

ISSN 0381-0010  
UDC 533.6.011.5  
533.6.013.12

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-751

超音速流中での二物体相互干渉の近似推算法(軸力)

近 藤 洋 史

1983年1月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

# 超音速流中での二物体相互干渉の近似推算法(軸力)<sup>\*</sup>

近 藤 洋 史<sup>\*\*</sup>

## An Approximate Method of Estimating the Aerodynamic Interference between Two Parallel Bodies in a Supersonic Flow (Axial Force)

Hirofumi KONDO

### Abstract

The present study deals with an approximate method of estimating the aerodynamic interference between two parallel bodies in a supersonic flow.

The formulae are derived from the linearized theory.

The formulae for calculating the wave drag on one body are obtained as functions of Mach number, cone semi-vertex angle, and the relative distances between bodies.

Theoretical calculations are compared with wind tunnel test results, and fairly good agreement is noted between them at certain restricted regions, depending on Mach number, cone vertex angle, and relative distances between bodies.

It is pointed out that the present method can easily be applied to a combination of more than two bodies.

### 1. まえがき

宇宙開発事業団が開発したN-IIロケットに見られる如く推力増強のため主胴体回りに9本の固体補助ロケットが取り付けられた形態に於ては、固体補助ロケット部分の空力特性を推定する場合、相互に干渉するため単体の空力特性の和として考えることは出来なくなる。また、相互の干渉力も近接したものとの影響が大であると考えるので、ここでは2物体について零迎角時の軸方向の干渉量を推算する

式を解析的手法で導びく事を考えた。

先端の尖った細長い軸対称物体が2体主流に平行に近接して置かれている場合、相互に干渉し単体での状況とはかなり異なってくる。そこで、その空力的干渉力を推算することを考える。

推算方法を求めるに当って、我々はパラメータの変化に対し、それが求める空力的干渉量へ寄与する度合を見通し易い形にする事を考え、解析的手法で問題を扱った。

今回、我々が扱うのは気流に対し物体が平行に置かれた場合であるので、軸力に限られるが、線型理論を基にして次の如く扱った。まず、各物体を単体でそれぞれの境界条件を満足させる様なその中心軸

\* 昭和57年11月2日 受付

\*\* 空気力学第二部

上に分布された吹出しで代表させ、求める物体上の干渉効果は他方の吹出しに対する写像を考えることにより、求める物体上で境界条件を満足する擾乱速度ポテンシャルを求めることにより導びいた。この擾乱速度ポテンシャルをもとに、物体表面上での圧力係数ならびに物体に働く造波抵抗係数を求めた。

導びいた結果を2体の円錐物体の場合に適用し、  
物体が極く近接して置かれた非線型性の強い領域お  
よび円錐頂角の大きな場合を除いて、干渉量と単体  
での値との比について実験値と推算値とを比較する  
とかなり良い一致を示すことが分った。

2 記 号

- |                      |                                       |
|----------------------|---------------------------------------|
| $a$                  | : 2物体の中心軸間距離                          |
| $C_{Aw}$             | : 造波抵抗係数                              |
| $C_{Aw c_1}$         | : $c_1$ 物体単体での造波抵抗係数                  |
| $C_{Aw int}$         | : 干渉成分                                |
| $C_{Aw_1 c_1 (c_2)}$ | : (49) 式参照                            |
| $C_{Aw_2 c_1 (c_2)}$ | : (81) 式参照                            |
| $c_B$                | : 物体後端部半径                             |
| $C_P$                | : 圧力係数                                |
| $c(x)$               | : $x$ での物体半径                          |
| $f(x)$               | : 吹出しの強さ                              |
| $K_1$                | : = $C_{Aw_1 c_1} / C_{Aw c_1}$       |
| $K_2$                | : = $C_{Aw_2 c_1} / C_{Aw c_1}$       |
| $L$                  | : 物体の長さ                               |
| $M$                  | : マッハ数                                |
| $r$                  | : 円筒座標                                |
| $S_{ref}$            | : 基準面積                                |
| $S(x)$               | : $x$ での物体断面積                         |
| $t$                  | : = $a / c_B$                         |
| $U$                  | : 一様流速さ                               |
| $x$                  | : 円筒座標                                |
| $\theta$             | : 円筒座標                                |
| $\lambda$            | : = $\sqrt{M^2 - 1}$                  |
| $\phi$               | : 摾乱速度ポテンシャル                          |
| $\phi_r$             | : = $\partial \phi / \partial r$      |
| $\phi_x$             | : = $\partial \phi / \partial x$      |
| $\phi_\theta$        | : = $\partial \phi / \partial \theta$ |
| $\phi_{1O}$          | : (19) 式参照                            |
| $\phi_{1OA}$         | : (57) 式参照                            |

- $\phi_{1OAB}^-$  : (71) 式参照  
 $\phi_{1OAO}$  : (76) 式参照  
 $\phi_{1OD}$  : (51) 式参照  
 $\phi_{1ODE}$  : (61) 式参照  
 $\phi_{1ODO}^-$  : (67) 式参照  
 $\phi_{2A}$  : (24) 式参照  
 $\phi_{2AB}$  : (32) 式参照  
 $\phi_{2AO}^-$  : (28) 式参照  
 $\omega$  : 円錐半頂角  
 $\mu$  : マッハ角 ( $= \tan^{-1} \lambda^{-1}$ )

### 3. 推算式の導出

### 3.1 一般的考察

先端の尖った細長い軸対称物体が一様流体に平行に置かれている場合を以下の議論の基礎となるので復習する。

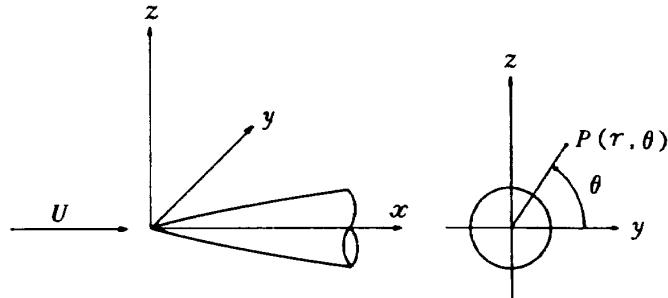


図1 細長物体と座標系

図1に示す様な円筒座標系を考える。非粘性、非回転に加えて微少擾乱の仮定をすれば、擾乱速度ポテンシャル( $\phi$ )の基礎方程式は(1)式で示される。<sup>1),2)</sup>

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} - \lambda^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 \quad \dots \dots \quad (1)$$

二二四

Mは一様流マッハ数である。

先端の尖った細長い軸対称物体に対しては、その中心軸に強さが  $f(\xi)$  なる吹出しを分布させればよい。その時の擾乱速度ポテンシャルは(3)式で与えられる。

$$\phi(x, r) = - \int_0^{x-\lambda r} \frac{f(\xi) d\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2 - \lambda^2 r^2}} \quad \dots \dots (3)$$

(3)式の積分は  $\xi \leq x - \lambda r$  で与えられる範囲においてのみ行なう。また、吹出しの強さ  $f(x)$  は(4)式に示す境界条件より求められ(5)式の如く与えられる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = U \cdot \frac{dc}{dx} \quad (r = c(x) \text{ 上で}) \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$f(x) = U \cdot c(x) \cdot \frac{dc}{dx} = \frac{U}{2\pi} \cdot \frac{dS}{dx} \quad \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 $c(x)$  および  $S(x)$  は  $x$  での物体の半径および断面積である。

細長い物体を仮定し、 $\lambda r \ll 1$  とすれば、(3)式は(6)式の如く近似化される。

$$\begin{aligned} \phi(x, r) \simeq & - \frac{U}{2\pi} \cdot S'(x) \ln \frac{2}{\lambda r} \\ & - \frac{U}{2\pi} \cdot \int_0^x S''(\xi) \ln(x - \xi) d\xi \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (6)$$

次に、物体表面上の圧力係数  $C_P$  は(7)式で与えられる。

$$C_P = \left\{ -2\phi_x/U - (\phi_r^2 + \phi_\theta^2/r^2)/U^2 \right\}_{r=c} \quad \dots \dots \dots (7)$$

また、造波抵抗  $C_{Aw}$  は(8)式の如くなる。

$$C_{Aw} = \frac{1}{2\pi S_{ref}} \int_0^L \int_0^{2\pi} C_P S'(x) d\theta dx \quad \dots \dots \dots (8)$$

(6)式を  $x, r, \theta$  について微分すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \phi_x \simeq & - \frac{U}{2\pi} S''(x) \ln \frac{2}{\lambda r} \\ & - \frac{U}{2\pi} \frac{d}{dx} \int_0^x S''(\xi) \ln(x - \xi) d\xi \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (9)$$

$$\phi_r \simeq \frac{U}{2\pi} \cdot \frac{S'(x)}{r} \quad \dots \dots \dots (10)$$

$$\phi_\theta = 0 \quad \dots \dots \dots (11)$$

(7), (8), (9), (10), (11)式より、軸対称物体表面上の圧力係数と物体に働く造波抵抗係数は次の如くなる。

$$C_P = \frac{1}{\pi} S''(x) \ln \frac{2}{\lambda c} + \frac{1}{\pi} \frac{d}{dx} \int_0^x S''(\xi) \ln$$

$$(x - \xi) d\xi - \left\{ \frac{S'(x)}{2\pi c} \right\}^2 \quad \dots \dots \dots (12)$$

$$\begin{aligned} C_{Aw} = & \frac{1}{\pi S_{ref}} \int_0^L \left\{ S'(x) S''(x) \ln \frac{2}{\lambda c} \right. \\ & + S'(x) \frac{d}{dx} \int_0^x S''(\xi) \ln(x - \xi) d\xi \\ & \left. - \frac{(S'(x))^3}{4\pi c^2} \right\} dx \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (13)$$

