

ISSN 0389-4010
UDC 533. 6. 011. 32:
533. 696. 013:
518. 6

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-724

有限要素法を用いた三次元物体の
空気力学的係数の計算

柳 沢 三 憲 ・ 菊 地 一 雄

1982年8月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

有限要素法を用いた三次元物体の 空気力学的係数の計算*

柳 沢 三 憲** 菊 地 一 雄**

Finite Element Calculations for Aerodynamic Coefficients of 3-Dimensional Body in Subsonic Flow Using Green's Function Method

Mitsunori YANAGIZAWA

and

Kazuo KIKUCHI

ABSTRACT

In recent years, finite element calculation schemes for the evaluation of aerodynamic loads have been developed using the Green's function method. In these schemes, a set of linear algebraic equations is obtained by the discretization of the Fredholm integral equation of second kind, and is solved to yield values of velocity potential on the surface. The pressure on the surface is obtained by evaluating the derivatives of the velocity potential along the stream line. In this report, we propose an accurate method for evaluating the derivatives along circular paths on the surface. Calculations are made on various practical configurations such as wing-body combinations, tandem wings, wings with the dihedral angles at sideslip, ground effects, interference between a sphere and wind-tunnel etc. Comparisons with experiments show good agreement.

1. ま え が き

航空機や飛行物体、例えば Lighter-than-Air System や Space Shuttle 等のような複雑な形状に対する空気力をポテンシャル理論を用いて数値的に解き、その空気力学的荷重を正確に見積ることは重要な問題である。特に最近の航空機の大型化に伴ない柔軟構造化し、翼および広胴化に対する胴体の空力荷重もその幾何学的変形によって変化する空気力を求めなければならない。特に、静的な荷重に対しては翼のダイバージェンス等の問題があり、このような解

析が必要である。

そこで揚力を持つ三次元物体のまわりの流れを亜音速流に適用できる有限要素法を用いて解析を行ない、数種の模型については同時に行った実験の測定値との比較をした。すなわち、球、回転楕円体、矩形翼、翼端タンク付翼、翼端板付翼、中翼機、低翼機、地面効果、風胴壁干渉等の計算を行った。

一様なポテンシャル流中に置かれた三次元物体のまわりの流れは表面特異解法 (Surface singularity method) により積分方程式で表わされる。

この表面特異解法とはポテンシャル流れの支配方程式であるラプラスの方程式を物体表面上および無限遠での境界条件で解く代りに、この方程式の特解

* 昭和57年7月16日受付

** 空気力学第一部

であり、無限遠の条件を既に満している涌点(Source)や二重涌点(doublet)等を物体表面に分布させ、それらの重ね合わせとして記述する。そのとき、物体表面上で境界条件を満すように、涌点や二重涌点の強さを決定する方法である。したがって、三次元空間全体の流れを解く代りに物体表面の二次元空間に問題を還元させることにより簡単化している。

このような有限要素法を用いた三次元外部流の問題を最初に解析したのはHees & Smith¹⁾である。彼らは揚力を持たない物体のまわりの流れについて涌点のみを物体表面上に分布させて解いた。また、Rubbert & Saaris²⁾は涌点を物体表面上に、二重涌点を後流渦面および翼内部のキャンパー面上に沿って分布させて定式化を行った。

また、Heckmann & Vitte³⁾は厚みの効果を涌点で表現し、揚力の効果を渦糸(vortex)で表わし、揚力物体の定式化を行った。

一方、Woodward⁴⁾やMiranda⁵⁾は渦糸のみを用いて物体の厚みと揚力の効果を表わして問題を解いている。渦糸のみを用いて翼厚を表現するのに上下に等間隔に二列の渦糸を配置し翼面上で境界条件と一致させると言う独特の方法をとっている。

ここではL. Morino⁶⁾の行った方法で表面特異解法の一つであるグリーン関数を用いた方法について述べる。この方法はラプラスの方程式にグリーン関数を適用して導き出したもので、その積分方程式内に既に境界条件が代入されている。しかし、求められた解は擾乱速度ポテンシャルのため、物体表面に沿って微分を行って必要とする速度や圧力の形に計算しなければならない。

本報告は特にこの表面微分の計算法について述べ、これまで行った種々の模型の測定値との比較を一例ずつとり上げて述べることにする。個々の実験についての詳細はそれぞれの報告を参照されたい。

2. 記 号

- A : 縦横比
- \mathbf{a} : $P_{i,j}$ 点の位置ベクトル
- \mathbf{b} : $P_{i,j}$ 点から $P_{i+1,j}$ 点へのベクトル
- B_{hk} : 空力的影響係数
- \mathbf{C} : $P_{i,j}$ 点から $P_{i-1,j}$ 点へのベクトル

- C_{hk} : 空力的影響係数
- C_P : 圧力係数
- \mathbf{C}_F : 空力的力のベクトル係数
- C_M : モーメント係数
- C_L : 揚力係数
- C_W : 後流渦放出線
- \mathbf{n} : 単位法線ベクトル
- \mathbf{n}_n : 円の単位法線ベクトル
- \mathbf{n}_r : 円の半径方向の単位ベクトル
- NC : 翼弦方向のパネルの分割数
- NS : 翼幅方向のパネルの分割数
- O : 原点
- O_C : 3点を通る円の中心
- P : 物体表面上の任意の点
- Q : 物体表面上の任意の点
- Q' : 後流渦面上の任意の点
- R : P 点から Q 点への距離
- \mathbf{R} : パネルの中心の位置ベクトル
- \mathbf{R}_R : 基準回転軸の位置ベクトル
- \mathbf{r}_0 : 円の中心の位置ベクトル
- s : $P_{i,j}$ 点からの距離
- S_A : 物体の表面
- S_W : 後流渦面
- S_R : 基準面積
- T_R : 基準長さ
- \mathbf{t}_R : 基準回転軸の単位ベクトル
- \mathbf{U}_∞ : 速度ベクトル
- W_{hk} : 後流渦による空力的影響係数
- α : 迎角
- β : 横滑り角
- Γ : 上反角
- δ_{hk} : クロネッカのデルタ
- λ : 円の接線方向のベクトル
- Σ_k : 物体表面の k 番目の面素
- $\Sigma_{k'}$: 後流渦面の k 番目の面素
- Φ : 速度ポテンシャル
- φ : 擾乱速度ポテンシャル

3. 定常流に対する形式化

一様流中に置かれた三次元物体のまわりのポテン

シャル流に対して、擾乱速度ポテンシャル φ に関するラプラスの方程式は

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots (1)$$

である。

境界条件として次の三条件を用いる。

B.C.1 ; 流れは物体表面 S_A に沿う。

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = -\mathbf{U}_\infty \cdot \mathbf{n} \quad \dots\dots (2)$$

B.C.2 ; 後流渦面 S_W の上下面でのポテンシャルの差 $\Delta\varphi$ は流線に沿って一定である。

$$\Delta\varphi = \varphi_+ - \varphi_- = \text{const} \quad \dots\dots (3)$$

B.C.3 ; 流れは無限遠で一様流になる*。

Morino の方法に従い、物体表面 S_A と後流渦面 S_W から成る物体表面に green の公式を適用すれば、

$$4\pi\varphi(P) = \iint \varphi(Q) \frac{\partial}{\partial n(Q)} \left[\frac{1}{R(P,Q)} \right] ds - \iint \frac{1}{R(P,Q)} \frac{\partial \varphi(Q)}{\partial n(Q)} ds \quad \dots\dots (4)$$

ここに点 $Q(x, y, z)$ は S 上の点で、 $P(x_*, y_*, z_*)$ は流れの領域内の点である。したがって、 P, Q の二

点間の距離 R は

$$R(P,Q) = \sqrt{(x-x_*)^2 + (y-y_*)^2 + (z-z_*)^2} \quad \dots\dots (5)$$

である。

今、点 P を物体表面に接近させ、(2)、(3)式を(4)式へ代入すると

$$2\pi\varphi(P) - \iint_{S_A} \varphi(Q) \frac{\partial}{\partial n(Q)} \left[\frac{1}{R(P,Q)} \right] ds - \iint_{S_W} \Delta\varphi(Q') \frac{\partial}{\partial n(Q')} \left[\frac{1}{R(P,Q')} \right] ds = \iint_{S_A} \mathbf{U}_\infty \cdot \mathbf{n}(Q) \frac{1}{R(P,Q)} ds \quad \dots\dots (6)$$

但し、 \iint は積分の cauchy の主値を表わし、 Q' 点は後流渦面上の点を表わす。図1。

(6)式は φ に関する第二種 Fredholm 型積分方程式である。したがって、擾乱速度ポテンシャル φ を未知数として、この積分方程式を解けばよい。その一方法として、物体表面をパネル化し、そのパネル内では φ は一定と仮定し、離散化を行う。

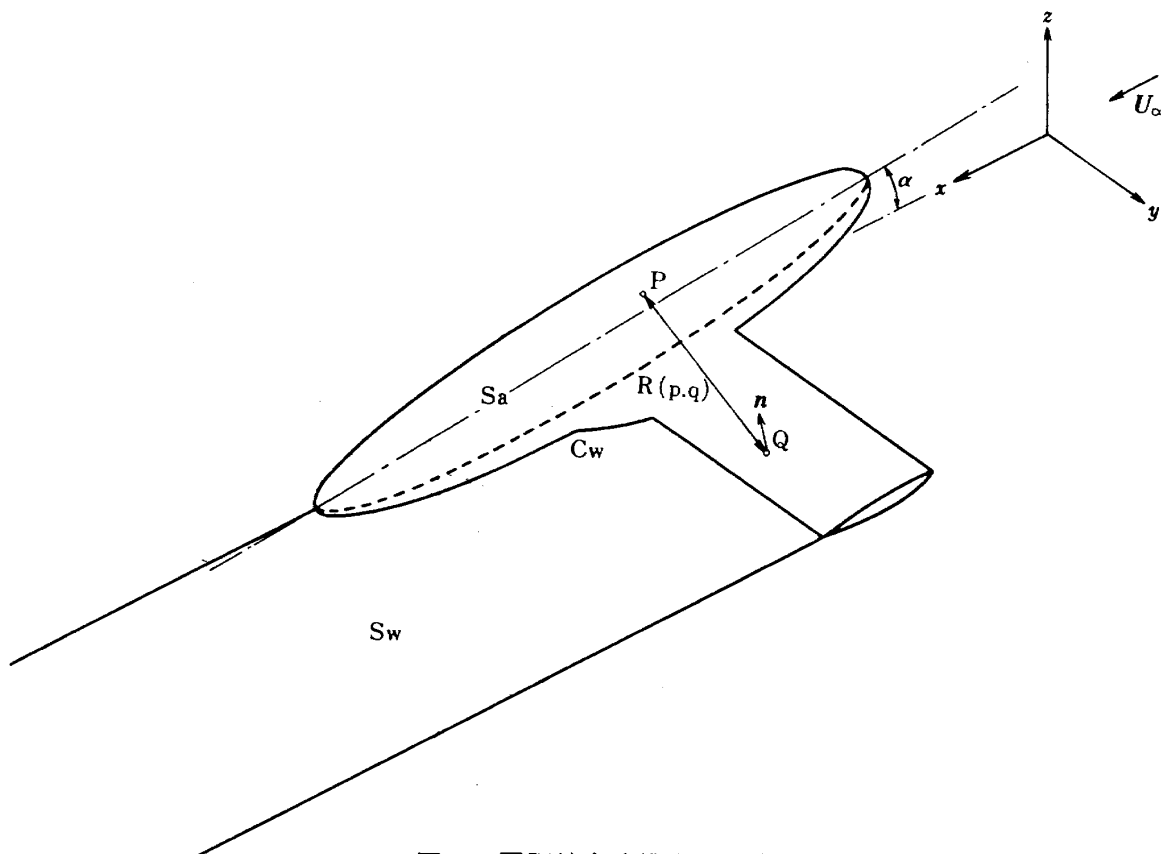


図1 翼胴結合体模型の形式化

* 後流渦面 S_W は無限遠まで設定していない。この計算では基準長の100倍の長さを後流渦面として採用している。

4. 有限要素法 (パネル化) による離散化

積分方程式(6)を次の手順で離散化する。

- (1) 物体表面および後流渦面を四辺形要素 $\Sigma_k, \Sigma_{k'}$ に分割する。
- (2) 各要素上の変数 φ , $d\varphi$, \mathbf{n} は要素の中心における値で代表させ, 要素内の分布は一定と仮定する。
- (3) $d\varphi$ の値は, C_w を一辺とする物体表面の上下面要素の φ の値の差で近似する。

以上の方法により物体表面 S_A 上の擾乱速度ポテンシャル φ は要素の分割数 N の自由度に離散化されて, 次の連立一次方程式が得られる。図 2。

$$[\delta_{hk} - C_{hk} - W_{hk}] \{\varphi_k\} = [B_{hk}] \{U_\infty \cdot \mathbf{n}_k\} \dots\dots\dots (7)$$

ここに δ_{hk} は Kronecker のデルタであり, 影響係数 C_{hk} , B_{hk} , W_{hk} は次のようになる。付録 1。

$$C_{hk} = \left[\frac{1}{2\pi} \oint_{\Sigma_k} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R} \right) ds \right]_{P=P_h}$$

$$B_{hk} = \left[\frac{1}{2\pi} \oint_{\Sigma_k} \frac{1}{R} ds \right]_{P=P_h}$$

$$W_{hk} = \left[\frac{\pm 1}{2\pi} \iint_{\Sigma_{k'}} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R} \right) ds \right]_{P=P_h}$$

ここで \oint は積分の Cauchy の主値を表わす。また,

W_{hk} は要素 Σ_k が C_w と隣り合わない場合は零で, C_w と隣り合う上面 (下面) では + (-) の符号をとる。付録 3。

(7) 式は $[A] \{\varphi\} = [B]$ の形の連立一次方程式であり, マトリックス $[A]$ が空力的影響係数の行列, $[B]$ は境界条件から計算される列行列である。擾乱速度ポテンシャルの列行列 $\{\varphi\}$ が未知数である。

$$\{\varphi\} = [A]^{-1} [B] \dots\dots\dots (8)$$

$[B]$ に $[A]$ の逆マトリックスを掛けることにより $\{\varphi\}$ が求められる。物体表面の総パネル数を N とするとマトリックス $[A]$ のメモリーは N^2 個必要になり, このプログラム中で最大の記憶容量を要する。複雑な模型の場合, 外部記憶装置を用いた連立一次方程式の解法プログラムを用いる。付録 5。

こうして得られた擾乱速度ポテンシャル φ を物体表面に沿って微分し, 速度を求め, さらに圧力を計算する。

5. 速度ポテンシャルの微分

隣り合う連続する三つのパネルのポテンシャル ϕ について, その変化は表面距離 s に関して二次式で表わされると仮定して, 微分を行った。

$$\phi = U_\infty(x + \varphi) = as^2 + bs + c \dots\dots\dots (9)$$

a, b, c は二次曲線の係数で三点の速度ポテンシ

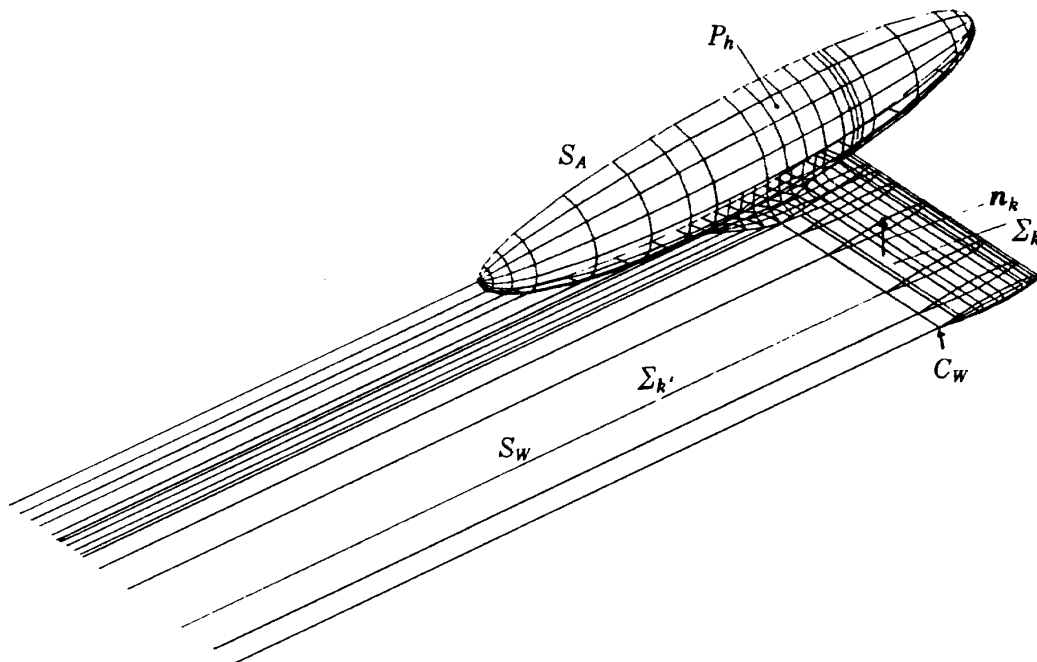


図 2 パネルによる離散化

から計算して求められる。従って s_1, s_2 方向の微分は

$$\frac{d\Phi}{ds_1} \equiv \Phi_{s_1} = 2a_1s_1 + b_1 \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\frac{d\Phi}{ds_2} \equiv \Phi_{s_2} = 2a_2s_2 + b_2 \quad \dots\dots\dots (11)$$

