

ISSN 0389-4010
UDC 533.6.011.3:
533.692

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-672

完全ポテンシャル流の遷音速翼型設計

I. 数値解法とその適用計算例

石黒登美子・神谷信彦・河合伸坦

1981年5月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

目 次

1. 緒 論	1
1.1 計算機による翼型設計の現況	1
1.2 本論文の目的	3
2. 二次元遷音速翼に関する逆問題及びその解法手順	4
2.1 逆 問 題	4
2.2 解法手順の概略	4
2.3 解法手順の詳細説明	5
A. 入 力	5
B. 仮排除面形の調整	6
C. 仮排除面形 $Y(X)$ の空間 x, y 内部への固定	6
D. 仮排除面形まわりの流れ解析	6
E. 計算終了の判定	7
F. 仮排除面位置における外部法線方向の流速成分の計算	7
G. 仮排除面形の修正	7
H. 境界層の計算	8
3. 完全ポテンシャル方程式の境界値問題の解法	11
3.1 直接ルーチン	11
3.2 逆ルーチン	12
3.2.1 計算空間と一様格子網	13
3.2.2 変数変換による問題の書き換え	14
3.2.3 解法概略	14
3.2.4 初期値の作成	15
3.2.5 サイクル計算	15
3.2.6 サイクル計算の反復終了条件	15
3.2.7 SLOR スイープ	16
3.2.8 Poisson スイープ	20
4. Tranen 法に付加した主な改良点	21
5. 数値計算	22
5.1 一つの翼型の設計過程	22
5.2 ホドグラフ法による圧力分布を目標とした数値計算例	23
5.3 実験結果の圧力分布を目標とした数値計算例	23
5.4 衝撃波あり翼型を衝撃波なし翼型に設計変更する数値計算例	24
5.5 相異なる M_∞ の下に相等しい P/P_0 の C_p 分布をもつ三つの翼型の設計	24
5.6 平坦な圧力分布をもつ翼型の設計	24
5.7 強い衝撃波あり翼型の設計	24
5.8 所要計算時間	25
5.9 計算のまとめ	25
6. む す び	26
参考文献	26

完全ポテンシャル流の遷音速翼型設計*

I. 数値解法とその適用計算例

石 黒 登美子** 神 谷 信 彦*** 河 合 伸 坦***

Transonic Airfoil Design of Full Potential Flow

I. Numerical Procedure and Its Computational Examples

Tomiko ISHIGURO, Nobuhiko KAMIYA,
and Nobuhiro KAWAI

ABSTRACT

A computational inverse procedure for transonic airfoils, in which geometries are determined from prescribed target pressure distributions, is presented. This is an iterative direct-inverse approach. The following two calculations are iterated until a target pressure distribution coincides with a direct solution on a temporary surface. One is the direct solution, which is calculated using the successive line over-relaxation method which solves the full inviscid compressible potential flow equation in the Neumann problem. The other is a modification of the temporary airfoil geometry, which is determined from the conservation law of mass flux using the normal velocity at the contour, which is obtained by solving the equation in the Dirichlet problem where the target pressure distribution is specified at the temporary contour. Furthermore, a boundary layer calculation is made and a displacement thickness is subtracted to yield an actual airfoil geometry. Several examples illustrating this method are presented for flows with and without shock waves.

1. 緒 論

1.1 計算機による翼型設計の現況

翼型の最適設計は輸送効率の改善のために行なう必要があり、空気力学に基づいた設計原理や思想に設計手法を適用して行われて来た¹⁾。従来利用されてきたルーフトップ翼の原理では抵抗発散の原因となる衝撃波を作らないために最大局所マッハ数を1に

おさえて揚力係数をなるべく大きくとっていた。これに対し、1960年のPearceyによりなされた“局所超音速領域はあっても衝撃波がほとんどなければよい”という提唱がきっかけになり衝撃波なし遷音速翼が作られるようになった。又、1965年にはWhitcombは抵抗係数の急増あるいは剝離に影響を及ぼさない程度なら衝撃波はあってもよいという考えの下にスーパクリティカル翼を開発し衝撃波あり翼時代の幕を開いた。このような設計原理の変遷と風洞や計算機の能力向上に伴って設計手法も変わってきている。設計手法としては実験の繰り返しによる経

* 昭和56年3月17日受付

** 計算センター

*** 空気力学第二部

験的な方法と計算機使用による理論的な方法とがあるが、以下ではこの論文と関係のある後者、特に二次元完全ポテンシャル方程式使用の方法に限定して、その現況に触れよう。

衝撃波なし翼型は主としてホドグラフ法によって設計されて来た。その代表的な Nieuwland²⁾, Garabedian-Korn³⁾, 高梨⁴⁾, 重見⁵⁾ の方法は、物理的な目標、例えば圧力分布形のような設計上、直接重要なパラメータを前もって指定できず、多くの数学的パラメータに対し試行錯誤によってその適当な値を決定し、結果として圧力分布と翼型を同時に与える。その後、計算法の改良が試みられ、目標の翼面圧力分布を指定するとそれに近いものをもつ衝撃波なし翼型を自動的に算出するプログラムが Bauer 他⁶⁾ によって発表された。一方このホドグラフ法と異なるが、与えられた翼型の一部を修正して衝撃波なしにする方法が Sobieczky 他⁷⁾, 中村⁸⁾ により提示された。そこでは、まず、超音速域の気体を仮想のものに置きかえて全域を速度ポテンシャル又は流れ関数に関する楕円型微分方程式にして解き、その後、超音速域のみを音速線から出発する特性曲線を用いて解き修正形状を求めるという手順を取る。又、Eggleston⁹⁾ は Pearcey によって工夫された波動解析ダイアグラムを超音速域で使って翼型修正を行ない、直接反復法によって衝撃波なし翼型を得た。

以上は衝撃波なし翼型のみを対象とした手法であるが、前述のように設計原理の示す方向は衝撃波あり翼型に移って来ているので、計算手法としては衝撃波の有無に関係なくどちらもこなせるものが必要となる。Carlson¹⁰⁾ は、頭部では形状を与えその残りの翼面部分では衝撃波を含んでもよい圧力分布を与えて、それらを満たす翼面形状と翼面圧力分布を得る“順逆混合問題”を解いた。初めに与えた頭部形状を含む初期翼面形状を仮定し、その位置で順逆混合境界条件を与え完全ポテンシャル方程式を緩和法によって解くが、その際数回の緩和スイープ毎にスイープで得た中間解を使って境界条件を置くべき翼面位置を更新する。収束した時点では翼面形状と翼面圧力分布が同時に得られる。Barger 他¹¹⁾, Davis¹²⁾ は翼面圧力分布を与えて翼面形状を求める“逆問題”を直接反復法を用いて解いた。まず、適

当な初期翼面形状を仮定しその順問題の圧力分布を既製の解析プログラム(例えば, Bauer 他^{3),6)}) を使って求め、次にその解と目標翼面圧力分布を用いて翼型修正を行ない、その修正翼型について順問題の圧力分布を求め、それが目標翼面圧力分布に近いかどうかをチェックし近ければその修正翼型を求める翼型にする。そうでなければ同じ操作を繰り返す。この翼型修正の基本となる方程式が各々異なっており、Barger 他は流線曲率と速度の関係方程式を、Davis は波状壁モデルを順問題から得た圧力分布と目標のものとの差に適用している。これらはかなり大まかな近似が入っているので修正量の精度が良くないため最終目標の圧力分布にどこまで近づけることができるかが問題である。一方、Tranen¹³⁾ はこの逆問題を順逆 (Neumann-Dirichlet) 交互反復法によって解いた。まず適当な初期仮翼型を与える。その仮翼型形状の曲面位置で目標の翼面圧力分布を与えて完全ポテンシャル方程式を解き (Dirichlet 問題)、その解と流量保存方程式を用いて仮翼型を修正する。次にその修正された翼型について順問題 (Neumann 問題) の圧力分布を求め、それが目標のものに近いかどうかチェックする。近ければその修正翼型を求める翼型にする。そうでなければ同じ操作を繰り返す。なお、Dirichlet 問題の境界条件の中に翼形状の後縁の閉結条件を含ませているので計算完了時には自動的にそれが保証される。前述の Barger, Davis, Carlson の方法ではこの処置が組込まれていないので後縁を閉結させるために試行錯誤によって入力データを調整しなければならない。

以上のような逆問題を解く手法を使って翼型を設計する場合にはどのような目標の圧力分布が望ましいかという空気力学的知見が設計者に要求される。又、その手法によって得られた設計翼型が構造的に受け入れられるものであるかどうか設計者は判断しなければならない。そこでこのような空気力学的知見を必要としない数値最適化法が Hicks 他^{14),15)} によって提示された。それは与えられた翼型をいくつかのパラメータで規定される曲線群によって小修正し、厚み比一定等の拘束条件の下に順解法で求めた抵抗係数を最小にするようにパラメータを最適化するもので、この方法は直接解法のコードと非線型計

画法のコードだけあればよい。最適化の過程に前述の圧力分布形状に関する設計原理が入る余地が殆どないという点で前述のものと大幅に異なり、最適解が自動的に出て来る点でこの方法は優れている。

しかし、この手法が必要とする初期翼型と曲線群の選択に空気力学とはまったく無関係な苦勞をするよりも例えば圧力分布を適当な設計原理に沿うようにいくつかのパラメータで表わし逆問題の手法を用いて翼型を設計して最適化するというように空気力学の知識を取り入れた方がより少ない労力でよい結果を得るであろうという設計者の意見¹⁾もあって数値最適化法がよいのか設計原理に基づいた逆解法がよいのか結論し難い。現状では両方の計算コードを用意しどちらを選ぶかは設計者の好みに任せるのがよい。

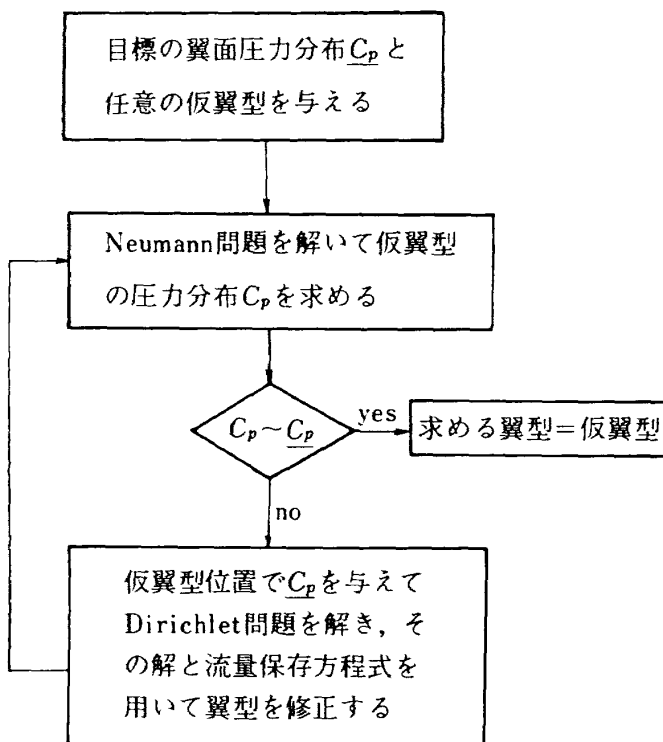
1.2 本論文の目的

前節で述べたように衝撃波の有無に関係なく逆問題を解き後縁の閉結処理を解法の中に折り込んでいるのはTranen法¹³⁾のみである。数値最適化法でない設計手法の中ではこれが一番優れていると考え、本論文ではこれを基本的概念とした、より改良され

た逆問題の数値解法を提示する。なお、改良点については、読者の理解を深めるために提示後第四章で一括説明する。

この数値解法は図Iに示されるような解法手順を踏む順逆 (Neumann-Dirichlet) 交互反復法である。さらにNash-Macdonaldの乱流境界層方程式¹⁶⁾に基づいた境界層排除厚の計算も選択により付け加えるようにしてある。選択した場合には図Iの“翼型”という言葉は“排除面形”という言葉で置き換わり、それから境界層の排除厚を差し引いたものが翼型となる。ここではNeumann問題、Dirichlet問題ともその基礎方程式は非粘性圧縮完全ポテンシャル方程式とし、その解法手順の大部分は最新の技術を取り入れたBauer他^{3),6)}に従う。つまり、基礎方程式は非保存型又は準保存型回転差分¹⁷⁾で近似して構成された線緩和法いわゆるSLOR法 (Successive Line Over-Relaxation Method) で解き、又、それにPoisson法*を織り込むことによってその収束に要する計算時間を約1/3に縮める。又、逆問題の解法手順の中で特に重要なのは図Iの仮排除面形の修正部分であり、修正量は目標の翼面圧力分布と流量保存方程式を基にして求めるが、その際、仮排除面位置における法線方向流速成分が必要となり、それを速度ポテンシャルの差分によって与える。そのため、後縁の閉結条件を含む境界条件の下で、直接問題と同じく、非粘性圧縮完全ポテンシャル方程式を解かなければならないが、その解き方等の作成は修正回数が増えるにつれ修正量を小さくするために、出来るだけ直接問題との整合性を考えて行なう。更に、一つの翼面圧力分布を与えて一つの翼型を出力するまでの総合的な計算の流れに関しては、計算途中の人的介入を避けて自動的に、なるべく短時間(約3分間)に目的を果せるように、例えば、初期値の作成や物理空間における仮排除面形の位置付け等において、新しい工夫を盛り込む。

次にこの提示された数値解法に従ってプログラムを作製し、それを使って実際に翼型設計の計算を試みる。



図I 順逆 (Neumann-Dirichlet) 交互反復法

[注] * ここでは Poisson 方程式を高速フーリエ変換 (FFT) を用いて解く方法を Poisson 法と呼ぶ。

2. 二次元遷音速翼に関する逆問題及びその解法手順

2.1 逆問題

本論文では次のような逆問題を取り扱かう(参照図II)。

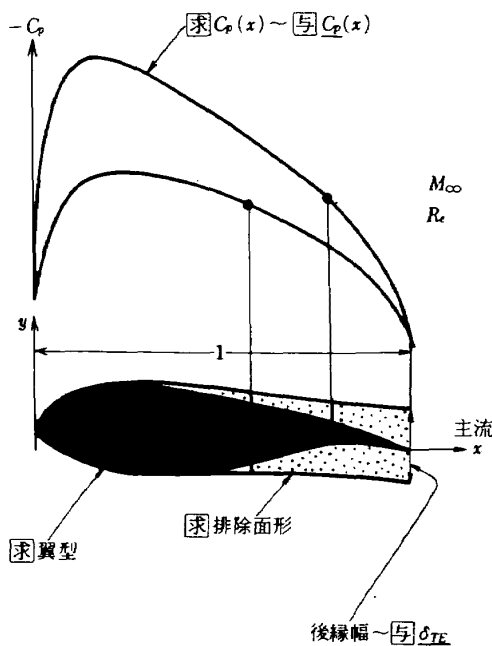
主流方向に x 軸を取り任意 x 断面における翼面と境界層の排除厚だけそれより外側にある排除面間の圧力は不変であるという境界層近似の仮定を置く。指定した主流マッハ数 M_∞ とレイノルズ数 R_e の下に目標の翼面圧力係数の分布 $C_p(x)$, $0 \leq x \leq 1$ と排除面の後縁幅 δ_{TE} を与える。この $C_p(x)$ になるべく近い解析数値解 $C_p(x)$ と δ_{TE} に近い後縁幅をもつ排除面形とその翼型を求める。

2.2 解法手順の概略

初めに任意の初期仮排除面形を用意し、次の二つの直接及び逆ステップを繰り返し、目標の C_p と直接ステップの解析数値解 C_p が良い一致を示した時点における仮排除面形を求める排除面形とする。それから境界層排除厚を差し引いて翼型を求める。

(1) 直接ステップ(流れ解析)

仮排除面形を物理空間 xy 内部に適当に固定しそのまわりで完全ポテンシャル微分方程式

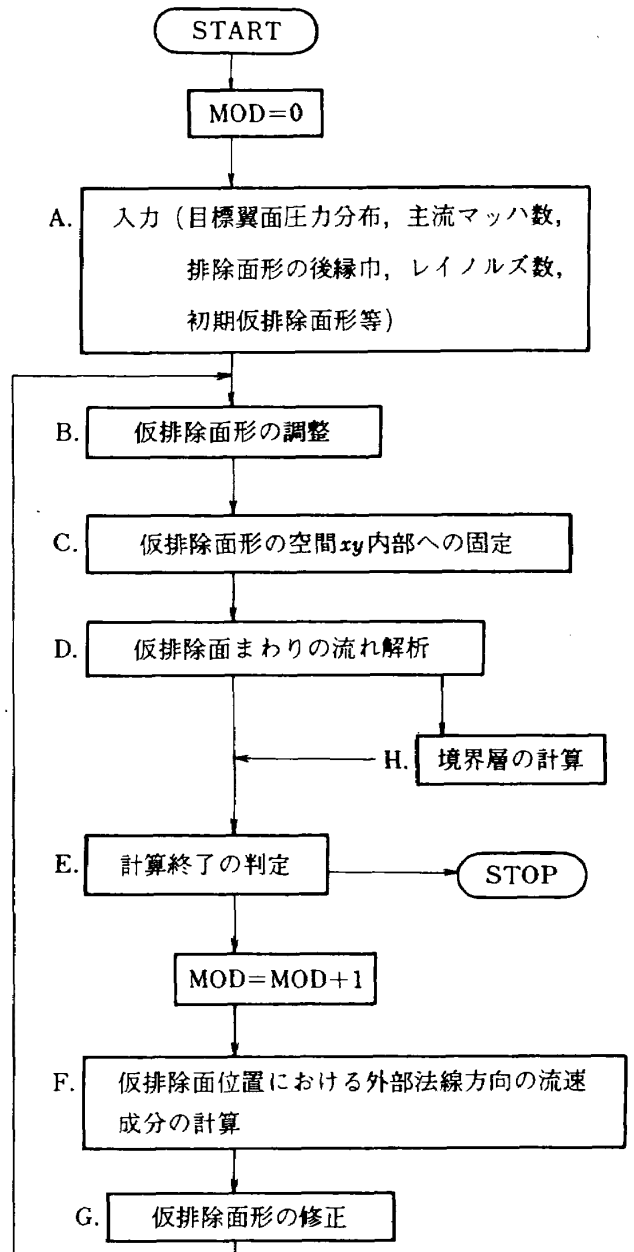


図II 逆問題

を解く (Neumann問題)。その解から C_p を求める。

(2) 逆ステップ(仮排除面形の修正)

仮排除面位置で目標 C_p を与えて完全ポテンシャル微分方程式を解く (Dirichlet問題)。その解から仮排除面位置における外部法線方向の流速成分を求める。それと目標 C_p から直接得られる排除面における流速や密度を用いて構成された流量保存方程式を基に仮排除面位置の近傍の流線を求め、それを修正された仮排除面形とする。



図III 解法手順の概略流れ図
MOD; 修正回数

完全ポテンシャル微分方程式

$$(a^2 - U^2)\phi_{xx} - 2UV\phi_{xy} + (a^2 - V^2)\phi_{yy} = 0, \tag{1}$$

$$U = \phi_x, \quad V = \phi_y, \tag{2}$$

$$a^2 = \frac{1}{M_\infty^2} + \frac{\gamma - 1}{2} \{1 - (U^2 + V^2)\} \tag{3}$$

(ベルヌーイ定理)

ここに、 ϕ ；速度ポテンシャル， U, V ； x および y 方向の速度成分， a ；音速， γ ；完全気体の比熱比（ここでは1.4とする）。

この解法手順を説明しやすいように計算内容で分けると図Ⅲのように過程A～Hを通る流れで表わせる。MODはmodificationの略でここでは仮排除面形の修正回数を表わす。上述の直接ステップは過程B, C, Dに、又、逆ステップは過程F, Gに相当する。

2.3 解法手順の詳細説明

図Ⅲの各過程毎に内容を詳述する。但し、過程C, Dでは(1)式のNeumann問題、又、過程Fでは(1)式のDirichlet問題を解かなければならないがこの節ではこれらを解くルーチンをそれぞれ「直接ルーチン」及び「逆ルーチン」と称することに留めて第三章で一括して、完全ポテンシャル微分方程式の境界値問題の解法について述べる。なお、説明に要する排除面における関係式を先に記しておく。

【排除面における関係式】

$$u = \pm \left[\left\{ 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 - \left(1 + \frac{\gamma}{2} C_P M_\infty^2 \right)^{1-1/\gamma} \right\} / \left(\frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 \right)^{1/2} \right] \tag{4}$$

$$\rho = \left(\frac{\gamma}{2} C_P M_\infty^2 + 1 \right)^{1/\gamma} \tag{5}$$

$$M = \left\{ u^2 / \left(\frac{\gamma - 1}{2} + 1 / M_\infty^2 - \frac{\gamma - 1}{2} u^2 \right) \right\}^{1/2} \tag{6}$$

ここに、 C_P ；圧力係数， u ；時計方向回り正の流速， ρ ；密度， M ；マッハ数。これら四つの変数のうちいずれか一つの値が既知であれば上の関係式により他のものすべての値がわかる。

A. 入力

【主要入力パラメータ】

主流マッハ数 M_∞

目標の翼（上下）面圧力係数 $C_P(x)$ ， $0 \leq x \leq 1$ （ x 軸；主流方向），但し $x = 0$ ，又は $x = 1$ における上下面の圧力係数は等しい。

排除面形（弦長1）の目標後縁幅 δ_{TE} （参照B(1)）

レイノルズ数 R_e （境界層計算の場合のみ必要）
 任意の初期仮排除面形 $Y(X)$ ， $0 \leq X \leq 1$ （ X 軸；形状表示基準線）

この他、入力パラメータは沢山あるが計算法の説明に沿って紹介し、その標準値は a （ ~ 0.01 ）のように表示する。この入力した M_∞ と $C_P(x)$ から(4)～(6)式を使って、排除面における目標の流速 $u(x)$ ，密度 $\rho(x)$ ，マッハ数 $M(x)$ を、又、目標揚力係数 $C_L (= - \oint C_P dx)$ を求めておく。

ここでは $C_P(x)$ ， $Y(X)$ と書いているが、もちろんこれらは離散型データで計算機に入力される。ここでは排除面や翼面形状における任意の連続するデータは下面の後縁から時計方向回りに上面の後縁へと順序づけられる。また、それをある格子点上に補間する必要が起った場合には、適宜、前縁近辺をも正確に補間することのできる次の方法に従う。

【 (x_k, f_k) ， $k=1, 2, \dots, K$ を補間して x_l ， $l=1, 2, \dots, L$ における f_l を求める方法（但し、 $x = 0$ ；前縁， $x = 1$ ；後縁）

まず、次式を用いて x_k と x_l をそれぞれ単調増大な ω_k ， ω_l ($0 \leq \omega \leq 2\pi$) に変える。

$$\text{下面； } \omega = \cos^{-1}(2x - 1)$$

$$\text{上面； } \omega = 2\pi - \cos^{-1}(2x - 1)$$

次に (ω_k, f_k) をスプライン関数によって補間し (ω_l, f_l) を求める。但し、 C_P のように前縁近傍で ω に関し一階導関数が不連続なものに関しては、スプライン補間が適用できないから、いったん(4)式で u_k に変換し上述の方法で u_l を求め同じ式の逆を用いて C_{P_l} を得るようにする。

B. 仮排除面形の調整

ここにおける仮排除面形 $Y(X)$ ， $0 \leq X \leq 1$ は入力された初期のもの及び過程Gで修正されたものを指し、それぞれ次の(1)及び(2)の調整が加えられる。

(1) 初期仮排除面形の場合 (MOD=0)

(1) 上下面の後縁の中点 (Y_0) の Y 座標が 0 とな

ン2」(第三章において詳述)を用いて行ない、上下面の圧力係数 $C_p(x)$, $0 \leq x \leq 1$ を求める。ただし、過程Cの回転ありの場合において後縁幅が0のとき後縁断面の変形を必要としなかったため、ここで、改めて「直接ルーチン2」を通す必要はなく、過程Cにおいて「直接ルーチン1」で得た解析数値解を利用する。又、後縁幅が入力時指定の判定量以下(~ 0.003)ならば上下面の二つの後縁の中点を新しく後縁とし後縁幅0のときと同じ処置を取る。

なお、以下の過程の説明において現われる下添字 i はこの時点において最後に通った「直接ルーチン1又は2」において作られた計算空間 (r, θ) の θ に対する一様格子座標であり、下面後縁 $i=1$ から時計方向回りに上面後縁 $i=M+1$ (~ 81)へと順序づけられているものとする。

E. 計算終了の判定

次の(1), (2), (3)のいずれかが満たされれば計算は終了する。

(1) 解析数値解 $C_p(x)$ が目標 $\underline{C_p}(x)$ に一致したとみなす。つまり、次の(10)式と(11)式が共に成り立つ。但し、 D_{CP} ($\sim 10^{-5}$)と D_{max} ($\sim 10^{-3}$)は入力時指定の許容限界定数である。

$$\frac{M \sum_{i=1}^M \alpha_i (C_{P_i} - \underline{C_{P_i}})^2 |x_{i+1} - x_i|}{\sum_{i=1}^M \alpha_i} < D_{CP} \quad (10)$$

ここに $\alpha(x)$ は重み関数で $0 \leq x \leq 1$ を1区間の長さ0.25ずつ四つの区間に分け、上下面別々に各区间で{1, 2, 3, 4, 5}の中の一つの整数値を入力時に指定する。特に C_p を $\underline{C_p}$ に良く一致させたい区間に大きい値を指定するとよい。

$$\max_i |C_{P_i} - \underline{C_{P_i}}| < D_{max} \quad (11)$$

(2) 計算時間が入力時指定の制限計算時間 T_M (~ 1000 秒)を越える。

(3) 修正回数MODが入力時指定の制限修正回数Modnと等しい。

F. 仮排除面位置における外部法線方向の流速成分の計算

ここでは空間 xy 内部に固定された仮排除面は排除面としての条件(法線方向の流速成分=0)を満

たしているのではなく、ただ、非粘性流れ場内部で接線方向流速成分 $u(x)$ と密度 $\rho(x)$ をもつ曲面位置を示すものとする。その曲面の外部法線方向の流速成分 $V_n = \partial\phi / \partial n$ (n ; 外部法線方向)はその曲面の外部と内部の近傍の(1)式の解 ϕ が求めればその方向に差分を取ることによって求まる。本稿ではこのようにして V_n を求めるルーチンを「逆ルーチン」と称して第三章で詳述する。ここではこのルーチンを通して V_n が求まったとしておく。なお、このルーチンでは次の閉結条件を満たすように(1)式を解く。

$$C_Q \equiv - \oint \rho V_n ds = 0 \quad (12)$$

ここに s ; 曲面の弧長、下面後縁で $s=0$ 。

G. 仮排除面形の修正

流量保存方程式を仮排除面位置とその近傍の流線(法線方向流速成分=0)の間の流れに適用し、その間の幅 δ (仮排除面位置の外部法線方向を正とする)を求める。即ち、仮排除面位置における格子対応点($i=1 \sim M$)に関し次式が成り立つ(図V)。

$$\rho_{i+1} u_{i+1} \delta_{i+1} - \rho_i u_i \delta_i - \frac{1}{2} (\rho_{i+1} V_{n_{i+1}} + \rho_i V_{n_i}) (s_{i+1} - s_i) = 0 \quad (13)$$

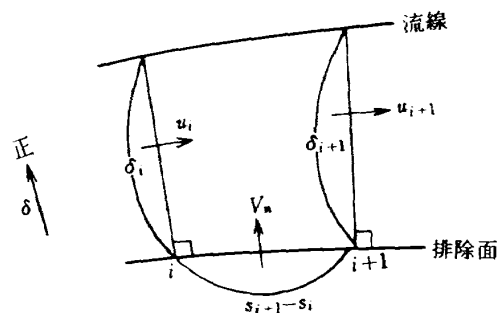
$M+1$ 個の δ_i を決定するには方程式が一つ足りない。そこで旋み点近傍における関係式を加えて次の(1)又は(2)の方法で δ を決める。いずれの方法を選ぶかは入力時指定する(標準(1))。なお、(2)の方が正確であるが(1)の方が良い安定性をもつ。

