期値または一定値

$1c, 1s$	フーリエ級数の 1 番目の \cos 項および \sin 項
0.75	$x = 0.75$ の位置
(\cdot)	$d(\cdot) / dt$
$(\cdot)_{lm}^j$	時刻 $t = j$ における面素 (l, m) に関する量

1. 局所運動量理論

理解を容易にするために、まず本理論を固定翼に適用した場合を説明し、続いて回転翼に適用する。固定翼に対する部分を拡張して、はばたき翼や生物の飛行を解析することもできる。⁶²⁾

1.1 固定翼への応用

プラントルの揚力線理論によれば、速度 V で前進飛行をしている楕円翼の誘導速度は、翼面上では v_0 であり下流に行くにつれ $2v_0$ に発達していく (図 1¹⁾ 参照)。翼幅方向の誘導速度分布は翼内では一様であり、翼外では吹きあげである。翼外の吹きあげは翼端近傍に限られており、翼から離れるにつれ急激に減少する。翼に働く全揚力 L は運動量理論により次の様に求められる。

$$L = 2m v_0 \quad (1)$$

但し、 m は揚力発生に関係する空気質量で、次の様になる。

$$m = \rho V \pi (b/2)^2 \quad (2)$$

また単位翼幅当たりの揚力分布 l と誘導速度分布 v は、次の様になる。

$$l = \frac{4L}{\pi b} \sqrt{1 - \eta^2} \quad (3)$$

$$v \begin{cases} = v_0 & ; |\eta| \leq 1 \text{ 翼内 (4)} \\ = v_0 (1 - |\eta| / \sqrt{\eta^2 - 1}) ; |\eta| > 1 \text{ 翼外 (5)} \end{cases}$$

ただし、

$$\eta = y / (b/2) \quad (6)$$

任意の揚力分布を持つ翼の場合、通常の揚力線理論では馬蹄形渦の集まりとして取り扱うが、全く同様にして、現実の翼をある決まった翼力分布をもつ架空の小翼の集まりと考えることができる。架空の小翼として、ここでは楕円翼を考える。これは楕円翼の誘導速度と揚力の分布が解析的に運動量理論により求められる事、また誘導速度や揚力の分布が翼

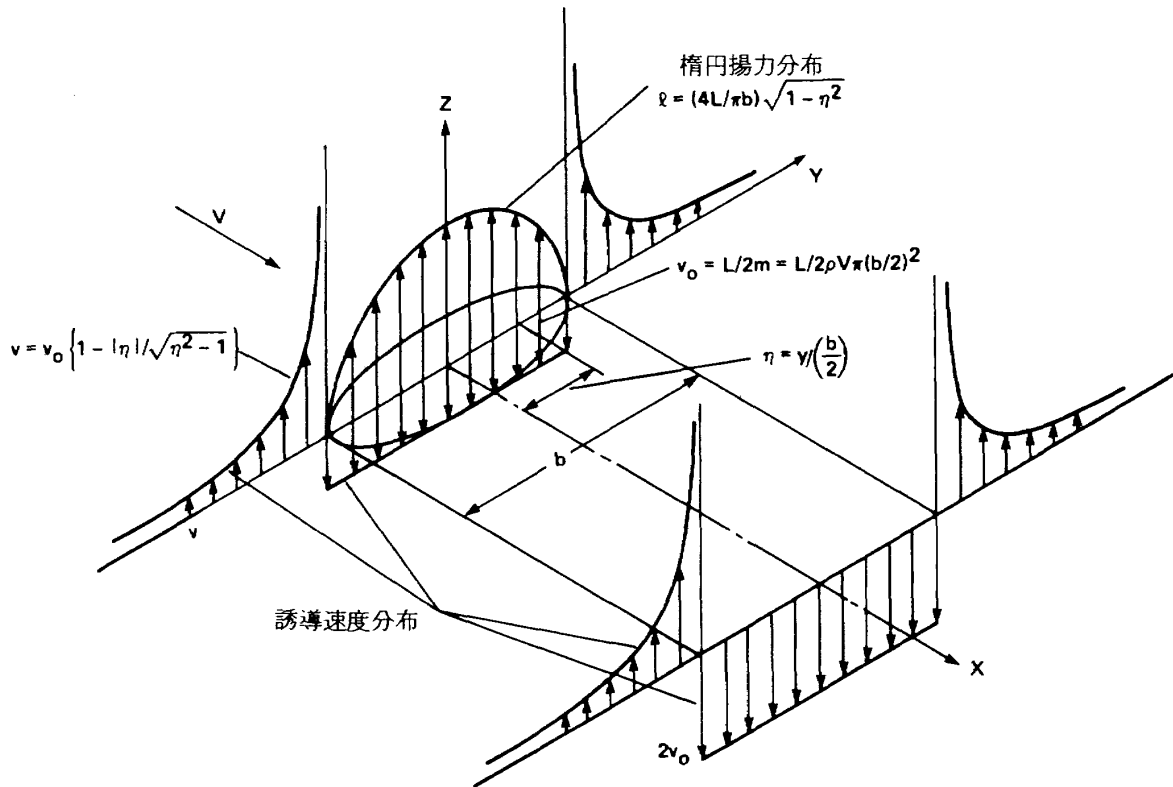


図1 楕円翼の揚力分布と誘導速度分布¹⁾

端の特異点のまわりで素直な事による。さて、任意の揚力分布を持つ現実の翼をこの架空の楕円翼の集まりに分解する時に、楕円翼の配置は幾通りにも考えられる。例えば図2¹⁾には対称配置と片寄せ配置とを示してある。楕円翼の配置により以下に得られる式は若干変わってくるけれども、計算手順は全く同様なので、ここでは図2に示した二つの配置を例にとり議論を進める。i番目の架空の楕円翼に働く揚力と誘導速度は(1)式と(2)式を添字 i を用いて書き直し、次の様になる*。

$$L_i = 2m_i \Delta v_i \quad (7)$$

$$m_i = \rho V \pi (b_i/2)^2 \quad (8)$$

図2の左端に示した現実の翼に働く揚力分布、 $l(\eta)$ はそれぞれの楕円翼に働く揚力分布、 $l_i(\xi)$ の和で与えられる。また、楕円翼に働く揚力分布は既に(3)式で与えられているので、これを添字を用いて書き直し次式を得る。

$$l(\eta) = \sum_{i=1}^j l_i(\xi) = \sum_{i=1}^j \frac{4L_i}{\pi b_i} \sqrt{1-\xi^2} \quad (9)$$

上式で、jは考えている点ηを翼幅内に含む楕円翼の枚数であり、ξはそれぞれの楕円翼に固定された翼幅方向の座標である。y_{0i}をξ軸の原点、すなわちそれぞれの楕円翼の翼幅中央点とすると、ξは次式で与えられる。

$$\xi = (y - y_{0i}) / (b_i/2) \quad (10)$$

(6)式より $y = (b/2)\eta$ を導き、これを(10)式に代入すると、

$$\xi = (\eta - \eta_{0i}) (b/b_i) \quad (11)$$

ただし、

$$\eta_{0i} = y_{0i} / (b/2) \quad (12)$$

を得る。(9)式では、ηを翼幅内に含む楕円翼の揚力のみを寄せ集めているので、常に $|\xi| \leq 1$ が成立する(11)式参照)。次に(9)式を(7)式と(8)式とを用いて書き直すと、

* 本理論は電子計算機の利用を前提としているため、プログラムの作成を容易にする点を考え、できるだけ添字付きの表現を用いた。

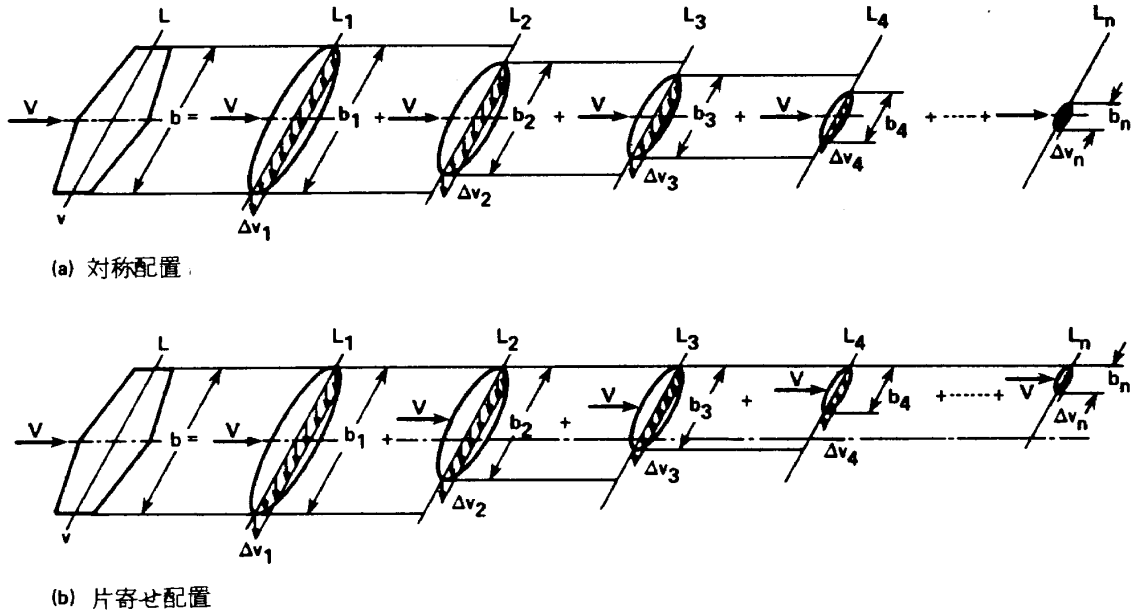


図2 固定翼の架空楕円翼への分解¹⁾

$$l(\eta) = \sum_{i=1}^j 2\rho V b_i \Delta v_i \sqrt{1-\xi^2} \quad (13)$$

を得る。現実の翼の揚力分布が、架空の楕円翼の誘導速度分布の和で表わせたことになる。

続いて現実の翼の誘導速度分布、 $v(\eta)$ を考える。 $v(\eta)$ も、揚力分布と同様に、架空の楕円翼の誘導速度分布の和で表わすことができる。すなわち、楕円翼内の一樣吹きおろしを f_{down} 、楕円翼外の吹きあげを f_{up} とすると、 f_{down} 、 f_{up} は(4)、(5)式により与えられているので $v(\eta)$ は、

$$v(\eta) = \sum_{i=1}^n \Delta v_i f(\xi) = \sum_{i=1}^j \Delta v_i f_{down}(\xi) + \sum_{i=j+1}^n \Delta v_i f_{up}(\xi) \quad (14)$$

ただし、

$$f(\xi) \begin{cases} = f_{down}(\xi) = 1 & ; |\xi| \leq 1 & (15) \\ = f_{up}(\xi) = 1 - |\xi| / \sqrt{\xi^2 - 1} & ; |\xi| > 1 & (16) \end{cases}$$

と書くことができる。 n は全ての楕円翼の枚数である。一方、翼素理論によれば現実の翼の揚力分布、 $l(\eta)$ は次の様になる。

$$l(\eta) = \frac{1}{2} \rho V^2 c_a (\theta - v(\eta)/V) \quad (17)$$

(14)式を(17)式に代入すると、

$$l(\eta) = \frac{1}{2} \rho V^2 c_a (\theta - \sum_{i=1}^n \Delta v_i f(\xi)/V) \quad (18)$$

を得る。以上で $l(\eta)$ に対する二つの表式、(13)式と(18)式がそれぞれ運動量理論と翼素理論を用いて得られた。この両式における未知数はそれぞれの楕円翼に働く吹きおろし、 Δv_i ($i=1 \sim n$) である。続いてこの両式から Δv_i を求める方程式を導く。

図3¹⁾に示したハッチの領域、 $(-\eta_j, -\eta_{j+1})$ に働く単位翼幅当りの平均揚力は次の様になる。

$$l_j = \int_{-\eta_j}^{-\eta_{j+1}} l(\eta) d\eta / (\eta_j - \eta_{j+1}) \quad (19)$$

図に示されている様に、 η_j と η_{j+1} はそれぞれ j 番目と $j+1$ 番目の楕円翼の翼端であり、(6)式を用いて無次元化されている。(13)式と(18)式を(19)式に代入し、これらを等置し、さらに(11)式を用いると、

$$l_j = \int_{-\eta_j}^{-\eta_{j+1}} \frac{1}{2} \rho V^2 c_a (\theta - \sum_{i=1}^n \Delta v_i f(\xi)/V) d\eta / (\eta_j - \eta_{j+1}) = \sum_{i=1}^j 2\bar{m}_i \Delta v_i \quad (20)$$

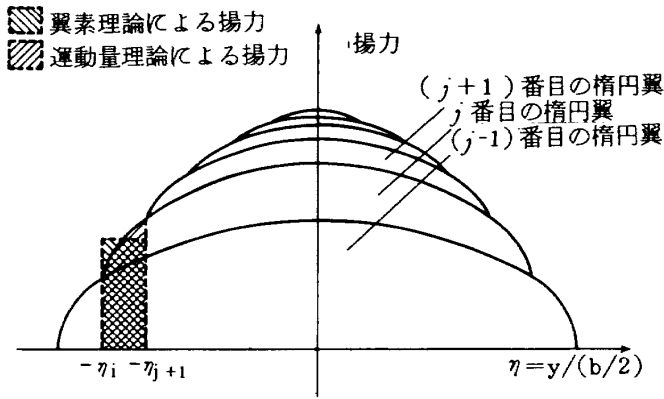


図3 楕円揚力分布の積み重ね

$$\bar{m}_i = \int_{-\eta_j}^{-\eta_{j+1}} \rho b_i V \sqrt{1 - \left(\frac{b}{b_i}\right)^2 (\eta - \eta_{0i})^2} d\eta \quad (21)$$

$$/(\eta_j - \eta_{j+1})$$

を得る。ただし η_{0i} は(12)式で与えられている。(20)式は、領域 $(-\eta_j, -\eta_{j+1})$ に働く揚力と、(21)式で与えられる空気質量の有する運動量の変化の和とが釣り合っていることを示している。もし翼弦長 $c(\eta)$ と幾何学的迎角 $\theta(\eta)$ が翼幅方向に簡単な形で分布していれば、(20)式は解析的に積分でき、さらに j の値を $1 \sim n$ まで順に変えていくと、未知数 Δv_i ($i = 1 \sim n$) を解く n 元連立方程式が次の様に得られる。

$$(A_{ij}) \begin{pmatrix} \Delta v_1 \\ \vdots \\ \Delta v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 \\ \vdots \\ B_n \end{pmatrix} \quad (22)$$

もし、 $c(\eta)$ または $\theta(\eta)$ の分布が複雑で解析的に積分できない時は、領域 $(-\eta_j, -\eta_{j+1})$ 内でこれらの量が一定であるとし、中点の値で代表させる。すなわち、

$$c_j = c\left(\eta = \frac{-\eta_j - \eta_{j+1}}{2}\right) \quad (23)$$

$$\theta_j = \theta\left(\eta = \frac{-\eta_j - \eta_{j+1}}{2}\right) \quad (24)$$

として、 c_j, θ_j は定数として(20)式の積分を実行し、(22)式を得る。しかし、この近似積分法を使うと当然のことながら、同精度の解を得るためには、より細かい分割が必要となる。

以上に述べた積分を用いた方法の他に、代表点を用いて(22)式を導く方法もある。すなわち、領域 $(-\eta_j, -\eta_{j+1})$ の内部に任意の代表点 η_{pj} を選び、これを

(13)式と(18)式に代入して等置すると次式を得る。

$$l(\eta_{pj}) = \frac{1}{2} \rho V^2 c_{pj} a(\theta_{pj} - \sum_{i=1}^n \Delta v_i f(\xi_{pj})) \quad (25)$$

$$/V = \sum_{i=1}^j 2 \bar{m}_i' \Delta v_i$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \bar{m}_i' &= \rho V b_i \sqrt{1 - \xi_{pj}^2} \\ c_{pj} &= c(\eta = \eta_{pj}) \\ \theta_{pj} &= \theta(\eta = \eta_{pj}) \\ \xi_{pj} &= (\eta_{pj} - \eta_{0i})(b/b_i) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

である。後は全く同様にして(22)式を導くことができる。積分法と代表点法を比較すると、計算精度の割に分割数が少なくて済む点で積分法が優れ、取り扱いの簡便さにおいては代表点法が優れている。

さて、図1¹⁾に示された様に、楕円翼の吹き上げは翼端に限られているので、これを無視できる、すなわち(16)式で $f_{up}(\xi) = 0$ と仮定する。(15)式を(14)式に代入しこの $f_{up}(\xi) = 0$ の仮定を用いると、誘導速度分布 $v(\eta)$ は

$$v(\eta) = \sum_{i=1}^n \Delta v_i f(\xi) = \sum_{i=1}^j \Delta v_i \quad (27)$$

と書くことができる。(27)式を用いて(20)式を書き直すとして、

$$l_j = \int_{-\eta_j}^{-\eta_{j+1}} \frac{1}{2} \rho V^2 c a(\theta - \sum_{i=1}^j \Delta v_i / V) d\eta \quad (28)$$

$$/(\eta_j - \eta_{j+1}) = \sum_{i=1}^j 2 \bar{m}_i \Delta v_i$$

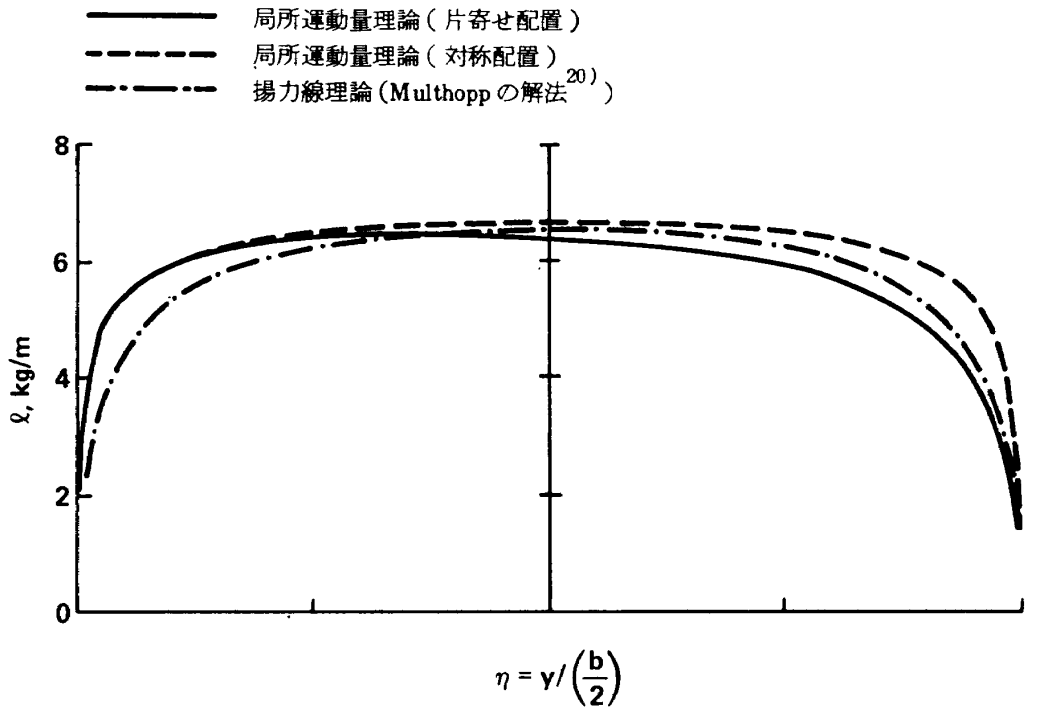
を得る。上式と(20)式を比較すると、未知数 Δv_i の数が n 個から j 個へ減少している。従って j の値を $1 \sim n$ と変化させると、そのまま未知数 $\Delta v_1 \sim \Delta v_n$ が求まる。つまり、(22)式の係数行列 (A_{ij}) が三角行列となり、逆行列をつくったり繰り返し計算をしなくても、方程式の解を求めることができる。以上述べてきた方法により、 Δv_i の漸化式を導く計算例を、付録A-1に示した。また、 Δv_i の値が $1 \sim n$ まで求まった後には、現実の翼の誘導速度分布並びに揚力分布は、それぞれ(27)と(17)式により求められる。

この様に構成された方法は、対称配置を例にとると、図3に示される様に、任意の揚力分布を、次々に

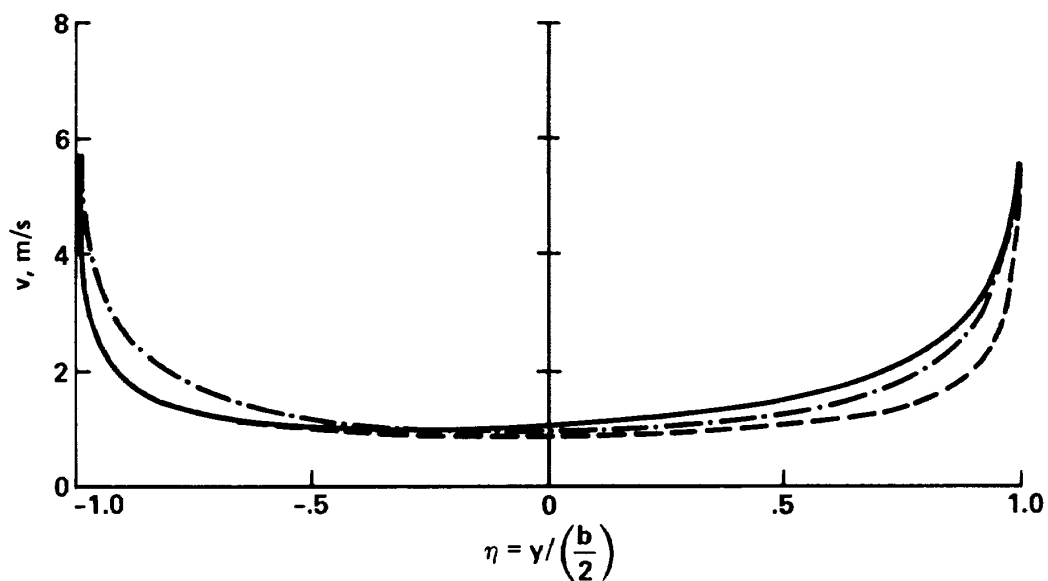
もっとも近い楕円分布で近似していくことであり、またその楕円揚力分布に見合った様な吹きおろしを重ね合わせて、任意の誘導速度分布を表わしていくことである。

一例として、この方法を用いてアスペクト比、 $AR = 6$ の短形翼の揚力分布と誘導速度分布を、翼幅方向の分割数 $n = 50$ で計算し、揚力線理論を Multhopp

の方法²⁰⁾で解いたものと比較して図 4¹⁾に示す。本理論では片寄せ配置と対称配置を用いて計算し、それぞれ実線と点線で示し、また揚力線理論の結果は、一点鎖線を用いて表わした。片寄せ配置、又は対称配置の結果と揚力線理論との違いは、本方法で各楕円翼外の吹きあげを無視したためであって、吹きあげを考慮してやると、本理論の結果は楕円翼の配置