ここに、 $S_{ref}$  は基準面積である。

実例として、頂角  $2\omega$  の円錐に適用すると、物体表面上の圧力係数  $C_P$  および造波抵抗係数  $C_{Aw}$  は次式の如くなる。

$$C_P = -2 \tan^2 \omega \cdot \left( \ln \frac{\lambda \tan \omega}{2} + \frac{1}{2} \right) \quad \dots \dots \dots (14)$$

$$C_{Aw} = -\frac{2\pi c_B^2 \tan^2 \omega}{S_{ref}} \cdot \left( \ln \frac{\lambda \tan \omega}{2} + \frac{1}{2} \right) \quad (15)$$

ここに、 $c_B$  は円錐底面部半径である。

### 3.2 二物体の場合

先端の尖った長さ  $L$  の細長い物体  $c_1$  および  $c_2$  が図2に見られる如く、先端をそろえて  $x$  軸に平行に置かれている場合を考える。今、我々は零迎角の場合を考えているので、先端を  $y$  軸上にして中心軸間距離を  $a$  に取っても一般性を失なわない。

流れが  $c_1$  および  $c_2$  物体共に物体表面上を流れるという境界条件を満足させる擾乱速度ポテンシャルを見いだすことは困難なので、 $c_1$  物体上でのみ境界条件を満す近似的な擾乱速度ポテンシャルを求ることを考える。 $c_1, c_2$  物体をそれぞれ単体で境界条件

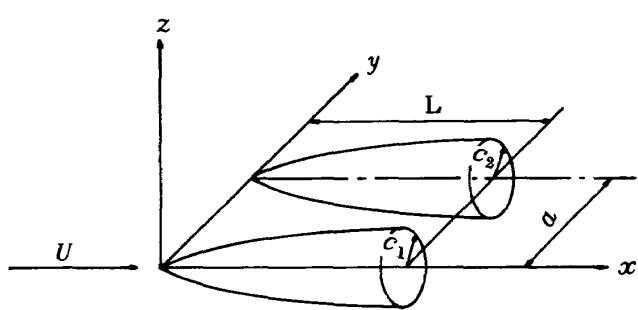


図2 二体の細長い物体

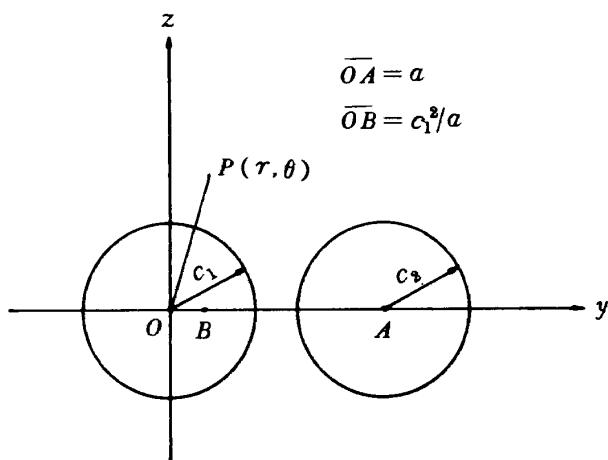
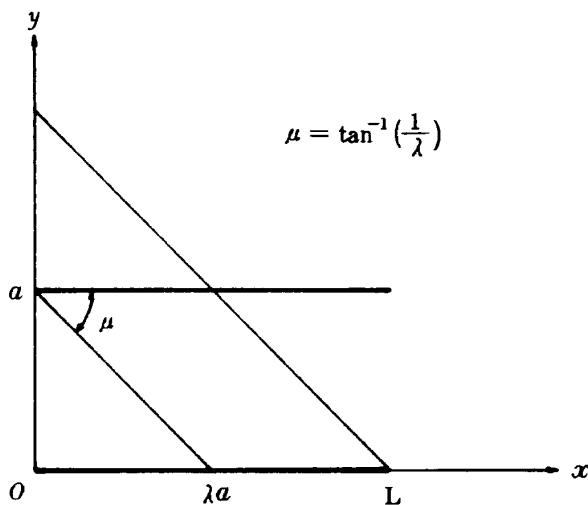


図3 吹出しと吸込みの分布位置

図4 積分領域 ( $\lambda a < L$  の場合)

を満足させる吹出しの分布  $f_1(x) = US'_1/2\pi$ ,  $f_2(x) = US'_2/2\pi$  で代表させる。次に  $c_2$  の  $c_1$  への干渉効果を入れるために、図3に示すごとく  $c_1, c_2$  物体を代表するそれぞれの中心軸上に分布した吹出し  $f_1(x), f_2(x)$  に加えて、 $c_2$  中心の  $c_1$  に対する鏡像点Bに  $f_2(x)$ と同じ強さの吹出しを、 $c_1$  の中心軸上に  $-f_2(x)$  なるすい込みを分布させると  $c_1$  物体上でのみ境界条件を満足させる近似的な擾乱速度ポテンシャル  $\phi$  を求めることができる。<sup>8)</sup>

超音速流を仮定しているので、擾乱はマッハ円錐内に限られ、 $c_1$  物体上での擾乱速度ポテンシャルは各領域に対し次の如く与えられる。(図4参照)

### I) $\lambda a \geq L$ の場合

この時は  $c_2$  物体は  $c_1$  物体に直接影響を与えることはない。

$$\phi = \phi_{1O} \quad \dots \dots \dots \quad (16)$$

### II) $\lambda a < L$ の場合

#### II-1) $0 \leq x \leq \lambda a$ のとき

$c_2$  物体先端から出るマッハ円錐の上流側になるので、 $c_1$  物体への影響はない。

$$\phi = \phi_{1O} \quad \dots \dots \dots \quad (17)$$

#### II-2) $\lambda a \leq x \leq L$ のとき

$$\phi = \phi_{1O} + \phi_{2A} + \phi_{2AO}^- + \phi_{2AB} \quad \dots \dots \dots \quad (18)$$

ここに、

$$\phi_{1O} : c_1 \text{ の中心に分布された吹出し } f_1(x) = US'_1$$

$/2\pi$  による擾乱速度ポテンシャル

$$\phi_{2A} : c_2 \text{ の中心に分布された吹出し } f_2(x) = US'_2$$

$/2\pi$  による擾乱速度ポテンシャル

$$\phi_{2AO}^- : c_1 \text{ の中心に分布された吸込み } -f_2(x)$$

による擾乱速度ポテンシャル

$$\phi_{2AB} : c_2 \text{ の中心の } c_1 \text{ に対する鏡像点 } B \text{ に分布された吹出し } f_2(x) \text{ による擾乱速度ポテンシャル}$$

であり、これらは次の如く書かれる。

$$\phi_{1O}(x, r, \theta) = - \int_0^{x-\lambda r} \frac{f_1(\xi) d\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2 - \lambda^2 r^2}}$$

$$\approx - \frac{U}{2\pi} S'_1(x) \ln \frac{2}{\lambda r} - \frac{U}{2\pi} \int_0^x$$

$$S''_1(\xi) \ln(x-\xi) d\xi \quad \dots \dots \dots \quad (19)$$

$$\phi_{1Ox} \approx - \frac{U}{2\pi} S'_1(x) \ln \frac{2}{\lambda r}$$

$$- \frac{U}{2\pi} \frac{d}{dx} \int_0^x S''_1(\xi) \ln(x-\xi) d\xi \dots \dots \dots \quad (20)$$

$$\phi_{1Or} \approx \frac{U}{2\pi} \cdot \frac{S'_1(x)}{r} \quad \dots \dots \dots \quad (21)$$

$$\phi_{1O\theta} = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (22)$$

$$\phi_{2A}(x, r, \theta) = - \int_0^{x-\lambda PA} \frac{f_2(\xi) d\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2 - \lambda^2 PA^2}}$$

$$\approx - \frac{U}{2\pi} S'_2(x) \ln \frac{2}{\lambda PA} - \frac{U}{2\pi} \int_0^x$$

$$S_2''(\xi) \ln(x - \xi) d\xi \quad (23)$$

$$\phi_{2Ax} \simeq -\frac{U}{2\pi} S_2''(x) \ln \frac{2}{\lambda PA}$$

$$-\frac{U}{2\pi} \frac{d}{dx} \int_0^x S_2''(\xi) \ln(x - \xi) d\xi \dots (24)$$