(1) Tranenの方法

$u=0$ 近傍の格子点を k として次式を仮定する。

$$\delta_k = \frac{1}{2} (\delta_{k-1} + \delta_{k+1}) \quad (14)$$

(13)式に $i=k$, $k-1$ を代入して得られる二つの式と(14)式から δ_k を求め、次に(13)式より $i=k+1$,



図V 流量保存の関係

$k+2, \dots, M+1$ の順に, 又, $i=k-1, k-2, \dots$
 $\dots 1$ の順に δ を求める。

(2) 別の方法

$u = 0$ となる位置を求め * で記す。* が格子点 k と $k+1$ の間にあったとして $(\rho V_n)_*$ を次の補間式より求める。

$$(\rho V_n)_* = \frac{\rho_k V_{nk}(s_{k+1} - s_*) + \rho_{k+1} V_{n_{k+1}}(s_* - s_k)}{s_{k+1} - s_k} \quad (15)$$

(13) 式を得たのと同様に流量保存方程式を $(k+1, *)$ 区間と $(*, k)$ 区間にそれぞれ適用して次の二式を得る。

$$\rho_{k+1} u_{k+1} \delta_{k+1} - \frac{1}{2} (\rho_{k+1} V_{n_{k+1}} + \rho_* V_{n_*}) \times (s_{k+1} - s_*) = 0 \quad (16)$$

$$-\rho_k u_k \delta_k - \frac{1}{2} (\rho_k V_{nk} + \rho_* V_{n_*}) (s_* - s_k) = 0 \quad (17)$$

(16) 式より δ_{k+1} を求め (13) 式より $i=k+2, \dots, M+1$ の順に, 又, (17) 式より δ_k を求め (13) 式より $i=k-1, \dots, 1$ の順に δ を求める。ここでは $i=k$ の (13) 式は使用しない。

こうして i 点に対する流線の位置 (x_i^s, y_i^s) は次式より得る (図 VII)。

$$x_i^s = x_i - \delta_i \sin(F_{m_i}) \quad (18)$$

$$y_i^s = y_i + \delta_i \cos(F_{m_i}) \quad (19)$$

ここに F_{m_i} は x 軸と旧仮排除面の時計方向回りの接線のなす角度である。この流線位置が新仮排除面位置に相当するのであるが, 上下面の後縁の二つの流線位置を結んだ直線が y 軸に平行でない場合, その中点を通り y 軸に平行な後縁断面ができるように, 上下面の (x^s, y^s) データを内挿あるいは外挿して新しい後縁位置を決める。その後, $\min x^s$ が $x=0$ に後縁が $x=1$ となるように平行移動と縮尺を重ねて行なう。

【閉結条件と δ の関係】

過程 F では後縁の閉結条件として (12) 式を課しており「逆ルーチン」ではこれを次のように近似する (3.2 節)。

$$C_Q \equiv -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^M (\rho_i V_{ni} + \rho_{i+1} V_{n_{i+1}}) (s_{i+1} - s_i) \quad (20)$$

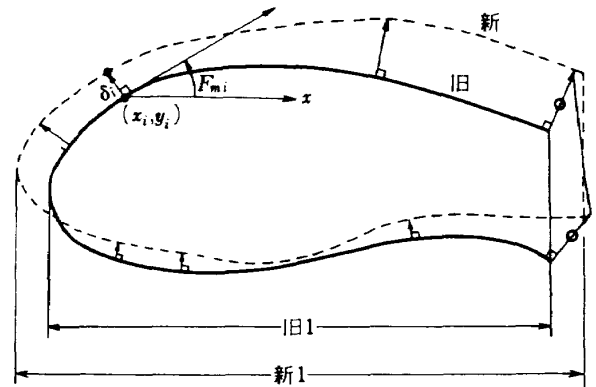


図 VI 仮排除面形の修正

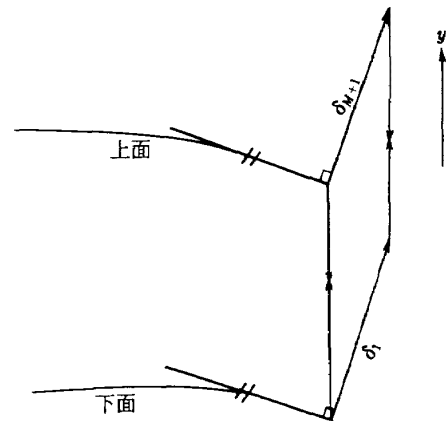


図 VII 後縁の修正

この式に (1) の方法では (13) 式を, 又, (2) の方法では (13), (15), (16), (17) 式を別々に代入するとどちらの方法においても

$$C_Q = \rho_{M+1} u_{M+1} \delta_{M+1} - \rho_1 u_1 \delta_1 = 0$$

を得る。これに入力条件 $C_{P1} = C_{P_{M+1}}$ から得られる $u_1 = -u_{M+1}$ と $\rho_1 = \rho_{M+1}$ を代入すると $\delta_1 + \delta_{M+1} = 0$ となる。これは仮排除面位置の上下面後縁に対応する二つの流線位置は各々の後縁から垂直方向 (一方は仮排除面内部方向, 他方は外部方向) に等距離にあることを意味する。特に, 上下面後縁の二つの接線が平行であれば図 VIII のように新旧の後縁断面はどちらも y 軸に平行で幅も等しい。

H. 境界層の計算

MOD ≥ 1 , $R_e \geq 0$, 後縁幅 ≈ 0 の三つの条件が満たされれば過程 H の計算が行なわれる。まず遷移点 $x = P_{ch}$ (~ 0.07) を入力時指定する。それより前縁側の層流境界層では排除厚は非常に薄いから零とみなす。遷移点から後縁までを過程 D で得られた仮排

除面における圧力分布 $C_p(x)$ に基づいて剝離処理を附加した Nash-Macdonald 法¹⁶⁾ によって乱流境界層の計算を行なう。但し、非粘性の圧力分布をそのまま適用すると後縁付近では剝離が起り計算が発散するので、この過程 H においてのみ一時的に後縁付近で圧力分布を変更する。つまり、仮排除面の上下面それぞれについて変更開始位置 x_{up} (~ 0.95), x_{lw} (~ 1) を入力時指定し (x_{up} , x_{lw} がそれぞれ $x_{i=M-1}$, $x_{i=3}$ より大きいときは後者で置き換える), その位置で C_p 曲線に接線を引き x_{up} 又は x_{lw} から後縁 ($x=1$) までの区間ではその接線上の値を境界層計算用の $C_p(x)$ とする。(Bavitz¹⁸⁾ や Bauer 他³⁾ はこれと少し異なった C_p 修正法を使っている。) この C_p より排除面上の関係式(4), (5), (6) を使って速度 u_e , 密度 ρ_e , 局所マッハ数 M_e (e ; 境界層の edge) が得られる。又、この ρ_e と入力したレイノルズ数 R_e を使うと次式から動粘性係数 ν_e が得られる。

$$\nu_e = \frac{1}{R_e} \rho_e^{\frac{3\gamma-5}{2}} \frac{1+0.3424}{\rho_e^{\gamma-1} + 0.3424} \quad (21)$$

これらの排除面上の既知数 u_e , ρ_e , M_e , ν_e を基に、次の Nash-Macdonald の五つで構成される乱流境界層方程式を次の解法で解いて形状係数 H , 運動量厚 θ , 壁面剪断応力 τ_w , 圧力勾配パラメータ π , 別の形状係数 G を求める。その際、Bauer 他³⁾ が直接問題に適用した方法に従って、剝離パラメータ S_{ep} (23) 式で定義) を使った剝離状態の処理を入力時指定した定数 $S_{ep\max}$ (~ 0.004) と x_{sep} (~ 0.93) の値に応じて行なう。つまり、 $x < |x_{sep}|$ かつ $S_{ep}(x) \geq S_{ep\max}$ ならば剝離状態とみなし $S_{ep}(x)$ を $S_{ep\max}$ で置きかえる。但し、 $x_{sep} > 0$ で下面の場合、 $x \geq x_{sep}$ でも同様に置きかえる ($x_{sep} > 0$ は超臨界翼を、又、 $x_{sep} < 0$ は従来翼を対象とする)。

【Nash-Macdonald の乱流境界層方程式】

1. 運動量方程式

$$\frac{d\theta}{ds} = (H + 2 - M_e^2) S_{ep} + \tilde{\tau}, \quad (22)$$

$$\tilde{\tau} \equiv \frac{\tau_w}{\rho_e u_e^2}, \quad S_{ep} \equiv -\frac{\theta}{u_e} \frac{du_e}{ds} \quad (23)$$

2. 表面摩擦の法則

$$\tilde{\tau} = \left[F_c^{\frac{1}{2}} \{ 2.4711 \log(F_R \frac{u_e \theta}{\nu_e}) + 4.75 \} + 1.5 G \right.$$

$$\left. + \frac{1724}{G^2 + 200} - 16.87 \right]^{-2} \quad (24)$$

$$F_c^{\frac{1}{2}} = 1 + 0.066 M_e^2 - 0.008 M_e^3$$

$$F_R = 1 - 0.134 M_e^2 + 0.027 M_e^3$$

3. 補助方程式

$$G = 6.1 (\pi + 1.81)^{\frac{1}{2}} - 1.7 \quad (25)$$

4. G , H , τ_w の関係式

$$H = \{ (1 - G \tilde{\tau}^{\frac{1}{2}})^{-1} + 1 \} (1 + 0.178 M_e^2) - 1 \quad (26)$$

5. π の定義式

$$\pi = H S_{ep} / \tilde{\tau} \quad (27)$$

【解法】

今迄は直接ルーチンで作成された計算空間 (τ, θ) の一様格子網の中で、排除面 ($\tau=1$) に対応する格子点 $\theta_i = 2\pi(i-1)/M$, $i=1 \sim M+1$ における既知数 (u_e 等) を得たが、ここでは境界層計算用の格子点数 $N_{pts} = 81$ によって一様格子を切り直し、格子点座標を k とする。つまり $\theta_k = 2\pi(k-1)/(N_{pts}-1)$, $k=1 \sim N_{pts}$ 。そして i 表示の既知数をスプライン補間によって k 表示のものに変える。以下、これを用いて境界層方程式を解くがここでは上面部分のみを説明する(下面も同様に解ける)。遷移点 $x = P_{ch}$ に近い格子点を k_1 、又、後縁を $k_2 = N_{pts}$ とし図 K の流れ図に従って k_1 から k_2 の方向に解を求める。但し、 $\Delta s_{k+1/2} \equiv s_{k+1} - s_k$ 。

次に排除厚 d_k を H_k と θ_k の積で求め、Bauer 他³⁾ に従って次の二つの調整を加える。

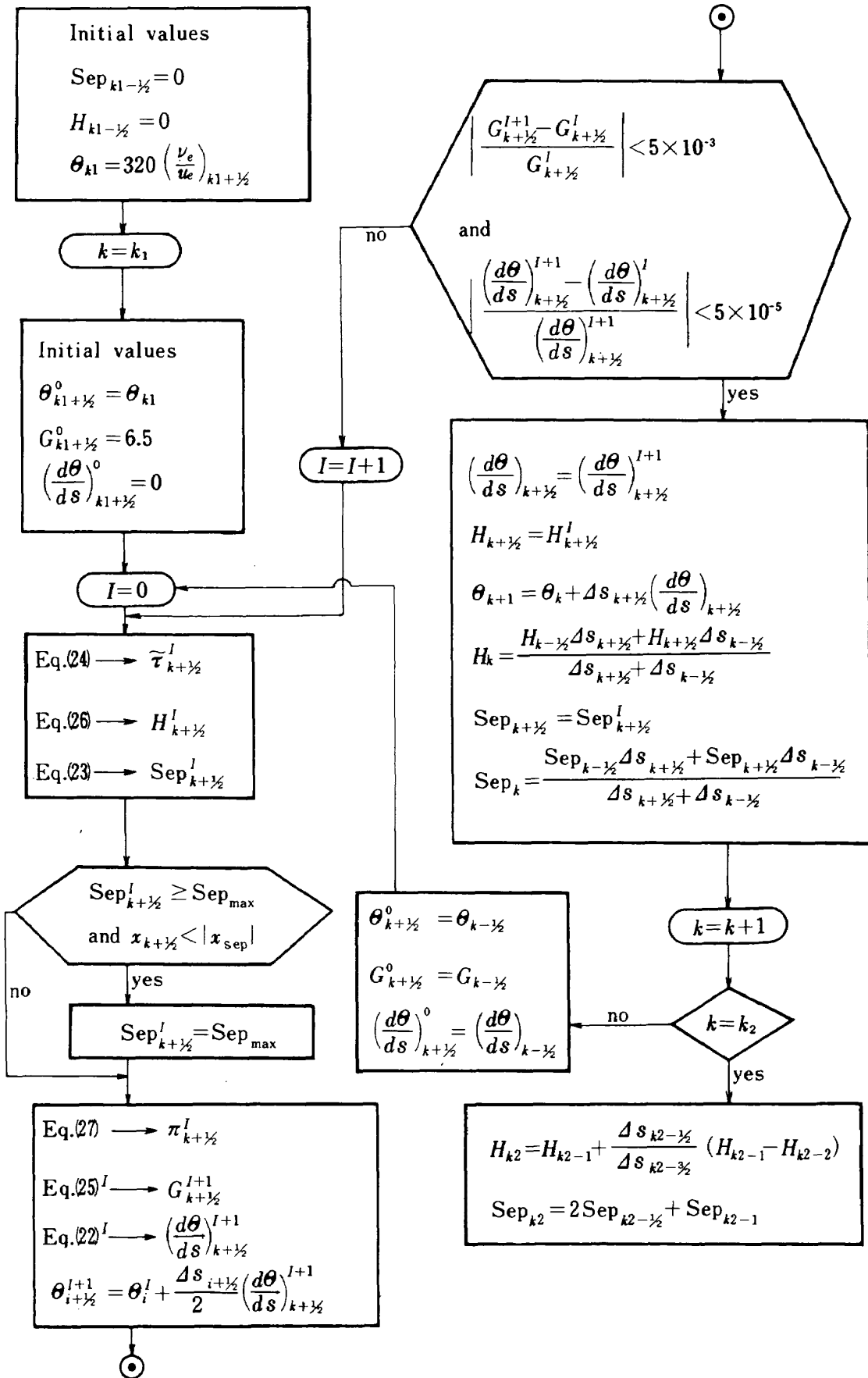
(1) 単調性

排除厚は下流に行くにつれ減少しないようにする。つまり、 $d_k < d_{k+1}$ (上流側、-; 上面、+; 下面) ならば $d_k = d_{k+1}$ とする。但し、 $x_{sep} > 0$ (超臨界翼) の場合、下面の $x > 0.6$ の部分については排除厚は下流に行くにつれ増大しないようにする。つまり $d_k > d_{k+1}$ ならば $d_k = d_{k+1}$ とする。

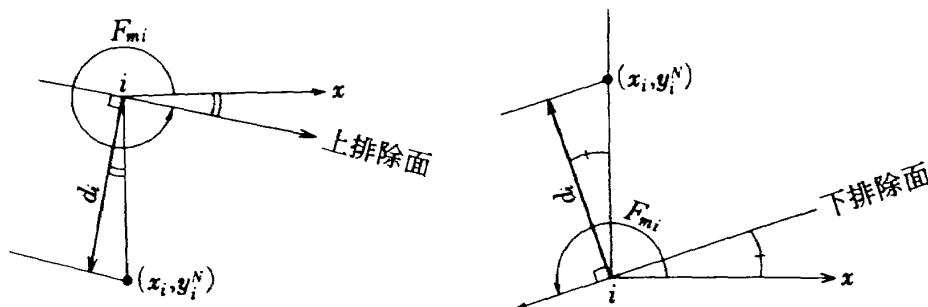
(2) 平滑化

d に滑らかさを持たせたい場合には次の一回の平滑化が入力時指定した回数 N_{sm} (~ 2) 度繰り返される。

$d_k \leftarrow (d_{k+1} + 2d_k + d_{k-1})/4$, $k=2 \sim N_{pts}-1$
この調整後の d_k , $k=1 \sim N_{pts}$ からスプライン補間に



図K 境界層方程式の数値解法の流れ図



図X 翼型 (x_i, y_i^N) の求め方

よって $d_i, i=1 \sim M+1$ を求め、排除面位置 (x_i, y_i) と排除面の時計方向回り接線が x 軸となす角 F_{mi} から翼型 (x_i, y_i^N) を次式を使って求める (図X)。

$$y_i^N = y_i - d_i / \cos F_{mi} \quad (28)$$

3. 完全ポテンシャル方程式の境界値問題の解法

3.1 直接ルーチン

順 (直接) 問題を解くルーチンである。ある主流マッハ数の下に揚力係数か迎角のどちらかを一つ与えて排除面形のまわりの非粘性流れ場を求める。正確に記すと次のようになる。

「直接ルーチン 1」 揚力係数 C_L を与えて次の境界条件の下に(1)式の解と迎角 α を求める。

「直接ルーチン 2」 迎角を与えて次の境界条件の下に(1)式の解を求める。

(境界条件)

1. Neumann条件つまり排除面上で $\partial\phi/\partial n=0$; 排除面の法線方向。
2. 後縁下流で ϕ は循環 Γ の跳びをもつ。
3. 無限遠で Ludford¹⁹⁾ の解に一致する。

$$\phi = R \cos \theta + \frac{1}{2\pi} \Gamma \tan^{-1}(\sqrt{1-M_\infty^2} \tan \theta) \quad (29)$$

ここに、 R, θ ; 物理面における極座標

4. 後縁で Kutta 条件を満たす。つまり、速度は有限である。

解法は Bauer-Garabedian-Korn-Jameson のプログラム H^{3),6)} において非粘性部分に適用されたものと同じくする。つまり、排除面外部を単位円内部 (r, θ) に等角写像し一様格子網を張る。 ϕ は無限遠

において特異性をもつのでそれを除去するため擾乱ポテンシャル ϕ を導入し、(1)式及び境界条件を (x, y, ϕ) 系から (r, θ, ϕ) 系に書き直す。次に適当な初期値の下に、非保存型或いは準保存型の差分近似によって作成された緩和スイープによって境界条件を組み込みながら、 ϕ の更新を繰り返し収束解を得る。更に、収束性を高めるために Poisson スイープをはさむこともできる。

なお、このプログラムは当研究所でも既に再製されている。解法の詳細説明は河合他の文献²⁰⁾を参照されたい。又、この直接ルーチンは後述の逆ルーチンとは境界条件のみが異なっているだけなので共通部分については両ルーチンの整合性を保つためなるべく同じ取り扱いを施す。例えば座標変換や内点における差分法は同じであり、そこで使用するパラメータ (格子点数, 等角写像に使うフーリエ係数の個数, 非保存型か準保存型かの選択, Poisson 法の選択, 減衰項の係数, 亜音速領域緩和係数等) についても両ルーチンで同じ値を指定することにする。この共通部分については後の逆ルーチンで詳述する。

次に直接ルーチンのみで使用するパラメータを挙げておく。いずれも入力時に指定する。

ω_r ; Γ の緩和係数 (~ 1)

N_{SD} ; 反復スイープの最大サイクル数 (~ 500),

又は、最大フローサイクル数 (~ 70)。(後述の逆ルーチンの N_{SI} と同じ定義)

S_T ; 許容限界定数 ($\sim 10^{-5}$)

サイクル計算はサイクル数が N_{SD} を越えた場合、又は $\max |\Delta\phi_{i,j}| < S_T$ かつ $|\Delta Y_A| < S_T$ (ルーチン 1 ; $\Delta Y_A = 4 \Delta\alpha$, ルーチン 2 ; $\Delta Y_A = \Delta\Gamma$) ならば終了する。 Δ は現サイクルと前サイクルにおける差を示す。

なお、この直接ルーチンは Bauer 他のように一つの独立した直接問題を解くのではなく、一つの翼型設計計算の中で幾度か反復して用いられるものなので新たに、計算を円滑に能率よく遂行するために次の二点に関し多様性をもたせる。

(1) 排除面形 (データ $l=1\sim L$) の平滑化。等角写像の前に行なう。

イ. 後縁に近づく程平滑化の度を深める方法

$$Q_l \leftarrow Q_l + \frac{1}{4} x_l^8 (Q_{l-1} - 2Q_l + Q_{l+1}),$$

$$l=2\sim L-1$$

ロ. 全体に平等に作用する平滑化法

$$Q_l \leftarrow \frac{1}{4} (Q_{l-1} + 2Q_l + Q_{l+1}), \quad l=2, L-1$$

$$Q_l \leftarrow \frac{1}{16} (Q_{l-2} + 4Q_{l-1} + 6Q_l + 4Q_{l+1} + Q_{l+2}), \quad l=3\sim L-2$$

Q に x, y 座標を代入する。入力時に I_{SM} (~ 2) によってイ ($|I_{SM}|=1$) かロ ($|I_{SM}|=2$) かの選択と直接ルーチン 1, 2 共に行なうか ($I_{SM}>0$), 1 のみ ($I_{SM}<1$) に行なうかの選択をし、平滑化回数 I_S (~ 2) を指定する。

(2) 初期値

Bauer 他で使われている初期値は亜音速線形理論による円柱まわりの循環を基にして境界条件を満たすように作られている。これを反復するルーチン毎に使用して初期値を作成することも考えられるが、排除面の修正回数が増えるにつれその修正量が減少していく場合には、直前のルーチンで求めた解を現ルーチンの境界条件を満たすように調整して作成したものを初期値にした方が、スイープの回数が減り計算時間が短縮される。ここでは、計算開始後、最初に通るルーチンでは Bauer 他に従がい、その後のルーチンでは、直前解の安定性の悪いケースについては Bauer 他の穏やかな初期値を、良いケースについては直前のルーチンの調整解を使用する。前者を INIT=0, 後者を 1 として入力時どちらかを指定 (~ 1) する。但し、直接ルーチン 2 で回転ありの場合、解は直前の直接ルーチン 1 のものと大差ないと考えてすべてそれを調整したものを使う。初期値の作成式を次に記す。ただし α_0 ; 無揚力角 (後の(30)式の C_0 の虚数部分), $j=1$; 排除面, $j=NN$; 無限遠。

【直接ルーチン 1】 ($\Gamma \equiv C_L/2$)

(MOD=0 のとき)

$$\alpha^0 = \sqrt{1-M_\infty^2} C_L / (8\pi) - \alpha_0$$

$$\phi_{i,j}^0 = r_j \cos(\theta_i + \alpha^0 + \alpha_0)$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \Gamma \tan^{-1} \{ \sqrt{1-M_\infty^2} \tan(\theta + \alpha^0 + \alpha_0) \}$$

(MOD ≥ 1 のとき)

INIT=0 の場合

MOD=0 と同様

INIT=1 の場合 (上添字 I ; 直前の逆ルーチン)

$$\alpha^0 = \alpha_0^I - \alpha_0$$

$$\phi_{i,j}^0 = \Gamma \phi_{i,j}^I / \Gamma^I$$

$$+ \frac{1}{2} r_j^2 \{ \cos(\theta_i + \alpha_0^I) - \Gamma \phi_{r_i,1}^I / \Gamma^I \}$$

【直接ルーチン 2】 ($g(\theta) \equiv \frac{1}{2\pi} \tan^{-1} \{ \sqrt{1-M_\infty^2} \tan(\theta + \alpha_0) \}$)

回転ありの場合 (上添字 D ; 直前の直接ルーチン 1)

$$\Gamma^0 = \Gamma^D$$

$$\phi_{i,j}^0 = \phi_{i,j}^D + \Gamma^D g(\theta_i) - \phi_{i,NN}^D$$

$$+ \frac{1}{2} r_j^2 \{ \cos(\theta_i + \alpha_0) - \phi_{r_i,1}^D \}$$

回転なしの場合

(MOD=0 のとき)

$$\Gamma^0 = 4\pi \sin \alpha_0 / \sqrt{1-M_\infty^2}$$

$$\phi_{i,j}^0 = r_j \cos(\theta_i + \alpha_0) + \Gamma^0 g(\theta_i)$$

(MOD ≥ 1 のとき)

INIT=0 の場合

MOD=0 の場合と同様

INIT=1 の場合 (上添字 I ; 直前の逆ルーチン)

回転ありの場合の上添字 D を I で置き換えた式を使う。

3.2 逆ルーチン

次の問題を解くルーチンである。

ある主流マッハ数の下に完全ポテンシャル方程式(1)で表わされる流れ場がある。次の条件の下にその内部である指定された排除面形状をもつ曲面位置 S における外部法線方向の流速成分

$V_n = \frac{\partial \phi}{\partial n}$ を求める。(過程 F の仮排除面の位置がこの曲面位置に相当する。)

(条件)

1. 流れは循環 ($\equiv \Gamma$) をもつ。
2. 無限速で Ludford の解に一致する ((29)式)。
3. 曲面位置における接線方向流速成分は \underline{u} に等しい。
4. 閉結条件 $C_Q = -\oint_S \rho V_n ds = 0$ が成り立つ ((12)式)。

この問題の数値解法は以下に提示するが、特に仮排除面形の修正量を回を重ねる毎に小さくするために直接ルーチンと逆ルーチンの解法はなるべく整合性を保つように作られる。

3.2.1 計算空間と一様格子網

境界条件を正確に取り扱かうために、さらに、曲面の前縁と後縁近辺で細かい格子を使って精度を上げるために物理空間 $z = x - iy$ を次の二つの等角写像 1, 2 によって計算空間 $\sigma = re^{-i\theta}$ に写す (図 XI)。

写像 1 ; Schwartz-Christoffel の公式

$$\frac{dz}{d\sigma} = \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right)^{1-i/\epsilon} \exp\left(\sum_{n=0}^{NFC} \frac{C_n}{\sigma^n}\right) \quad (30)$$

ここに、 ϵ ; 上下面後縁における二つの接線の成す角

写像 2 ;
$$\sigma = \frac{1}{\sigma} \quad (31)$$

写像 1 の複素係数 C_n は曲面 S の形状から求めるが、その方法は石黒²¹⁾の文献を参照されたい。この写像で無限速は $r=0$ に対応し、曲面は図 XI に示すように下面と上面の後縁がそれぞれ $\theta=0, 2\pi$ に対応するような状態で単位円に写る。そのため、後縁断面の後の部分つまり図の斜線部分は無視した取り扱いを受ける。

(1)式を差分法を用いて解くため、 (θ, r) 面に幅 $\Delta\theta = 2\pi/M, \Delta r = 1/N$ をもつ一様格子網を張る。 $\theta_i = (i-1)\Delta\theta, r_j = 1 + (j-1)\Delta r$ によって格子点座標 (i, j) を決める。図 XI に示すように下面後縁及び上面後縁から発する線はそれぞれ $i=1, M+1$ ($\equiv MM$) に、曲面は $j=1$ に、無限速は $j=N+1$ ($\equiv NN$) に対応する。目的は曲面の外部法線方向の流速

