

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-775

## ストラップダウン方式を用いた慣性誘導システム

——搭載ソフトウェアシステムとその評価——

大坪 孔 治 ・ 小 口 美津夫

新 田 慶 治 ・ 森 英 彦

1983 年 8 月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

# ストラップダウン方式を用いた慣性誘導システム\*

——搭載ソフトウェアシステムとその評価——

大坪 孔 治\*\*    小 口 美津夫\*\*  
新田 慶 治\*\*    森     英 彦\*\*\*

## Strapdown Inertial Guidance System — Onboard Software and Its Evaluation —

By

Koji Otsubo, Mitsuo Oguchi  
Keiji Nitta, Hidehiko Mori

The inertial guidance system used in a satellite launching vehicle basically consists of an onboard guidance computer system and an inertial sensor unit which contains three accelerometers and three gyros.

It is necessary for an onboard guidance computer to have functions for computing current position, velocity and attitude of the vehicle, so called navigation computation using outputs from the inertial sensors, and also a function for computing the guidance command to guide the vehicle to an orbit injection point. These computations must be carried on in the real time. In order to satisfy these requirements, it is necessary to develop onboard guidance software which is not only processed in the real time but also has a high navigation accuracy.

In this paper a new algorithm for a strapdown inertial guidance system which satisfies the requirements is presented. A high accuracy flight trajectory analysis program for satellite launch vehicles was also developed for the purpose of evaluating the performance of the onboard guidance software and it is combined in the evaluation software system. A summary of the composition and functions of the evaluation system is presented. Evaluation results indicating the degree of navigation accuracy are also shown.

As evaluation parameters, processing cycle time of output data from inertial sensors and navigation computation cycle time are given in the ranges from 20 to 2000 milliseconds.

---

\* 昭和58年4月8日 受付

\*\* 宇宙研究グループ

\*\*\* 現在 宇宙開発事業団

Simulation results show that a cycle time of less than 100 milliseconds must be chosen for the sensor data processing cycle and of less than 1000 milliseconds for the navigation computation cycle to keep navigation errors within 1 m/s in velocity and 1 km in altitude.

Evaluation results for the accuracy of a closed loop guidance algorithm derived from the optimum control law are also shown.

To establish the real time processing, many algorithms of the onboard guidance software are simplified, and the effects of those simplified algorithms on navigation accuracy are also shown.

## 1. まえがき

人工衛星打上げ用ロケットに用いられる慣性誘導システムは機体 3 軸のそれぞれ回転運動、併進運動を検出するジャイロ及び加速度計を要素とする慣性センササブシステムと搭載誘導計算機サブシステムとによって構成される。これらはすべて自立搭載型なので、電波誘導方式で用いられる地上誘導指令局が不要となり、打上げコスト及び保守費が安く済む他、搭載ソフトウェアの一部変更によって、各種ミッションに対処可能等の優れた特長を持っている。この反面、高精度の誘導性能を発揮するためには高精度、高信頼性の慣性センサシステムと、小型高信頼性及び低電力消費型で高速演算処理機能を持つ搭載誘導計算機及び高精度で処理効率の高い搭載ソフトウェアの開発が必要である。

この慣性誘導システムは用いる慣性センサの方式によって、ステーブルプラットフォーム方式とストラップダウン方式とに大別される。前者は 3 又は 4 個のジンバル機構によって支持され、かつ、ある設定された慣性空間に対し、つねに一定姿勢を保持する様制御される安定台上に加速度計を取付け、この慣性空間に対するロケットの相対運動を検出する方式で、その動作原理及び数学モデルを用いた特性評価ソフトウェアシステムについてはすでに報告した。<sup>1)</sup> この方式は航空機や船の姿勢検出装置として、各国で古くから使用されて来たため、その技術開発はかなり進んでおり、宇宙用としても欧米諸国でかなりの実績がある。一方、ストラップダウン方式とは、相直交する機体軸にジャイロ、加速度計を取付け、機体各軸の回転及び併進運動を直接検出する方式で、

使用される加速度計はステーブルプラットフォーム方式と大差ないが、ジャイロはその特性が大きく異なる。ステーブルプラットフォーム方式に用いられるジャイロは機体の回転によって発生するステーブルプラットフォームの回転を素早く検出し、ジンバル駆動用サーボモータにフィードバックトルクを与え、テーブルの回転を抑える働きをする。この場合、プラットフォームに対する機体の回転角の計測はジャイロではなく、プラットフォームのレゾルバによってなされる。このため、ジャイロが応答すべき入力是非常に小さな値になるため、この種のジャイロに要求される最大入力の仕様は一般的にみて 1 deg/sec 程度で充分と言われている。

一方、ストラップダウン方式に用いられるジャイロには機体軸の回転運動が直接伝わるため、非常に大きな入力に対する応答特性が要求され、ロケット用としては最大許容入力として 16 deg/sec 以上のものが我々の評価結果からも必要であると考えられる。<sup>2)</sup>

IMU (Inertial Measurement Unit) として両者を考えた場合、プラットフォーム方式はジンバル機構やその制御回路等が必要のため構造が複雑となり、重量が増加する他、消費電力も多くなる。これに対し、ストラップダウン方式は IMU パッケージの構成要素として基本的にはジャイロと加速度計のみであるため構成が簡単となり、保守が容易で、ステーブルプラットフォーム方式に較べて信頼性の面で優れている他、小型軽量という特長をもち、ロケットの誘導のみならず、衛星の軌道制御や回収等のミッションにも適用できる等、幅広い応用面が考えられるシステムである。

以上は IMU の構成という面から両方式の特徴を

述べてみたが、搭載誘導計算機で処理される搭載ソフトウェアの面から比較してみると、ステープルプラットフォーム方式では常に慣性空間に固定された形でロケットの加速度が計測されるので、機体軸の回転運動と併進運動が分離して取扱える。これに対し、ストラップダウン方式では加速度計を直接機体軸に添って取付けているために、機体軸が回転していると加速度計の検出する加速度は時々刻々方向が変っていく事になり、そのままスカラー量的に積分し、加算して速度成分を求めるわけにはいかない。このため、できるだけ早い周期でロケットの回転角を算出し、初期に設定した慣性空間と現時点での機体軸方向との関係、すなわち、座標変換行列を求め、これを用いて時々刻々測定されるロケットの速度増分を慣性座標系成分に変換し、ここで加算して速度成分を求める方法を用いなければならない。従って、航法計算精度を維持するためには IMU 出力データを非常に高速で処理するか又は、低速処理でも精度が低下しない様なアルゴリズムの工夫が必要であり、この点がステープルプラットフォーム方式に較べ誘導計算機に対する負担の重い問題と言われているところである。我々はこの問題の1つの解決策として、機体軸回転によって発生する誤差分を補償するアルゴリズム<sup>3)</sup>を工夫し、これによって座標変換行列の計算サイクルを遅くする事を可能とした。

本研究におけるストラップダウン搭載ソフトウェアの処理方式は IMU 出力データを取込み、各種誤差補正を行って座標変換行列用のオイラーパラメータを算出する迄のセンサデータ処理サイクル ( $dt_S$  サイクル)、オイラーパラメータと加速度増分を用いて座標変換行列とロケットの位置、速度を算出する航法計算サイクル ( $dt_N$  サイクル) 及び、閉ループの最適誘導指令角の計算を行なう誘導計算サイクル ( $dt_G$  サイクル) の3段階の処理レベルによって基本的には構成されている。処理の優先順位は高い方から言えば、 $dt_S$  サイクル、 $dt_N$  サイクル、 $dt_G$  サイクルの順となっており、これらの各サイクルタイムの最適な組合せは用いる誘導計算機の処理能力と航法誘導精度に対する要求との兼ね合いで選択されることになる。

本報告ではストラップダウン慣性誘導システムを

確立するために研究開発した搭載ソフトウェアのアルゴリズムの構成および上述のサイクルタイムや、アルゴリズムの簡易化が航法誘導計算精度に及ぼす影響に関する評価結果等について報告する。又、搭載ソフトウェアの記述のためには、その評価プログラムシステムについての知識が必要なので、その全体構成および関連部分についてのみ概要を記した。評価用軌道データとしては出来るだけ実際のものに即してという意味で、宇宙開発事業団のNロケットの飛ばし軌道解析用参考軌道データを使用させて頂いた。

