

ISSN 0389-4010

UDC 519.24:

533.6.013.4:

629.7.013.1

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-718

気流の乱れを利用したフラッタ限界推定法  
試験方法およびデータ処理の問題

安藤 泰勝 ・ 松崎 雄嗣

江尻 宏 ・ 菊池 孝男

1982年7月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

## 目 次

I. 序 論 .....	1
II. 翼模型と風洞試験 .....	2
1. 翼 模 型 .....	2
2. 振動試験 .....	2
3. 風洞試験とデータ .....	3
III. データ処理法 .....	5
IV. データ処理におけるパラメタの特性 .....	7
V. データ処理結果 .....	9
1. 2モードの系として扱った場合 .....	10
2. 3モードの系として扱った場合 .....	12
VI. 結 論 .....	14
謝 辞 .....	14
参考文献 .....	14
付録 1. 気流の乱れを利用したフラッタ速度推定法の計算プログラム一覧表 .....	15
付録 2. 数値シミュレーション .....	16
付録 3. 設定変数の見当のつけ方の一例 .....	17
付録 4. 3モードを含むバンドパスフィルタの帯域幅 .....	17
付録 5. モード抽出の自動化の試み .....	17

# 気流の乱れを利用したフラッタ限界推定法\*

## 試験方法およびデータ処理の問題

安藤 泰勝\*\* 松崎 雄嗣\*\*  
江尻 宏\*\* 菊池 孝男\*\*

### The Estimation Method on Flutter Boundary from Subcritical Random Responses due to Air Turbulences — Problems of Test Procedure and Data Analysis —

Yasukatsu ANDO, Yuji MATSUZAKI, Hiroshi EJIRI  
and Takao KIKUCHI

#### ABSTRACT

The objective of this article is to supplement the data analysis of the authors' previous papers [1, 2] regarding the NAL's method for estimation of flutter or divergence boundary from random responses due to turbulences in a flow. The model and equipment used in the experiment and the test procedure [1, 2] are described in more detail. Stress is placed on the description of the preliminary data processing in which values of the parameters used in the data analysis were selected. The effects of the values on the estimation of the aeroelastic characteristics are shown changing them over a wide range. It is very important to use an appropriate combination of the width of the band-pass filter, sampled interval, number of data points, maximum lag of covariance, etc. It is shown for a higher mode analysis that a certain modification needs to be introduced into Akaike's AIC program.

#### I. 序 論

フラッタは一旦起こると振動の振幅が増大して瞬時に構造を破壊する。そのため模型の風洞試験に於いても、実機のフラッタ試験に於けるように、フラッタを起こさせないでフラッタ速度よりも十分低い安全な速度の範囲のデータからフラッタ速度を予測・推定することが必要である。翼のフラッタ速度を予測・推定する方法〔1～5〕は翼の応答信号を電子計算機で統計的に処理し翼の空力弾性特性を決定

し、それから外挿によって予測・推定する。外国では、Random decrement\*〔3〕と呼ばれている手法が米国で良く研究されており、フランスでは応答のパワースペクトル密度を測定する方法〔4〕が用いられている。一方、国内では小野田〔5〕が初めてフラッタ模型の応答のデータを最近のパラメタ同定法を用いた自己回帰 (Autoregressive : AR) モデルに適用し、空力弾性特性のパラメタの推定を行った。著者らは新しいフラッタ限界値の推定法を開発するために赤池〔7〕の情報量規準 (An Information Cri-

\* 昭和57年5月17日受付

\*\* 機体第一部

\* 実質的に全く同じ手法が高橋〔6〕によって昭和10年に提案されている。

terion : AIC) 最小化の優れた手法を適用する時系列解析の最も進んだモデルである自己回帰移動平均 (Autoregressive Moving Average : ARMA) モデル〔8〕に注目し、気流の乱れで不規則励振された翼の応答はこの自己回帰移動平均過程で表わされることに着目した。この手法から翼の空力弾性特性を推定し、連続な系についての Routh-Hurwitz の安定解析および離散時間系に関する Jury〔9〕の安定判別式よりフラッタあるいはダイバージェンス限界値を推定する航技研の方法を文献 1, 2 で提案した。そして実際に航空宇宙技術研究所の吹出し式遷音速フラッタ試験設備〔10〕を用いマッハ数  $M = 1.17$ , 片持翼模型のサブクリティカル・フラッタ風洞試験を行い、フラッタ限界より十分低い動圧の狭い範囲のデータから精度良く推定を与えることを示した。しかし精度の良い推定を与えるためには翼の空力弾性特性を十分に把握し、有効な試験データを取得しなければならない。またデータ処理ではバンドパスフィルタの帯域幅, サンプル周期, データ数, および時系列データの最大遅れラグ数等の設定パラメータを適切に選ぶことが非常に重要であることが分かった。そこでデータ処理に必要な有効な資料を提供するため, 本論文では文献 1 で提案した手法のデータ処理過程とこの過程で調べたパラメータの特性に関してまとめたので報告する。

Ⅱでは翼模型と風洞試験について述べ, Ⅲでデータ処理の概要を, Ⅳでパラメータの特性を示し, Ⅴで実際にフラッタ限界の推定を行い, データ処理で扱った問題を付録に資料としてまとめた。

## Ⅱ. 翼模型と風洞試験方法

試験は昭和 52 年 5 月から昭和 54 年 5 月までの 2 年間に 1 つの翼模型について予備的な試験, 設備の改良, データ取得のための 108 RUN の風洞運転を行った。

### 1. 翼模型

翼模型を図 1, 図 2 に示す。模型の平面形は, 1/4 翼弦の後退角  $45^\circ$ , 翼面のアスペクト比 4, 翼面のテーパ比 0.657, 翼型は NACA 65A004 である。構造は楓のベニアにフェノール系樹脂を圧入した合板

を用いて整形した翼の外に, 厚さ 0.07mm のガラス繊維を樹脂で接着して製作〔11〕されたものである。片持支持固定するために翼は木製のブロックに埋込まれている。

### 2. 振動試験

振動試験は翼の振動特性を調べるためと翼の応答を検出する歪ゲージの位置と方向を検討するために

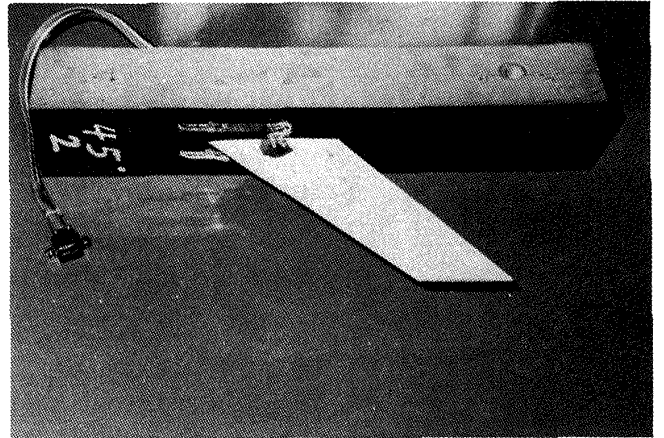


図 1 翼模型

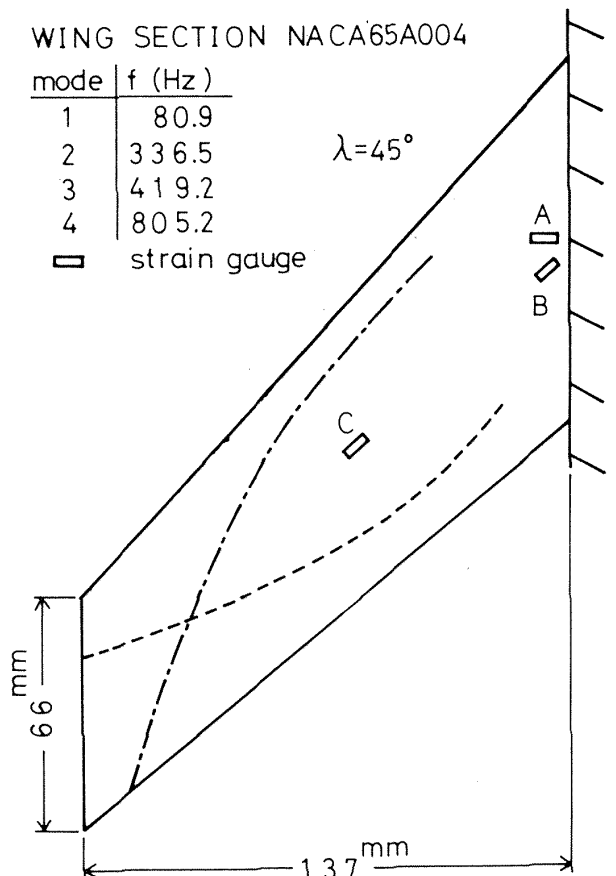


図 2 翼の平面形と歪ゲージの位置および振動試験の結果

行った。

翼の加振は動電型の加振装置で加振し、固有振動数は主にリサーチ図から決め、振動モードのノードラインは共振で振れている翼面に砂を散布することによって求めた。振動モードの第1次から第4次までの固有振動数、および第2次と第3次のノードラインを各々点線と一点鎖線で図2に示す。第1次モードのノードラインは翼固定端である。

翼の応答を検出する歪ゲージは通常曲げと振りの振動モードを分離する目的からルート付近に図2の記号A、Bで示すスパン方向と45°角度を変えた方向に貼るケースが多い。しかし、ここではただ1組(2ゲージ)の歪ゲージで着目した第3次までの空力弾性モードの応答が平均的に検出される歪ゲージの位置と方向を実験的に決めた。即ち、図2のノードラインを参考に、翼面上の違った位置と方向に数組の歪ゲージを貼り、振動試験を行い、各モードの応答の信号が平均的に得られるものを探した。その結果、図2に記号Cで示すルートから約0.4スパン

の位置とその方向の歪ゲージが最適であった。

### 3. 風洞試験とデータ

風洞は0.6×0.6mの測定部断面をもつマッハ数範囲0.7～1.2の当所の吹出式遷音速フラッタ試験設備〔10〕である。間欠式吹出し風洞であるため1 RUNの運転時間は30秒程度である。その間に気流が安定したところで模型出入装置を用いて気流の中に翼を射出、格納する形式である。この風洞は気流の乱れが比較的多いため、この特性を翼の不規則加振に積極的に利用することにしたのである。