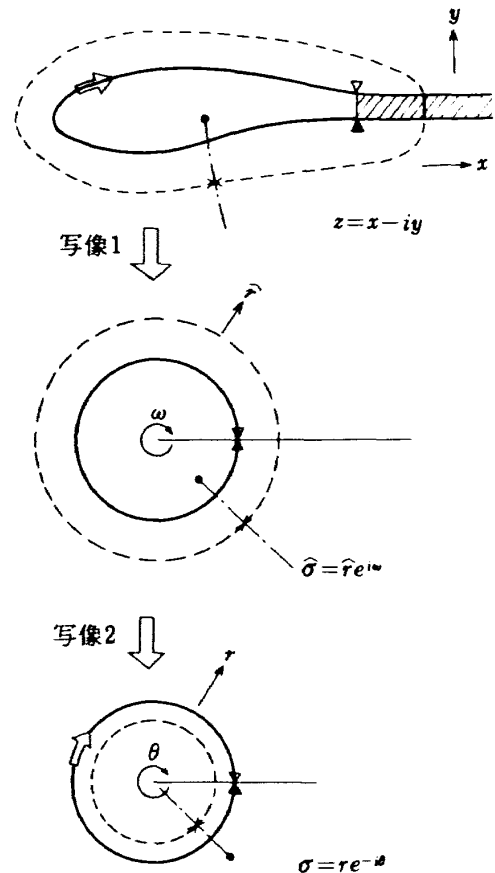


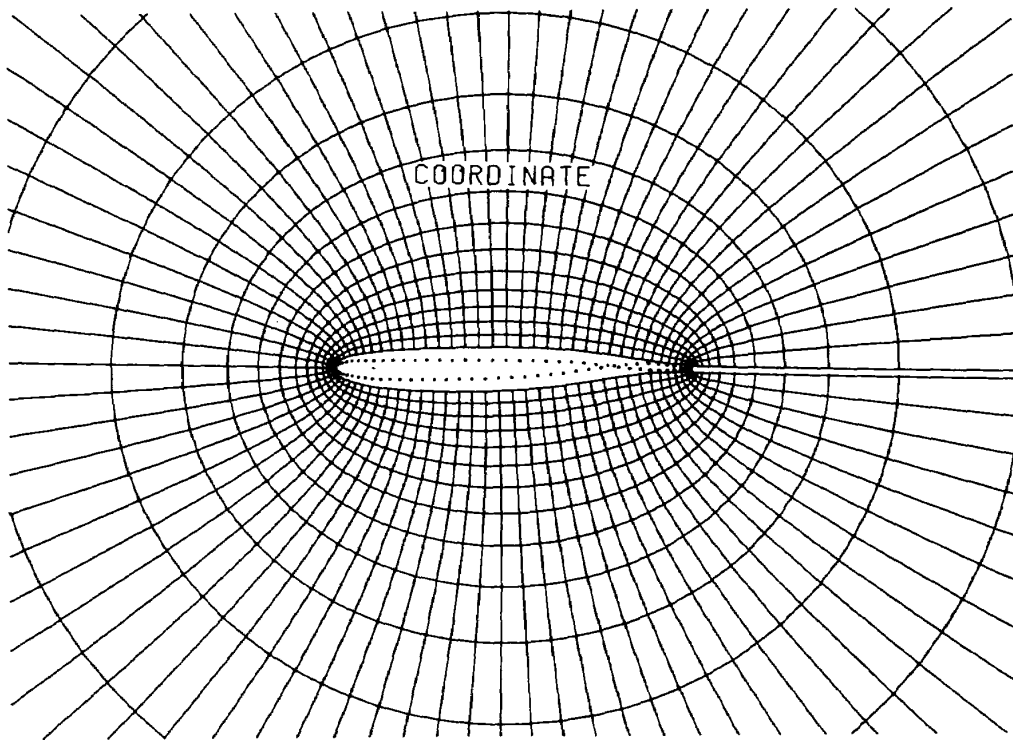
図 XI 写像と計算空間

成分つまり $j=1$ における $-r$ 方向の差分を求めることなので $j=0$ ($r=1-\Delta r$) の格子点も計算の対象領域に入る。 $M=80, N=15$ の一様格子網の物理面における像を図 XI に示す。・点は $j=0$ の格子点である。又、写像半径は

$$f = r^2 \left| \frac{dz}{d\sigma} \right| = \left| \frac{dz}{d\hat{\sigma}} \right| \quad (32)$$

で示され、後の計算のために $f_{i,j}, i=1 \sim MM, j=0 \sim NN$ と $f_{i+1/2,1}, i=1 \sim M$ を求めておく。

なお、この逆ルーチンの曲面は直前に通って来た直接ルーチンの仮排除面であるため同じ操作を二度繰り返す必要がない。上述の写像に関する計算は逆ルーチンのみに必要な $j=0$ も含めてその直接ルー



図Ⅻ 物理空間における一様格子網像

チンで行なうことにする。

3.2.2 変数変換による問題の書き換え

逆ルーチンの問題を前述の (θ, r) 表示に変換するがその際速度ポテンシャル ϕ は無限遠点に対応する $r=0$ で特異性をもつのでそれを除去するため, α_0 を無揚力角つまり, (30)式の係数 C_0 の虚数部分として, 擾乱ポテンシャル $\phi \equiv \phi - \cos(\theta + \alpha_0)/r$ を導入し, θ, r 方向の速度成分を u, v で表わすと次のように問題は書き換わる。

次の条件の下に (33) 式の解 ϕ を求め, それを使って $V_n = -v(r=1)$ を求める。但し, 後縁位置では $f=0$ なので次の (35) 式より v は求まらないので $v=0$ と仮定する。

$$(a^2 - u^2)\phi_{\theta\theta} - 2ruv\phi_{\theta r} + r^2(a^2 - v^2)\phi_{rr} - 2uv\phi_\theta + r(a^2 + u^2 - 2v^2)\phi_r + \frac{1}{2}q^2\{(f^2)_\theta u/r + (f^2)_r v\}/f = 0 \quad (33)$$

ここに

$$u = r\{\phi_\theta - \sin(\theta + \alpha_0)/r\}/f, \quad (34)$$

$$v = r^2\{\phi_r - \cos(\theta + \alpha_0)/r^2\}/f, \quad (35)$$

$$a^2 = \frac{1}{M_\infty^2} + \frac{r-1}{2}(1-q^2), \quad q^2 = u^2 + v^2. \quad (36)$$

(条件)

1. $\phi(2\pi, r) - \phi(0, r) = \Gamma, \quad 0 \leq r \leq 1 - \Delta r$
2. $\phi(\theta, 0) = \frac{1}{2\pi} \Gamma \tan^{-1}\{\sqrt{1 - M_\infty^2} \times \tan(\theta + \alpha_0)\} \quad (\equiv \Gamma g(\theta)), \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$
3. $\phi_\theta(\theta, 1) = f(\theta, 1) \underline{u}(\theta) + \sin(\theta + \alpha_0), \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$

$$4. C_0 = - \oint_{r=1} \rho v ds = 0$$

ここに, $\Gamma \equiv \oint_{r=1} \phi_\theta d\theta$ は条件 3 の ϕ_θ から求まる。

3.2.3 解法概略

この問題を数値的に次の順序で解く。但し, “スweep” とは計算対象の全格子点において, 条件 1, 2, 3 および $r=0, 1$ の ϕ は不変という条件の下で基礎方程式 (33) を解いて既知の ϕ を ϕ^+ に更新する操作を言う。

1. 条件 1, 2, 3 を満たす初期値 ϕ^0 の作成
2. 初期値を基礎方程式になじませるために $r=1$ で ϕ^0 を固定したまま *IFEW* 回 (~ 20 回) の *SLOR sweep* を行ない $\tilde{\phi}^0$ に更新する。
3. サイクルが進むにつれて閉結処理がかなえられる, つまり, 条件 4 が満たされるように作

られたサイクル計算(SLORスイープ又はPoissonスイープを含む)を、 $\tilde{\phi}^0$ を初期値にして、反復終了条件が満たされるまで繰り返す。

- 3.の解 ϕ を使って次式より V_n を求める。

$$V_{ni} \equiv -v_{i,1} = -\left\{ \frac{1}{2}(\phi_{i,2} - \phi_{i,0}) / \Delta r - \cos(\theta_i + \alpha_0) \right\} / f_{i,1}, \quad (i=2 \sim M)$$

$$V_{n1} = V_{nMM} = 0$$

以下、下線部分に関し各項目毎に詳細説明していく。

3.2.4 初期値の作成

曲面位置における初期値 $\phi_{i,1}^0$ は次式を解いて求める。ただし上添字 D は直前に通った直接ルーチンの解である。

$$\sum_{i=1}^{MM} \phi_{i,1}^0 = \sum_{i=1}^{MM} \phi_{i,1}^D$$

$$\phi_{i+1,1}^0 = \phi_{i,1}^0 + \phi_{\theta_{i+1/2,1}} \Delta \theta$$

他の格子点における初期値は次の二つの内どちらか一つを入力時INIT(~ 1)の値で指定する。

INIT=0 ; 穏かな初期値

$$\phi_{i,j}^0 = r_j \phi_{j,1}^0 + (1-r_j) \Gamma g(\theta_i),$$

$$\phi_{i,0}^0 = 2\phi_{i,1}^0 - \phi_{i,2}^0, \quad i=1 \sim MM, \quad j=2 \sim NN$$

INIT=1 ; 直接ルーチンの解を加味した初期値

$$\phi_{i,j}^0 = \Gamma \phi_{i,j}^D / \Gamma^D + r_j (\phi_{i,1}^0 - \Gamma \phi_{i,1}^D / \Gamma^D)$$

$$\phi_{i,0}^0 = 2\phi_{i,1}^0 - \phi_{i,2}^0, \quad i=1 \sim MM, \quad j=2 \sim NN$$

これらはいずれも条件1, 2, 3を満たす。なお、直接ルーチンでも述べたように、計算が安定している場合にはINIT=1の方が収束が早く所要計算時間は少ない。

3.2.5 サイクル計算

サイクル計算とはあるサイクルの既知の ϕ から次サイクルの ϕ を次の計算順序に従って求めることをいう。

- 既知の ϕ からSLORスイープ、又は、Poissonスイープによって ϕ^+ を求める。
- $\phi_{i,j}^1 = \phi_{i,j}^+ + \varepsilon_2 r_j C_Q^+$, $i=1 \sim M$, $j=0 \sim N$

$$C_Q^+ \equiv -\oint \rho v^+ ds = -\sum_{i=1}^M \frac{1}{2} (\rho_{i+1} v_{i+1,1}^+ + \rho_i v_{i,1}^+) (s_{i+1} - s_i)$$

$$v_{i,1}^+ \equiv \left\{ \frac{1}{2} (\phi_{i,2}^+ - \phi_{i,0}^+) / \Delta r - \cos(\theta_i + \alpha_0) \right\} / f_{i,1}, \quad i=1 \sim M$$

$$v_{1,1}^+ = v_{MM,1}^+ = 0$$

ここに ε_2 は経験的に決められる入力時指定数(~ 0.4)

- $\Delta \phi = \phi^1 - \phi$ (収束判定用)

- 次サイクルの $\phi \leftarrow \phi^1$

SLORスイープによるサイクル計算のみで反復を繰り返すと計算に安定性が伴うが収束が遅いので、計算の安定性が予想される場合にはSLORスイープによるサイクル計算を指定回数(~ 6)行なう毎に一回のPoissonスイープによるものをはさむこととして収束を早める。経験では六回に一度はさむと三倍計算時間が短縮される。なお、計算の安定性が疑わしい場合にはSLORスイープによるもののみで行なう方がよい。なお、Poissonスイープの亜音速領域のみを更新するように作られているのでこれのみの反復は許されない。

(2.の操作の物理的な妥当性について)

一般に速度ポテンシャル ϕ は $\phi = \phi_s + \phi_{nons}$ で表わされる。ここに ϕ_s は湧き出しによる速度ポテンシャルで $\phi_s(x, y) = -\varepsilon(x, y, M_\infty) C_Q$ で表わされる。この C_Q は湧き出し質量つまり閉曲線から単位時間に流れ出る質量である。 $C_Q = \oint \rho V_n ds$
現在、求めている目的の速度ポテンシャルは物理的には $\phi_s = 0$ なので $\phi = \phi_{nons}$ でなければならない。ところで計算途中では $\phi^+ = \phi_s^+ + \phi_{nons}^+$, $\phi_s^+ = -\varepsilon(x, y, M_\infty) C_Q^+ \neq 0$ が得られるので ϕ^+ から ϕ_s^+ を引いて ϕ_{nons}^+ のみをもつ擾乱速度ポテンシャル ϕ^1 にして目的に近づける。つまり

$$\phi^1 = \phi_{nons}^+ = \phi^+ + \varepsilon(x, y, M_\infty) C_Q^+$$

ε については実際の計算において次のようにする。

無限遠; ϕ はサイクルに関係なく指定されているので $\varepsilon(r=0) = 0$

曲面位置; $\varepsilon_2 \equiv \varepsilon(r=1) \sim 0.4$ (Tranen¹³)

その他; 無限遠と曲面間を r に関し線形補間する。

$$\varepsilon(0 < r \leq 1 - \Delta r) = r \varepsilon_2$$

3.2.6 サイクル計算の反復終了条件

(1) SLORスイープによるサイクル計算のみで反復する場合。各サイクル毎に次の収束判定を行なう。

$C_Q^+ \leq \epsilon_3 (\sim 10^{-4})$ かつ $\max_{i,j} |\Delta \phi_{i,j}| \leq \epsilon_4 (\sim 10^{-5})$
 上の判定を満たすか、又は、サイクル回数が $N_{SI} (\sim 500)$ 以上になればサイクル計算は終了する。

(2) Poisson スイープをはさむ場合 (標準)。

Poisson スイープによるサイクル計算 1 回と SLOR スイープによるサイクル計算 N_{RELAX} 回 (~ 6 回) を 1 フローサイクルと称し、計算はこのフローサイクルを繰り返す。各フローサイクル終了毎に(1)と同じ収束判定を行なう。それを満たすか、又は、フローサイクル回数が $N_{SI} (\sim 70)$ 以上になればサイクル計算は終了する。

3.2.7 SLOR スイープ

$\phi_{i,1}, \phi_{i,NN}, i=1 \sim M$ は不変のまま、他の格子点の ϕ を (33) 式の線緩和操作によって ϕ^+ に更新する。つまり、各 $i (2 \sim MM)$ 毎に (33) 式の差分近似によって一つの連立三項方程式

$$\begin{pmatrix} A_{i,1} & C_{i,1} & & & & \\ 0 & A_{i,2} & C_{i,2} & & & \\ & B_{i,3} & A_{i,3} & C_{i,3} & & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & C_{i,N-1} \\ & & & & & & B_{i,N} & A_{i,N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{i,0} - \phi_{i,0}^+ \\ \phi_{i,2} - \phi_{i,2}^+ \\ \phi_{i,3} - \phi_{i,3}^+ \\ \vdots \\ \phi_{i,N} - \phi_{i,N}^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_{i,1} \\ D_{i,2} \\ D_{i,3} \\ \vdots \\ D_{i,N} \end{pmatrix} \quad (37)$$

を作り、Gauss 消去法によって $\phi_{i,j}^+, j=2 \sim N$ を求める。その後 $\phi_{i,0}^+$ を次のように求める。

$$\phi_{i,0}^+ = \phi_{i,0} - \{ D_{i,1} - C_{i,1} (\phi_{i,2} - \phi_{i,2}^+) \} / A_{i,1}$$

ただし、 $i=MM$ の場合仮定より $v_{MM,1}^+ = 0$ なので $\phi_{MM,0}^+ = \phi_{MM,2}^+ - 2 \Delta r \cos \alpha_0$ とする (\because (35) 式より $\cos \alpha_0 = \phi_{rMM,1}^+ \sim \frac{1}{2} (\phi_{MM,2}^+ - \phi_{MM,0}^+) / \Delta r$)。

なお、 i に関する計算の進み順序は 0 に近い u をもつ格子点 LL から順次正の方向に MM まで、次に $LL-1$ から順次負の方向に 2 までとする。又、この計算に必要な $i=M+1, M+2$ における $\phi_{i,j}$ は条件 1 によってそれぞれ $i=1, 2$ における $\phi_{i,j}$ に Γ を加えたものを使う。 $\phi_{i,j}^+$ は逆に $\phi_{MM,j}^+$ から Γ を減じて求める。

(33) 式に対する差分近似は非保存型又は準保存型のどちらか一つを入力時指定する (標準; 非保存型)。

その際、衝撃波の捕獲は準保存型の方が非保存型よりも正確であるが計算の安定性は準保存型よりも非保存型の方が経験的によいという点に注意をする。これらの差分近似の説明を容易にするために先ず、(33) 式を二階微分項つまり初項から第三項までの和 $\{ \{ SN \} \}$ と一階以下の微分項つまり第四項以降の和 $\{ \{ L \} \}$ に分割する。

$$\{ \{ SN \} \} + \{ \{ L \} \} = 0 \quad (38)$$

次に、超音速の場合には、特に非保存型に対し数値的安定性を得るために座標系を回転させて上流差分を取ることで、この $\{ \{ SN \} \}$ を流れ方向のもの $\{ \{ S \} \}$ と流れに垂直な方向のもの $\{ \{ N \} \}$ に分割する。即ち

$$\begin{aligned}
 \{ \{ S \} \} &\equiv \frac{a^2 - q^2}{q^2} (u^2 \phi_{\theta\theta} + 2ruv \phi_{\theta r} + r^2 v^2 \phi_{rr}) \\
 \{ \{ N \} \} &\equiv \frac{a^2}{q^2} (v^2 \phi_{\theta\theta} - 2ruv \phi_{\theta r} + r^2 u^2 \phi_{rr}) \\
 \{ \{ S \} \} + \{ \{ N \} \} + \{ \{ L \} \} &= 0 \quad (39)
 \end{aligned}$$

さらに、この基礎方程式 (38) 式又は (39) 式を以下に述べる差分で近似した場合、理論的な安定性解析の下では音速点で安定性が確保出来ないため、Jameson¹⁷⁾ に従って次の減衰項 $\{ \{ V \} \}$ を各式に附加する。

$$\{ \{ V \} \} \equiv -\beta f \frac{\Delta t}{\Delta \theta} (u \phi_{\theta t} + r v \phi_{r t}) \quad (40)$$

$$\{ \{ SN \} \} + \{ \{ L \} \} + \{ \{ V \} \} = 0 \quad (41)$$

$$\{ \{ S \} \} + \{ \{ N \} \} + \{ \{ L \} \} + \{ \{ V \} \} = 0 \quad (42)$$

実際の計算では、非保存型の場合は係数 $\beta=0$ 、又、準保存型の場合は $\beta=0.2$ 程度が適当であるが数値的に不安定な現象が起った場合には β を大きくして計算をしながら不安定性が消え成功する場合が多い。

以下、非保存型と準保存型の各々に対しどのように (41), (42) 式を差分近似して三項方程式 (37) の係数を作成するかについて述べる。ここでは、簡単のために、一階微分項 $\phi_\theta, \phi_r, (f^2)_\theta, (f^2)_r$ とそれに関するもの、つまり、 u, v, a, q と $\{ \{ L \} \}$ はそのままの記号を使用するがあらかじめ、これらすべては一階微分に中心差分を適用することによって近似されているものとする。又、下添字の評価点 i, j は省略する。

非保存型差分

(1) 曲面位置でない内点 ($i=2 \sim MM, j=2 \sim N$) に

ついて

亜音速の場合 ($q^2 \leq a^2$) は (41) 式を使う。[[SN]] は中心差分で近似するがスweep方向を考慮して既知項 (上添字なし) と更新項 (上添字+) を次のように決める。 $i > LL$ のとき

$$\phi_{\theta\theta} \sim (\phi_{i-1,j}^+ - \frac{2}{\omega} \phi_{i,j}^+ - 2(1 - \frac{1}{\omega}) \phi_{i,j} + \phi_{i+1,j}) / (\Delta\theta)^2,$$

$$\phi_{\theta r} \sim (\phi_{i-1,j-1}^+ - \phi_{i-1,j+1}^+ - \phi_{i+1,j-1} + \phi_{i+1,j+1}) / (4\Delta r \Delta\theta),$$

$$\phi_{rr} \sim (\phi_{i,j+1}^+ - 2\phi_{i,j}^+ + \phi_{i,j-1}^+) / (\Delta r)^2.$$

ここに, ω ; 緩和係数 (~ 1.4).

$i < LL$ のときは上式において添字 $i-1$ と $i+1$ を入れ替えて $\phi_{\theta r}$ の右辺の符号を逆にする。 $i = LL$ のときは添字 $i-1$ と $i+1$ の項はすべて既知項にする。[[V]] については次の超音速の場合と同様に近似する。

超音速の場合は Jameson¹⁷⁾ の回転差分スキームを (42) 式に適用する。[[N]] の二階微分は $\omega=2$ のときの亜音速の場合と同様に差分近似する。[[S]] については上流差分で近似する。つまり θ 微分は $u \geq 0$ ならば後退差分で, $u < 0$ ならば前進差分で近似する。又, r 微分は $v \geq 0$ ならば前進差分で, $v < 0$ ならば後退差分で近似する (j と r は方向が反対であることに注意)。例えば $u \geq 0$, $v < 0$ のとき

$$\phi_{\theta\theta} \sim (2\phi_{i,j}^+ - \phi_{i,j} - 2\phi_{i-1,j}^+ + \phi_{i-2,j}) / (\Delta\theta)^2,$$

$$\phi_{\theta r} \sim (2\phi_{i,j}^+ - \phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}^+ - \phi_{i,j-1}^+ + \phi_{i-1,j-1}) / (\Delta r \Delta\theta),$$

$$\phi_{rr} \sim (2\phi_{i,j}^+ - \phi_{i,j} - 2\phi_{i,j+1}^+ + \phi_{i,j-1}) / (\Delta r)^2.$$

[[V]] については [[S]] と同様に前進と後退差分を使い分けて近似する。例えば $u \geq 0$, $v < 0$ のとき

$$\phi_{\theta t} \sim (\phi_{i,j}^+ - \phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}^+ + \phi_{i-1,j}) / (\Delta t \Delta\theta)$$

$$\phi_{rt} \sim (\phi_{i,j}^+ - \phi_{i,j} - \phi_{i,j+1}^+ + \phi_{i,j-1}) / (\Delta t \Delta r)$$

以上のようにして (41), (42) 式に関して差分近似を行ない, 得られた差分式の両辺に $(\Delta\theta)^2$ を掛けて整理すると三項方程式 (37) の係数が次のように得られる。例えば $u \geq 0$, $v < 0$ の場合

(亜音速のとき)

$$A_{i,j} = -\frac{2}{\omega} (a^2 - u^2) - 2r^2 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r}\right)^2 (a^2 - v^2)$$

$$-\beta r f v \frac{\Delta\theta}{\Delta r} - \beta f u$$

$$B_{i,j} = \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r}\right)^2 r^2 (a^2 - v^2) + \beta r f v \frac{\Delta\theta}{\Delta r}$$

$$C_{i,j} = \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r}\right)^2 r^2 (a^2 - v^2)$$

$$D_{i,j} = \{[L]\} (\Delta\theta)^2 + (a^2 - u^2) (\phi_{i-1,j}^+ - 2\phi_{i,j} + \phi_{i+1,j}) - \frac{r \Delta\theta}{2 \Delta r} u v (\phi_{i-1,j-1}^+ - \phi_{i-1,j+1}^+ - \phi_{i+1,j-1}$$

$$+ \phi_{i+1,j+1}) + \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r}\right)^2 r^2 (a^2 - v^2) (\phi_{i,j-1} - 2\phi_{i,j}$$

$$+ \phi_{i,j+1}) - \beta f u (\phi_{i-1,j} - \phi_{i-1,j}^+)$$

(超音速のとき)

$$A_{i,j} = 2r^2 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r}\right)^2 \frac{a^2 - q^2}{q^2} v^2 + \frac{2(a^2 - q^2)}{q^2} u^2$$

$$+ \frac{4r \Delta\theta}{\Delta r} \frac{a^2 - q^2}{q^2} u v - \frac{a^2 v^2}{q^2}$$

$$- 2r^2 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r}\right)^2 \frac{a^2}{q^2} u^2 - \beta r f v \frac{\Delta\theta}{\Delta r} - \beta f u$$

$$B_{i,j} = -2r^2 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r}\right)^2 \frac{a^2 - q^2}{q^2} v^2 - \frac{2r \Delta\theta}{\Delta r} \frac{a^2 - q^2}{q^2} u v$$

$$+ r^2 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r}\right)^2 \frac{a^2}{q^2} u^2 + \beta r f v \frac{\Delta\theta}{\Delta r}$$

$$C_{i,j} = r^2 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r}\right)^2 \frac{a^2}{q^2} u^2$$

$$D_{i,j} = \{[L]\} (\Delta\theta)^2 + \frac{a^2 - q^2}{q^2} u^2 (\phi_{i,j} - 2\phi_{i-1,j}^+ + \phi_{i-2,j})$$

$$+ \frac{2r \Delta\theta}{\Delta r} \frac{a^2 - q^2}{q^2} u v (\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1} - \phi_{i-1,j}^+$$

$$+ \phi_{i-1,j-1}) + \frac{a^2}{q^2} v^2 (\phi_{i-1,j}^+ - 2\phi_{i,j} + \phi_{i+1,j})$$

$$- \frac{r \Delta\theta}{2 \Delta r} \frac{a^2}{q^2} u v (\phi_{i-1,j-1}^+ - \phi_{i-1,j+1}^+ - \phi_{i+1,j-1}$$

$$+ \phi_{i+1,j+1}) + r^2 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r}\right)^2 \frac{a^2}{q^2} u^2 (\phi_{i,j-1} - 2\phi_{i,j}$$

$$+ \phi_{i,j+1}) + r^2 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r}\right)^2 \frac{a^2 - q^2}{q^2} v^2 (\phi_{i,j} - 2\phi_{i,j-1}$$

$$+ \phi_{i,j-1}) - \beta f u (\phi_{i-1,j} - \phi_{i-1,j}^+)$$

但し, $\phi_{i,1}^+ = \phi_{i,1}$ なので上の $B_{i,2}$ は求める必要はなく, また, $j=2$ のときの差分式に $\phi_{j=0}^+$ の項は含まれていないので (37) 式において $B_{i,2} = 0$ とおいてい

る。

(2) 曲面位置 ($i=2\sim M, j=1$) について

$j=1$ の位置では既に ϕ と ϕ_θ (条件 3) が決定されていてこれらは更新されない。これらを使って $\phi_{j=0}^+$ を求めやすいように $r=1$ を代入した基礎微分方程式 (41), (42) を差分近似する。

亜音速の場合は (41) 式を使う。[[SN]] の $\phi_{\theta\theta}$ は既知項の中心差分で、 $\phi_{\theta r}$ は内点の亜音速の場合と同様の差分で近似する。又 ϕ_{rr} は優対角にするためのパラメータ ω_0 (~ 1.0) を用いて次のように近似する。

$$\phi_{rr} \sim \{\phi_{i,2}^+ - 2\phi_{i,1} + \omega_0 \phi_{i,0}^+ + (1-\omega_0)\phi_{i,0}\} / (\Delta r)^2$$

[[V]] は次の超音速の場合と同様に差分近似する。

超音速の場合は (42) 式を使う。[[N]] の二階微分は全て亜音速の場合と同様に差分近似する。[[S]] については内点と同様に上流差分で近似するが、 $j=-1$ の ϕ は存在しないので $v < 0$ のときのみ ϕ_{rr} の差分は j の評価点を一増したのものを使う。つまり、

$$\begin{aligned} u \geq 0 \text{ のとき } u_{\theta\theta} &\sim (\phi_{i,1} - 2\phi_{i-1,1} + \phi_{i-2,1}) / (\Delta\theta)^2 \\ u < 0 \text{ のとき } u_{\theta\theta} &\sim (\phi_{i+2,1} - 2\phi_{i+1,1} + \phi_{i,1}) / (\Delta\theta)^2 \\ v < 0 \text{ のとき } \phi_{rr} &\sim (2\phi_{i,2}^+ - \phi_{i,2} - 2\phi_{i,1} + \phi_{i,0}) / (\Delta r)^2 \\ v \geq 0 \text{ のとき } \phi_{rr} &\sim (\phi_{i,1} - 2\phi_{i,2} + \phi_{i,3}) / (\Delta r)^2 \end{aligned}$$

$u \geq 0, v < 0$ のとき

$$\phi_{r\theta} \sim (\phi_{i,1} - \phi_{i-1,1} - \phi_{i,0}^+ + \phi_{i-1,0}) / (\Delta r \Delta\theta)$$

$u \geq 0, v \geq 0$ のとき

$$\phi_{r\theta} \sim (\phi_{i,2} - \phi_{i-1,2} - \phi_{i,1} + \phi_{i-1,1}) / (\Delta r \Delta\theta)$$