ここで、

$$\overline{PA} = \sqrt{r^2 - 2ar \cos \theta + a^2} \dots (25)$$

$$\phi_{2Ar} \simeq \frac{U}{2\pi} S_2'(x) \cdot \frac{r - a \cos \theta}{r^2 - 2ar \cos \theta + a^2} \dots (26)$$

$$\phi_{2A\theta} \simeq \frac{U}{2\pi} \cdot S_2'(x) \cdot \frac{ar \sin \theta}{r^2 - 2ar \cos \theta + a^2} \dots (27)$$

$$\begin{aligned} \phi_{2AO}^-(x, r, \theta) &= \int_0^{x-\lambda r} \frac{f_2(\xi) d\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2 - \lambda^2 r^2}} \\ &\simeq \frac{U}{2\pi} S_2'(x) \ln \frac{2}{\lambda r} + \frac{U}{2\pi} \int_0^x S_1''(\xi) \ln(x - \xi) d\xi \end{aligned} \dots (28)$$

$$\begin{aligned} \phi_{2AOx}^+ &\simeq \frac{U}{2\pi} S_2''(x) \ln \frac{2}{\lambda r} \\ &+ \frac{U}{2\pi} \int_0^x S_2''(\xi) \ln(x - \xi) d\xi \end{aligned} \dots (29)$$

$$\phi_{2AOr}^- \simeq -\frac{U}{2\pi} \cdot \frac{S_2'(x)}{r} \dots (30)$$

$$\phi_{2AO\theta}^- = 0 \dots (31)$$

$$\begin{aligned} \phi_{2AB}^-(x, r, \theta) &= - \int_0^{x-\lambda \overline{PB}} \frac{f_2(\xi) d\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2 - \lambda^2 \overline{PB}^2}} \\ &\simeq -\frac{U}{2\pi} S_2'(x) \ln \frac{2}{\lambda \overline{PB}} - \frac{U}{2\pi} \int_0^x S_2''(\xi) \ln(x - \xi) d\xi \end{aligned} \dots (32)$$

$$\overline{PB} = \sqrt{r^2 - 2 \cdot \frac{c_1^2}{a} r \cos \theta + \frac{c_1^4}{a^2}} \dots (33)$$

$$\phi_{2ABx}^- \simeq -\frac{U}{2\pi} S_2''(x) \ln \frac{2}{\lambda \overline{PB}}$$

$$-\frac{U}{2\pi} \frac{d}{dx} \int_0^x S_2'(\xi) \ln(x - \xi) d\xi \dots (34)$$

$$\phi_{2ABr} \simeq \frac{U}{2\pi} S_2'(x) \cdot \frac{r - \frac{c_1^2}{a} \cos \theta}{r^2 - 2 \frac{c_1^2}{a} r \cos \theta + \frac{c_1^4}{a^2}} \dots (35)$$

$$\phi_{2AB\theta} \simeq \frac{U}{2\pi} S_2'(x) \cdot \frac{\frac{c_1^2}{a} \cdot r \sin \theta}{r^2 - 2 \frac{c_1^2}{a} r \cos \theta + \frac{c_1^4}{a^2}} \dots (36)$$

なお、ここで示した擾乱速度ポテンシャル  $\phi$  が、  
 $c_1$  物体上では流れが物体表面に沿って流れるとい  
う境界条件を満足することは、境界条件を示す(4)  
式に直接代入することにより確かめられる。

次に、 $c_1$  物体表面上の圧力係数  $(C_P)_{r=c_1}$  は(7)  
式に代入することにより得られる。

### I) $\lambda a \geq L$ の場合

$$(C_P)_{r=c_1} = \left\{ -\frac{2\phi_{10x}}{U} - \frac{\phi_{10r}^2 + \phi_{10\theta}^2/r^2}{U^2} \right\}_{r=c_1} \dots (37)$$

(20), (21), (22) 式を代入すると、

$$\begin{aligned} (C_P)_{r=c_1} &= \frac{1}{\pi} S_1''(x) \ln \frac{2}{\lambda c_1} + \frac{1}{\pi} \\ &\cdot \frac{d}{dx} \int_0^x S_1'(\xi) \ln(x - \xi) d\xi \\ &- \left\{ \frac{S_1'(x)}{2\pi} \right\}^2 \cdot \frac{1}{c_1^2} \end{aligned} \dots (38)$$

造波抵抗  $C_{Aw}$  は(38)式を(8)式に代入することに  
より次式の如く与えられる。

$$\begin{aligned} C_{Aw c_1} &= \frac{1}{\pi S_{ref}} \int_0^L \left\{ S_1'(x) S_1''(x) \ln \frac{2}{\lambda c_1} \right. \\ &\left. + S'(x) \frac{d}{dx} \int_0^x S_1'(\xi) \ln(x - \xi) d\xi \right\} \end{aligned}$$

$$-\frac{\{S'_1(x)\}^3}{4\pi c_1^2}\}dx \quad \dots \dots \dots (39)$$

これは  $c_1$  物体が単独に置かれた時と同じで、 $\lambda a \geq L$  の場合は  $c_2$  物体による干渉成分はない事を示している。

## II) $\lambda a < L$ の場合

$0 \leq x \leq \lambda a$  の領域の  $c_1$  物体近傍では、 $c_2$  物体先端から出るマッハ円錐の外側になるので、 $c_2$  物体の干渉は受けない。従って、この領域での  $c_1$  物体表面上の圧力係数は(38)式と同じであり、これを  $C_{P1}$  とする。

次に、 $\lambda a \leq x \leq L$ での $c_1$ 物体表面上の圧力係数 $C_{P2}$ について考える。この領域での擾乱速度ポテンシャルは(18)式で与えられ、 $C_{P2}$ は(7)式に代入して得られる。

$$(C_{P2})_{r=c_1} = \left[ -2(\phi_{1Ox} + \phi_{2Ax} + \phi_{2AOx}^- + \phi_{2ABx})/U - \{(\phi_{1Or} + \phi_{2Ar} + \phi_{2AOr}^- + \phi_{2ABr})^2/U^2\} + (\phi_{1O\theta} + \phi_{2A\theta} + \phi_{2AO\theta}^- + \phi_{2AB\theta})^2 / (c_1^2 U^2) \right]_{r=c_1} \quad \dots \quad (40)$$

これに(20)～(34)式を代入しまとめると次式を得る。

$$\begin{aligned}
 & (C_{P2})_{\tau=c_1} = \frac{1}{\pi} S_1''(x) \ln \frac{2}{\lambda c_1} \\
 & + \frac{1}{\pi} \frac{d}{dx} \int_0^x S_1''(\xi) \ln(x-\xi) d\xi - \left\{ \frac{S_1'(x)}{2\pi c_1} \right\}^2 \\
 & + \frac{1}{\pi} S_2''(x) \ln \frac{2}{\lambda a \left( 1 - 2 \cdot \frac{c_1}{a} \cos \theta + \frac{c_1^2}{a^2} \right)} \\
 & + \frac{1}{\pi} \frac{d}{dx} \int_0^x S_2''(\xi) \ln(x-\xi) d\xi \\
 & - \left\{ \frac{S_2'(x)}{\pi} \right\}^2 \cdot \frac{\sin^2 \theta}{\left( 1 - 2 \frac{c_1^2}{a} \cos \theta + \frac{c_1^2}{a^2} \right)^2} \dots \quad (41)
 \end{aligned}$$

従って、領域  $\lambda a < L$  での  $CAw$  は、

$$C_{Aw} = \frac{1}{2\pi S_{ref}} \left\{ \int_0^{\lambda a} \int_0^{2\pi} C_{P1} S'_1(x) d\theta dx \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{-\lambda a}^L \int_0^{2\pi} C_{P2} S'_1(x) d\theta dx \\
& = \frac{1}{\pi S_{\text{ref}}} \int_0^L [S'_1(x) S''_1(x) \ln \frac{2}{\lambda c_1} \\
& + S'_1(x) \frac{d}{dx} \int_0^x S''_1(\xi) \ln (x - \xi) d\xi \\
& - \frac{\{S'_1(x)\}^3}{4\pi c_1^2}] dx + \frac{1}{2\pi S_{\text{ref}}} \int_{-\lambda a}^L S'_1(x) \\
& [2 S''_2(x) \ln \frac{2}{\lambda a} + 2 \frac{d}{dx} \int_0^x S''_2(\xi) \ln \\
& (x - \xi) d\xi - \frac{\{S'_2(x)\}^2}{\pi a^2} \cdot \frac{1}{1 - c_1^2/a^2}] dx \\
& \quad \cdots \cdots \quad (42)
\end{aligned}$$

上式は、 $c_1$  物体単体での値と干渉成分とに分けられ、干渉成分  $C_{AwC_1}(c_2)$  は次のとくなる。

$$C_{AwC_1(c_2)} = \frac{1}{\pi S_{ref}} \int_{-\lambda a}^L \left[ S'_1(x) S''_2(x) \ln \frac{2}{\lambda a} \right. \\ \left. + S'_1(x) \frac{d}{dx} \int_0^x S''_2(\xi) \ln (x - \xi) d\xi \right. \\ \left. - \frac{S'_1(x) \{ S''_2(x) \}^2}{2\pi a^2} \cdot \frac{1}{1 - c_1^2/a^2} \right] dx \\ \dots\dots\dots (43)$$

この結果を頂角  $2\omega$  の円錐が中心軸間距離  $a$  をもって平行に置かれている場合に適用すると、 $C_1$  物体表面上の圧力係数  $C_P$  と造波抵抗  $C_{Aw}$  は次の如くなる。

### I) $\lambda a \geq L$ の場合

$c_2$  物体の影響は受けないので、単体の場合と同じである。

$$C_P = -2 \tan^2 \omega \cdot \left( \ln \frac{\lambda \tan \omega}{2} + \frac{1}{2} \right) \quad \dots \dots \quad (44)$$

$$C_{Aw} = - \frac{2\pi C_B^2 \tan^2 \omega}{S_{ref}} \cdot \left( \ln \frac{\lambda \tan \omega}{2} + \frac{1}{2} \right) \quad \dots \dots \dots (45)$$