次に、点 P における s_1, s_2 方向の接線単位ベクトルは次のようにして求める。隣り合う三点が一直線上に並んでいる場合の接線単位ベクトルは

$$\lambda = \frac{b}{|b|} \quad \dots\dots\dots (12)$$

また、隣り合う三点が直線に並んでいない場合は、その三点を通る円を考える。円の中心の位置ベクトルは r_0 、 P 点の位置ベクトル a 、 $P_{i,j}$ と $P_{i-1,j}$ 間のベクトルを c 、 $P_{i,j}$ と $P_{i+1,j}$ 間を b とする。 r_0 はベクトル a, b, c を用いて次のように書ける。図3。

$$r_0 = a + s_c b + t_c c \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここに

$$s_c = \frac{(b^2 - b \cdot c) c^2}{2(b^2 \cdot c^2 - (b \cdot c)^2)}$$

$$t_c = \frac{(b \cdot c - c^2) \cdot b^2}{2((b \cdot c)^2 - b^2 \cdot c^2)}$$

従って、 $P_{i,j}$ 点における接線単位ベクトル λ は r_0, a, b, c および n_n, n_r を用いて、次の様に表わされる。

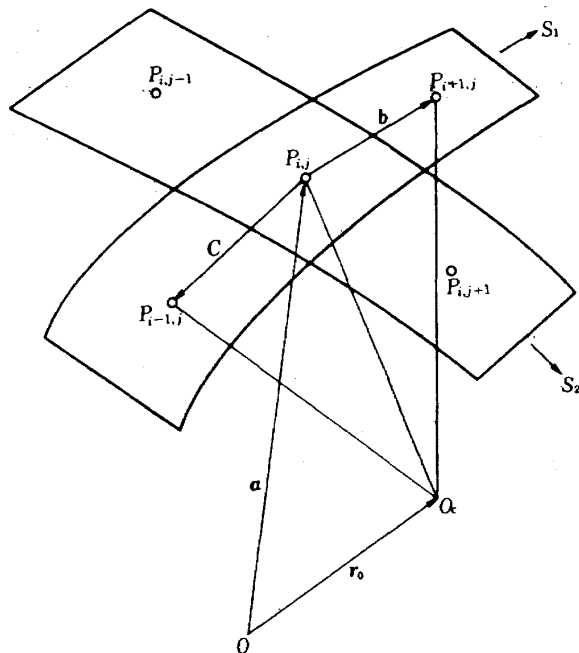


図3 三点を通る円による微分の方法

$$\lambda = n_n \times n_r \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 n_n は三点を通る平面に垂直なベクトルであり、 n_r はその円の中心から P 点へ向う半径方向のベクトルである。

$$n_n = \frac{b \times c}{|b \times c|} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$n_r = \frac{a - r_0}{|a - r_0|} \quad \dots\dots\dots (16)$$

結局、 s_1, s_2 方向のそれぞれの接線単位ベクトル λ_1, λ_2 は

$$\lambda_1 = \frac{b_1}{|b_1|}, \quad \lambda_2 = \frac{b_2}{|b_2|} \quad \text{三点が直線の場合}$$

$$\lambda_1 = n_{n1} \times n_{r1}, \quad \lambda_2 = n_{n2} \times n_{r2}$$

三点が曲線の場合

パネル P に接し、 s_1 方向に e_1 をとり、 s_1 に直角方向を e_2 とすると、 e_1, e_2 方向の微分は次の式で表わされる。

$$\Phi_{e_1} \equiv \frac{d\Phi}{de_1} = \frac{d\Phi}{ds_1} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\Phi_{e_2} \equiv \frac{d\Phi}{de_2} = \frac{1}{1 - (\lambda_1 \cdot \lambda_2)^2} \left\{ \frac{d\Phi}{ds_2} - (\lambda_1 \cdot \lambda_2) \frac{d\Phi}{ds_1} \right\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

従って、圧力係数および速度は次のように求められる。

$$C_p = 1 - \frac{(\Phi_{e_1}^2 + \Phi_{e_2}^2)}{U_\infty^2} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$v = \Phi_{e_1} \cdot \lambda_1 + \Phi_{e_2} \cdot (\lambda_2 - (\lambda_1 \cdot \lambda_2) \cdot \lambda_1) \quad \dots\dots\dots (20)$$

三次元物体を基盤の目状にパネル化しその表面に沿って微分すると言うことは難しいが、本方法によると自動的に容易に行えるので報告する。

一般に、物体表面をパネル化するとき翼の後縁や翼と胴体の接合線等のところにパネルの広域的な境界を設ける。また、このような幾何学的な境界ばかりでなく、物体表面は連続しているが分割数の変更によっても広域的な境界が生ずる。そこで、三次元物体表面を先ず、広域的なブロックに分割し、その一つのブロック内では縦方向、横方向ともに一定の数で分割する。例えば、低翼機の広域的な分割は9ブロックである。図4。

この広域的な境界で囲まれた面を1ブロック毎に

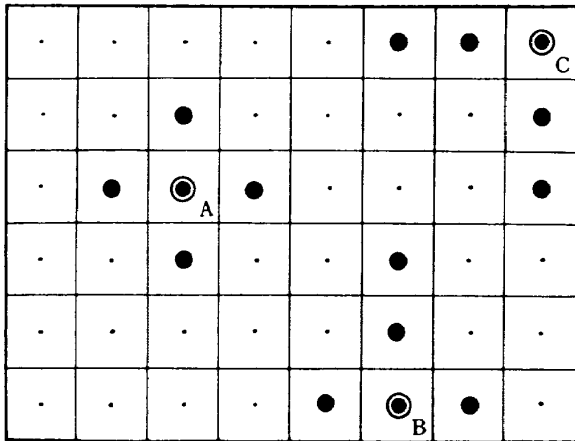


図4 三次元物体表面に沿う微分の方法

微分を実行する。図4に示すように求めようとする点が境界の内部に在る場合、すなわちA点の微分を行うには、左右前後のパネルが存在するので、⊙、●印で示されるこれら5点のポテンシャル ϕ を用いて計算する。

次に広域的な境界に接したB点における微分は図4に示すように左右方向は両隣の点を利用し、前後方向は二つ前の点の ϕ を用いてB点の微分を求める。また、C点のように角に在る場合は左側の先隣の点と後方二つ手前の点の ϕ を用いるようにプログラムしてある。

従って、微分を終了した後の値は最初に入力したパネルの順番に得られ、速度分布、圧力分布ともにその図心における値が得られる。最初に分割方法を考慮しておけば、一枚のパネルも落ちこぼれることなく全パネルで圧力係数が得られるので、全体の揚力係数やモーメント係数を計算することが出来る。また、これらの空力係数を計算する際、基準になる要素の面積が、最初に分割した面素と一致しているので非常に便利である。

6. 各空力係数の計算

各パネルの中心における圧力が求められたので各面素の面積と法線ベクトルを掛けて、各空力係数は次のように求められる。なお、面素は四辺形なので、その面積を求めるには三角形の面積を求めるヘロンの公式を2回用いることにより求めた。

$$C_F = \frac{1}{S_R} \iint_{S_A} C_P \mathbf{n} ds = \frac{1}{S_R} \sum_{i=1}^N C_{Pi} \mathbf{n}_i \Delta S_i \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$C_M = \frac{1}{S_R T_R} \mathbf{t}_R \cdot \iint_{S_A} (\mathbf{R} - \mathbf{R}_R) \times \mathbf{n} C_P ds$$

$$= \frac{1}{T_R} \mathbf{t}_R \cdot (C_E + (\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_R) \times C_F) \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここに

$$C_E = \frac{1}{S_R} \iint_{S_A} (\mathbf{R} - \mathbf{R}_0) \times \mathbf{n} C_P ds$$

S_R は基準面積、 T_R は基準長さ、 \mathbf{t}_R は基準点の回転方向の単位ベクトル、 \mathbf{R}_R は基準点の位置ベクトル、 \mathbf{R}_0 は原点、 \mathbf{n} は各パネルの法線ベクトル、 ΔS_i は面素の面積である。

7. 計算結果

本方法による数値計算結果を検討するため、解析解がすでに分っている球と回転楕円体について⁸⁾両者の比較を行った。また、矩形翼、タンデム翼、中翼機、低翼機、翼端板付翼、翼端タンク付翼、地面効果、風胴壁干渉等について計算を行った。

7.1 球

図5は球体表面の圧力分布を計算したものである。物体は流れ方向の分割数 $NC = 20$ 、円周方向の分割数 $NS = 16$ で総パネル数は320である。球の場合、全域にわたって精度良く求められ解析解との誤差範囲は1.6%以内である。表1。この理由は速度ポテンシャルから速度を求めるとき三点を結ぶ円で微分するという本方法の結果である。

7.2 回転楕円体

翼と異なり細長物体の厚み比が非常に大きいものとして回転楕円体を選んだ。回転楕円体の長さ l と最大直径 d の比 $l/d = 5$ の物体で、一様流中の迎角 0° で設置された状態を示す。この場合、揚力は0であるので後流渦面は付けていない。図6は $NC = 14$ 、 $NS = 16$ で総パネル数は224である。

物体長の20%から80%の範囲では解析解と1.0%の誤差で良く一致している。物体面の一様流に対

表1 球の圧力分布の有限要素法 (FEM) と厳密解の比較

x	C_p (exact)	C_p (FEM)	誤差($C_{pe} - C_{pF}$)	相対誤差 $ C_{pe} - C_{pF} / C_{pMax} $
0.0625	-1.241	-1.231	-0.01	0.008
0.1875	-1.171	-1.161	-0.01	0.008
0.3125	-1.030	-1.022	-0.008	0.0064
0.4375	-0.8193	-0.8124	-0.0069	0.0055
0.5625	-0.5381	-0.5305	-0.0076	0.0061
0.6875	-0.1865	-0.1743	-0.0122	0.0098
0.8125	0.2354	0.2535	-0.0181	0.0145
0.9	0.5725	0.5781	-0.0056	0.0045
0.95	0.7806	0.7975	-0.0169	0.0135
0.9875	0.9441	0.9649	-0.0208	0.0166

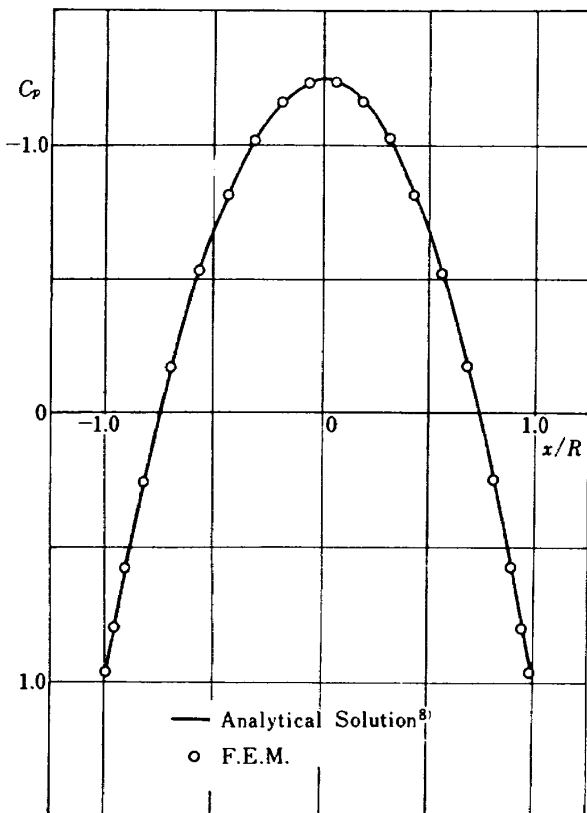


図5 球の圧力分布で厳密解とFEMによる値の比較

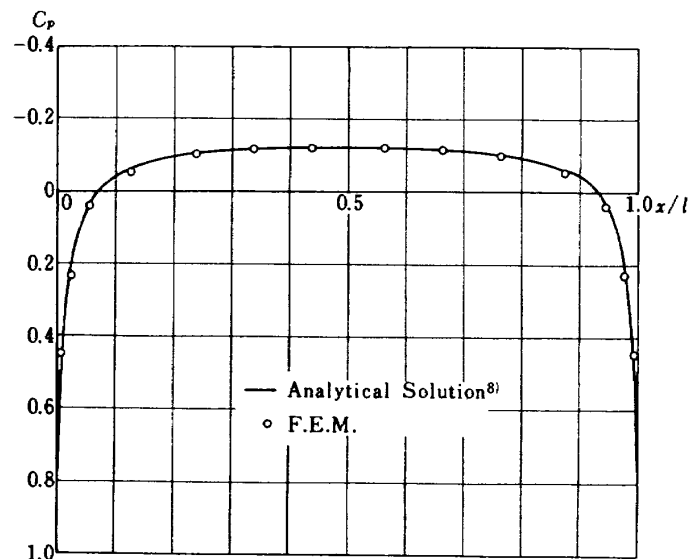


図6 回転楕円体 ($\alpha=0^\circ$) の圧力分布

7.3 矩形翼

翼断面形がNACA65A010で縦横比が5および1の翼について調べた。迎角を共に 4° に設定し局所揚力係数の分布を図7に示した。これらの模型の総パネル数は224である。局所的な揚力分布 $C_L(y)$ は縦横比5の翼に比べ縦横比1の揚力係数の値で約1/2以下になる。いずれも、 $C_L(y)$ は楕円分布を示している。翼全体の揚力傾斜を従来の渦理論で求められた値と比較すると次の表のようになる。表2。

$$C_{L\alpha} = \frac{2\pi A}{2 + \sqrt{A^2 + 4}} \dots\dots\dots (23)$$

ここにAは翼の縦横比を示す。

する傾斜が大きい前部と後部ではFEMの値の方がやや大きい値を示している。しかし圧力変化の激しいところでも、一般に流れ方向の分割数を増せば誤差はさらに小さくできる。

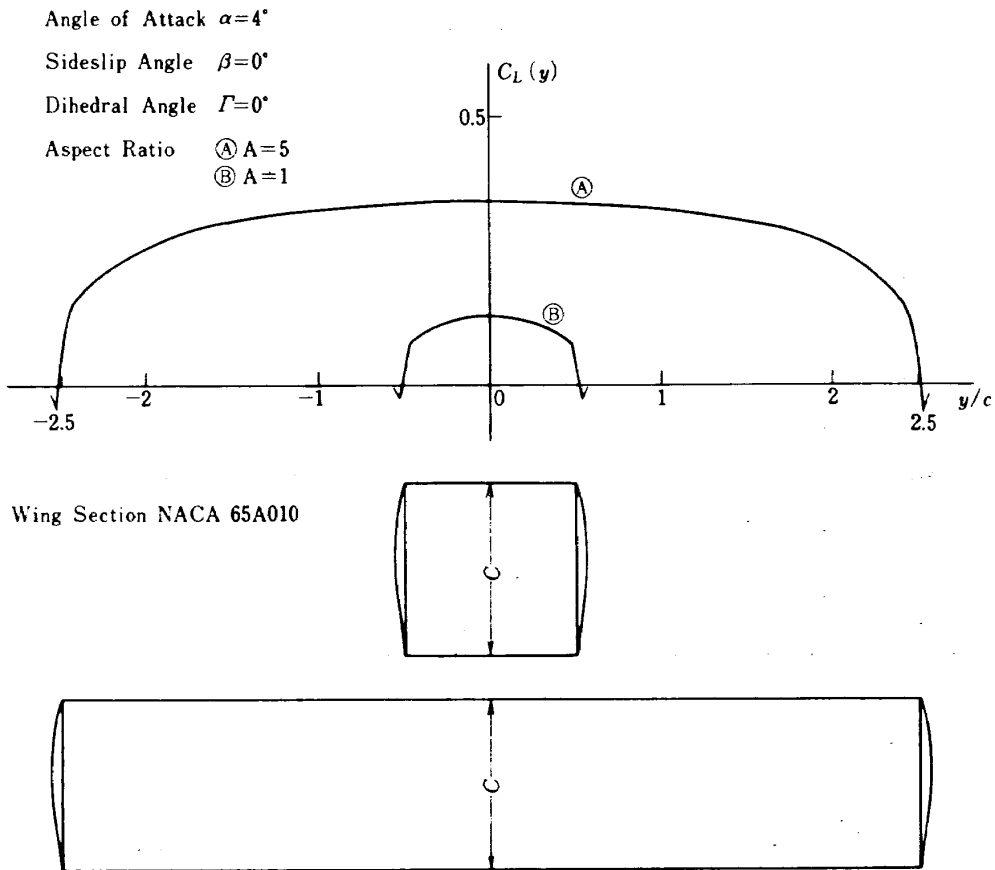


図7 矩形翼の縦横比による局所揚力分布の違い

表2 翼の縦横比Aによる揚力傾斜の違い

A	$C_{L\alpha}$	$C_{L\alpha}$ (FEM)	$C_{L\alpha}$ (Vortex)*
1		1.598	1.483
5		3.931	4.254