(a) 揚力分布



(b) 誘導速度分布

図 4 固定翼の揚力分布と誘導速度分布¹⁾
($AR = 6$, $n = 50$)

の仕方にかかわらず、揚力線理論に全く一致する。この吹きあげを無視したためという結論と、図4に示された傾向、特に翼の左端、すなわち $\eta = -1$ の近くで本理論が揚力線理論よりも大きな揚力と弱い誘導速度を示すという点が、一見矛盾している様であるけれども、これは次の様に説明できる。すなわちこの計算例においては、二番目以降($i \geq 2$)の楕円翼の揚力は負($L_i < 0$)となり、その結果楕円翼内では上向き、翼外では下向きの誘導速度を生ずる。そして本理論では、この翼外の誘導速度を無視して計算を進めているために、翼の左端で前述の様な差が生じてくるのである。また図に示された様に、対称配置では矩形翼の中央部分、すなわち $\eta = 0$ の近くで精度が高く、片寄せ配置では、 $\eta = 1$ の近くで同様の傾向がある。これは図2からわかる様に、これらの点がよりたくさんの架空の楕円翼の内部に含まれているため、楕円翼外の吹きあげを無視するという本理論の仮定の影響を、受けにくいためである。この特性を考えると、回転翼のブレードでは先端で大部分の揚力を発生しているため、片寄せ配置を採用することが計算精度の点から望ましい。また、本理論を用いてもっと精密な推定を行ないたい時は、最初に吹きあげを無視して計算を行ない、得られた $4v_i$ に見合う吹きあげを考慮に入れて繰り返し計算を行なっていけば、望みの精度の解を得る事ができる。しかしながら、本理論を用いて回転翼の空気力を計算する際には、吹きあげを無視したことによる誤差は小さく、通常この繰り返し計算は不用である。

1.2 回転翼への応用

局所運動量理論を回転翼に応用しようとする、次の様な固定翼との違いを考える必要がある。すなわち、①回転翼のブレードは回転運動と並進運動をしているので、翼幅方向に対気速度が一樣ではなく、また、②先行ブレードの残した誘導速度場の中で運動している、誘導速度の時間的変化を精度よく見積もる必要がある。この様な違いから、本理論は回転翼に対してさらに次の様に拡張された。まず翼素理論と同程度の近似を行ない、ブレードは図5¹⁾

に示された様な剪断流の中にあると仮定する。すなわち、対気速度はそれぞれの翼素に平行、つまり翼幅に直角であり、その大きさは次式で与えられる。

$$U(x) = V \sin \psi + \mathcal{Q} R x \quad (29)$$

ここで V は機体の前進速、 ψ はブレードの方位角である。この様な流れの中で、現実のブレードを固定翼の場合と同じように架空の楕円翼*の集合と考える。それぞれの楕円翼の随伴渦(trailing vortex)は、前述の剪断流の仮定により、翼幅方向に直角をなし下流方向へ限りなく直線に伸びている。従ってビオサバ式から、誘導速度は楕円翼内で一定であり、固定翼の場合と全く同様に(4)、(5)式で与えられる。

楕円翼は、1.1での検討により、計算精度²⁾を高めるためにブレード先端に片寄せる様に配置する(図5¹⁾参照)。この様に配置した場合、(Rx_i, R)を占める i 番目の楕円翼の運動量の釣り合いは次の様になる(付録A-2参照)。

$$L_i = 2 m_i 4v_i \quad (30)$$

$$m_i = \rho \pi (b_i/2)^2 V_{i,c} \quad (31)$$

上式で b_i は i 番目の楕円翼の翼幅であり、また $V_{i,c}$ は翼幅中央点の対気速度である。すなわち、

$$b_i = R(1 - x_i) \quad (32)$$

$$V_{i,c} = V \sin \psi + \mathcal{Q} R(1 + x_i)/2 \quad (33)$$

である。また、付録A-2の(A-2-6)式より、 i 番目の楕円翼の翼幅方向の揚力分布(l_i)_{elp}は、

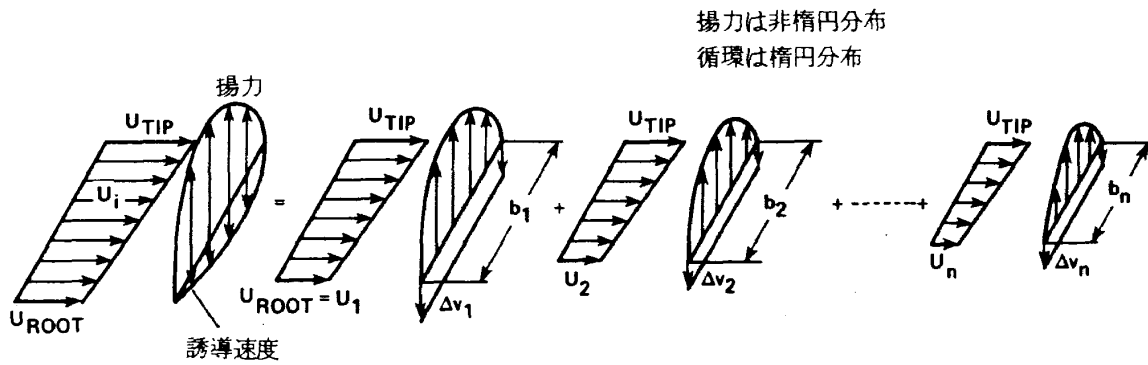
$$(l_i(x))_{elp} = (2 \rho V_{i,c} b_i 4v_i) (U/V_{i,c}) \times \sqrt{1 - \xi^2} \quad (34)$$

と書くことができる。上式で ξ は図6¹⁾に示された様に、 i 番目の楕円翼に固定された翼幅方向の無次元座標であり、現実のブレードに固定された翼幅方向の無次元座標 x とは次の関係にある。

$$\xi = \{ 2x - (1 + x_i) \} / (1 - x_i) \quad (35)$$

ブレードの翼幅方向の揚力分布と誘導速度分布は、固定翼の場合と同様に架空の楕円翼に働く揚力分布、誘導速度分布の和で与えられる(図6¹⁾参照)。すなわち、(34)式の関係を用い、また回転翼の場合にも楕円翼の外側での吹きあげを無視するという仮定を導入すると、次式が得られる。

* ここでは楕円翼とは翼幅方向に楕円分布の循環を持つ翼を意味する。この様な翼は翼幅方向に対気速度が異なり、もはや平面は楕円形でなく、また揚力も翼幅方向に楕円分布とはならない。



揚力は非楕円分布
循環は楕円分布

図5 回転翼の架空楕円翼への分解¹⁾

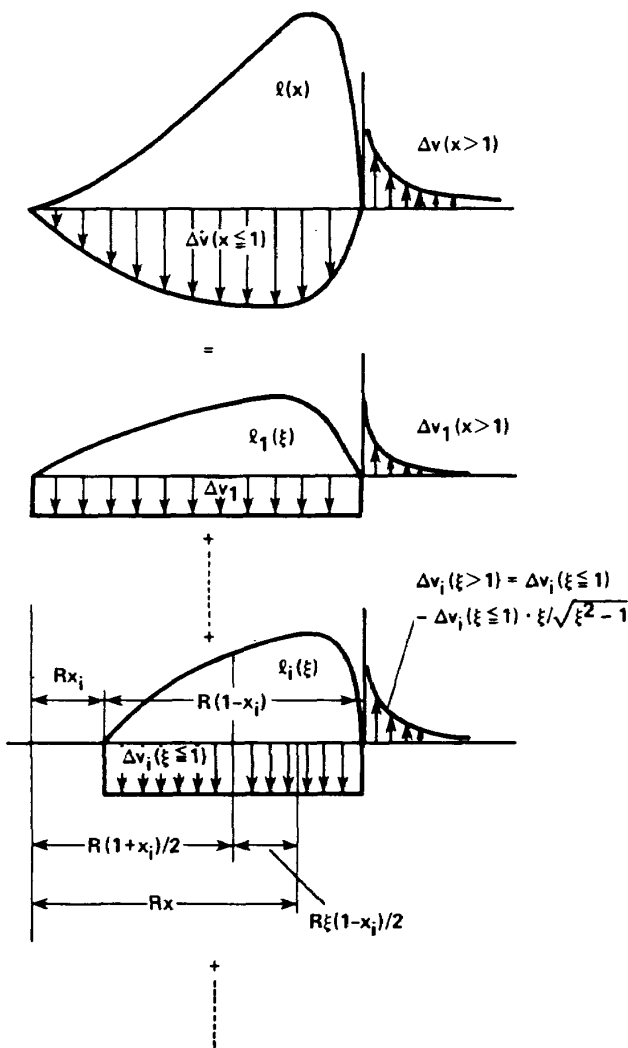


図6 楕円翼の揚力と誘導速度の積み重ね¹⁾

$$v(x) = v_{ijk} = \sum_{i=1}^{i'} \Delta v_i \tag{37}$$

ただし、 i' は考えている点 x を翼幅内に含む楕円翼の枚数である。

さて、ここで本節で使用する添字の説明をしておこう。前述した様に本理論を用いたプログラムの作製を容易にするため、しばしば添字つきの変数を用いているが、本節では次の様な規律に基づいている。例えば37式の v_{ijk} の様に3つの添字がある場合、最初の i はブレードの i 番目の翼幅方向座標を示し、2番目の添字 j は時間又はブレード方位角 j を示し、最後の添字 k は b 枚ブレードのうちの k 番目のブレードを示す。またこの様な添字がついた場合、変数 v は時空間要素 (i, j, k) 内で一定であると考えられる。しかしながら、記述を容易にするために、誤解の恐れが無い時は、もっと簡略化した添字を用いることもある。例えば、 Δv はそれぞれのブレードにより異なる値をとり、また半径方向及び方位角方向の変数であるので、厳密には Δv_{ijk} と表わすべきであるが、37式では単に Δv_i と示してある。

固定翼の場合と同様に、ブレードの翼幅方向の揚力分布に対するもう一つの表式は、翼素理論により導くことができる。すなわち、 ϕ を誘導速度によるピッチ角の減少量(誘導迎角)とすると、揚力分布は次式で与えられる。

$$l(x) = \frac{1}{2} \rho U^2 c a (\theta - \phi) \tag{38}$$

回転翼の場合、誘導迎角は先行ブレードによる誘導速度に大きく影響されるので、誘導速度の時間的変動の推定が必要である。ここでは、まず先行ブレードに

$$l(x) = \sum_{i=1}^{i'} (l_i(x)) e l p$$

$$= \sum_{i=1}^{i'} (2 \rho V_{i,c} b_i \Delta v_i) (U/V_{i,c}) \sqrt{1-\xi^2}$$

(36)

よる誘導速度は既知として、考えているブレードの誘導速度分布を求める方程式を導き、続いて先行ブレードによる誘導速度を見積る計算モデルを検討する。

ブレードの翼幅方向の揚力分布に対して、既に二つの表式が(36)と(38)式で与えられている。従って、ここでは固定翼の時に検討した積分法を用いることにして、 i' 番目と $i'+1$ 番目の楕円翼の翼端で囲まれた領域 $(x_{i'}', x_{i'+1}')$ に働く単位長さ当りの平均揚力 $\bar{l}_{i'}$ を、この二式から計算し、等置すると次の様になる。

$$l_{i'}' = \int_{x_{i'}'}^{x_{i'+1}'} \frac{1}{2} \rho U_{i'}'^2 c_{i'}' a_{i'}' (\theta_{i'}' - \phi_{i'}') dx$$

$$/(x_{i'+1}' - x_{i'}') = \sum_{i=1}^{i'} 2 \bar{m}_i \Delta v_i \quad (39)$$

ただし、

$$U_{i'}' = V \sin \psi_j + \mathcal{Q} R x_{i'}',c \quad (40)$$

$$c_{i'}' = c(x = x_{i'}',c) \quad (41)$$

$$\theta_{i'}' = \theta(x = x_{i'}',c) \quad (42)$$

$$a_{i'}' = a(x = x_{i'}',c) \quad (43)$$

$$x_{i'}',c = (x_{i'}' + x_{i'+1}') / 2 \quad (44)$$

$$\phi_{i'}' = (V_N + v_{l_m}^j + v_{i'jk}) / U_{i'}' \quad (45)$$

$$V_N = V \sin i \quad (46)$$

$$\bar{m}_i = \int_{x_{i'}'}^{x_{i'+1}'} \rho V_{i',c} b_i \left(\frac{\mathcal{Q} R x + V \sin \psi_j}{V_{i',c}} \right) \sqrt{1 - \xi^2} \frac{dx}{(x_{i'+1}' - x_{i'}')} \quad (47)$$

である。 b_i , $V_{i',c}$, ξ , v_{ijk} はそれぞれ(32), (33), (35), (37)式で与えられている。 $U(x)$, $c(x)$, $\theta(x)$, $a(x)$ が翼幅方向に単純に分布している時は、(39)式を直接、解析的に積分する。上式はこれらが複雑に分布している時の表式で、考えている要素 $(x_{i'}', x_{i'+1}')$ の中点 $x_{i'}',c$ における値で、要素内におけるこれらの分布を代表している(40)~(44)式参照)。ブレード方位角 ψ_j は初期値を $\psi_{k,0}$ 、計算の1ステップ毎の増分を $\Delta\psi$ とすると、次式で与えられる。

$$\psi_j = \psi_{k,0} + \sum_{\lambda=1}^j \Delta\psi_\lambda \quad (48)$$

先行ブレードによる誘導速度 $v_{l_m}^j$ は既知とし、(37)式を(45)式に代入すると、(39)~(46)式で未知数は Δv_i だけとなり、 i' を1~ n まで変える事により順次解を求めて行く事ができる。この具体的な手順と得られた Δv_i に対する漸化式は付録A-3に示す。

ここで(45)式で表わされた誘導迎角 ϕ について検討してみよう。誘導迎角はブレード回転面に垂直な流れの速度とブレードの前進速との比で与えられる。厳密にはこの比のさらに逆正接(\tan^{-1})で角度が得られるのであるが、回転翼では通常この比は十分に小さく、逆正接をとる必要はない。ブレード回転面に垂直な流れは、①ヘリコプタの前進速度 V の回転面に垂直な方向成分 V_N (46式参照)、②先行ブレードによる誘導速度 $v_{l_m}^j$ 、③考えているブレード自体による誘導速度 v_{ijk} の三成分を持つ。このうち v_{ijk} のみが、考えているブレードの揚力の反作用として発生したもので、運動量理論によって取り扱われる。

さて、二番目の成分 $v_{l_m}^j$ をさらに検討してみよう。まずブレードの回転面を微小な面素に分割し、その座標を (l, m) とする。 (l, m) は空間静止座標系とする。回転翼の場合、この面素 (l, m) を何回もブレードが通過する可能性がある。前進飛行の際の一例を図7¹⁾に示したが、面素 (l, m) 上を、 i 番番目の要素 $((i, j, k)$ 要素)が時刻 j に通過した後、 i' 番目の要素 $((i', j', k')$ 要素)が時刻 j' に再び通過している。この様な時には当然、 (i, j, k) 要素の残した誘導速度は (i', j', k') 要素の迎角に大きな影響を及ぼす。大事なことは時刻 j' と j の間に、 (i, j, k) 要素の残した誘導速度がどの様に変化していくかを推定することである。空間静止座標系 (l, m) とブレード固定座標系 (i, j, k) の対応を容易にするために、ホバリング又は上昇下降飛行を例にとり、この先行ブレードによる誘導速度の時間的変動を、もう少し詳しく検

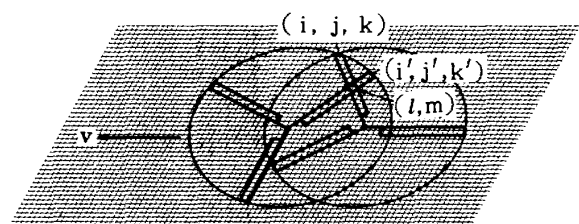


図7 前進飛行中の回転翼¹⁾

討してみる。

図8¹⁾は考えているブレードの*i*番目の要素が、回転面上を移動してゆく様子を表わしたものである。時刻 $t = j - 1$ には *i* 番目のブレード要素は面素 (l', m') にあり、時刻 $t = j$ には面素 (l, m) に達し、さらに時刻 $t = j + 1$ には面素 (l'', m'') に移動する。図の上段に示した様に、時刻 $t = j - 1$ にはブレード要素は U_{ij-1k} の前進速度を持ち、これに垂直方向に、 $V_N, v_{l'm'}^{j-1}, v_{ij-1k}$ の三速度成分を持つ。 $v_{l'm'}^{j-1}$ は時刻 $t = j - 1$ に面素 (l', m') 上に残された先行ブレードによる誘導速度を表わしており、また v_{ij-1k} は、*k* 番目のブレードの半

径方向 *i* 番目の要素、すなわち今考えているブレード要素が、時刻 $t = j - 1$ に誘起した誘導速度を示している。さて、図の中段に示した様に、時刻 $t = j$ にはブレード要素は面素 (l, m) に移り、前進速度 U_{ijk} と垂直方向速度成分 V_N, v_{lm}^j, v_{ijk} を持つ。 V_N は機体前進速度の垂直方向速度成分であるから、定常状態であれば時刻によらずどこの面素上でも一定である。面素 (l', m') 上では、 V_N を除いた残りの二垂直方向速度成分が時間の経過とともに変動していく。これはブレードに誘起された空気が下方に下がっていき、回転面には上方から新たな空気が流入してくるためである。渦理論の立場から説明すれば、

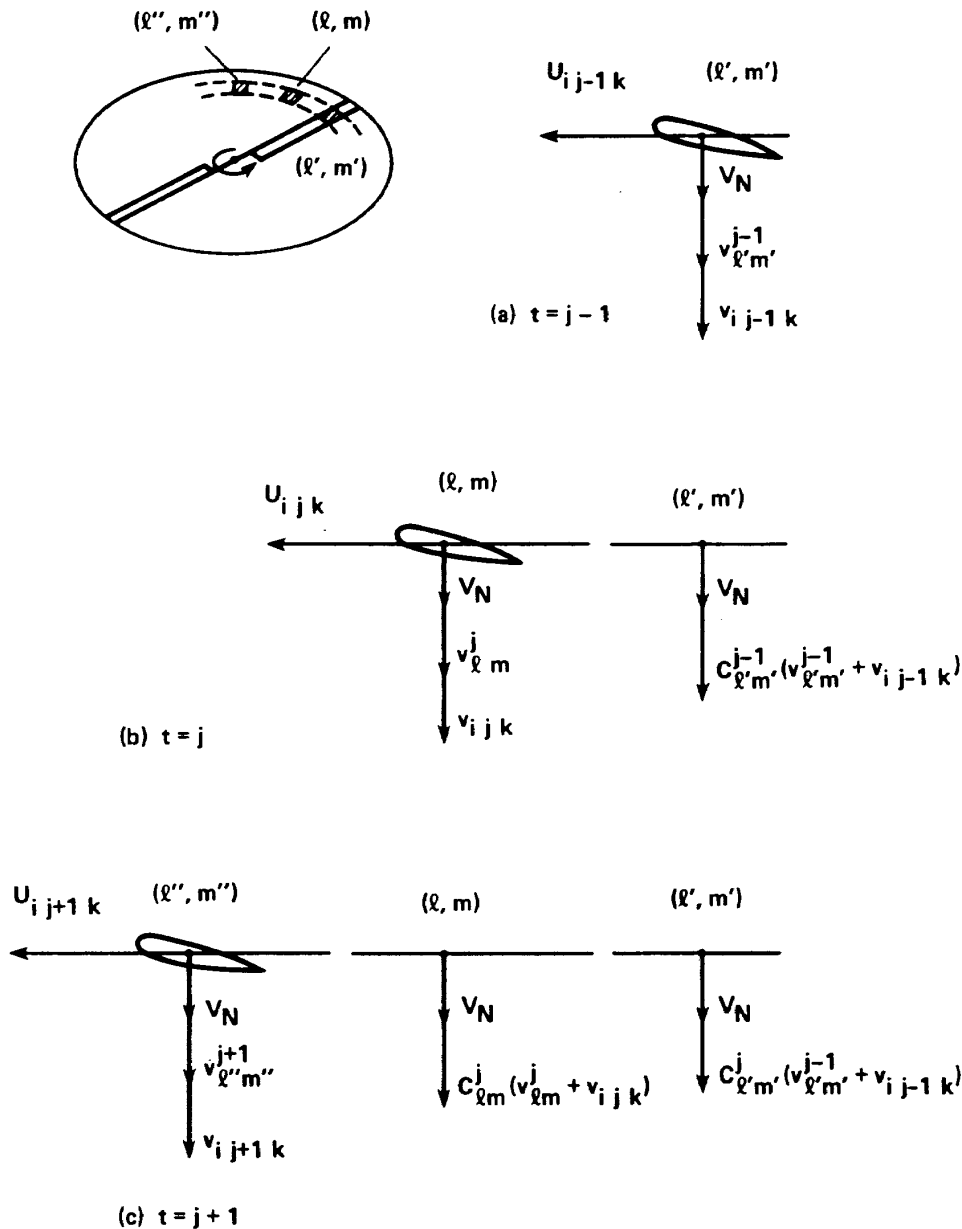


図8 回転面における誘導速度の時間的変動¹⁾

ブレードが前進し束縛渦が遠ざかり、また随伴渦が降下していくためである。この誘導速度の時間的変動を表わすために、誘導速度変化率 C を導入すると、時刻 $t = j$ の面素 (l', m') 上の誘導速度 $v_{l'm'}^j$ は次の様に書ける。

$$v_{l'm'}^j = C_{l'm'}^{j-1} (v_{l'm'}^{j-1} + v_{ij-1k}) \quad (49)$$

逆に言うと、誘導速度変化率とは、ある面素上である時間内に变化した誘導速度の比のことである。従って一般には誘導速度変化率はそれぞれの面素によって異なり、またそれぞれの時間の変数である。考えているブレード要素自身による誘導速度 v_{ij-1k} は、もちろんある面素上にこのブレード要素が来た時にだけ誘起されるから、時刻 $t = j - 1$ に面素 (l, m) 上にブレード要素がある時は $\delta_{lm} = 1$ 、ブレード要素がない時に $\delta_{lm} = 0$ と定義すると、(49)式は、より一般的に次の様に書ける。

$$v_{lm}^j = C_{lm}^{j-1} (v_{lm}^{j-1} + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^b v_{ij-1k} \cdot \delta_{lm}) \quad (50)$$

図8の下段には、さらに $t = j + 1$ における各面素上の誘導速度の状態を示し、この誘導速度変化率の概念を説明してある。誘導速度変化率の値の決め方は次章で説明するが、この値が求まると、ここまでで得られた(39)~(48)及び(50)式を用いて、ブレード初期状態量から出発して、ブレードのピッチ角の時間履歴に応じて、各時間ごとに次々と Δv_i を解いて行くことができる。 Δv_i が求まれば、実際の誘導速度分布は(37)式より、また揚力分布は(37)、(38)及び(45)式より得られる。