## 2. 記号

- $\mathbf{a}_{N0}$  : 1サイクル前の加速度 (m/s<sup>2</sup>)
- $\mathbf{a}_{N1}$  : 現時点での加速度 (m/s<sup>2</sup>)
- A, B, C, D : 重力ポテンシャルに関するパラメータ
- E : 単位行列
- $\mathbf{F}$  : 推力 (kg)
- $\bar{g}_f$  : 平均化重力加速度 (m/s<sup>2</sup>)
- $(g_{fx}, g_{fy}, g_{fz})$  : 誘導座標系での重力加速度 (m/s<sup>2</sup>)
- $g_{fT}$  : 誘導目標点における重力加速度 (m/s<sup>2</sup>)
- $\mathbf{g}_N$  : 航法座標系表示の重力加速度 (m/s<sup>2</sup>)
- $g_0$  : 赤道上平均重力加速度 (=9.7982414 " )
- $\mathbf{H}(H_R, H_p, H_Y)$  : 誘導指令角 (ロール, ピッチ, ヨー) (rad)
- $i$  : 目標衛星軌道傾斜角 (deg)
- $J$  : 最適制御における評価関数
- $J_2$  : 重力摂動係数 (=1.08219×10<sup>-3</sup>)
- $J_2^2$  : " (=−1.535×10<sup>-6</sup>)
- $K_1$  : 姿勢制御システムにおけるフィードバックゲイン
- $K_2$  : 姿勢制御システムにおけるレートフィードバックゲイン
- $m$  : ロケットの現時点での質量 (kg)
- $m_0$  : ロケットの初期質量 (kg)
- $\dot{m}$  : 燃料噴射率 (kg/s)
- $Q_{L, L-1}$  : 座標変換行列  $T_{BN}$  に関するパラメータ
- $R, R_S$  : 地心からロケット重心までの距離 (m)
- $\mathbf{R}_{N0}$  : 航法座標系表示の地心からロケット重心までの距離の初期値 (m)
- $R_0$  : 平均地球半径 (m)

|   |  |
|---|--|
| $R_2$ : 重力計算用パラメータ ( $= (R_0/R)^2$ )                      | $U$ : 重力ポテンシャル   |
| $S(S_R, S_P, S_Y)$ : 操舵量 (ロール, ピッチ, ヨー)<br>(rad)          | $V_B$ : 機体軸座標系表示の速度 (m/s)  |
| $\mathbf{s}_{B(t)}$ : 時刻 $t$ での加速度計 3 軸分の出力 (m/s)         | $V_{ET}$ : 地面軸座標系で表示された軌道投入点における誘導目標速度 (m/s)                         |
| $T, T_e$ : 推力カットオフ時間 (s)                                  | $V_{GT}$ : 誘導座標系で表示された誘導目標速度 (m/s)                                   |
| $T'_e$ : $T_e$ の第 0 次近似 (s)                               | $V_{ex}$ : 燃料噴射速度 $= F/\dot{m}$ (m/s)                                |
| $T_{end}$ : 推力カットオフ時刻 (s)                                 | $v_L$ : 慣性系に対する射点の地球自転による回転速度 (m/s)                                  |
| $T_B$ : 機体座標系表示の推力及び空気力 (kg)                              | $V_N$ : 航法座標系で表示されたロケットの速度 (m/s)                                     |
| $T_N$ : 航法座標系表示の推力及び空気力 (kg)                              | $V_{NE}$ : オイラーパラメータ法を用いて求めたロケットの速度 (m/s)                            |
| $T_{TG}$ : 終端誘導時間 (sec)                                   | $V_{BR}$ : 機体軸座標系で表示された RMAP 内で求められる速度 (m/s)                         |
| $\Delta t_f$ : ロケットのダイナミクスを解くサイクル (s)                     | $\dot{V}_B, \dot{V}_N$ : 機体軸及び慣性座標系でそれぞれ観測される加速度 (m/s <sup>2</sup> ) |
| $\Delta t_G$ : 誘導計算サイクル (s)                               | $\Delta V_B$ : $\Delta t_S$ 間の加速度計出力 (m/s)                           |
| $\Delta t_N$ : 航法計算サイクル (s)                               | $\Delta V_f$ : 必要増速分 (m/s)   |
| $\Delta t_S$ : IMU データ処理サイクル (s)                          | $\delta V$ : 必要増速分の大きさ (m/s)   |
| $\Delta t_{SS}$ : 姿勢制御系計算サイクル                             | $\Delta V_\tau$ : 推力による速度増分の大きさ (m/s)                                |
| $\delta T$ : 推力カットオフ時間近似値 $T'_e$ の修正値                     | $\Delta V_N$ : 航法座標系で表示された $\Delta t_N$ 間の速度増分 (m/s)                 |
| $T_{CN}$ : 航法座標系から慣性基準座標系への変換行列                           | $\Delta V_{NE}$ : オイラーパラメータ法を用いて求めた速度増分 (m/s)                        |
| $T_{EB}$ : 機体軸座標系から地面軸座標系への変換行列                           | $\Delta V_{NR}$ : RMAP 内で求められる $\Delta t_N$ 間の速度増分の航法座標系表示 (m/s)     |
| $T_{EB0}$ : $T_{EB}$ の初期値                                 | $\mathbf{x}_B$ : 機体軸座標系単位ベクトル  |
| $T_{EG}$ : 誘導座標系から地面軸座標系への変換行列                            | $\mathbf{x}_N$ : 航法座標系単位ベクトル   |
| $T_{GN}$ : 航法座標系から誘導座標系への変換行列                             | $\mathbf{x}_{CB}$ : 機体軸座標系において誘導方向を示す単位ベクトル                          |
| $\tilde{T}_{GN}$ : $T_{GN}$ の転置行列                         | $\mathbf{x}_{CG}$ : 誘導座標系において誘導方向を示す単位ベクトル                           |
| $T_{GET}$ : 地面軸座標系から誘導座標系への変換行列                           | $\ddot{x}_f, \ddot{y}_f, \ddot{z}_f$ : 誘導座標系表示の状態変数 2 階微分値           |
| $T_{LB0}$ : 時刻ゼロにおける機体軸座標系から射点座標系への変換行列の初期値               | $\alpha$ : ピッチ誘導指令角 (rad)  |
| $T_{LE0}$ : 地面軸座標系から射点座標系への変換行列の初期値                       | $\alpha_0$ : 最適ピッチ誘導指令角 (rad)  |
| $T_{NL}$ : 射点座標系から航法座標系への変換行列                             | $\mathbf{a}_N$ : 航法座標系表示の重力以外の外部力による加速度 (m/s <sup>2</sup> )          |
| $T_{NB}$ : 機体軸座標系から航法座標系への変換行列                            | $\Delta \alpha$ : 位置制御用ピッチ修正角 (rad)                                  |
| $T_{NB0}$ : $T_{NB}$ の初期値                                 | $\beta$ : ヨー誘導指令角 (rad)  |
| $\tilde{T}_{NB}$ : $T_{NB}$ の転置行列                         |  |
| $T_{NBE}$ : 高精度軌道計算プログラム (RMAP) 内で作られる機体軸系から航法系への基準座標変換行列 |  |
| $(t_{11}, t_{22}, t_{33})$ : $T_{NB0}$ の対角成分              |  |

- $\beta_0$  : 最適ヨー誘導指令角 (rad)  
 $\Delta\beta$  : 位置制御用ヨー修正角 (rad)  
 $\gamma_L$  : 射点座標系原点を含む子午線の北から測った  $x_L$  軸方向の角度 (deg)  
 $\gamma_N$  : 航法座標系原点を含む子午線の北から測った  $x_N$  軸方向の角度 (deg)  
 $\theta_B$  : 誘導指令角  $H$  が更新された時点から計測される機体の姿勢角 (rad)  
 $\Delta\theta$  :  $\Delta t$  秒間の角度増分 (rad)  
 $\Delta\theta_B(T+(L-1)\Delta t_S)$  : 時刻  $\{T+(L-1)\Delta t_S\}$  における積分ジャイロ出力で構成される行列  
 $\theta_{BP}$  : プログラムピッチ指令角 (deg)  
 $\theta_{BR}$  : プログラムロール指令角 (deg)  
 $\theta_{BY}$  : プログラムヨー指令角 (deg)  
 $\lambda$  : 地表面に対する機体の経度 (deg)  
 $\lambda_f$  : 軌道投入点の経度 (deg)  
 $\lambda_L$  : 射点の経度 (deg)  
 $\nu$  : 地表面に対する機体の緯度 (deg)  
 $\nu_L$  : 射点の緯度 (deg)  
 $\nu_{LN} := \gamma_N - \gamma_L$  (deg)  
 $\nu_0$  : 航法座標系原点の緯度 (deg)  
 $\nu_f$  : 軌道投入点の緯度 (deg)  
 $\rho(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4)$  : オイラーパラメータ  
 $\rho_0$  : 1 サイクル前のオイラーパラメータ  
 $\sigma_g$  : 地面軸座標系と誘導座標系の各  $\alpha$  軸がなす角 (deg)  
 $\tau := m_0 / \dot{m}$   
 $(\varphi_0, \theta_0, \phi_0)$  : 地面軸座標系と機体軸座標系のなすオイラー角の初期値 (deg)  
 $\omega_B$  : 機体の回転角速度 (rad/s)  
 $\omega_0$  : 地球の自転角速度 (deg/s)  
 $\Omega_B$  :  $\omega$  の成分によって構成される行列