$u < 0, v < 0$ のとき

$$\phi_{r\theta} \sim (\phi_{i+1,1} - \phi_{i,1} - \phi_{i+1,0} + \phi_{i,0}^+) / (\Delta r \Delta\theta)$$

$u < 0, v \geq 0$ のとき

$$\phi_{r\theta} \sim (\phi_{i+2,2} - \phi_{i,2} - \phi_{i+1,1} + \phi_{i,1}) / (\Delta r \Delta\theta)$$

[[V]] については ϕ_θ は更新されないので $\phi_{\theta t} = 0$ となる。 $\phi_{r t}$ は [[S]] と同様に上流差分を使用する。即ち

$$v \phi_{r t} \sim |v| (\phi_{i,1\pm 1}^+ - \phi_{i,1\pm 1}) / (\Delta t \Delta r)$$

($v \geq 0$ のとき上符号, $v < 0$ のとき下符号)。

以上のようにして基礎微分方程式 (41), (42) 式に対して得られた差分式の両辺に $(\Delta\theta)^2$ を掛けて整理すると三項方程式 (37) の係数が得られる。

例えば $u \geq 0, v < 0$ の場合

(亜音速のとき)

$$A_{i,1} = \omega_0 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r}\right)^2 (a^2 - v^2) + \beta f v \frac{\Delta\theta}{\Delta r}$$

$$C_{i,1} = \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r}\right)^2 (a^2 - v^2)$$

$$\begin{aligned} D_{i,1} = & (\Delta\theta)^2 [[L]] + (a^2 - u^2)(\phi_{i-1,1} - 2\phi_{i,1} + \phi_{i+1,1}) \\ & - \frac{1}{2} \frac{\Delta\theta}{\Delta r} uv (\phi_{i+1,2} - \phi_{i+1,0} - \phi_{i-1,2}^+ + \phi_{i-1,0}^+) \\ & + \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r}\right)^2 (a^2 - v^2)(\phi_{i,2} - 2\phi_{i,1} + \phi_{i,0}) \end{aligned}$$

(超音速のとき)

$$A_{i,1} = \omega_0 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r}\right)^2 \frac{a^2 u^2}{q^2} - 2 \frac{\Delta\theta}{\Delta r} \frac{(a^2 - q^2) uv}{q^2} + \beta \frac{\Delta\theta}{\Delta r} f v$$

$$C_{i,1} = \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r}\right)^2 \frac{a^2 u^2}{q^2} + 2 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r}\right)^2 \frac{(a^2 - q^2) v^2}{q^2}$$

$$\begin{aligned} D_{i,1} = & (\Delta\theta)^2 [[L]] + \frac{a^2 v^2}{q^2} (\phi_{i-1,1} - 2\phi_{i,1} + \phi_{i+1,1}) \\ & - \frac{\Delta\theta}{2 \Delta r} \frac{a^2 uv}{q^2} (\phi_{i+1,2} - \phi_{i+1,0} - \phi_{i-1,2}^+ + \phi_{i-1,0}^+) \\ & + \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r}\right)^2 \frac{a^2 u^2}{q^2} (\phi_{i,2} - 2\phi_{i,1} + \phi_{i,0}) \\ & + \frac{(a^2 - q^2) u^2}{q^2} (\phi_{i,1} - 2\phi_{i-1,1} + \phi_{i-2,1}) \\ & + \frac{2 \Delta\theta}{\Delta r} \frac{(a^2 - q^2) uv}{q^2} (\phi_{i,1} - \phi_{i-1,1} - \phi_{i,0} + \phi_{i-1,0}) \\ & + \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r}\right)^2 \frac{(a^2 - q^2) v^2}{q^2} (\phi_{i,2} - 2\phi_{i,1} + \phi_{i,0}) \end{aligned}$$

準保存型差分

解が収束した時点において、即ち $\phi^+ = \phi$ のとき内点に関する非保存型差分の基礎微分方程式に対する打ち切り誤差のうち、 $\Delta\theta, \Delta r$ の一次の項は超音速領域においてのみ現われ、次のように記される。例えば $u \geq 0, v \leq 0$ のとき、

$$\begin{aligned} - \frac{a^2 - q^2}{q^2} \{ & (u^2 \phi_{\theta\theta\theta} + ruv \phi_{\theta\theta r}) \Delta\theta \\ & + (ruv \phi_{\theta rr} + r^2 v^2 \phi_{r r r}) \Delta r \} \end{aligned}$$

これはこの領域で数値的な安定性を目的として上流差分を使用したことによって生じたものである。つまりこれは陰的人工粘性項である。一方、この領域で基礎微分方程式を打ち切り誤差が一次の項を持たないように中心差分で近似し、新たにこれに相当する人工粘性項を陽的に保存形式で元の微分方程式に

付け足すと、非保存型よりも正確に衝撃波（音速点）を捕えることが出来る。（Bauer 他³⁾はこの方法は Murman²²⁾の衝撃波（音速）点演算子に相当すると述べている。）このように基礎微分方程式は非保存型で人工粘性項が保存型のものを準保存型と呼ぶ。ここでは Bauer 他³⁾に従って上の非保存型人工粘性項を含むように保存型人工粘性項 $[[T]]$ を次のように作る。

$$[[T]] \equiv -\Delta\theta \frac{\partial P}{\partial\theta} - \Delta r \frac{\partial Q}{\partial r}$$

$$\mu = \min\left(0, \frac{a^2}{q^2} - 1\right)$$

$$P = \mu |u| (u \phi_{\theta\theta} + r v \phi_{\theta r})$$

$$Q = -\mu |v| (r u \phi_{\theta r} + r^2 v \phi_{rr})$$

又、これに後述の差分近似を施すと非定常の打ち切り誤差が現われるが、それを含めて減衰項を

$$2\mu \left(|u| \frac{\Delta t}{\Delta\theta} - r |v| \frac{\Delta t}{\Delta r} \right) (u \phi_{\theta t} + r v \phi_{rt})$$

となるようにすると Jameson¹⁷⁾の非定常安定性理論に添う。そのために、この減衰項から打ち切り誤差の寄与分を引いたものを先述の $[[V]]$ (40式) に足して新たに次の陽的減衰項 $[[V']]$ を作る。

$$[[V']] \equiv \left(-\beta f \frac{1}{\Delta\theta} - 2\mu r |v| \frac{1}{\Delta r} \right) \Delta t u \phi_{\theta t} \\ + \left(-\beta f \frac{1}{\Delta\theta} + 2\mu |u| \frac{1}{\Delta r} \right) \Delta t r v \phi_{rt}$$

こうして差分近似を施す微分方程式は次式になる。

$$[[SN]] + [[L]] + [[V']] + [[T]] = 0 \quad (43)$$

但し、超音速域では $[[SN]]$ の代わりに $[[S]] + [[N]]$ を使う。以下これの差分近似と三項方程式の係数について述べる。

(1) 曲面位置でない内点 ($i=2 \sim MM, j=2 \sim N$) について

亜音速の場合、非保存型の場合と同様に $[[SN]]$ を差分近似するが $\phi_{\theta r}$ は既知項のみで行なう。超音速の場合、 $[[N]]$ の二階微分は $\omega=2$ のときの亜音速の場合の $[[SN]]$ と同様に差分近似するが $[[S]]$ の二階微分はすべて既知項で中心差分を取る。 $[[V']]$ の二階微分は非保存型の $[[V]]$ と同様に取り扱う。

$[[T]]$ については、 $\frac{\partial P}{\partial\theta}$ と $\frac{\partial Q}{\partial r}$ はそれぞれ u と v の

符号に応じて上流差分になるように前進と後退差分を使い分ける。その P と Q に含まれる二階微分はすべて既知項で中心差分を取るが、 i, j 点評価の $\phi_{\theta\theta}$ と ϕ_{rr} のみは次のように更新項を含ませる。

$$(\Delta\theta)^2 \phi_{\theta\theta i,j} \sim \phi_{i\pm 1,j}^+ - 2\phi_{i,j}^+ + 2\phi_{i\mp 1,j}^+ - \phi_{i\mp 1,j}$$

ここに、 $u > 0$ ；上符号， $u < 0$ ；下符号， $u = 0$ ；第三項を既知項にする。

$$(\Delta r)^2 \phi_{rr i,j} \sim 2\phi_{i,j\pm 1}^+ - \phi_{i,j\pm 1} - 2\phi_{i,j}^+ + \phi_{i,j\mp 1}$$

ここに $v \geq 0$ ；上符号， $v < 0$ ；下符号

このようにして得られた、(43)式に対する差分式の両辺に $(\Delta\theta)^2$ を掛けると三項方程式(37)の係数を得る。例えば $u > 0, v < 0$ の場合

(亜音速のとき)

$$A_{i,j} = -\frac{2}{\omega} (a^2 - u^2) - 2r^2 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r} \right)^2 (a^2 - v^2) - \beta f \left(u + r \frac{\Delta\theta}{\Delta r} v \right)$$

$$B_{i,j} = r^2 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r} \right)^2 (a^2 - v^2) + \beta f r \frac{\Delta\theta}{\Delta r} v$$

$$C_{i,j} = r^2 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r} \right)^2 (a^2 - v^2)$$

$$D_{i,j} = \left[[[L]] + [[SN]] \right] (\Delta\theta)^2 \\ + (-a^2 + u^2 - \beta f u) (\phi_{i-1,j} - \phi_{i-1,j}^+)$$

(超音速のとき)

$$A_{i,j} = -\frac{a^2}{q^2} \left\{ 2r^2 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r} \right)^2 u^2 + v^2 \right\}$$

$$+ \frac{a^2 - q^2}{q^2} \left\{ 2u^2 + 2 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r} \right)^2 r^2 v^2 + 4 \frac{\Delta\theta}{\Delta r} r u v \right\}$$

$$- \beta f \left(r \frac{\Delta\theta}{\Delta r} v + u \right)$$

$$B_{i,j} = r^2 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r} \right)^2 \frac{a^2}{q^2} u^2$$

$$+ \beta f v r \frac{\Delta\theta}{\Delta r} - \frac{a^2 - q^2}{q^2} \left\{ 2 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r} \right)^2 r^2 v^2 + 2 r u v \frac{\Delta\theta}{\Delta r} \right\}$$

$$C_{i,j} = r^2 \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r} \right)^2 \frac{a^2}{q^2} u^2$$

$$D_{i,j} = \left[[[L]] + [[SN]] - \frac{a^2 - q^2}{q^2} (u^2 \phi_{\theta\theta} + 2 r u v \phi_{\theta r}) \right] (\Delta\theta)^2$$

$$+ \left\{ \frac{a^2 - q^2}{q^2} (2u^2 + 2 r u v \frac{\Delta\theta}{\Delta r}) \right.$$

$$\left. - \frac{a^2}{q^2} v^2 - \beta f u \right\} (\phi_{i-1,j} - \phi_{i-1,j}^+)$$

ここに、〔 〕で括ったものの微分はすべて既知項の中心差分で行なわれている。なお、非保存型の場合と同様に $B_{i,2}=0$ である。

(2) 曲面位置 ($i=2\sim M, j=1$) について

$j=1$ の位置では既に ϕ と ϕ_θ (条件3) が決定されていてこれらは更新されない。これらを使って $\phi_{j=0}^+$ を求めるために $r=1$ を代入した (43) 式を前述の内点の場合と同様に差分近似を行なう。但し、 $\phi_{i,1}^+$ は $\phi_{i,1}$ で置きかえる。その際、評価点 $j=0$ の $\phi_{\theta r}$ と ϕ_{rr} の中心差分が出て来るが $j=-1$ の ϕ は存在しないので $j=1$ の評価点におけるもので代用する。今迄と同様にして三項方程式 (37) の係数が求まる。

例えば $u>0, v<0$ の場合

$\mu<0$ ならば $\delta=1, \mu=0$ ならば $\delta=0$ とする。

$$A_{i,1} = \left\{ \delta \frac{a^2 u^2}{q^2} - 2\mu v^2 + (1-\delta)(a^2 - v^2) \right\} \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r} \right)^2$$

$$-(-\beta f + 2\mu u) v \frac{\Delta\theta}{\Delta r}$$

$$C_{i,1} = \left\{ \delta \frac{a^2 u^2}{q^2} + (1-\delta)(a^2 - v^2) \right\} \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r} \right)^2$$

$$D_{i,1} = \left[\{[L]\} + \{[SN]\} - \mu u^2 \phi_{\theta\theta} + (\mu u^2 \phi_{\theta\theta})_{i-1,1} - 2\mu u v \phi_{\theta r} + (\mu u v \phi_{\theta r})_{i-1,1} + \mu u v \phi_{\theta r} \right] (\Delta\theta)^2$$

3.2.8 Poisson スイープ

サイクル計算の収束率を向上させるためにファスト・フーリエ (fast Fourier) 変換に基づいた Poisson solver によるスイープ、つまり Poisson スイープを使用する。

基礎微分方程式 (33) において a^2 を陽に含む項を選び出し $r^2 a^2$ で割ると丁度 $\Delta\phi$ (Δ ; ラプラシアン) になりその式は次のように書き表わせる。

$$\Delta\phi + Q(\phi) = 0 \quad (44)$$

$$\text{ここに } \Delta\phi \equiv \phi_{rr} + \frac{1}{r}\phi_r + \frac{1}{r^2}\phi_{\theta\theta}$$

$$Q(\phi) \equiv [-u^2\phi_{\theta\theta} - 2ruv\phi_{\theta r} - r^2v^2\phi_{rr} - 2uv\phi_\theta$$

$$+ r(u^2 - 2v^2)\phi_r + \frac{1}{2}q^2\{(f^2)_\theta u/r$$

$$+ (f^2)_r v\}/f]/(r^2 a^2)$$

本来、Poisson 方程式の差分解を求める演算子として開発された Poisson solver をこの方程式に適用する。この演算子はこのまま用いると超音速領域では安定性は良いが超音速領域では不安定性が強いということが Jameson²³⁾ によって理論づけられている。

それ故、ここでは超音速領域の解をこの演算子で更新し、超音速領域ではこの演算子が殆ど作用しないように修正した演算子を使用する。そのため、この Poisson スイープだけでは正しい収束解は得られないので、このスイープの後では超音速領域のために必ず SLOR スイープを行なわなければならない。SLOR スイープでは、流れ場の上流から下流へ格子線 (i 一定) の一つ毎に順次に ϕ を更新して行ったが、この Poisson スイープでは流れ場全体について一度に更新が行なわれるので境界条件の伝わり方が早く収束性が著しく改善される。

以下、我々の逆ルーチンの問題にこの演算子を適用し、どのようにして ϕ^+ を求めるかについて述べる。先ず (44) 式を中心差分で近似し \sim 印を頭につけて記す。そして $\Delta\phi$ の項は更新項とする。

$$\tilde{\Delta}\phi_{i,j}^+ + \tilde{Q}(\phi_{i,j}) = 0 \quad i=1\sim M, j=1\sim N$$

この式に $r^2(\Delta\theta)^2$ をかけて $X_{i,j} \equiv \phi_{i,j}^+ - \phi_{i,j}$ で書き直すと

$$A_j(X_{i,j+1} - 2X_{i,j} + X_{i,j-1}) + B_j(X_{i,j+1} - X_{i,j-1}) + (X_{i+1,j} - 2X_{i,j} + X_{i-1,j}) = -r^2(\Delta\theta)^2 (\tilde{\Delta}\phi_{i,j} + \tilde{Q}(\phi_{i,j})) \equiv D_{i,j} \quad (45)$$

ここに $A_j = r^2(\Delta\theta)^2/(\Delta r)^2, B_j = \frac{1}{2}r(\Delta\theta)^2/\Delta r$ 。なお、仮定より $X_{i,1} = X_{i,N+1} = 0$ ($i=1\sim M$)

$$(46)$$

又、 (i,j) 点における流れが超音速であれば $D_{i,j} = 0$ とする。

次にこの $X_{i,j}$ をファスト・フーリエ変換を用いて求めるためフーリエ級数を導入する。X, D は θ に関して 2π 周期の関数なので次式で書き表わせる。

$$X_{i,j} = \sum_{\mu=1}^M F_{\mu,j} W^{(i-1)\mu}, \quad D_{i,j} = \sum_{\mu=1}^M P_{\mu,j} W^{(i-1)\mu} \quad (i=1\sim M, j=1\sim N+1) \quad (47)$$

ここに $W \equiv e^{\sqrt{-1}\Delta\theta}$ で次の直交条件を満たす。

$$\sum_{i=1}^M W^{(i-1)\mu} W^{-(i-1)\nu} = M \delta_{\mu,\nu} = \begin{cases} 0 & (\mu \neq \nu) \\ M & (\mu = \nu) \end{cases}$$

X と D の式を逆変換すると

$$F_{\mu,j} = \frac{1}{M} \sum_{\nu=1}^M P_{\nu,j} M \delta_{\nu,\mu}$$

$$= \frac{1}{M} \sum_{\nu=1}^M F_{\nu,j} \left(\sum_{i=1}^M W^{(i-1)\nu} W^{-(i-1)\mu} \right)$$

$$= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M X_{i,j} W^{-(i-1)\mu}$$

$$\text{同様にして } P_{\mu,j} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M D_{i,j} W^{-(i-1)\mu} \quad (48)$$

$$\text{なお, (46)式より } F_{\mu,1} = F_{\mu,N+1} = 0 \quad (49)$$

(47)式を(45)式に代入し W の定義式を使うと次式を得る($j=2 \sim N$)。

$$A_j \sum_{\mu=1}^M (F_{\mu,j+1} - 2F_{\mu,j} + F_{\mu,j-1}) W^{(i-1)\mu}$$

$$+ B_j \sum_{\mu=1}^M (F_{\mu,j+1} - F_{\mu,j-1}) W^{(i-1)\mu}$$

$$- 2 \sum_{\mu=1}^M F_{\mu,j} W^{(i-1)\mu} (1 - \cos \mu \Delta \theta) = \sum_{\mu=1}^M P_{\mu,j} W^{(i-1)\mu}$$

W は直交条件を満たす故

$$A_j (F_{\mu,j+1} - 2F_{\mu,j} + F_{\mu,j-1}) + B_j (F_{\mu,j+1} - F_{\mu,j-1})$$

$$- 2(1 - \cos \mu \Delta \theta) F_{\mu,j} = P_{\mu,j}$$

整理すると

$$\hat{B}_j F_{\mu,j-1} + \hat{A}_{j,\mu} F_{\mu,j} + \hat{C}_j F_{\mu,j+1} = P_{\mu,j}, \quad j=2 \sim N$$

ここに $\hat{B}_j \equiv A_j - B_j$, $\hat{A}_{j,\mu} \equiv -2A_j - 2(1 - \cos \mu \Delta \theta)$,

$$\hat{C}_j \equiv A_j + B_j.$$

$$\text{ただし, (49)式より } \hat{B}_2 F_{\mu,1} = 0, \quad \hat{C}_N F_{\mu,N+1} = 0$$

計算は次の順序で行なう。先ず $D_{i,j}$ から(48)式より $P_{\mu,j}$ ($\mu=1 \sim M, j=2 \sim N$)を求め各 μ 毎に次の三項方程式を解く。

$$\begin{pmatrix} \hat{A}_{2,\mu} & \hat{C}_2 & & & \\ & \hat{A}_{3,\mu} & & & \\ & & \hat{C}_{N-1} & & \\ & & & \hat{A}_{N,\mu} & \\ & & & & \hat{B}_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{\mu,2} \\ F_{\mu,3} \\ \vdots \\ F_{\mu,N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{\mu,2} \\ P_{\mu,3} \\ \vdots \\ P_{\mu,N} \end{pmatrix}$$

次にその解を使って(47)式より $X_{i,j}$ ($i=1 \sim M, j=2 \sim N$)を求める。 $j=0$ における X は $j=1$ の(45)式に $X_{i,1} = 0$ を代入した次式より求める。

$$X_{i,0} = \{D_{i,1} - (A_1 + B_1)X_{i,2}\} / (A_1 - B_1), \quad i=2 \sim M$$

また、後縁位置では仮定より $v_{1,1}^+ = 0$ なのでSLORスイープの時と同様に次式を用いる。

$$\phi_{1,0}^+ = \phi_{1,2}^+ - 2 \Delta r \cos \alpha_0$$

4. Tranen 法に付加した主な改良点

本解法は Tranen 法を基本的概念としているが次の点で大幅に改良を加えたものである。特に, Tranen 法ではグラフィック装置を使い計算の途中で人による修正が必要であり設計に約一時間要するが本解法は翼面圧力分布を入力すると短時間(約3分)になるべく自動的に翼型が出力できるよう工夫をした。

(1) 過程B「仮排除面形の調整」を設けることによって不備な仮排除面形のために計算が中断することがないようにした。

(2) 修正回数の減少を目的として過程Cを設け, 仮排除面形の空間 xy 内部への的確な位置づけを可能にした。つまり, 仮排除面形まわりの流れが目標の C_p から求まる C_L と等しい揚力係数をもつように直接ルーチンから迎角を求め, 主流軸の x 軸と形状表示基準線のなす角がそれに相当するように仮排除面形を固定する。

(3) 完全ポテンシャル微分方程式を解くルーチンつまり, 直接ルーチンと逆ルーチンにおいて必要な初期値は直前のルーチンの収束解から境界条件を満たすように作成することによって, 修正回数が増えるにつれ反復サイクル数の大幅な減少, つまり大幅な計算時間の短縮を可能にした。

(4) 又, それらのルーチンでその微分方程式を解く緩和法としてTranenはMurmanの非回転差分スキームを用いたが, ここではその改良であるJamesonの回転差分スキームを適用した。なお, そのスキームは非保存型又は準保存型のどちらか一つを選択することにした。更に, 収束性を向上させるためにSLORスイープの間にPoisson solverによるPoissonスイープを挿むことにした。その結果, 実際の計算において計算時間は約 $\frac{1}{3}$ に短縮できた。

(5) 逆ルーチンで, 仮排除面位置における外部法線方向の流速成分 V_n を求めるためには $\phi_{i,0}$ が必要である。ここではそれを $\phi_{i,j}$ ($j \neq 0$)と一緒に取り扱い, SLORスイープやPoissonスイープによる反復サイクル計算によって得た収束解の一部が $\phi_{i,0}$ である。一方, Tranenはそれらを別々に取り扱った。つまり先に $\phi_{i,j}$ ($j \neq 0$)の収束解を求め, その後, その解と $r=1$ の微分方程式に基づいた反復計算を行

なって $\phi_{i,0}$ を求めた。数値実験を行なった結果、前者の方がその部分に関して後者の約 $1/4$ の計算時間でよいことがわかった。

(6) 過程 H 「境界層の計算」を新たに設けた。

5. 数値計算

第二と第三章の解法手順に従ってアレイプロセッサをもつ FACOM 230-75 計算機用のプログラムを作製した。これを使って数多くの数値計算を行ない、その結果、入力時指定パラメータの標準値を計算能率、精度、安定性を考慮して先述の解法説明において、パラメータ名(～数字)の形式で記したものに決めた(参照; 第 II 編 4 章パラメータの総合説明)。以下の節において適用計算例を紹介するが、そこでは各ケースの計算は次のような見出しをつける。

ケース番号 “ケース名” $M_\infty = \times \times \times$, $R_e = \times \times \times$,
 $\delta_{TE} = \times \times \times$, その他の入力時指定パラメータの値, 結果の図番号

ただし、非粘性計算の場合の R_e , $\delta_{TE} = 0$, および、入力時指定パラメータの標準値は省く。又、入力時に必要な初期仮排除面形は前もって厚みや反りの相異なる八個の Joukowski 翼型を準備し、その中から各ケースに対し、任意に適当なものを選んで使う。実際に使った初期仮排除面形は各ケースの結果図の MOD=0 の画面で示される。

なお、図 1.1, 図 10.1, 図 14.1 を除くすべての図の “形状と圧力分布” の読み取り方は次のとおりである。

+印: 目標 C_p

実線: 過程 C において $x-y$ 空間に位置づけられた排除面形とその面上における数値解析による C_p , 排除面に付着している音速線(内部では流れは超音速であり外部では亜音速である)

粗い破線: 臨界(マッハ数 1 における) C_p^*

・印: 排除面形から境界層排除厚を差し引いた翼型

細かい破線: 排除面形(粘性計算を行なった場合は翼型)の上下面後縁の midpoint からの最長弦

角度: その最長弦が x 軸(主流方向)と成

す角度

C : 最長弦の長さ

— \times : 排除面形の修正回数 MOD = \times

CX : 主流方向の翼弦分力係数

CY : 主流に対する法線分力係数

RN : レイノルズ数 R_e

$M * N$: メッシュ数

5.1 一つの翼型の設計過程

一つの翼型が設計されて行く過程を次のケースを用いて辿って見よう。

ケース 1 “80-47-13A” $M_\infty = 0.793$, $R_e = 2$

$\times 10^6$, $\delta_{TE} = 0.023$, 図 1.1, 図 1.2

目標 C_p として図 1.2 に示されるように上面の C_p が三つ山形状の複雑なものをを入力した(本所空気力学第二部における実験結果)。MOD=0~5 の仮排除面形状の変遷を図 1.1 に示す。そこでは、INITIAL GEOMETRY は入力した初期仮排除面形が過程 B において後縁幅が δ_{TE} の厚みをもつように調整されたもの、MOD \times GEOMETRY は MOD = \times の過程 C において形状表示基準線が主流軸 x と ROTATION の角度をもつように固定されたもの、INTERMEDIATE GEOMETRY は過程 G において決定された修正幅 δ だけ MOD \times GEOMETRY から移動したものを示す。この図からわかるように第一回目の修正量はかなり大きい。又、第二回目の修正量は小さくなるがまだ目で識別できる。しかし第三回目以降は三つの記号が一致して目で識別できない程に小さくなる。つまり反復が収束したと見られる。

一方、図 1.2 から MOD=0~5 の過程 C における直接ルーチンの数値解析による圧力分布の変遷を知ることができる。それは MOD=0 では目標のものからかなり離れているが MOD=1 ではやや近づき、MOD=2 ではかなり近づく。MOD=3, 4, 5 では C_p の変化は微小で更に修正を重ねてもこれ以上のよい一致は期待できないと考えられる。MOD ≥ 1 において、この各圧力分布を基に境界層排除厚を求め、排除面形からそれを引いて得た翼型が同じ図 1.2 に示されている。

(備考) 過程 C (2.3 節) で仮排除面形の空間 $x y$

内部への固定の方法として回転ありの場合（標準）と回転なしの場合の二つを示した。ケース1では前者を選んだので、図1.2に示されるように各MODの解析数値解 C_L （上面の C_P 曲線と下面の C_P 曲線で囲まれる実線図形の面積）は目標の $C_L=0.517$ （+印について同様の面積）にほぼ等しい。これは仮排除面形が x 軸に対し図1.1で示されるROTATIONの角度でもって位置付けられているからである。一方、回転なしの場合を選んで計算をすると各MODのROTATIONは 0° であり、MOD=0において C_L と C_L は0.217の差をもつが、計算は順調に進みMOD=5ではケース1と同じ結果を得る。しかし、目標の C_L が大きいケースでは回転なしの場合を選ぶと計算は不安定現象のため不成功に終る場合が多い。たとえば、後述のケース6（ $C_L=1.469$ ）で回転なしに変えるとMOD=0で $C_L=0$ となり C_P 曲線が目標のものから大幅に離れ過程Fの逆ルーチンにおいてオーバーフローが生じた。それ故、標準として無難な方の回転ありの場合を選んでいく。

5.2 ホドグラフ法による圧力分布を目標とした数値計算例

衝撃波なし翼型を対象として非粘性条件の下にホドグラフ法によって多数の翼型と圧力分布が同時に求められている。ここではその圧力分布を目標として与えてそれに近い圧力分布をもつ翼型が求まるかどうか種々の圧力分布パターンについて試そう。