回転翼の場合、図9¹⁾に示される様に、ブレードが部分的に先行ブレードの翼端渦の外側に出ること

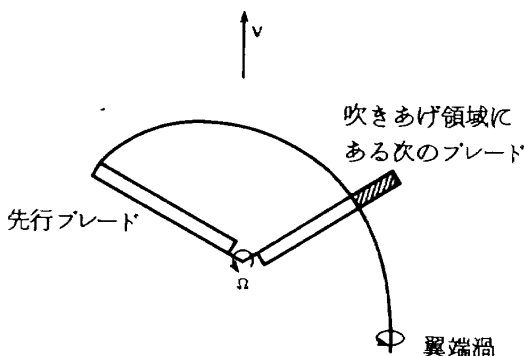


図9 先行ブレードの翼端渦の影響¹⁾

がある。楕円翼をブレード先端に片寄せる配置(図5参照)の場合、それぞれの楕円翼の外側の吹き上げは無視しうるほど小さくても、ブレード先端では全ての楕円翼の吹き上げが重なり(図6参照)、翼端渦の外側で運動する後続ブレードの揚力分布に、影響を与えることがある。本理論は、前述した様に楕円翼外の吹き上げを無視した結果、逆行列や繰り返し計算なしに誘導速度の半径方向分布を求めることができた。しかしながら、片寄せ配置を採用したおかげで、ブレード内 $(x < 1)$ だけの吹き上げを無視すれば良い。そうしてそれぞれの楕円翼内の吹きおろし Δv_i が求まると、それに対応して楕円翼外の吹き上げが求まる(45)式参照)。従って現実のブレード先端 $(x > 1)$ における吹き上げは、対応する架空の楕円翼外の吹き上げを足し合わせて、

$$v(x > 1) = \sum_{i=1}^n \Delta v_i (1 - |\xi| / \sqrt{\xi^2 - 1}) \quad (51)$$

となる。さらに(35)式を上式に代入し、添字を用いて書き直すと次式を得る。

$$v_{ijk}(x_i > 1) = \sum_{\lambda=1}^n \Delta v_{\lambda} \left(1 - \frac{2x_i - 1 - x_{\lambda}}{2\sqrt{(x_i - 1)(x_i - x_{\lambda})}} \right) \quad (52)$$

上式で $x_i > 1$ であるから、 i は常に n より大きい。以上の様に、ブレードの一部が先行ブレードの翼端渦の外側に出る場合は、計算精度を上げるために、各楕円翼内の吹きおろし Δv_i が求まった後で、(52)式を用いて、ブレード先端 $(x > 1)$ の吹き上げを計算してやるのが望ましい。また、この時には面素 (l, m) における誘導速度 v_{lm}^j は吹きおろしばかりでなく、ブレード先端の吹き上げも含むことになる。そして、この吹き上げに対しても誘導速度変化率を考えてやり、その時間的変動を記述する。従って、この時には(50)式のかわりに次式を用いる。

$$v_{lm}^j = C_{lm}^{j-1} (v_{lm}^{j-1} + \sum_{i=1}^{n'} \sum_{k=1}^b v_{ij-1k} \cdot \delta_{lm}) \quad (53)$$

上式で、 n' は吹き上げ領域を含めた半径方向の分割数

である。吹き上げ領域はブレード先端に限られているので、ブレード先端から回転翼半径の1/2程度の領域を考慮すれば充分である。 δ_{lm} は実際のブレードが面素(l, m)上にある時はもちろん、ブレード先端の吹き上げ領域が面素(l, m)上にある時も1であり、その他の時は0である。

機体が非定常運動をしている時は、ブレード回転面に垂直な機体の運動速度成分 V_{Nj} を時間の変数、すなわち V_{Nj} としてやれば、他の手順は全く同様にして計算できる。一例として、ハブ回りにピッチング運動及びローリング運動があり、またブレードのフラッピング運動も考慮に入れる場合について V_{Nj} を求めると、

$$V_{Nj} = V \sin i + V \beta \cos \psi_j \\ + R(x - x_\beta) \dot{\beta} - R x (q \cos \psi_j + p \sin \psi_j) \quad (54)$$

となる。もっと複雑な機体の運動やブレードの弾性変形も、54式を修正してやるだけで簡単に扱うことができる。

前述した様に、本理論はブレードの誘導速度分布を時間領域において扱い、その履歴を解として与えている。従ってフラッピング方程式を解く時も、それに見合った数値計算法、例えばルンゲクッタ法等を使用する。ブレードのフラッピング方程式は、一例として、

$$I_\beta \ddot{\beta} + M_\beta \Omega^2 \beta + k_\beta (\beta - \bar{\beta}_0) \\ = R^2 \int_{x_\beta}^1 l(x) x dx \quad (55)$$

である。ここで k_β はブレード付け根におけるバネ定数、又 $\bar{\beta}_0$ はプレコニング角である。ブレードに働く揚力及び慣性力を翼幅方向に数値積分して、付け根における剪断力を求め、これを各ブレード毎に足し合わせると、回転翼に働く推力が求まる。同様に、回転面内の力を数値積分して、トルク、面内力を求めることができる。

回転翼に働く空気力を計算する通常のプログラムに比べると、本理論は誘導速度分布を求める計算法が異なるだけで、他の手順は同様である。従って、本理論を用いたプログラムの流れ図の一例を示すと、図10の様になる。

本理論は、ブレードに働く空気力の履歴を、各時間毎に推定していく手法であるので、誘導速度分布及びブレードのフラッピング運動の初期値を、計算開始時に与える必要がある。通常、この初期値は厳密にはわからないので、適当な値を仮定して計算を開始し、初期定常状態に達してから、望みのブレードピッチ角の履歴等の入力を回転翼に与えて、その結果生ずる空気力の履歴を計算していく。定常状態の空気力の計算が目的の時は、この初期定常状態の値がそのまま解となる。現在のプログラムでは初期条件として、誘導速度およびフラッピング角、角速度、角加速度を全て0としている。これは、それまで真空中で回転していたブレードが、計算開始と共に実際の空気中で運動を開始することに相当する。また初期定常状態に落ち着くまでの過渡状態の長さは、主にブレードの枚数、ブレード後流の発達の高さ、フラッピング運動の減衰率などによって決まる。従って、誘導速度の初期値を0の代わりに $v_0 = \Omega R \sqrt{C_T/2}$ を用いても、過渡状態の長さを短縮することはできない。この過渡状態は通常、ホバリング時でブレード8回転、前進飛行時($\mu > 0.15$)で5回転以内で終了する。

本節の最後に、座標(l, m)について検討する。前述した様に、(l, m)はブレード回転面にあり、定常状態を考える時は、空間静止座標系である。一方、(i, j, k)はブレード固定座標系であり、原点はハブにある。50式又は53式を用いて計算する時に、両座標系の変換が必要であり、これを簡単に行なうためには、次の様に(l, m)座標系を定めると便利である。すなわち、ホバリング時には、(i, j, k)座標系は静止空間に対して回転運動だけをしているので、面素(l, m)としては扇形を選び、(l, m)を円筒座標系とする。また、前進飛行時には、(i, j, k)座標系は静止空間に対して回転運動に加えて並進運動をしているので、面素(l, m)としては正方形を選び、(l, m)を直角座標系とする。ブレードによって面素(l, m)上に誘起された誘導速度は、時間とともにその大きさは変えるが、面素(l, m)は常に同じ位置にあるので、空間的な変動はなく、この章で説明した計算モデルは後流の変形を含んでいない。

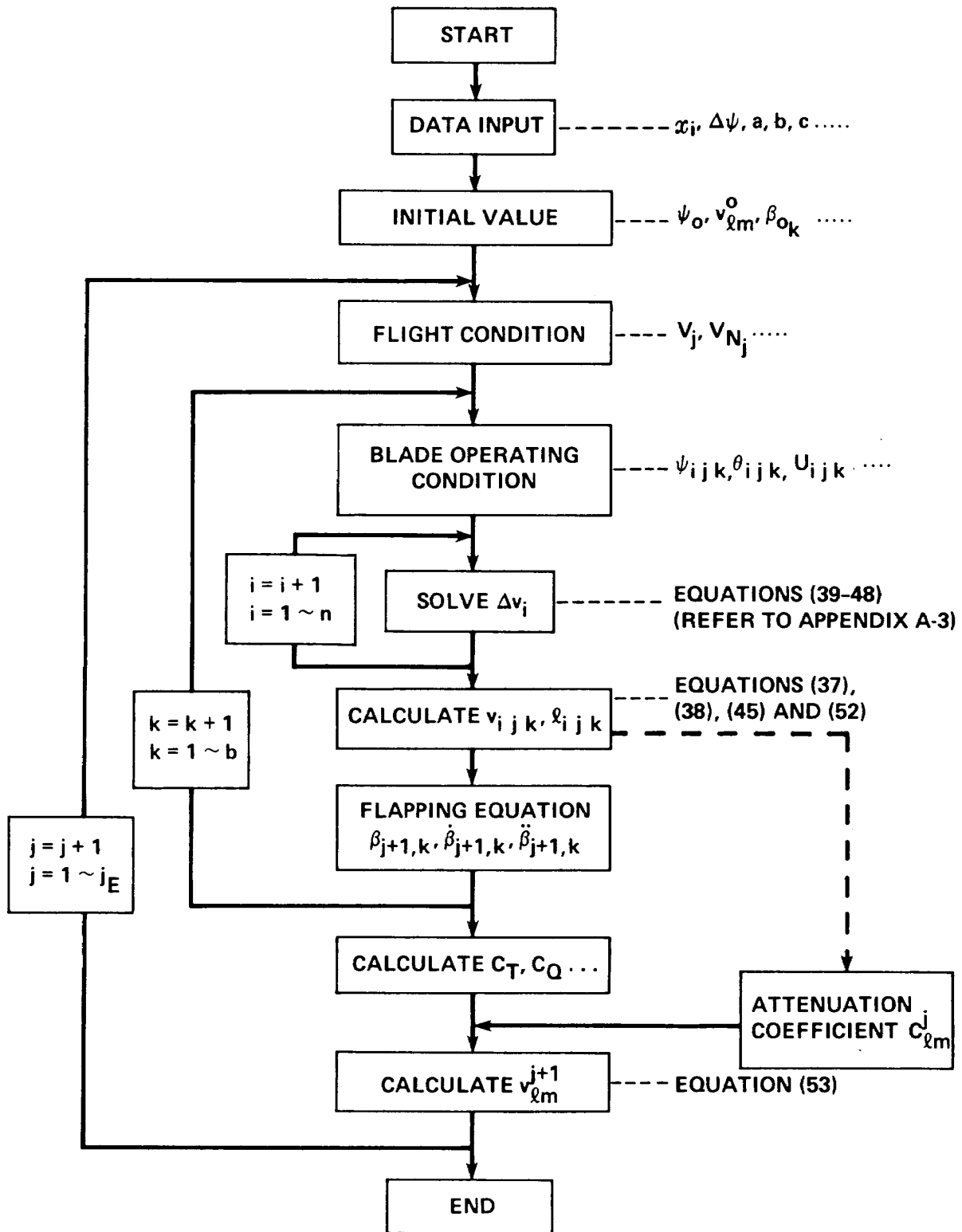


図 10 固定後流モデルの計算プログラムの流れ

1.3 誘導速度変化率

ここでは誘導速度変化率の求め方を検討する。一般的には、任意の点に対する誘導速度変化率を本理論に導入することにより、その点の誘導速度を計算できる*

けれども、回転翼に働く空気力の推定のためには、回転面における誘導速度の値がわかれば充分であるので、議論は、回転面における誘導速度変化率に限定する。前節で述べた様に、誘導速度変化率は、回転面

* 例えば、尾部回転翼に対する主回転翼の吹きおろしの影響の解析等。

上のある面素において、ブレードが通過してから一定時間経過後に存在する誘導速度と、ブレード通過時の誘導速度との比である。従って、厳密に解こうとすると、変形渦による渦理論等による膨大な計算が必要となり、手軽に精度の良い空気力を推定しようという本理論の目的をそこなう。大事なことは、計算時間と精度のバランスをうまくとることである。

さて、まず最初に定常状態で、かつホバリングまたは垂直上昇（下降）飛行を考える。すると、ブレードの空気力を推定するためには、先行ブレードが残した誘導速度さえわかれば良い。すなわち、あるブレードが面素（ l, m ）を通過した後、次のブレードがこの面素に達するまでの時間 Δt_b における、誘導速度変化率がわかれば良い。 Δt_b は b 枚ブレードの回転翼では、

$$\Delta t_b = (2\pi) / (b\Omega) \tag{56}$$

であり、一定であるから、誘導速度変化率はもはや時間の関数ではなく、ただ場所の関数となる。今、考えている飛行状態では、流れは回転軸に対称であるから、結局、誘導速度変化率は半径方向だけの変数である。

さらに、もっとも簡単な例として、誘導速度変化率が回転翼内において一様であると仮定して、ホバリング状態の推力係数を推定してみよう。前節までに造りあげたモデルを用いて、ある誘導速度変化率の値を仮定すると、それに対する推力係数が計算できる。誘導速度変化率を次々に変えて推力係数を求めると、図 11²⁾ の実線で示した様に、誘導速度変化率に対する推力の曲線が得られる。誘導速度変化率が大きくなると、誘導速度の大きさは回転面でなかなか減衰せず、ブレードの迎角を減らすので、推力係数は小さくなる。特に誘導速度変化率が 1 になると、推力は 0 となる。なぜならこの時は、ブレードが面素（ l, m ）に速度 v を誘起して通過した後、次のブレードが来るまで、誘導速度は v のままである。従って、面素を通過するブレードが揚力をもつ限り、その反力として新たな誘導速度が追加され、ついには誘導速度がブレードのピッチ角に見合うまで発達し、迎角を 0 にしてしまう。こうして、ブレードの揚力が 0 になると始めて追加される誘導速度も 0 となり、定常状態に達することになる。

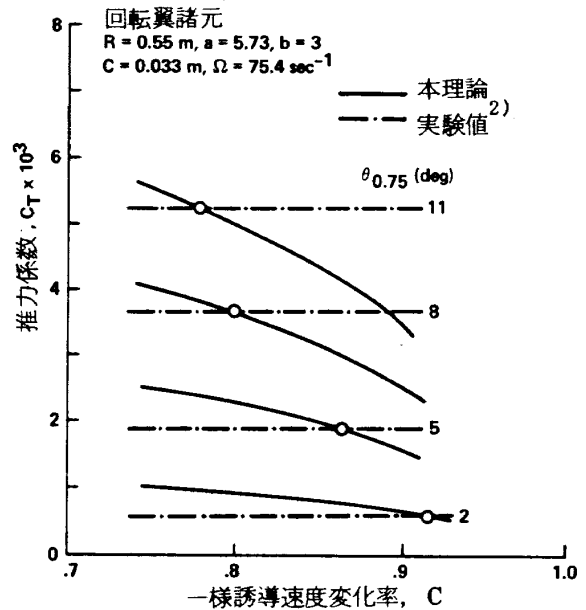


図 11 ホバリング時の推力係数と一様誘導速度変化率²⁾

図 11²⁾ の鎖線では、実験より得られた推力係数を示した。実験値は、もちろん誘導速度変化率によらないから、横軸に平行となる。従って、実線と鎖線との交点は、実験値より推定した一様誘導速度変化率を示すことになる。

この実験値より推定した一様誘導速度変化率を、種々の回転翼^{2, 26, 38)} に対して求めると、図 12¹⁾ の様になる。ただし、これらの誘導速度変化率は、56式の Δt_b に対して定義されているので、ブレード枚数によって異なってくる。従って図では、それぞれの回転翼に対する誘導速度変化率 C を、等価な 3 枚ブレードにおき換えた等価誘導速度変化率 C^* で整理した。 C^* は次式で定義する。

$$C^* = C^{(b/3)} \tag{57}$$

上式は次の様な考察により導かれた。すなわち、2枚ブレードと4枚ブレードの回転翼の誘導速度変化率を比較してみたいとする。回転速度 Ω が等しいとすると、56式より、2枚ブレードの誘導速度変化率は、4枚ブレードの誘導速度変化率が決定される時間 Δt_4 の 2 倍の時間、すなわち Δt_2 に対して計算される。この間に4枚ブレードでは、発生直後の誘導速度 v が、まず 90 度ブレードが回転した Δt_4 後に $C \times v$ となり、さらに 180 度回転した Δt_2 後には $C \times C \times v$ となる。従って、4枚ブレードの誘導速度変化率 C を、2枚ブレードのそれと比べる時は、2乗

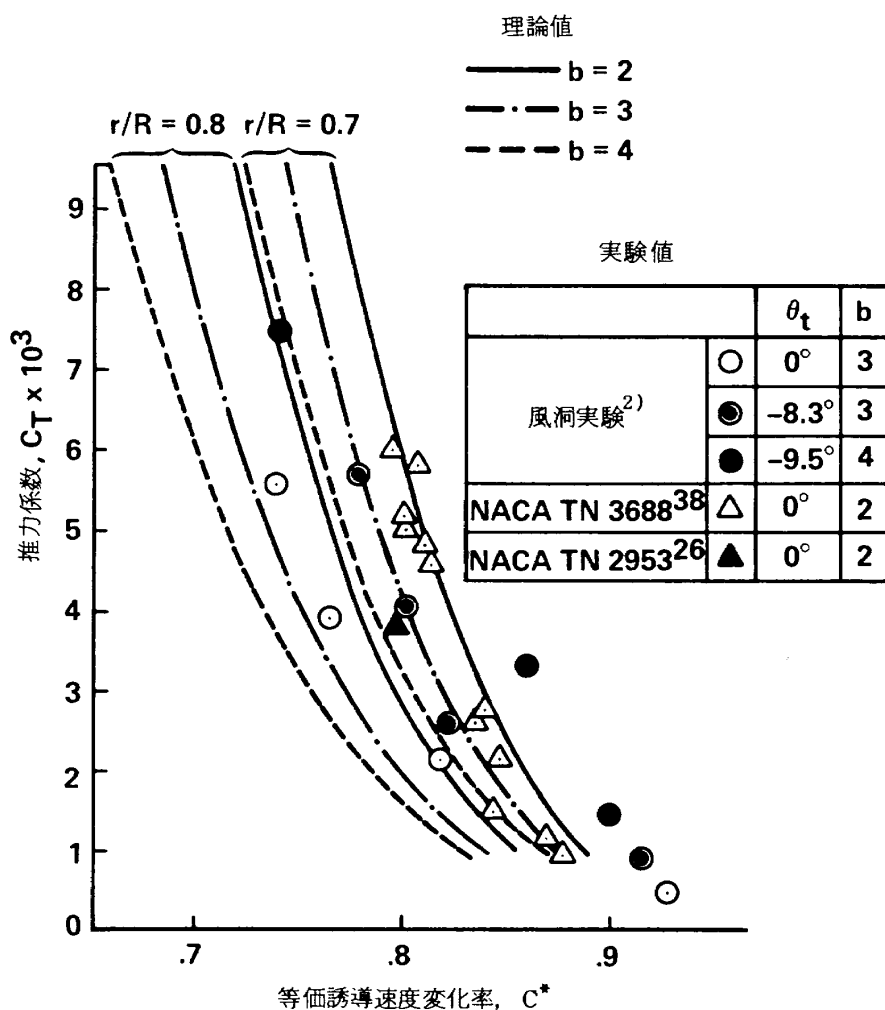


図 12 一様誘導速度変化率の理論値と実験値²⁾

した値を2枚ブレードの誘導速度変化率と比べるのが妥当である。これを一般の b 枚ブレードに拡張し、3枚ブレードを標準とすると、容易に(57)式を導くことができる。

この様にして、実験値との比較により、誘導速度変化率のだいたいの傾向及び大きさが明らかになったので、次にはこれを基礎として、純理論的な計算モデルを検討する。図13に示した様に、面素 (l, m) 上の空気は、時刻 $t = j - 1$ にブレード(A)により押し上げられ、下降して行く。次のブレード(B)が時刻 $t = j$ にこの面素に到着した時に、押し下げられた空気と回転面の距離を Z とする。ここで回転翼内の全ての空気が、一緒に一様な速度で下降した、すなわち空気の円盤が下降したと仮定すると、その様な流れは、半無限円筒形の渦系で表わすことができる。下降していく空気は、この渦の円筒の上面に相当する。

従って、この渦系を用いて誘導速度変化率を求めるには、時刻 $t = j - 1$ と $t = j$ における面素 (l, m) 上の誘導速度の比を計算してやればよい。半無限円筒形渦系のまわりの空気の流れは、既に解析解が得られている²³⁾ので、それを利用すれば良い。円筒上面と回転面の距離 Z は、ホバリングに対して次の様になる。

$$Z = v_0 \Delta t_b \tag{58}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{C_T}{2}} \Omega R \tag{59}$$

Δt_b は(56)式より得られる。ブレード(B)がこの面素を通過した後は、再び同じ手順が繰り返される。すなわち、円筒形渦系は回転面に瞬時に戻り、再び速度 v_0 で下降を始める。従って、それぞれの面素は、それぞれのタイミングで上下する円筒形渦系を1つつつ持っていると考えればよい。この様にして計算され

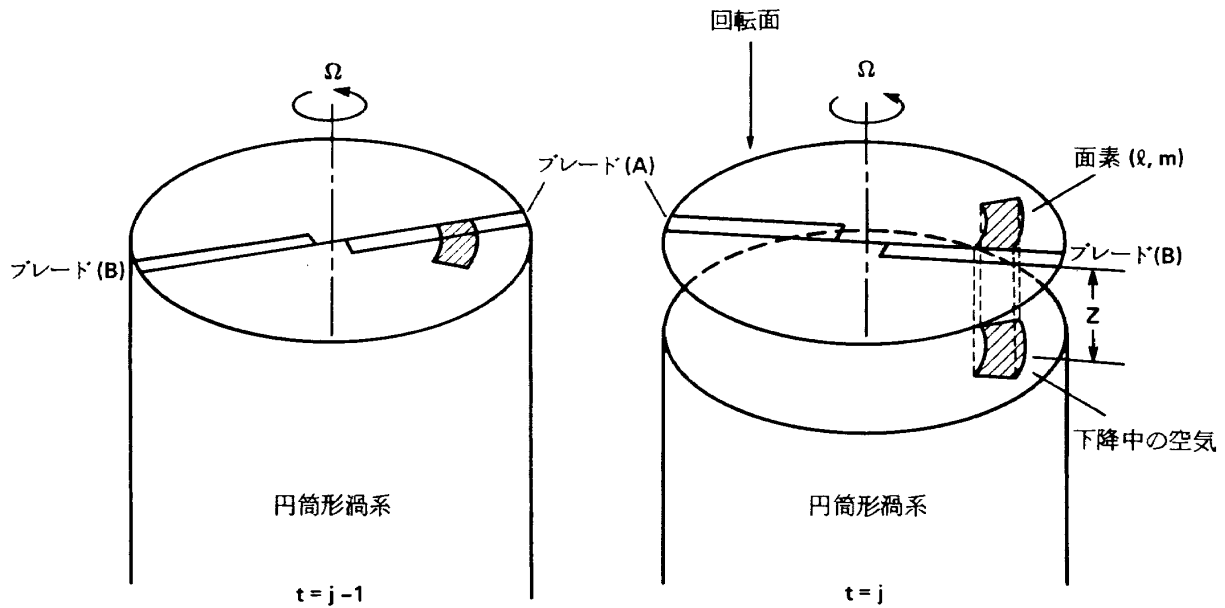


図 13 誘導速度変化率の計算モデル

たホバリング時の誘導速度変化率は、図 14²⁾に示された様に、面素の半径方向位置と、上で定義した距離 Z の変数となる。従って、この様な誘導速度変化率の表を一度作っておけば、どんな回転翼でも、それが単独回転翼 (Single Rotor) ならば、表を使って誘導速度変化率を求め、前節で述べた手順を使って計算を進めて行くことができる。その際に、推力係数は、実験値又はその時々計算ステップ内で得られた計算値を用い、(59)式より v_0 を、さらに(60)式より Z を求め、面素の半径方向位置と Z より、表を引いて誘導速度変化率を求める。