### 3. 評価シミュレーションシステム

#### 3.1 評価プログラムシステムの構成と機能

ロケットの慣性誘導システムは図1に示す様にロケットの回転運動と並進運動をそれぞれジャイロ及び加速度計で検出し、その情報を搭載誘導計算機で処理して現在位置、速度を算出し、衛星の軌道投入点での条件とこの現在の状態とを比較して、必要な操舵信号を作成し、ジンバルエンジン舵角を自動的

に制御してロケットを飛ばせようさせるシステムである。

誘導計算機はロケット内に搭載されるため、可能な限りの小型軽量化と省電力型が要求される。このため、計算機の記憶容量、演算処理能力等の機能面でかなり大きな制限を受ける事になるが、その中で、誘導精度面からの要求を満足するために高速のリアルタイム処理を行なわなければならない。従って、搭載ソフトウェアは高い航法誘導計算精度を維持しつつ出来るだけ簡易なアルゴリズム化を目指す事が必要である。

この様な要求仕様を満す搭載ソフトウェアを開発するために、ロケットの飛ばし状態、IMU装置の動作及び誘導計算機の機能等を模擬するシミュレーションソフトウェアシステムを開発し、これに搭載ソフトウェアを組み込む事によって、大型計算機による評価シミュレーションが行なえるシステムを作成した。この方法によって、搭載ソフトウェアのアルゴリズムの評価及び改良を進めた。

この大型計算機を用いた総合評価シミュレーションシステムの詳細については、IMUや誘導計算機の接続機能等とも合わせて別途報告する予定であり、ここでは搭載ソフトウェアの評価方法の記述上必要な関連部分についてのみ、その基本的構成及び機能の概要を述べることにする。

搭載ソフトウェアを評価するためのストラップダウン慣性誘導システム評価プログラム SDIGS (Strap Down Inertial Guidance System) は、図2に示す様にロケットの3次元6自由度運動を模擬するサブプログラム RMAP (Rocket Mission Analysis Program)<sup>4)</sup>、ロケットの姿勢制御システム動作プログラム ACM (Attitude Control Module)、ストラップダウン方式のIMUセンサの動作を模擬するサブプログラム IMUSD (IMU Sensor Dynamics)<sup>5)</sup> 及び搭載ソフトウェア OBS (Onboard Software) の4大サブプログラムと各サブプログラム間のデータ転送や飛ばしモードの切換え、各イベント(ロケットのエンジン点火や初段切離し等の動作)の処理等を管理するメインプログラムによって構成され、その規模はFORTRAN言語で約12,000ステップとなっている。当所の旧大型計算機(F-230-75)で