ケース2 “BOERSTOEL” $M_\infty=0.786$, INIT=0, $I_S=3$, 回転なし, 図2

ケース3 “YC0054” $M_\infty=0.659$, 図3

ケース4 “TAKANASHI. A” $M_\infty=0.745$, INIT=0, 回転なし, 図4

ケース5 “G75-06-12” $M_\infty=0.75$, $I_S=5$, 図5

ケース6 “G65-15-10” $M_\infty=0.65$, $I_S=15$, 図6

ケース7 “G72-06-16” $M_\infty=0.72$, $\delta_{TE}=0.0182$, $I_S=5$, 図7

ケース8 “G71-08-14” $M_\infty=0.71$, $\delta_{TE}=0.02$, $I_S=5$, 図8

ケース9 “G70-10-13” $M_\infty=0.7$, $\delta_{TE}=0.02$, $I_S=7$, 図9

ケース10 “G65-14-08” $M_\infty=0.65$, $R_e=2 \times 10^6$

$\delta_{TE}=0.0162$, $I_S=20$, 図10

ケース2はBoerstael²⁴⁾, ケース3は重見²⁵⁾, ケース4は高梨⁴⁾, ケース5~ケース10はGarabedian-Korn³⁾のホドグラフ法による圧力分布を目標とする。各図において、左画面はMOD=0における初期仮排除面形とその数値解析による圧力分布を示し、それが目標からかなり離れていることを知る。しかし、右画面におけるMODではいずれのケースにおいても目標にかなり近い圧力分布をもつ排除面形（非粘性の場合、翼型）が得られていることがわかる。又、本計算法によって実際に得られた排除面形がホドグラフ法によって得られた翼型つまり原型に一致するかどうか初めの五つのケースについて調べて見る。図10.1から原型（実線）と本計算法によるもの（×印）はよい一致を示すことがわかる。

これらの図を通じて本計算法は種々の衝撃波なし圧力分布パターン（特にケース2, 4は対称翼, ケース6, 10は大きい揚力係数）に適用できることがわかる。

5.3 実験結果の圧力分布を目標とした数値計算例

本所空気力学第二部による実験において得た圧力分布を目標としてそれに近い圧力分布をもつ翼型が得られるかどうか試めしてみよう。ただし、主流マッハ数とレイノルズ数は実験のものと同じにする。

ケース11 “TAKANASHI. B” $M_\infty=0.751$, $R_e=5 \times 10^6$, $\delta_{TE}=0.016$, $I_{SM}=1$, 図11

ケース12 “777-626-13A” $M_\infty=0.763$, $R_e=2 \times 10^6$, $\delta_{TE}=0.023$, $I_{SM}=1$, $I_S=20$, 図12

ケース13 “NACA641-212A” $M_\infty=0.577$, $R_e=2 \times 10^6$, $\delta_{TE}=0.012$, $I_S=4$, $x_{tw}=0.95$, 図13

ケース14 “NACA641-212B” $M_\infty=0.728$, $R_e=2 \times 10^6$, $\delta_{TE}=0.012$, $I_S=4$, $x_{tw}=0.95$, 図14

いずれのケースにおいても、図の左画面のMOD=0では初期仮排除面の数値解析による圧力分布は目標からかなり離れているが右画面に示されるMODにおいては目標にかなり近い圧力分布をもつ排除面形と翼型が得られた。

次にこうして得られた翼型が実験に用いた原型と一致するかどうか調べて見る。図14.1に示すように、非粘性理論のホドグラフ法との比較において見たような良い一致はこのいずれのケースにおいても見られない。特に後半部において一致はよくない。しかし、形状は良く似ている。また、ケース11と12においては前縁から約62%コード位置までは良い一致が見られる。このように翼型の全部分について良い一致が得られない理由として、実験の圧力分布は風洞壁干渉による影響を受けていることと我々の境界層計算は剝離現象を正確に取り扱っていないことが考えられる。

5.4 衝撃波あり翼型を衝撃波なし翼型に設計変更する数値計算例

ある任意の衝撃波を伴う圧力分布曲線を、それを伴わないように適当に一部修正する。そしてそれを目標として衝撃波なし翼型を本計算法によって求めることができることを次の例によって示そう。

ケース15 “JKWSKI NO5.B” $M_\infty=0.7$, $R_e=2 \times 10^6$, $\delta_{TE}=0.025$, $I_{SM}=1$, 図15

図15において点線で示されるような衝撃波を伴う圧力分布曲線(右画面に点線で示される排除面形の数値解析による解)をフリーハンドで+印のように修正したものを目標とする。計算の結果、右画面のMOD=5において、目標とよく一致する圧力分布をもつ排除面形と翼型を得た。この衝撃波なし排除面形は元の衝撃波ありのものに比べ、上面においてかなりの変化を受けているが下面では変化していない。このように衝撃波あり翼型を本計算法によって衝撃波なし翼型に変えることができる。

5.5 相異なる M_∞ の下に相等しい P/P_0 の C_p 分布をもつ三つの翼型の設計

相異なる M_∞ の下に相等しい P/P_0 をもつ C_p 分布を目標として与え、どのような変化をもつ非粘性の翼型が得られるか本計算法によって調べてみよう。ただし、 P は圧力、 P_0 はよどみ点における圧力で M_∞ との間に次式の関係が成り立つ。

$$P/P_0 = \left(\frac{1}{2} \gamma M_\infty^2 C_p + 1 \right) / \left\{ 1 + \frac{1}{2} (r-1) M_\infty^2 \right\}^{r/(r-1)}$$

ケース16 “T3M003/72M” $M_\infty=0.72$, $I_S=3$, 図16

ケース17 “T3M003/74M” $M_\infty=0.74$, $I_S=6$, 図17

ケース18 “T3M003/77M” $M_\infty=0.77$, $I_S=12$, 図18

各図に示されるような圧力分布を目標として左画面のMOD=0から出発して右画面の結果を得た。得られた非粘性の翼型の最大厚みは $M_\infty=0.72$ で翼弦の13.6%, 0.74で翼弦の11.5%, 0.77で翼弦の8.7%であった。主流マッハ数が増すにつれ翼厚の薄いものが得られる。又、 M_∞ の0.05のみの変化で翼厚はかなり影響を受けることがわかる。なお、この目標圧力分布は本所高島氏から提供されたものである。

5.6 平坦な圧力分布をもつ翼型の設計

本所、高島氏の指示の下に上下面とも平坦な圧力分布をもつ非粘性の翼型の設計を試みる。

ケース19 “N1RL01/80M03” $M_\infty=0.8$, $I_S=7$, 図19

ケース20 “N1RL01/80M13” $M_\infty=0.8$, $I_S=3$, 図20

目標の翼面圧力分布は、図に示されるように、上面では二ケースとも同一のものを与えるが、下面の平坦部分では0.34の差をつけて与える。計算は各図の左画面から出発し右画面の結果をもたらした。得られた翼型はどちらも中間部分が平坦な形状をもつ。その最大翼厚はケース19では翼弦の8.4%, ケース20では翼弦の11.6%である。揚力係数の大きいケース19の方が翼厚が薄いことがわかる。このように下面の目標圧力分布曲線を上下させて本計算法によって厚みの異なる翼型を得ることができる。

5.7 強い衝撃波あり翼型の設計

これ迄の計算例は小さい跳びの衝撃波の計算(例、ケース1, 20)を含んでいたが大きい跳びのものは含んでいない。この節では次の六つのケースの図に示されるような同一の+印の大きい跳びの衝撃波をもつ圧力分布を目標とする。そして三つの主流マッハ数の下に、どのような相違をもつ非粘性の翼型が得られるか調べよう。又、非保存型(標準)と準保存

型の差分スキームは衝撃波の捕獲に相違があること、つまり準保存型の方が非粘性理論において、より正確であるが、計算において不安定現象が起りやすいと3.2.7節で述べた。ここでは、計算を通じてこの二つの差分による結果比較を目的に計六つのケースの計算を行なう。ただし、他の節では計算能率を上げるためにPoissonスイープをSLORスイープにはさんだが、この節では計算に不安定現象が伴いやすいのでPoissonスイープははさまない。

ケース21 "TEST A"	} $I_S = 5,$	図21	
ケース22 "TEST B"		} $I_{SM} = 1,$	図22
ケース23 "TEST C"			INIT=0, 図23
ケース24 "QUASI TEST A"	} 準保存型,	図24	
ケース25 "QUASI TEST B"		} ($\beta = 0.2$)	図25
ケース26 "QUASI TEST C"			図26

計算は各図の左画面から出発して目標に近い解析数値解の圧力分布をもつ右画面の非粘性の翼型を得た。これらの図からどちらの差分型によっても M_∞ が増すにつれ翼型の厚みは薄くなる傾向にある。しかし、衝撃波が付着している位置付近の形状は、非保存型の場合、 $M_\infty = 0.71$ ではふくらみ $M_\infty = 0.75$ ではややふくらみ $M_\infty = 0.79$ ではややくぼむ。また、準保存型の場合、 $M_\infty = 0.71$ でふくらみ $M_\infty = 0.75$ で滑らか $M_\infty = 0.79$ で大きくくぼむ。また、最長弦と主流軸の成す角(迎角)は非保存型の方が大きい。特に $M_\infty = 0.79$ では 1.26° の差がある。このようにどちらの差分型によっても形状は似たものを得るが、衝撃波付近の形状や迎角に相違が見られる。

5.8 所要計算時間

各ケースの修正回数とFACOM 230-75 APUの所要計算時間を表1に記す。この他に各ケースとも約 $2 \times (\text{修正回数}) + 2$ 秒のCPU時間を所要する。Poissonスイープを使った標準のケース(1~20)の平均修正回数は2.9で平均所要計算時間は146秒である。又、大きい跳びの衝撃波故にPoissonスイープを使えないケース(21~26)の平均修正回数は5.5で平均所要計算時間は762秒である。

5.9 計算のまとめ

以上の計算を通じて本計算法に関し次のように結論できる。

1. 衝撃波の有無にかかわらず、広範な型の圧力分布を与えて翼型を設計することが可能である。
2. ホドグラフによって得られる衝撃波なし翼型の設計圧力分布を与えて本計算法によって得た翼型は、当該翼型とよく一致する。
3. 衝撃波をもつ圧力分布を、任意に衝撃波なしに修正したものを目標として、本計算法によって衝撃波なし翼型を得ることができる。
4. 大きい跳びの衝撃波を伴う圧力分布の翼型も本計算法によって設計できる。ただし、衝撃波の付着付近で凹凸形状が生じやすいのでなめらかな形状のものを欲する場合には圧力の跳びと主流マッハ数と差分スキームの相互関係を把握する必要がある。
5. 一つの圧力分布を元にして M_∞ のようなパラ

表1 各ケースの修正回数と所要計算時間 (APU)

ケース番号	修正回数	APU 秒	ケース番号	修正回数	APU 秒	ケース番号	修正回数	APU 秒
1	5	320	11	5	119	21	3	454
2	3	127	12	4	172	22	2	341
3	2	53	13	5	99	23	10	1448
4	4	120	14	4	111	24	3	369
5	2	142	15	5	197	25	8	916
6	2	171	16	1	131	26	7	1043
7	2	154	17	1	73			
8	2	149	18	1	133			
9	3	208	19	1	85			
10	3	135	20	3	223			

メータの値を連続的に変えたり、又は、圧力分布に連続的に一部修正を加えたりして一シリーズの翼型を得ることができる。

6. 本計算法は境界層剝離現象を正確に取り扱っていない。又、風洞壁干渉による影響も含んでいない。それ故、実験値の圧力分布をそのまま目標として本計算法によって計算した場合、得られた翼型は実験の原型とよい一致を示さない。このような場合には、予め、影響分だけ M_∞ を増減するような操作が必要であろう。

6. むすび

本論文では完全ポテンシャル微分方程式に基づいた遷音速翼型設計の新しい数値解法を提示し、実際にそれを適用した計算例を示した。この数値解法によって、衝撃波の有無にかかわらず目標の圧力分布を与えてそれに一致する、又はかなり近い圧力分布をもつ完全な翼型幾何を得ることができた。特に、何かの欠点をもつ翼型があった場合、その圧力分布を望ましいように局部修正したものを目標として与え、この数値解法によってその翼型を修正することも可能である。

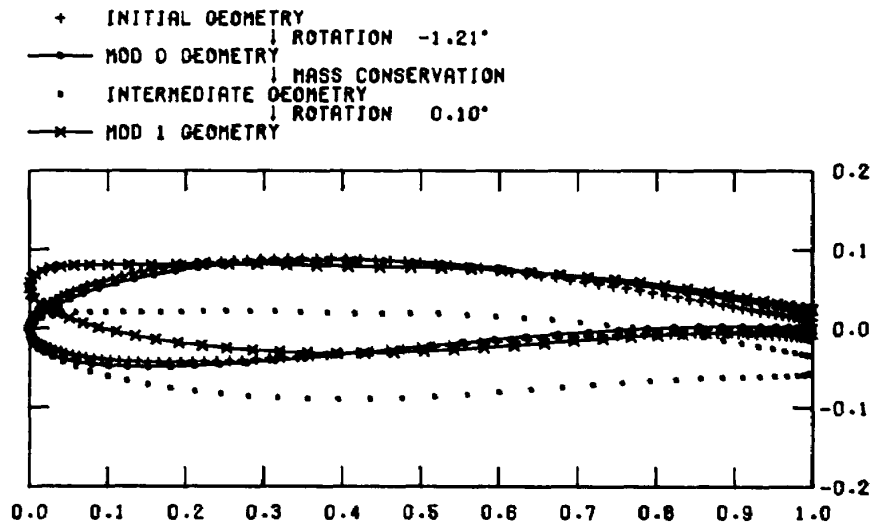
なお、この数値解法を含むプログラムはこの方法の理論を理解していない設計技術者にもブラック・ボックスとして利用できるように汎用化が施された。詳細は別稿の航空宇宙技術研究所報告 TR-673 “完全ポテンシャル流の遷音速翼型設計；Ⅱ汎用プログラムの開発”を参照されたい。

最後に、プログラム作製と計算作業を担当され、終始御尽力いただいた元大興電子通信株式会社システム開発部主任、田中正樹氏に厚く感謝の意を表す。

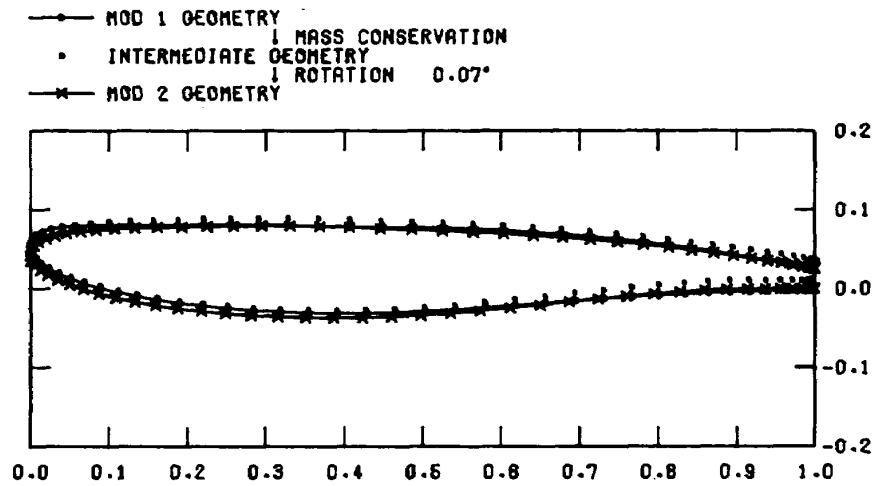
参 考 文 献

- 1) 神谷信彦；遷音速翼研究の展望，日本航空宇宙学会誌 Vol.27, No.311, (1979), pp. 627~637.
- 2) G. Y. Nieuwland; Transonic Potential Flow Around a Family of Quasi-Elliptical Aerofoil Sections, NLR TR T-172 (1967).
- 3) F. Bauer, P. Garabedian, D. Korn & A. Jameson; Supercritical Wing Sections II, Lecture Notes in Econom. and Math. Systems, Vol. 108, Springer-Verlag (1975).
- 4) 高梨進；翼型を過ぎる遷音速ポテンシャル流の厳密解法，航空宇宙技術研究所報告 TR-383 (1974).
- 5) 重見孝，武田喜一郎；ホドグラフ法による遷音速衝撃なし翼型の設計について，日本航空宇宙学会第16回飛行機シンポジウム講演集 (1978), pp. 100 - 103.
- 6) F. Bauer, P. Garabedian & D. Korn; Super Critical Wing Sections (III), Lecture Notes in Econom. and Math. Systems, Vol. 150, Springer-Verlag (1977).
- 7) H. Sobieczky, K. Y. Fung & A. R. Seebass; A New Method for Designing Shock-Free Transonic Configurations, AIAA Paper 78-1114 (1978).
- 8) 中村正義；任意翼型の一部を変更した衝撃波を伴わない翼型を求める解法，航空宇宙技術研究所報告 TR-602 (1980).
- 9) B. Eggleston; An Inverse Method for the Design of Airfoils with Supercritical Flow, SAE Paper 770450 (1977).
- 10) L. A. Carlson; Transonic Airfoil Design using Cartesian Coordinates, NASA CR-2578 (1976).
- 11) R. L. Barger & C. W. Brooks; A Streamline Curvature Method for Design of Supercritical and Subcritical Airfoils, NASA TN D-7770 (1974).
- 12) W. H. Davis; Technique for Developing Design Tools from the Analysis Methods of Computational Aerodynamics, AIAA Paper 79-1529 (1979).
- 13) T. L. Tranen; A Rapid Computer Aided Transonic Airfoil Design Method, AIAA Paper No. 74-501 (1974).
- 14) R. M. Hicks & G. N. Vanderplaats; Application of Numerical Optimization to the Design of Supercritical Airfoils without Drag Creep, SAE Paper No. 770440 (1977).
- 15) G. N. Vanderplaats & R. M. Hicks; Nu-

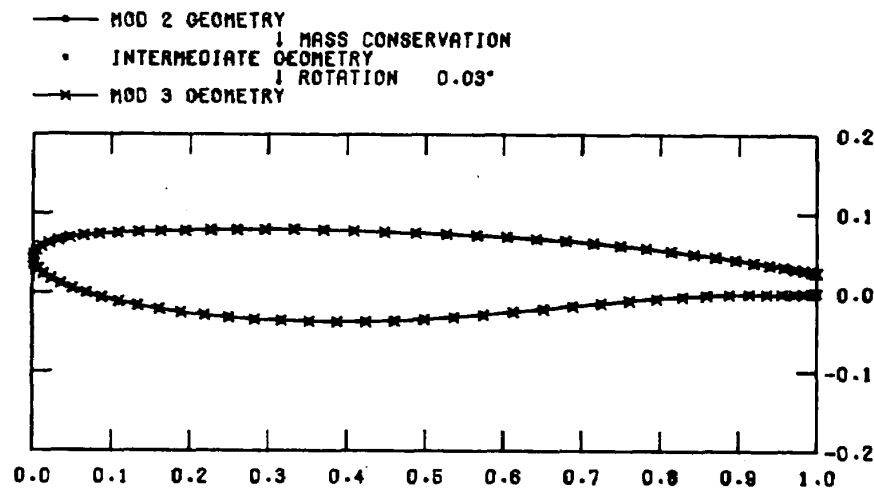
- merical Airfoil Optimization Using a Reduced Number of Design Coordinates, NASA TMX-73, 151 (1976).
- 16) J. F. Nash & A. G. Macdonald; The Calculation of Momentum Thickness in a Turbulent Boundary Layer at Mach Numbers up to Unity, ARC CP-963 (1967).
 - 17) A. Jameson; Iterative Solution of Transonic Flows over Airfoils and Wings, Including Flows at Mach 1, Comm. Pure and Appl. Math., Vol. 27 (1974), pp. 283 ~ 309.
 - 18) P. C. Bavitz; An Analysis Method for Two-Dimensional Transonic Viscous Flow, NASA TND-7718 (1975).
 - 19) G. S. S. Ludford; The Behavior at Infinity of the Potential Function of a Two-Dimensional Subsonic Compressible Flow, J. Math. Phys., Vol. 30 (1951), pp. 117 ~ 130.
 - 20) 河合伸坦, 石黒登美子, 神谷信彦; 二次元翼まわり遷音速流数値計算の汎用プログラム, 航空宇宙技術研究所資料 TM-357 (1978).
 - 21) 石黒登美子; 二次元翼まわりの非粘性圧縮流の数値計算, 航空宇宙技術研究所報告 TR-489 (1977).
 - 22) E. M. Murman; Analysis of Embedded Shock Waves Calculated by Relaxation Methods, AIAA J., Vol. 12 (1974), pp. 626 ~ 633.
 - 23) A. Jameson; Transonic Flow Calculations, AGARD LS-87 (1976).
 - 24) J. W. Boerstoel; A Survey of Symmetrical Transonic Potential Flows around Quasi-Elliptical Aerofoil Sections, Nationaal Lucht-en Ruimtevaartlaboratorium, Amsterdam, NLR-TR T.136 (1967).
 - 25) T. Shigemi; A Contribution to the Hodograph Method for Shock-Free Transonic Airfoil Sections, Trans. of Japan Soc. Aero. Space Sci., to be published.



80-47-13,A -- 1



80-47-13,A -- 2



80-47-13,A -- 3

図 1.1 仮排除面形状の変遷

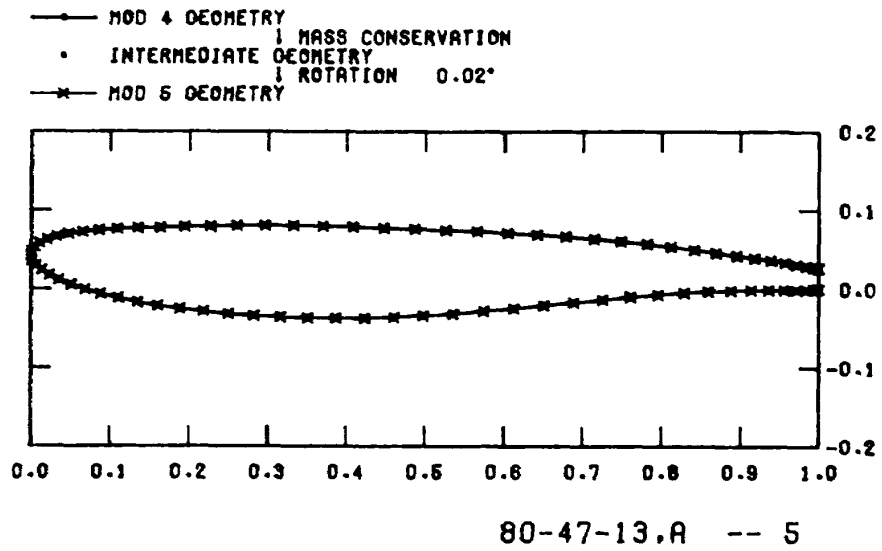
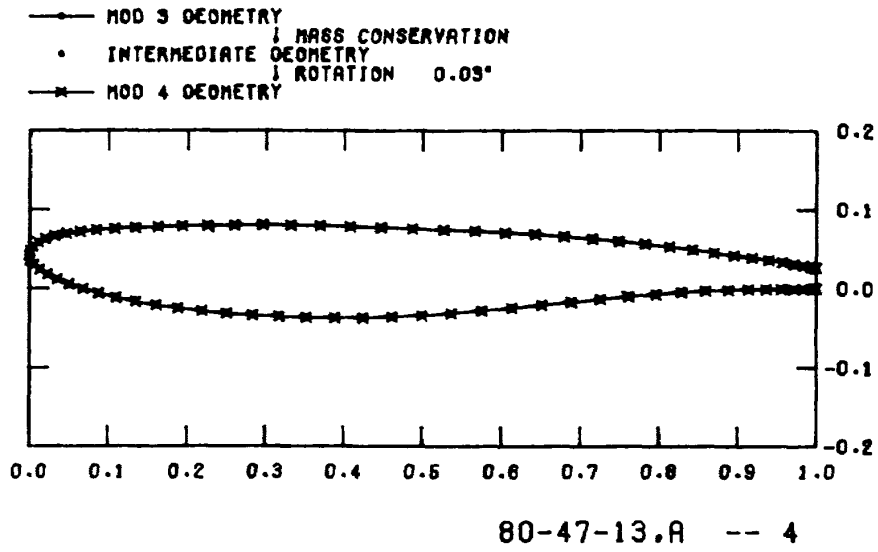


図 1.1 (続)

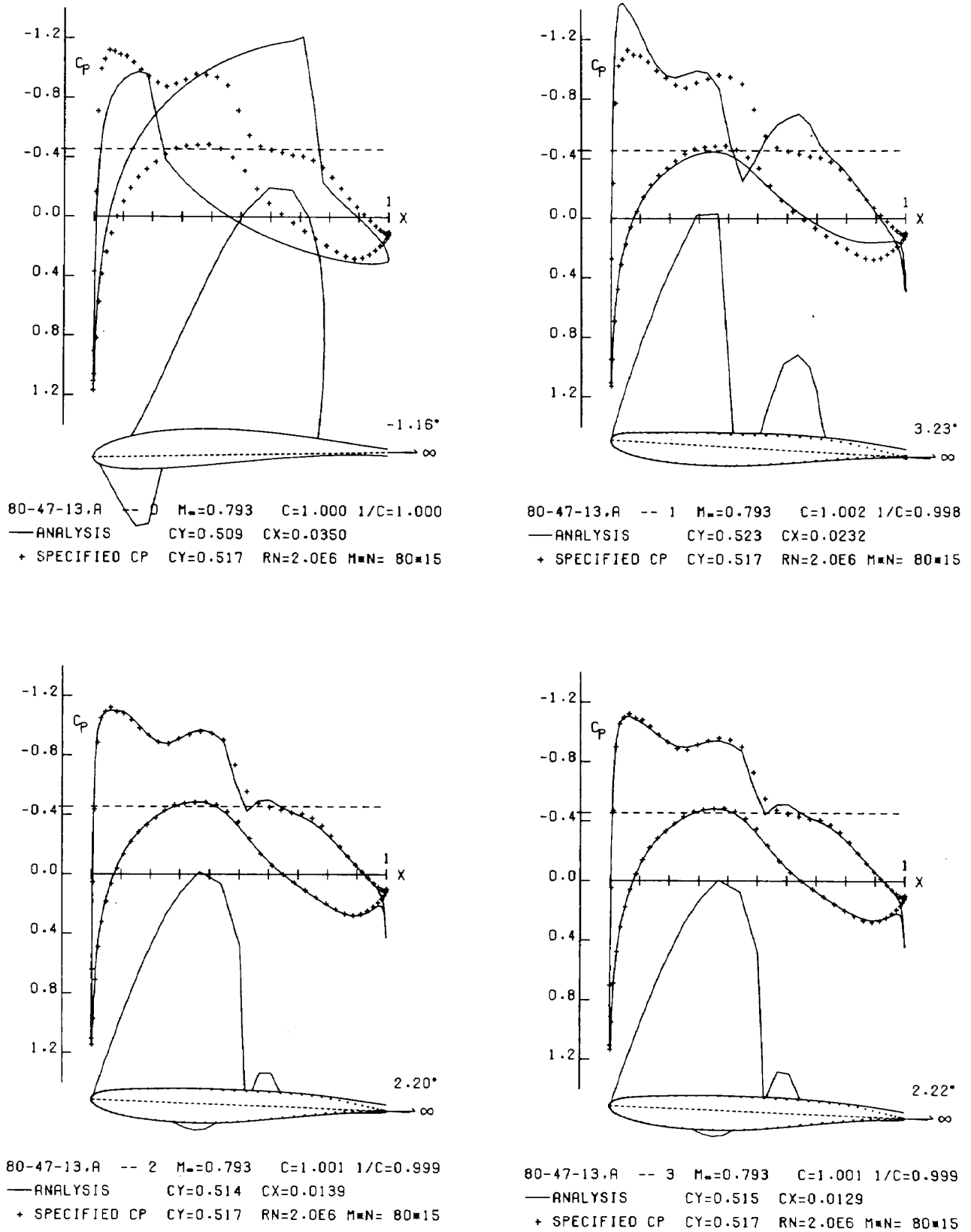
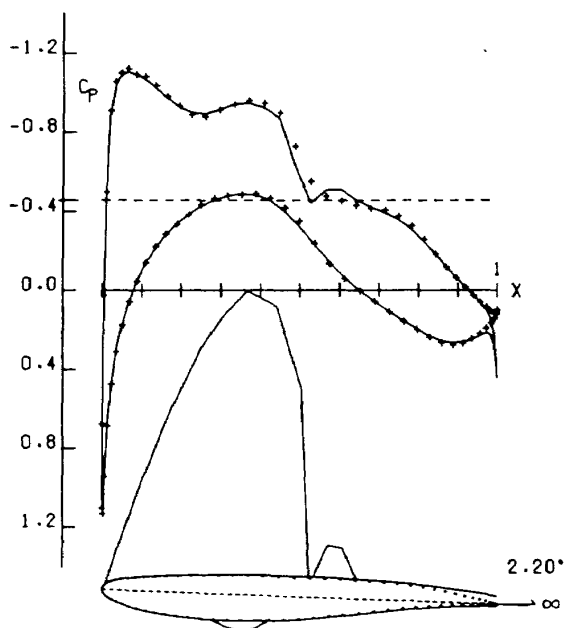
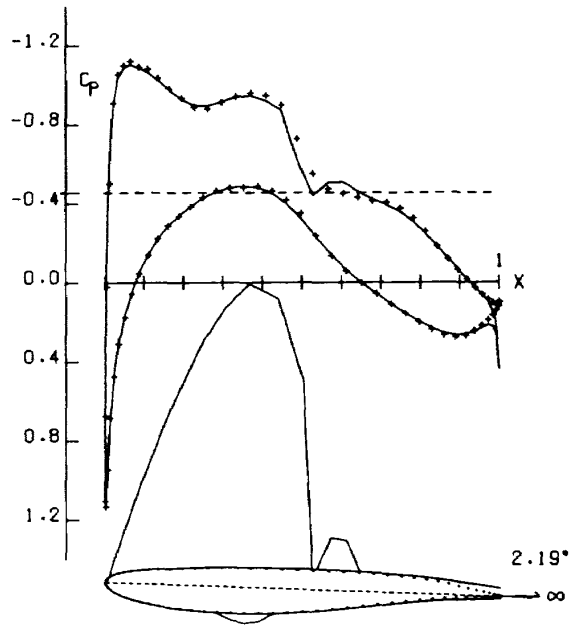