この様にして作りあげた誘導速度変化率を求める純理論モデルを、前述の実験値との比較による結果と比較してみる。この場合には、推力係数は実験により計測されているので、これを用いて半無限円筒形渦系による誘導速度変化率を、 $r/R = 0.7$ と $r/R = 0.8$ に対して求め、実験値から求められた誘導速度変化率と比較して示すと、図 12²⁾の様になる。両結果は良く一致しており、この半無限円筒形渦系モデルの妥当性を証明している。さらに、もっとも簡単な一様誘導速度変化率を用いて計算したい時には、半無限円筒形渦系を用いて、 $r/R = 0.75$ に対して得られた値を用いるのが良いといえる。

このホバリングに対して得られた計算モデルは、そ

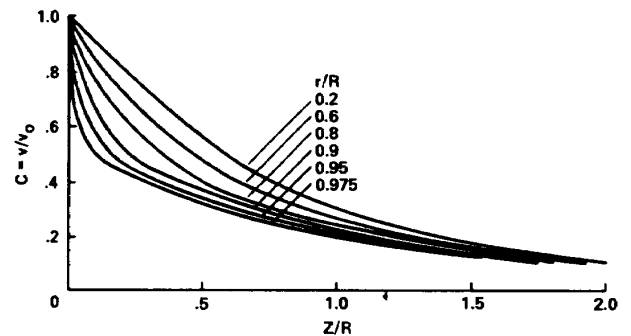


図 14 ホバリング飛行中の誘導速度変化率²⁾

のまま前進飛行に拡張できる。前進飛行時には、円筒形渦系は一様前進速により傾く。傾き角 χ を回転面の垂線と円筒の軸とのなす角とすると、 χ は次式で得られる。

$$\chi = \tan^{-1}(\mu/\lambda) \tag{60}$$

ここで μ はアドバンス比、 λ はインフロー比である。この様な傾斜円筒形渦系による流れも、既に解析的に解かれている²³⁾ので、その解を利用することができる。

さらに、回転翼が前進していると、回転面上の面素は速度 $\mu \Omega R$ で翼に対して後方へ移動し、一定時間後には回転翼外へ去ってしまう。この通過時間ももっとも長いのは、ちょうど直径 $2R$ を横切る時で

あるが、この時でも、通常の回転翼では ($\mu \approx 0.2$)、面素がブレードと遭遇するのはたかだか数回にすぎない。これはホバリング時に、面素がいつまでも回転半径内に滞まるのと大きく異なっており、このために誘導速度変化率の影響がそれほど大きくない。従って、前進飛行時 ($\mu > 0.15$) には、通常、誘導速度変化率は面素の場所によらないで一様と仮定される。

また、前進飛行の場合は、次々とブレードがある面素を通過して行く間の時間は、もはや(56)式の様に、回転翼全面に渡って一様ではない。ブレードの前進側 ($\psi \approx 90^\circ$) では、機体の前進速によりこの時間は短くなり、後退側 ($\psi \approx 270^\circ$) では長くなる。しかしながら、機体の前進速度に比べてブレードの回転速度が充分速いこと、また前述した様に、前進飛行時にはより簡単な誘導速度変化率のモデルが適用可能であることから、(56)式による dt_b を充分良い精度で近似的に用いることができ、誘導速度変化率は dt_b に対して求められる。

この時間 dt_b 内に、傾斜円筒形渦系は、

$$Z = (V \sin i + V\beta \cos \psi + v_0) dt_b \quad (61)$$

だけ下降し、また

$$X_{cy} = V dt_b \quad (62)$$

だけ後方に移動する。但し、(61)式の v_0 は平均誘導速度である。

この様にして、傾斜円筒形渦系と(56)、(60)、(61)、(62)式を用いると、誘導速度変化率を任意の点に対して求めることができる。前進飛行時の一様誘導速度変化率として、 $r/R = 0.75$ 、 $\psi = 90^\circ$ * の値を採用することになると、図15²⁾の様な表が得られる。一度、この表を計算しておけば、どんな回転翼に対しても、 x と Z をパラメタとして、誘導速度変化率を求めることができる。この一様誘導速度変化率を用いて回転翼の空気力を計算すると、次節に示す様に、充分な精度をもって空気力を推定することができる。しかしながら低速前進飛行 ($\mu \leq 0.10$) においては、ホバリング時と同様、誘導速度変化率は回転面の位置の関数とすることが望ましい。²⁴⁾

非定常状態の時は、(58)、(61)式中の平均誘導速度 v_0

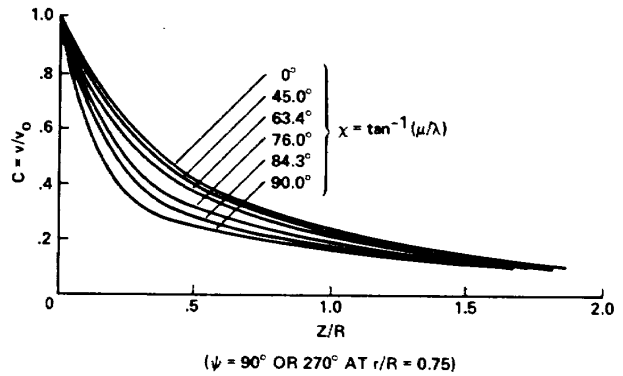


図15 前進飛行中の誘導速度変化率²⁾

が時間の関数となる。従って、 v_0 は各時刻における、ブレード半径方向に平均した誘導速度の値とする。そして各時刻ごとに Z を求め、表を参照して誘導速度変化率を求める。本理論で、 v_0 をこの様に時間の関数とすることは、渦理論において螺旋形渦系のピッチ角を時刻ごとに変化させることにはほぼ相当する。さらに、ハブが運動する時は、半無限円筒形渦系とブレード回転面の相対位置が変化するため、(58)、(61)式はそれに見合って修正する必要がある。一例としてハブがローリングとピッチング運動をしている時は、(58)式は次の様になり、

$$Z = \{ v_0 - R\alpha(q \cos \psi + p \sin \psi) \} dt_b \quad (63)$$

(61)式は次の様になる。

$$Z = \{ V \sin i + V\beta \cos \psi - R\alpha(q \cos \psi + p \sin \psi) + v_0 \} dt_b \quad (64)$$

この様にして本理論は、ハブの運動や非定常操舵に起因するブレードの空気力の変動を、回転軸方向の後流の変形を考慮しながら、簡単に扱うことができる。

以上述べてきた局所運動量理論は、二次元翼理論のいわゆる準定常の仮定を含んでいる。これは渦理論で考えると、吐き出し渦 (Shed Vortex) を無視したことにほぼ相当している。従って、フラッタ等の非常に早い振動問題にはこのままでは適用できない。二次元非定常翼理論を用いて本理論を拡張し、その様な早い振動を取り扱った例は、文献21に見られる。しかしながら、後述する計算例に示される様に、ここで説明した基礎理論でも、上述の例外を

* 流れは左右対称となるので、 $\psi = 270^\circ$ の値でもよい。

除いて、回転翼の定常及び非定常問題のほとんど全てに対して、よい解を得ることができる。

2. 基礎理論による計算例

前章で説明した局所運動量理論による代表的な計算例を紹介する。理論が発表されて以来、既に相当数の計算がなされ、例えば、ここでとりあげるホバリング時の空気力の推定などでは、10 を越える計算例が背景にあることを付記しておく。

2.1 ホバリング飛行中の揚力分布

図 16¹⁾ は、ホバリング飛行中の回転翼模型に働く半径方向揚力分布を、本理論を用いて推定し、実験値²⁶⁾及び渦理論による計算²⁵⁾と比較して示したものである。誘導速度変化率は、半無限円筒形渦系により得られた非一様分布のもの、一様分布を仮定したものとの二つを使用した。計算は、半径方向を 20 等分、方位角方向の刻み巾 $\Delta\psi = 2\pi/b$ として行なった。この大きな $\Delta\psi$ は、定常なホバリングではフラッピング角速度が 0 のため、フラッピング運動を除外して計算を進めても良いことから可能になった。また、用いた計算モデルは後流の変形を含んでいないので、ブレード先端の吹き上げ領域は常に回転翼外にあり、(52), (53) 式の代わりに、(50) 式を用いて計算した。図から、誘導速度変化率を場所の関数とした場合(実線)、本理論は実験値と非常によい一致を示し、固定螺旋形渦系による渦理論と同程度の精度を持つといえる。また、一様誘導速度変化率を用いた場合(一点鎖線)は、ブレード内側で揚力を

— 本理論
 - - - 本理論：一様誘導速度変化率, $C^* = 0.80$
 - · - · 渦理論(市川の解法²⁵⁾)
 Δ 実験値(NACA TN 2953²⁶⁾)

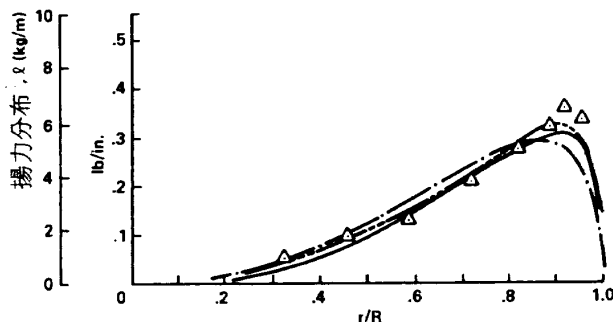


図 16 ホバリング飛行中の半径方向揚力分布¹⁾
 ($\mu = 0, b = 2, \theta_t = 0^\circ$)

ために、また先端では少なめに推定し、実験値との一致が劣化する。ただし、図 12 に示された様に、ブレード半径方向に積分された後の推力係数は、この一定誘導速度変化率による計算で十分である。また、本理論(実線)が渦理論(二点鎖線)よりも少なめの揚力分布を示しているのは、方法による差異に加えて、二次元揚力傾斜として、本理論では 5.73 を、また渦理論では 6.28 を使っているためである。

2.2 前進飛行中の揚力分布

前進飛行では、後流の変形を考えなくても、先行ブレードの先端の吹き上げが後続ブレードの空気力に影響を及ぼすので、(50) 式の代わりに(52), (53) 式を用いる。ここにとり上げた例では、半径方向を 20 等分、方位角方向の刻み巾 $\Delta\psi = 10$ 度で計算した。ロータ面は 1 辺 $R/80$ の矩形面素に分割され、面素の数は 160×320 である。逆流領域(Reversed flow region)では揚力傾斜は 0 とした。ブレードはフラッピング関節をもち、リードラグ運動はせず、弾性変形もしないと仮定した。すなわち、フラッピング運動のみ空気力と連立して解析した。誘導速度変化率は一様とした。

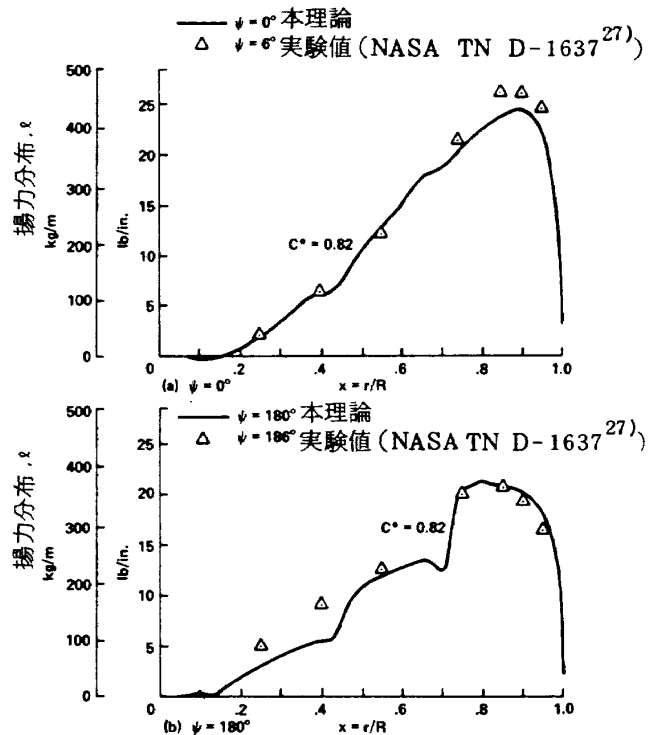


図 17 前進飛行中の半径方向揚力分布¹⁾
 ($\mu = 0.18, b = 4, \theta_t = -8.0^\circ$)

結果は図 17 ~ 20 に示した。図 17¹⁾ は $\psi = 0^\circ$, 180° における揚力の半径方向分布を、実験値²⁷⁾ と比較したものである。図 18(a)¹⁾ には、 $x \doteq 0.75$ における揚力の時間変動を方位角に対して示し、実験値²⁷⁾ 及び渦理論による計算²⁸⁾ と比較した。渦理論では、固定螺旋形渦系によるものと、後流の変形を考慮に入れたものとの二結果を示した。図 18(b)¹⁾ では、 $x \doteq 0.56$ における揚力の時間変動を、実験値²⁷⁾ と比較した。また、図 19¹⁾ にはブレード 1 回転に対して平均した誘導速度分布を、円筒形渦系を仮定した簡単な渦理論による計算²³⁾ と比較して示した。さらに、図 20⁴²⁾ には、この時の迎角分布を示した。図の破線は、先行ブレードの翼端渦と、考えているブレードとの交点の軌跡を表わしている。

これらの図を比較検討すると、次の様になる。まず、図 17, 18 に示された様に、本理論により推定

- Δ $x = 0.75$ 実験値 (NASA TN D-1637²⁷⁾)
- $x = 0.74$ 本理論²⁸⁾
- - - $x = 0.75$ 固定後流の渦理論²⁸⁾
- · - $x = 0.75$ 変形後流の渦理論

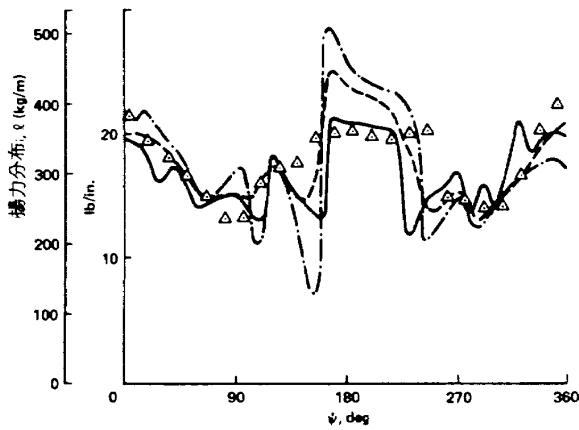


図 18(a) 前進飛行中の回転方向揚力分布¹⁾
($\mu = 0.18$, $b = 4$, $\theta_t = -8.0^\circ$)

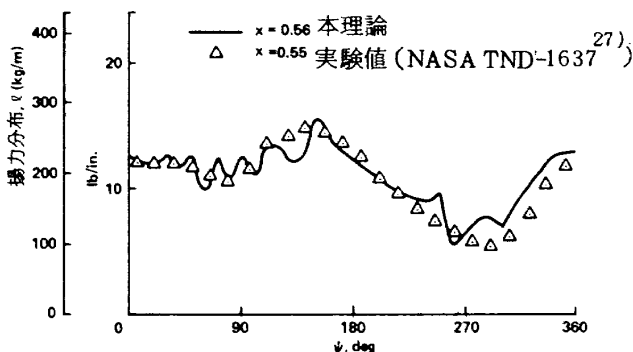
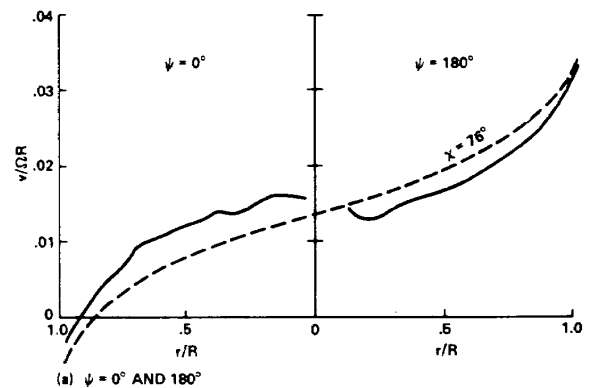


図 18(b) 前進飛行中の回転方向揚力分布¹⁾
($\mu = 0.18$, $b = 4$, $\theta_t = -8.0^\circ$)

された揚力分布は、実験値と良く一致している。しかしながら、先行ブレードの翼端渦との交点(図 20 参照)の近くでは、実験値との一致は悪くなる。これは、後流の変形のためであろう。ブレードの先端になるほど、先行ブレードの翼端渦の影響を受けやすいので、実験値との一致はこの部分で悪くなる。図 18(a)からわかる様に、渦理論においては、現状では、必ずしも複雑な渦系がよい推定を与えるわけでもない。後流の変形を考慮すると、先行ブレードの翼端渦が後続ブレードに極めて近づくことがあり、この様な時には、ブレードの表現法(揚力線か揚力面か)、渦の減衰(具体的には翼端渦の core の大きさの推定)、計算の分割数等によって結果が大きく異なり、既に取り扱いが確立され、それなりに信頼性のある固定螺旋形渦系+揚力線理論の結果に劣ることが、度々ある。しかしながら、計算機の進歩に伴ない、順次これらの取り扱いが確立され、次第に変形後流渦系+揚力面理論に移行しつつある。図 18(a)



- 本理論
- - - 円筒形渦系による渦理論²³⁾

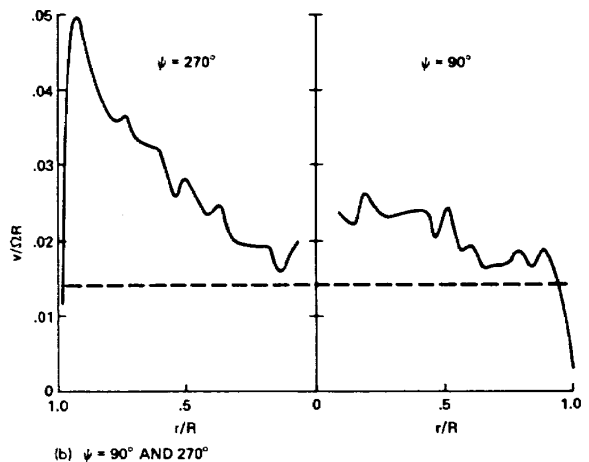
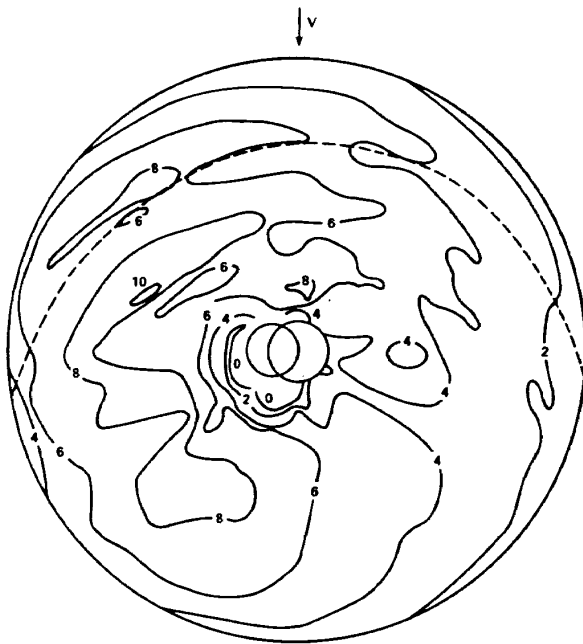


図 19 前進飛行中の半径方向の平均誘導速度分布¹⁾
($\mu = 0.18$, $b = 4$, $\theta_t = -8.0^\circ$)



Z ---- 先行ブレードの翼端渦と考えている
ブレードとの交点の軌跡

図 20 前進飛行中の迎角分布⁴²⁾ (単位:度)
($\mu=0.18$, $b=4$, $\theta_s=-8.0^\circ$)

でも、渦の変形を考慮した渦理論は、本理論や固定螺旋形渦系に比べると、空気力の大きさに関しては、むしろ劣った推定能力を示しているが、渦と出会う方位角の推定に関しては、改良が見られる。

図 20 からは、直前の先行ブレードの翼端渦に加えて、もっと前の先行ブレードからの翼端渦の影響もあることがわかる。図 17 における半径方向揚力の微小変動や、図 18 の $\psi=90^\circ$ 又は 270° 前後に見られる細かい振動は、これらの古い翼端渦の影響である。翼端渦とブレードが出会う領域では、円筒形渦系から得られる非一様誘導速度変化率は、ここで使用した一様誘導速度変化率より小さいので、この計算例では、古い翼端渦の影響がやや過大評価されている傾向がある。⁴²⁾

図 18 (a)には、本理論の結果が、方位角方向の細かい振動に対して、渦理論に比べて応答が早いことが示されている。これは、ここで紹介した局所運動量理論が準定常の仮定を含み、吐き出し渦 (Shed vortex) を無視しているためである。

2.3 コレクティブピッチに対する応答

急激なコレクティブピッチの変化により引き起こされる推力の変動は、ヘリコプタの離着陸時における高度制御が、もっぱらコレクティブピッチの増減によりおこなわれるため、非定常現象としては比較的早くから研究され始めた。まず、実験的に推力変動が研究^{9,10)}され、このデータに基づいて、回転翼全体に見掛け質量の考えを導入した運動量理論^{9,10)}が提案された。その後、この運動量理論に含まれる一様誘導速度分布等の重大な仮定を除くため、渦理論による解析²⁹⁾が試みられたが、固定螺旋形渦系を用いても計算量が膨大になる点、及び渦の流される速度の時間的変動を計算に取り入れるのが難しい点から、同理論が、この問題に対する正統的な方法であるのにかかわらず、ごく少数の解析例があるにすぎない。局所運動量理論は、計算時間が短い上に、誘導速度分布の履歴を与える計算法なので、特にこの種の非定常問題の解析には適している。

図 21¹⁾は、ホバリング時のコレクティブピッチ急変に対する回転翼の応答を、渦理論²⁹⁾と比較したものである。図中の、空気力による推力とは、回転翼に働く空気力だけの履歴を表わしたものであり、総推力は、それにフラッピング運動による慣性力が加わったものである。従って、実機の回転軸には、総推力が働くことになる。誘導速度変化率は円筒形渦系より求め、円筒形渦系の降下速度、すなわち 58 式の v_0 は次の二通りに仮定した。一つは渦理論と直接比較するために、文献 29 で仮定された渦系の降下速度の履歴をそのまま採用し、もう一つは各時刻ごとの誘導速度をブレード翼幅方向に平均して用いた。図では前者を一点鎖線、後者を実線で表わし、図の上段に推力の履歴、下段に v_0 の履歴を比較して示した。推力の変動はいずれの v_0 を用いても渦理論の結果とよく一致し、推力は v_0 の初期定常値および最終値さえ一致していれば、その過渡値にあまり影響を受けないことがわかる。また、空気力による推力の変動は、次の様に考えることができる。まず最初に、コレクティブピッチの増加に見合って、推力は直線的に増加する。コレクティブピッチが定常値に達する頃、フラッピング運動が激しくなり、このためにブレードの迎角が減少し、推力はゆるやかに減少する。続