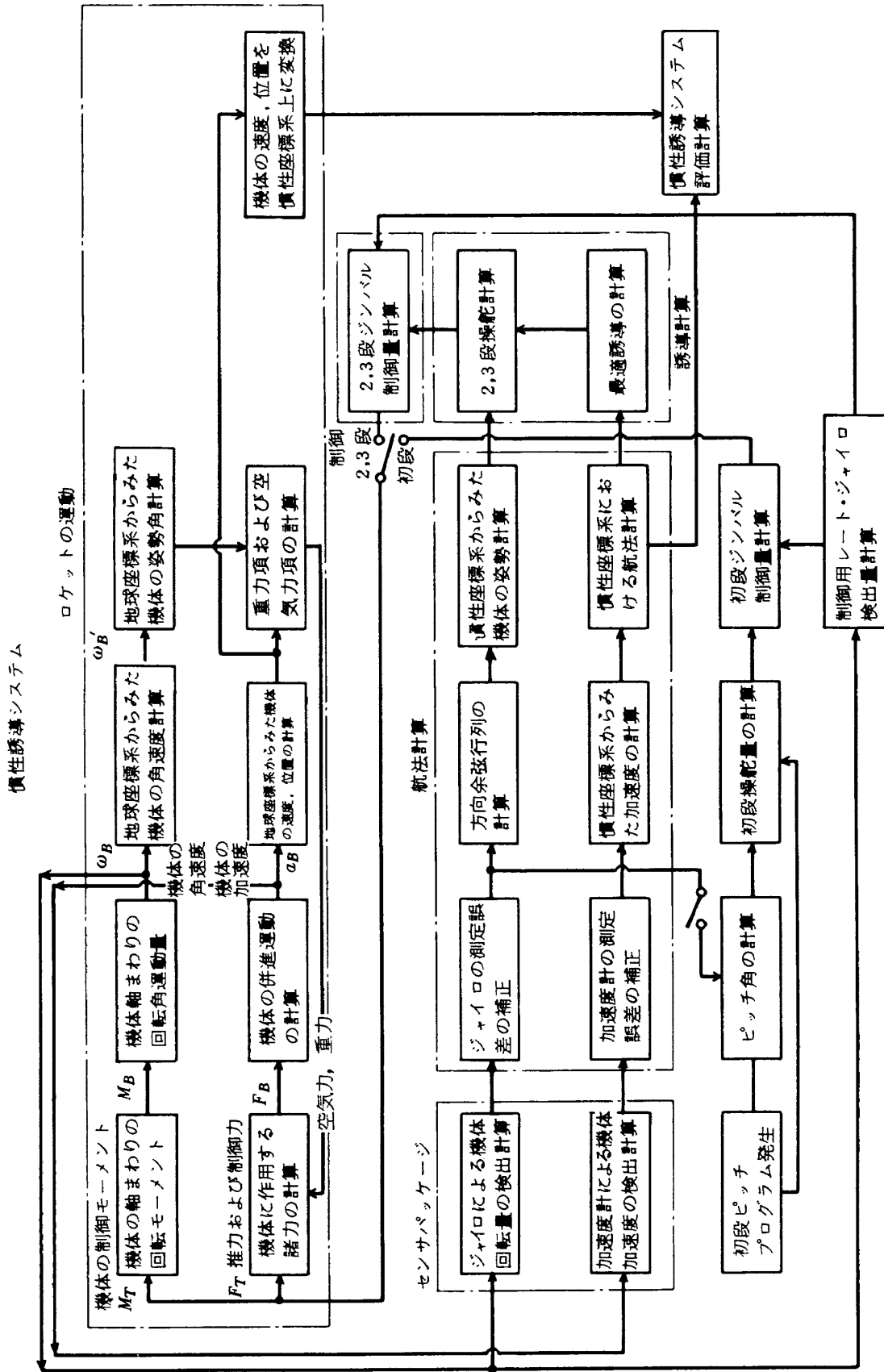


図1 ロケットの慣性誘導システム評価システムの構成

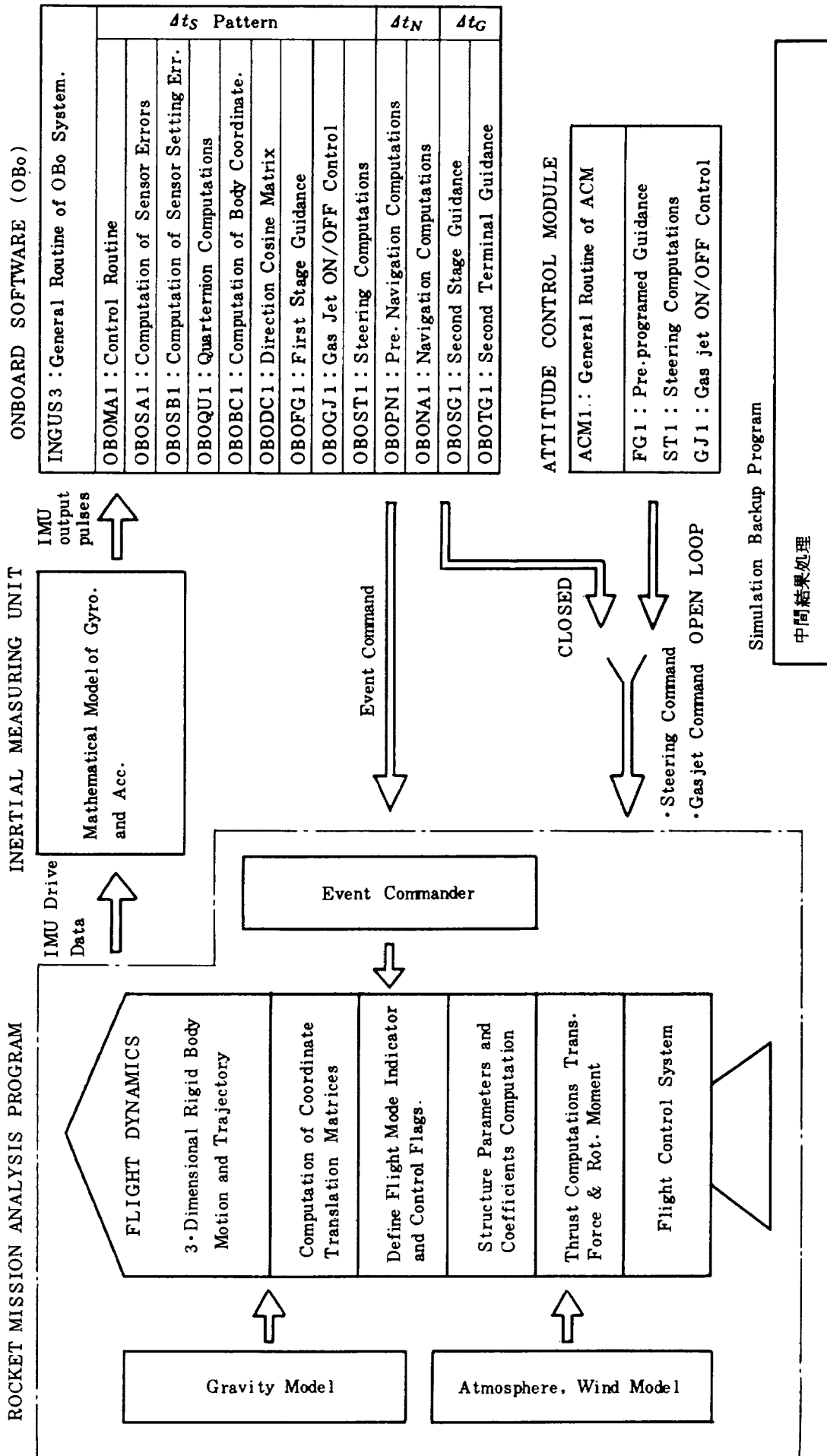


図2 ストラップダウン慣性誘導システム評価プログラムプログラムの構成



の処理時間は最っとも厳しい計算サイクルにあたる  $\Delta t_S = 20\text{ms}$ ,  $\Delta t_N = 100\text{ms}$ ,  $\Delta t_G = 500\text{ms}$  及び RMAP の 1 サイクルの数値積分間隔  $\Delta t_f = 10\text{ms}$  の設定において, CPU タイムで実時間の約 1.1 倍程度で処理する効率的なプログラムシステムである。又, 使用記録領域は出力データのプーリング領域も含めて約 120 k ワードである。これら各サブプログラムの基本的な論理構成要素と処理の流れの概要を示せば図 3 のようになる。即ち, 打上げ時刻 ( $t = 0$ ) を設定すると, 推力データテーブルの参照値と初期姿勢信号によってロケットの並進運動と回転運動が解かれ, 加速度と回転角速度が IMUSD ルーチンへ入力値として与えられる。IMUSD ルーチンはこれを受けて IMU ダイナミクスを解き, 出力パルス数及びフィードバックトルクを算出し, 出力軸の制御を行なう。この計算は IMU のデジタルリバランス回路のフィードバックパルス発生サイクル (4~12.8 kHz) 毎に各 6 チャンネル分行なわれる。従って, 誘導計算機によるデータ取込みサイクルが 20 ms ( $\Delta t_S = 20\text{ms}$ ) の場合, 航技研の機器研究室で開発した加速度計等<sup>6)</sup>を参考にして 6.4 kHz を想定すると, この間に IMU ダイナミクスは合計 768 回計算され, その結果が誘導計算機へ 1 ブロック分のデータとして転送される。その後, 誘導計算機に組込れる搭載ソフトウェアによる処理が行なわれ, その出力としての操舵信号が ACM へ送られる。次に ACM の出力としてエンジン舵角が RMAP へ送られ, 全体として閉ループの計算が進められていく。なお, 搭載ソフトウェアから発される各種イベント処理信号は直接 RMAP へ転送され, ロケットの各飛しょうフェーズに対応した処理が行なわれる。

### 3.2 搭載ソフトウェアシステムの構成と機能

誘導計算機は読み込んだセンサデータに基づいて, 搭載ソフトウェアのうち, IMU の誤差補正 (OBOSA1, OBOSB1 ルーチン), 機体軸回転補正 (OBOBC1 ルーチン), 座標変換行列用オイラパラメータ (OBOQU1 ルーチン) の処理を行なう。この他, 初段の誘導に関する処理, ガスジェットシステムの操作に関する処理及びメインエンジン, バーニヤエンジンの操舵計算も合せ行なわれる。これらの処理を,  $\Delta t_S$  サイクルの処理と呼んでいる。ロケットの

姿勢制御システム関係の計算はこの様な早いサイクルで行なわないと, ロケットの姿勢が不安定になると共に誘導精度が悪化する。これら,  $\Delta t_S$  サイクルの処理の数回に 1 回の割合で, ロケットの位置, 速度等に関する計算いわゆる航法計算がなされる。これを,  $\Delta t_N$  サイクルの処理と呼んでいる。さらに軌道投入条件を満足させるための最適誘導計算を  $\Delta t_G$  サイクルの数回に 1 回の割合で行なう。これを  $\Delta t_G$  サイクルの処理と呼んでおり, 誘導計算機内で行なわれるこれらの処理とロケットのダイナミクスを解くタイミングとの関係を模式的に示すと図 4, 図 5 のようになる。この様に処理に多様性があるのは, 一般の大型ロケットでは初段燃焼, 2 段燃焼及び慣性飛行 (コースティング) 等の飛しょうフェーズがあり, 誘導計算機で処理する内容がこの各フェーズで異なるためである。図 4 は打上げの初期条件の処理とデータ転送タイミングの一例を示したものである。この図において, 最上段はロケットのダイナミクス及び IMU 数学モデルを解く部分であり, 下 2 段の処理が搭載ソフトウェア部分で, この内の上段部分が  $\Delta t_S$  サイクル, 下段が  $\Delta t_N$  サイクルの処理 ( $\Delta t_S$  4 回に  $\Delta t_N$  1 回の割合) を示しており, 最下段に示された実時間との処理の対応として表わされている。即ち, まず時刻  $t = 0$  で, IMU から初期値 0 が搭載ソフトウェアに入力される。これを受けて搭載ソフトウェア側から初期設定されていた 0 の操舵信号がダイナミクス側に渡され, これによってダイナミクスが駆動され,  $t = 0 \sim \Delta t_S$  ms 間のロケットの運動が求められる。一方, 搭載ソフトウェア側では,  $0 \sim \Delta t_S$  ms 間の時間を利用して IMU からの 0 入力を用いて, 前述の  $\Delta t_S$  サイクルの計算及び, 次のタイミングで出力すべき操舵信号量を求める。当然第 1 回目のこれらの出力値はすべて 0 であり, これが第 1 回目の航法計算のための初期値となり,  $\Delta t_S$  サイクルの処理が終了するとただちにこの航法計算が行なわれる。ただし, 第 1 回目の航法計算では初期値の設定のみを行ない, 実際の処理はスキップしている。大型計算機のみによるシミュレーション評価時においては, 航法計算ルーチンが起動されると, そのルーチンの処理が完了してから, 次の  $\Delta t_S$  サイクルのルーチンが起動される方式を用いているが,