図 1.2 形状と圧力分布

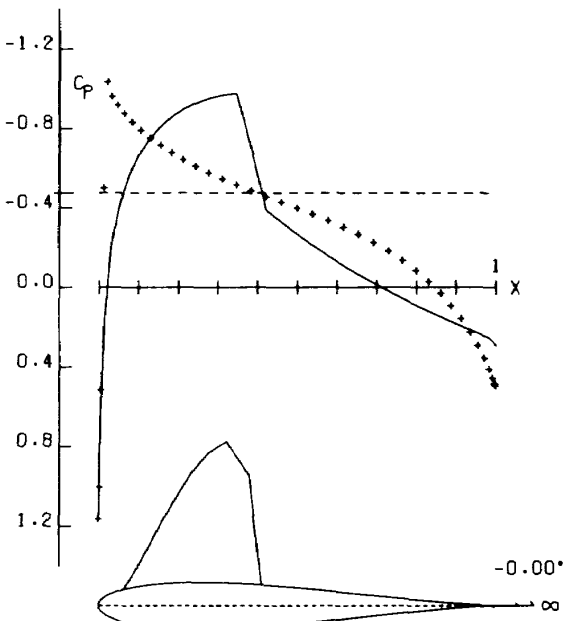


80-47-13.A -- 4 $M_\infty=0.793$ $C=1.001$ $1/C=0.999$
 — ANALYSIS $CY=0.511$ $CX=0.0130$
 + SPECIFIED CP $CY=0.517$ $RN=2.0E6$ $M=N=80=15$

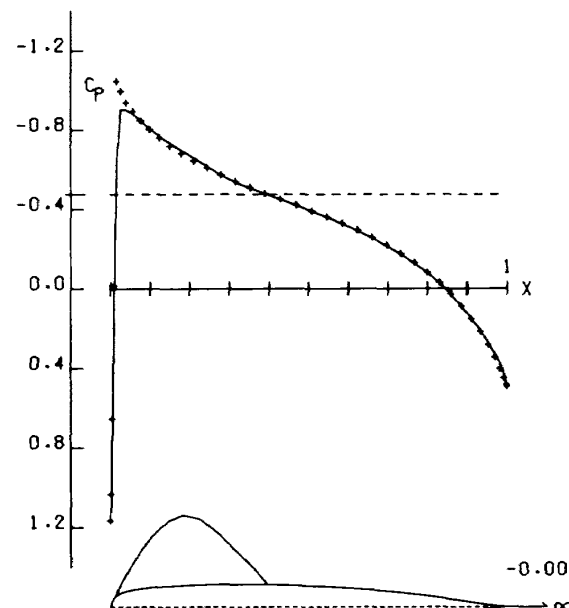


80-47-13.A -- 5 $M_\infty=0.793$ $C=1.001$ $1/C=0.999$
 — ANALYSIS $CY=0.510$ $CX=0.0130$
 + SPECIFIED CP $CY=0.517$ $RN=2.0E6$ $M=N=80=15$

図 1.2 (続)



BOERSTOEL -- 0 $M_\infty=0.786$ $C=1.000$ $1/C=1.000$
 — ANALYSIS $CY=-0.000$ $CX=0.0112$
 + SPECIFIED CP $CY=0.000$ $M=N=80=15$



BOERSTOEL -- 3 $M_\infty=0.786$ $C=1.000$ $1/C=1.000$
 — ANALYSIS $CY=0.000$ $CX=0.0013$
 + SPECIFIED CP $CY=0.000$ $M=N=80=15$