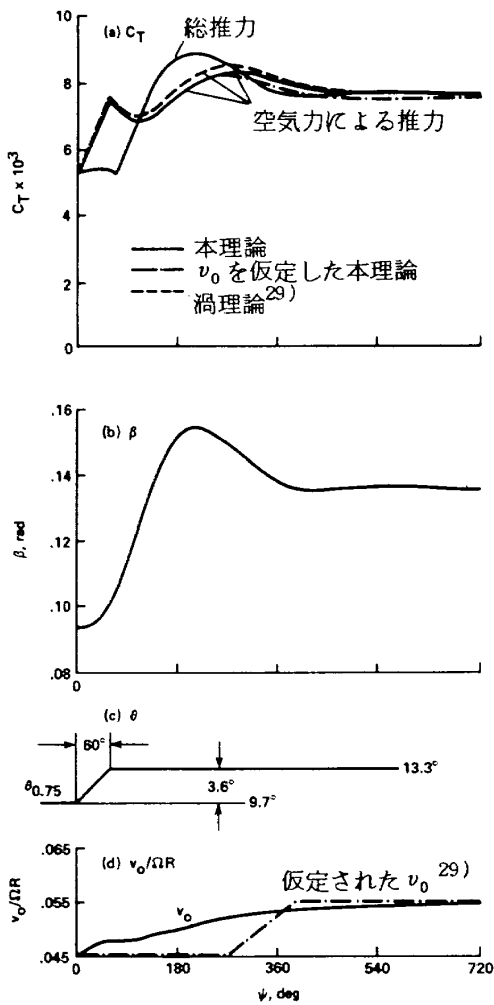


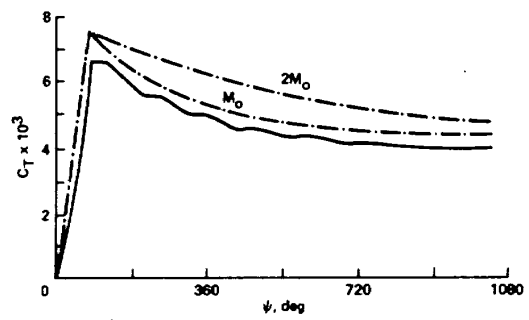
図 21 コレクティブピッチに対する応答¹⁾
($\mu = 0, b = 4, \theta_t = -8.0^\circ$)

いて、誘導速度が未発達のためと、フラッピング運動による迎角の変化が組み合わさって、推力は増加に転じ、最大値に到達した後、誘導速度の発達のために徐々に減少して定常値に達する。

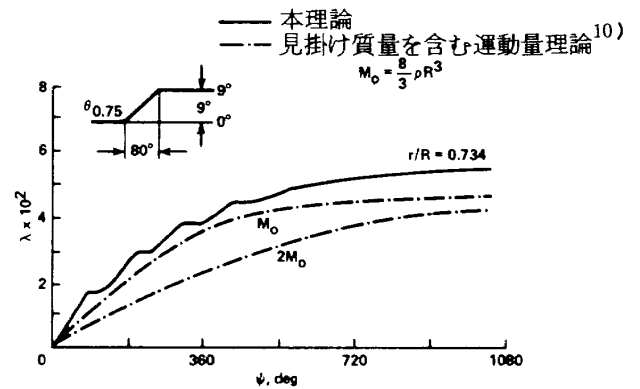
図 22¹⁾ は、本理論と見掛け質量の概念を導入した通常の運動量理論を、比較したものである。通常の運動量理論では、誘導速度は一律と仮定し、見掛け質量は回転翼全体に対して考えている。空気力の変動を直接比較するため、フラッピング運動を固定した状態を計算した。回転翼の見掛け質量の大きさとしては、固体円盤の値 M_0 とその 2 倍、 $2M_0$ の二通りに仮定した。 M_0 は次式で与えられる。

$$M_0 = \frac{8}{3} \rho R^3 \quad (65)$$

本理論では、ブレード翼幅方向を 20 等分し、また回転方向の増分は $4\psi = 10^\circ$ として計算を行なった。



(a) 推力



(b) インフロー比: $r/R = 0.75$

図 22 本理論と見掛け質量を含んだ運動量理論との比較¹⁾ ($\mu = 0, b = 3, \theta_t = 0.0^\circ$)

本理論の結果に生ずる短周期の変動は、先行ブレードの吹きおろしと、考えているブレードの推力との干渉によるものである。この解析は、回転翼に対する見掛け質量の大きさは、固体円盤のそれに等しいという、文献 10 の実験結果を支持している。

2.4 サイクリックピッチに対する応答

図 23²⁾ は、サイクリックピッチのステップ入力に対するホバリング中の回転翼の傾きを、通常の運動量理論と比較したものである。図は、ハブ中心から回転面に垂直に立てた単位ベクトルの先端を、回転面に投影した点の軌跡を示している。この単位ベクトルの傾きは、個々のブレードのフラッピング角から、各時刻毎に計算される³⁰⁾。図に示された例では、フラッピング関節はハブ中心にあり、関節回りのバネ定数は 0 であるので、最終値は $(0, -1)$ であり、初期値は $(0, 0)$ である。本理論の結果は実線で、また一律誘導速度分布を仮定した通常の運動量理論³²⁾ の結果は破線で示されている。さらに、回転翼を扇形の面素に分割し、そ

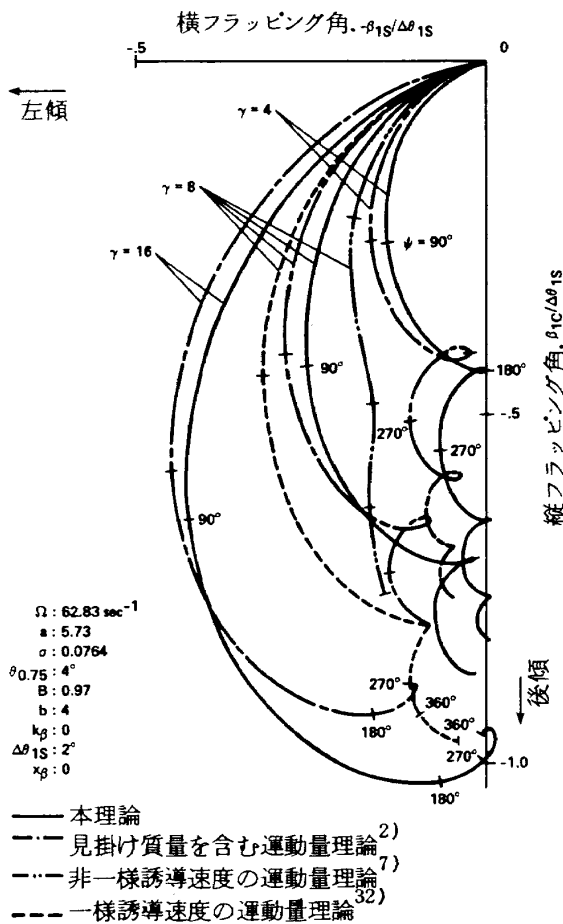
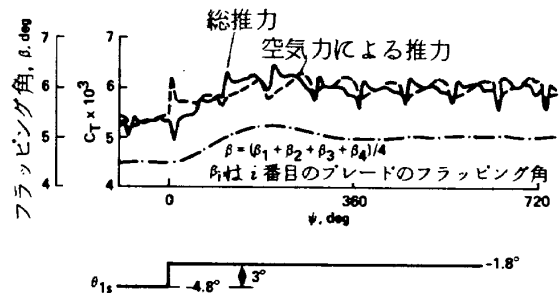


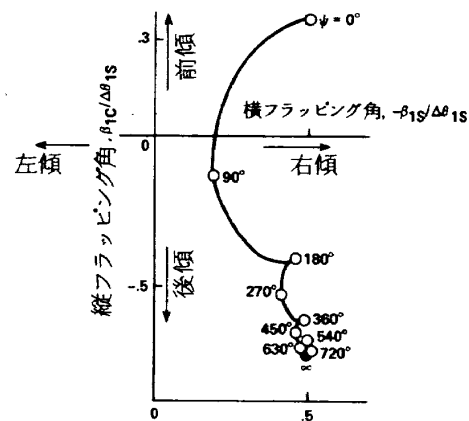
図 23 サイクリックピッチに対する応答²⁾
($\mu=0, b=4, \theta_t=0.0^\circ$)

の面素に運動量理論⁷⁾を適用した結果を二点鎖線で、またこの扇形面素に見掛け質量を導入した運動量理論²⁾を適用した結果を、一点鎖線で示す。図から、見掛け質量を導入した運動量理論(一点鎖線)が、種々のロックナンバ(Lock number)に対して、本理論に最も近い結果を与えていることがわかる。実験的研究^{11~15)}からも、通常運動量理論のうちでは、見掛け質量を導入したものが良い結果を与えることが知られている。見掛け質量を導入すると、誘導速度の時間的変動を計算することができ、従って、図の一点鎖線と二点鎖線の差は、この誘導速度の時間変動が入っているかいないかによる。

図 24¹⁾には、前進飛行中の回転翼にサイクリックピッチのステップ入力があった時の応答を示した。上段に示した推力の履歴に見られる細かい変動は、主に先行ブレードの翼端渦によって誘起される非一様誘導速度分布によるものであり、ゆっくりした変



(a) 諸量の履歴



(b) 回転面の傾き

図 24 サイクリックピッチに対する応答¹⁾
($\mu=0.18, b=4, \theta_t=-8.0^\circ$)

動がサイクリックピッチの入力によるものである。図に示した回転面の傾き、および等価コニング角の履歴と合わせて考えると、サイクリックピッチの変化により回転面が後傾し、回転翼の迎角が増え、推力と等価コニング角の変化を引き起す様子がよくわかる。この計算は、翼幅方向に 20 等分し、方位角の増分 $4\psi=10^\circ$ で行なった。

局所運動量理論を用いた回転翼の解析例は、ここに取りあげた他に、タンデム型の偏揺飛行及び同軸型の性能を解析したもの³¹⁾、ピッチダンピングを計算したもの⁶⁰⁾、突風応答に適用したもの²¹⁾等がある。

3. 後流の変形を考慮した拡張局所運動量理論

3.1 拡張モデル

ホバリング飛行中の回転翼の後流は、半径方向に縮流し、また随伴渦(Trailing Vortex)が翼端渦に巻き込まれ(Roll Up)ていく。上下方向にも、それぞれの渦系が異なった速度で流され、螺旋面から逸脱していく。この様な後流の変形を局所運動量理

論で取り扱うには、半径方向の変形については、回転面上の面素を、次のブレードが来るまでに、変形に見合って半径方向に移動させてやればよい。こうすることにより、誘導速度分布を時間の経過につれて、対応する面素とともに半径方向に移動させることができ、縮流や巻き込みの影響を考慮することができる。上下方向の変形については、渦と回転面の距離を正しく推定し、これに見合った誘導速度変化率を計算してやればよい。これは非定常運動の時に、渦と回転面の距離の推定法を修正(64式参照)したのと同様な考え方である。

全ての渦成分のなかで、翼端渦がブレードの揚力分布に卓越した影響を持つので、翼端渦の運動に主眼をおいて、計算モデルを構成する。図25は翼端渦の側面図と平面図である。1番目の翼端渦(No.1)は、考えているブレード(ブレード(A))から、時刻 $t = j$ に位置 P_1 で吐き出されたものである。2番目の翼端渦は、先行ブレード(ブレード(B))から時刻 $t = j - 1$ に位置 P_1 で吐き出され、時刻 $t = j$ には位置 P_2 まで移動したものである。同様に、 i 番目の翼端渦は、時刻 $t = j + 1 - i$ に位置 P_1 で吐き出され、時刻 $t = j$ に位置 P_i まで降下したものである。時刻 $t = j$ と時刻 $t = j - 1$ の間に、隣り合ったブレードが回転面上の同一地点を通過するので、この時間は56式の $4t_b$ に等しい。翼端渦の位置は、視覚的な方法で得られた実験データを整理して、次の様な一般式で表わすことができる。^{16~18,35)}

$$x_T = K_4 + (1 - K_4) e^{-K_3 \phi} \tag{66}$$

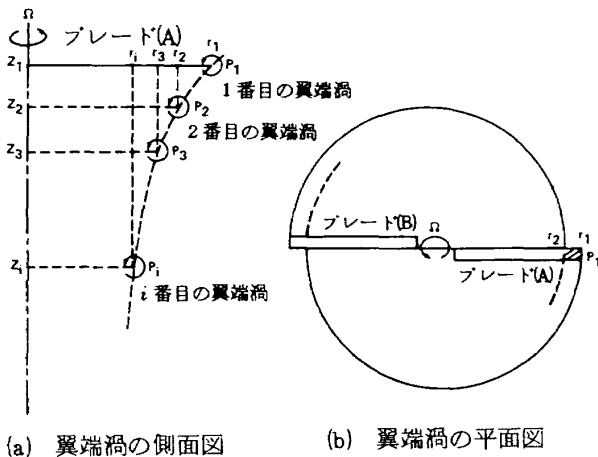


図25 翼端渦の位置

$$z_T \begin{cases} = K_1 \phi & 0 \leq \phi < \frac{2\pi}{b} \\ = K_1 \left(\frac{2\pi}{b}\right) + K_2 \left(\phi - \frac{2\pi}{b}\right) & \frac{2\pi}{b} \leq \phi \end{cases} \tag{67}$$

ただし、 x_T および z_T は、それぞれ回転翼半径 R で無次元化された翼端渦の半径方向および上下方向の位置である。また ϕ は渦発生後の時間を表わし、実際の時間をブレード回転角速度 Ω で無次元化したものである。 $K_1 \sim K_4$ は、実験データより推定した定数で、推力係数、ブレードの振り下げ、ブレード枚数等の関数として与えられる。現在までに、三つの後流モデルが、Landgrebe¹⁶⁾、Kocurek と Tangler¹⁷⁾、Kocurek と Berkowitz と Harris³⁵⁾ によりそれぞれ提案され、そのモデルにより定数 $K_1 \sim K_4$ は少しずつ異なる。これは、用いられた回転翼の支持法、実験室の環境、流れの可視化の方法等の差によるものと思われ、現在さらに精力的に幾組かのグループが、実験的研究に取り組んでいる。本論文では、回転翼形状の変化に対して適用範囲が広いこと、および既に開発された渦理論による計算機プログラムと比較が容易なことから、主に Kocurek と Tangler のモデルを用い、必要に応じて Landgrebe のモデルを使用した。

さて、図25に示された様に、翼端渦が時間の経過とともに半径方向に移動していくので、これに見合って回転面上の面素も半径方向に移動していくものとする。すなわち、時刻 $t = j - 1$ に r_1 にあった面素は、2番目の翼端渦の動きに対応して、時刻 $t = j$ には r_2 へ移動する。同様にして、 i 番目の翼端渦の動きに対応して、 r_{i-1} にあった面素は、 $4t_b$ の間に r_i へと移動する。 r_i は、時刻 $t = j$ における i 番目の翼端渦の半径方向位置であるから、(66)式を用いて次の様に表わすことができる。

$$r_i = R \{ K_4 + (1 - K_4) e^{-K_3 \phi_i} \} \tag{68}$$

$$\phi_i = \frac{2\pi}{b} \cdot (i - 1) \tag{69}$$

回転翼外 ($r > R$) では、隣りの面素との間にすきまを造らない様に、各面素は r_1 にあった面素が $4t_b$ の間に動いた距離、すなわち r_1 と r_2 の距離だけ、それぞれの位置からハブ中心に向かって移動する。

ブレードの内側 ($r \leq RK_4$) では、(66)式からわかる様に翼端渦はこの領域に移動できないので、各面素は動かず、従ってこの領域では面素の位置は、第1章で説明した固定後流のモデルの時と同じになる。

この様に後流の変形を考慮に入れると、ホバリング飛行でさえも、ブレードの先端(図25(b)の斜線領域)は、先行ブレードの吹きあげ領域に入ることになる。従って、誘導速度分布を計算する時には、ブレード内の吹きおろしはもちろん、外側の吹きあげも求めておかななくてはならない。これは第1章で説明した前進飛行中の吹きあげ領域の計算と全く同様であるから、各面素における誘導速度は(37), (39)~(48), (52)式から計算される。ブレード通過後、誘導速度は、それぞれの面素とともに空間的に移動する。また時間的には、第1章で説明した様に、誘導速度変化率を用いてその変動を表わす。

さて、次に誘導速度変化率を求めるモデルを検討してみよう。変形後流に見合う様なモデルはいろいろと考えられるが、できるだけ簡単で精度良く、できれば固定後流の時の計算モデルとあまりかけ離れていないものが望ましい。図26はその新しいモデルを示したもので、1本の渦輪と半無限円筒形渦系で構成されている。この渦輪は回転面に最も近い翼端渦を模擬し、半無限円筒形渦系は残りの翼端渦を表している。円筒形渦系は連続渦より出来ており、

その強さは上下方向に平均した翼端渦の強さに等しい²³⁾。また渦輪の強さは翼端渦そのものに等しい。図26(a)は時刻 $t = j - 1$ に、ブレード(B)が面素 (l, m) を通過したところを示している。この時1番目の翼端渦(No.1)はまさに発生したところであり、これに対応して渦輪は回転面上にある。円筒形渦系の上面は2番目の翼端渦の位置にあり、回転面との距離は Z_2 である。図26(b)は $4t_b$ 後の時刻 $t = j$ の様子を示したもので、次のブレード(ブレード(A))が面素 (l, m) の直前に来たところである。この間に面素は翼端渦の運動に見合って半径方向に移動し、渦輪と円筒形渦系は降下し、同時に縮流する。渦輪または円筒形渦系の上面から回転面までの距離 Z_i は、それぞれが翼端渦の位置に対応しているため、(67)式を用いて次の様に表わすことができる。

$$Z_i \begin{cases} = RK_1 \phi_i & i \leq 2 \\ = R \left\{ K_1 \left(\frac{2\pi}{b} \right) + K_2 \left(\phi_i - \frac{2\pi}{b} \right) \right\} & i > 2 \end{cases} \quad (70)$$

ただし、 ϕ_i は(69)式で与えられている。渦輪の半径は回転面に一番近い翼端渦とハブ中心との距離に等しくする。また、円筒形渦系の半径は、モデルを単純にするために、渦輪の半径に等しいと仮定する。前述した様に、円筒形渦系は、回転面に一番近い翼端渦を除いた残りの渦に対応し、一方、翼端渦は、(66)

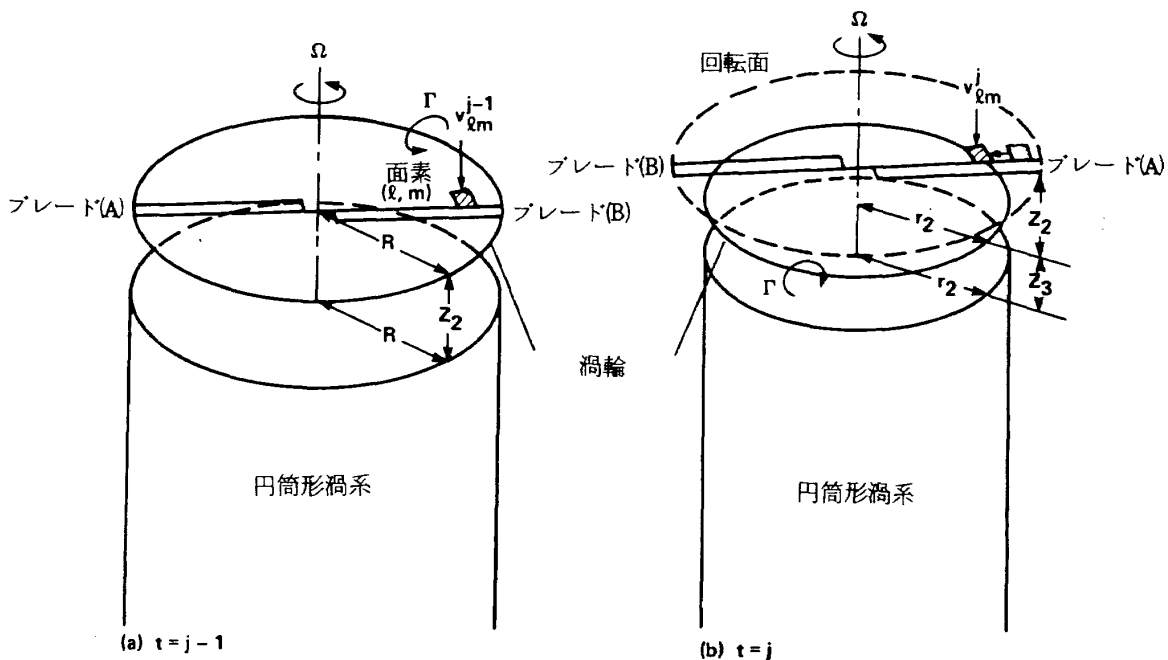


図26 後流変形を考慮した誘導速度変化率の計算モデル

式に示される様に連続的に縮流し続けるので、ここで導入した仮定により、円筒形渦系の半径は常に過大評価されることになる。渦輪および円筒形渦系の半径は、この様にして、(68)式より求めることができる。

ブレード(A)が面素(l, m)を通過した直後には、固定後流の場合と同様に、渦輪は回転面に、円筒形渦系は回転面からの距離 z_2 のところに瞬時に戻り、図 26 (a) の位置関係を再現し、再び同じ過程が繰り返される。