* ②式による計算

7.4 横滑り時の翼

7.3で示した縦横比5の翼に上反角 Γ を 10° に設定して横滑りしている時の速度分布および圧力分布図を図8a, bに示す。図9は上反角 $\Gamma=10^\circ$ で迎角 $\alpha=6^\circ$, 横滑り角 $\beta=10^\circ$ のときの両翼端付近の圧力分布を測定値と比較したものである。

この模型のパネル分割は $NC=10$, $NS=7$, 翼端フェアリング等で総パネル数は360である。

横滑り時の翼の計算では通常のように機体軸の面に対する対称性を利用することができない。左右のパネルについてそれぞれ影響係数を求めねばならず、計算機の記憶容量は横滑りしていないときと比べ4

倍の容量が必要である。付録2。

横滑り時で問題になるのは翼端から後流渦面を放出する必要性である⁹⁾。この計算では翼後縁からと翼と翼端フェアリングの接合線の上面から後流渦面を放出した。図10は $\Gamma=0^\circ, 10^\circ$, $\alpha=6^\circ$, $\beta=10^\circ$ のときの局所揚力分布を示したものである。また、実験値は測定した圧力分布を積分することにより求めた。点線は $\alpha=6^\circ$, $\beta=0^\circ$, $\Gamma=0^\circ$ の図であり、比較のためプロットした。

7.5 翼端タンク付翼

7.3で示した翼の翼端タンクとして回転楕円体を付けた形状で計算を行った。この回転楕円体の細長比は5で、長さは主翼の翼弦の2倍に当たる320mmである。図11a, bは本計算で得られた速度分布と圧力分布を示す。また、図12は $\alpha=4^\circ$, $\beta=0^\circ$, $\Gamma=10^\circ$ のときの翼端タンク付翼と通常の翼の局所揚力分布を示した。この図から分かることは翼端タンク付翼の方が翼端の圧力損失が小さく、翼端タンクの近傍で局所揚力が大きくなっている。なお、この