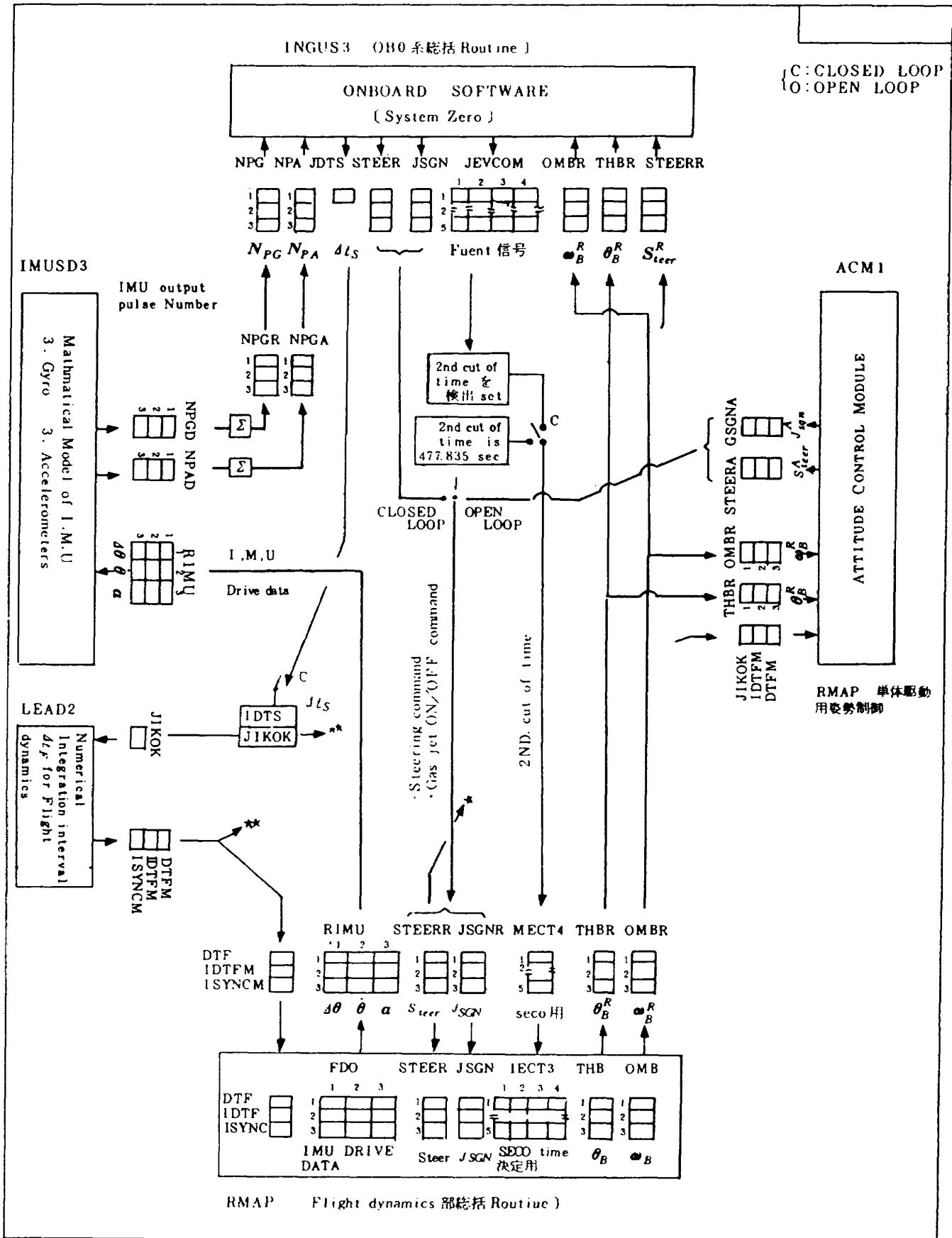


図3 ストラップダウン慣性誘導システムにおけるデータの流れ

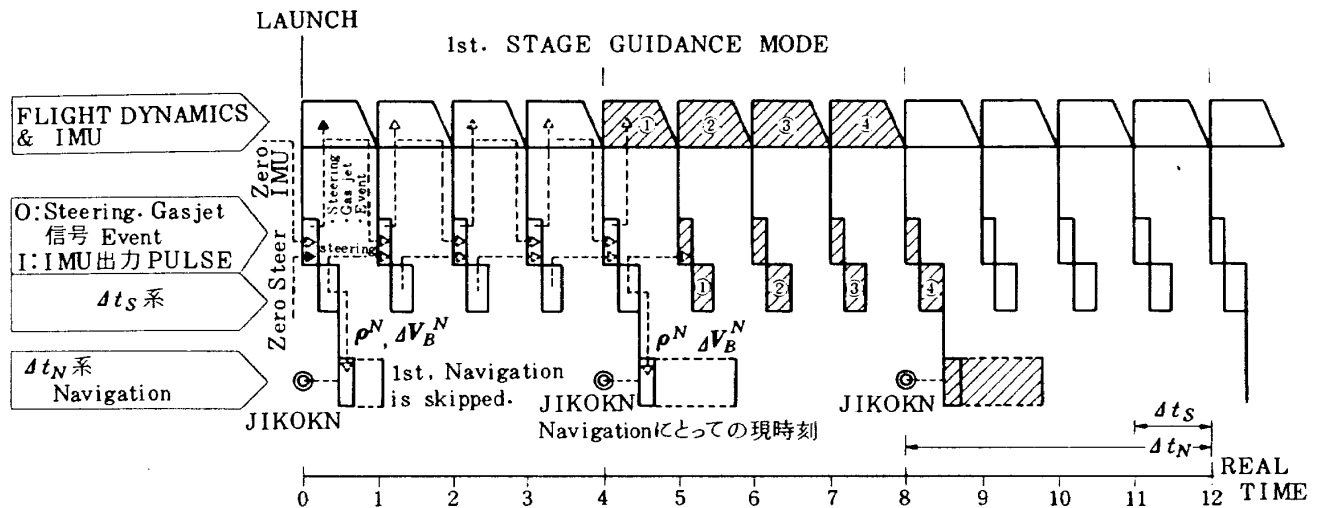


図 4 誘導計算機内で行なわれる処理の概念図 (初段誘導モード)

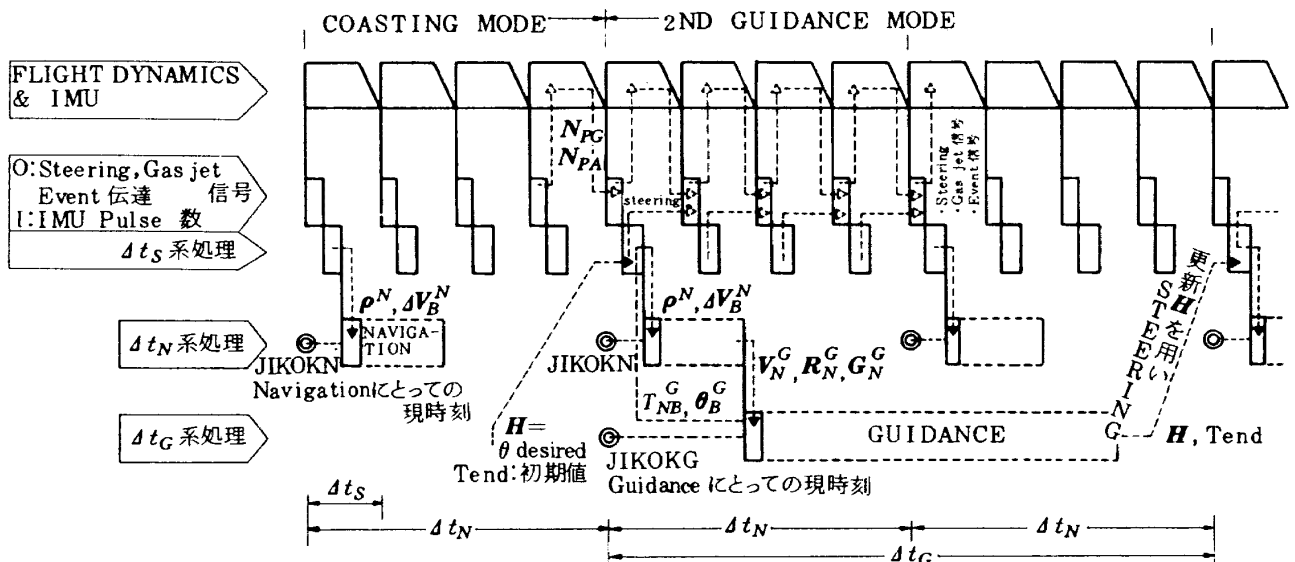


図 5 誘導計算機内で行なわれる処理の概念図 (コースティング及び2段誘導モード)