II)  $\lambda a < L$  の場合

$$\begin{aligned} C_P &= -2 \tan^2 \omega \cdot \left( \ln \frac{\lambda \tan \omega}{2} + \frac{1}{2} \right) \\ &\quad (0 \leq x \leq \lambda a) \quad \dots \dots \dots \quad (46) \\ &= -2 \tan^2 \omega \cdot \left( \ln \frac{\lambda \tan \omega}{2} + \frac{1}{2} \right) \\ &+ 2 \tan^2 \omega \cdot \ln \frac{2x}{\lambda a \left( 1 - 2 \frac{x \tan \omega}{a} \cos \theta + \frac{x^2 \tan^2 \omega}{a^2} \right)} \\ &- \frac{4x^2 \tan^4 \omega}{a^2} \cdot \frac{\sin^2 \theta}{\left( 1 - 2 \frac{x}{a} \tan \omega \cos \theta + \frac{x^2 \tan^2 \omega}{a^2} \right)^2} \\ &\quad (\lambda a \leq x \leq L) \quad \dots \dots \dots \quad (47) \end{aligned}$$

$$C_{Aw} = C_{Aw c_1} + C_{Aw c_1(c_2)} \quad \dots \dots \dots \quad (48)$$

ここに、 $C_{Aw c_1}$  は  $c_1$  単体のときの値と同じで (45) 式で与えられる。 $C_{Aw c_1(c_2)}$  は  $c_2$  の存在による  $c_1$  への干渉成分であり、次式の如くなる。

$$\begin{aligned} C_{Aw c_1(c_2)} &= \frac{2\pi c_B^2 \tan^2 \omega}{S_{ref}} \cdot \left[ \ln \frac{2L}{\lambda a} \right. \\ &- \frac{\lambda^2 a^2}{L^2} \ln 2 + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\lambda^2 a^2}{L^2} \right) \\ &+ \frac{a^2}{c_B^2} \cdot \left( \ln \left| 1 - \frac{a^2}{c_B^2} \right| - \ln \left| \frac{\lambda^2 a^2}{L^2} \right| \right. \\ &\left. \left. - \frac{a^2}{c_B^2} \right| \right] \quad \dots \dots \dots \quad (49) \end{aligned}$$

以上の議論においては、 $c_2$  物体を代表する吹出しを 1 回  $c_1$  物体へ写像するだけで擾乱速度ポテンシャルを求めたが、これでは  $c_2$  物体近傍での流れはすでに  $c_2$  物体表面上を流れることはないので、流れ場全体を表現する擾乱速度ポテンシャルとしては不正確である。すべての境界条件を満足する擾乱速度ポテンシャルを見い出すことは困難であるが、写像を繰返すことにより若干改善されると考えられるので、以下の如く写像の回数を増やした場合について考察する。

図 5 に示す如く、 $c_1$  物体中心に分布した  $f_1(x)$  なる吹出しを  $c_2$  物体上で境界条件を満足させる様に鏡像点 D に吹出し  $f_1(x)$ 、 $c_2$  の中心に吹込み  $-f_1(x)$

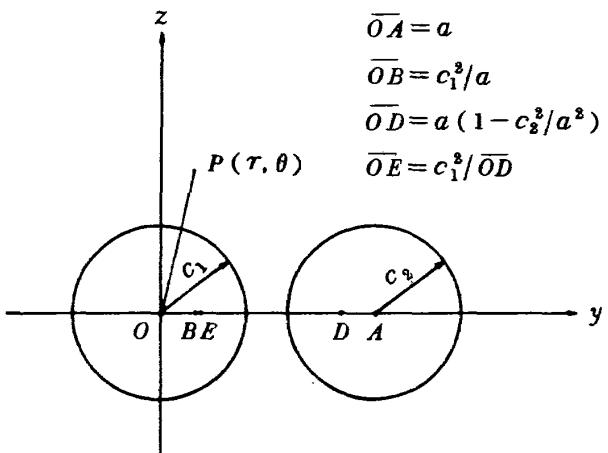


図 5 写像回数を増加させた時の吹出しと吸込みの分布位置

を分布させ、さらに、 $c_1$  物体上で境界条件を満すように D の吹出し  $f_1(x)$  に対応した  $c_1$  の鏡像点 E に  $f_1(x)$  なる吹出しを、 $c_1$  の中心に  $-f_1(x)$  なる吸込みを分布させ、A 点の  $-f_1(x)$  なる吸込みに対しては B 点に吸込み  $-f_1(x)$  を  $c_1$  の中心に吹出し  $f_1(x)$  をそれぞれ図 3 に示したものに加えればよい。この様にした時の擾乱速度ポテンシャルは次の如く示される。

I)  $\lambda a \geq L$  の場合

(16) 式と同じである。

II)  $\lambda a < L$  の場合

II-1)  $0 \leq x \leq \lambda a$  のとき

(17) 式と同じである。

II-2)  $\lambda a \leq x \leq L$  のとき

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_{1O} + \phi_{2A} + \phi_{2AO}^- + \phi_{2AB} + \phi_{1OD} + \phi_{1OA}^- \\ &+ \phi_{1ODE} + \phi_{1ODO}^- + \phi_{1OAB} + \phi_{1OAO}^- \quad \dots \dots \dots \quad (50) \end{aligned}$$

ここに、 $\phi_{1O}, \phi_{2A}, \phi_{2AO}^-, \phi_{2AB}$  は (19), (24), (28), (32) に同じである。

$\phi_{1OD}, \phi_{1OA}^-$  ;  $c_1$  の中心に分布した吹出し  $f_1(x)$  の  $c_2$  上の境界条件を満足させるため鏡像点 D および  $c_2$  の中心に分布させた吹出し  $f_1(x)$  および吸込み  $-f_1(x)$  による擾乱速度ポテンシャル。

$\phi_{1ODE}, \phi_{1ODO}^-$  ; D 点に分布した吹出し  $f_1(x)$  の  $c_1$  上の境界条件を満足させるため鏡像点 E および  $c_1$  の中心に分布させた吹出し  $f_1(x)$  および吸込み  $-f_1(x)$  による擾乱速度ポテ

ンシャル。

$\phi_{1OAB}^-$ ,  $\phi_{1OAO}$  : A点に分布した吸込み  $-f_1(x)$  の  $c_1$  上の境界条件を満足させるため鏡像点Bおよび  $c_1$  の中心に分布させた吸込み  $-f_1(x)$  および吹出し  $f_1(x)$  による擾乱速度ポテンシャル。

これらは次の如く示される。

$$\begin{aligned}\phi_{1OD}^- &= - \int_0^{x-\lambda\bar{PD}} \frac{f_1(\xi) d\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2 - \lambda^2 \bar{PD}^2}} \\ &\simeq - \frac{U}{2\pi} \cdot S'_1(x) \ln \frac{2}{\lambda \bar{PD}} - \frac{U}{2\pi} \int_0^x S''_1(\xi) \ln (x-\xi) d\xi \quad \dots \quad (51)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi_{1OD_x}^- &\simeq - \frac{U}{2\pi} S'_1(x) \ln \frac{2}{\lambda \bar{PD}} \\ &\quad - \frac{U}{2\pi} \int_0^x S''_1(\xi) \ln (x-\xi) d\xi \quad \dots \quad (52)\end{aligned}$$

$$\phi_{1OD_r}^- \simeq \frac{U}{2\pi} S'_1(x) \frac{r - OD \cos \theta}{r^2 - 2\bar{OD}r \cos \theta + \bar{OD}^2} \quad \dots \quad (53)$$

$$\phi_{1OD_\theta}^- \simeq \frac{U}{2\pi} S'_1(x) \cdot \frac{\bar{OD} r \sin \theta}{r^2 - 2\bar{OD}r \cos \theta + \bar{OD}^2} \quad \dots \quad (54)$$

ここで、

$$PD = \sqrt{r^2 - 2\bar{OD}r \cos \theta + \bar{OD}^2} \quad \dots \quad (55)$$

$$\bar{OD} = a \left( 1 - \frac{c_2^2}{a^2} \right) \quad \dots \quad (56)$$

$$\begin{aligned}\phi_{1OA}^- &= \int_0^{x-\lambda\bar{PA}} \frac{f_1(\xi) d\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2 - \lambda^2 \bar{PA}^2}} \\ &\simeq \frac{U}{2\pi} S'_1(x) \ln \frac{2}{\lambda \bar{PA}} + \frac{U}{2\pi} \int_0^x S''_1(\xi) \ln (x-\xi) d\xi \quad \dots \quad (57)\end{aligned}$$

$$\phi_{1OA_x}^- \simeq \frac{U}{2\pi} S'_1(x) \ln \frac{2}{\lambda \bar{PA}}$$

$$+ \frac{U}{2\pi} \frac{d}{dx} \int_0^x S''_1(\xi) \ln (x-\xi) d\xi \quad \dots \quad (58)$$

$$\phi_{1OA_r}^- \simeq - \frac{U}{2\pi} S'_1(x) \frac{r - a \cos \theta}{r^2 - 2ar \cos \theta + a^2} \quad \dots \quad (59)$$

$$\phi_{1OA_\theta}^- \simeq - \frac{U}{2\pi} S'_1(x) \frac{ar \sin \theta}{r^2 - 2ar \cos \theta + a^2} \quad \dots \quad (60)$$

$$\begin{aligned}\phi_{1ODE}^- &= - \int_0^{x-\lambda\bar{PE}} \frac{f_1(\xi) d\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2 - \lambda^2 \bar{PE}}} \\ &\simeq - \frac{U}{2\pi} S'_1(x) \ln \frac{2}{\lambda \bar{PE}} \\ &\quad - \frac{U}{2\pi} \int_0^x S''_1(\xi) \ln (x-\xi) d\xi \quad \dots \quad (61)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi_{1ODE_x}^- &\simeq - \frac{U}{2\pi} S'_1(x) \ln \frac{2}{\lambda \bar{PE}} \\ &\quad - \frac{U}{2\pi} \int_0^x S''_1(\xi) \ln (x-\xi) d\xi \quad \dots \quad (62)\end{aligned}$$

$$\phi_{1ODE_r}^- \simeq \frac{U}{2\pi} S'_1(x) \frac{r - \bar{OE} \cos \theta}{r^2 - 2\bar{OE}r \cos \theta + \bar{OE}^2} \quad \dots \quad (63)$$

$$\phi_{1ODE_\theta}^- \simeq \frac{U}{2\pi} S'_1(x) \frac{\bar{OE} \cdot r \sin \theta}{r^2 - 2\bar{OE}r \cos \theta + \bar{OE}^2} \quad \dots \quad (64)$$