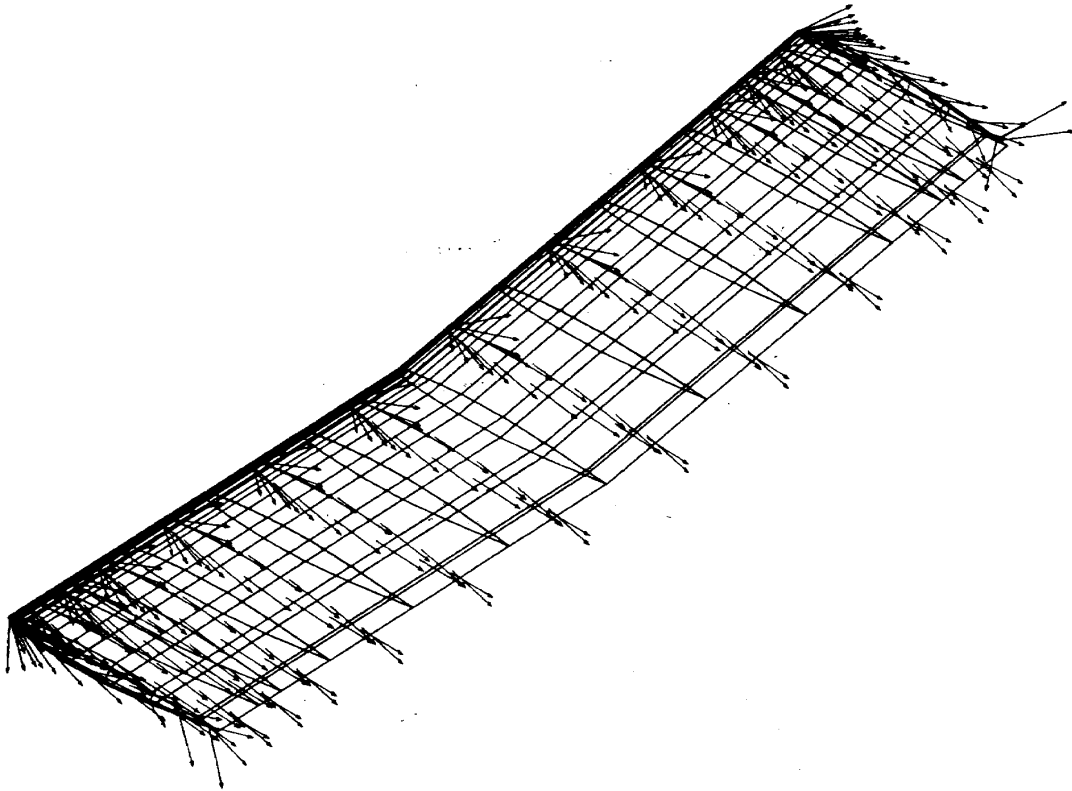


図 8 a 縦横比 5, 上反角 10° , 迎角 6° , 横滑り角 10° における速度ベクトル

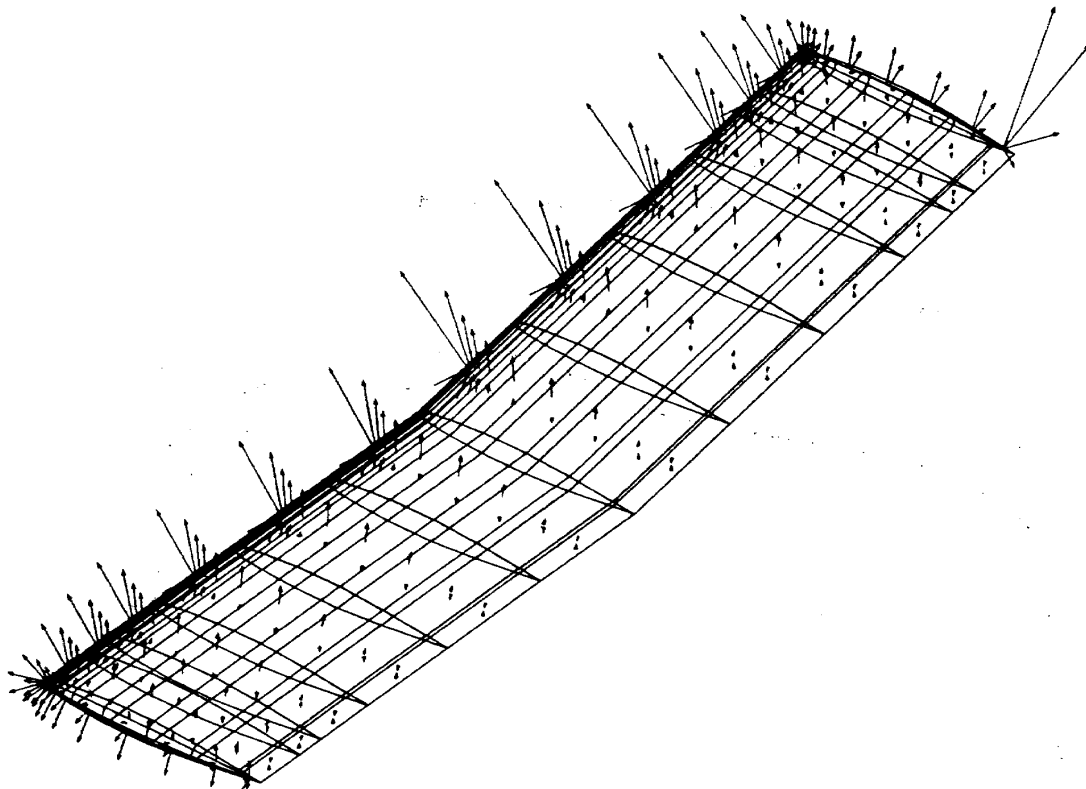


図 8 b 同じ条件の圧力分布

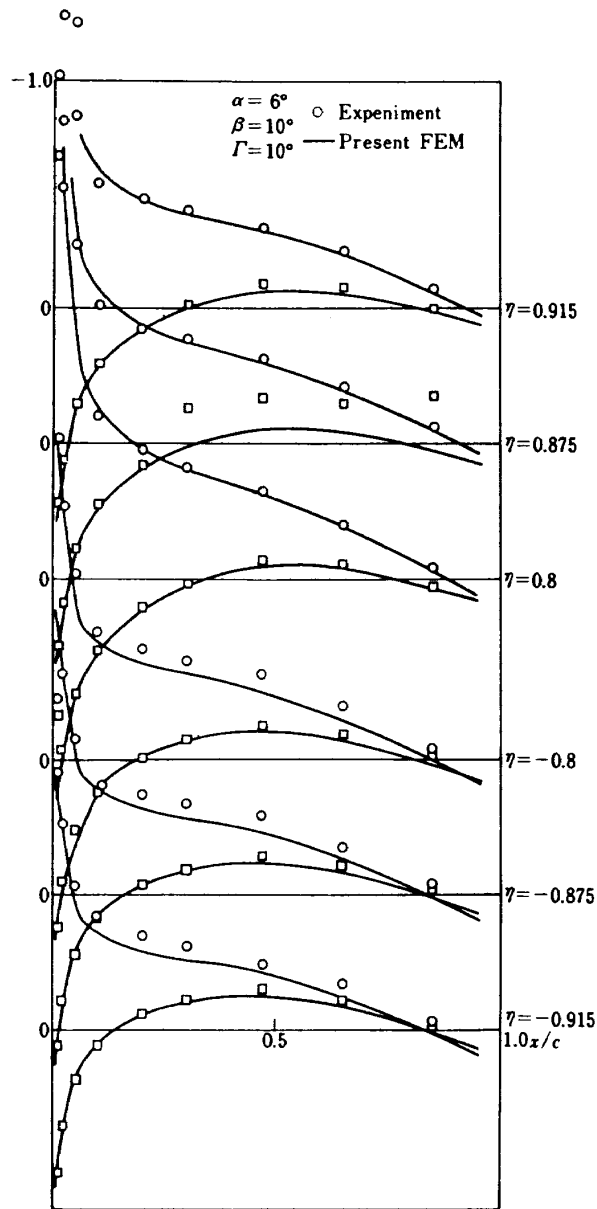


図 9 同じ条件の測定値との比較

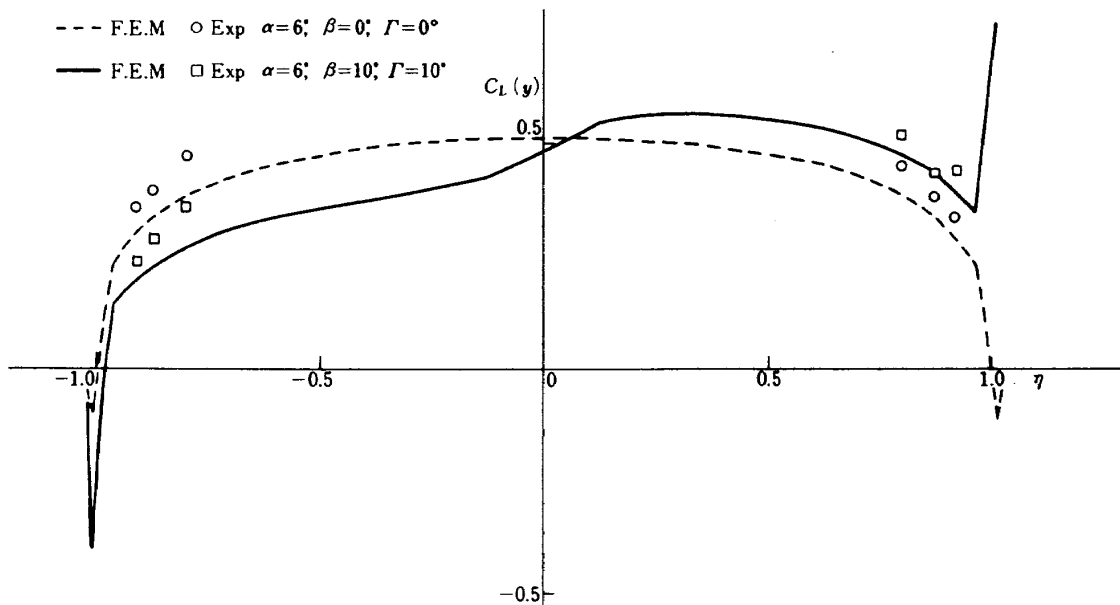


図 10 $\alpha = 6^\circ$ における局所揚力分布

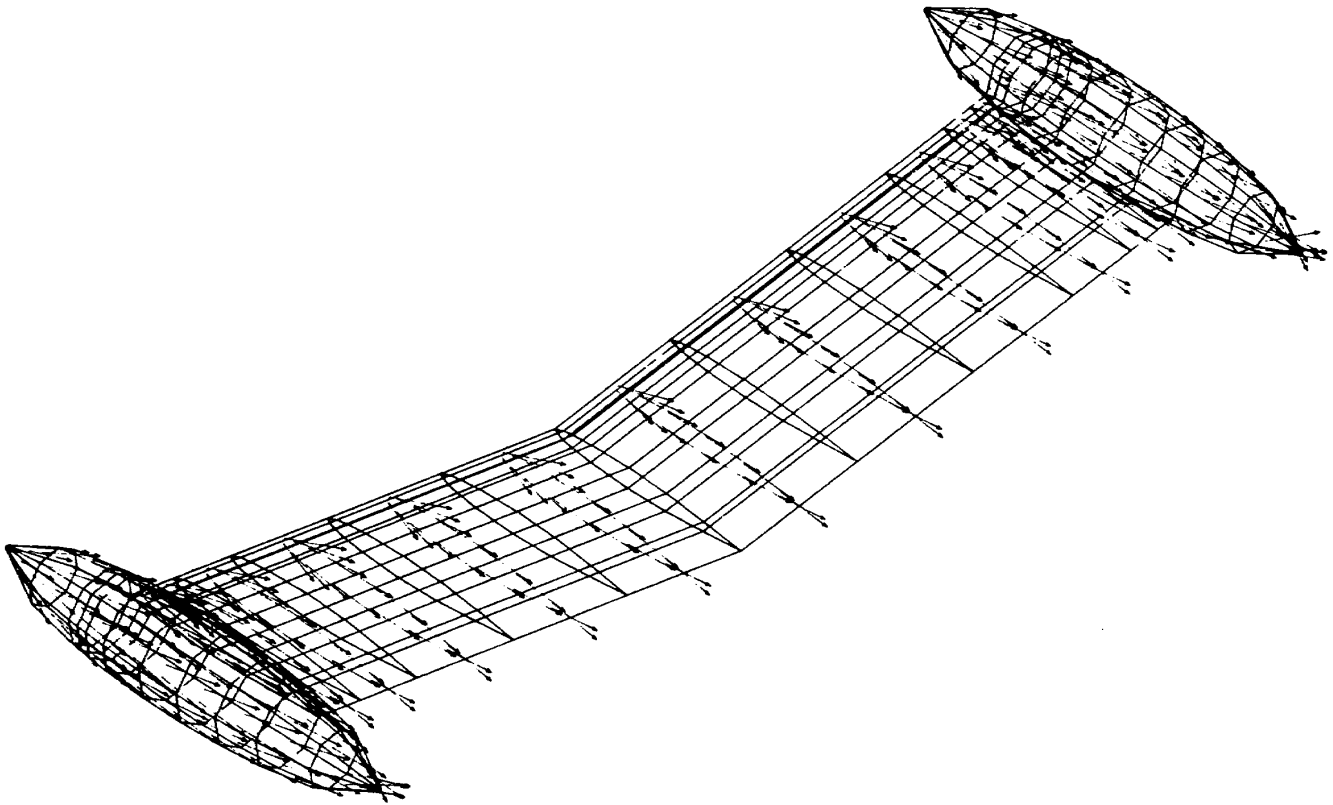


図 11 a $\alpha=4^\circ$, $\beta=0^\circ$, $\Gamma=10^\circ$ における
翼端タンク付翼の速度分布

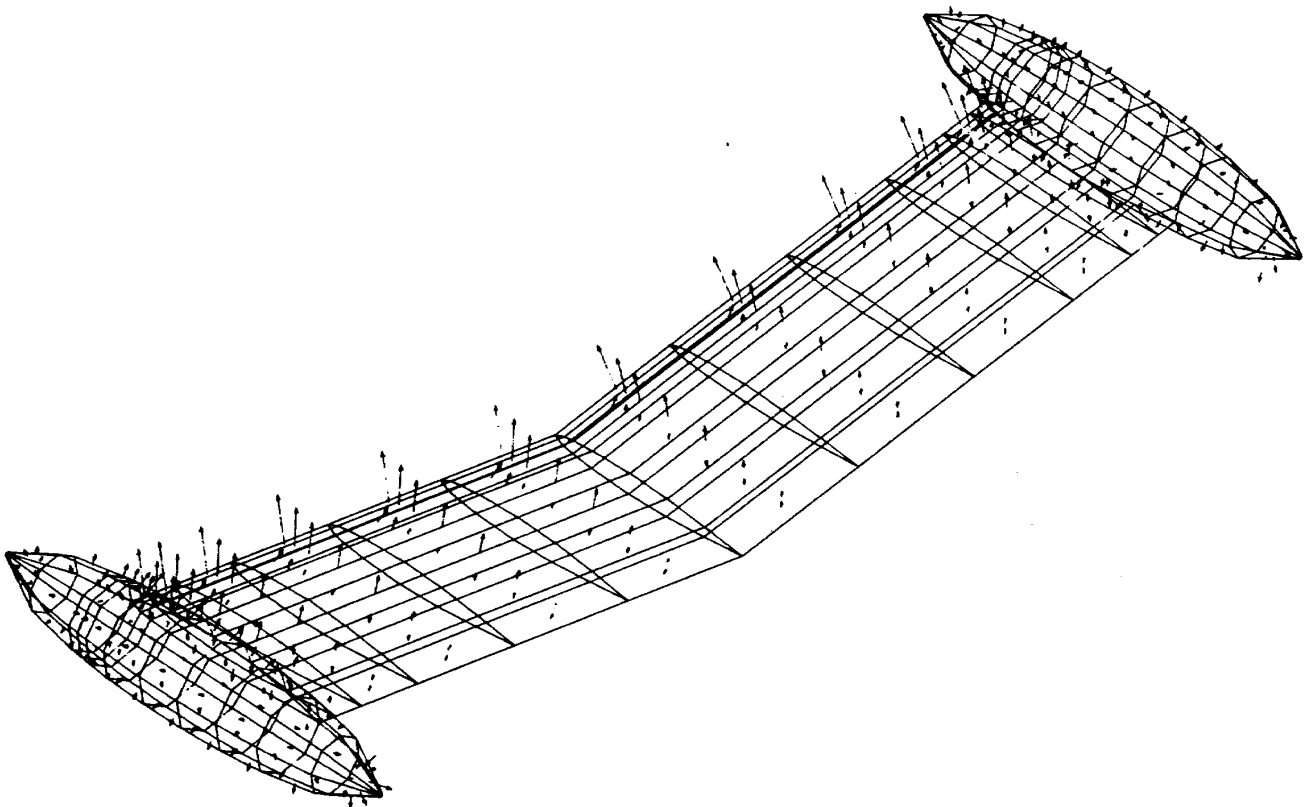


図 11 b 同じ条件の圧力分布

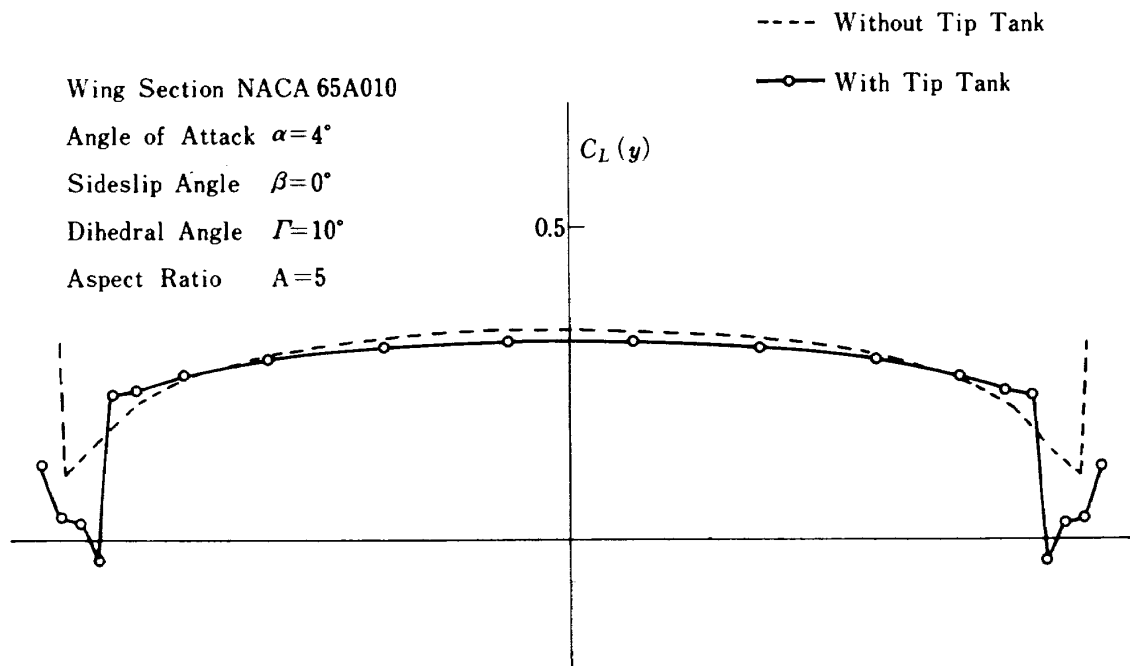


図 12 翼端タンク付翼の局所揚力分布

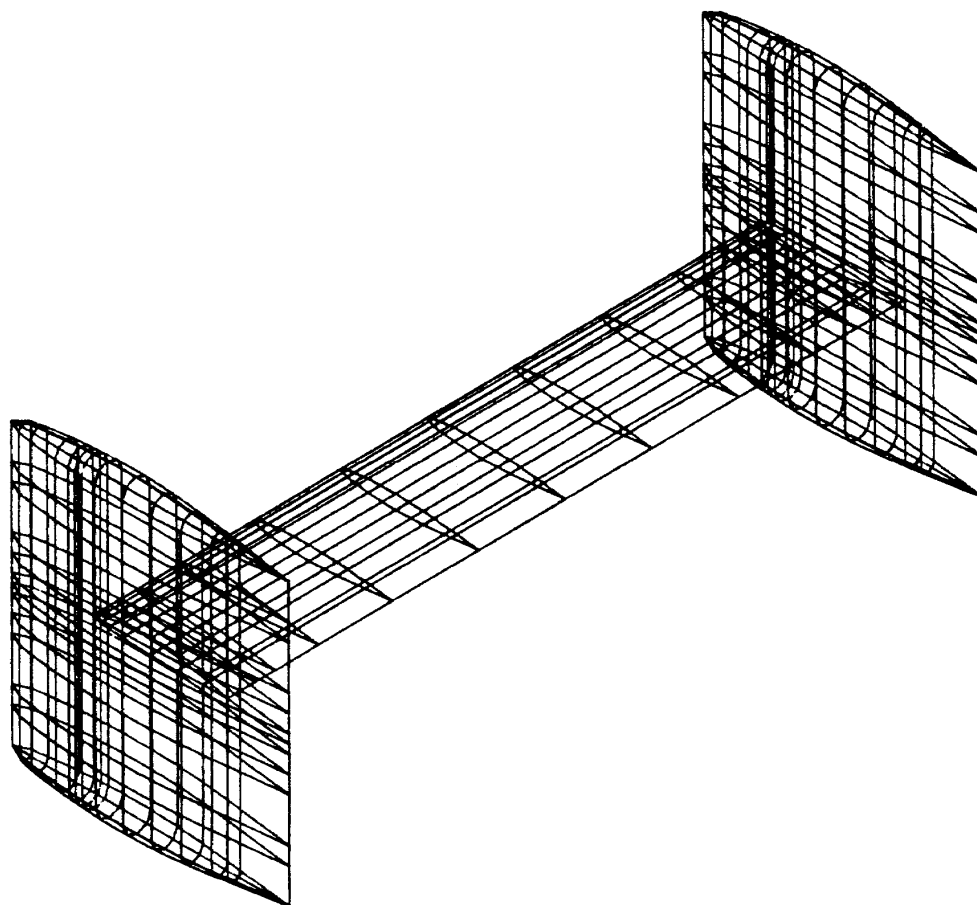


図 13 翼端板付翼模型

翼端タンク付翼の数値模型用パネルの総数は344である。

7.6 翼端板付翼

7.3で示した翼の翼端に翼端板を取付けた構造である。翼端板の大きさは主翼の翼弦の2倍に当たる320mmで縦横比1の翼である。翼型はNACA65A010で主翼の翼型と同じものを用いた。主翼は翼端板の中心に取付角 0° で装着した。図13。また、翼端板の内側の面で主翼の翼弦線に対して上下対称に20mmの線に翼弦方向に10点の測定点を設けた。図14bは迎角 4° の場合の主翼面上の計算値と測定値の圧力分布を示したものであり、図14aは翼端板

面上の圧力分布を示した。さらに、図14bは同じ縦横比の圧力分布を点線で示したが翼端板の効果で翼端近傍でもかなりの揚力があることが分かる。この翼端板付翼模型の総パネル数は1000である。'

7.7 翼胴結合体

中翼機および低翼機については文献11)と13)に詳細に発表したので、ここでは低翼機の計算結果の一例を示す。迎角 $\alpha = -4^\circ$ の場合の速度分布と圧力分布を示したものである。図15a, b。この図を逆に見ると高翼機が迎角 $\alpha = 4^\circ$ で飛行している場合に相当する。この低翼機の総パネル数は690である。図16aは迎角 -4° の胴体上の圧力分布を示し、図