翼が気流に初期迎角をもっていると翼の挙動を複雑にするので模型出入装置に翼を取付けるとき翼の前後縁をカセットメータで水平に合わせて固定した。翼の片持支持固定条件は伝達関数解析装置を用いてケネディー・パンクのベクトル法により固有振動数と構造減衰を測定した。各振動数は図2の値と良く一致し固定条件は十分満されていることを確認した。

計測は図3にブロック図を示したように翼面の歪

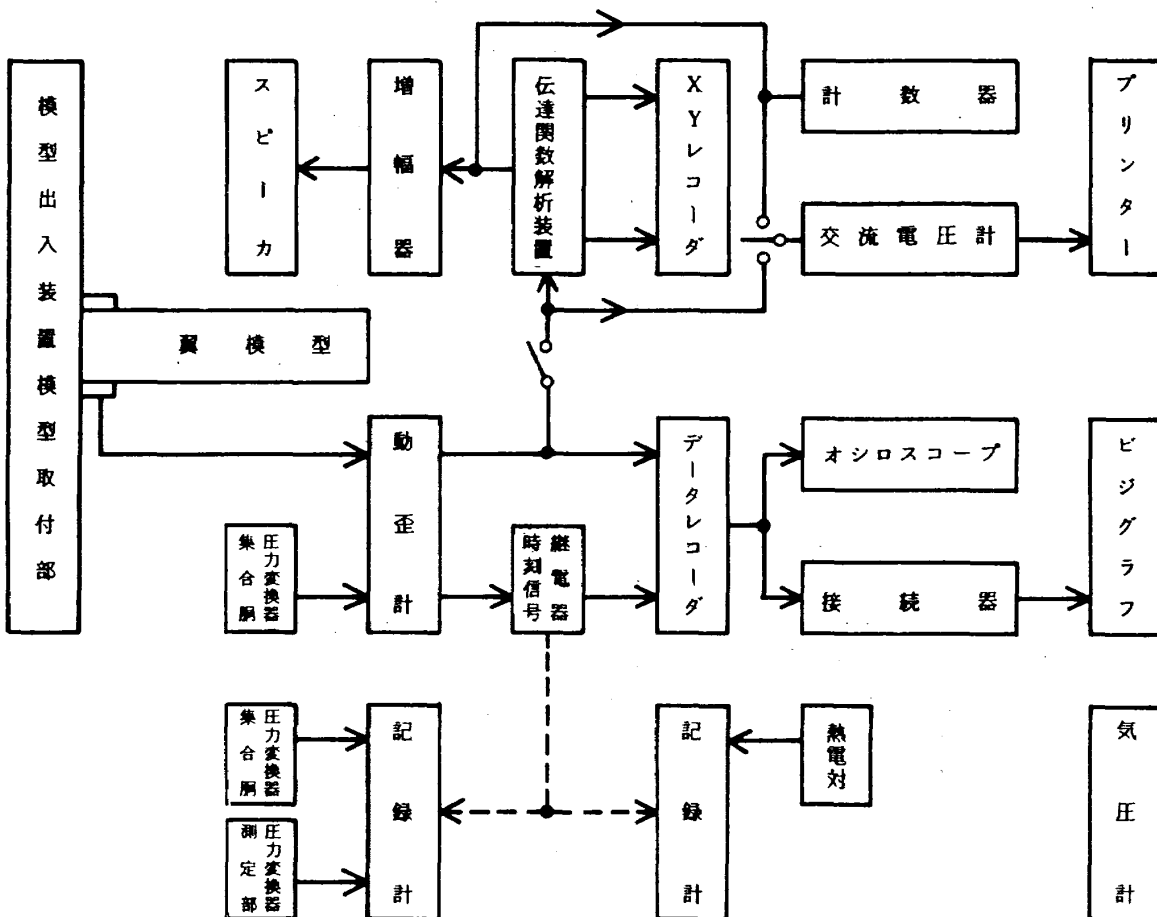


図3 遷音速フラッタ模型風洞試験計測のブロック図

ゲージの信号と風胴の集合胴圧力の信号を各々動歪計で増幅し、圧力信号に時刻信号を重畳して各出力信号をデータレコーダで磁気テープに記録した。データレコーダの記録信号の出力は同時にモニター用のブラウン管オシロスコープと直視式電磁オシログラフに波形観測のために記録した。

風胴試験方法はマッハ数を一定に固定して、動圧に

相当する集合胴圧力を変える。1 RUNの試験中に集合胴圧力は一定に保持し、圧力は出来るだけ低い値から段階的に高めた。更に、フラッタ限界値を確認するために模型を破損させない範囲でフラッタを発生させた。この試験方法をまとめて図4に示す。