ここで、

$$PE = \sqrt{r^2 - 2\bar{OE}r \cos \theta + \bar{OE}^2} \quad \dots \quad (65)$$

$$\bar{OE}^2 = \frac{c_1^2}{a \left( 1 - \frac{c_2^2}{a^2} \right)} \quad \dots \quad (66)$$

$$\phi_{1ODO}^- = \int_0^{x-\lambda r} \frac{f_1(\xi) d\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2 - \lambda^2 r^2}}$$

$$\begin{aligned} & \simeq \frac{U}{2\pi} S'_1(x) \ln \frac{2}{\lambda r} \\ & + \frac{U}{2\pi} \int_0^x S''_1(\xi) \ln(x-\xi) d\xi \quad \dots (67) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_{1ODOx} & \simeq \frac{U}{2\pi} S'_1(x) \ln \frac{2}{\lambda r} \\ & + \frac{U}{2\pi} \frac{d}{dx} \int_0^x S''_1(\xi) \ln(x-\xi) d\xi \quad \dots (68) \end{aligned}$$

$$\bar{\phi}_{1ODOr} \simeq - \frac{U}{2\pi} \cdot \frac{S'_1(x)}{r} \quad \dots (69)$$

$$\bar{\phi}_{1ODO\theta} = 0 \quad \dots (70)$$

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_{1OAB} & = \int_0^{x-\lambda\bar{P}\bar{B}} \frac{f_1(\xi) d\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2 - \lambda^2 \bar{P}\bar{B}^2}} \\ & \simeq \frac{U}{2\pi} S'_1(x) \ln \frac{2}{\lambda \bar{P}\bar{B}} \\ & + \frac{U}{2\pi} \int_0^x S''_1(\xi) \ln(x-\xi) d\xi \quad \dots (71) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_{1OABx} & \simeq \frac{U}{2\pi} S'_1(x) \ln \frac{2}{\lambda \bar{P}\bar{B}} \\ & + \frac{U}{2\pi} \frac{d}{dx} \int_0^x S''_1(\xi) \ln(x-\xi) d\xi \quad \dots (72) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_{1OABr} & \simeq - \frac{U}{2\pi} S'_1(x) \cdot \frac{r - \frac{c_1^2}{a} \cos \theta}{r^2 - 2 \frac{c_1^2}{a} r \cos \theta + (\frac{c_1^2}{a})^2} \\ & \dots (73) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_{1OAB\theta} & \simeq - \frac{U}{2\pi} S'_1(x) \cdot \frac{\frac{c_1^2}{a} r \sin \theta}{r^2 - 2 \frac{c_1^2}{a} r \cos \theta + (\frac{c_1^2}{a})^2} \\ & \dots (74) \end{aligned}$$

ここで、

$$\bar{P}\bar{B} = \sqrt{r^2 - 2 \frac{c_1^2}{a} r \cos \theta + (\frac{c_1^2}{a})^2} \quad \dots (75)$$

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_{1AO} & = - \int_0^{x-\lambda r} \frac{f_1(\xi) d\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2 - \lambda^2 r^2}} \\ & \simeq - \frac{U}{2\pi} S'_1(x) \ln \frac{2}{\lambda r} \\ & - \frac{U}{2\pi} \int_0^x S''_1(\xi) \ln(x-\xi) d\xi \quad \dots (76) \end{aligned}$$

$$\bar{\phi}_{1AOx} = - \frac{U}{2\pi} S'_1(x) \ln \frac{2}{\lambda r}$$

$$- \frac{U}{2\pi} \frac{d}{dx} \int_0^x S''_1(\xi) \ln(x-\xi) d\xi \quad \dots (77)$$

$$\bar{\phi}_{1AOOr} = \frac{U}{2\pi} \frac{S'_1(x)}{r} \quad \dots (78)$$

$$\bar{\phi}_{1AOA\theta} = 0 \quad \dots (79)$$

従って、領域  $\lambda a < x < L$  における  $c_1$  物体表面上の圧力係数  $C_P$  は途中の経過は省くが次式で与えられる。

$$\begin{aligned} C_P & = \frac{1}{\pi} S''_1(x) \ln \frac{2}{\lambda c_1} \\ & + \frac{1}{\pi} \frac{d}{dx} \int_0^x S'_1(\xi) \ln(x-\xi) d\xi \\ & - \left\{ \frac{S'_1(x)}{2\pi c_1} \right\}^2 + \frac{1}{\pi} S''_2(x) \ln \frac{2}{\lambda a \left( 1 - 2 \frac{c_1}{a} \cos \theta \right)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \frac{1}{\pi} \frac{d}{dx} \int_0^x S''_2(\xi) \ln(x-\xi) d\xi \\ & - \left\{ \frac{S'_2(x)}{\pi a} \right\}^2 \frac{\sin^2 \theta}{\left( 1 - 2 \frac{c_1}{a} \cos \theta + \frac{c_1^2}{a^2} \right)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{\pi} S_1''(x) \ln \left\{ \frac{1}{1 - \frac{c_1^2}{a^2}} \cdot \frac{1 - 2 \frac{c_1}{a} \cos \theta + \frac{c_1^2}{a^2}}{1 - 2 \frac{c_1}{OD} \cos \theta + \frac{c_1^2}{OD^2}} \right\} \\
& + \frac{\{S_1'(x)\}^2}{\pi a} \cdot \frac{\sin^2 \theta}{(1 - 2 \frac{c_1}{a} \cos \theta + \frac{c_1^2}{a^2})^2} \\
& - \frac{\{S_1'(x)\}^2}{\pi OD} \cdot \frac{\sin^2 \theta}{(1 - 2 \frac{c_1}{OD} \cos \theta + \frac{c_1^2}{OD^2})^2} \\
& + \frac{2}{\pi^2} \cdot \frac{S_1'(x) S_2'(x)}{a^2} \cdot \frac{\sin^2 \theta}{(1 - 2 \frac{c_1}{a} \cos \theta + \frac{c_1^2}{a^2})^2} \\
& - \frac{2}{\pi^2} \cdot \frac{S_1'(x) S_2'(x)}{a \cdot OD} \cdot \frac{1}{(1 - 2 \frac{c_1}{a} \cos \theta + \frac{c_1^2}{a^2})} \\
& \cdot \frac{\sin^2 \theta}{(1 - 2 \frac{c_1}{OD} \cos \theta + \frac{c_1^2}{OD^2})} \\
& + \frac{2}{\pi^2} \cdot \frac{\{S_1'(x)\}^2}{a \cdot OD} \cdot \frac{1}{(1 - 2 \frac{c_1}{a} \cos \theta + \frac{c_1^2}{a^2})} \\
& \cdot \frac{\sin^2 \theta}{(1 - 2 \frac{c_1}{OD} \cos \theta + \frac{c_1^2}{OD^2})} \\
\end{aligned} \quad \dots\dots\dots (80)$$

(80)式に於て、写像回数を増やしたことにより新たに生じた干渉成分は 7 項以下によるもので、これによる造波抵抗係数  $C_{Aw_2 c_1(c_2)}$  は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
C_{Aw_2 c_1(c_2)} &= \frac{1}{\pi S_{ref}} \int_{\lambda a}^L S_1'(x) \left[ S_1''(x) \ln \left( 1 - \frac{c_1^2}{a^2} \right) \right. \\
&\quad \left. - \frac{\{S_1'(x)\}^2}{2\pi a^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{c_1^2}{a^2}} - \frac{\{S_1'(x)\}^2}{2\pi OD^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{c_1^2}{OD^2}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{S_1'(x) S_2'(x)}{\pi a^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{c_1^2}{a^2}} - \frac{S_1'(x) S_2'(x)}{\pi a \cdot OD} \cdot \frac{1}{1 - \frac{c_1}{a} \cdot \frac{c_1}{OD}} \right]
\end{aligned}$$

$$+ \frac{\{S_1'(x)\}^2}{\pi a \cdot OD} \cdot \frac{1}{1 - \frac{c_1}{a} \cdot \frac{c_1}{OD}} \] dx \quad \dots\dots\dots (81)$$

ここで、

$$OD = a \left( 1 - \frac{c_1^2}{a^2} \right) \quad \dots\dots\dots (82)$$

実例として、頂角  $2\omega$ 、長さ  $L$  の 2 体の円錐が中心軸間距離  $a$  で主流と平行に並置された場合について適用する。円錐  $c_1$  に働く造波抵抗係数は次式で与えられる。

$$C_{Aw} = C_{Aw c_1} + C_{Aw_1 c_1(c_2)} + C_{Aw_2 c_1(c_2)} \quad \dots\dots\dots (83)$$