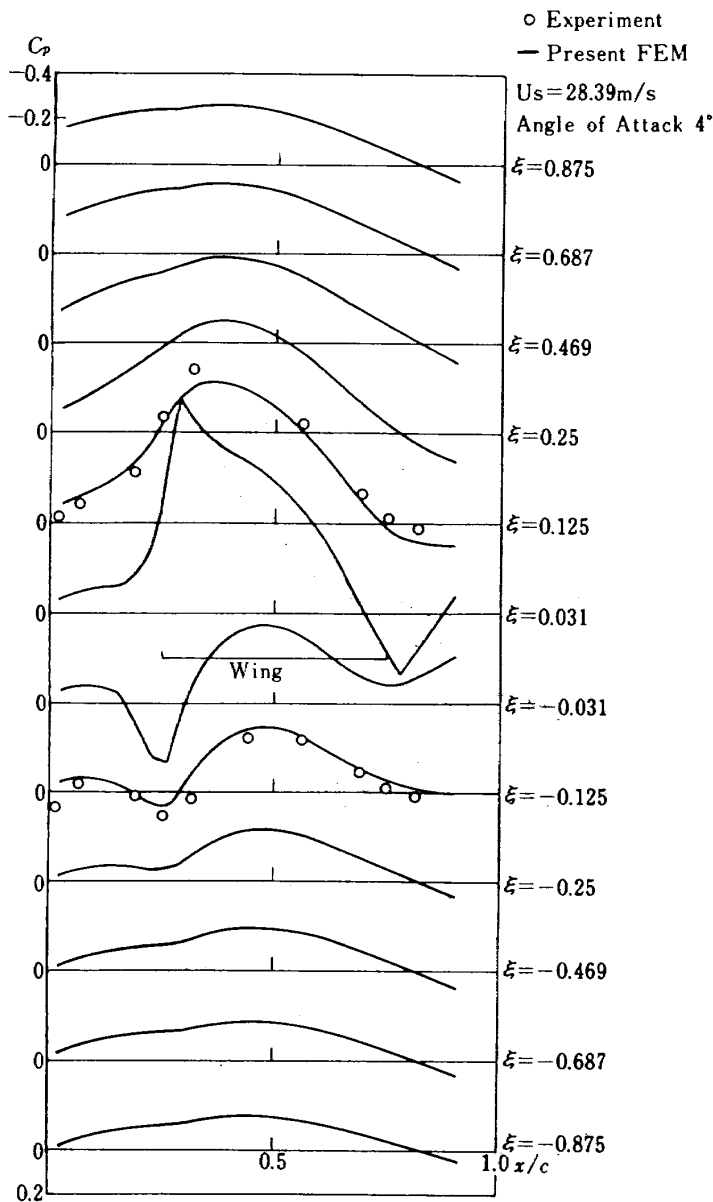


図14a $\alpha = 4^\circ$ における翼端板内側の圧力分布

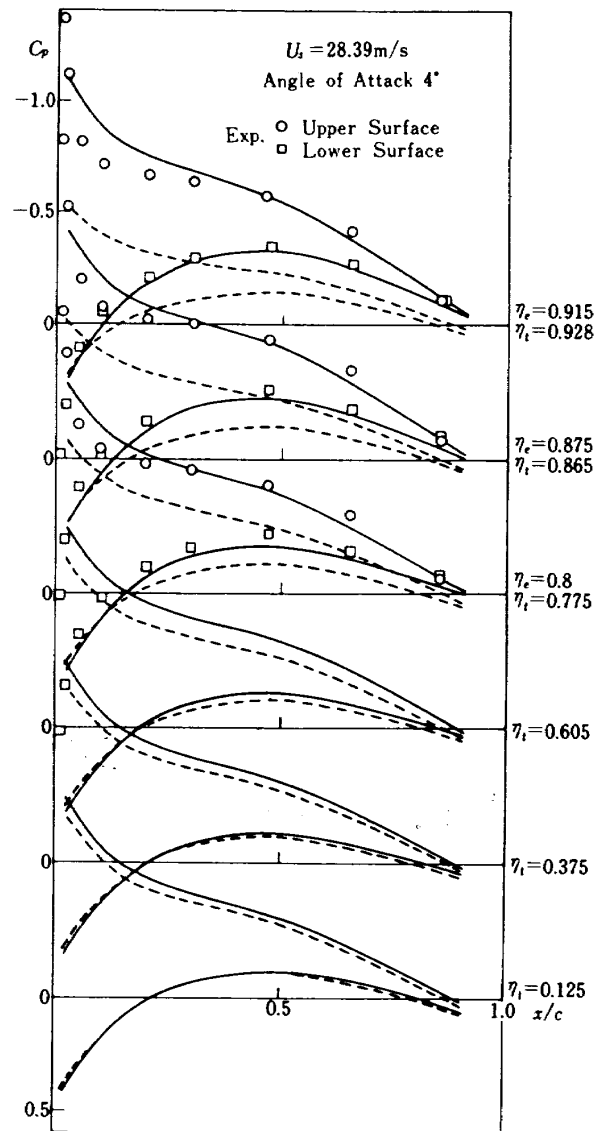


図14b 翼端板付翼の主翼上下面の圧力分布

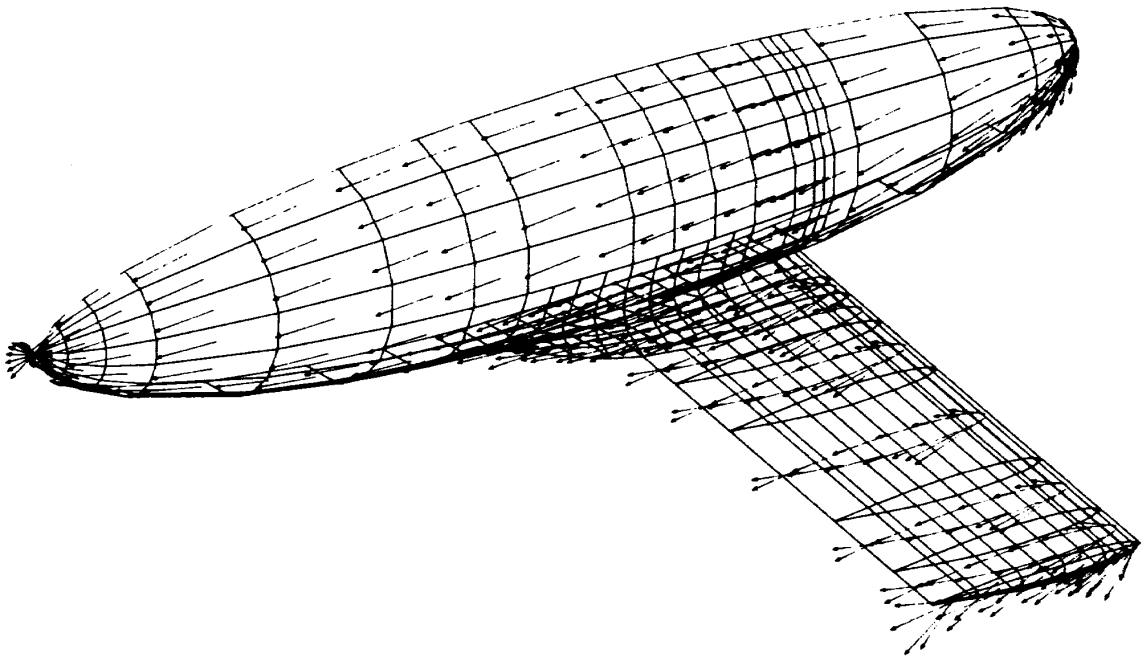


図 15 a $\alpha = -4^\circ$ の低翼機 の速度分布

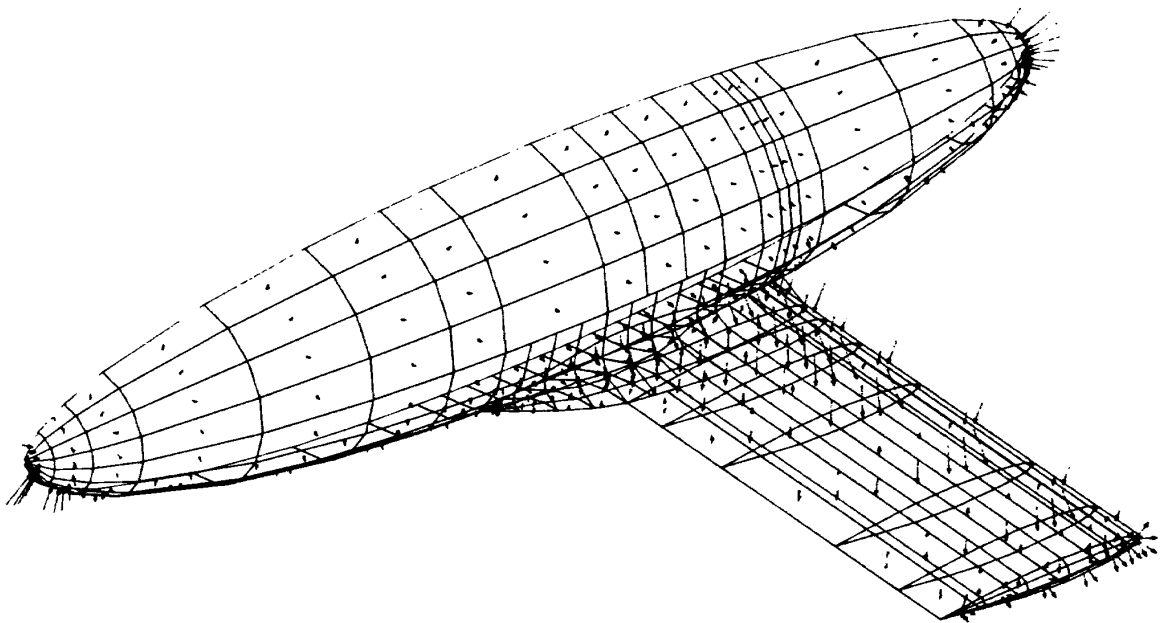


図 15 b $\alpha = -4^\circ$ の低翼機 の圧力分布

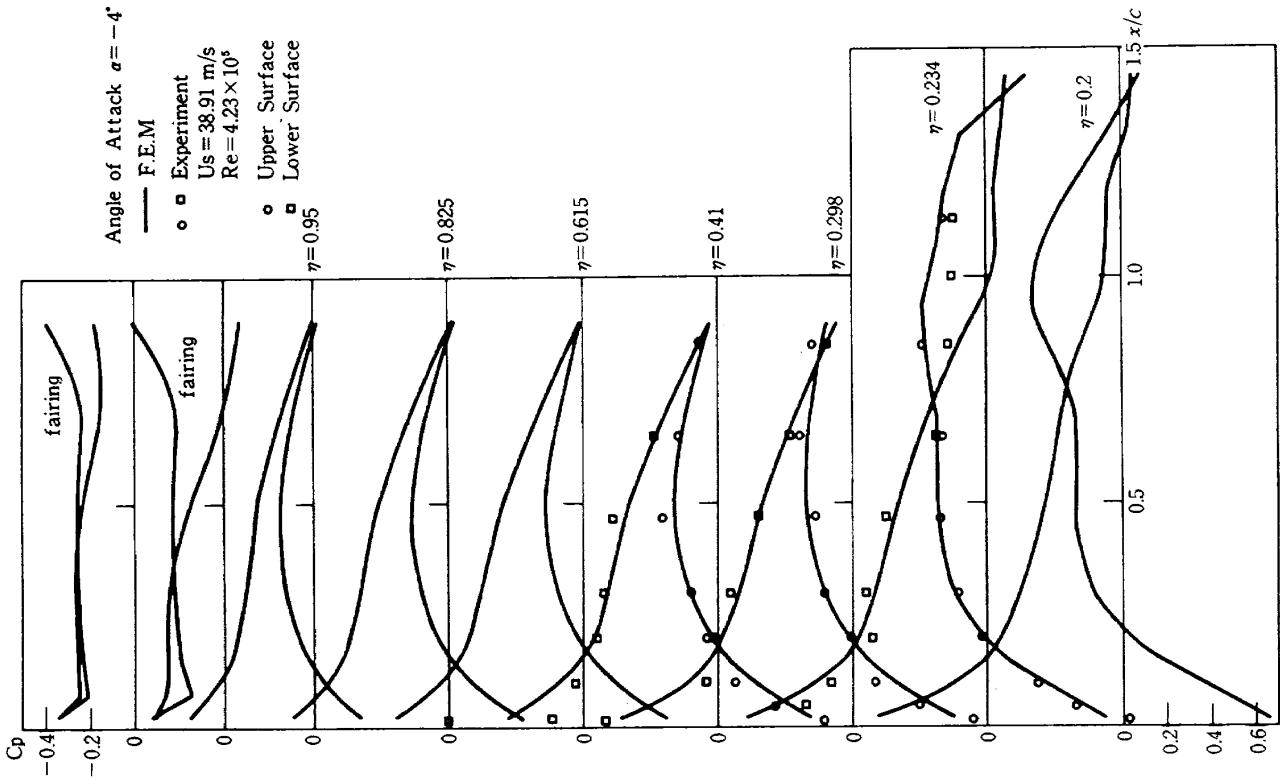


図 16 b 低翼機の整形覆および翼面上の圧力分布

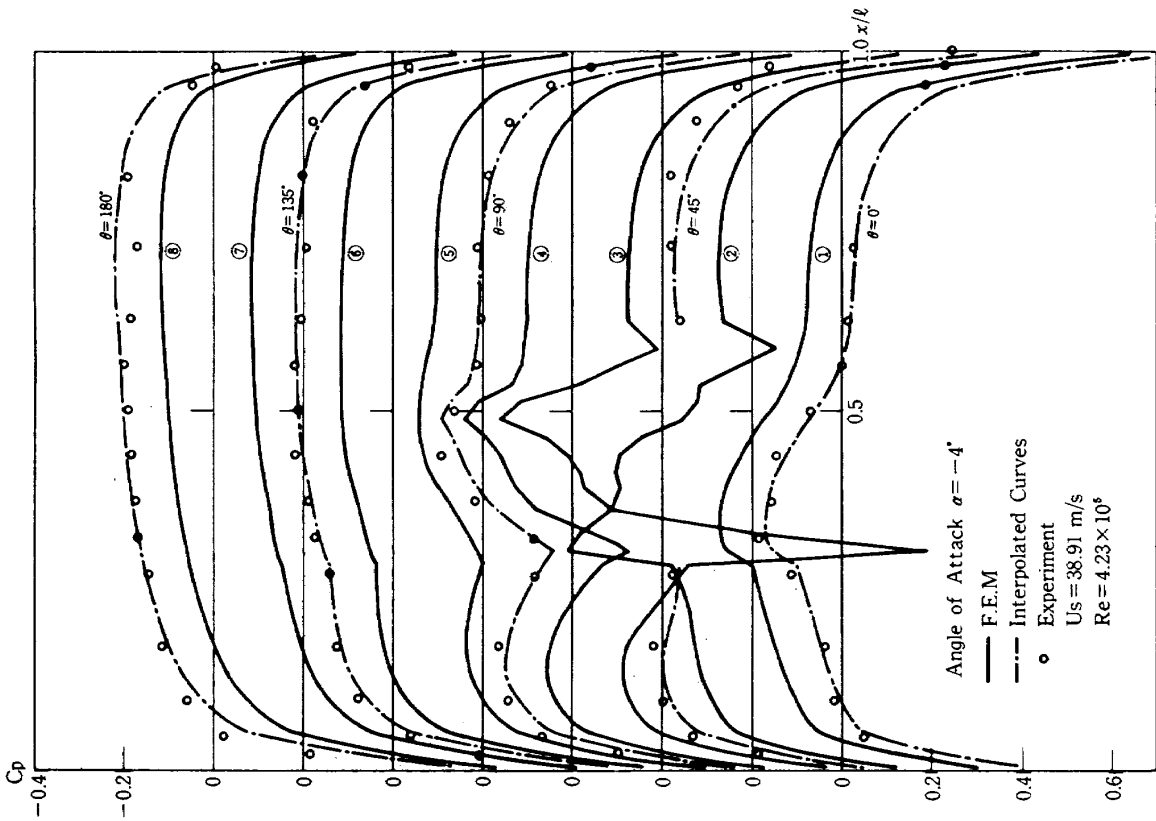


図 16 a 低翼機の胴体上の圧力分布

16 b は翼面上の圧力分布を示した。胴体上の後流渦放出線は整形覆の後縁に続く胴体上の子午線に沿って仮定し、計算を行った。詳細は文献(1)を参照されたい。

7.8 タンデム翼

タンデム翼は図 17 a, b に示すように主翼の後に

補助翼を置いた構造である。この章では前翼および後翼と呼ぶことにする。本計算法では揚力物体の圧力分布を求める場合、常に問題になるのが後流渦面である。このタンデム翼の様な構造では前翼の後流中に後翼が存在するので、その後流渦面をどの様に仮定するか難しいところである。本計算では図 18 に示すように前翼の後流渦面が後翼の上面を通過す

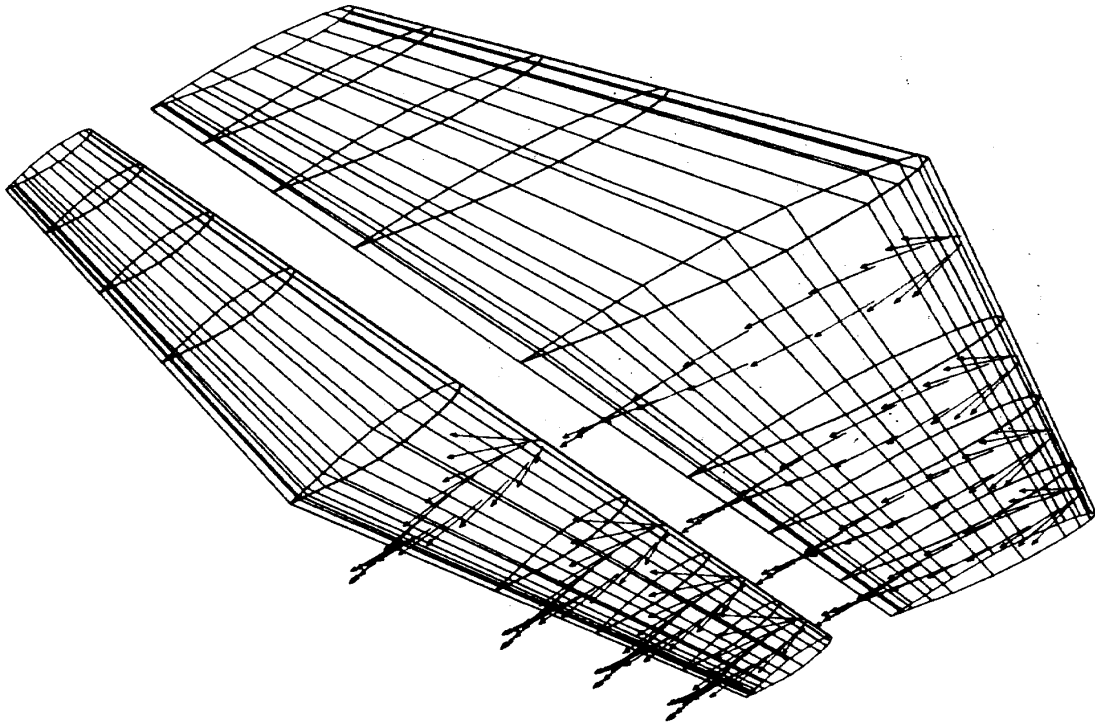


図 17 a $\alpha_1 = 0^\circ$, $\alpha_2 = 10^\circ$, $D_x = 40 \text{ mm}$ における速度分布

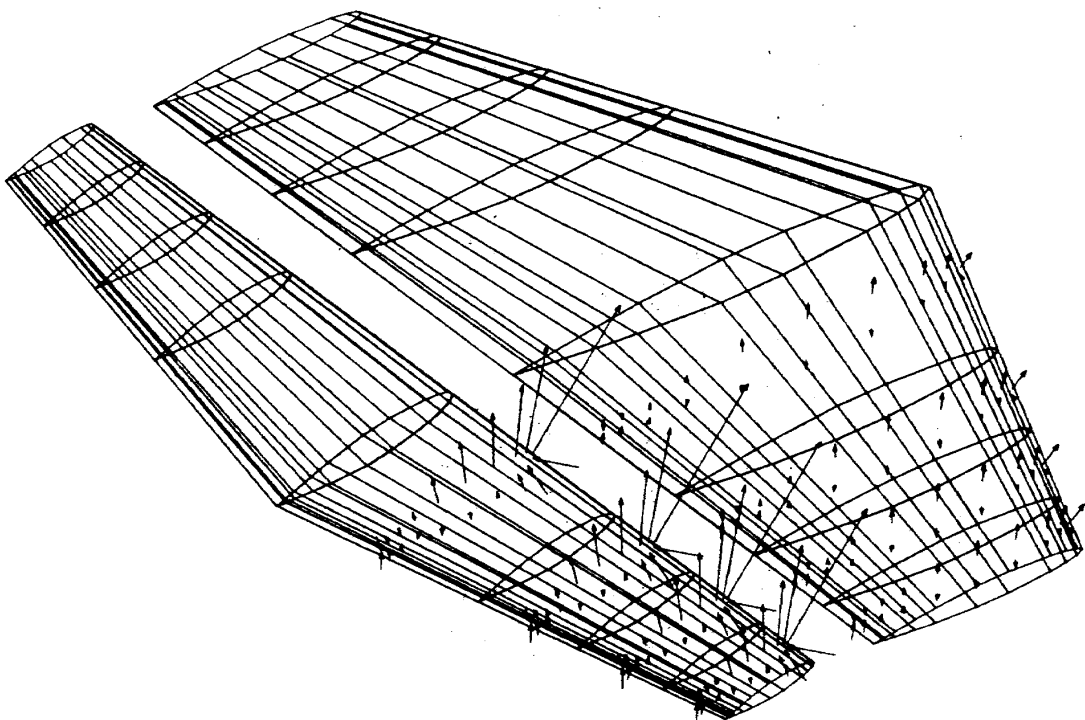


図 17 b 同じ条件の圧力分布

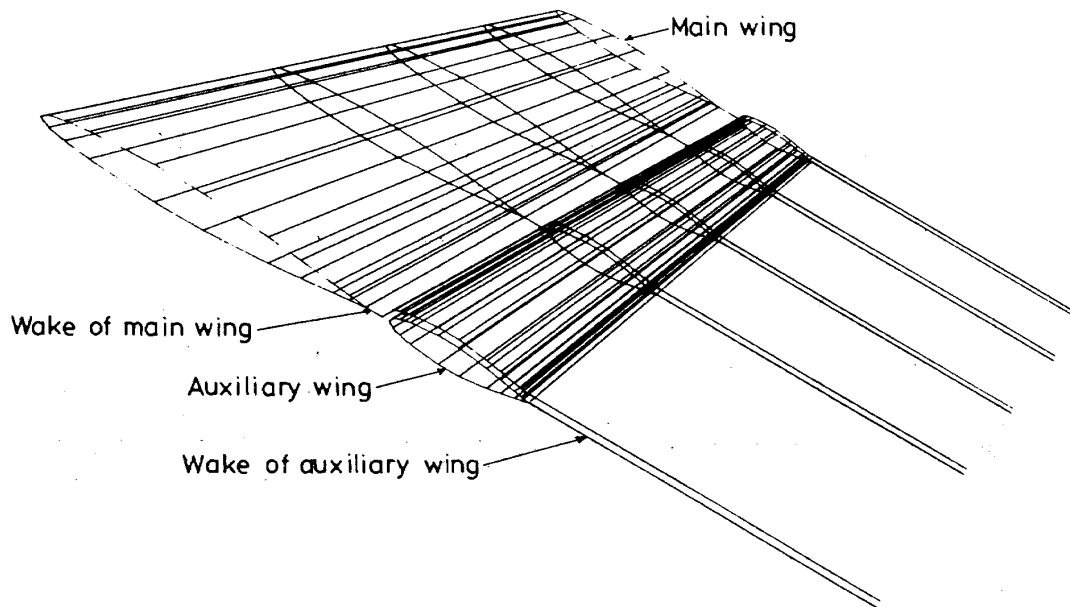


図18 主翼の後流渦面の形状の仮定

るとして計算した。前翼は常に迎角は 0° にとり、後翼の迎角と前翼との相対的な位置をパラメータとして約80ケースの実験と計算を行ったがその内の一例を図19に示す。この例は前後翼の間隙 $D_x = 20$ mm, 上下差 $D_z = 0$ mm, 後翼の迎角 $\alpha_2 = 10^\circ$ の場合である。