次に風胴試験の記録の一例として図5に集合胴圧力  $P_0$  (kg/cm<sup>2</sup>) と歪ゲージ C の 1 RUN の履歴を示

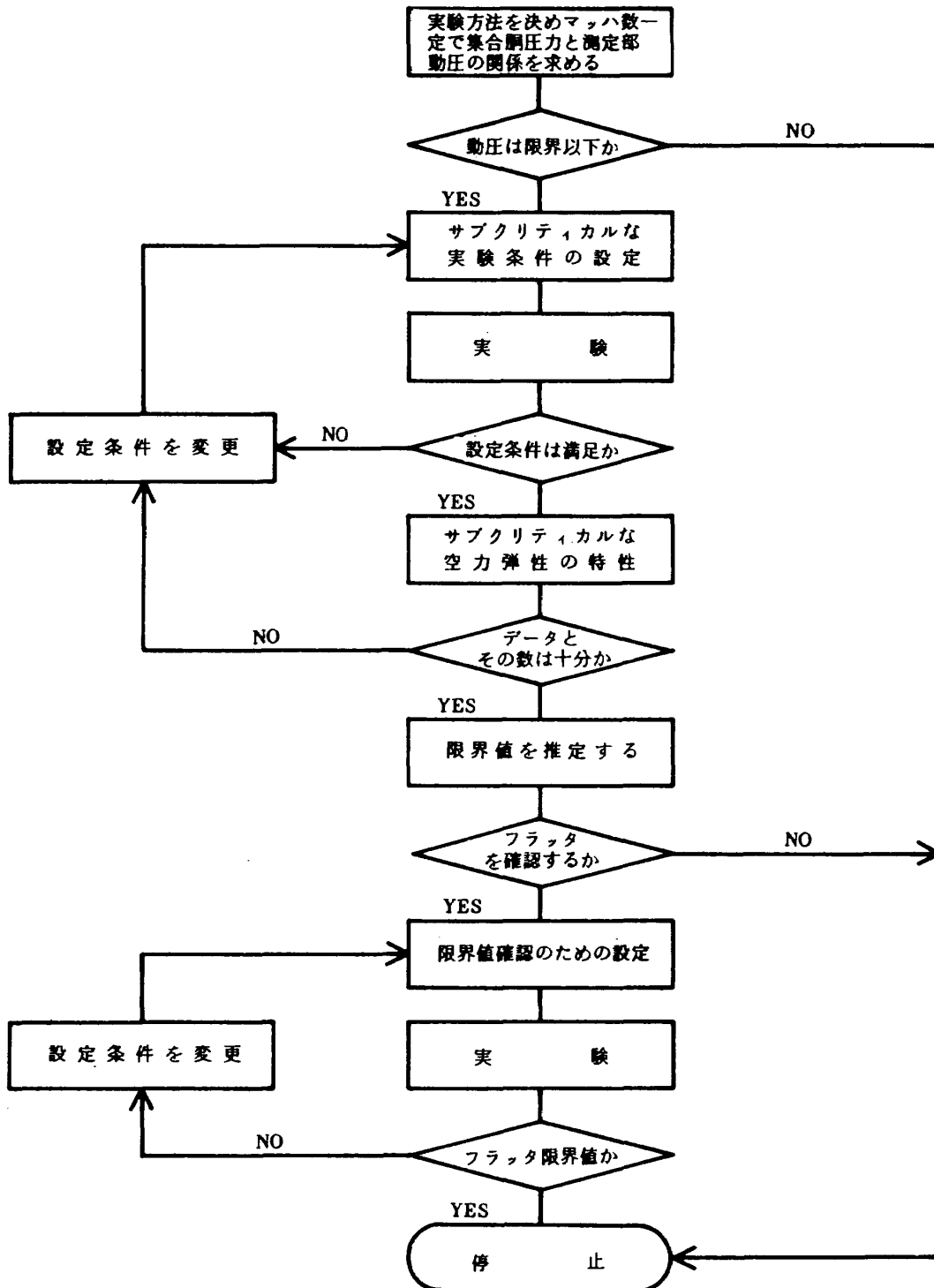


図4 フラッタ試験の過程

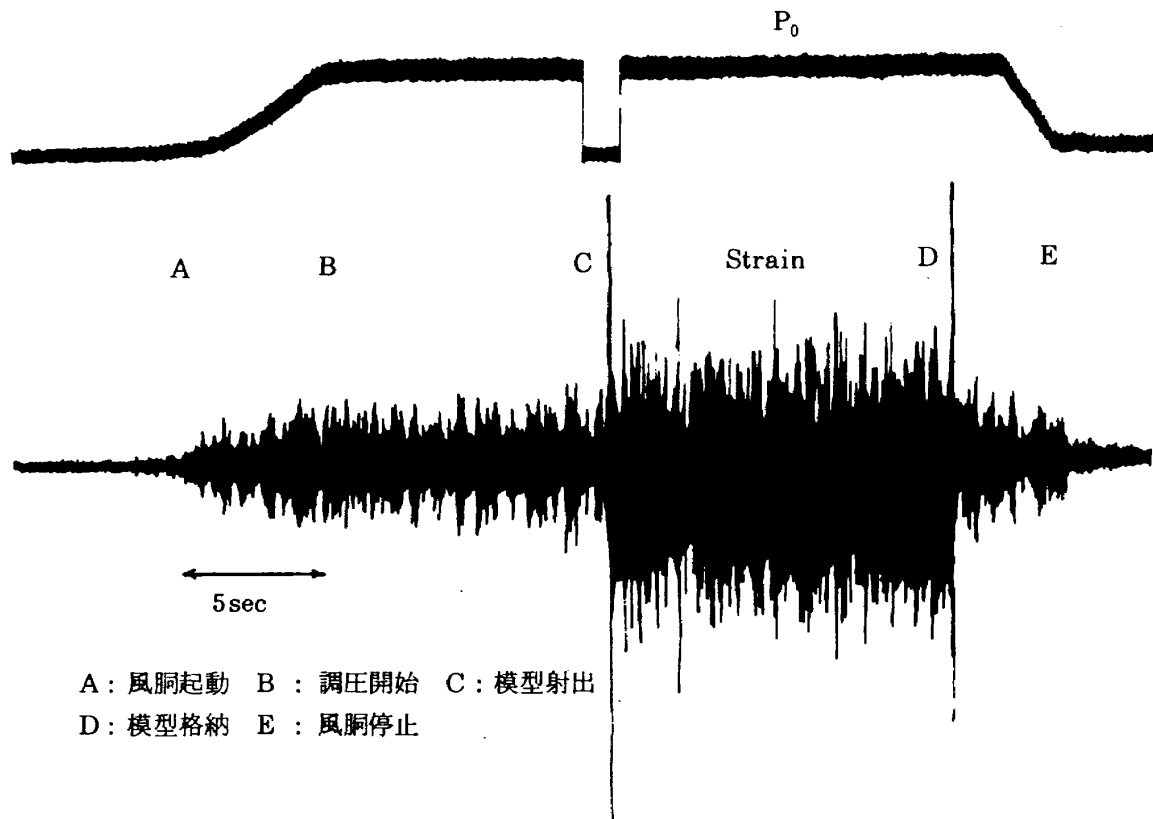


図5 風洞試験の記録の一例

す。Aで風洞を起動し、Bで集合胴圧力 $P_0$ は設定した圧力まで上昇する。圧力が一定したCで翼を気流中に射出する。歪ゲージの記録のA-C間は気流の外に翼を格納している状態であるが、気流の乱れで励振されている。Cで作動時間約1秒で翼を気流中に射出する。翼は気流の乱れを受けて過渡的に不規則励振を1~2秒間持続する。C-D間では集合胴圧力 $P_0$ 一定の条件で翼は定常な不規則励振をしている。この間に収録したデータが有効な約10秒間のデータである。Dで翼を気流の外に格納し、Eで風洞を停止して1 RUNの試験を終了する。

マッハ数は $M = 0.76 \pm 0.05$ 、 $M = 1.17 \pm 0.05$ 、他に $M = 1.0$ 付近で数点行った。マッハ数 $M = 0.76 \pm 0.05$ では非常に多くの試験を行ったにもかかわらず、翼を木製ブロックに固定している充填材の劣化、翼面に貼った歪ゲージの接着不良、その他の原因で良いデータが得られなかった。充填材の劣化は振動試験で約3%の振動数低下から発見された。

## II. データ処理法

本フラッタ限界推定法は、翼の不規則励振に気流の乱れを利用して、サブクリティカル・フラッタ試験から得られた翼の応答を用いてフラッタ限界値の推定を行うものである(文献1参照)。その理論にもとづいたデータ処理の流れを図6にフローチャートにまとめて示す。開発したプログラム等は名称を付録1にまとめた。

翼の応答は不要な振動成分を除くためにバンドパスフィルタを通したのち、サンプリング周期 $T$ で当所の磁気テープデータ処理装置を用いて12bitのデジタル量にA/D変換し時系列データとした。この時系列データを原時系列データとして前処理を行った。データ数 $N$ の定常時系列データからデータのラグ数最大遅れ $k$ の自己共分散関数を求めた。この関数データから自己回帰移動平均(ARMA)モデル(8)の次数と係数を表わす各パラメタを赤池のAIC最小化のもとに推定する〔1, 2〕。推定されたパラ

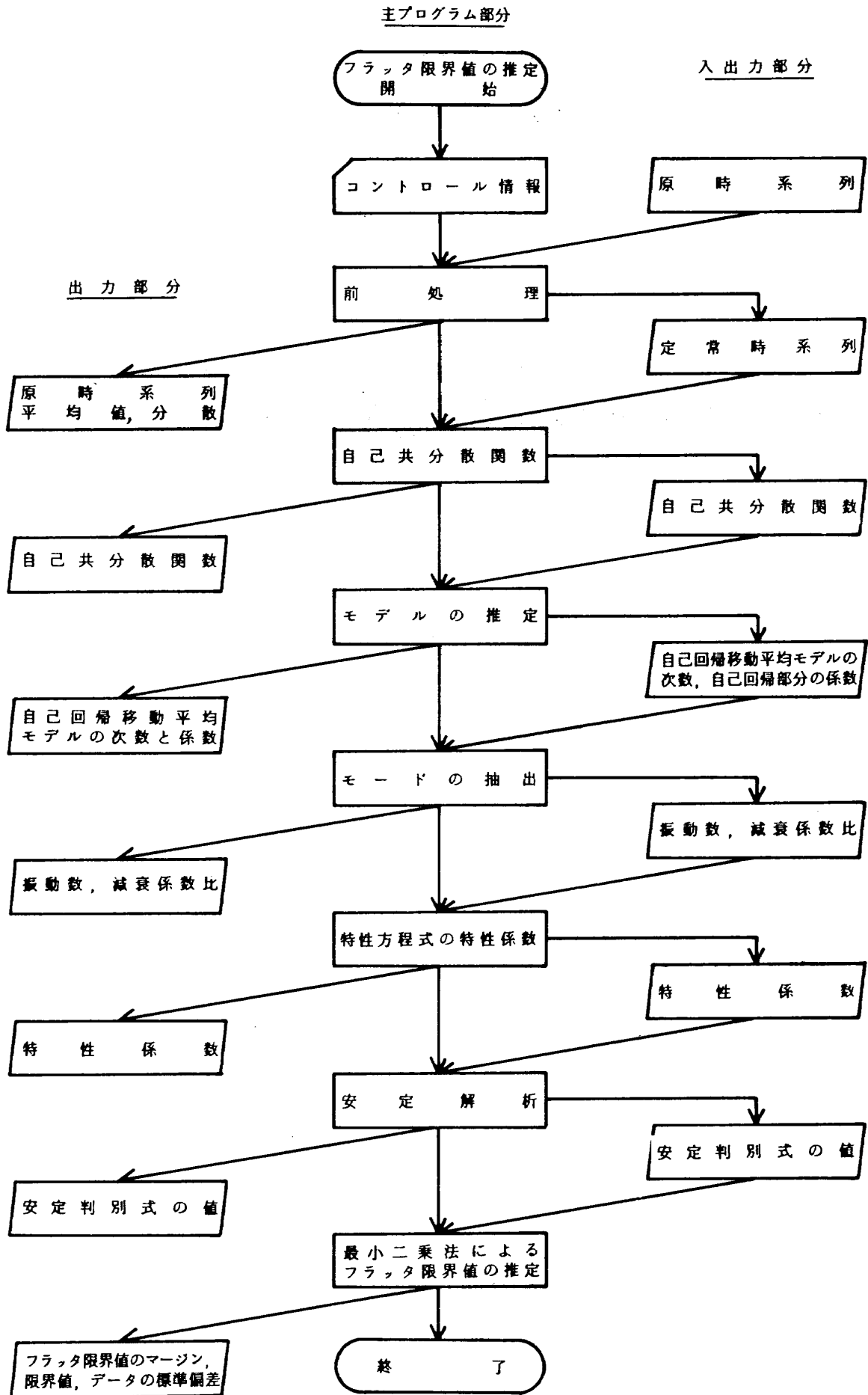


図6 フラッタ限界値の推定のフローチャート



メタのうちAR部分の次数  $q$  と各係数  $\hat{b}(m)$  を用いて  $z$  変換 (9) とラプラス変換の関係から翼を多自由度の粘性減衰のある系として扱い、各モードの振動数と減衰係数比を求める (1, 2)。このようにして得られたモードの振動数と減衰係数比の対の中には翼の空力弾性モード以外のモードの振動数と減衰係数比を含む。ところで、翼のフラッタは一般に2つのモードの連成によって起こることが多い。そこでこのモードの中から翼のフラッタに着目し1次～3次までの空力弾性モードがどのモードであるか特長を調べて探す。そのモードの振動数と減衰係数比は翼の振動を表わす特性方程式の特性係数の一部とする。特性方程式の根と係数の関係に各値を代入し、この係数を用いて Routh-Hurwitz の安定解析を行う。(係数で構成されたプリンシパルマトリックスの次数を変え、各安定判別式について行う)。この安定判別式の値は零に対して正の値が不安定限界のマージンを与えることになる。一般に動圧の増加に従って各安定判別式の値は低下すると考え、サブクリティカルな動圧の範囲の各値に直線または曲線の当てはめを用い外挿した部分が零となる点の動圧を推定した限界値とする。本フラッタ限界推定法では最小二乗法による直線または曲線を用いている。各安定判別式のうち動圧の増加に対して緩かな特性で最も低い不安定限界を与える判別式がフラッタ限界推定に適している。

#### IV. データ処理におけるパラメタの特性

気流を受けた翼の空力弾性特性を精度良く推定するためにはデータに含まれた不要な振動成分の信号をフィルタで除く前処理、サンプリング周期、データ数、および時系列データのラグ数等の設定がこの場合非常に重要である。AIC 最小化による ARMA モデルは AIC の値が最小になる規準のもとにモデルを適切に少ない次数で表わすことを特徴としているが、翼の空力弾性モードを推定する ARMA モデルの次数と各係数は上記の各パラメタによって影響されその値が変わるからである。そのためデータ処理では各パラメタの特性を把握して統一した処理をすることが重要である。そこでパラメタの設定値を決

めるために各パラメタの特性を数値シミュレーション (付録 2) によって調べてデータ処理にフィードバックし適切な値を選ぶ方法をとった。次にこのパラメタの特性を示す。

##### バンドパスフィルタの帯域幅

データ処理上サンプリング周期に伴うエリアシングを防止するためのフィルタが必要であると共に、バンドパスフィルタを用いて低い振動数成分および高い振動数成分を除かないと ARMA モデルの次数は高くなり翼の空力弾性モードを探すことが困難になる。また風胴本体の低い振動成分は翼の初めの空力弾性モードの推定に誤差を生ずる。そこでデータ処理では翼の物理的な特性を損なわない範囲で不要な振動成分を除いておく必要がある。