ここで、

$$C_{Aw c_1} = - \frac{2\pi c_B^2 \tan^2 \omega}{S_{ref}} \left( \ln \frac{\lambda \tan \omega}{2} + \frac{1}{2} \right) \quad \dots\dots\dots (84)$$

$$\begin{aligned}
C_{Aw_1 c_1(c_2)} &= \frac{2\pi c_B^2 \tan^2 \omega}{S_{ref}} \left\{ \ln \frac{2L}{\lambda a} - \frac{\lambda^2 a^2}{L^2} \ln 2 \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\lambda^2 a^2}{L^2} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{a^2}{c_B^3} \ln \left| \frac{1 - \frac{a^2}{c_B^2}}{\frac{\lambda^2 a^2}{L^2} - \frac{a^2}{c_B^2}} \right| \right\} \\
\end{aligned} \quad (\text{ただし}, \quad \lambda a < L) \quad \dots\dots\dots (85)$$

$$\begin{aligned}
C_{Aw_2 c_1(c_2)} &= \frac{2\pi c_B^2 \tan^2 \omega}{S_{ref}} \left[ - \ln \left( 1 - \frac{c_B^2}{a^2} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left( \frac{\lambda a}{L} \right)^2 \ln \left( 1 - \lambda^2 \tan^2 \omega \right) \right]
\end{aligned}$$

$$- \frac{a^2}{2c_B^2} \ln \left| \frac{1 - 3 \frac{a^2}{c_B^2} + \frac{a^4}{c_B^2}}{\left( \frac{\lambda a}{L} \right)^4 - 3 \cdot \frac{a^2}{c_B^2} \left( \frac{\lambda a}{L} \right)^2 + \frac{a^4}{c_B^2}} \right|$$

$$+ \frac{3}{2\sqrt{5}} \cdot \frac{a^2}{c_B^2} \ln \left| \frac{\left\{ 4 - (\sqrt{5} - 1)^2 \frac{a^2}{c_B^2} \right\} \left\{ \frac{4 \lambda^2 a^2}{L^2} \right\}}{\left\{ 4 - (\sqrt{5} + 1)^2 \frac{a^2}{c_B^2} \right\} \left\{ \frac{4 \lambda^2 a^2}{L^2} \right\}} \right|$$

$$\frac{-(\sqrt{5}+1)^2 \frac{a^2}{c_B^2}}{-(\sqrt{5}-1)^2 \frac{a^2}{c_B^2}} \Big|$$

$$( \text{ただし, } \lambda a < L ) \quad \dots \dots \dots \quad (86)$$

(84) 式が  $c_1$  物体単体での値であり、(85) 式は本節の前半で求めた写像を 1 回だけ行なって得られた干渉成分と同じものであり、(86) 式が写像回数を増やした事によって生じた干渉成分の値である。

ちなみに、 $20^\circ$ 円錐の場合のマッハ数1.5で $a/c_B = 2.5$ について、実際の数値を示すと、(84)式の $c_1$ 物体単体の値は0.1130、(85)式の写像1回だけの干渉成分値は0.0478、(86)式の写像回数を増やした事によって生じた干渉成分値は0.0032で、(86)式の値は(85)式の値のほぼ6.7%程度で小さく、(86)式によって推算精度が若干改善される程度である。

#### 4. 実験値と理論推算値との比較

前節に於て我々が導びいた理論推算式と我々が行なった実験との比較を試みる。

その前に、頂角  $20^\circ$ ,  $25^\circ$ ,  $30^\circ$  の円錐頭部の造波抵抗係数について、線型理論および錐状流理論<sup>1) 4)</sup>による推算値について図 6～図 8 に示した。錐状流理論による値は実験値と良く一致すると云われているが、図 6～図 8 をみると線型理論による推算値はこれより低目の値を与えることが分る。従って、線型

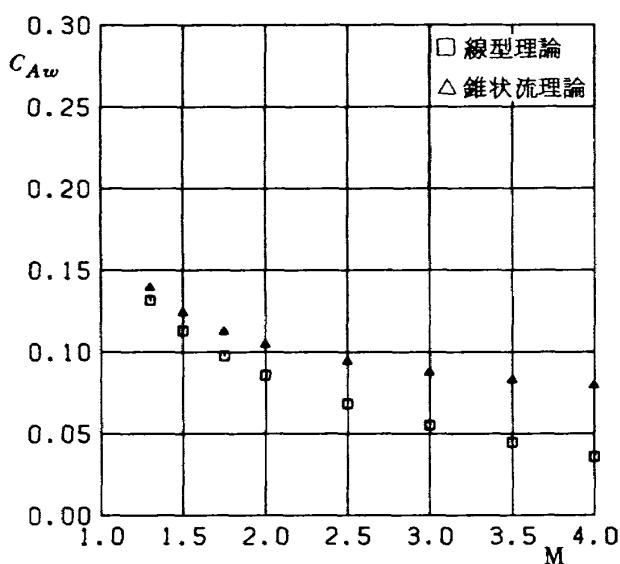


図 6 20° 円錐頭部の造波抵抗係数

理論を基に求めた今回の推算式による干渉力は低目になることが明らかなので、実験値との比較に於ては、物体が単体で存在する時の値で割った比として比較することによりその良否を判断する。

即ち、

$$\frac{C_{Aw} \text{ int}}{C_{AwC_1}} = K_1 + K_2 \quad \dots \dots \dots \quad (87)$$

ここに,  $K_1$  は (84) と (85) 式から,  $K_2$  は (84) と (86) 式からそれぞれ (88) と (89) 式の如く与えられる。

$$K_1 = \frac{C_{Aw_1} c_1(c_2)}{C_{Aw_1c_1}}$$

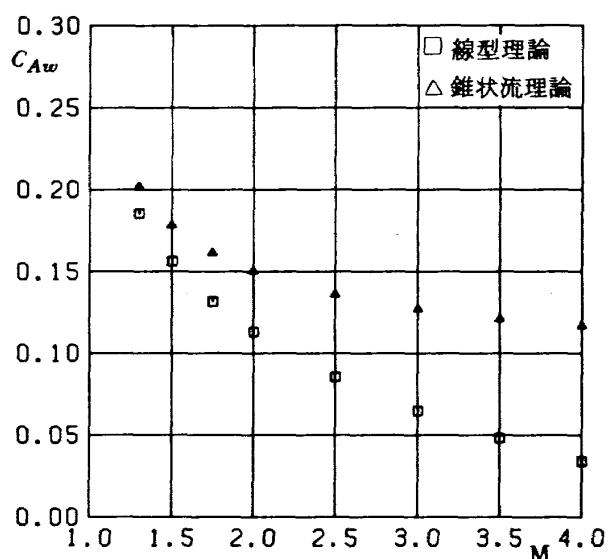


図7 25°円錐頭部の造波抵抗係数

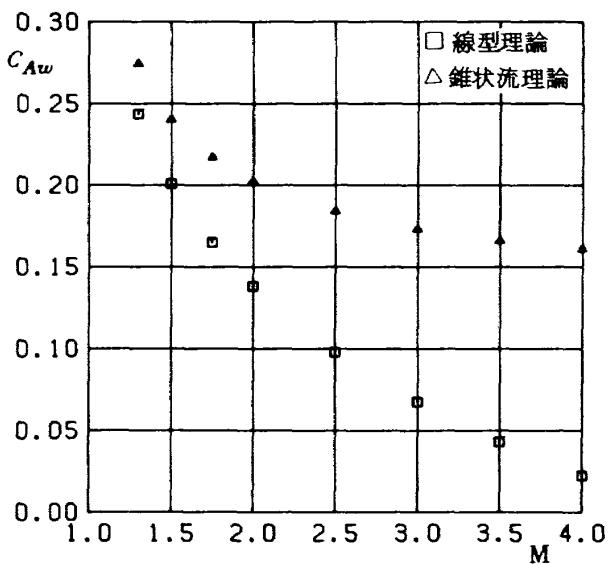


図 8 30° 円錐頭部の造波抵抗係数

$$\begin{aligned}
 &= - \left[ \ln \frac{2}{t \lambda \tan \omega} - (t \lambda \tan \omega)^2 \ln 2 \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} \left\{ 1 - (t \lambda \tan \omega)^2 \right\} \right. \\
 &\quad \left. + t^2 \ln \left| \frac{1 - t^2}{t^2 (\lambda^2 \tan^2 \omega - 1)} \right| \right] / \left( \ln \frac{\lambda \tan \omega}{2} + \frac{1}{2} \right) \\
 &\dots \dots \dots \quad (88)
 \end{aligned}$$

ここに、 $t = a/c_B$  である。

$$\begin{aligned}
K_2 &= \frac{C_{Aw_2} c_1(c_2)}{C_{Aw c_1}} \\
&= \left[ -\ln(1 - 1/t^2) + (t\lambda \tan\omega)^2 \ln(1 - \lambda^2 \tan^2\omega) \right. \\
&\quad - \frac{1}{2} t^2 \ln \left| \frac{1 - 3t^2 + t^4}{(t\lambda \tan\omega)^4 - 3t^4 \lambda^2 \tan^2\omega + t^4} \right| \\
&\quad + \frac{3t^2}{2\sqrt{5}} \ln \left| \frac{\{4 - (\sqrt{5}-1)^2 t^2\} \{4(t\lambda \tan\omega)^2\}}{\{4 - (\sqrt{5}-1)^2 t^2\} \{4(t\lambda \tan\omega)^2\}} \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{-(\sqrt{5}+1)^2 t^2\}}{-(\sqrt{5}-1)^2 t^2\}} \right| \right] / \left( \ln \frac{\lambda \tan\omega}{2} + \frac{1}{2} \right)
\end{aligned} \tag{89}$$

我々の行なった実験に於ては、頂角  $20^\circ, 25^\circ, 30^\circ$  の全長 240 mm の円錐—円筒物体を 2 体平行に並べ中心軸間距離を種々変えた時、表 1 に示す仕様をもつ外径 17 mm の 6 分力天秤にて 1 体の側のみについて空気力を測定した。

表 1 17 mm  $\phi$  6 分力天秤仕様

定格負荷	$FX$	20 kg
	$FY_1, FY_2$	40 kg
	$FZ_1, FZ_2$	40 kg
	$MX$	0.5 kg-m
定格出力	各分力共	約 $1000 \times 10^6$
直線性	± 1 % FS 以内	
ヒステリシス	± 1 % FS 以内	
許容過負荷	120 % FS	
零点の温度影響	± 0.01 % FS / °C	
干渉度	± 4 % FS 以内	