他の条件の場合もほとんどこの図に示されている程度の精度で計算できている。詳細は文献(2)を参照されたい。

7.9 地面効果

7.8までの数値模型は模型自身パネルで囲まれ閉じた空間、すなわち模型の内部と外部が明確であるものに対する計算例を示した。図20。しかし、地面効果のように一方が開かれたパネルに対しても同様に計算できる。図21は迎角 4° の低翼機が翼幅で無次元化した高度 $h = 0.375$ で飛翔している場合の地面の圧力分布を示した。また、図22は無次元高度に対する揚力を示したが、地面効果のため高度の低下による揚力係数の増加が表わされている。

7.10 風胴壁干渉

前節の地面効果と同様の手法により、風胴壁干渉も計算できる。図23。図24は球の直径 D の3倍の

正方形の断面をもつ風胴の中心に球を装着した場合の風胴壁の圧力分布を示したものである。総パネル数は960である。

以上、7種類の模型について計算を行った。使用した電子計算機は富士通K.K.のFACOM 230-75である。計算時間は、計算機自体が日進月歩であり余り重要ではないが、1例を上げると低翼機の総パネル数が690の場合で409秒である。一般にパネル数の2乗に比例して計算時間が掛る。

8. あとがき

7章では開発したプログラムを利用して種々の模型について計算を行った。また、測定値のあるものは同時にプロットしてある。これらの結果から低速における圧力分布は剝離の起らない限り計算値と良く一致している。しかし、計算上の問題として、後流渦放出線をどの位置に仮定するかと言う問題が残る。本来、この放出線は翼状の形態では後縁にとればよいことは分るが、楕円体状の形態では粘性流体を解きその剝離線を求めなければならない。本計算のように非粘性流体として解く場合、適当な仮定が必要である。