AR モデル (12) で推定したパワースペクトル密度 PSD の一例を図 7 に示す。図中 A と記した高いレベルの部分が風胴本体の低い振動成分に相当し、C の低いレベルの部分のピークは翼の 3 次の振動モードである。中央の B のピークを含む横の破線より高いレベルのスペクトルは翼の 1 次 (最も高いピークの部分) と 2 次 (270 Hz 付近の僅かにピークの部分) の振動モードを示している。この図を参考に、振動試験で得られた 1 次と 2 次の固有振動数 (図 2 参照) を含むようにバンドパスフィルタの設定を選び、設定を変えて帯域幅の影響を調べた。

データの処理条件は、サンプリング周期  $T = 200 \mu \text{sec}$ 、ラグ数  $k = 200$ 、データ数  $N = 20,000$  としてバンドパスフィルタの遮断振動数の下限を  $f_l = 70 \text{ Hz}$ 、上限を  $f_u = 350, 500$  および  $1,000 \text{ Hz}$  とした。3 Case の振動数と減衰係数比を図 8, 図 9 に示す。

図に見るようにこの場合のバンドパスフィルタの広帯域化は 2 次の振動モードのスペクトルの急峻さを損ない減衰係数比の値を大きくする作用をする。

##### サンプリング周期

一般に翼の振動特性は高次のモードほど検出が困難であるが、フラッタで着目するモードは初めの 3 次程度の場合が多い。ARMA 過程の次数を少なく推定することは翼の系のモード数を少なく推定することに対応する。一方サンプリング周期は ARMA の次数決定に影響するので翼の空力弾性モードの中の初めの 2 つのモードだけを自動的に含んで推定されるよ

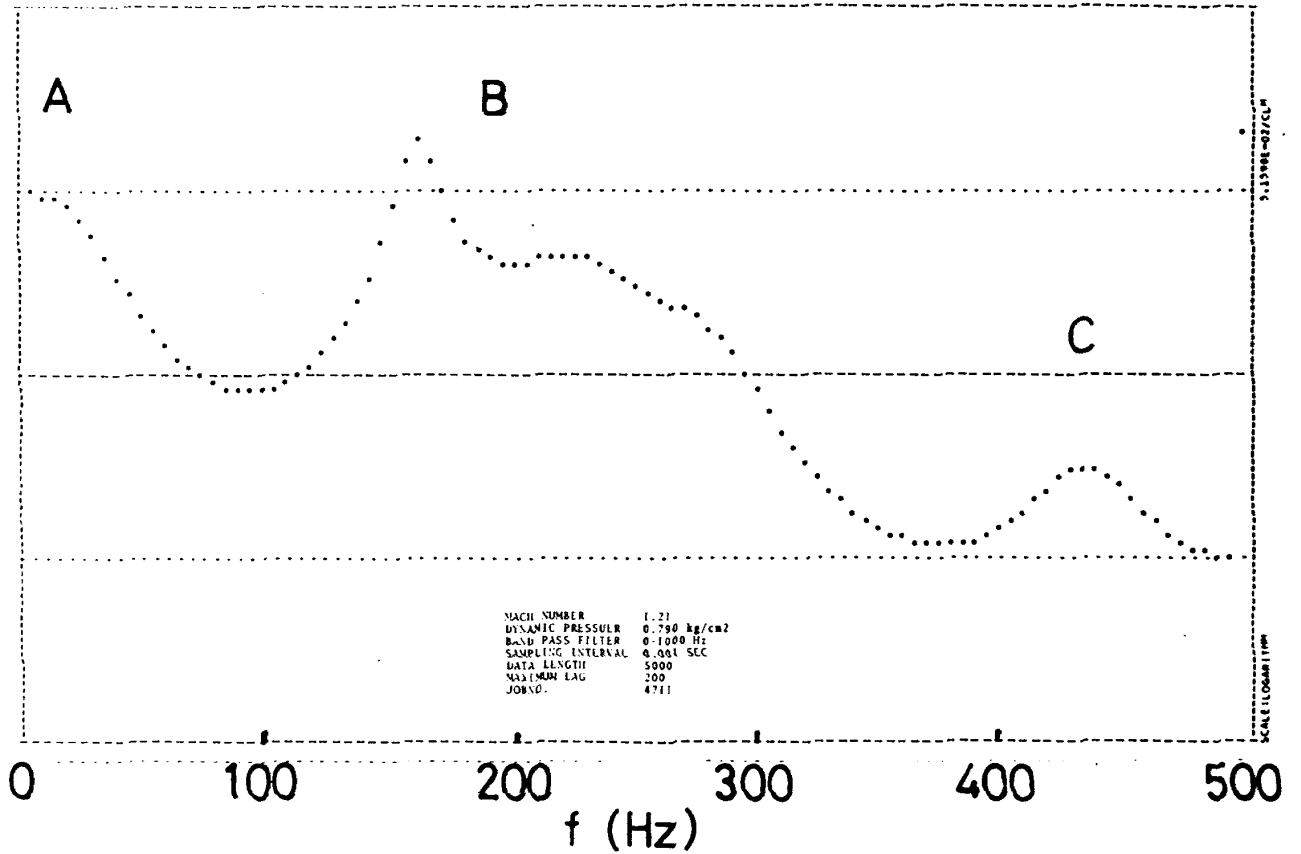


図7 ARモデルで推定したパワースペクトル密度 PSD の一例

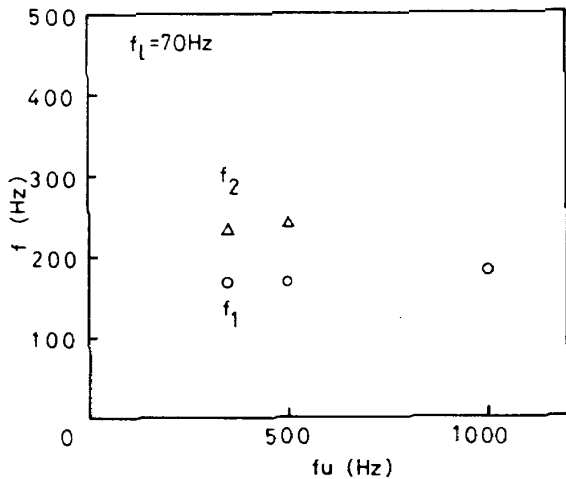


図8 推定した振動数～バンドパスフィルタの上限の振動数

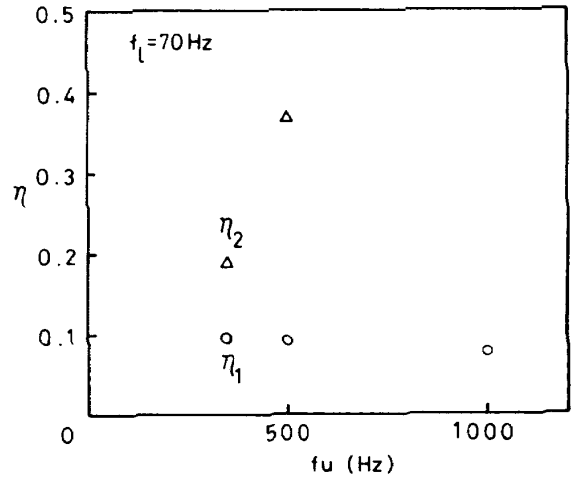


図9 推定した減衰係数比～バンドパスフィルタの上限の振動数

うにサンプリング周期を調べた。

データの処理条件は1次と2次の振動モードだけを含むようにバンドパスフィルタを用いて下限の  $f_l = 70$ , 上限の  $f_u = 350\text{Hz}$ , データ数  $N = 5,000$ , ラグ数  $k = 200$  に選りサンプリング周期  $T$  を  $T=200$ ,