誘導計算機では実時間処理を行なう必要があるため、平行処理という方式が用いられている。これはプログラムをタスクと呼ばれるいくつかのブロックに分割し、それに対して処理の優先度を割付ける。各タスクはそれぞれある設定された計算サイクル毎に起動され、優先順位に従って処理されていく。すなわち、優先度の低いタスクはその処理が完了しないうちに優先度の高いタスク処理が起動されると割り込みを受け、その上位タスクの処理が完了するまで処理が中断され待たされる事になる。この場合、計算機はつねに1つの処理しか行ってないが、ある時間幅でみた場合、あたかもいくつかのタスクを平行し

て処理したかの様に見えるので、このような呼び方が行なわれている。搭載ソフトウェアにおいてはまえがきで述べたように優先度は高い方から、 $\Delta t_S$ 、 $\Delta t_N$ 、 $\Delta t_G$ の各サイクルの処理順になっているため、 $\Delta t_S$ サイクルのルーチンの処理の完了した後の残りの空き時間を利用して航法計算等が行なわれる。具体的に言うと  $\Delta t_S$  サイクルの処理は優先度が高いので、航法計算 ( $\Delta t_S$  サイクルの処理) が完了しないうちに、次の  $\Delta t_S$  処理の割り込みがかかると、この計算は中断され、 $\Delta t_S$  サイクルの処理が行なわれる。それが完了すると再び航法計算ルーチンへ処理の実行権が渡ってこの計算が続けられ、完了する

迄同様な処理が繰返される。図4における  $\Delta t_N$  系の処理で、実線部分の処理は大型計算機による場合、破線でやや長い部分は実際の誘導計算機による処理の場合を示している。この様に大型計算機のみによるシミュレーション評価の場合と、誘導計算機を接続したシミュレーション評価の場合では処理ルーチンの駆動の仕方が異なる。この違いを明らかにするために、データ転送についてもう少し説明を加える。大型計算機のみの場合、はじめの  $\Delta t_S$  間分の処理が終了するとダイナミクスルーチンが起動され、搭載ソフトウェアがセットした操舵信号量を用いて、 $\Delta t_S \sim 2\Delta t_S$  ms 間のロケットの運動を解き、その出力に基いて IMU ルーチンを駆動し、IMU 出力量をセットする。これが完了すると搭載ソフトウェアルーチンが起動され、前サイクルでセットされた  $0 \sim \Delta t_S$  ms 間分の IMU 出力を用いて  $\Delta t_S$  サイクルの処理を行ない、操舵信号量をセットすると同時に IMU データの更新を行なう。これによって2回目の  $\Delta t_S$  サイクルの処理が完了し、引続き第3回目の処理が開始されるという具合に継続されていく。これに対し、誘導計算機を接続した場合、初めの  $\Delta t_S$  が経過するとダイナミクス側から第2回目の割込みが誘導計算機側に対してかけられ、 $0 \sim \Delta t_S$  ms 間のロケットの運動に対応する IMU 出力が転送される。誘導計算機はこのデータの取込みが完了すると、ただちに前回のサイクルで求めていた操舵信号量をダイナミクス側に出力し、搭載ソフトウェアの  $\Delta t_S$  サイクルの処理にかかる。同時にダイナミクス側も並行して転送されてきた新しい操舵信号量を用いてダイナミクスの計算を行ない、対応する IMU 出力量をもとめる転送データとしてセットし、次の  $\Delta t_S$  の割込信号を発生する迄、余裕があれば待ち (WAIT) の状態になる。そして、 $\Delta t_S$  ms 経過すると、第3回目の割込信号を出し、前述のデータ送受信及びダイナミクスの処理を行ない、この動作が継続していく。

図4に示したモデルでは、 $\Delta t_S$  サイクルの処理が4回行なわれると、 $\Delta t_N$  サイクルの処理が起動され、この処理は、 $\Delta t_S$  サイクルの処理の空き時間を利用して行なわれる。初段フェーズでの誘導はあらかじめ飛しよう時刻に対応して設定されている誘導コマ

ンドに従って誘導していく開ループの誘導法、即ちプログラム誘導法と呼ばれているものを想定しており、これはロケットのダイナミクス側でセットする様にしているため、搭載ソフトウェア側での誘導ルーチンの処理サイクルは起動されない。

図5の左側はコースティングフェーズの処理を示しており、ジンバルエンジンに対する操舵信号は出力されないが、代わりに姿勢制御を行なうためのガスジェット信号が出力される。慣性飛行中ゆえ加速度計からの出力は0であるが、重力成分による軌道の変化を求めるために、航法計算は続行されている。

2段推力飛行モードに移行すると、その直前での航法計算結果に基いて誘導計算ルーチンが起動され、誘導コマンド ( $H$ ) と推力カットオフ時刻 ( $T_{end}$ ) が求められる。大型計算機によるシミュレーションの場合には誘導ルーチンが起動されると直ちに誘導コマンドと推力カットオフ時刻が求められ、その処理が終了してから  $\Delta t_S$  サイクルの処理に移行する。これに対し誘導計算機を用いる場合には誘導ルーチンの処理は、 $\Delta t_S$  サイクル、 $\Delta t_N$  サイクルの各処理の空き時間を利用して行なわれる。そして求められた誘導コマンドは、次の誘導サイクルの開始時点でダイナミクス側へ転送される。大型計算機のみの場合だと求められた誘導コマンドは、次の  $\Delta t_S$  サイクルの処理ルーチンが起動される時点でダイナミクス側へ引渡しが可能で、この方式の方が誘導精度は向上するが、これは実際の飛しょう状態を模擬したものとはならない。このため、本評価試験では誘導計算機の実時間処理性との対応を考慮して、誘導計算機を用いる場合と同様に、次の誘導サイクルの開始時点でデータの更新を行なう様にしている。図6はこの両者における処理の違いを概念的に表したもので、上段の大型計算機、下段の誘導計算機による各処理を真中の実時間軸に対応させて示したものである。誘導ルーチンの起動サイクルは  $\Delta t_G$  毎に行なわれ、この時間の長さは一般に  $\Delta t_S$  の2~10倍位で、その選択は誘導精度との兼ね合いで決められる。即ち、 $\Delta t_G$  を小さく出来ればきめの細かい軌道制御が行なえるため誘導精度の向上が期待できるが、そのためには処理時間を短縮するための誘導アルゴリズムの簡略化を行なわなければならない。しかし、