文献(7)の微分の方法と比べ、本方法の特徴は(10)式の微分を行うことにより、一板のパネルも残さず全

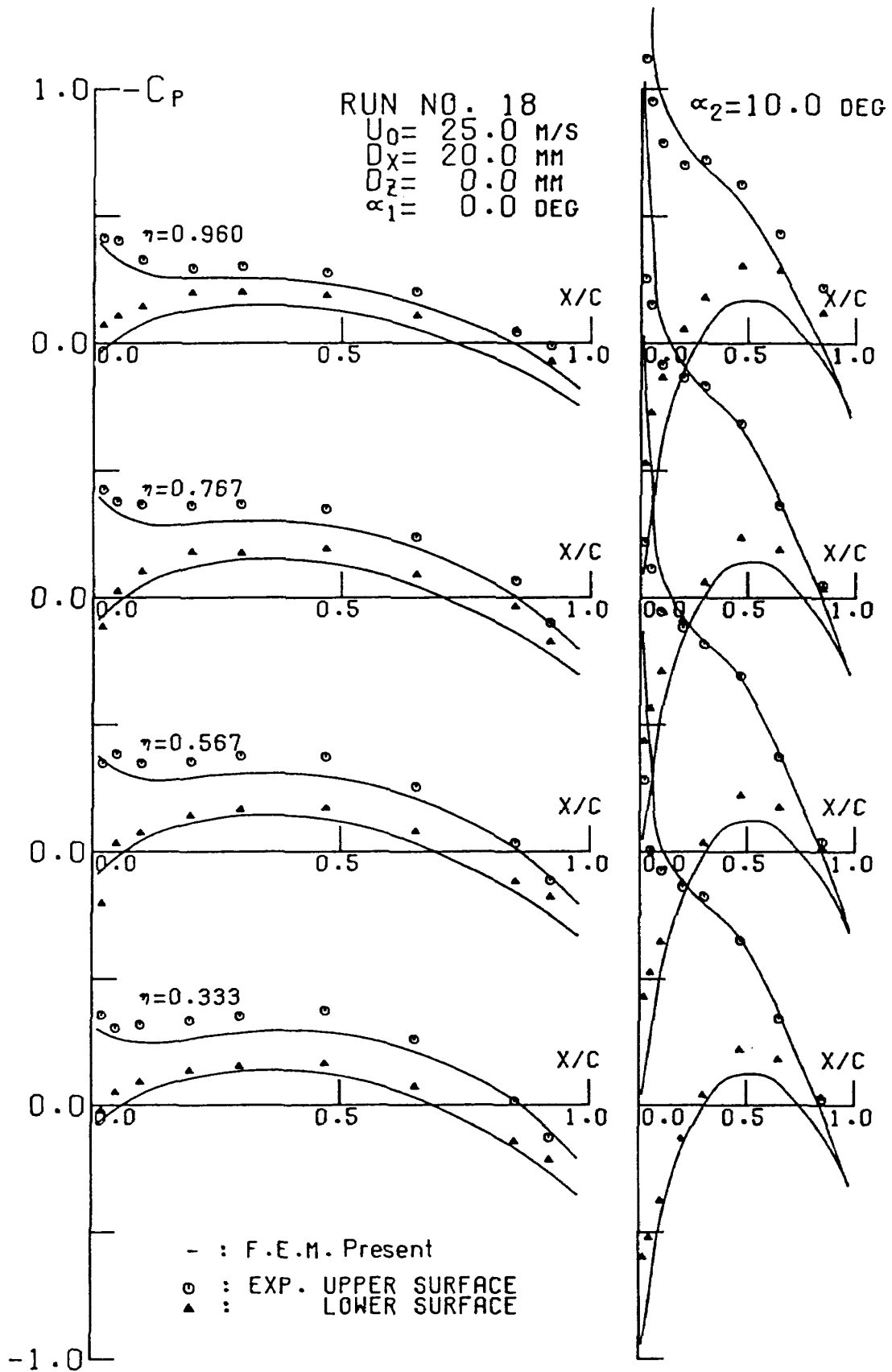


図 19 $\alpha_1 = 0^\circ$, $\alpha_2 = 10^\circ$, $D_x = 20$ mm における圧力分布

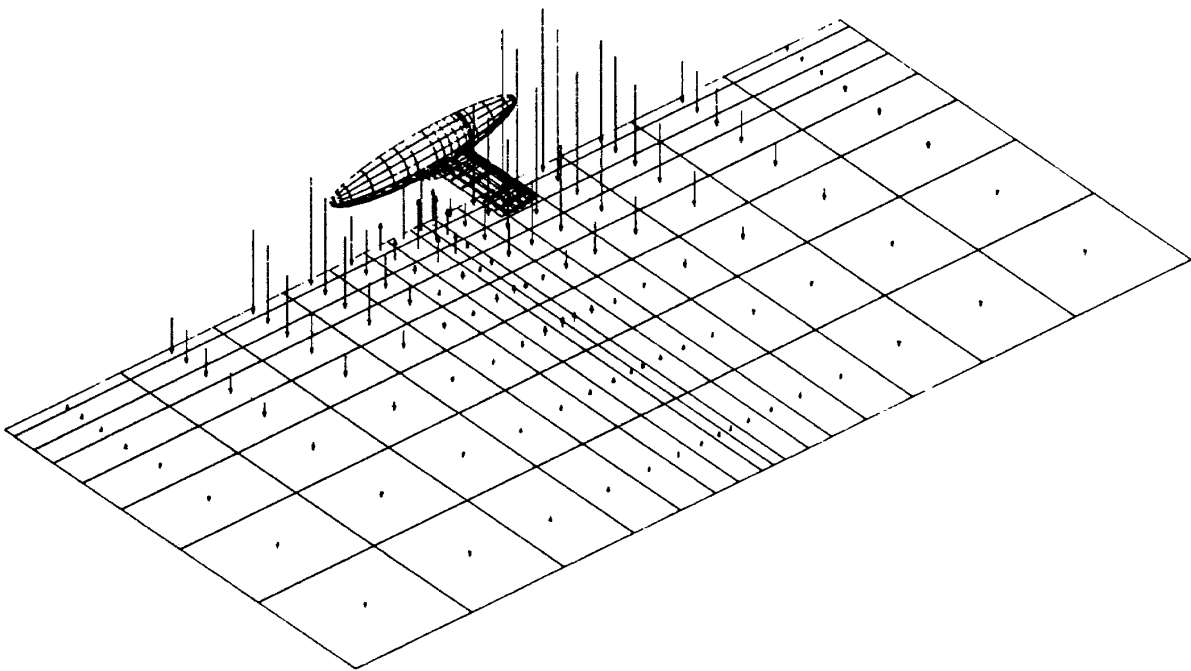


図 20 無次元高度 $h=0.375$, $\alpha=4^\circ$ における圧力分布

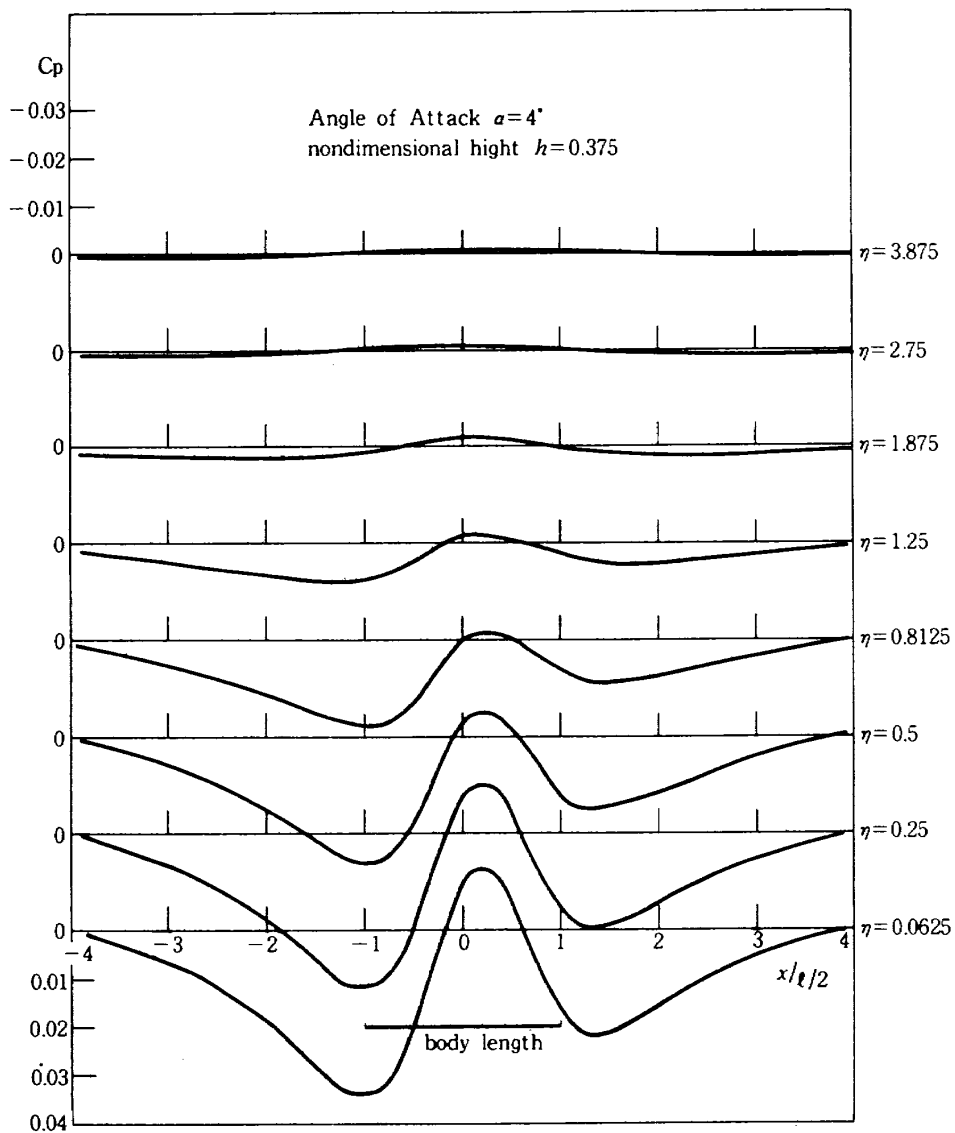


図 21 半翼幅で無次元化した η 位置における圧力分布

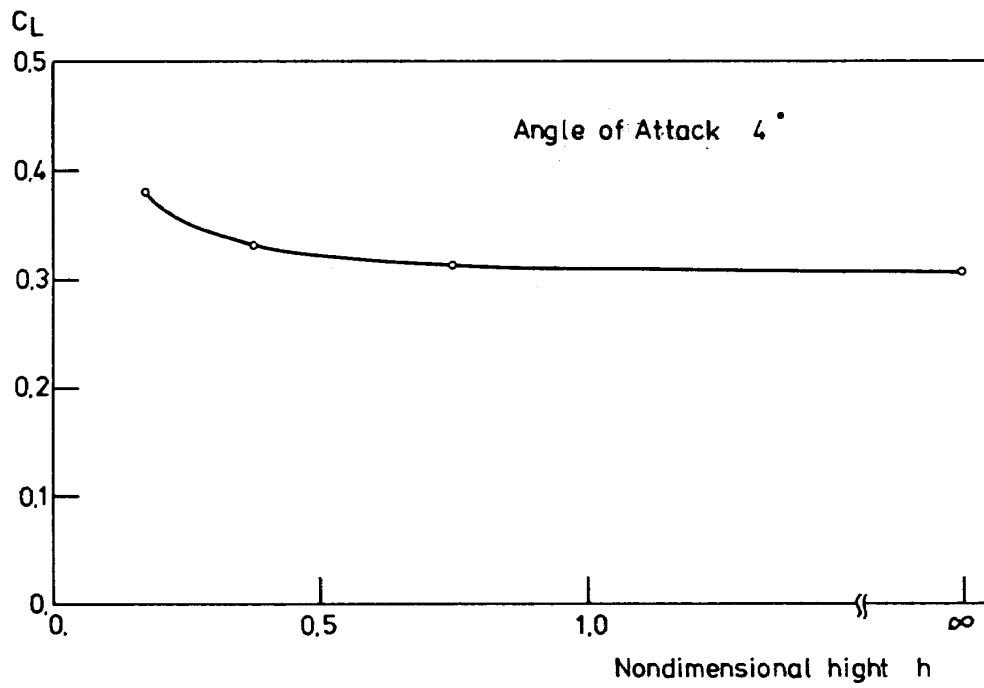


図 22 無次元高度の減少に対する揚力の増加

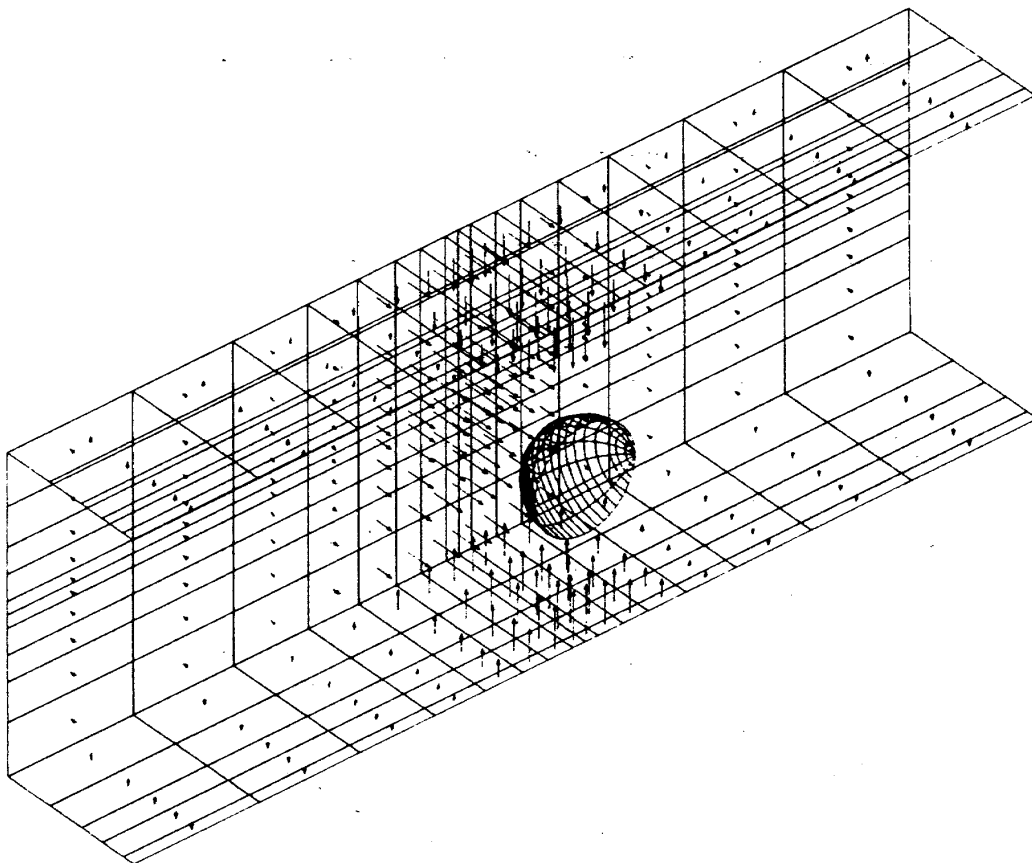


図 23 中央に球を置いたときの風洞壁の圧力分布

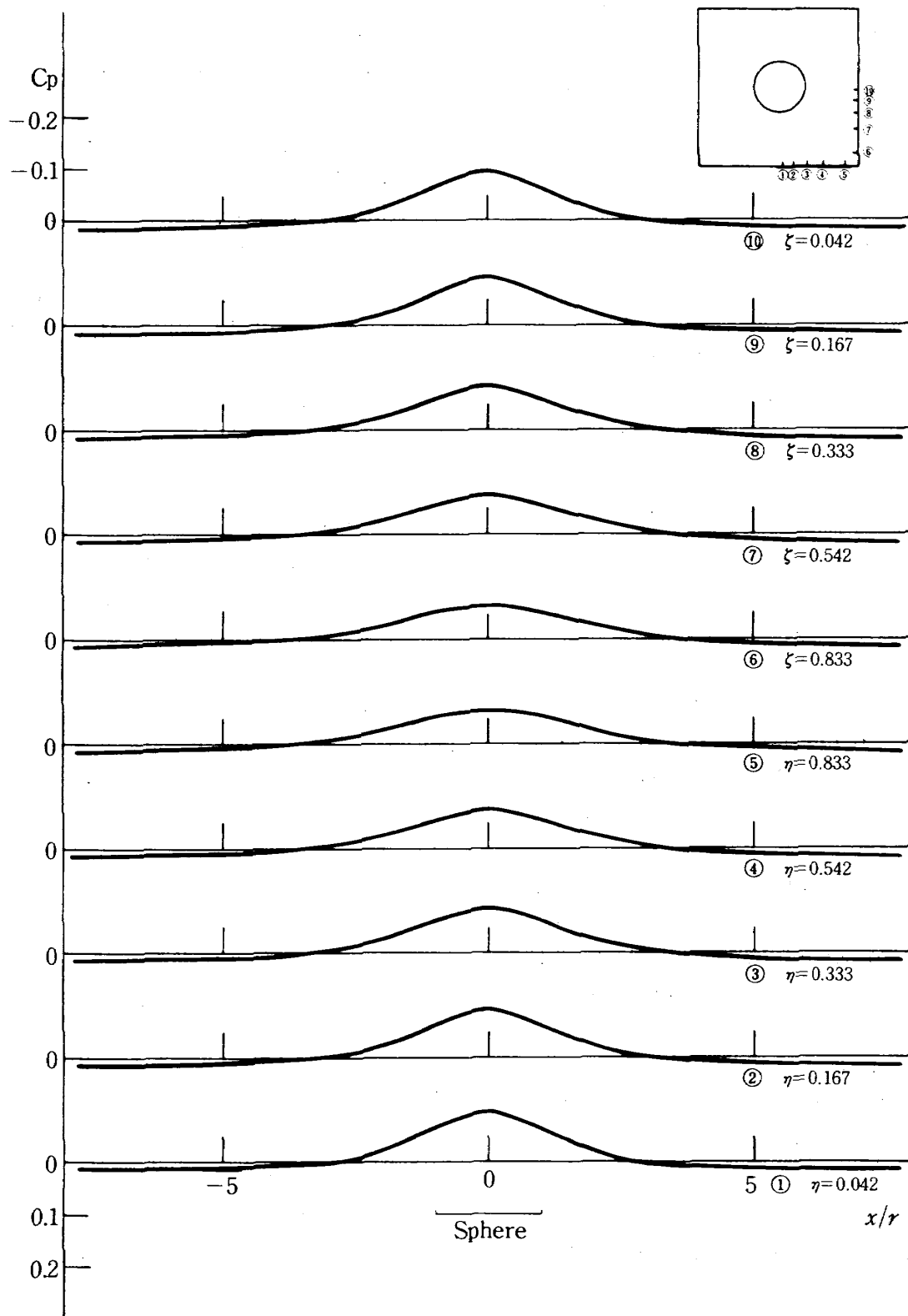


図 24 正方形風胴壁の圧力分布

パネルの圧力が計算でき、さらにパネルの中心における圧力が求まるため各面素の面積が明確である。したがって、揚力やモーメント等を計算する場合、基準になる面積が正確なため、全体としての空力係数も正確に求められることが種々の形状で実証された。

最近、Morinoによる文献(10)が発表された。グリーン関数法を用いた論文では最新のものである。しかし、巻Ⅰは理論的な取扱のみで、巻Ⅱの実際のプログラムの発表はもう少し後日に延されるようである。

本研究の全般にわたり、東京大学名誉教授の故鷲津久一郎教授に御指導を戴きました。また、低翼機の実験に関しては東京大学教授の東昭教授とそのスタッフの方々に御指導と計測を手伝って戴きました。また、他の実験に関しては新型航空機研究グループのグループリーダーの広末氏とそのスタッフの方々、空気力学第二部の戸田室長の方々の協力で行われました。ここに深く感謝致します。

参 考 文 献

- 1) Hess, J. H. and Smith, A. M. O.; Calculation of Potential Flow about Arbitrary Bodies, Progress in Aeronautical Science, Vol. 8, 1967.
- 2) Rubber, P. E. and Saaris, G. R.; Review and Evaluation of a Three-Dimensional Lifting Potential Flow Analysis Method for Arbitrary Configurations, AIAA Paper No. 72-188, 1972.
- 3) Heckmann, G. et Vitte, W.; Écoulement à Potential Tridimensionnel Portant, l'Aéronautique et l'Astronautique, No. 35, Mars. 1972.
- 4) Woodward, F. A.; An Improved Method for the Aerodynamic Analysis of Wing-Body-Tail Configurations in Subsonic and Supersonic Flow
Part I Theory and Application
Part II Computer Program Description
NASA CR-2228 May, 1973
- 5) Miranda, L. R.; Extended Applications of the Vortex Lattice Method, NASA SP-405, May 1976.
- 6) Morino, L., Chen, L. T. and Suci, E. O.; Steady and Oscillating Subsonic and Supersonic Aerodynamics around Complex Configurations, AIAA Journal, Vol. 13, No. 3, March 1975.
- 7) Suzuki, S. and Washizu, K.; Calculation of Wing-Body Pressures in Incompressible Flow Using Green's Function Method. J. Aircraft, Vol. 17, No. 5, May 1980.
- 8) Lamb; Hydrodynamics, Cambridge University Press, 1932.
- 9) 巽重文：航空機の空力学的問題への有限要素法の応用，東京大学工学部，修士論文，1981年3月。
- 10) Morino, L.; Steady, Oscillatory and Unsteady Subsonic and Supersonic Aerodynamics – Production Version (SOUSSA-P1, 1) – Volume I – Theoretical Manual, NASA CR-159130, Jan. 1980.
- 11) 柳沢三憲，菊地一雄：翼胴結合体の空力特性に関する研究，第2報，低翼機について，第10期日本航空宇宙学会，1979年4月。
- 12) 柳沢三憲，菊地一雄：タンデム翼の主翼と操舵翼の干渉特性，第12期日本航空宇宙学会，1981年4月。
- 13) 柳沢三憲，菊地一雄：翼胴結合体の空力学的特性に関する研究，第1報，中翼機について，航技研報告TR-729，1982年8月。
- 14) 戸川隼人：マトリクスの数値計算，オーム社，1971年。
- 15) 福田正大：新APサブルーチンの登録，線型方程式を解く，航技研，計算センター，Computer Techniques No.2，1979年5月。

付録 1

1. 空力的影響係数の計算⁶⁾

要素 Σ_k 上の任意の点の位置ベクトル \mathbf{P} は、要素内で定義される局所座標系 (ξ, η) を用いて、次のように表わせる。

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 + \xi \mathbf{P}_1 + \eta \mathbf{P}_2 + \xi \eta \mathbf{P}_3 \quad (\text{A1-1})$$

\mathbf{P}_i ($i=0\sim 3$) は四辺形の4頂点の位置ベクトル ($\mathbf{P}_{++}, \mathbf{P}_{+-}, \mathbf{P}_{-+}, \mathbf{P}_{--}$) と次の関係がある。

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{P}_0 \\ \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{P}_2 \\ \mathbf{P}_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_{++} \\ \mathbf{P}_{+-} \\ \mathbf{P}_{-+} \\ \mathbf{P}_{--} \end{Bmatrix} \quad (\text{A1-2})$$

要素 Σ_k 上での影響係数は解析的に計算される。

$$C_{hk} = I_D(1, 1) - I_D(1, -1) - I_D(-1, 1) + I_D(-1, -1) \quad (\text{A1-3})$$

$$B_{hk} = I_S(1, 1) - I_S(1, -1) - I_S(-1, 1) + I_S(-1, -1) \quad (\text{A1-4})$$

$$I_D(\xi, \eta) = \frac{1}{2\pi} \tan^{-1} \left[\frac{\mathbf{R} \times \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{R} \times \mathbf{a}_2}{|\mathbf{R}| \cdot (\mathbf{R} \cdot \mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2)} \right] \quad (\text{A1-5})$$

$$I_S(\xi, \eta) = \frac{1}{2\pi} \left\{ -\mathbf{R} \times \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{n} \frac{1}{|\mathbf{a}_1|} \sinh^{-1} \left(\frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{a}_1}{|\mathbf{R} \times \mathbf{a}_1|} \right) + \mathbf{R} \times \mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{n} \frac{1}{|\mathbf{a}_2|} \sinh^{-1} \left(\frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{a}_2}{|\mathbf{R} \times \mathbf{a}_2|} \right) + \mathbf{R} \cdot \mathbf{n} \tan^{-1} \left(\frac{\mathbf{R} \times \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{R} \times \mathbf{a}_2}{|\mathbf{R}| \cdot (\mathbf{R} \cdot \mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2)} \right) \right\} \quad (\text{A1-6})$$

但し、 \tan^{-1} は $-\frac{\pi}{2} \sim \frac{\pi}{2}$ で主値をとる。また、

$$\mathbf{R}(\xi, \eta) = \mathbf{P} - \mathbf{P}_h = \mathbf{P}_0 + \xi \mathbf{P}_1 + \eta \mathbf{P}_2 + \xi \eta \mathbf{P}_3 - \mathbf{P}_h$$

$$\mathbf{a}_1(\xi, \eta) = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \xi} = \mathbf{P}_1 + \eta \mathbf{P}_3$$

$$\mathbf{a}_2(\xi, \eta) = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \eta} = \mathbf{P}_2 + \xi \mathbf{P}_3$$

$$\mathbf{n}(\xi, \eta) = \frac{\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2}{|\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2|}$$

である。 W_{hk} についても C_{hk} と同様に計算できる。

付録 2

2. 対称物体

模型の対称性を利用して、要素に分割し離散化したときの自由度を 1/2 にすることができる。

(7)式は次のように書ける。

$$\sum_{k=1}^N (\delta_{hk} - C_{hk} - W_{hk}) \cdot \varphi_k = B_h \quad (\text{A2-1})$$

今、 $y=0$ の面で模型が対称な場合、(A2-1)式は次のように書ける。

$$\sum_{k=1}^{\hat{N}} (\delta_{hk} - \hat{C}_{hk} - \hat{W}_{hk}) \cdot \varphi_k = B_h \quad (\text{A2-2})$$

ここに $\hat{N} = \frac{N}{2}$ で模型の右側パネルの数である。 \hat{C}_{hk}

は $y=0$ の面で対称であることから右、左側の空力的影響係数を加える。

$$\begin{aligned} \hat{C}_{hk} = & \frac{1}{2\pi} \oint_{\Sigma_k^{(R)}} \left[\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R} \right) \right]_{(R)} ds \\ & + \frac{1}{2\pi} \iint_{\Sigma_k^{(L)}} \left[\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R} \right) \right]_{(L)} ds \end{aligned} \quad (\text{A2-3})$$

$$\begin{aligned} \text{ここに } R^{(R)} &= \sqrt{(x-x_*)^2 + (y-y_*)^2 + (z-z_*)^2} \\ R^{(L)} &= \sqrt{(x-x_*)^2 + (y+y_*)^2 + (z-z_*)^2} \end{aligned} \quad (\text{A2-4})$$

である。 \hat{W}_{hk} も同様に計算する。

付録 3

3. 後流渦面

揚力をもつ三次元物体の後流には渦度を持つ領域が存在する。

流れを定常、非圧縮性と仮定すれば Bernoulli の定理から流線に沿って次の式が成立する。

$$\frac{1}{2} \mathbf{U} \cdot \mathbf{U} + \frac{P}{\rho} = \frac{1}{2} \mathbf{U}_\infty \cdot \mathbf{U}_\infty + \frac{P_\infty}{\rho} \quad (\text{A3-1})$$

ここに \mathbf{U} は速度ベクトル、 \mathbf{U}_∞ は一様流速、 φ は擾乱速度ポテンシャルである。

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_\infty + \nabla \varphi \quad (\text{A3-2})$$

今、後流渦面の任意の点の上下面で静圧が等しいことから (A3-1)、(A3-2) 式を用いて、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \{ (\mathbf{U}_\infty + \nabla\varphi) \cdot (\mathbf{U}_\infty + \nabla\varphi) \}_{\text{UPPER}} \\ & = \{ (\mathbf{U}_\infty + \nabla\varphi) \cdot (\mathbf{U}_\infty + \nabla\varphi) \}_{\text{LOWER}} \end{aligned} \quad (\text{A3-3})$$

二次以上の高次の項を無視すると

$$\nabla(\varphi_{\text{UPPER}} - \varphi_{\text{LOWER}}) = 0 \quad (\text{A3-4})$$

が得られる。これは後流渦面において流線に沿って擾乱速度ポテンシャルの差 $\Delta\varphi$ が一定である。

付録 4

揚力物体をパネル化する場合、常に問題になるのがその分割数である。特に、翼のような形状では前縁付近の分割を細かくする必要がある。一般に圧力変化の激しい部分では細かくし、圧力変化の小さいところでは大きいパネルでもよい。図 A 4-1 では翼幅方向の分割を犠牲にして、翼弦方向の分割を特