400, 600, 800, および  $1,000\mu\text{sec}$  の5Caseについて振動数と減衰係数比を求めた。

図10, 11には1次および2次のモードの振動数, 減衰係数比を各々●, ▲印で示した。AICによるARMA推定は次数を少なく推定することを特徴とし

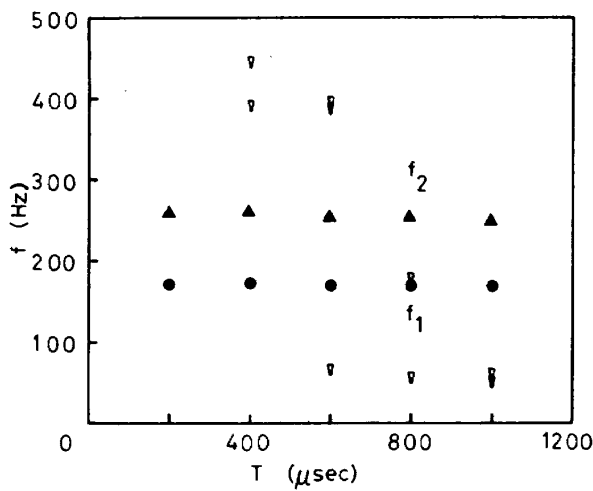


図 10 推定した振動数～サンプリング周期

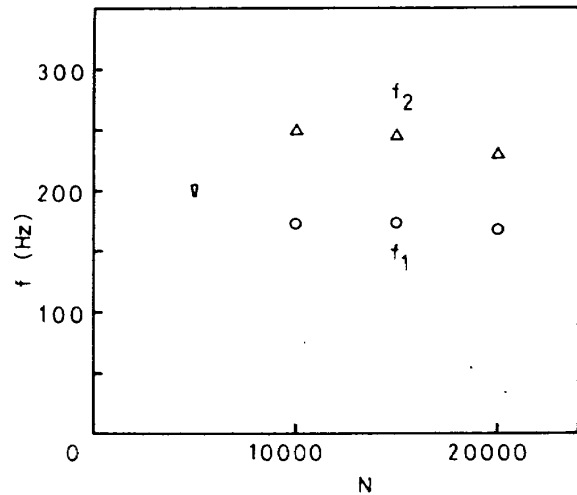


図 12 推定した振動数～データ長さ

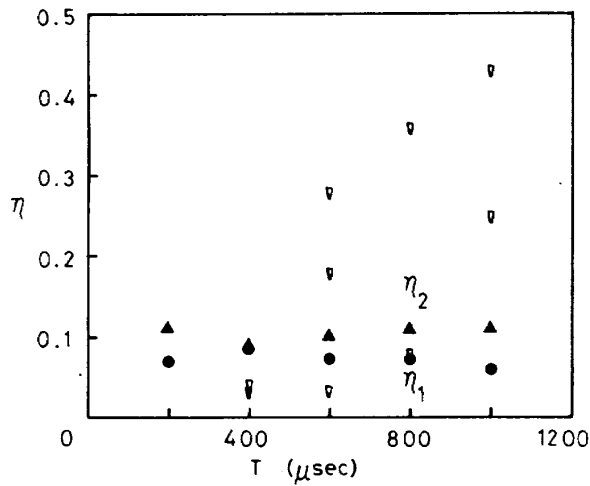


図 11 推定した減衰係数比～サンプリング周期

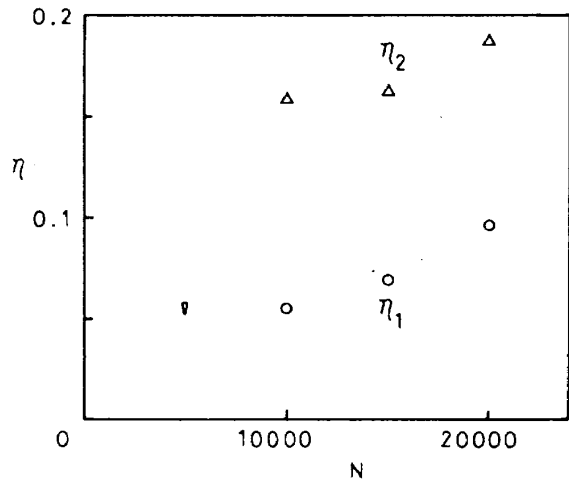


図 13 推定した減衰係数比～データ長さ

ており  $T = 200 \mu\text{sec}$  のときには最適な推定として 2つのモードを抽出できた。しかし、サンプリング周期  $T = 400 \mu\text{sec}$  以上ではモードの数が 4～5 になった。その振動数を ▽印で記した。

データ数

データ数が少ない場合に、サンプリング周期  $T = 200 \mu\text{sec}$  として 2モードの系になるようにデータ処理を行うと、期待した翼の初めの 2つの空力弾性モードは外してその中間の振動数のモードだけを抽出してしまう Case がある。AIC 最小化は本来非常に優れた方法であるが、反面このように、期待しないモデルをより小さい AIC の値で推定してしまうという欠点もある。従って統一したデータ処理では常に目的とした 2つの空力弾性モードを含んで推定されることが重要である。そこでデータ数、即ち、

記録長さを変えた場合の影響を調べた。

データ処理条件はサンプリング周期  $T = 200 \mu\text{sec}$ 、バンドパスフィルタの帯域幅を 70～350 Hz、ラグ数  $k = 200$  としてデータ数  $N$  を  $N = 5,000 \sim 20,000$  まで 5,000 おきに変えた。4 Case の振動数と減衰係数比を図 12、13 に示す。

データ数  $N$  を  $N = 10,000 \sim 20,000$  に増加すると安定して 2つのモードが抽出できた。データ数の増加は 2つのモードの振動数および減衰係数比に影響し、このデータ数範囲では値が収束しない。

V. データ処理結果

マッハ数  $M = 1.17 \pm 0.05$ 、動圧  $Q = 0.5 (\text{kg}/\text{cm}^2)$  以上の 12 Case の歪ゲージ C の信号を 2モードの系あるいは同じデータについて 3モードの系と

して扱いフラッタ限界値の推定を行った。次にこの2通りのデータ処理結果について述べる。

### 1. 2モードの系として扱った場合

翼の初めの2つの固有振動数は図2より $f_1 = 80.9$ ,  $f_2 = 336.5$  Hzである。Ⅳの結果より2つの振動モードを含む狭帯域バンドパスフィルタの下限と上限の振動数を $f_l = 70$ ,  $f_u = 350$  Hzに選り各動圧に対するアナログ信号をフィルタした。時系列データ $\{y(n)\}$ はⅣの結果をもとにサンプリング周期 $T = 200 \mu\text{sec}$ , データ数 $N = 20,000$ の4秒間の時系列とした。この定常時系列データからラグ数(付録3参照) $k_{\max} = 200$ の自己共分散関数を求め、その結果を自己回帰移動平均ARMA過程の入力とした。翼の系に固有な成分(AR部分)と雑音成分(MA部分)の次数と係数の各値をAIC最小のもとに推定した。12CaseのAR部分の次数 $q$ はこの場合すべて $q = 4$ に推定された。即ち翼の系は2モードの系として扱うことができたことになる。表1にAR部分の係数の各値を動圧に対して示す。この推定したAR部分の次数と係数の値は $z$ 変換とラプラス変換の関係を用い、更に粘性減衰をもつ2次系の振動数

方程式との関係から2つのモードの振動数と減衰係数比を決定した。図14, 15に各動圧に対してその値を示す。

図14の縦軸上には振動試験で得られた1次モードの振動数(○印)と2次モードの振動数(△印)を示している。縦軸に平行にフラッタ限界を破線で表わす。図から動圧の増加に従って1次(○印)と2次(△印)の2つの振動数の接近していく様子が分る。

図15には、同じ記号を用い横軸上に試験でフラッタを起こした動圧 $Q_f$ を(×印)で表わす。動圧が $Q = 0.8$  ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )付近で2つの減衰係数比 $\eta$ の値は大きくなる。動圧の増加に従ってこの $Q = 0.8$ 付近まで $\eta_{1,2}$ の値は徐々に大きくなり、それ以上動圧が増加すると急激に低下して零に近づく傾向が明らかである。減衰係数比の値は振動数よりバラツキが大きい。この翼はフラッタ限界に非常に近い動圧で減衰係数比が急激に低下し、減衰係数比が横軸と交わる点の動圧でフラッタを発生する。1次と2次の振動数と減衰係数比の値を用いた振動数方程式の根と係数の関係から連続な系についての4次の特性方程式の特性係数とRouth-Hurwitzの安定判別式

表1 特性多項式の推定した係数の値 $\{\hat{b}(m)\}$

$Q(\text{kg}/\text{cm}^2)$	$Q/Q_f^a$	$\hat{b}(3)$	$\hat{b}(2)$	$\hat{b}(1)$	$\hat{b}(0)$
0.53	0.55	-3.738	5.360	-3.495	0.8755
0.53	0.55	-3.742	5.373	-3.510	0.8815
0.59	0.61	-3.737	5.361	-3.499	0.8781
0.64	0.66	-3.755	5.403	-3.530	0.8851
0.67	0.69	-3.752	5.393	-3.519	0.8809
0.75	0.77	-3.740	5.373	-3.512	0.8828
0.76	0.78	-3.736	5.360	-3.498	0.8779
0.80	0.82	-3.734	5.342	-3.467	0.8625
0.83	0.86	-3.767	5.443	-3.572	0.8999
0.84	0.87	-3.749	5.393	-3.523	0.8835
0.86	0.89	-3.766	5.447	-3.582	0.9053
0.90	0.93	-3.783	5.494	-3.625	0.9183

a)  $Q_f$ : 実際のフラッタ限界値 ( $0.97 \text{ kg}/\text{cm}^2$ )

b(4) = 1である。

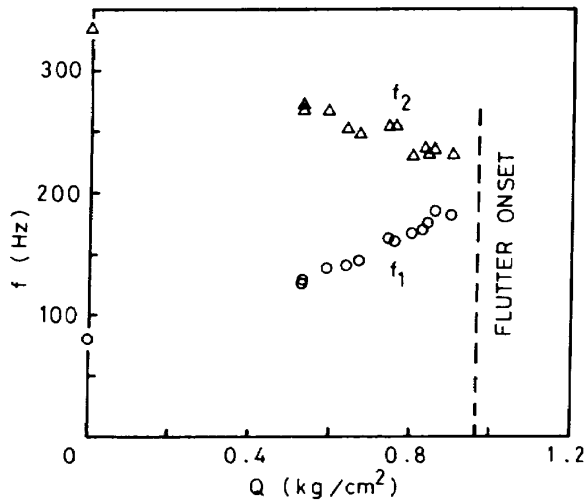


図 14 推定した振動数～動圧

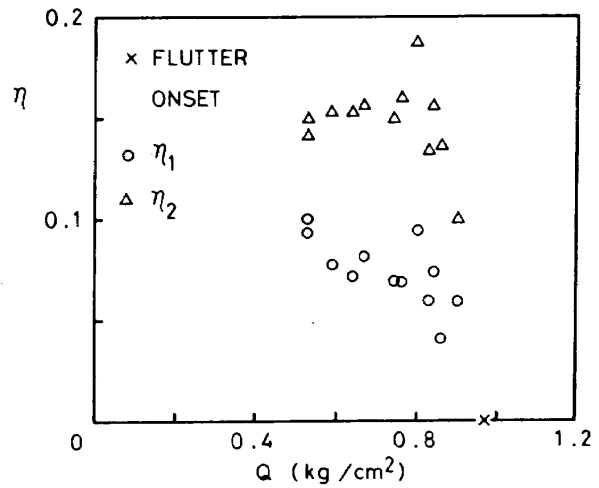


図 15 推定した減衰係数比～動圧

表 2 Routh-Hurwitz の安定判別式の値とフラッタ・マージン

Q (kg/cm <sup>2</sup> )	D <sub>1</sub> (1/sec)	D <sub>2</sub> (1/sec <sup>3</sup> )	D <sub>3</sub> (1/sec <sup>6</sup> )	D <sub>4</sub> (1/sec <sup>10</sup> )	D <sub>3</sub> <sup>m</sup> (1/sec <sup>4</sup> )
0.53	0.6650 × 10 <sup>3</sup>	0.1612 × 10 <sup>10</sup>	0.4435 × 10 <sup>18</sup>	0.8472 × 10 <sup>30</sup>	0.1003 × 10 <sup>13</sup>
0.53	0.6309	0.1569	0.4235	0.7941	0.1063
0.59	0.6497	0.1623	0.3468	0.7660	0.08216
0.64	0.6102	0.1375	0.2189	0.4424	0.05877
0.67	0.6338	0.1374	0.2316	0.4785	0.05763
0.75	0.6232	0.1448	0.2058	0.5669	0.05298
0.76	0.6512	0.1542	0.2283	0.6117	0.05382
0.80	0.7394	0.1460	0.2002	0.4767	0.03661
0.83	0.5268	0.1077	0.08354	0.2169	0.03010
0.84	0.6191	0.1245	0.1114	0.3002	0.02907
0.86	0.4972	0.1041	0.04293	0.1297	0.01737
0.90	0.4260	0.08134	0.03798	0.1059	0.02092