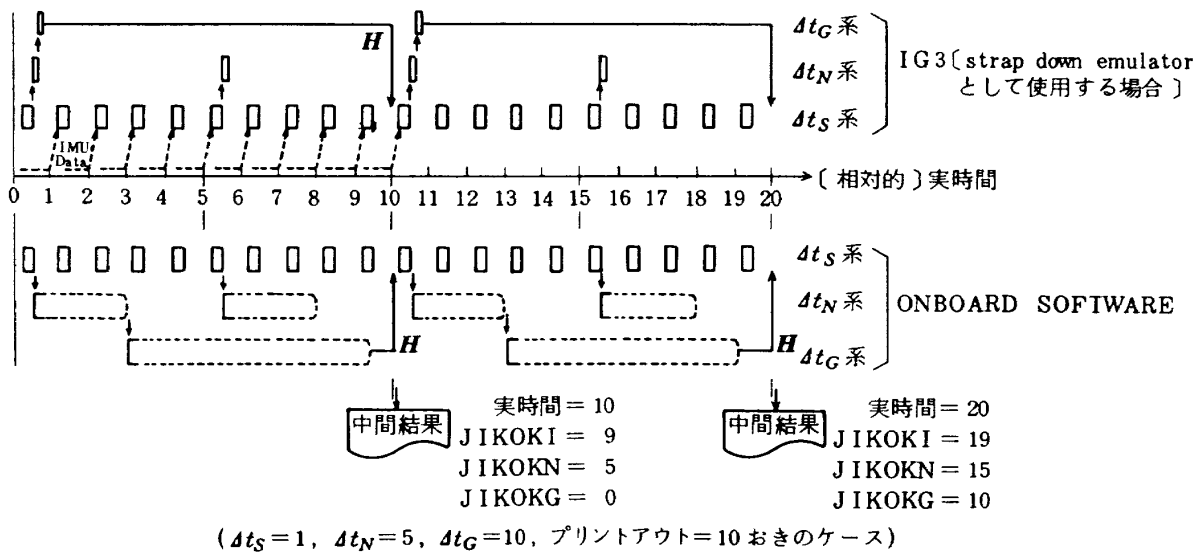


図6 大型計算機による評価シミュレーションと処理結果の対応

この簡略化は誘導精度の低下をもたらす事になる。従って、アルゴリズムの簡略化の程度と  $\Delta t_G$  の長さの最適な組合せはシミュレーションによるトレードオフによって決めなければならない。図5においては  $\Delta t_G$  は  $\Delta t_N$  の2倍、 $\Delta t_S$  の8倍の場合を一例として示している。このようにセンサから時々刻々データを受け取りながら実時間処理を行わなければならない誘導計算機と、ソフト的に時刻を設定できる大型計算機との間の処理方式の違いによって評価結果に違いが発生するという問題に対しては、対応する各ルーチンへのデータ入出力の時刻ラベルとタイミングさえ対応させておけば、本質的に両者同一の処理を行っているとみなす事ができる。従って、大型計算機内で、誘導計算機での処理と等しくするため  $\Delta t_N, \Delta t_G$  サイクルでの処理を分割して行なわせる必要はない。なお、各処理結果の出力については、その処理ルーチンが入力データを受取った時刻がその処理結果の時刻ラベルとなる様に設定している。従って、搭載ソフトウェアの各処理ルーチンの認識する時刻は実際の実時間より遅れる事になるのは明らかであり、その関係については図6にその一例を示した。図において JIKOK 1 は、搭載ソフトウェアのメインルーチンが認識する時刻、JIKOKN, JIKOKG はそれぞれ航法計算、誘導計算ルーチンが認識する時刻である。即ち、実時間が0の時には搭載ソフトウェアの各時刻は0であるが、実時間が

10になった瞬間でも搭載ソフトウェアはまだその時刻のデータを貰ってないので JIKOK 1 は9であり、JIKOKN は第2回目のデータを貰った時刻5をさしてしており、同様に JIKOKG は0をさしている事になる。そして、実時間10に対応する飛行データを受け取った時点ではじめて JIKOK 1, JIKOKN, JIKOKG すべて10に更新される。但し、計算結果の出力時刻ラベルについては、そのルーチンへの入力データとの対応上、入力データの時刻ラベルと一致させなければならない。図6の最下段に示した中間結果に対する各時刻ラベルはその対応を示したものである。この対応がずれると、大型計算機側でダイナミクスを正確に解いて得られる飛行軌道の基準軌道データと搭載ソフトウェアの航法計算によって得られる軌道データとの対応がつかなくなり、精度評価が出来なくなるので、時刻ラベルの設定は慎重に行なう必要がある。

### 3.3 評価用基準軌道

搭載ソフトウェアの処理精度を評価するための基準軌道としては、日本の ETS-1 打上げ軌道を用いた。この軌道に関する各種イベントや高度、速度等のデータ及び打上げ用ロケットに関する各種のデータについては、宇宙開発事業団より提供して頂いたものを用いた。図7に飛行軌道における主要なイベントの発生時刻とその内容をロケット側(フライトダイナミクス側)と、搭載誘導計算機側(搭載

| FLIGHT MODE        |   | EVENT   |                 | 模擬実験用<br>ON BOARD COMPUTER からの指令 |                    |   |
|--------------------|---|---|-----------------|----------------------------------|--------------------|---|
| FLIGHT MODE        | 現象の起る時刻                                   | 内 容   |                 | 現象の起る時刻                          | 指令時刻               | 内 容   |
| 1st. GUIDANCE MODE | 0.000                                     | LAUNCH MAIN1, SOB, VERNIER : Ignition                       |                 |                                  |                    |   |
|                    | 38.193                                    | SOB : Burn out  |                 |                                  |                    |   |
|                    | 80.000                                    | SOB : Drop  |                 | 80.000                           |                    | SOB : Drop                                  |
|                    | 218.513                                   | MAIN1 : Burn out <218.5>                                    |                 |                                  |                    |   |
|                    | N219.513                                  | MAIN1 : 残留 End  |                 |                                  |                    |   |
|                    | 224.513                                   | VERNIER : Burn out <224.5><br>Roll Pitch Yaw GAS JET 制御可能に  |                 | 225.000                          |                    | Roll Pitch Gasjet : 制御可                     |
|                    | 226.013                                   | ULLAGE, RETRO : Ignition<br>SEPARATION<br>ULLAGE : Burn out |                 | 226.013                          | 225.500<br>226.000 | ULLAGE, RETRO : Ignition<br>Separation      |
|                    | 228.013                                   | Pitch Yaw GAS JET 制御せず<br>MAIN2 : Ignition                  |                 | 228.013                          | 227.000<br>228.000 | Pitch Yaw Gasjet : 制御不可<br>MAIN2 : Ignition |
|                    | 242.513                                   | FAIRING COVER : Drop  |                 | 242.513                          | 242.500            | FAIRING COVER : Drop                        |
|                    | 2ND or 2ND TERMINAL 1→2 COASTING GUIDANCE | 461.970   | MAIN2 : Cut off |                                  | $T_1$              | ?   |
| N463.000           |   | MAIN2 : 残留 End<br>Pitch Yaw GAS JET 制御可能に                   |                 | $T_2 = T_1 + \alpha$             | $+\alpha$          | Pitch Yaw Gasjet 制御可                        |
| 511.513            |   |   |                 |                                  |                    |   |
| 500.513            |   |   |                 |                                  |                    |   |
| 601.513            |   |   |                 |                                  |                    |   |
| 2→3 COASTING       | 700.513                                   |   |                 |                                  |                    |   |
|                    | 1195.513                                  | SEPARATION  |                 | 1195.513                         | 1195.500           | Separation                                  |
|                    | 1208.513                                  | MAIN3 : Ignition  |                 |                                  |                    |   |
| 3RD. STAGE         | 1249.413                                  | MAIN3 : Cut off   |                 |                                  |                    |   |

記号： ○ : Ignition    ● : Cut off or Burn out    ● : 残留 End    ( $T_1, T_2$ は 2nd Stage Guidance の結果を用いて決定する)

図7 ロケット打上げイベントシーケンス例

ソフトウェア側)に分けて示した。ロケットはNロケットで3段構成となっており、初段はプログラム誘導、2段は閉ループの慣性誘導方式で、2段推力カットオフ(MAIN 2 Cut Off)によって高度約200 kmの待機軌道に投入される。その後、コースティング中に姿勢変更を行って2、3段分離を行ない、所定の時刻において3段点火を行ない、静止軌道へのトランスファ軌道へ投入する。図7においてイベント(EVENT)の内容欄の左側に各時刻における推力源の作動状態を示した。MAIN 1, 2, 3が各段のメインエンジンを示し、ULLAGE, RETROは1,2段切離しの時の残留推力による追突防止用補助エンジンで、ULLAGEは上段加速用, RETROは下段の減速用に用いられる。図8に本基準軌道の軌道プロフィールを示す。

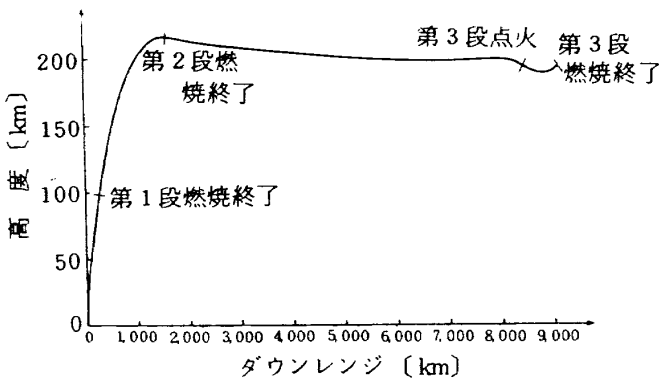


図8 基準飛行径路(高度-ダウンレンジ)

#### 4. 座標変換アルゴリズムの評価

ロケットの姿勢に関する情報はジャイロによって与えられる。ストラップダウン方式においてはジャイロはロケットの機体軸方向に取付けられ、それぞれロール、ピッチ、ヨー軸の回転を検出する。ジャイロは機体の回転角速度を検出するレートジャイロとそのレートを積分して出力するレート積分ジャイロがあるが、前者は主として制御システムのフィードバック用レートセンサとして用いられる事が多く、姿勢計算用としては後者の特に高精度のものがよく用いられる。ストラップダウン方式における各機軸とロール、ピッチ、ヨー軸との関係の一例を示せば図9の様になる。各ジャイロはこの軸方向に沿って