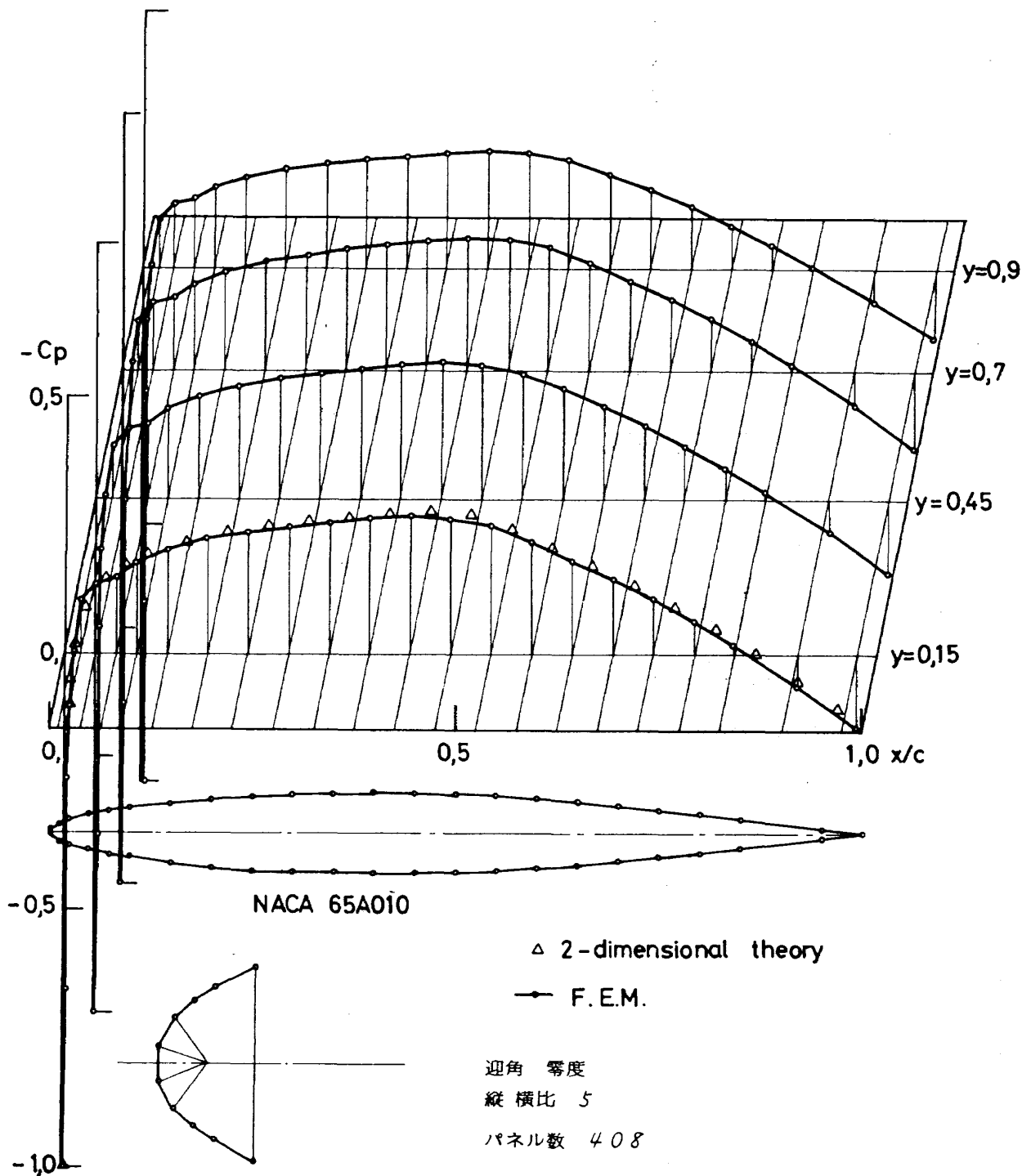
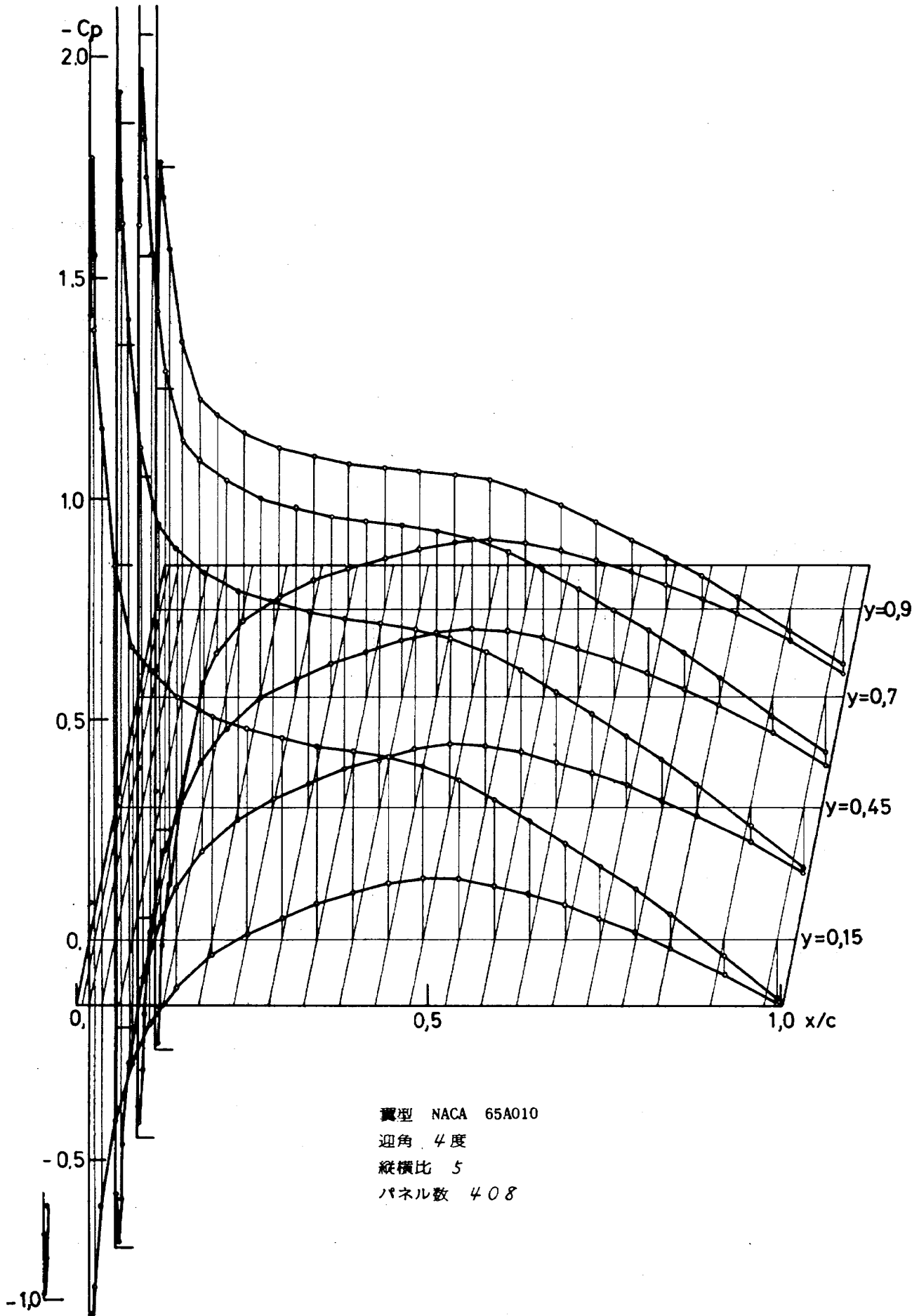


図 A 4-1 細分割した翼の圧力分布, $\alpha=0^\circ$

図 A 4 - 2 細分割した翼の圧力分布, $\alpha = 4^\circ$

別に細かくして計算した結果を示す。NC=51 でこの場合翼の上下面のパネル数である。図 A 4-1 に示すように翼型は NACA 65A010 を用い、前縁付近はさらに 9 分割してある状態を示した。尖端のパネルは完全に流れに対して 90° に向いている。迎角 $\alpha = 0^\circ$ の場合このパネルのところでよどみ点の圧力係数は $C_p = 1.0$ に計算される。△印は 2 次元の理論値と比較した。また、図 A 4-2 は迎角 4° の場合の圧力分布を示したが、このくらい前縁付近のパネルを細かくとると翼の上下面の圧力分布は連続していることが分かる。しかも、よどみ点の位置も一つ下側のパネルに移動している。通常、三次元物体では翼前縁のみ分割数を多くとることは全体のパネル数の増加を招き、適当な分割数で妥協している。

付録 5

5. 外部記憶装置を用いた連立一次方程式の解法

本報告の計算は富士通 K.K. の FACOM 230-75 を用いた。したがって、ユーザの使用できる最大のコアメモリーは約 750 KWORD である。このコアメモリーの範囲で有限要素法の連立一次方程式を解こうとすると最大の要素数は約 800 である。これ以上の要素数の問題を解く場合どうしても外部記憶装置を使用する必要がある。しかし、一般に発表されている方法では繁雑な入出力動作が必要となりチャネルタイムが大巾に増加する。そこでブロック消去法によりチャネルタイムの増加を抑え、大型の連立一次方程式を解くプログラムを作成した。

(1) 計算手法

ブロック消去法¹⁴⁾では係数行列〔A〕を適当に分割し、その分割された行列を一つの行列の要素として演算、つまり消去して行く。この消去にはガウスあるいはガウス・ジョルダンの消去法を適用する。このプログラムではガウス・ジョルダンの方法を使用した。

原方程式を

$$\{ A_{i_0, j_0} \} \{ \varphi_{j_0} \} = \{ B_{j_0} \} \quad (A5-1)$$

ここに、 $i_0, j_0 = 1 \sim m_0$ であり、 $m_0 = m_1 \cdot m_2$ である。(A5-1) 式は要素数全体を表わした式であるがこれを小行列に分割して計算し易いように並べ換える。

$$\{ A_{i_1, j_1} \} = \{ A_{i_0, j_0} \} \quad (5-2)$$

$$\{ \varphi_{j_1} \} = \{ \varphi_{j_0} \}$$

$$\{ B_{j_1} \} = \{ B_{j_0} \}$$

ここに $i_1, j_1 = 1 \sim m_2$

$$i_0 = (i_1 - 1) \cdot m_1 + 1 \sim i_1 \cdot m_1$$

$$j_0 = (j_1 - 1) \cdot m_1 + 1 \sim j_1 \cdot m_1$$

である。図 A5-1 で説明する。例えば原行列が 1000 × 1000 の要素を持つとすると 10 × 10 分割して、その小行列を作る手順を示した。したがって、〔A_{i₀, j₀}〕と〔A_{i₁, j₁}〕の要素数は同数であるが並び方は縦方向の順に並んでいる。ブロック消去法の第 1 段目を説明する。

$$\begin{bmatrix} A_{11}^{-1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -A_{21} \cdot A_{11}^{-1} & E & 0 & \dots & 0 \\ -A_{31} \cdot A_{11}^{-1} & 0 & E & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -A_{m21} & A_{11}^{-1} & 0 & 0 & \dots & E \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \dots & A_{1, m2} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & \dots & A_{2, m2} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & \dots & A_{3, m2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m2, 1} & A_{m2, 2} & A_{m2, 3} & \dots & A_{m2, m2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} E & A_{12}^1 & A_{13}^1 & \dots & A_{1, m2}^1 \\ 0 & A_{22}^1 & A_{23}^1 & \dots & A_{2, m2}^1 \\ 0 & A_{32}^1 & A_{33}^1 & \dots & A_{3, m2}^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & A_{m2, 2}^1 & A_{m2, 3}^1 & \dots & A_{m2, m2}^1 \end{bmatrix}$$

(A5-3)

この (A5-3) 式を簡単に次のように略記する。

$$\{ D_{i_1, j_1} \} \times \{ F_{i_1, j_1} \} = \{ F_{i_1, j_1}^1 \}$$

(A5-4)

ここに A_{i_j} は小行列、A_{i_j}⁻¹ は A_{i_j} の逆行列、A_{i_j}¹ は A_{i_j} の第 1 段の演算を施こした行列、E は単位行列、0 は零行列を表わしている。

このようにして順次、ブロック毎に消去して行き、第 n 段目の消去を示すと次式のようなになる。

$$\{ D_{i_1, j_1}^{(n-1)} \} \times \{ F_{i_1, j_1}^{(n-1)} \} = \{ F_{i_1, j_1}^{(n)} \}$$

(A5-5)

ここに

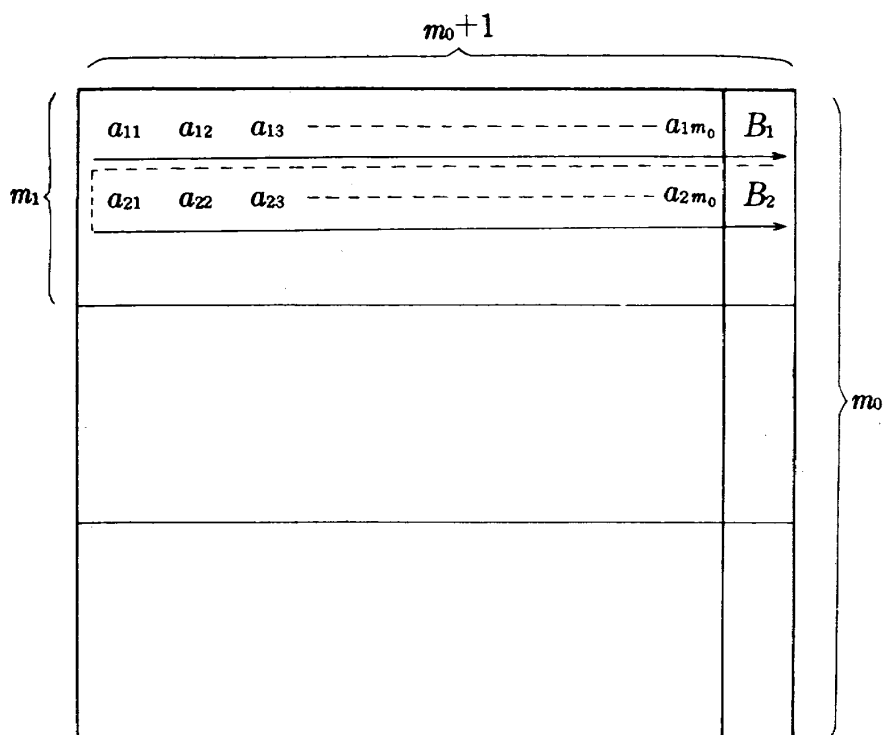


図 A 5-1 a 有限要素法で得られる行列

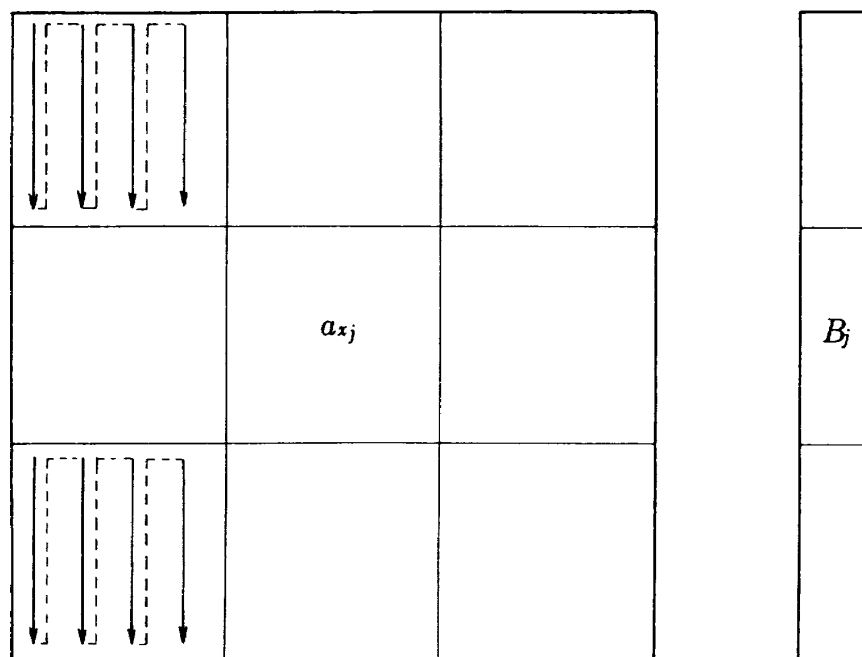


図 A 5-1 b 小行列に分割し易いように並べ換えた行列

$$\{ D_{i_1, j_1}^{(n-1)} \} = \begin{pmatrix} E & \cdots & -A_{1,n}^{(n-1)} \cdot A_{n,n}^{(n-1)-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & A_{n,n}^{(n-1)-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & -A_{m_2,n}^{(n-1)} \cdot A_{n,n}^{(n-1)-1} & \cdots & E \end{pmatrix}$$

$$\{ F_{i_1, j_1}^{(n)} \} = \begin{pmatrix} E & \cdots & 0 & A_{1,n+1}^{(n)} & \cdots & A_{1,m_2}^{(n)} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & E & A_{n,n+1}^{(n)} & \cdots & A_{n,m_2}^{(n)} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & A_{m_2,n+1}^{(n)} & \cdots & A_{m_2,m_2}^{(n)} \end{pmatrix}$$

最終的に $[F_{i_1, j_1}^{(m_2)}] = [E]$ になる。つまり、

$$[F_{i_1, j_1}^{(m_2, -1)}] \times [F_{i_1, j_1}^{(m_2, -2)}] \times \dots \\ \times [F_{i_1, j_1}^{(1)}] \times [F_{i_1, j_1}^{(2)}] = [A_{i_1, j_1}]^{-1}$$

そこで連立一次方程式の解は

$$\{\varphi_{j_1}\} = [A_{i_1, j_1}]^{-1} \{B_{j_1}\} \quad (A5-6)$$

によって求めることができる。

(2) 入出力方法

この方法では計算途中の中間値をファイルに記録するので大量のデータを入出力しなければならず、通常の READ/WRITE 命令では時間が掛るので BLOCK READ/WRITE を使用し、CPU タイムの節約を行った。

この解法の特徴は次の通りである。

- ① 主記憶装置の記憶容量を超えるようなパネル数の多い問題の解法に使用できる。
 - ② ガウス・ジョルダンの消去法の拡張であるため、適用範囲が広い。
 - ③ 係数行列をこのプログラムに合うように並換える必要がある。
 - ④ 主記憶装置内に入るような場合はこのプログラムを使用せず、そのまま直接解いた方がよい。
- 実際、パネル数の少ない場合、約 600 以下では文献 (5) の APU によるサブルーチンを使用した。NAL APLIB に登録してある VSWEPR により、この一次方程式を解くところだけ APU の計算を行った。

航空宇宙技術研究所報告 724号

昭和57年8月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)千182

印刷所 株式会社三興印刷
東京都新宿区信濃町12三河ビル

Printed in Japan