D<sub>i</sub> の値を求めた。その結果を表 2 に示す。D<sub>i</sub> (i = 1, ..., 4) は小さいプリンシパル・マトリックスの順に表わす。この値を各動圧に対してプロットすると前述のように横軸からの高さが不安定限界のマージンを与えることになる。D<sub>1</sub> ~ D<sub>4</sub> までをⅢで述べた緩かな特性と最低の推定値によって評価すると D<sub>3</sub>, D<sub>4</sub> がフラッタ限界の推定に適していることが分る。

図 16 に D<sub>3</sub> の値を動圧に対して示す。動圧の低い 7 点の (●印) の値に最小二乗法による直線の当て

はめを行い、外挿した点線が横軸と交わる点を求める。同図の×印は図 8 と同様 Q<sub>f</sub> を示す。図より明らかのようにフラッタ限界は精度良く推定される。

表 2 の D<sub>3</sub><sup>m</sup> は特性係数 C<sub>1</sub><sup>2</sup> で D<sub>3</sub> を除した Zimmerman ら [13] が提案した値を示した。フラッタ限界の推定に必要な D<sub>3</sub> の推定値の範囲, D<sub>3</sub> の推定値の数, および推定精度を検討するために図 16 に示した D<sub>3</sub> を動圧の低い方の 6 点から順次 (推定点) の数を増してフラッタ限界の推定を行った。推定値  $\hat{Q}_f$  と限界値 Q<sub>f</sub> の割合, D<sub>3</sub> の推定値のバラツキを標準

表3 直線のあてはめによって推定したフラッタ限界値 ( $\hat{Q}_f/Q_f$ ) および標準偏差 (S.D.) の比較

D <sub>3</sub> の推定値の数, K		6	7	8	9	10	11	12
Q/Q <sub>f</sub> の範囲 (0.55 ~ )		~ 0.77	~ 0.78	~ 0.82	~ 0.86	~ 0.87	~ 0.89	~ 0.93
Routh-Hurwitz	a $\hat{Q}_f/Q_f$	91	97	102	98	98	97	97
	S.D.	8.4	9.6	9.6	9.6	9.1	9.1	8.7
Flutter Margin	b $\hat{Q}_f/Q_f$	94	99	99	99	99	99	100
	S.D.	7.6	8.2	7.7	7.2	6.9	6.7	6.8

a) D<sub>3</sub>, b) D<sub>3</sub><sup>m</sup>, S.D. =  $\left[ \sum_{j=1}^K \{ f_c(j) - f(j) \}^2 / K \{ f(1) \}^2 \right]^{1/2} \times 100$

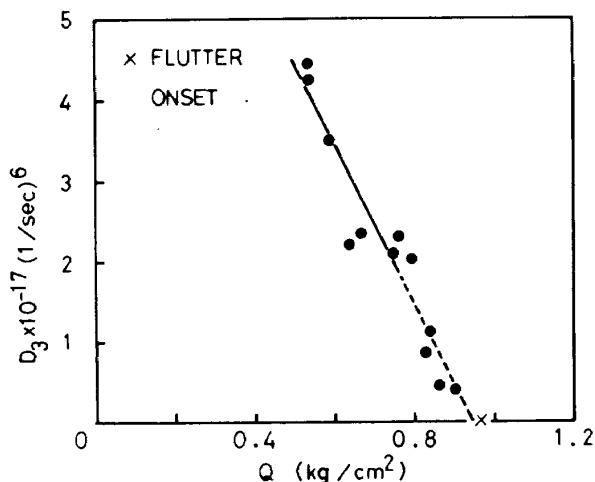


図16 低い動圧の7点のD<sub>3</sub>の値に最小二乗法による直線を当てはめ推定したフラッタ限界

偏差 (S.D.) として各々百分率で表3に示す。

表3よりD<sub>3</sub>の推定値の数K=7, 動圧の範囲が55%~78%以上であるならば97%の良い推定を与える。そのD<sub>3</sub>の推定値のバラツキは9.6%であった。この表からD<sub>3</sub><sup>m</sup>はD<sub>3</sub>より良い結果を与えている。しかし, 3モードの系以上でD<sub>3</sub><sup>m</sup>の一般的な表示式は得られていない。

### 2. 3モードの系として扱った場合

2モードの系として扱った場合は2つの卓越した空力弾性モードを他のモードから分離できたが, ここではそれ以上の場合を想定し, 3以上のモードを含む場合にフラッタ限界値推定法の拡張を試みる。そこで1)と同じデータを扱い, 翼の初めの3つの

固有振動数を含むように付録4に示したバンドパスフィルタの結果を用い下限と上限の振動数はf<sub>l</sub>=70, f<sub>u</sub>=450Hzに選び前処理を行った。時系列データ{y(n)}は初めの3つの空力弾性モードを含むようにIVの結果を参考にしてサンプリング周期T=400μsec, データ数N=20,000の8秒間の時系列とした。自己共分散関数はラグ数k<sub>max</sub>=200とした。各動圧に対して, ARMAモデルのAR部分の最良の次数qは10~23と推定された。これは5~11モードをもつ系である。このARの係数から振動数と減衰係数比を各動圧に対して求めた。3モードの系として扱う場合の3つのモードだけを自動的に抽出することは, 付録5に示した方法以外にも数多く試みたが困難であった。そのため3つのモードは1)の結果より1次モードおよび2次モードの振動数と減衰係数比の特性は既知であるので, その特性に注目し, 3次モードはフラッタモードと連成しない仮定のもとに静止気流中の振動試験で求めた振動数に相当する振動数と対の減衰係数比の値が異常に大きいものあるいは小さいものを除いて多数のモードの中から抽出した。その3つのモードの振動数と減衰係数比を図17, 18に示した。

図17より1次(○印)と2次(△印)の振動数の特徴は図14と同様である。しかし, 3次(□印)の振動数は動圧が増加しても一定の値である。

図18より3次(□印)の減衰係数比も値が一定である。従ってこの翼は1次と2次の2つのモードの連成によるフラッタであることが分る。減衰係数

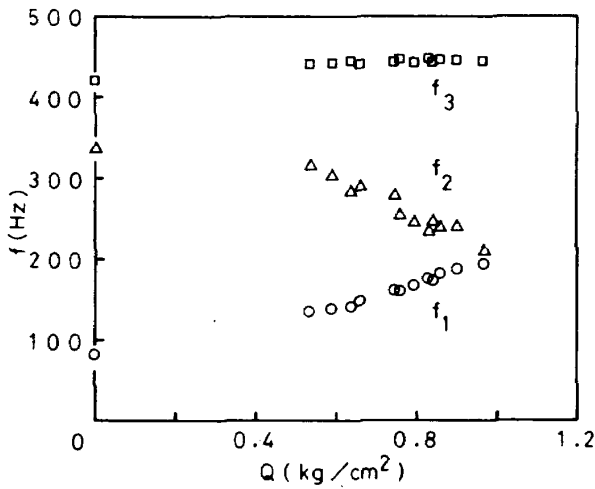


図 17 3つのモードの推定した振動数～動圧

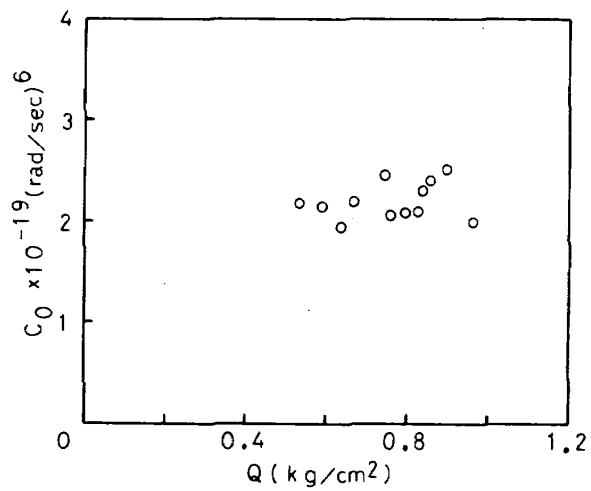


図 19 特性方程式の係数  $C_0$  の値～動圧

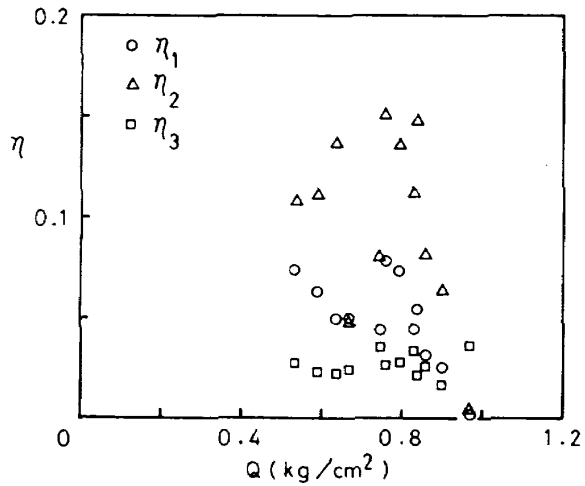


図 18 3つのモードの推定した減衰係数比～動圧

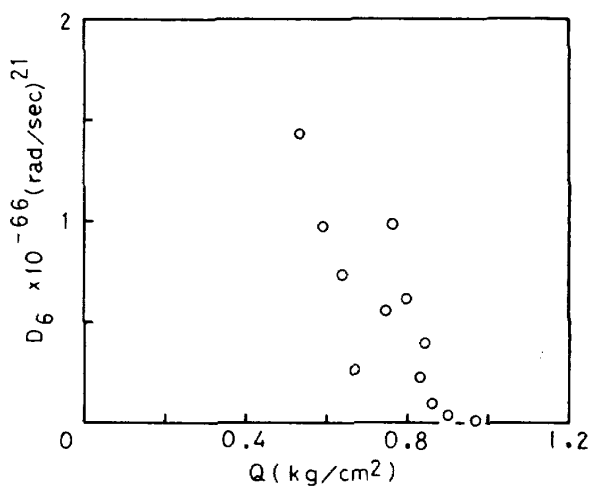


図 20 安定判別式  $D_6$  の値～動圧

比の各値のバラツキは図 15 より大きい。3つのモードの振動数と減衰係数比の値を用いて Routh-Hurwitz の安定解析を行う。特性方程式は 6 次方程式である。系が安定であるためにはこの方程式のすべての特性係数が正でなければならない。係数のうち定数項の係数  $C_0$  は静的不安定、即ちダイバージェンスに相当する。図 19 に  $C_0$  の値を各動圧に対して示す。