以上により、渦輪と円筒形渦系の形状、およびそれ

らと回転面との相対位置が求まったので、このモデルを利用して、誘導速度変化率を求めてみよう。前章で述べた様に、面素(l, m)上の誘導速度変化率 C_{lm}^{j-1} は、時刻 $t = j$ にこの面素上にある誘導速度 v_{lm}^j と、 Δt_b 前の時刻 $t = j - 1$ にこの面素上にあった誘導速度変化率 v_{lm}^{j-1} との比である。すなわち、

$$C_{lm}^{j-1} = v_{lm}^j / v_{lm}^{j-1} \quad (71)$$

である(図 26 参照)。但し、面素(l, m)は、縮流に見合って、 Δt_b 間に半径方向に移動することに注

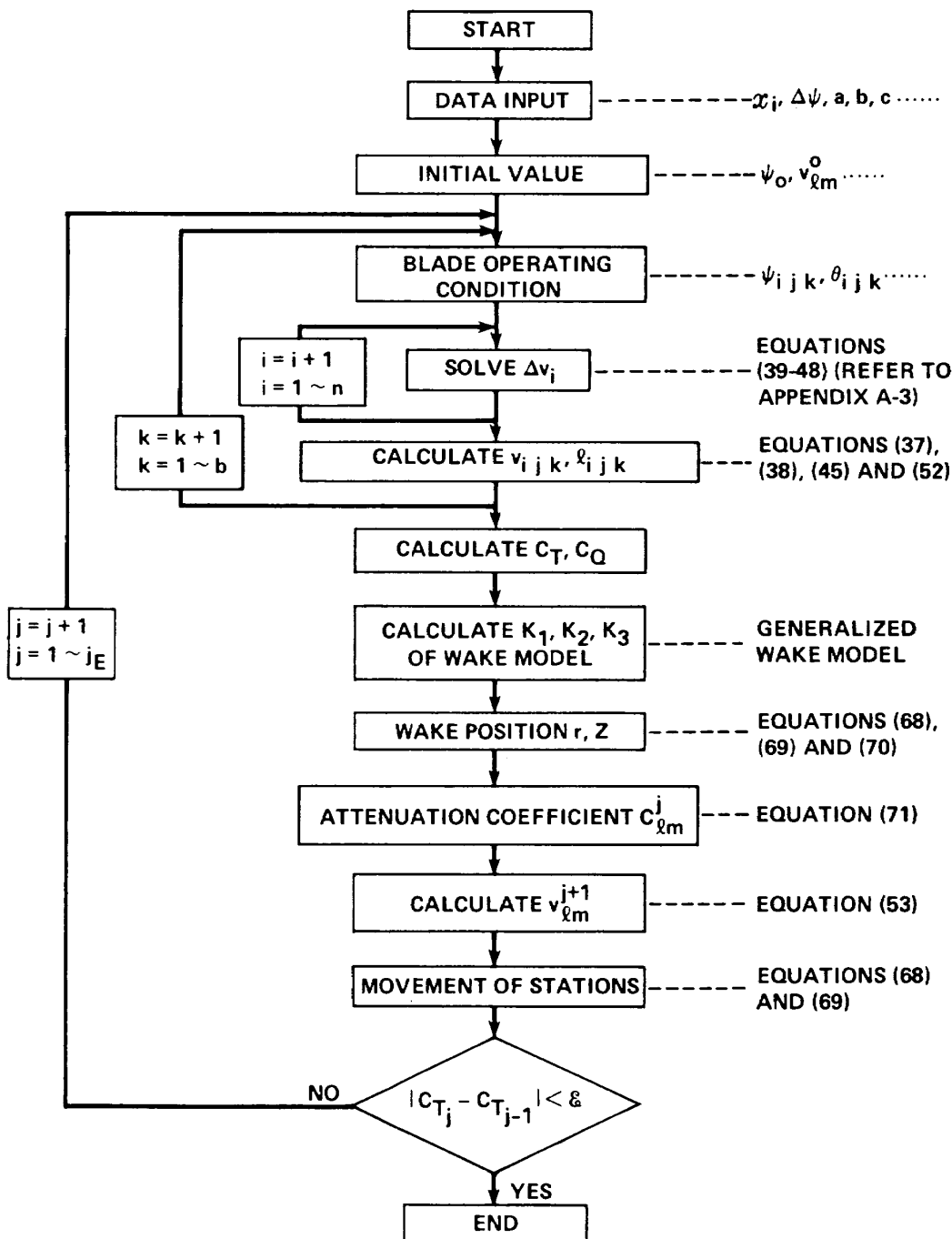


図 27 変形後流モデルの計算プログラムの流れ

意する必要がある。すなわち、 v_{lm}^j は時刻 $t = j$ に r_i にある誘導速度であり、 v_{lm}^{j-1} は時刻 $t = j-1$ に r_{i-1} にあった誘導速度である。ブレードの内側 ($r \leq RK_4$) では面素は移動しないので、ある面素の誘導速度変化率は、一定の半径位置における時刻 $t = j$ と $t = j-1$ の誘導速度の比で与えられ、この領域では、固定後流のモデルと同様の計算法となる。ブレードの先端 ($r_2 \leq r \leq R$) では、時刻 $t = j-1$ にブレード外 ($r > R$) にあった面素が、時刻 $t = j$ にはこの領域に入ってくる。従って、この領域の誘導速度変化率を(71)式を用いて求める時には、分母の v_{lm}^{j-1} をブレード外で計算することになる。もしも固定後流のモデル、すなわち円筒形渦系だけのモデル(図 13 参照)をこの変形後流の時も用いると、 v_{lm}^{j-1} がブレード外で 0 となり、誘導速度変化率をブレード先端 ($r_2 \leq r \leq R$) で求めることができない。以上の理由により、変形後流のモデルでは、少なくとも回転面の近くは、不連続渦 (Discrete Vortex) で解析してやるが必要となり、このモデルでは 1 つの渦輪を導入した。

Landgrebe のモデルおよび Kocurek と Tangler のモデルでは、(66), (67), (68), (70) 式中の定数 K_1, K_2, K_3 は、ブレード形状ばかりでなく推力係数の関数である^{16,17)}。本理論では各計算ステップ毎に推力係数を求め、これらの定数を計算し、後流の形状を決め直して誘導速度変化率を計算していく。誘導速度変化率を求める計算モデルを、図 26 に示した簡単な構造にしたおかげで、円筒形渦系および渦輪の回りの流れに対する解析解²³⁾を利用することができる。さらに、固定後流の場合と同様に、計算の開始に先立って、これらの渦系の回りの流れを解析解より求めて表にしておけば、各計算ステップでは、後流の形状をパラメータとして、この表から誘導速度変化率を引きながら計算を進めていくことができ、計算時間を更に短縮できる。以上の様に構成した変形後流モデルの計算手順を図 27 に示した。

3.2 変形後流モデルによる計算結果

前節で説明した変形後流モデルの計算精度を調べるため、表 1 に示した 5 種類の実験例^{26,34,36~38)}を選び、半径方向の揚力分布を本理論の結果と比較検討した。

これらの実験例は、回転翼の形状、実験の方法、測定された年代等が、できるだけ広範囲に及ぶ様に選択されたものである。5 種類の実験例のうち、3 種類は実験室内における模型実験であり、残りの 2 種類は実機試験である。さらに、2 種類の渦理論プログラムを選び、その計算結果も併せて検討した。渦理論で後流変形を考慮したプログラムには、渦系がその時々局所流速で流されるとする自由渦法 (Free Wake) と、渦系の位置は実験データ (例えば(66), (67)式) より与えて、回転面の誘導速度分布のみを求める規定渦法 (Prescribed Wake) の二通りがあるが、自由渦法はまだ完全には確立されていない点 (特に計算の刻み幅と収束の問題) および本理論との比較が容易な点から、ここでは規定渦法を用いた。第 1 のプログラムは揚力面理論により最近開発されたもの²²⁾ (以下、AMI コードと呼ぶ) で、第 2 のプログラムは揚力線理論を使い、既にこの分野の標準となっているもの¹⁸⁾ (以下、UTRC コードと呼ぶ) である。UTRC コードは前述の 2 つの後流モデルのうち、Landgrebe モデルしか使用できないため、AMI コードの補助として用いた。揚力面理論では必要ないが、揚力線理論による本理論と UTRC コードでは、二次元揚力傾斜が必要である。ここでは、比較のために両プログラムとも同じ値を使うことにし、風洞実験^{39,40)}より得られた次式を用いた。

$$a = a_0 / \sqrt{1 - M^2} \quad (72)$$

$$a_0 = 6.05 \quad (1 / \text{rad.}) \quad (73)$$

ただし、 M は翼断面のマッハ数で a_s を音速とすると次のようになる。

$$M = \Omega R x_i / a_s \quad (74)$$

上式よりわかる様に、圧縮性の影響は二次元揚力傾斜を介して計算される。また通常のホバリング飛行中のブレードの迎角は、失速角よりはるかに低いため、(72) 式の近似を用いることができる。もしも失速角に近づく可能性のある時は、 $C_l - \alpha$ の表を計算プログラムに読み込んで用いる必要がある。

本理論と渦理論および実験値との比較は、5 種類の実験例に対して行ない、図 28 ~ 図 37 に示した。そのうち、図 28 は、表 1 の実験例 A に対して、Kocurek と Tangler モデル (以下、単に K-T モデルと呼ぶ) を用いた本理論および AMI コードの計算結

表1 回転翼諸元と実験条件

実験例	A	B	C	D	E
翼型	0012	0012	0012	0015	0012
振り下げ θ_i (度)	-10.902	-8.0	-12.0	0	0
コレクティブ ピッチ $\theta_{0.75}$ (度)	9.8	9.41	8.97	8.0	5.3
回転翼半径 R (m)	1.045	8.53	6.67	0.762	2.32
ブレード枚数 b	2	4	2	2	2
ソリディティ σ	0.0464	0.0621	0.0369	0.0637	0.0974
ブレードの アスペクト比 AR	13.7	20.5	17.3	10.0	6.54
フラッピング 関節の位置 x_{β}	0	0.0357	0	0	0
翼端マッハ数 M_{tip}	0.226	0.583	0.639	0.188	0.360
文献	NASA TM 78615 ³⁴⁾	NASA TM X-952 ³⁶⁾	TCREC- TR-62-42 ³⁷⁾	NACA TN 2953 ²⁶⁾	NACA TN 3688 ³⁸⁾
回転翼	模 型	H-34 実機試験	UH-1A 実機試験	模 型	模 型

果を、レーザ風速計により翼の循環を測った結果³⁴⁾と比較したものである。 $\alpha = 0.8$ のあたりを除いて、本理論とAMIコードはよく一致している。実験値はブレード先端でこれらの解析値より大きな値を示している。この違いは、本理論とAMIコードに共通のモデル誤差があるという可能性よりも、ここで用いた後流モデルよりも大きな後流の変形が生じていたためと思われる。他の渦理論プログラムを用いた解析⁴¹⁾からも、同様の指摘がなされている。

図29には、同じ実験例AをLandgrebeモデル(以下、単にLGモデルと呼ぶ)で解析し、AMIコードばかりでなくUTRCコードとも比較して示した。本理論と二つの渦理論プログラムは極めて良い一致をしているが、実験値は図28の時と同様にブレード先端で大きな値を示し、この後流モデルもまたこの

実験例をうまく解析できていない。ただし、図28と図29を比較すると、差は微小ながらLGモデルの方がK-Tモデルよりも、この実験値に近い値を与えていることがわかる。

図30は、第1章で述べた固定後流モデルと、ここで提案したLGモデルに基づく変形後流モデルを使った場合とを比較し、さらに一様誘導速度分布を仮定した通常の運動量理論を、翼素理論に結合させて得られた揚力分布をつけ加えたものである。一様誘導速度は $v_0 = \Omega R \sqrt{C_T/2}$ より求め、推力係数 C_T は計測値がないため、AMIコードより得られた値を用いた。二次元揚力傾斜は、比較を容易にするために、いずれの解析法でも同じ値、すなわち(72)~(74)式より求めた値を用いた。図より、局所運動量理論を変形後流モデルに拡張したことにより、特にブレード

ド先端での計算能力が向上したことがわかる。また、
 一様誘導速度分布による計算精度は、せいぜいこの
 程度である。

図 31 は、表 1 の実験例 B³⁶⁾ を K-T モデルによ
 り解析したものである。実験値は H-34 ヘリコプ

タを用いた実機試験より得られた*。実験例 A の時
 (図 28, 29) ほどではないが、本理論と AMI コ
 ードはますます一致している。実験値は、これらの
 解析結果よりもブレード中央で少なめである。

* 文献 36 中の Table 4

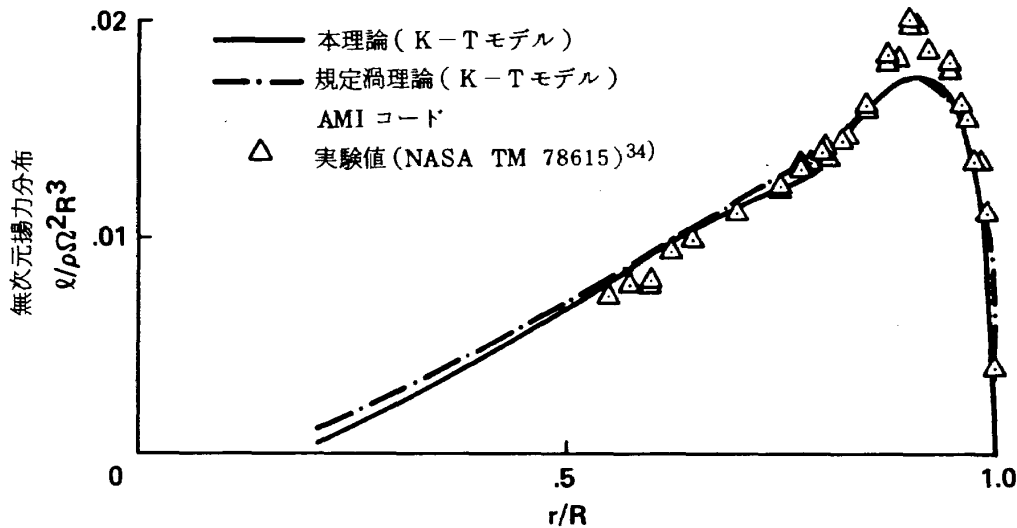


図 28 半径方向揚力分布：K-Tモデル
 ($\mu=0, b=2, \theta_t=-10.9^\circ, AR=13.7, \theta_{0.75}=9.8^\circ$)

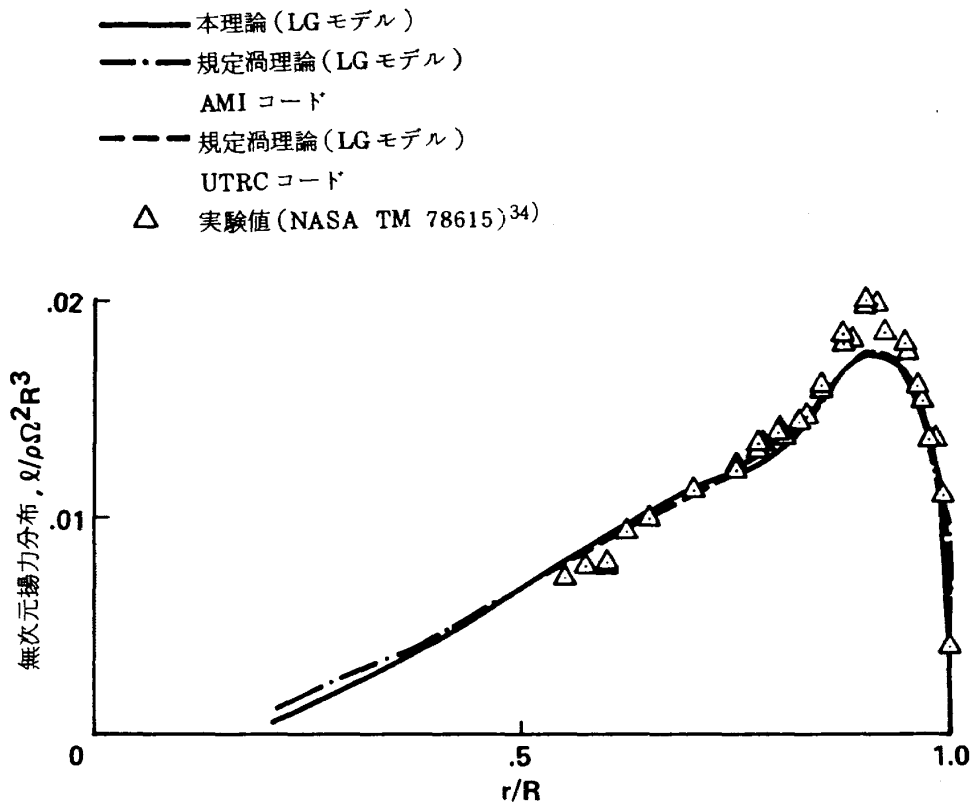


図 29 半径方向揚力分布：LGモデル
 ($\mu=0, b=2, \theta_t=-10.9^\circ, AR=13.7, \theta_{0.75}=9.8^\circ$)

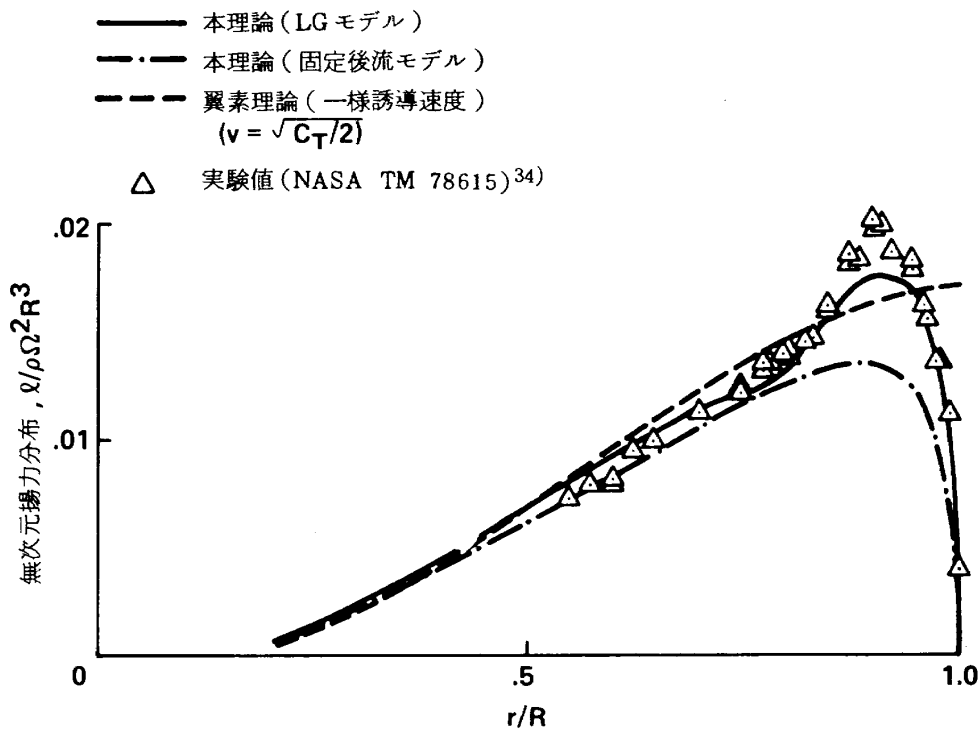


図 30 変形後流モデルと固定後流モデルと翼素理論の比較
 ($\mu=0, b=2, \theta_t=-10.9^\circ, AR=13.7, \theta_{0.75}=9.8^\circ$)

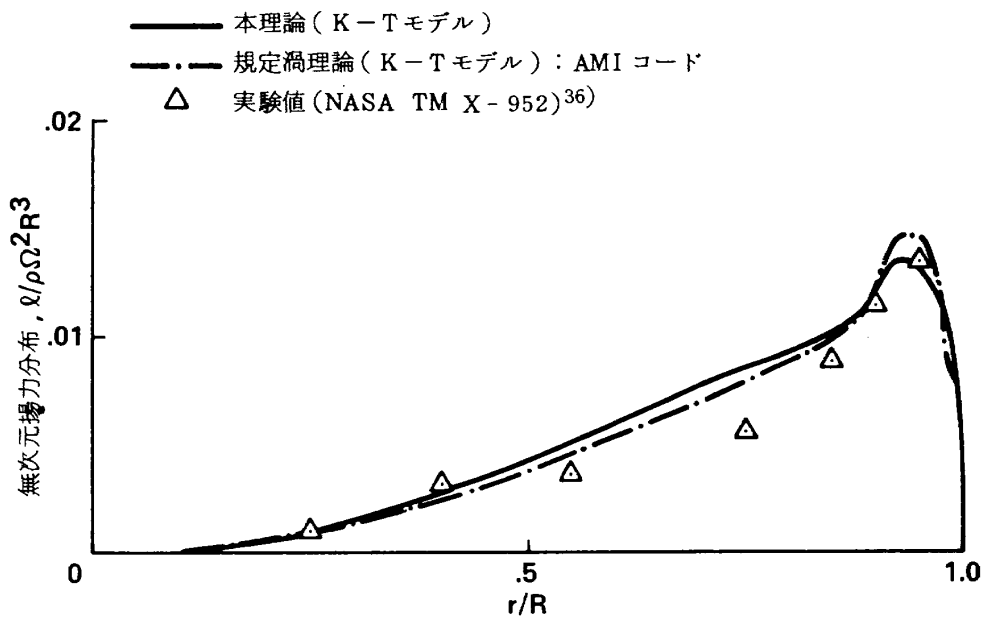


図 31 半径方向揚力分布 : K-T モデル
 ($\mu=0, b=4, \theta_t=-8.0^\circ, AR=20.5, \theta_{0.75}=9.41^\circ$)

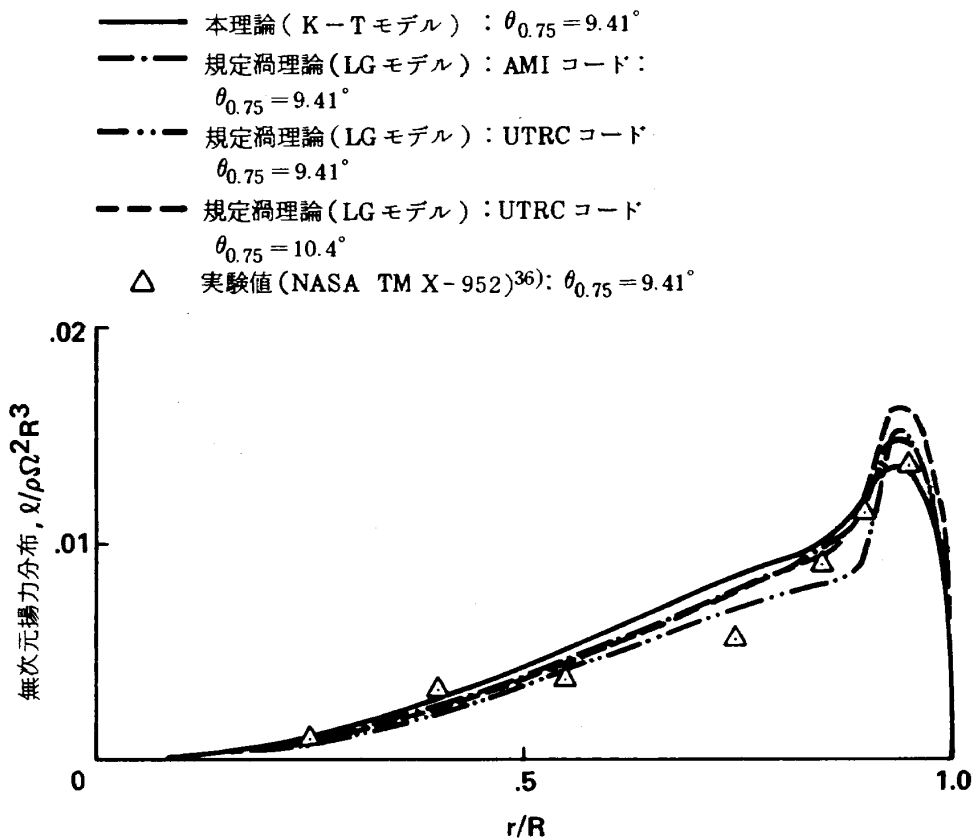


図 32 半径方向揚力分布：LGモデル
 ($\mu=0$, $b=4$, $\theta_i=-8.0^\circ$, $AR=20.5$)