図 2 形状と圧力分布

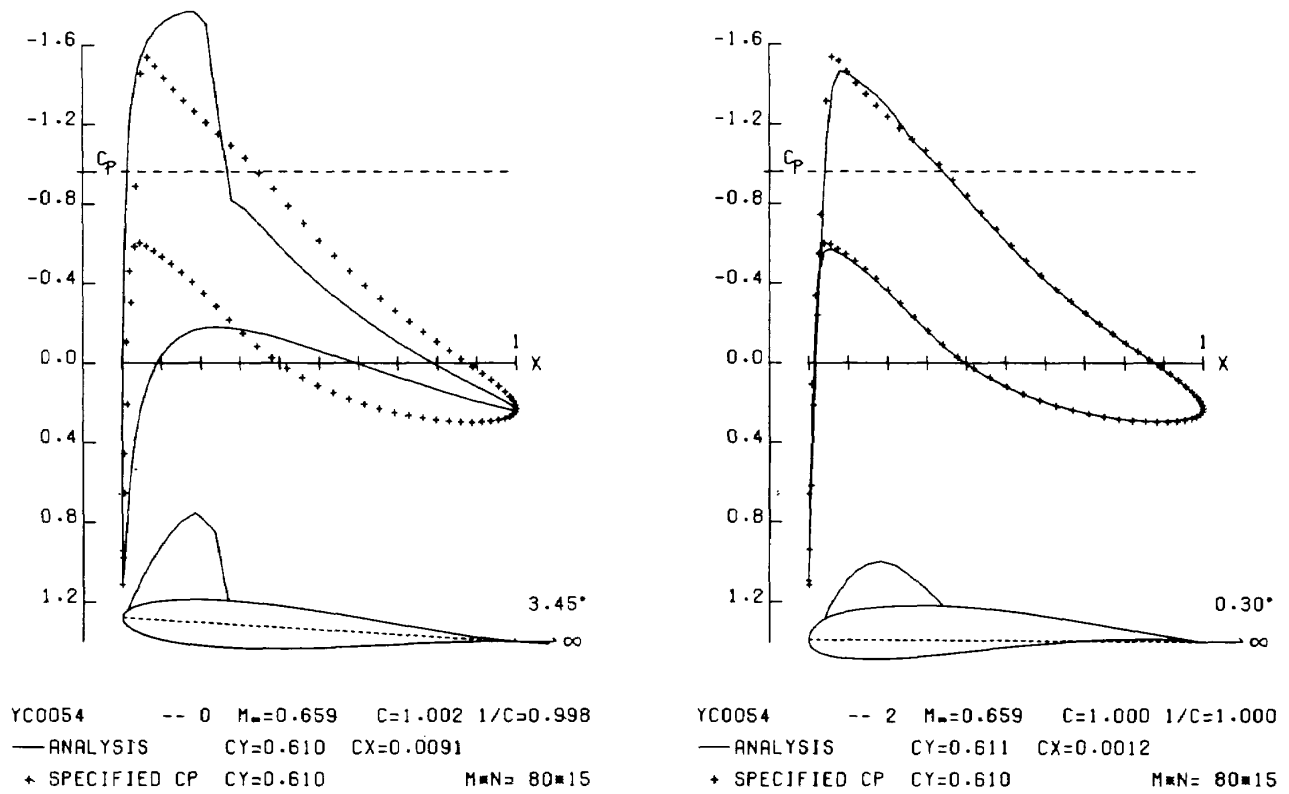


図3 形状と圧力分布

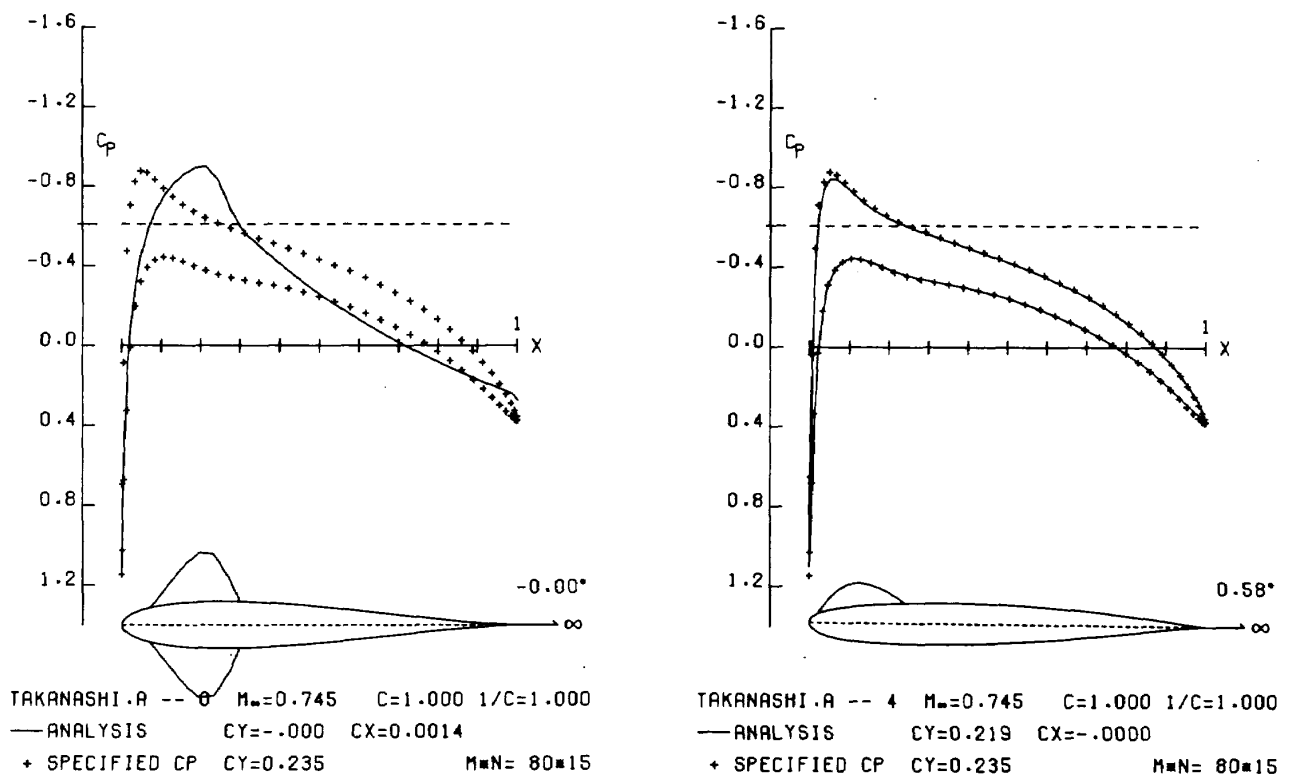


図4 形状と圧力分布

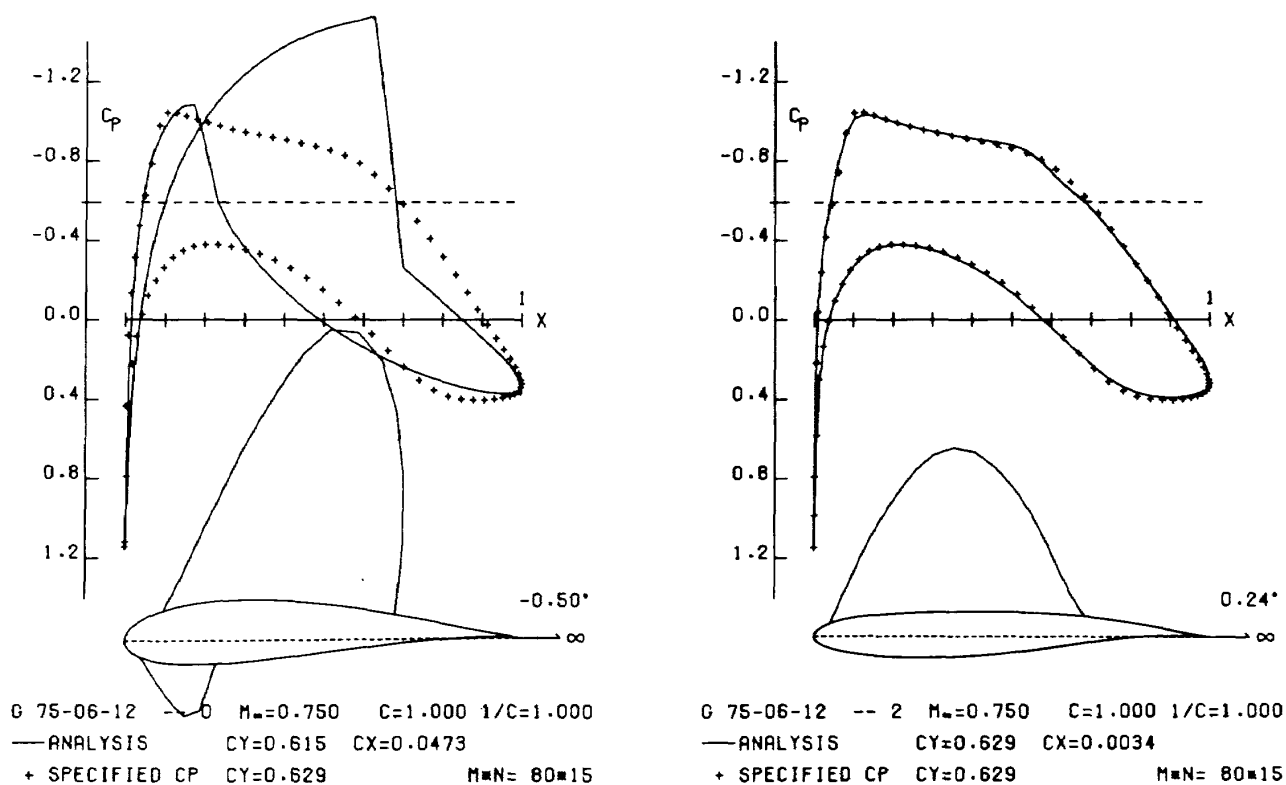


図5 形状と圧力分布

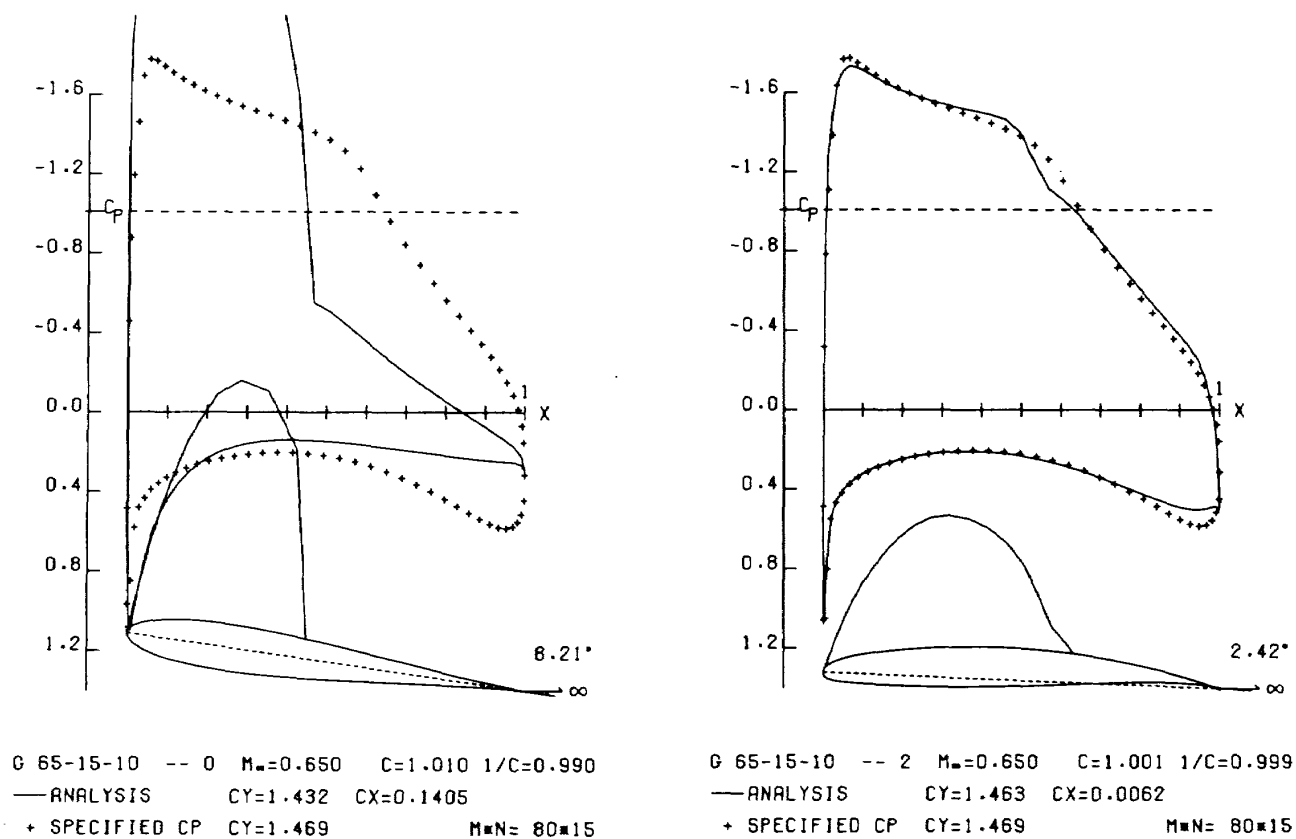


図6 形状と圧力分布

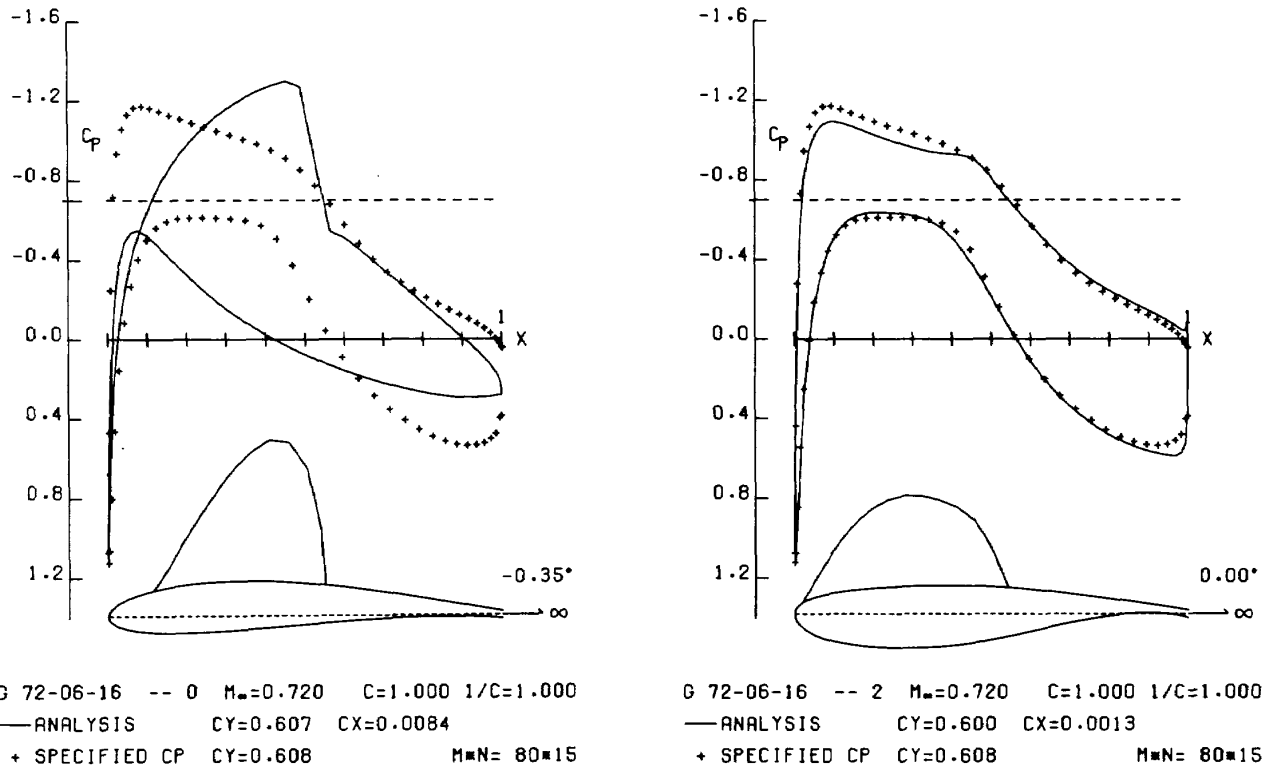


図7 形状と圧力分布

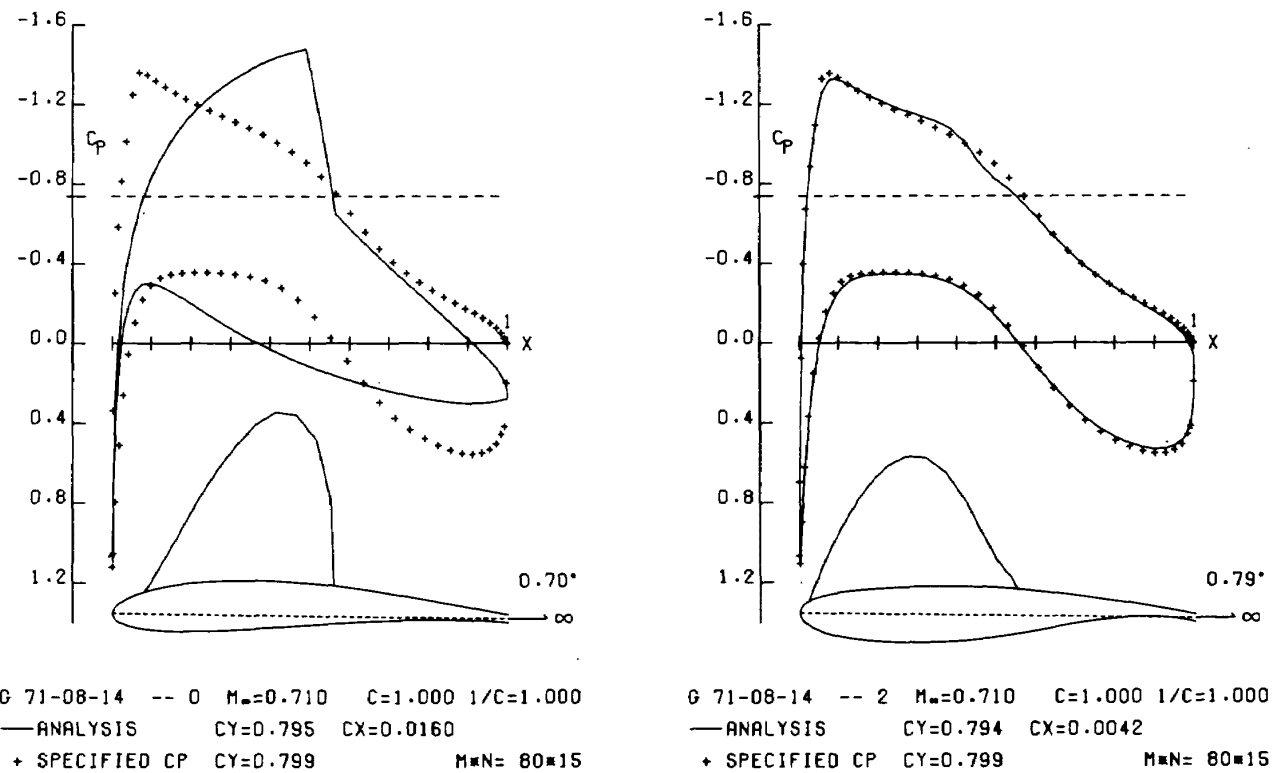


図8 形状と圧力分布

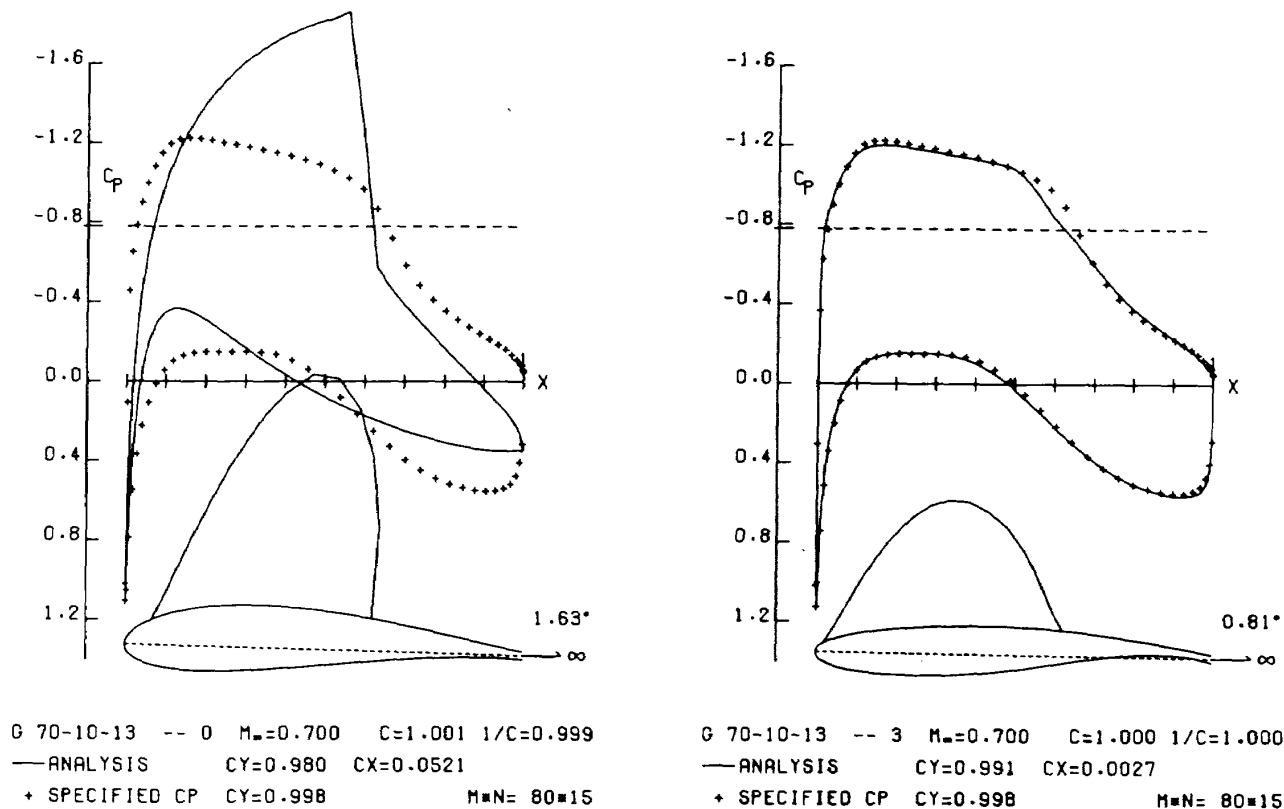


図9 形状と圧力分布

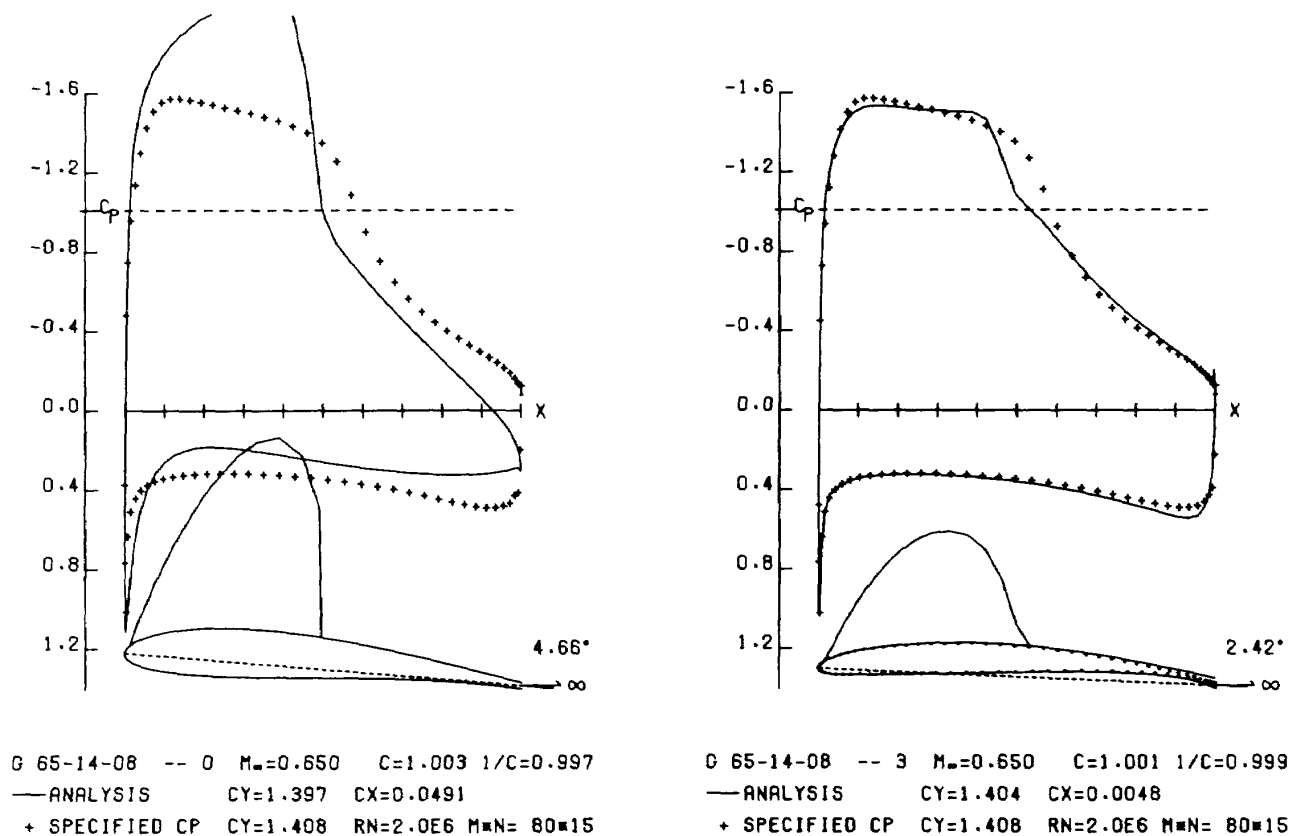
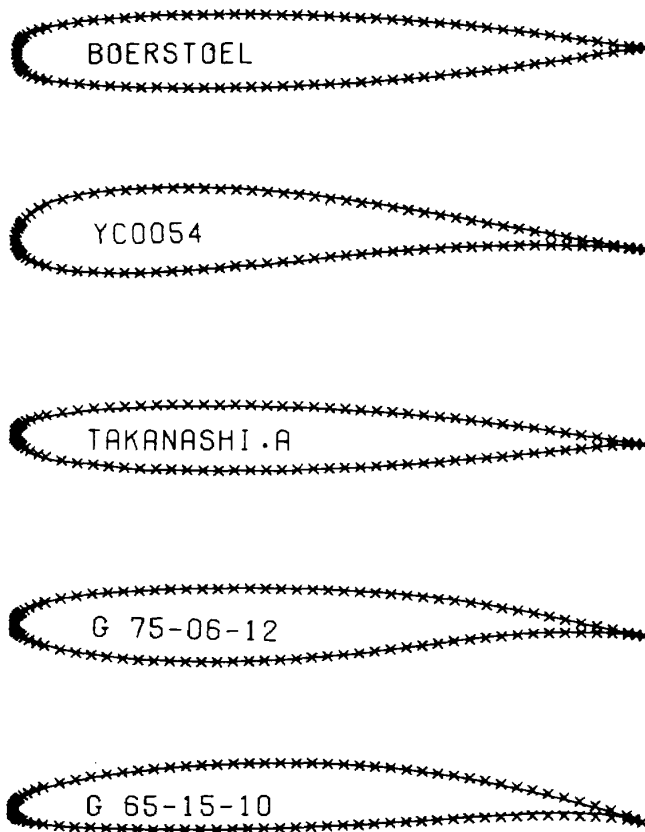


図10 形状と圧力分布



— ORIGINAL × PRESENT METHOD

図10.1 本計算法による翼型と原型の比較

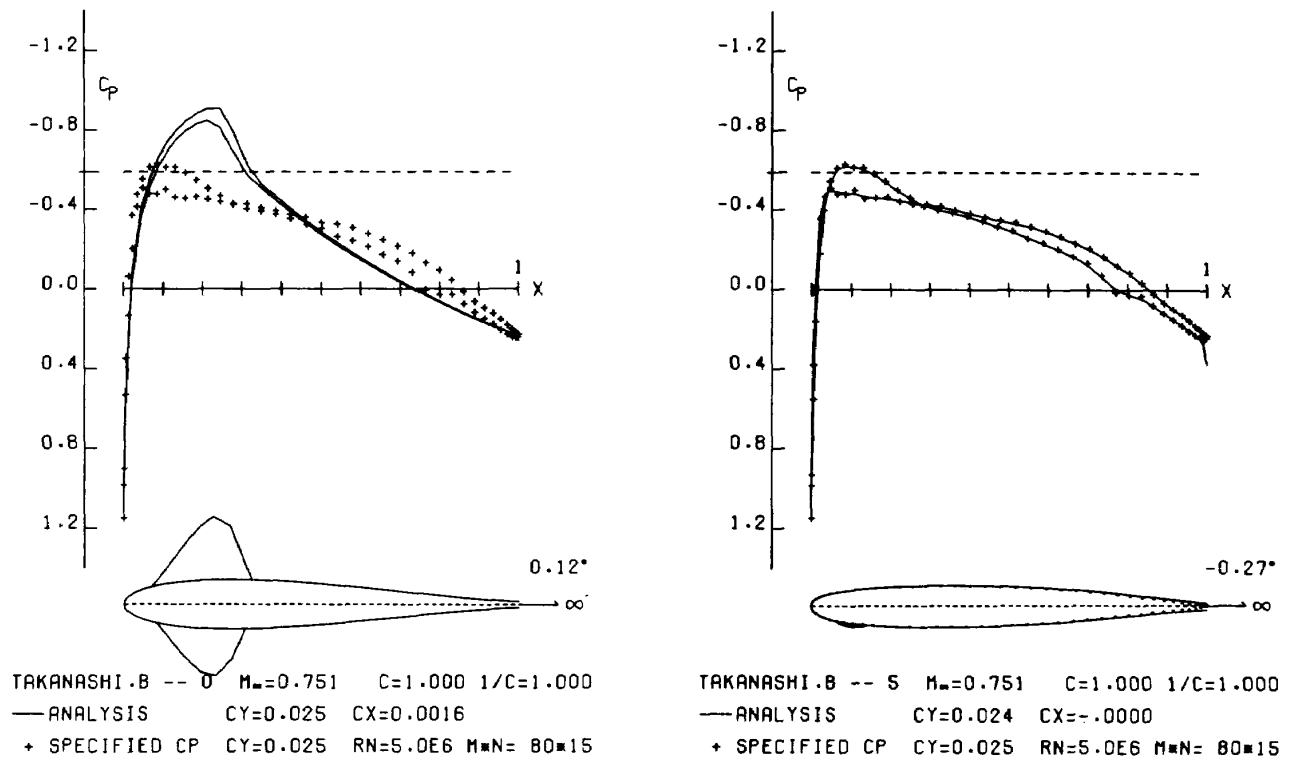
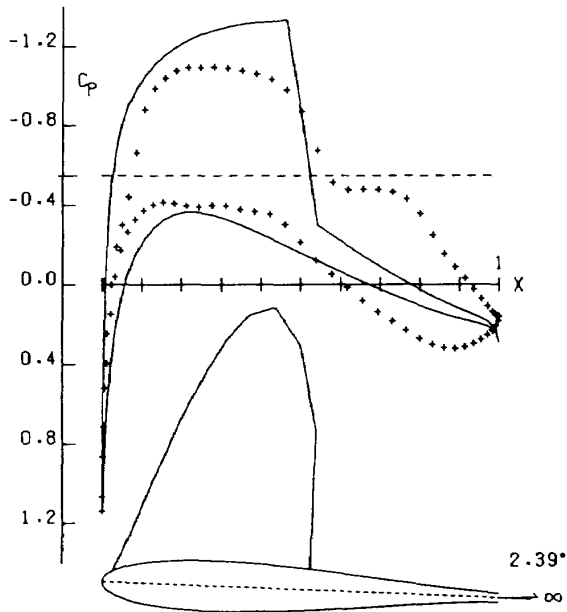
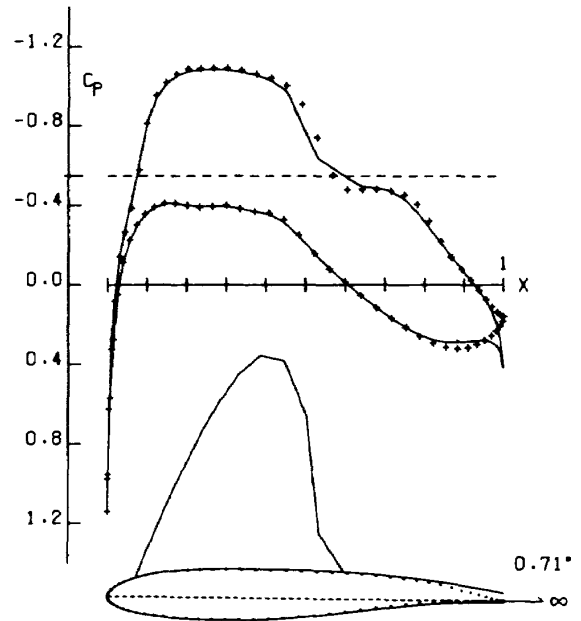


図11 形状と圧力分布

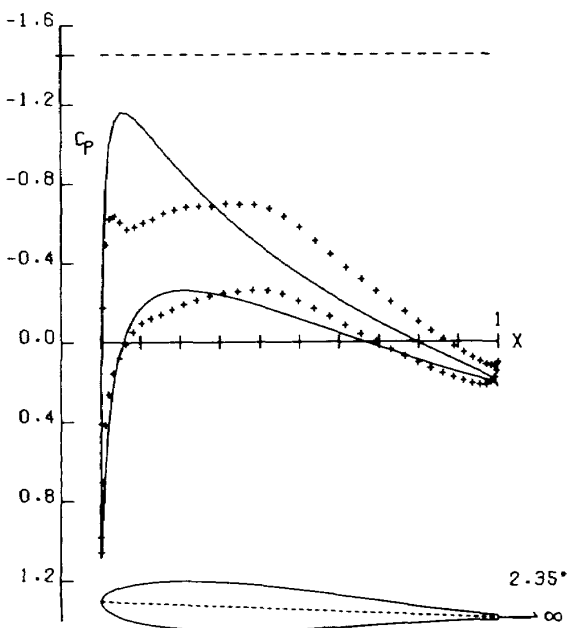


777-626-13 A-- 0 $M_\infty=0.763$ $C=1.001$ $1/C=0.999$
 — ANALYSIS $CY=0.523$ $CX=0.0297$
 + SPECIFIED CP $CY=0.531$ $RN=2.0E6$ $M \times N= 80 \times 15$

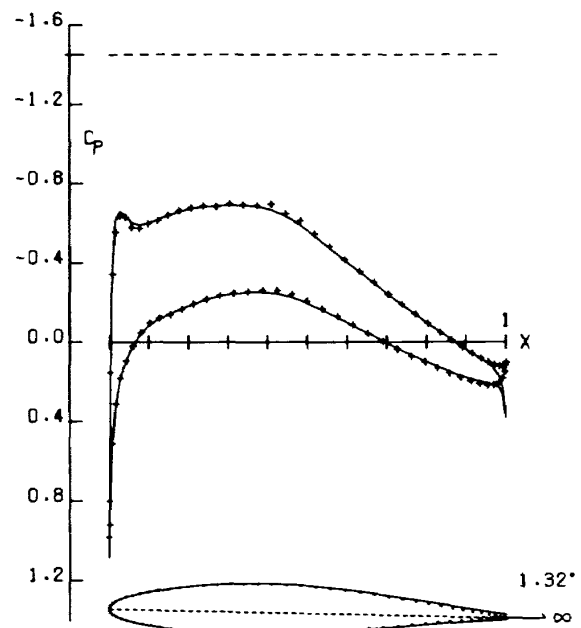


777-626-13 A-- 4 $M_\infty=0.763$ $C=1.000$ $1/C=1.000$
 — ANALYSIS $CY=0.521$ $CX=0.0110$
 + SPECIFIED CP $CY=0.531$ $RN=2.0E6$ $M \times N= 80 \times 15$

図12 形状と圧力分布



NACA641-212A-- 0 $M_\infty=0.577$ $C=1.001$ $1/C=0.999$
 — ANALYSIS $CY=0.360$ $CX=-.0000$
 + SPECIFIED CP $CY=0.360$ $RN=2.0E6$ $M \times N= 80 \times 15$



NACA641-212A-- 5 $M_\infty=0.577$ $C=1.000$ $1/C=1.000$
 — ANALYSIS $CY=0.360$ $CX=0.0001$
 + SPECIFIED CP $CY=0.360$ $RN=2.0E6$ $M \times N= 80 \times 15$

図13 形状と圧力分布

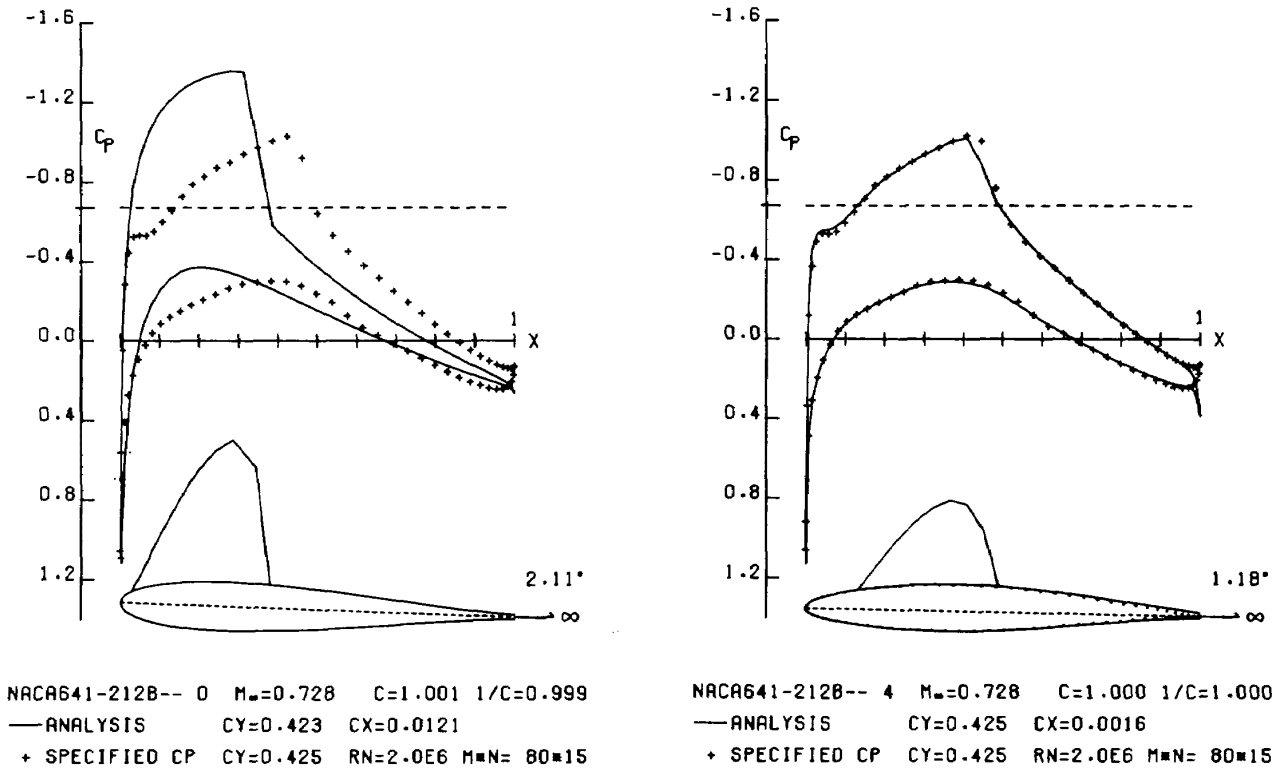
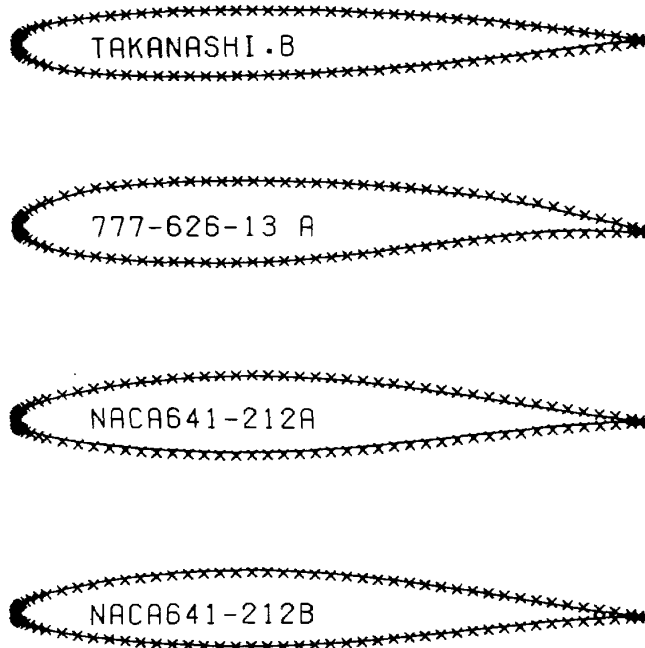
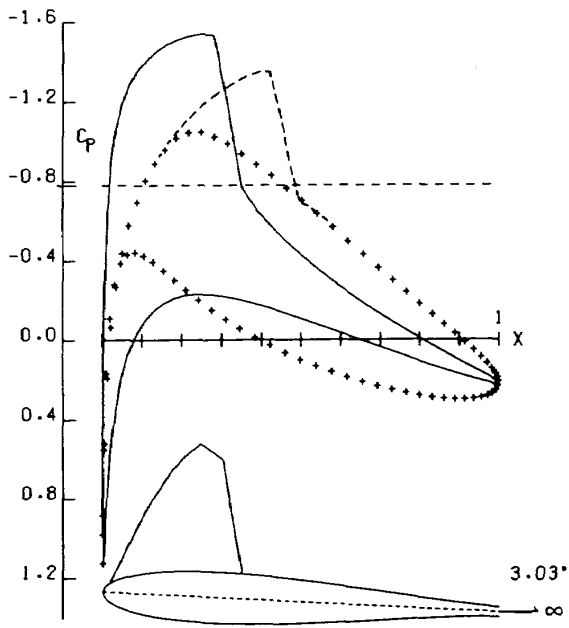


図14 形状と圧力分布

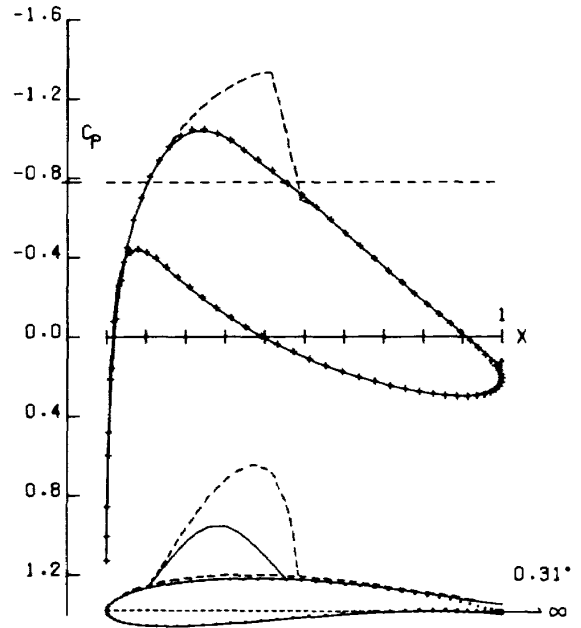


— ORIGINAL × PRESENT METHOD

図14.1 本計算法による翼型と原型の比較

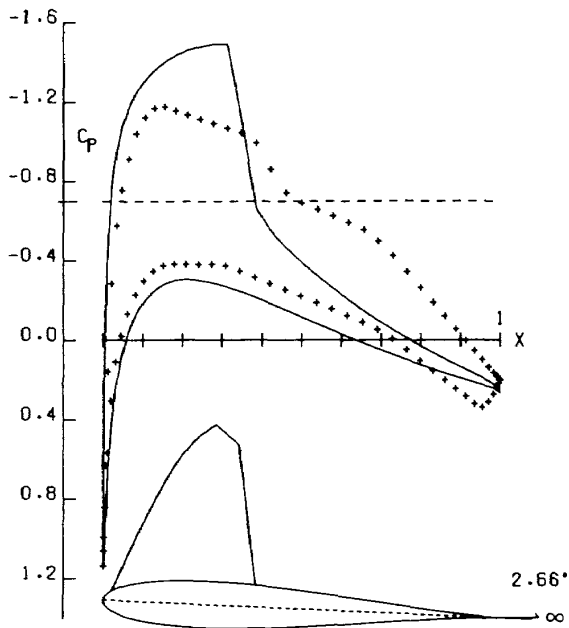


JKWSKI N05.B-- 0 $M_\infty=0.700$ $C=1.001$ $1/C=0.999$
 — ANALYSIS $CY=0.573$ $CX=0.0139$
 + SPECIFIED CP $CY=0.575$ $RN=2.0E6$ $M\#N= 80\#15$

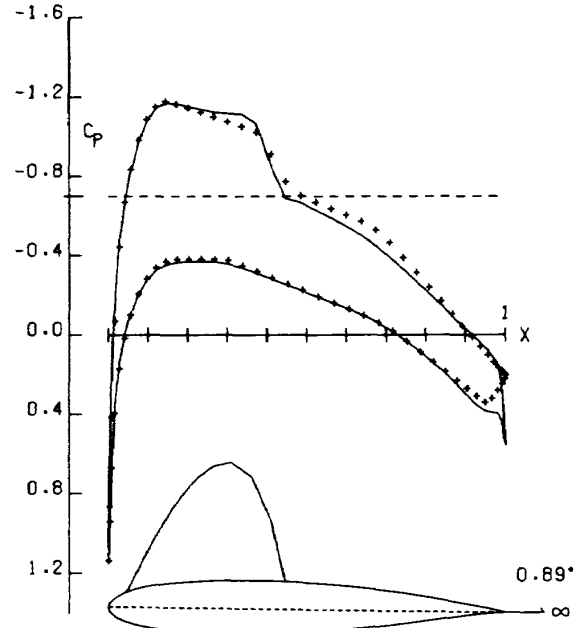


JKWSKI N05.B-- 5 $M_\infty=0.700$ $C=1.000$ $1/C=1.000$
 — ANALYSIS $CY=0.574$ $CX=0.0006$
 + SPECIFIED CP $CY=0.575$ $RN=2.0E6$ $M\#N= 80\#15$

図15 形状と圧力分布

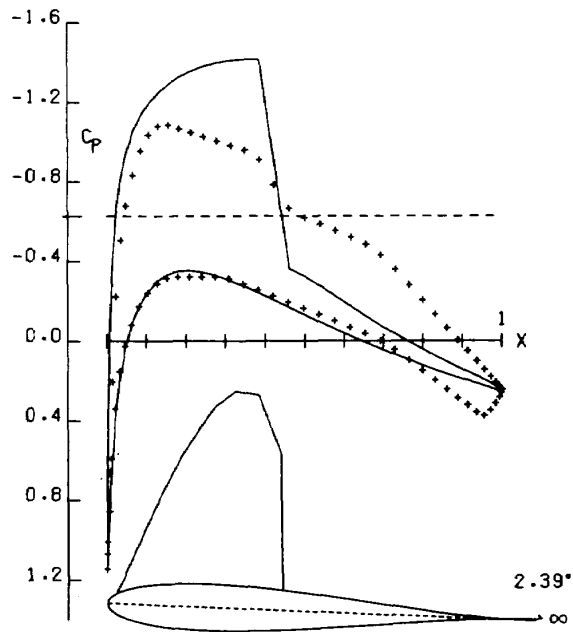


T3M003/72M -- 0 $M_\infty=0.720$ $C=1.001$ $1/C=0.999$
 — ANALYSIS $CY=0.521$ $CX=0.0189$
 + SPECIFIED CP $CY=0.525$ $M\#N= 80\#15$

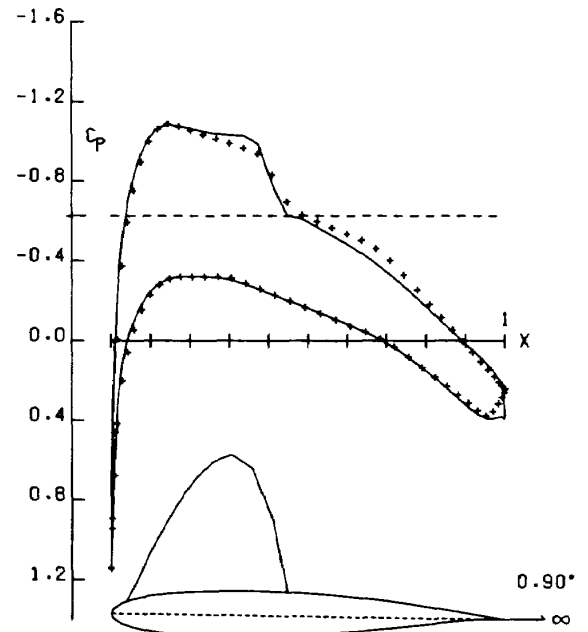


T3M003/72M -- 1 $M_\infty=0.720$ $C=1.000$ $1/C=1.000$
 — ANALYSIS $CY=0.525$ $CX=0.0041$
 + SPECIFIED CP $CY=0.525$ $M\#N= 80\#15$