図 19 より試験した動圧の範囲で  $C_0$  の値は負になる様に観察されない。従ってフラッタより先にダイバージェンスの起こる可能性はない。

Routh-Hurwitz の安定判別式による最もフラッタ限界値の推定に適した判別式はⅢで述べた緩やかな特性で最低の推定値を与える  $D_6$  である。この  $D_6$  の値

を各動圧に対して図 20 に示す。図 20 の動圧が  $Q_f$  の 55%～93% までの 11 点の  $D_6$  の値に最小二乗法による 2 次曲線を当てはめ、限界値の推定を行った。結果を図 21 に実線で、外挿した部分を点線で表わし、試験でフラッタを起こさせた動圧を ×印で示す。

更に図 18 から動圧が  $Q_f = 78 \sim 93\%$  までの 6 点の 1 次モードの減衰係数比  $\eta_1$  (○印) と 2 次モードの減衰係数比  $\eta_2$  (△印) の値を用い各々に 2 次曲線を当てはめ、限界値の推定を行い、推定結果を図 21 に示した。 $\eta_1, \eta_2$  はそれぞれ細線、1 点鎖線で表わし外挿した部分を点線で示した。

図 21 より推定した各限界値  $\hat{Q}_f$  は  $Q_f$  の約 101%, 100% および 98% で試験でフラッタを起こさせた場合と良く一致している。しかし、一般には減衰係

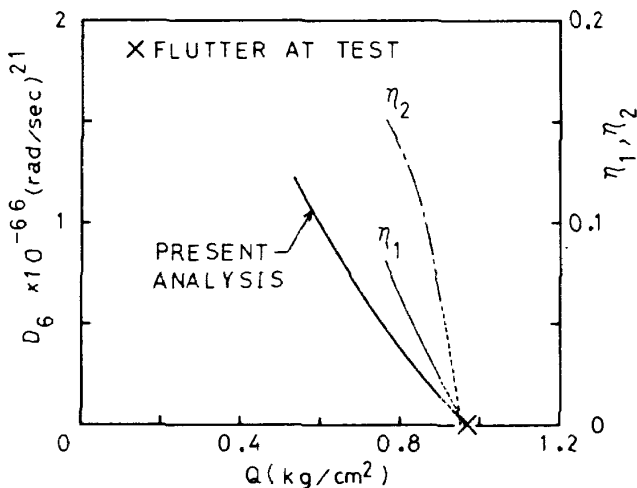


図 21 動圧  $\leq 0.9$  のデータによるフラッタ速度の比較

数比  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  の 2 次曲線による当てはめは、データ数が少なく、動圧の増加に対して  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  の特性変化が複雑なためフラッタ速度に近い急激に低下する動圧のデータしか有効に利用出来ない。

一方、Routh-Hurwitz の判別条件を用いる本手法の場合には、減衰係数比だけでなくパラツキの少ない振動数を同時に用いていることになる。広い動圧の範囲に亘って安定判別式の特性はあまり変わらないので、2 次曲線程度の当てはめでデータを有効に利用できる。

V で得た結果をまとめれば 1) で述べた狭い帯域幅のフィルタを用い 2 モードの系とした場合、処理したデータに含まれる不要な振動成分も少なくなり精度良く減衰係数等の決定ができ、それ故フラッタ速度に十分余裕のある動圧からフラッタ速度を精度良く推定できる。3 モードの場合には、多数のモードが推定されたため、ここでは第 1 段階としてデータをプロットし、検査し、抽出してその結果を用いて限界値の推定を行った。1) あるいは 2) で述べた本手法は複雑な模型の風洞試験あるいは飛行試験のフラッタ予測に適用することができる。データ処理の所要時間は 1 Case の処理にデータ数  $N = 20,000$  のとき FACOM-230-75 で約 11 ~ 44 秒であった。

更に手法の改善、応用および信頼性の検討を超音速流れの風洞試験を通して試みている。

## VI. 結 論

翼の不規則励振に気流の乱れを利用したサブクリティカル・フラッタ試験を行い、その信号を新しいフラッタ限界値推定法に適用し、データ処理上の問題を適切に処理することによって翼の応答は自己回帰移動平均過程で表わされる。フラッタの予測は離散時間系に関する赤池の推定法と連続な系に関する Routh-Hurwitz の安定規準に基づいており、本手法から推定したフラッタ限界値と実際のフラッタ限界値とを比較し提案した方法は限界より十分低い狭い動圧の範囲から正確にフラッタ限界を予測できる。

## 謝 辞

ARMA モデルのパラメタの推定、プログラムの応用に関しては統計数理研究所の第 5 研究部長赤池弘次博士、同部北川源四郎研究員に有益な討論、助言をいただきお世話になった。両氏に厚く謝意を表します。

また、当所計測部田中敬司博士に AR モデルに関して討論していただきお世話になった。

## 参 考 文 献

- 1) Matsuzaki, Y., and Ando, Y.; New Estimation Method for Flutter or Divergence Boundary from Random Responses at Subcritical Speeds, NAL TR-667T, 1981.
- 2a) Matsuzaki, Y., and Ando, Y.; Estimation of Flutter Boundary from Random Responses Due to Turbulence at Subcritical Speeds, J. of Aircraft, Vol. 18, No. 1981.
- 2b) Matsuzaki, Y., and Ando, Y.; Reply to the Technical Comment on Estimation of Flutter Boundary from Random Responses Due to Turbulence at Subcritical Speeds, J. of Aircraft, 7 月号掲載予定.
- 3) Houbolt, J. C.; Subcritical Flutter Testing and System Identification, NASA CR-132480, Aug. 1974.
- 4) Coupry, G.; Random Techniques for Flutter Testing in Wind Tunnel and in Flight, Israel J. of Technology, Vol. 11, March 1973, pp. 33-39.



- 5) 小野田淳次郎；ランダム応答解析による翼の動特性推定の試み，日本航空宇宙学会誌，Vol. 26, No.299, 1978年12月，pp. 649-656.
- 6) 高橋浩一郎；振動體の不規則なる運動よりその周期並に減衰率を求める方法に就きて，理化学研究所彙報，第14輯第4号，昭和10年4月，pp.255-171.
- 7) Akaike, H., Arahata, E., and Ozaki, T.; TIMSAC-74, A Time Series Analysis and Control Program Package-(1), Computer Science Monographs, No. 5, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo, March 1975.
- 8) Box, G. E. P., and Jenkins, G. M.; Time Series Analysis-Forecasting and Control, Holden Day, San Francisco, 1970, pp. 46-84.
- 9) Jury, I. E.; Theory and Application of the z-Transform Method, John Wiley, New York, 1964, pp. 1-44.
- 10) 中井暎一，橋爪 宏，安藤泰勝，高木俊朗；遷音速フラッタ試験設備の改造および整備試験，NAL TM-29, 1964.
- 11) 中井暎一，高木俊朗，安藤泰勝；後退角45°，アスペクト比4.0の薄い片持翼の遷音速フラッタ特性に及ぼすテーパ比の影響の実験的研究，NAL TR-98, 1965.
- 12) FACOM230 M-V/VI/VII TAFT解説書，富士通，1974.
- 13) Zimmerman, N. H., and Weissenburger, J. T.; Prediction of Flutter Onset Speed Based on Flight Testing at Subcritical Speeds, J. of Aircraft, Vol. 1, July-Aug. 1964, pp. 190-202.
- 14) 赤池弘次，中川東一郎；ダイナミックシステムの統計的解析と制御，サイエンス社，昭和47年4月，p.54.
- 15) Katz, H., Foppe, F. G., and Grossman, D. T.; F-15 Flight Flutter Test Procedure, NASA SP-415, Proceedings of Conference held at Dryden Flight Research Center, Edwards, Calif., Oct. 1975, pp. 413-431.

### 付録 1. 気流の乱れを利用したフラッタ速度推定法の計算プログラム一覧表

気流の乱れを利用したフラッタ速度推定法の計算プログラムとして開発あるいは変更したプログラムの一覧表を付表1にまとめて掲げる。名称はESBACS: Estimation of Boundary for Flutter or Divergence and Aeroelastic Characteristics at Subcritical Speeds with The Aid of NAL's Methodの略で次の1は連続な系を表わし，続く4桁の数は作成順と改訂を表わしている。

付 表

航技研の方法によるフラッタ速度および空力弾性特性推定の計算プログラム一覧表

— プログラム名称一覧表 —

1	NAL	ESBACS-1-0001	自己共分散関数計算 (CK)
2	NAL	ESBACS-1-0002	自己回帰移動平均モデル (ARMA)*
3	NAL	ESBACS-1-0003	振動数, 減衰係数比計算 (DETERMINANT)
4	NAL	ESBACS-1-0004	フラッタマージン計算 (FLUTTER MARGIN)
5	NAL	ESBACS-1-0005	自己共分散関数計算 (CK)**
6	NAL	ESBACS-1-0006	自己回帰移動平均モデル (ARMA)*, **
7	NAL	ESBACS-1-0007	振動数, 減衰係数比計算** (DETERMINANT)
8	NAL	ESBACS-1-0008	フラッタマージン計算** (FLUTTER MARGIN)
9	NAL	ESBACS-1-0009	最小二乗法による 1 次および 2 次曲線のあてはめ (FLSE)
10	NAL	ESBACS-1-0010	ラウスーフルウィツの安定判別 (CEC)
11	NAL	ESBACS-1-0011	ラウスーフルウィツの安定判別** (CEC)