測定した軸力には造波抵抗、摩擦抵抗および底面抵抗が含まれるが、今回の比較の対象である造波抵抗をこの試験だけから分離することは出来ないので、2体を並置した時の干渉力については以下の手順で求めた。まず、実験時別途測定した底面部圧力より底面抵抗を求めそれを差し引いた前面抵抗を求める。次に、摩擦抵抗に関しては単体時と2体並置した場合とで差違がないと仮定し、2体並置した時の前面抵抗から単体での前面抵抗を引いた値が干渉力であるとする。この値を錐状流理論から求めた単体での造波抵抗の値で割った比を求め、これを今回導びいた推算式による値と比較した。

図9～図11が試験マッハ数1.5での円錐部頂角が $20^\circ$ ,  $25^\circ$ ,  $30^\circ$ の実験値と推算値との比較を示した図である。

図9の頂角 $20^\circ$ の場合は中心軸間距離がある程度

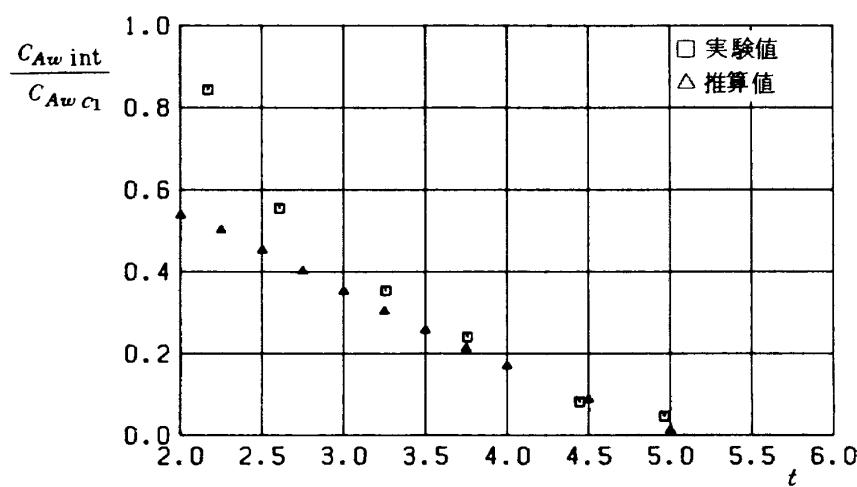


図9 20°円錐干渉値の実験値と推算値との比較(マッハ数1.5)

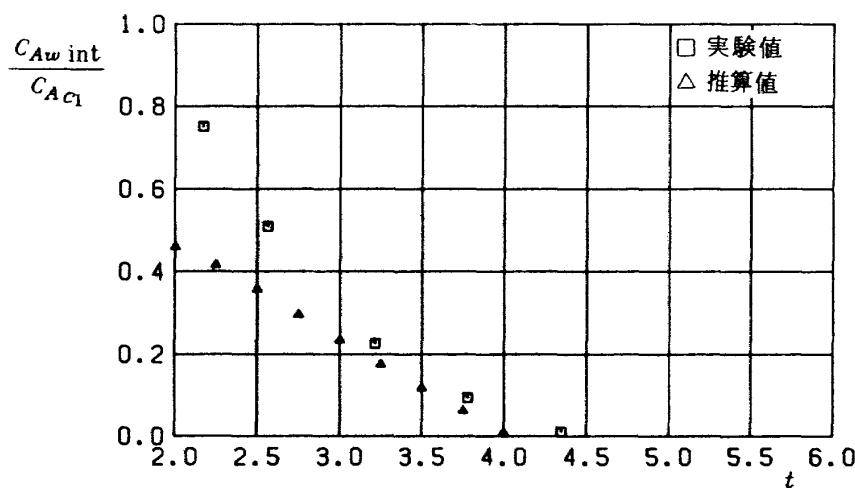


図10 25°円錐干渉値の実験値と推算値との比較（マッハ数1.5）

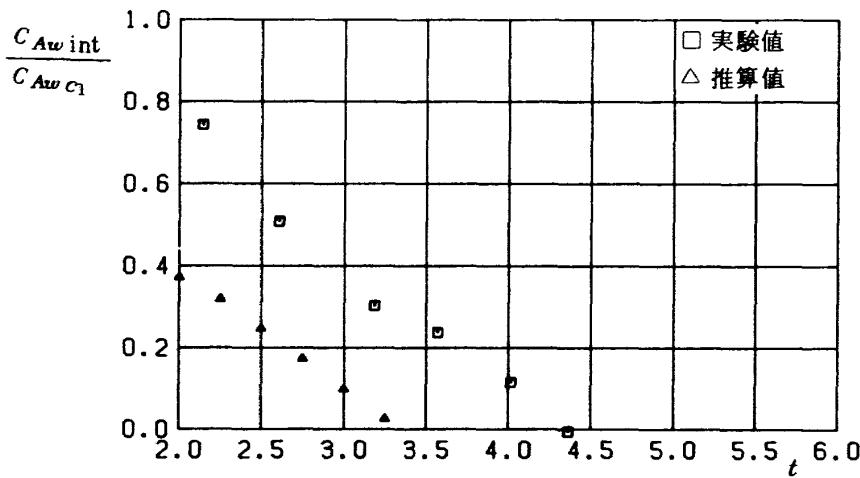


図11 30°円錐干渉値の実験値と推算値との比較（マッハ数1.5）

離れると実験値と推算値とはかなり一致している。

図10の頂角25°の場合も中心軸間距離がある程度離れると実験値と推算値は頂角20°の場合より劣るが、ある程度一致している。

図11の頂角30°の場合は推算値はかなり実験値よりは低目に出る。

図12～図14に頂角20°の場合で  $t = \frac{a}{c_B} = 2.15, 3.76, 4.96$  の時のシュリーレン写真を示した。図12と図13では物体先端から出た衝撃波が他方の物体の円錐部で反射し、その反射したものがもう一方の円錐部に当りさらに圧力上昇を起すため軸力は増加する。この様な場合は我々の導びいた推算式では表現されないので推算値は低目となる。図14にみられる場合は他方で反射した衝撃波が円錐-円筒の接合点いわゆる肩の後方の円筒部分で当っているので、図

12, 13にみられる様な軸力への影響を与えることがない、この様な時は実験値と推算値はかなり良く一致する。

図15～図17には頂角30°の場合で  $t = 2.15, 2.59, 3.57$  の時のシュリーレン写真を示した。写真で見られる如く模型先端から出た衝撃波が他方の模型表面で反射したもの同様で強く干渉し、かなりの圧力上昇を来たすので、頂角30°の場合は推算値はかなり低目となる。

以上から、今回導びいた推算式の適用範囲は物体先端から出た衝撃波が他方の物体表面で反射した後、もう一方の物体の肩以後で物体に当る領域が存在するマッハ数および中心軸間距離の組合せの時に限られる。また、推算式を導びくに当って積分範囲としてマッハ角が係わっているので、物体先端から出

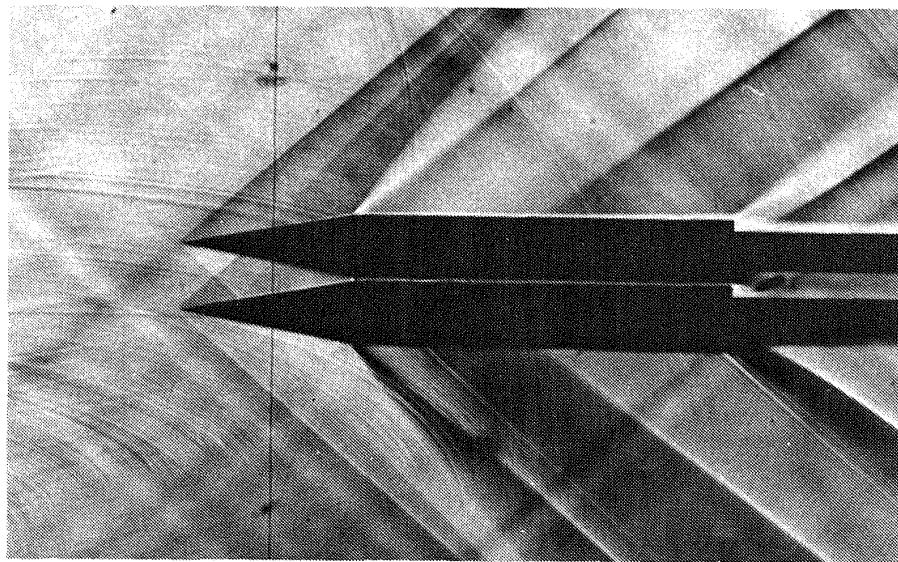


図12 20°円錐シュリーレン写真 ( $M=1.5, t=2.15$ )

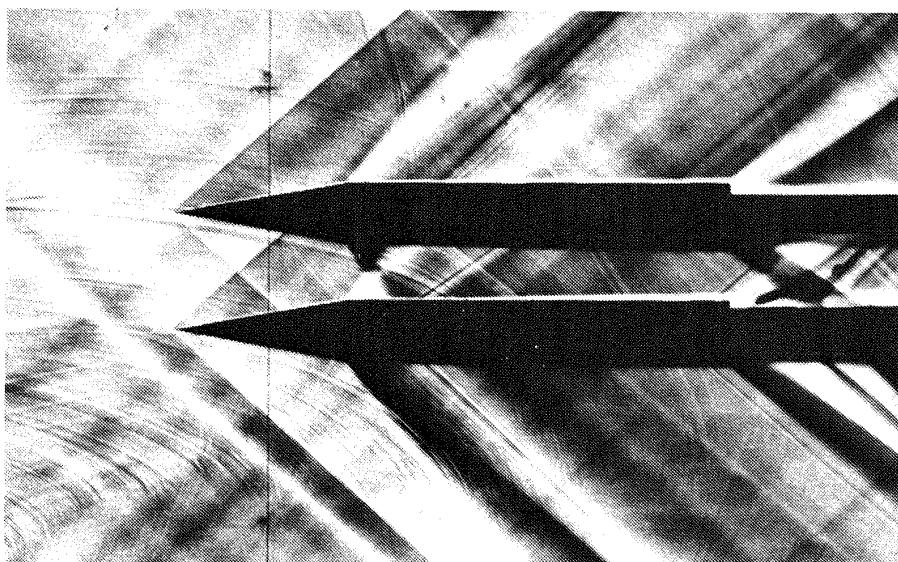


図13 20°円錐シュリーレン写真 ( $M=1.5, t=3.76$ )