同じ実験例 B を LG モデルにより解析した結果を図 32 に示す。本理論（実線）と AMI コード（1 点鎖線）は図 31 の時とはほぼ同様の結果である。一方 UTRC コード（2 点鎖線）は、この実験例に対しては、同じ渦理論でもかなり違った傾向を示し、ブレード内側で低めの推定値を与える。図 28 ～ 図 31 までの計算は全てコレクティブピッチ入力法*で行ってきたが、この様にこの実験例では、二つの渦理論プログラムの結果が異なるため、さらに UTRC コードで推力係数入力法**により計算を行ない（破線）比較した。推力係数入力法は、コレクティブピッチ入力法よりも AMI コードに近い結果を与えるが、まだ両コードの間には翼端においてかなりの差がある。推力係数入力法では、UTRC コードは AMI コードに等しい推力係数を用いており、また両コードとも

同じ LG モデルで計算しているので、推力係数の変数である渦の位置は全く同一になる。従って、破線と 1 点鎖線の差は、揚力線理論と揚力面理論の差、および両コードの中で用いられている数値計算法の差異により引きおこされた、ブレードピッチ角の分布の違いによるものである。また、この実験例 B は 4 枚ブレードの回転翼を用いているので、2 枚ブレードの回転翼を用いた実験例 A に比べて、先行ブレードの翼端渦が次のブレードにより近づき、揚力分布に大きな影響を与える。ところが、渦の位置は揚力分布を半径方向に積分した推力係数の変数である。従って、コレクティブピッチ入力法のときに生ずる両コードの大きな差は、大部分この渦位置と推力係数の相互干渉から生じたものであろう。

図 33 は、実験例 C を K-T モデルで解析したも

* 計算プログラムに、測定されたまたは希望のコレクティブピッチ角を与え計算する方法。結果として、プログラムにより推力が異なることがある。
 ** 計算プログラムに、測定されたまたは希望の推力係数を与えて計算する方法。結果として、推力の差異はなくなるが、プログラムによりコレクティブピッチ角が異なることがある。

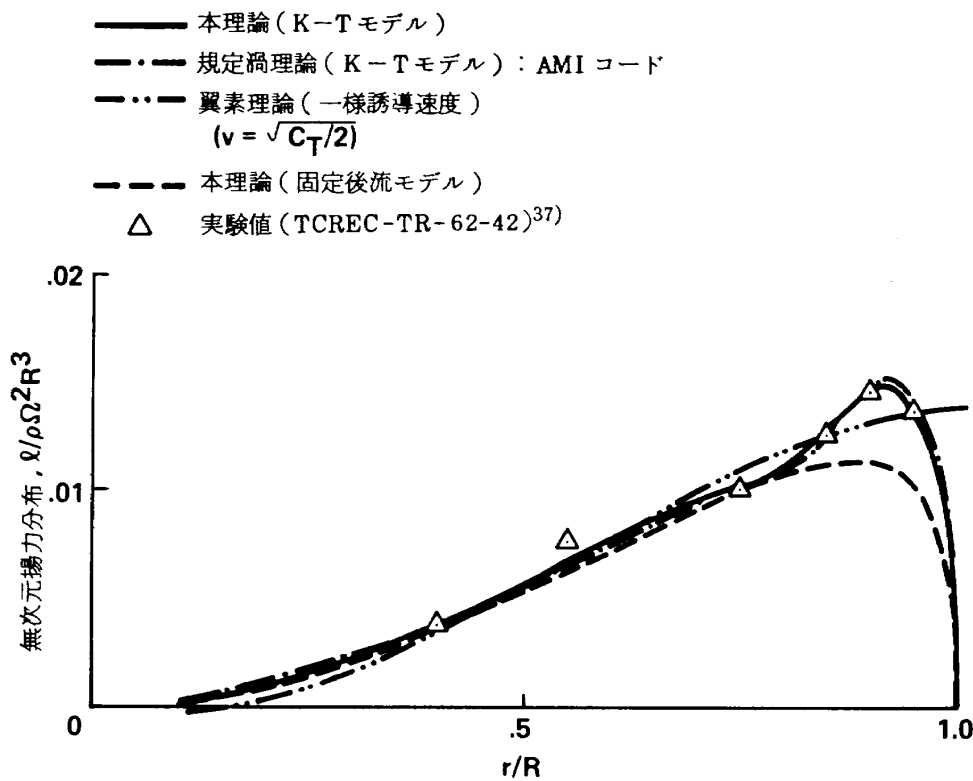


図 33 半径方向揚力分布：K-Tモデル
 (\$\mu=0, b=2, \theta_t=-12.0^\circ, AR=17.3, \theta_{0.75}=8.97^\circ\$)

のである。実験値はUH-1Aヘリコプタを用いた飛行試験により、圧力素子を用いて得られたものである。³⁷⁾ 本理論とAMIコードの結果は極めてよく一致し、実験値とこれらの解析解とも非常によく一致している。さらに、固定後流モデルによる本理論の結果を変形後流モデルと比較すると、この改良により計算能力が向上したことがわかる。また一様誘導速度を仮定した通常の運動量理論を翼素理論に結合させた結果も、比較のために図に示されている。一様誘導速度は図30のときと全く同様にして求めた。

図34と35は、実験例D²⁶⁾をK-Tモデルで解析したものである。そのうち、図34はコレクティブピッチ入力法によるものである。本理論とAMIコードはかなり一致しているものの、実験値とこれらの解析値とは大きな差がある。皮肉なことに、この実験例のこの入力法では、図16に示された固定後流モデルの方が、実験値に近い値を示している。図35は、コレクティブピッチ入力法の結果がこの様に実験値と異なっているため、推力係数入力法でも計算を行ない、固定後流モデルの結果もつけ加えて比較したものである。本理論は相変わらずAMIコード

とよい一致を示し、また実験値との一致も極めて良好である。特にブレード先端における揚力分布は、変形後流モデルを用いた時のみ精度良く推定できる。

図36と図37は、実験例E³⁸⁾をK-Tモデルで解析したものである。実験例Dの時と同様に、推力係数入力法の時だけ実験値と良好な一致を示す。またいずれの入力法の時も、本理論はAMIコードとますます一致している。

以上の5種類の実験例を振り返ると次のようになる。拡張された局所運動量理論とAMIコードは、いずれの例のときも良く一致していた。しかし、ブレードの内側に比べると先端での一致は劣っており、またブレードのアスペクト比が小さくなったり、先行渦がブレードに近づいて来たりすると、差が大きくなる傾向がある。ブレードのアスペクト比が小さくなると、翼端渦が強くなり、またブレード先端の揚力分布は内側よりも翼端渦の位置の変動に敏感である。従って、本理論とAMIコードとの差は、主に本理論が簡単なモデルを用いているためであり、これを複雑にして特に吹きあげ領域の誘導速度変化率の精度をあげれば、上述の差はもっと縮まるものと

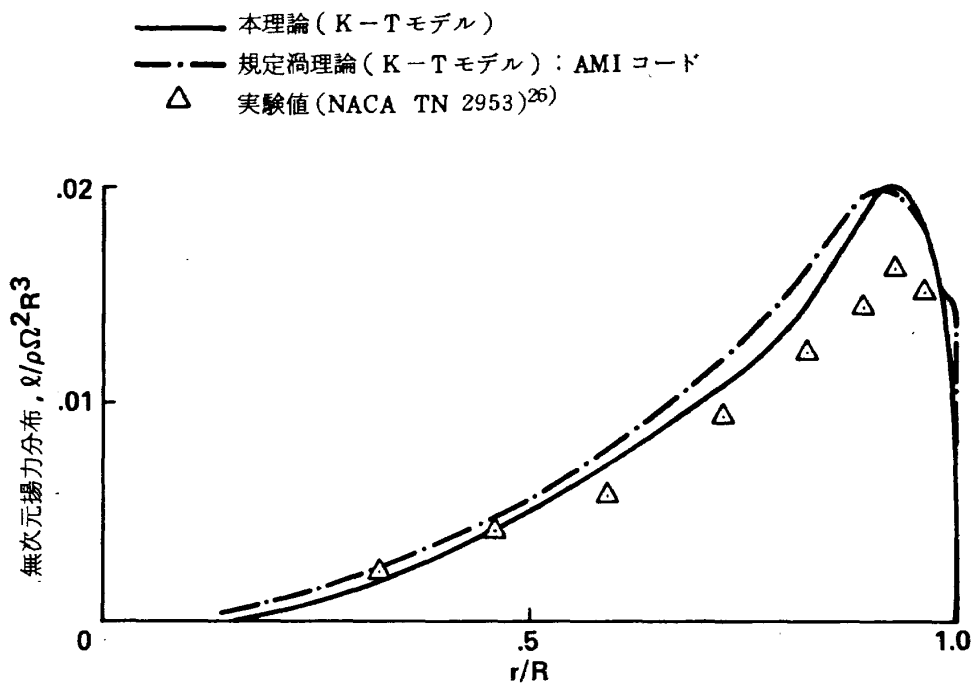


図 34 半径方向揚力分布：コレクティブピッチ入力法
 ($\mu=0, b=2, \theta_i=0.0^\circ, AR=10.0, \theta_{0.75}=8.0^\circ$)

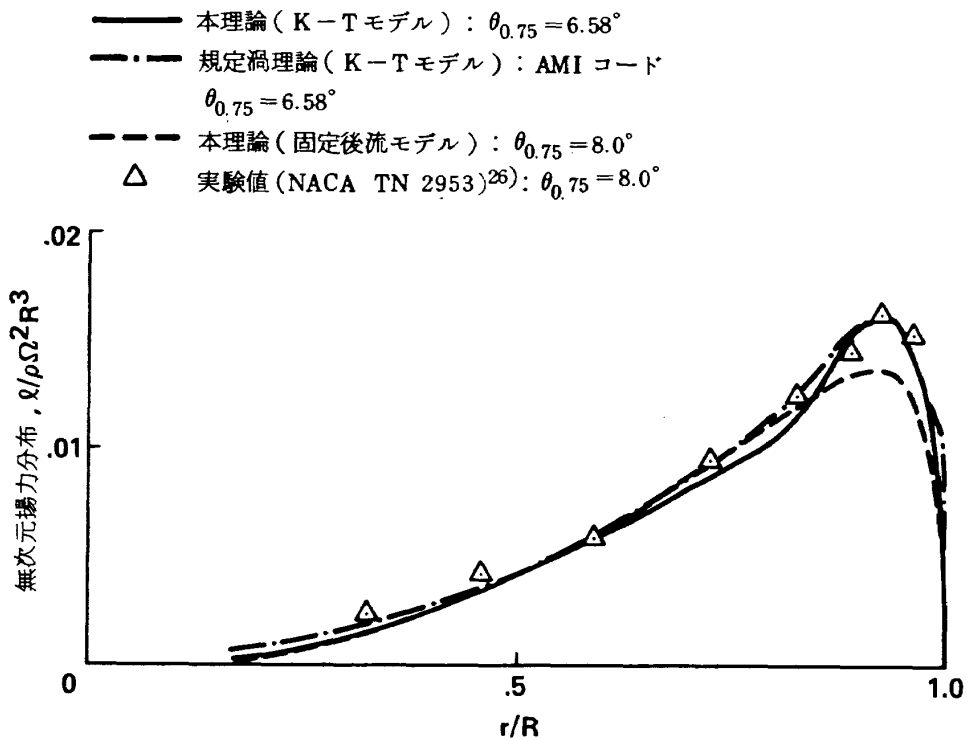


図 35 半径方向揚力分布：推力係数入力法
 ($\mu=0, b=2, \theta_i=0.0^\circ, AR=10.0$)

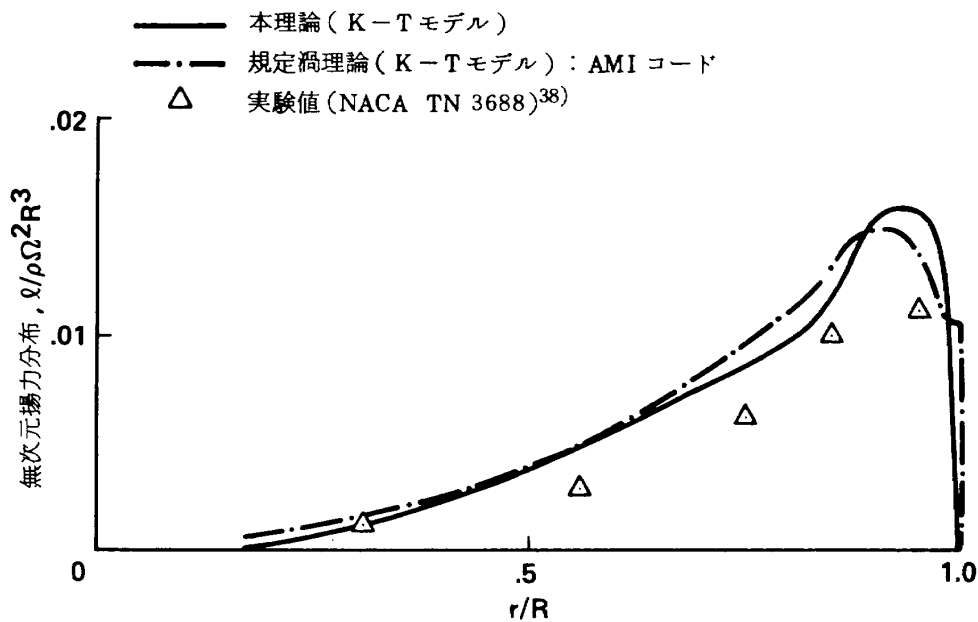


図 36 半径方向揚力分布：コレクティブピッチ入力法
 ($\mu=0, b=2, \theta_i=0.0^\circ, AR=6.54, \theta_{0.75}=5.3^\circ$)

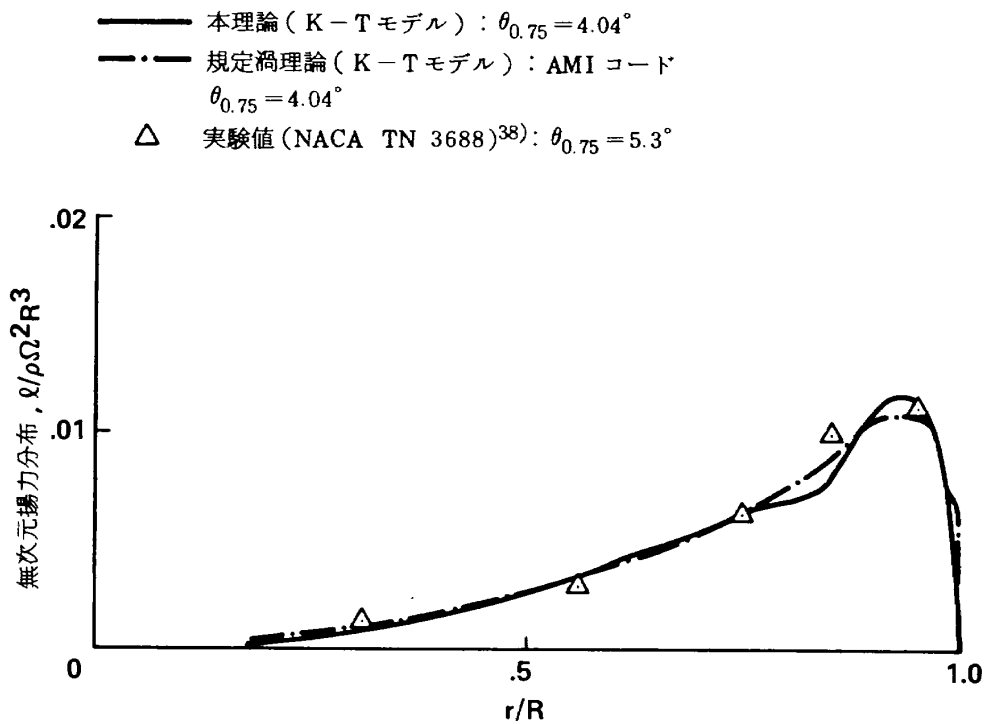


図 37 半径方向揚力分布：推力係数入力法
 ($\mu=0, b=2, \theta_i=0.0^\circ, AR=6.54$)

表 2 計算時間の比較

コード	例	図 29 の計算時間 (秒)	図 32 の計算時間 (秒)
本理論		0.34	0.44
AMI コード		23.18	43.03
UTRC コード		6.37	7.02~40.52

思われる。しかしながら、問題は何を規範としてこれ以上の拡張を行なうかという点にある。既にここまでの拡張で、本理論と AMI コードの差は十分に小さく、時とすると UTRC コードと AMI コードの差の方が大きい。これは本理論の精度が、現在の変形後流渦理論のプログラム間に存在する、数値計算法の差異によるばらつきの範囲内に収まっていることを、示している。一方、実験値はこれらの解析値を囲んでさらに大きくばらついている。従って、これ以上の本理論の改良は、さしあたり不必要と思われる。

表 2 は、図 29 と図 32 の結果を得るために、それぞれのプログラムに必要な計算時間を比較したものである。計算は、米国カリフォルニア州にある NASA のエイムス研究所の CDC7600 を用いて、同一条件下で行なった。図 32 の結果を求める時に、UTRC コードでばらつきが出たのは、同コードに含まれている繰り返し計算の収束速度の違いによるものである。表に示された様に、本理論は UTRC コードの 1/15 以下、さらに AMI コードの 1/60 以下で計算することができる。

ここでとりあげた 2 つの後流モデル、LG モデルと K-T モデルの差はそれほど大きくなく、実験値のばらつきの方が大きいため、どちらのモデルが優れているかを決定することはできなかつた。LG モデルと K-T モデルは、ブレードのアスペクト比の小さいところで特に異なってくるが、LG モデルはアスペクト比 13.6 以上の実験データから導びかれたものであるため、実験例 D、E は適用範囲を越えてしまう。また実験例 C では、K-T モデルとほとんど同一の結果を与えるので、これらの実験例については、LG モデルを用いた計算結果を省略した。

実験値は、前述した様に、理論値のまわりでかなりばらついている。そのうち、実験例 A では渦理論を

用いて、渦位置をさまざまに仮定し、揚力分布と理論値の差が、既存の後流モデルを越える後流の変形から、説明されている⁴¹⁾。しかしながら、このような可能性を確認するためには、正確な渦の位置とブレードの揚力分布を同時に測定してやる必要がある。現在提案されている後流モデルの信頼性を確認するためにも、この渦位置と揚力分布の同時測定が、今後ますます重要となろう。また実験例 B、C では実機試験中の風の影響が無視しえないであろう。回転翼では、先行ブレードの翼端渦が風で流されることにより、非常に大きい揚力分布の違いが生ずる可能性がある。さらに実験例 D、E は前三者と非常に異なった傾向を示し、コレクティブピッチ入力法ではむしろ固定後流がよい結果を与える。これらの実験例が極めて古いものであるため、検出器等の信頼性の問題もあろうが、推力係数入力法を用いると、本理論でも AMI コードでも、変形後流モデルが固定後流モデルより良い結果を与えることから、ブレードの弾性変形、特に捩り変形に起因するものと思われる。いずれにせよ実験例 D、E を現在利用できる解析法で計算すると、他の実験とは異なった傾向を示すことに注意が必要である。

ま と め

局所運動量理論の基礎と、その変形後流モデルへの拡張を取り扱った本報告をまとめると、次の様になる。

第 1 章では基礎理論を詳細に説明し、本理論を用いて実際にプログラムが造れる様に配慮した。第 2 章ではこの基礎理論を用いた計算例を示した。これらから、局所運動量理論の特色を次の様にいうことができる。

(1) 固定後流モデルは固定螺旋形渦系による渦理論と同程度の精度であり、計算時間は 1/10~1/100 である。

(2) ブレードと渦までの距離の変動を簡単に取り入れることができる。

(3) 繰り返し計算が含まれていないため、発散の危険性が生じない。

(4) 曲げ捩りフラッタ等の極めて早い現象、すなわち吐き出し渦 (Shed Vortex) が主に支配する現象を除けば、通常の回転翼の解析のほとんど全てに

適用できる。またこの極めて早い現象にも理論を拡張できる。

(5) 渦理論に比べると、複雑な解析手順を必要とし、プログラムも複雑になりがちである。

この様な局所運動量理論を、第3章ではホバリング飛行中の後流の変形を含む様に拡張した。この変形後流モデルを渦理論および実験値と比較した結果、次の事がいえる。

(1) 拡張された局所運動量理論は、規定渦理論 (Prescribed Wake Vortex Theory) と同程度の精度を有し、計算時間は1/15～1/60である。従って、多数のケースを計算する場合に特に有効である。

(2) 本理論および規定渦理論は、推力係数入力法で計算を行なうと、実験値とますますの一致を示す。コレクティブピッチ入力法では、最近の実験値とはよく一致するが、2実験例では固定後流モデルに劣ることがあった。

以上のことから、この拡張により局所運動量理論は、渦理論に対する計算時間の優位をそこなうことなく、全体として大幅に計算精度を向上させたといえる。

本理論を変形モデルに拡張する研究は、大部分、米国カリフォルニア州にあるNASAのエイムス研究所に、National Research Council Research Associateとして滞在中になされたものである。また局所運動量理論の作製およびその拡張に際して、東京大学境界領域研究施設の東昭教授より終始御指導御鞭撻をいただいたことを付記し、厚く感謝致します。

参 考 文 献

- 1) Azuma, A. and Kawachi, K.; "Local Momentum Theory and Its Application to the Rotary Wing," *Journal of Aircraft*, Vol. 16, No. 1, January 1979, pp. 6-14.
- 2) Azuma, A. and Kawachi, K.; "Local Momentum Theory and Its Application to the Rotary Wing," *AIAA Paper 75-865*, AIAA 8th Fluid and Plasma Dynamics Conference, Hartford, CT, June 16-18, 1975.
- 3) Stepniewski, W. Z.; "Rotary-Wing Aerodynamics Volume I—Basic Theories of Rotor Aerodynamics (With Application to Helicopters)," *NASA Contractor Report 3082*, 1979, pp. 219-230.
- 4) Glauert, H.; "A General Theory of the Autogyro," *British Aeronautical Research Council, R&M 1111*, 1926.
- 5) Klemin, A.; "Principles of Rotary-Wing Aircraft," *AERO Digest*, May 1 and June 1, 1945.
- 6) Shupe, N. K.; "A Study of the Dynamic Motions of Hingeless Rotored Helicopters," *United States Army Electronics Command ECOM-3323 (AD 713402)*, 1970.
- 7) Azuma, A. and Nakamura, Y.; "Pitch Damping of Helicopter Rotor with Nonuniform Inflow," *Journal of Aircraft*, Vol. 11, No. 10, Oct. 1974, pp. 639-646.
- 8) Ormiston, R. A. and Peters, D. A.; "Hingeless Helicopter Rotor Response with Nonuniform Inflow and Elastic Blade Bending," *Journal of Aircraft*, Vol. 9, No. 10, Oct. 1972, pp. 730-736.
- 9) Rebont, J., Valensi, J. and Soulez-Larivière; "Response of a Helicopter Rotor to an Increase in Collective Pitch for the Case of Vertical Flight," *NASA TTF-55*, 1961.
- 10) Carpenter, P. J. and Fridovich, B.; "Effect of a Rapid Blade—Pitch Increase on the Thrust and Induced-Velocity Response of a Full-Scale Helicopter Rotor," *NACA TN 3044*, 1953.
- 11) Crews, S. T., Hohenemser, K. H. and Ormiston, R. A.; "An Unsteady Wake Model for a Hingeless Rotor," *Journal of Aircraft*, Vol. 10, No. 12, December 1973, pp. 758-760.
- 12) Peters, D. A.; "Hingeless Rotor Frequency Response with Unsteady Inflow," *NASA SP-352*, pp. 1-12.
- 13) Ormiston, R. A.; "Application of Simplified Inflow Models to Rotorcraft Dynamic Analysis," *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 21, No. 3, July 1976, pp. 34-37.