\* ; 文献 7 の計算プログラムを変更し使用している。

\*\* ; 同じ名称の 4 桁の数はプログラムの作成順と改訂を表わしている。

付録 2. 数値シミュレーション

自己回帰移動平均 ARMA 過程を電子計算機で処理する計算上の問題を把握するために数値モデルをテストした。数値モデルは,

$$\sum_{m=0}^{2J} b(m)y(n+m) = \sum_{m=0}^{2J-1} a(m)x(n+m) \quad (1)$$

J=1 の ARMA(2, 1) モデルを想定し, AR 部分と MA 部分の各係数を  $b(1)=-1.0$ ,  $b(2)=0.5$ ,  $a(1)=1.0$  とおいて, 平均値零, 標準偏差 1.0 の正規乱数を N 個発生し, 時系列データとした。ラグ数 k の自己共分散関数  $c(k)$  は

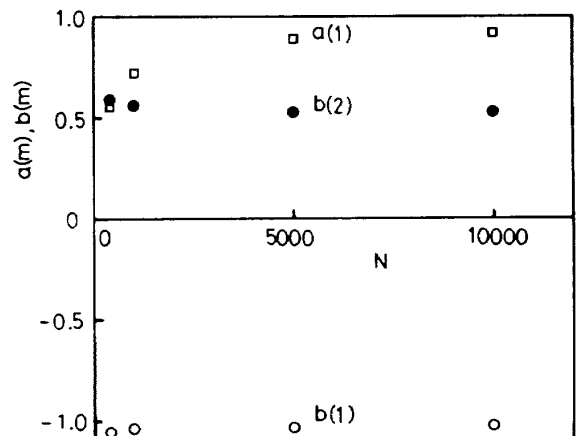
$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y_t \quad (2)$$

のもとに,

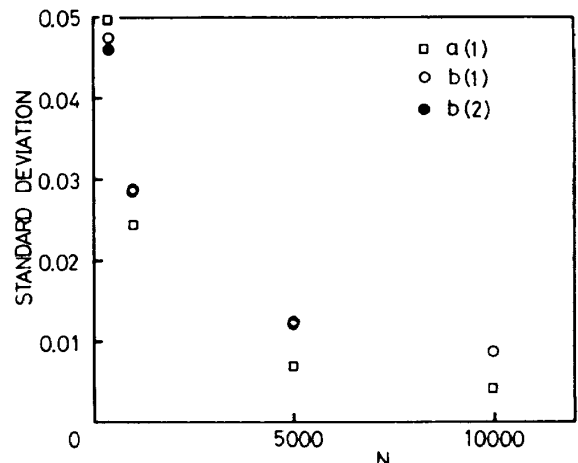
$$c(k) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y}) \quad (3)$$

を計算し, この入力データと N をパラメタに (1) 式の  $b(1)$ ,  $b(2)$ ,  $a(1)$  を付録 1 に示したプログラムによって推定する。

推定した結果を付図 1, 2 に示す。データ数は N = 5,000 以上用意すれば十分満足できる推定値が得られる。



付図 1 推定したパラメタ a(1), b(1), b(2)



付図 2 推定したパラメタの標準偏差

付録 3. 設定変数の見当のつけ方の一例

翼を2モードの系として扱うデータ処理の設定変数、即ち、サンプリング周期  $T$ 、データの記録の長さ  $L$ 、ラグ数  $k_{max}$  は以下の方法で見当をつけている。

サンプリング周期  $T$  は振動試験で求めた固有振動数の1次と2次の振動数  $f_1, f_2$  (Hz) を参考にフラッタ振動数  $f_c$  (Hz) は

$$f_c = (f_1 + f_2) / 2 \tag{4}$$

で表わされると仮定し、この振動の一周期のデータ点の数  $n$  を

$$n = 25 \\ = [\text{Sampling frequency}] / f_c \tag{5}$$

に選び、それからサンプリング周期  $T$  は

$$T = 1 / (n \times f_c) \tag{6}$$

とする。データの長さ  $L$  はデータ数を  $N$  とすると、

$$L = N \times T \tag{7}$$

である。時系列データのラグ数  $k_{max} = 200$  はデータ数  $N$  を用い、 $N = 20,000$  とすると

$$k_{max} = \sqrt{N} \times \text{定数} \tag{8}$$

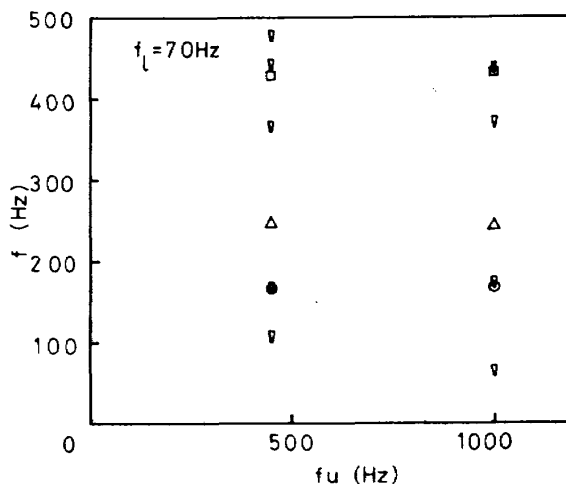
の定数 (14) は 1.4 である。

付録 4. 3モードを含むバンドパスフィルタの帯域幅

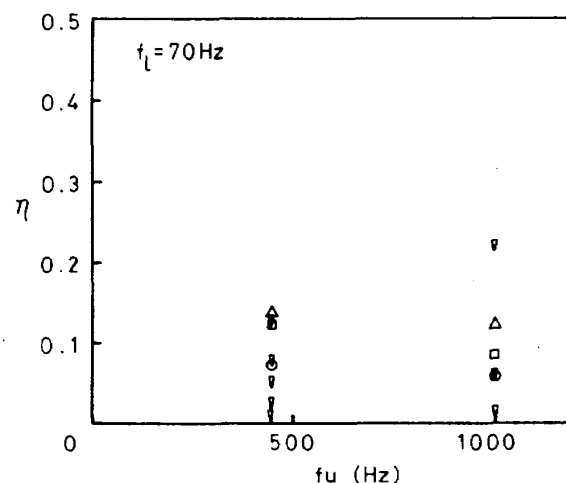
3つのモードの振動数を含むようにバンドパスフィルタの下限と上限の遮断振動数を  $f_l = 70\text{Hz}$ 、 $f_u = 450\text{Hz}$  として不要な振動成分を除いた。しかし、バンドパスフィルタを狭帯域にするだけではモード数を3にすることが出来ない。1次～3次のモードの間でも2～3の fictitious モード (15) が抽出される。データの上限の振動数  $f_u$  を変えた一例を次に示す。

データの処理条件はサンプリング周期  $T = 400\mu\text{sec}$ 、データ数  $N = 20,000$ 、ラグ数  $k = 200$ 、バンドパスフィルタの上限を  $f_u = 450, 1,000\text{Hz}$  に変えた。2Caseの振動数と減衰係数比を付図3、4に示す。

3次までの空力弾性モードの間に含まれた fictitious モードを除くことは出来ないが、それ以外のモード等を除くためにはフィルタの特性は十分な減



付図 3 推定した振動数～バンドパスフィルタの上限の振動数



付図 4 推定した減衰係数比～バンドパスフィルタの上限の振動数

衰特性をもつことが望ましい。

付録 5. モード抽出の自動化の試み

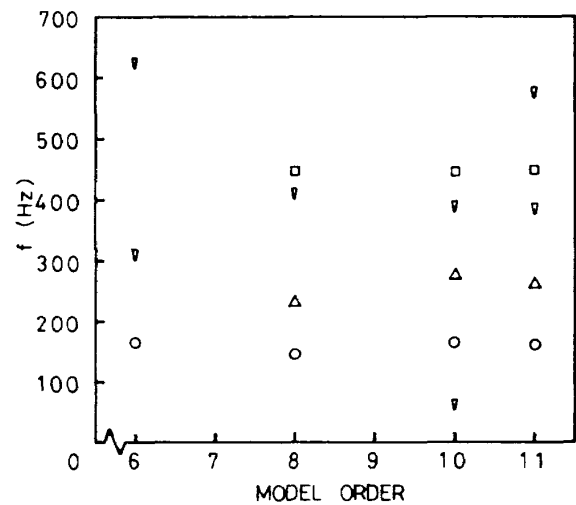
データ処理において初めの2つのモードだけに限定して抽出することは比較的容易である。しかし、先に述べたように fictitious モードを含んだ多数のモードの中から初めの3つのモードだけを抽出することは非常に難しい。そこでフラッタ限界値を推定する3つのモードを自動的に抽出するために翼の物理的な特性を損なわない程度に抽出モード数を減らし自動化することを試みた。

データ処理条件はバンドパスフィルタの通過帯域

を 70 ~ 450Hz, サンプル周期  $T = 400\mu\text{sec}$ , データ数  $N = 20,000$ , ラグ数  $k = 200$  とした。

このデータでは, 赤池の AIC 最小のもとに推定された自己回帰部分の次数  $q$  は  $q = 11$  であった。このモード数は 5 モードになる。そこで, 自動化するために ARMA の次数と係数を赤池の AIC 最小化のもとに推定している部分のプログラムを変更して AIC 最小を調べないで, あらかじめ設定した次数  $q$  の各係数を推定するようにした。この次数  $q$  を  $q = 6, 8, 10$  に固定した場合について各モードの振動数を調べた。その結果を付図 5 に示す。

付図 5 では, AR の次数  $q = 11$  は最良の推定の場合で 3 モードと 2 つの fictitious モードを含んでいる。これに対して  $q = 10$  は 3 モードと振動数の違う 2 つの fictitious モードを含み,  $q = 8$  は 3 モードと 1 つの fictitious モードとなり振動数の精度が劣る。また  $q = 6$  は 1 モードと 2 つの fictitious モードとなっている。このことからモード抽出の自動化は 1 ~ 2 の余分なモードを含む程度に少なくモードを抽出し, その中から不要なモードを除く方法が有望である。この適用例は文献 1 で Three-Mode Analysis として 1 つの fictitious モードを含む場合を扱っている。



付図 5 AR の次数を設定して推定した振動数

---

## 航空宇宙技術研究所報告718号

昭和57年7月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182

印刷所 株式会社 東京プレス  
東京都板橋区桜川2-27-12

---

**Printed in Japan**