図16 形状と圧力分布

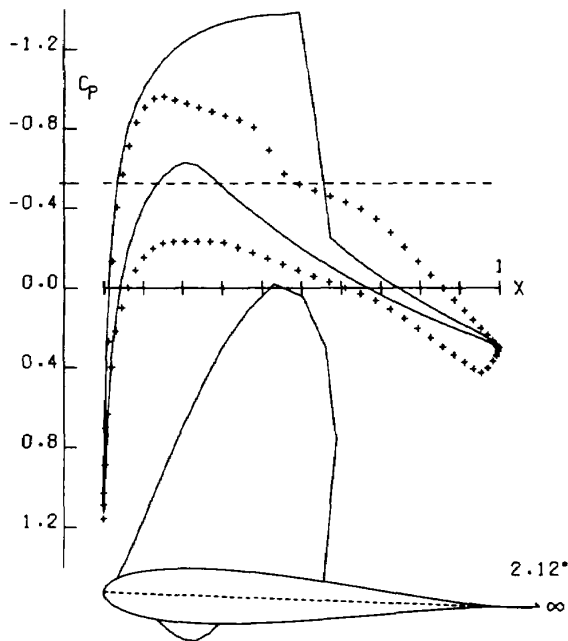


T3M003/74M -- 0 $M_\infty=0.740$ $C=1.001$ $1/C=0.999$
 — ANALYSIS $C_Y=0.501$ $C_X=0.0226$
 + SPECIFIED CP $C_Y=0.506$ $M=N=80 \times 15$

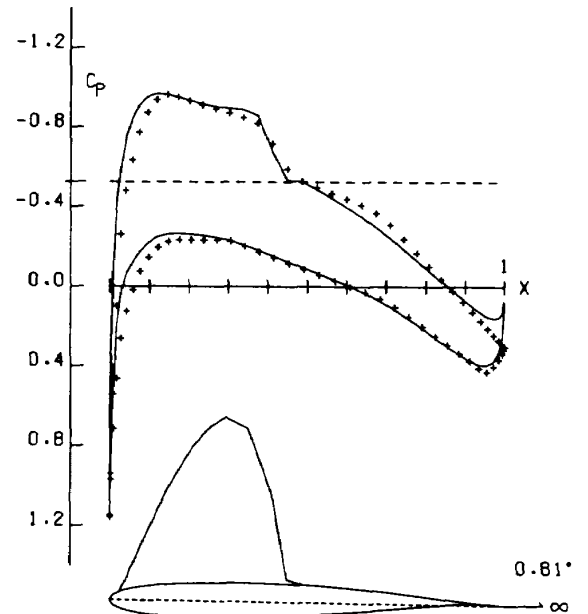


T3M003/74M -- 1 $M_\infty=0.740$ $C=1.000$ $1/C=1.000$
 — ANALYSIS $C_Y=0.506$ $C_X=0.0042$
 + SPECIFIED CP $C_Y=0.506$ $M=N=80 \times 15$

図17 形状と圧力分布

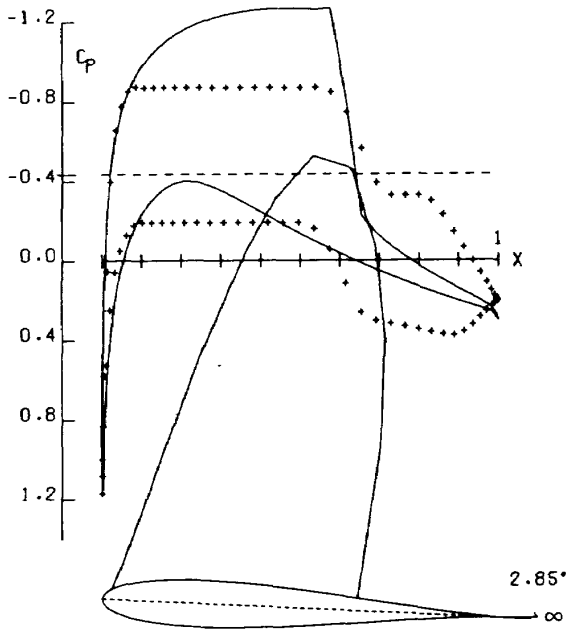


T3M003/77M -- 0 $M_\infty=0.770$ $C=1.001$ $1/C=0.999$
 — ANALYSIS $C_Y=0.468$ $C_X=0.0419$
 + SPECIFIED CP $C_Y=0.481$ $M=N=80 \times 15$

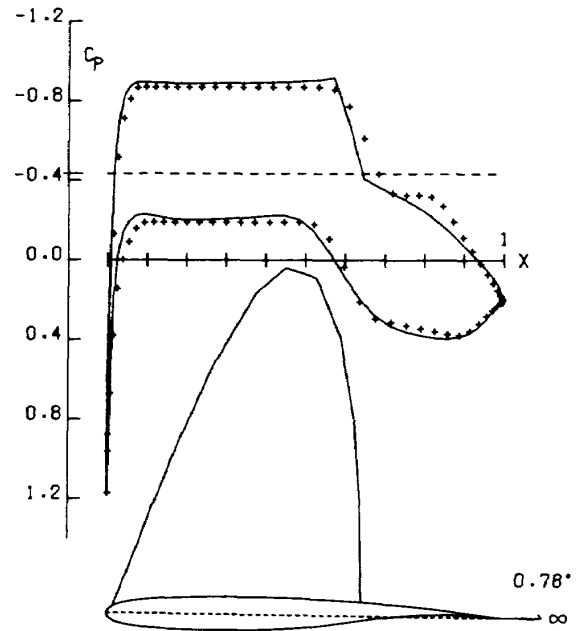


T3M003/77M -- 1 $M_\infty=0.770$ $C=1.000$ $1/C=1.000$
 — ANALYSIS $C_Y=0.480$ $C_X=0.0044$
 + SPECIFIED CP $C_Y=0.481$ $M=N=80 \times 15$

図18 形状と圧力分布

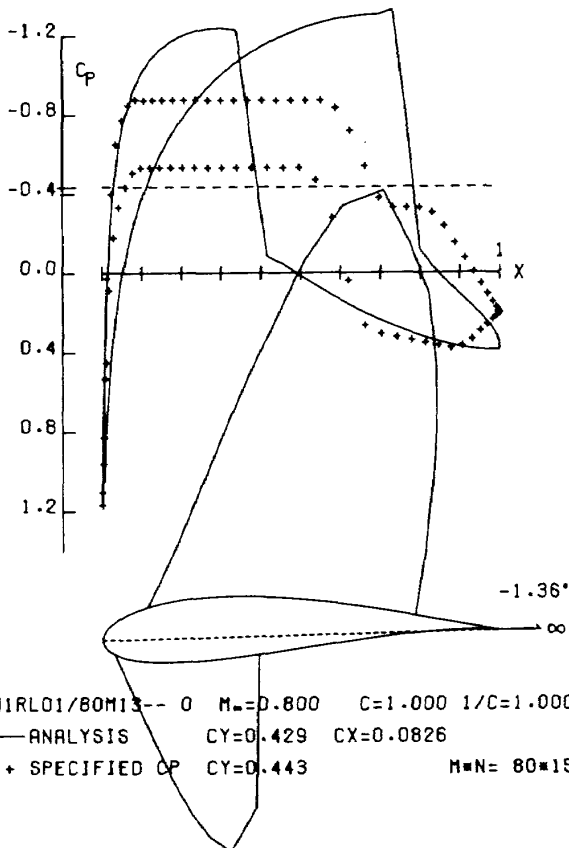


N1RL01/80M03-- 0 $M_\infty=0.800$ $C=1.001$ $1/C=0.999$
 — ANALYSIS $CY=0.619$ $CX=0.0608$
 + SPECIFIED CP $CY=0.639$ $M=N= 80 \times 15$

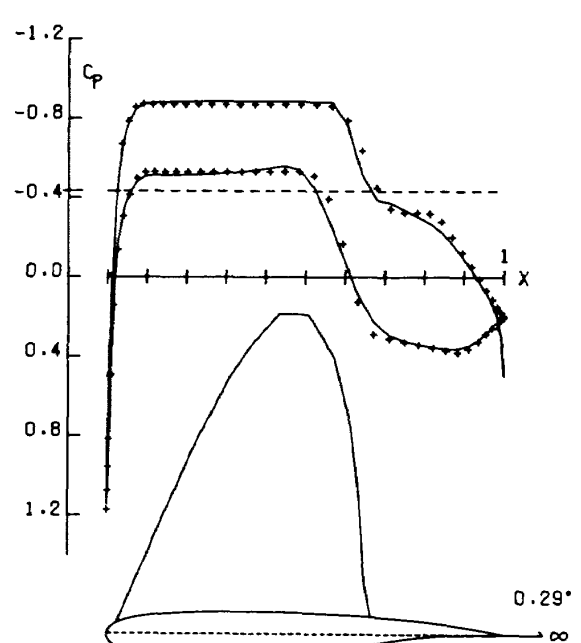


N1RL01/80M03-- 1 $M_\infty=0.800$ $C=1.000$ $1/C=1.000$
 — ANALYSIS $CY=0.638$ $CX=0.0139$
 + SPECIFIED CP $CY=0.639$ $M=N= 80 \times 15$

図19 形状と圧力分布



N1RL01/80M13-- 0 $M_\infty=0.800$ $C=1.000$ $1/C=1.000$
 — ANALYSIS $CY=0.429$ $CX=0.0826$
 + SPECIFIED CP $CY=0.443$ $M=N= 80 \times 15$



N1RL01/80M13-- 3 $M_\infty=0.800$ $C=1.000$ $1/C=1.000$
 — ANALYSIS $CY=0.442$ $CX=0.0118$
 + SPECIFIED CP $CY=0.443$ $M=N= 80 \times 15$

図20 形状と圧力分布

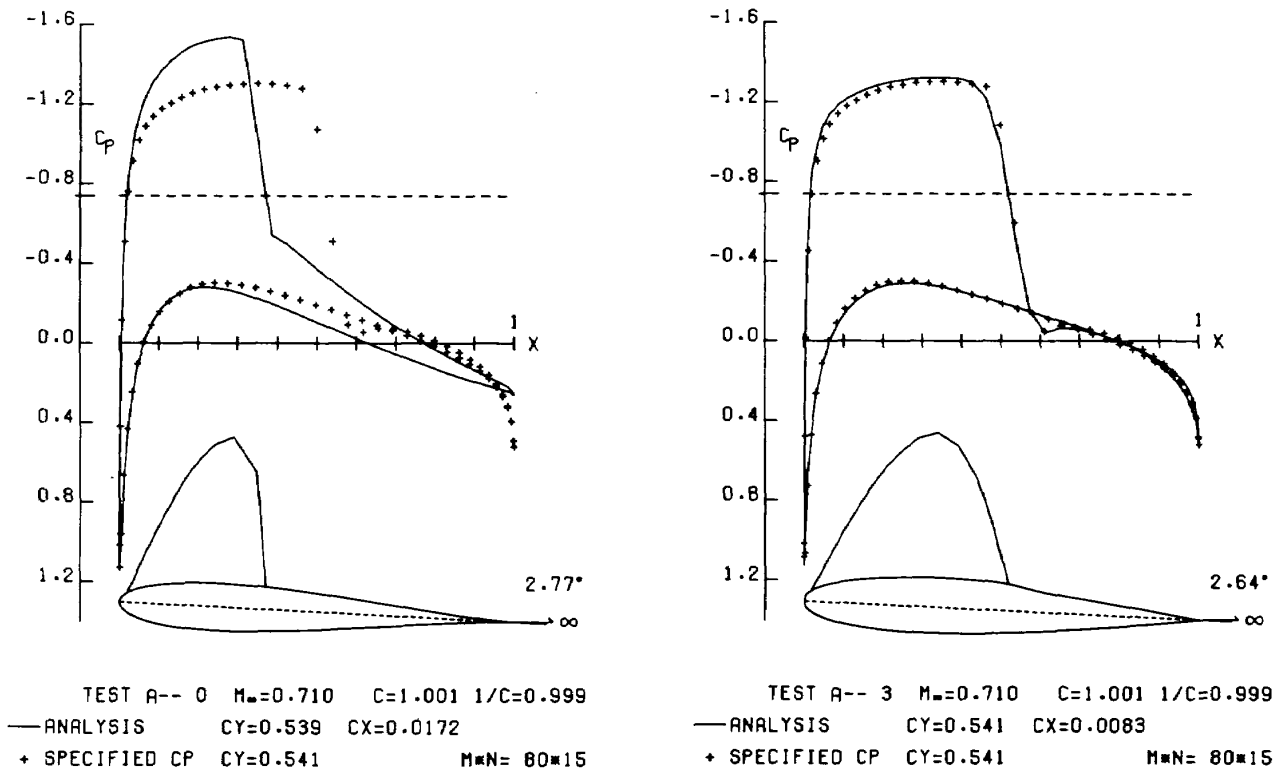


図21 形状と圧力分布

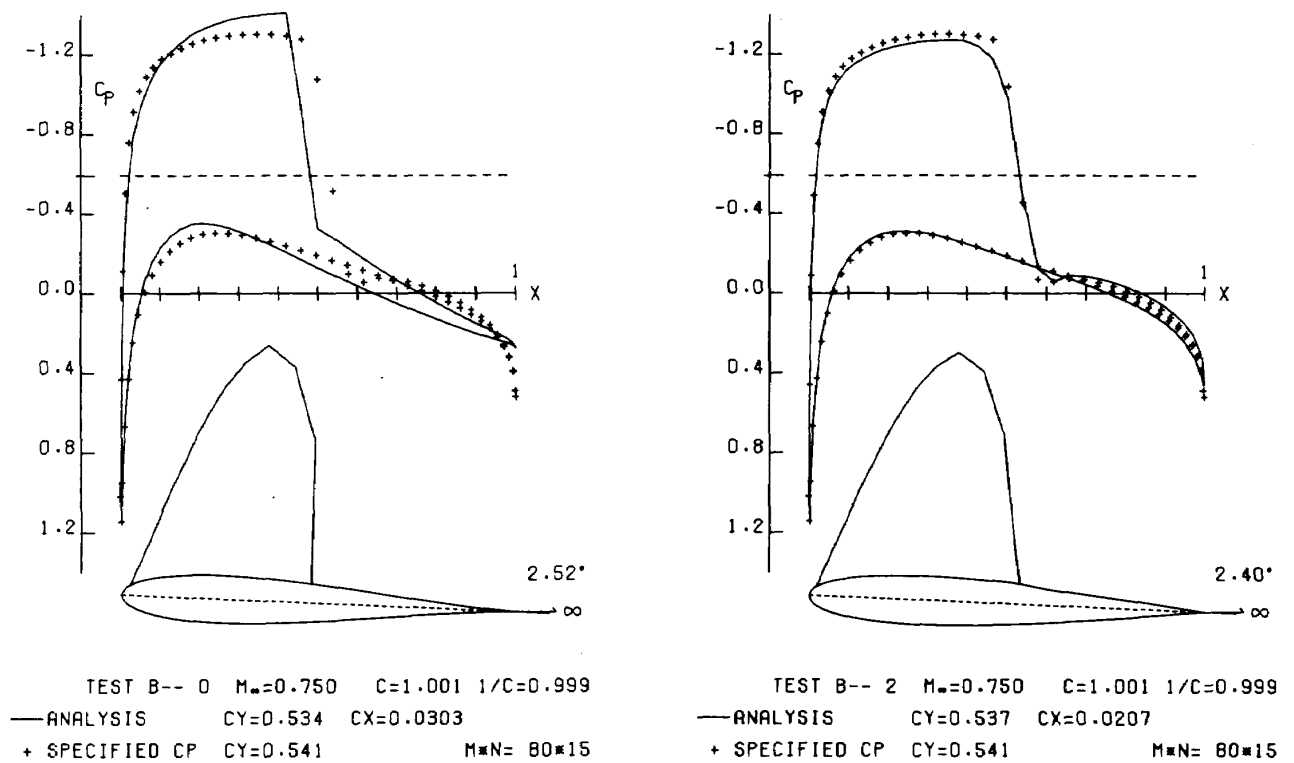


図22 形状と圧力分布

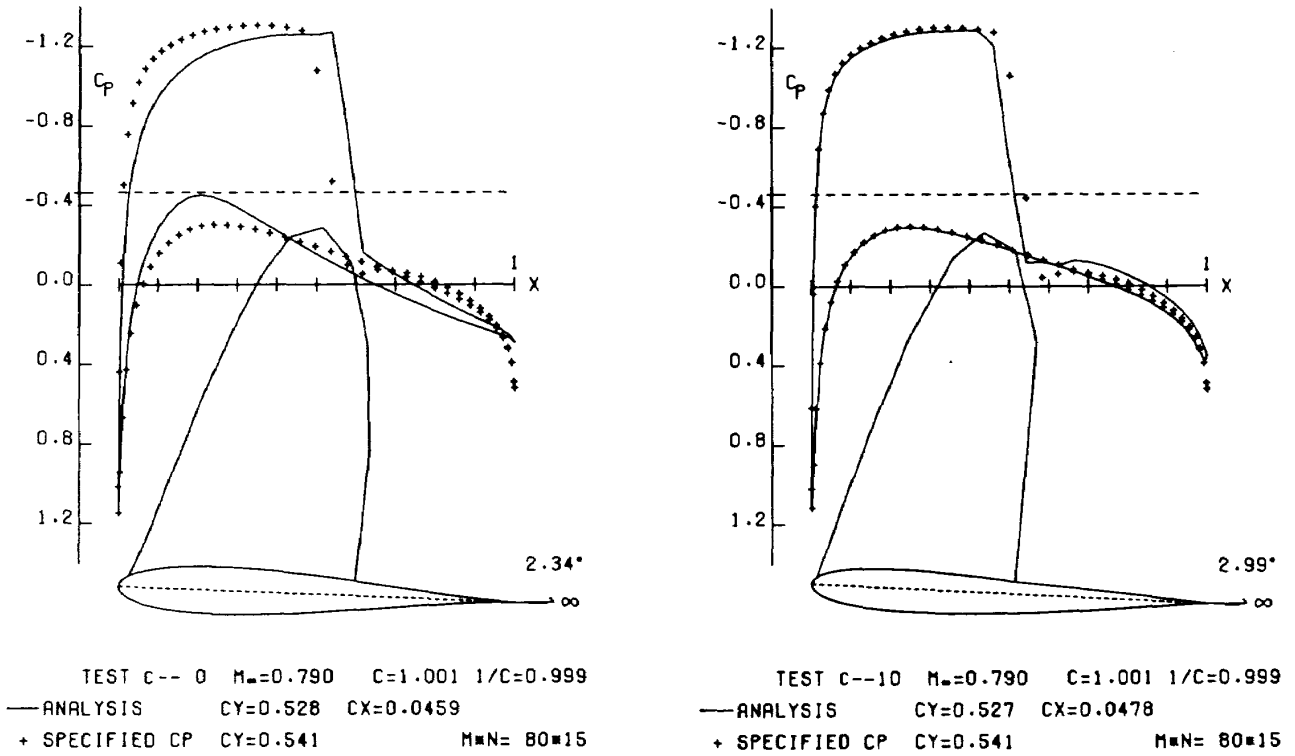


図23 形状と圧力分布

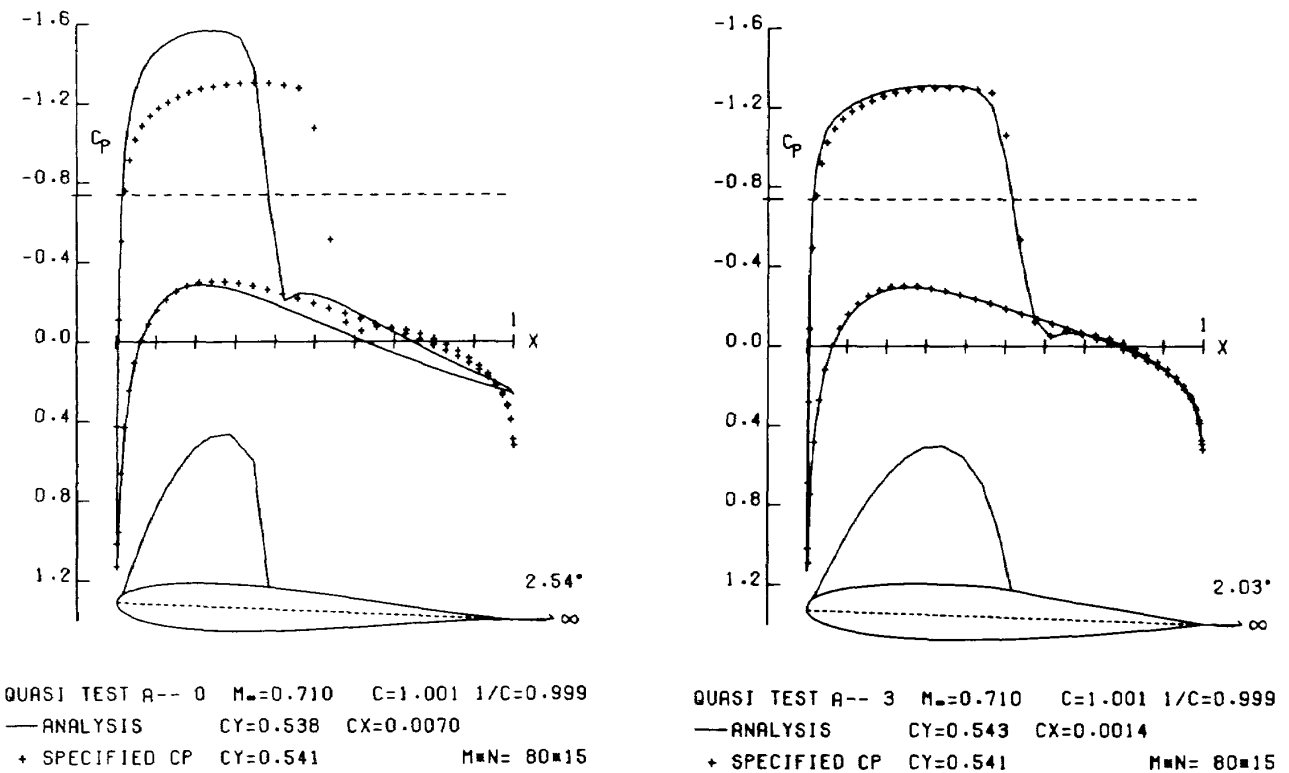
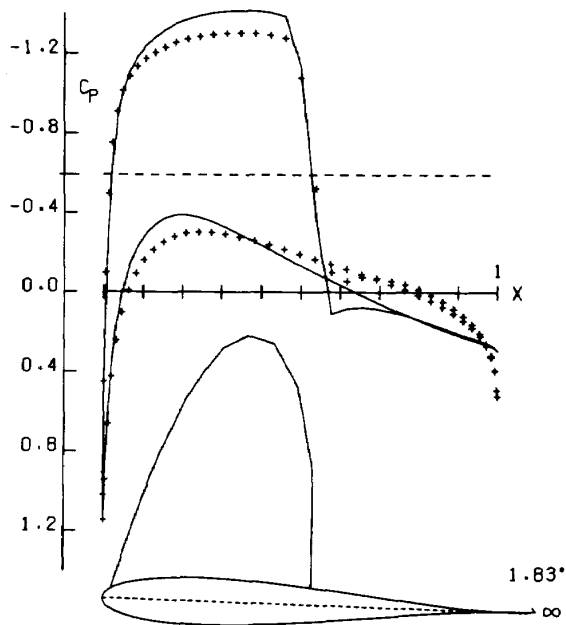
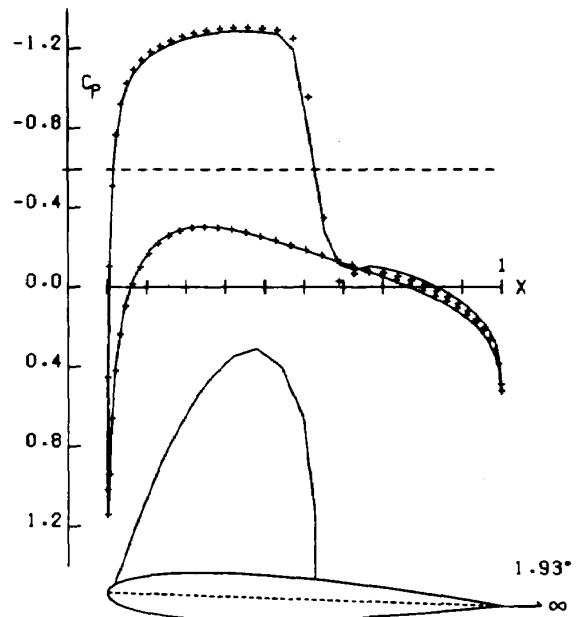


図24 形状と圧力分布

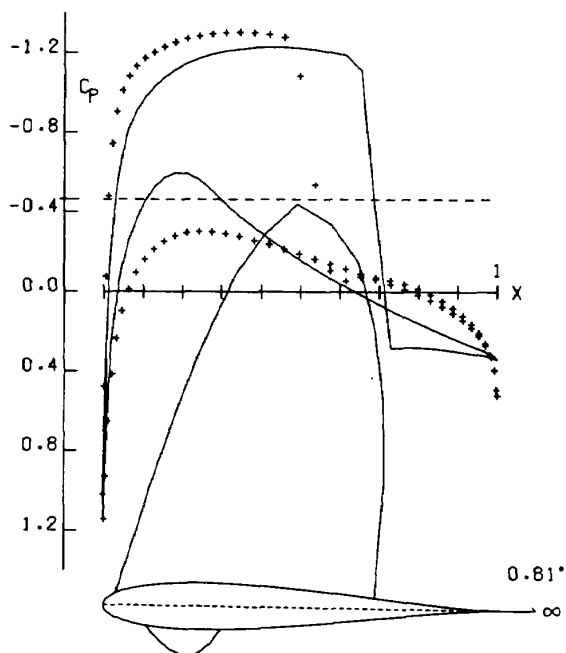


QUASI TEST B-- 0 $M_\infty=0.750$ $C=1.001$ $1/C=0.999$
 — ANALYSIS $C_Y=0.537$ $C_X=0.0187$
 + SPECIFIED CP $C_Y=0.541$ $M=N=80 \times 15$

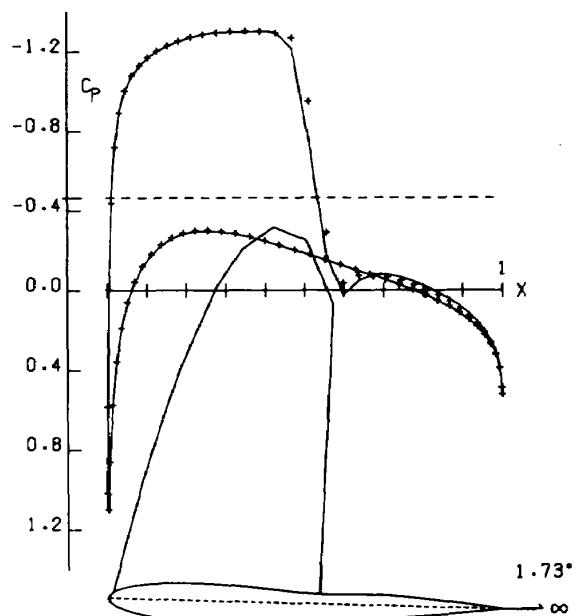


QUASI TEST B-- 8 $M_\infty=0.750$ $C=1.001$ $1/C=0.999$
 — ANALYSIS $C_Y=0.538$ $C_X=0.0090$
 + SPECIFIED CP $C_Y=0.541$ $M=N=80 \times 15$

図25 形状と圧力分布



QUASI TEST C-- 0 $M_\infty=0.790$ $C=1.000$ $1/C=1.000$
 — ANALYSIS $C_Y=0.537$ $C_X=0.0338$
 + SPECIFIED CP $C_Y=0.541$ $M=N=80 \times 15$



QUASI TEST C-- 7 $M_\infty=0.790$ $C=1.000$ $1/C=1.000$
 — ANALYSIS $C_Y=0.530$ $C_X=0.0296$
 + SPECIFIED CP $C_Y=0.541$ $M=N=80 \times 15$

図26 形状と圧力分布

航空宇宙技術研究所報告 672号

昭和56年5月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182
印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川2-27-12