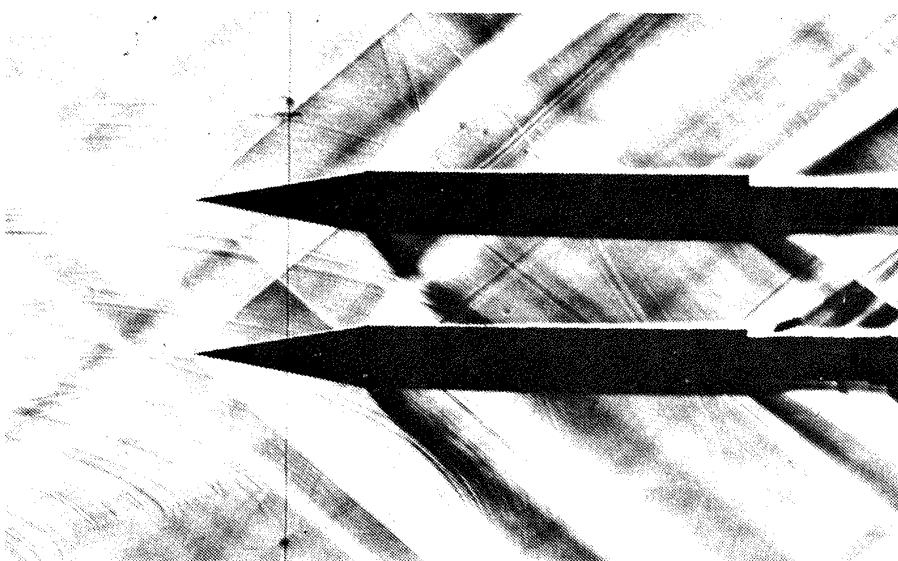
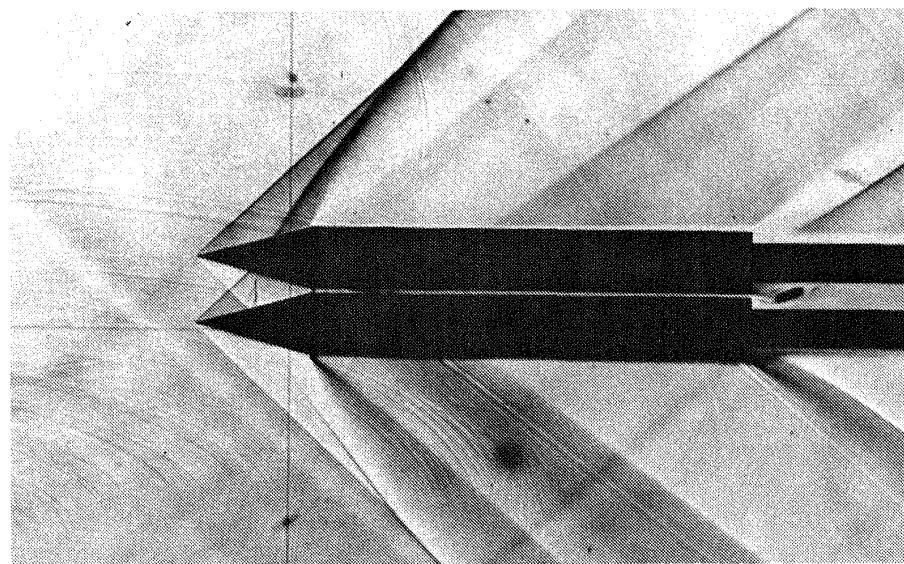
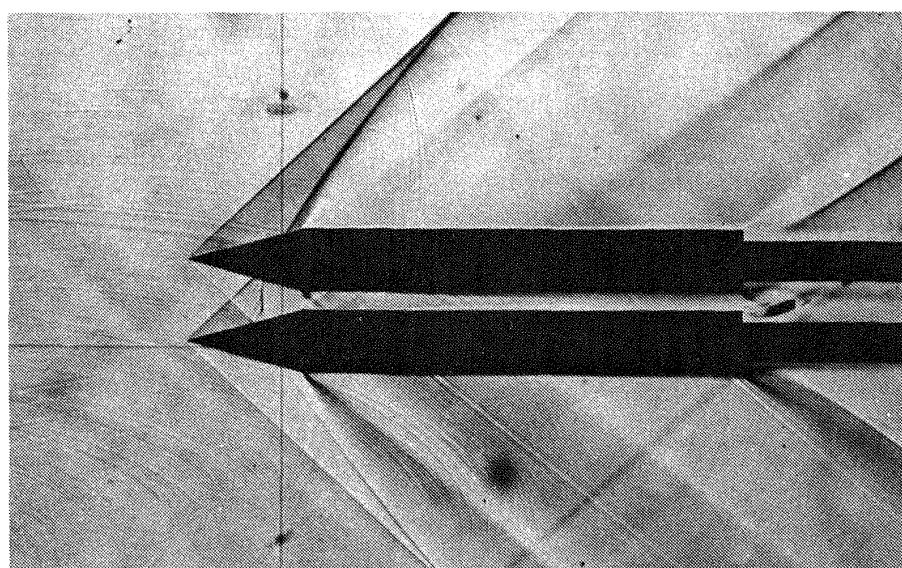
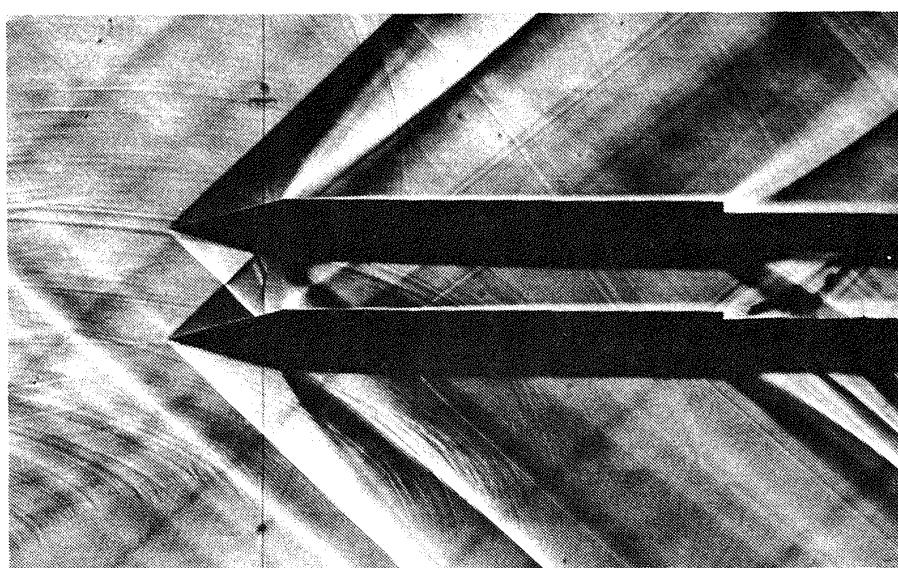


図14 20°円錐シュリーレン写真 ( $M=1.5, t=4.96$ )

図15 30°円錐シュリーレン写真 ( $M=1.5, t=2.15$ )図16 30°円錐シュリーレン写真 ( $M=1.5, t=2.59$ )図17 30°円錐シュリーレン写真 ( $M=1.5, t=3.57$ )

る衝撃波の角度がマッハ角と隔たりが大きすぎる<sup>\*</sup>と推算値から外れてくる。

従って、本理論の適用範囲は、マッハ数については 1.5 ~ 2.0 ぐらいで、円錐頂角が 25° 以下で中心軸間距離がある程度離れた領域に限られる。

## 5. まとめ

1. 先端の尖った細長い軸対称物体が 2 体主流に平行に置かれている時、その造波抵抗について干渉成分を求める推算式を線型理論を基に近似的に導びいた。
2. 線型理論による干渉成分の推算値は実験値に比べ低目となるが、単体での造波抵抗で除した比の形で比較すると、マッハ数、円錐頂角、中心軸間距離をパラメータとしてある領域ではかなり推算値と実験値は一致する。
3. 本推算式の適用範囲はマッハ数 1.5 ~ 2.0、頂

角 25° 以下、中心軸間距離は他方の物体の先端から出る衝撃波が円錐部分で高々一回だけ当る範囲内である。

4. 本方法は 2 物体以上の場合でも容易に拡張できる。

## 参考文献

- 1) 河村龍馬；高速空気力学、日刊工業新聞社、昭和33年12月
- 2) リープマン、ロシュコ；気体力学、物理学叢書 15、吉岡書店、1967年8月
- 3) 鬼頭史城；等角写像とその応用、オーム社、昭和52年12月
- 4) AMES RESEARCH STAFF；Equations, Tables, and charts for Compressible Flow, NACA Report 1135,

---

## 航空宇宙技術研究所報告751号

昭和58年1月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武藏野三鷹(0422)47-5911(大代表)~~〒~~182

印刷所 株式会社共進  
東京都杉並区久我山5-6-17

---