- 14) Banerjee, D., Crews, S. T., Hohenemser, K. H. and Yin, S. K.; "Identification of State Variables and Dynamic Inflow from Rotor Model Dynamic Tests," *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 22, No. 2, April 1977, pp. 28-36.
- 15) Banerjee, D., Crews, S. T. and Hohenemser, K. H.; "Parameter Identification Applied to Analytic Hingeless Rotor Modeling," *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 24, No. 1, January 1979, pp. 26-32.
- 16) Landgrebe, A. J.; "The Wake Geometry of a Hovering Helicopter Rotor and Its Influence on Rotor Performance," *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 17, No. 4, Oct. 1972, pp. 3-15.
- 17) Kocurek, J. D. and Tangler, J. L.; "A Prescribed Wake Lifting Surface Hover Performance Analysis," *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 22, No. 1, January 1977, pp. 24-35.
- 18) Landgrebe, A. J.; "An Analytical and Experimental Investigation of Helicopter Rotor Hover Performance and Wake Geometry Characteristics," USAAMRDL TR 71-24, Eustis Directorate, U.S. Army Air Mobility Research and Development Laboratory, Ft. Eustis, Virginia, June 1971.
- 19) Prandtl, L. and Tietjens, O. G.; "Fundamentals of Hydro- and Aero-mechanics," McGraw-Hill, New York, 1934.
- 20) Multhopp, H.; "Die Berechnung der Auftriebsverteilung vor Tragflugeln," *Luftfahrt Forschung*, Bd. 15, 1938, pp. 153-169; transl. as *Aeronautical Research Council Rept. 8516*.
- 21) Azuma, A. and Saito, S.; "Study of Rotor Gust Response by Means of the Local Momentum Theory," Paper No. 27, Fifth European Rotorcraft and Powered Lift Aircraft Forum, September 4-7, 1979.
- 22) Summa, J. M. and Clark, D. R.; "A Lifting-Surface Method for Hover/Climb Airloads," Preprint No. 79-3, American Helicopter Society 35th Annual National Forum Proceedings, May 21-23, 1979.
- 23) Castles, W., Jr. and De Leeuw, J. H.; "The Normal Component of the Induced Velocities in the Vicinity of a Lifting Rotor and Some Examples of Its Application," NACA Rept. 1184, 1954, (supersedes NACA TN 2912).
- 24) 河内啓二; "低速前進中のヘリコプター・ロータのフラッピング運動," *日本航空宇宙学会飛行機シンポジウム講演集*, 1976, pp. 134-137.
- 25) 市川輝雄; "回転翼の線型理論(Ⅲ), 揚力線の方程式の解法," *航技研報告 TR-100*, 1966.
- 26) Meyer, J. R., Jr. and Falabella, G., Jr.; "An Investigation of the Experimental Aerodynamic Loading on a Model Helicopter Rotor Blade," NACA TN 2953, 1953.
- 27) Sheiman, J. and Ludi, L. H.; "Qualitative Evaluation of Effect of Helicopter Rotor-Blade Tip Vortex on Blade Airloads," NASA TN D-1637, 1963.
- 28) Johnson, W. and Scully, M. P.; "Aerodynamic Problems in the Calculation of Helicopter Airloads," *Symposium on Status of Testing and Model Techniques for V/STOL Aircraft*, American Helicopter Society, Oct. 1972.
- 29) Segel, L.; "A Method for Predicting Non-periodic Air Loads on a Rotary Wing," *Journal of Aircraft*, Vol. 3, Nov.-Dec. 1966, pp. 541-548.
- 30) Hohenemser, K. H. and Yin, S. K.; "Some Application of the Method of Multiblade Coordinate," *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 17, No. 3, July 1972, pp. 3-12.
- 31) Azuma, A., Saito, S., Kawachi, K. and Karasudani, T.; "Application of the Local Momentum Theory to the Aerodynamic Characteristics of Multi-Rotor Systems," *Vertica*, Vol. 3, No. 2, pp. 131-144.
- 32) Azuma, A.; "Dynamic Analysis of the Rigid

- Rotor System," *Journal of Aircraft*, Vol. 4, No. 3, May-June 1967, pp. 203-209.
- 33) Ballard, J. D., Orloff, K. L. and Luebs, A. B.; "Effect of Tip Shape on Blade Loading Characteristics for a Two-Bladed Rotor in Hover," Preprint No. 79-1, American Helicopter Society 35th Annual National Forum Proceedings, May 21-23, 1979.
- 34) Ballard, J. D., Orloff, K. L. and Luebs, A. B.; "Effect of Tip Planform on Blade Loading Characteristics for a Two-Bladed Rotor in Hover," NASA TM 78615, November 1979.
- 35) Kocurek, J. D., Berkowitz, L. F. and Harris, F. D.; "Hover Performance Methodology at Bell Helicopter Textron," Preprint No. 80-3, American Helicopter Society 36th Annual National Forum Proceedings, May 13-15, 1980.
- 36) Scheiman, J.; "A Tabulation of Helicopter Rotor-Blade Difference Pressures, Stresses, and Motions as Measured in Flight," NASA TM X-952, 1964.
- 37) Bell Helicopter Co.; "Measurement of Dynamic Air Loads on a Full-Scale Semirigid Rotor," TCREC-TR-62-42, Dec. 1962.
- 38) Rabbott, J. P., Jr.; "Static-Thrust Measurements of the Aerodynamic Loading on a Helicopter Rotor Blade," NACA TN 3688, July 1956.
- 39) Lizak, A. A.; "Two-Dimensional Wind Tunnel Tests on an H-34 Main Rotor Airfoil Section," TRECOM TR-60-53, U.S. Army Transportation Res. Command, Fort Eustis, VA, 1960.
- 40) Abbott, I. H. and Doenhoff, A. E.; "Theory of Wing Section," Dover, New York, 1958.
- 41) Johnson, W. R.; "Comparison of Calculated and Measured Model Rotor Loading and Wake Geometry," NASA TM 81189, April 1980.
- 42) 河内啓二; "動的荷重の計算法とその結果の考察," 日本航空宇宙学会誌, 第 27 巻 309 号, 1979, pp. 510-516.
- 43) Castles, W., Jr. and Durham, H. L., Jr.; "Distribution of Normal Component of Induced Velocity in Lateral Plane of a Lifting Rotor," NACA TN 3841, 1956.
- 44) Castles, W., Jr., Durham, H. L., Jr. and Kevorkian, J.; "Normal Component of Induced Velocity for Entire Field of a Uniformly Loaded Lifting Rotor with Highly Swept Wake as Determined by Electromagnetic Analog," NASA TR R-41, 1959, (supersedes NACA TN 4238, 1958).
- 45) Heyson, H. H. and Katzoff, S.; "Induced Velocities Near a Lifting Rotor with Non-uniform Disk Loading," NACA Rep. No. 1319, 1957, (supersedes NACA TN 3690 and 3691, 1956).
- 46) Heyson, H. H.; "A Note on the Mean Value of Induced Velocity for a Helicopter Rotor," NASA TN D-240, 1960.
- 47) Heyson, H. H.; "Equations for the Induced Velocities Near a Lifting Rotor with Non-uniform Azimuthwise Vorticity Distribution," NASA TN D-394, 1960.
- 48) Miller, N., Tang, J. C. and Perlmutter, A. A.; "Theoretical and Experimental Investigation of the Instantaneous Induced Velocity Field in the Wake of a Lifting Rotor," USAAVLABS Tech. Rep. 67-68, 1968 or Dynasciences Report No. DCR-227, AD667384.
- 49) Davenport, F. J.; "A Method for Computation of the Induced Velocity Field of a Rotor in Forward Flight Suitable for Application to Tandem Rotor Configurations," *Journal of American Helicopter Society*, Vol. 9, No. 3, 1964.
- 50) Crimi, P.; "Theoretical Prediction of the Flow in the Wake of a Helicopter Rotor, Part 1, Development of Theory and Results of Computation," Cornell Aeronautical Laboratory, CAL Rep. BB-1994-S-1, 1965.
- 51) Crimi, P.; "Prediction of Rotor Wake Flows. Aerodynamic Problems Associated with V/STOL Aircraft, Vol. I, Propeller

- and Rotor Aerodynamics,” USAAVLABS Symposium Proceedings, Buffalo, New York, June 1966, AD657562.
- 52) Sadler, S. G.; “A Method for Predicting Helicopter Wake Geometry, Wake Induced Flow and Wake Effects on Blade Airloads,” The Proceedings 27th National Forum of American Helicopter Society, 1971.
- 53) Sadler, S. G.; “Development and Application of a Method for Predicting Rotor Free Wake Positions and Resulting Rotor Blade Airloads; Vol. I—Model and Results,” NASA CR-1911, 1971.
- 54) Sadler, S. G.; “Development and Application of a Method for Predicting Rotor Free Wake Positions and Resulting Rotor Blade Airloads; Vol. II—Program Listings,” NASA CR-1912, 1971.
- 55) Clark, D. R. and Leiper, A. C.; “The Free Wake Analysis — A Method for the Prediction of Helicopter Rotor Hovering Performance,” Journal of the American Helicopter Society, Vol. 15, No. 1, 1970.
- 56) Clark, D. R. and Landgrebe, A. J.; “Wake and Boundary Effects in Helicopter Rotor Aerodynamics,” AIAA paper No. 71-581, 1971.
- 57) Trenka, A. R.; “Prediction of the Performance and Stress Characteristics of VTOL Propellers. Aerodynamic Problems Associated with V/STOL Aircraft, Vol. I, Propeller and Rotor Aerodynamics,” USAAVLABS Symposium Proceedings, Buffalo, New York, June 1966, AD657562.
- 58) Scully, M. P.; “Computation of Helicopter Rotor Wake Geometry and Its Influence on Rotor Harmonic Airloads,” Massachusetts Institute of Technology, ASRL TR 178-1, March 1975.
- 59) Johnson, W.; “A Comprehensive Analytical Model of Rotorcraft Aerodynamics and Dynamics, Part I Analysis Development,” NASA TM 81182, 1980.
- 60) 河内啓二；“局所運動量理論とその回転翼への応用”，東京大学工学部学位論文，1975。
- 61) 東 昭；“局所運動量理論による変動空気の計算法”，日本航空宇宙学会誌，第27巻309号，1979，pp. 504-510。
- 62) 佐藤真知子；“生物の飛行に見られる翼運動の解析”，東京大学工学部学位論文，1980。

付録 A-1 固定翼の誘導速度を 求める漸化式

固定翼の翼幅方向の誘導速度分布を求める漸化式を、(28)式より導く手順の一例を以下に示す。

説明を簡単にするために次の仮定をおく。

- ① 翼幅方向に翼弦長，幾何学的迎角，二次元揚力傾斜は一定である。
- ② 架空の楕円翼は，図 2 に示された片寄せ配置をしている。
- ③ 隣り合った楕円翼の翼幅の差は，常に一定である。すなわち， $\Delta\eta = \eta_{j+1} - \eta_j$ は一定である。

まず，1 番目の楕円翼について考え， $j = 1$ を (28) 式に代入すると次の様になる。

$$\begin{aligned} l_1 &= \int_{-1}^{-\eta_2} \frac{1}{2} \rho V^2 c a (\theta - \Delta v_1 / V) \frac{d\eta}{(1 - \eta_2)} \\ &= 2 \bar{m}_1 \Delta v_1 \end{aligned} \quad (\text{A. 1-1})$$

さらに (28) 式を用いると \bar{m}_1 は次の様になる。

$$\bar{m}_1 = \int_{-1}^{-\eta_2} \rho b_1 V \sqrt{1 - \eta^2} \frac{d\eta}{(1 - \eta_2)} \quad (\text{A. 1-2})$$

(A. 1-2) 式を (A. 1-1) 式に代入し，積分を実行すると次式を得る。

$$\Delta v_1 = V \theta / \left\{ 1 + \frac{4b \cdot g(1, \eta_2)}{ac \Delta\eta} \right\} \quad (\text{A. 1-3})$$

ただし

$$\Delta\eta = 1 - \eta_2 \quad (\text{A. 1-4})$$

である。また， $g(x, y)$ は積分項より発生したもので，一般には次の形をしている。

$$\begin{aligned} g(x, y) &= \frac{1}{2} (x \sqrt{1 - x^2} + \sin^{-1} x \\ &\quad - y \sqrt{1 - y^2} - \sin^{-1} y) \end{aligned} \quad (\text{A. 1-5})$$

従って，(A. 1-3) 式中の $g(1, \eta_2)$ は次の様になる。

$$g(1, \eta_2) = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \eta_2 \sqrt{1 - \eta_2^2} - \sin^{-1} \eta_2 \right) \quad (\text{A. 1-6})$$

全く同様にして，2 番目以後の楕円翼について考え，

$j \geq 2$ をそれぞれ (28) と (28) 式に代入し計算すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \Delta v_j &= \left\{ \theta V - \sum_{i=1}^{j-1} \Delta v_i \right. \\ &\quad \left. - \frac{4}{ac \Delta\eta} \sum_{i=1}^{j-1} b_i \Delta v_i \cdot G(\eta_j, \eta_{j+1}, b_i) \right\} \\ &\quad / \left\{ 1 + \frac{4b_j}{ac \Delta\eta} G(\eta_j, \eta_{j+1}, b_j) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A. 1-7})$$

$$G(\eta_j, \eta_{j+1}, b_i)$$

$$= \int_{-\eta_j}^{-\eta_{j+1}} \sqrt{1 - \left(\frac{b}{b_i} \right)^2 (\eta - \eta_{0i})^2} d\eta \quad (\text{A. 1-8})$$

(A. 1-8) 式の積分を実行し，(A. 1-5) 式を用いて表わすと次の様になる。

$$G(\eta_j, \eta_{j+1}, b_i) = \left(\frac{b_i}{b} \right) g(\zeta_j, \zeta_{j+1}) \quad (\text{A. 1-9})$$

ただし

$$\zeta_j = \left(\frac{b}{b_i} \right) (\eta_j + \eta_{0i}) \quad (\text{A. 1-10})$$

$$\zeta_{j+1} = \left(\frac{b}{b_i} \right) (\eta_{j+1} + \eta_{0i}) \quad (\text{A. 1-11})$$

である。また，片寄せ配置の仮定により，

$$\eta_{0i} = (i - 1) \cdot \Delta\eta / 2 \quad (\text{A. 1-12})$$

となる。

以上をまとめると，1 番目の値 Δv_1 は，(A. 1-3)，(A. 1-4)，(A. 1-6) 式より求められる。残りの値 Δv_j ($j \geq 2$) は，(A. 1-4)，(A. 1-5)，(A. 1-7) ~ (A. 1-12) 式より求められる。 Δv_j ($j = 1 \sim n$) が求まった後，固定翼の誘導速度分布と揚力分布は，それぞれ (28) 式と (27) 式より計算される。

付録A-2 剪断流中の楕円翼

図5¹⁾に示された剪断流中で運動する楕円翼において、運動量の釣り合いを検討する。ここでは、楕円翼とは、1.2節の脚註で定義されるものとする。すなわち、翼幅方向に楕円分布の循環を持つ翼のことである。楕円翼の対気速度は翼幅方向に線形で、(29)式で与えられる。楕円翼の随伴渦(Trailing Vortex)は無遠方まで直線で、水平面内にあり、かつ束縛渦と直角をなす。翼幅方向の循環は C_Γ を定数とすると次の様に書くことができる(35)式参照)。

$$\begin{aligned} \Gamma(x) &= C_\Gamma \sqrt{1-\xi^2} \\ &= C_\Gamma \sqrt{1-\{(2x-1-x_i)/(1-x_i)\}^2} \end{aligned} \quad (\text{A. 2-1})$$

図5に示された様に、楕円翼は片寄せ配置をしているので、 i 番目の楕円翼内の誘導速度はビオサバの公式より、次の様に表わすことができる。

$$\Delta v_i = \frac{1}{4\pi R} \int_{x_i}^1 \frac{d\Gamma(x')}{x-x'} \quad (\text{A. 2-2})$$

(A. 2-1)式を(A. 2-2)式に代入し、積分を実行すると次の様になる。

$$\Delta v_i = C_\Gamma / \{2R(1-x_i)\} \quad (\text{A. 2-3})$$

上式より C_Γ を求め、(A. 2-1)式に代入すると、次の様になる。

$$\begin{aligned} \Gamma(x) &= 2R(1-x_i) \Delta v_i \sqrt{1-\xi^2} \\ &= 2R(1-x_i) \Delta v_i \\ &\quad \times \sqrt{1-\{(2x-1-x_i)/(1-x_i)\}^2} \end{aligned} \quad (\text{A. 2-4})$$

一方、 i 番目の楕円翼の揚力分布($l_i(x)_{elp}$)は、次の様に書ける。

$$(l_i(x))_{elp} = \rho U \Gamma \quad (\text{A. 2-5})$$

(29)式と(A. 2-4)式を(A. 2-5)式へ代入すると、(A. 2-5)式は次の様になる。

$$\begin{aligned} (l_i(x))_{elp} &= (2\rho V_{i,c} R(1-x_i) \Delta v_i) \\ &\quad \times (U/V_{i,c}) \times \sqrt{1-\xi^2} \end{aligned} \quad (\text{A. 2-6})$$

i 番目の楕円翼の総揚力 L_i は、揚力分布を半径方向

に積分して、

$$L_i = \int_{x_i}^1 \rho U(x) \Gamma(x) R dx \quad (\text{A. 2-7})$$

と書けるから、(29)と(A. 2-4)式を上式に代入して、次式を得る。

$$L_i = 2m_i \Delta v_i \quad (\text{A. 2-8})$$

$$m_i = \rho \pi \{R(1-x_i)/2\}^2 V_{i,c} \quad (\text{A. 2-9})$$

$$V_{i,c} = V \sin \psi + \Omega R(1+x_i)/2 \quad (\text{A. 2-10})$$

上式は、一様流中で運動する楕円翼の運動量の釣り合い式の対気速度を、この剪断流中の楕円翼の翼幅中央点における対気速度で、置き換えたものに等しい(1), (2)式参照)。

付録A-3 回転翼の誘導速度を求める漸化式

回転翼の翼幅方向の誘導速度分布を求める漸化式を、(37), (39)~(47)式より導く手順の一例を以下に示す。

説明を簡単にするために次の仮定をおく。

- ① 翼幅方向に翼弦長、ブレードピッチ角、二次元揚力傾斜は一定である。
- ② 本文中で仮定した様に、架空の楕円翼は、図5に示された片寄せ配置をしている。
- ③ 隣り合った楕円翼の翼幅の差は、常に一定である。すなわち、 $\Delta x = x_{i'+1} - x_i'$ は一定である。

(35)式を用いて(47)式中の x を ξ で置き換えると、(47)式は次の様になる。

$$\begin{aligned} \bar{m}_i &= \frac{\rho R}{2 \Delta x} (1-x_i)^2 \int_{\xi_{i,i'}}^{\xi_{i,i'+1}} (C_i \xi + V_{i,c}) \\ &\quad \times \sqrt{1-\xi^2} d\xi \end{aligned} \quad (\text{A. 3-1})$$

ただし、

$$C_i = \frac{\Omega R}{2} (1-x_i) \quad (\text{A. 3-2})$$

$$\xi_{i,i'+1} = \{2x_{i'+1} - (1+x_i)\} / (1-x_i)$$

$$\xi_{i,i'} = \{2x_i' - (1+x_i)\} / (1-x_i) \quad (\text{A. 3-3})$$

$$\xi_{i,i'} = \{2x_i' - (1+x_i)\} / (1-x_i) \quad (\text{A. 3-4})$$

$$\Delta x = x_{i'+1} - x_i' \quad (\text{A. 3-5})$$

であり、 $V_{i,c}$ は(33)式で与えられる。(A.3-1)式の積分を実行すると \bar{m}_i は次の様になる。

$$\bar{m}_i = \frac{\rho R}{24x} (1-x_i)^2 H(\xi_{i,i'+1}, \xi_{i,i'}) \quad (\text{A.3-6})$$

$H(x, y)$ は積分より発生したもので、(A.1-5)式の $g(x, y)$ を用いると、一般に次の様に書ける。

$$H(x, y) = -\frac{C_i}{3} \{ (1-x)^{3/2} - (1-y)^{3/2} \} + V_{i,c} \cdot g(x, y) \quad (\text{A.3-7})$$

(39)式中の \bar{m}_i を(A.3-6)で置き換え、1番目の楕円翼を考えると、 $i'=1$ を(39)式に代入する。さらに、(37)、(45)、(A.3-5)式を用いると、 Δv_1 は次の様に求まる。

$$\Delta v_1 = (\theta U_1 - V_N - v_{lm}^j) / \left\{ 1 + \frac{2R(1-x_1)^2}{ac \Delta x U_1} H(\xi_{1,2}, \xi_{1,1}) \right\} \quad (\text{A.3-8})$$

$U_1, V_N, H(x, y), \xi_{1,2}, \xi_{1,1}$ は、それぞれ(40)、(46)、(A.3-7)、(A.3-3)、(A.3-4)式より得ら

れる。

全く同様にして、 $i' \geq 2$ を行なうと次の様になる。

$$\Delta v_{i'} = \left[\theta U_{i'} - V_N - v_{lm}^j - \sum_{i=1}^{i'-1} \left\{ 1 + \frac{2R(1-x_i)^2}{ac \Delta x U_{i'}} \right. \right. \\ \left. \left. \times H(\xi_{i,i'+1}, \xi_{i,i'}) \right\} \Delta v_i \right] / \left\{ 1 + \frac{2R(1-x_{i'})^2}{ac \Delta x U_{i'}} H(\xi_{i',i'+1}, \xi_{i',i'}) \right\} \quad (\text{A.3-9})$$

$U_{i'}, V_N, H(x, y), \xi_{i,i'+1}, \xi_{i,i'}$ は、それぞれ(40)、(46)、(A.3-7)、(A.3-3)、(A.3-4)式より得られる。

以上をまとめると、 v_{lm}^j がわかれば、1番目の値 Δv_1 は、(A.3-8)式より求められる。残りの値 $\Delta v_{i'} (i' \geq 2)$ は(A.3-9)式より求められる。 $\Delta v_{i'} (i' = 1 \sim n)$ が求められた後、ブレード翼幅方向の誘導速度分布と揚力分布は、それぞれ(37)式と(38)式より得られる。ブレード先端の吹きあげは、(52)式より求められる。

航空宇宙技術研究所報告 657号

昭和56年2月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182
印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川2-27-12