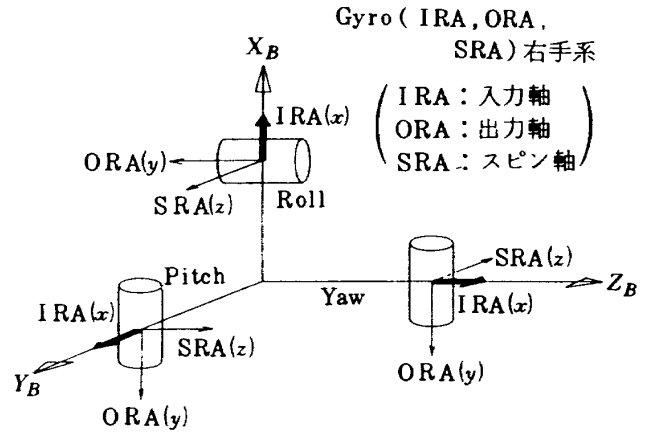


図9 機体軸とジャイロの関係

取付けられ、各軸の回転運動のみをそれぞれ独立に検出する。ところが、これらの出力にはジャイロに固有の誤差即ち、フローテッド積分ジャイロの場合ドリフト誤差、マスアンバランス誤差、アノイナシー誤差や、デジタルリバランス方式を用いた場合の量子化誤差等が含まれる。従って、誘導計算機に送り込まれてくるこれらの出力に対しては、誤差補正を行なう必要がある。しかしながら、これらのIMU誤差は慣性誘導システムの誤差として航法計算や誘導結果にどのような影響を及ぼすのかという総合的な誤差解析の観点から評価されるべき性質のものであり、本報告の目的とする搭載ソフトウェアのアルゴリズムの処理精度の評価とは取扱いがやや異なるので、別途報告する事にする。又、ジャイロのダイナミクス及び各誤差項に関する理論的取扱いについては既報告<sup>2),5)</sup>を参照されたい。

ジャイロ出力を用いて、ロケットの姿勢即ち、機体軸座標系の慣性座標系に対する方位を求める代表的な方法として、方向余弦(Direction Cosine)法や、オイラーパラメータ(Euler Parameter)法等がある。これらの方法にはそれぞれ一長一短があり、一概にどれが良いとは断言できないが、姿勢角による特異点が発生しない事や、搭載誘導計算機の限られた処理能力で実時間処理を行なわなければならないという制限や、計算精度に関する比較結果等<sup>3)</sup>からオイラーパラメータ法を選んだ。

以下、このオイラーパラメータ法のアルゴリズムと精度に関する評価結果について述べる。

### 4.1 オイラーパラメータ (EP)法のアルゴリズム

オイラーパラメータ法に関する論理的な考察に関しては既に報告<sup>3)</sup>しているので詳しい事は省略し、ここではアルゴリズムの構成について簡単に説明する。

(1) オイラーパラメータと座標変換行列

次の2つのパラメータを定義する。

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\rho} &= \rho_1 \mathbf{i} + \rho_2 \mathbf{j} + \rho_3 \mathbf{k} + \rho_4 \quad |\boldsymbol{\rho}| = 1 \\ \boldsymbol{\omega} &= \omega_1 \mathbf{i} + \omega_2 \mathbf{j} + \omega_3 \mathbf{k} + 0 \end{aligned} \right\} \quad (4-1)$$

ただし、 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  は次の条件を満すものとする。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{i}^2 &= \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = -1 \\ \mathbf{i} \cdot \mathbf{j} &= -\mathbf{j} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{k} \\ \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} &= -\mathbf{k} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{i} \\ \mathbf{k} \cdot \mathbf{i} &= -\mathbf{i} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{j} \end{aligned} \right\} \quad (4-2)$$

ここで、 $\boldsymbol{\rho}$ はいわゆるオイラーパラメータ、 $\boldsymbol{\omega}$ が機体の回転角速度である。

この $\boldsymbol{\rho}$ と $\boldsymbol{\omega}$ との間には次の関係が成立つ。

$$\dot{\boldsymbol{\rho}} = \boldsymbol{\rho}_0 \frac{\boldsymbol{\omega}}{2} \quad (4-3)$$

$\boldsymbol{\rho}_0$  : 1 サイクル前の値

$\Delta t$  秒間の $\boldsymbol{\omega}$ の増分を $\Delta\boldsymbol{\theta}$  とすれば上式から次式が得られる。

$$\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}_0 e^{\frac{\Delta\boldsymbol{\theta}}{2}} \quad (4-4)$$

ただし、

$$\Delta\boldsymbol{\theta} = \int_t^{t+\Delta t} \boldsymbol{\omega} \cdot dt$$

$$\Delta\theta_0 = \left( \sum_{i=1}^3 \Delta\theta_i^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

これより、

$$e^{\frac{\Delta\boldsymbol{\theta}}{2}} = (\Delta\theta_1 \mathbf{i} + \Delta\theta_2 \mathbf{j} + \Delta\theta_3 \mathbf{k}) \frac{\sin \frac{\Delta\theta_0}{2}}{\Delta\theta_0} + \cos \frac{\Delta\theta_0}{2} \quad (4-5)$$

ただし、

$$\theta^2 = (\theta_1 \mathbf{i} + \theta_2 \mathbf{j} + \theta_3 \mathbf{k})^2 = -(\theta_1^2 + \theta_2^2 + \theta_3^2) = -\theta_0^2$$

より

$$e^{\boldsymbol{\theta}} = 1 + \frac{\boldsymbol{\theta}}{1!} + \frac{\boldsymbol{\theta}^2}{2!} + \frac{\boldsymbol{\theta}^3}{3!} + \dots$$

$$\begin{aligned} &= \left( 1 - \frac{\theta_0^2}{2!} + \frac{\theta_0^4}{4!} + \dots \right) + \\ &+ \frac{\boldsymbol{\theta}}{\theta_0} \left( \theta_0 - \frac{\theta_0^3}{3!} + \frac{\theta_0^5}{5!} + \dots \right) \\ &= \cos \theta_0 + \frac{\boldsymbol{\theta}}{\theta_0} \sin \theta_0 \end{aligned}$$

今、

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\Delta\theta_0} \sin \frac{\Delta\theta_0}{2} &= S \\ \cos \frac{\Delta\theta_0}{2} &= C \end{aligned} \right\} \quad (4-6)$$

とおけば、(4-4) 式は (4-5) 式を用いると、

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\rho} &= \boldsymbol{\rho}_0 e^{\frac{\Delta\boldsymbol{\theta}}{2}} \\ &= \boldsymbol{\rho}_0 \{ (\Delta\theta_1 \mathbf{i} + \Delta\theta_2 \mathbf{j} + \Delta\theta_3 \mathbf{k}) S + C \} \quad (4-7) \end{aligned}$$

と表わされる。 $\boldsymbol{\rho}_0$  の成分は (4-1) 式より、

$$\boldsymbol{\rho}_0 = \rho_{10} \mathbf{i} + \rho_{20} \mathbf{j} + \rho_{30} \mathbf{k} + \rho_{40}$$

となるので、(4-7) 式をこれを用いて書き直すと、次式の関係が得られる。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\rho} &= \rho_1 \mathbf{i} + \rho_2 \mathbf{j} + \rho_3 \mathbf{k} + \rho_4 \\ &= (\rho_{10} \mathbf{i} + \rho_{20} \mathbf{j} + \rho_{30} \mathbf{k} + \rho_{40}) \\ &\quad \times \{ (\Delta\theta_1 \mathbf{i} + \Delta\theta_2 \mathbf{j} + \Delta\theta_3 \mathbf{k}) S + C \} \\ &= \{ (\rho_{20} \Delta\theta_3 - \rho_{30} \Delta\theta_2 + \rho_{40} \Delta\theta_1) S + \rho_{10} C \} \mathbf{i} \\ &\quad + \{ (\rho_{30} \Delta\theta_1 + \rho_{40} \Delta\theta_2 - \rho_{10} \Delta\theta_3) S + \rho_{20} C \} \mathbf{j} \\ &\quad + \{ (\rho_{10} \Delta\theta_2 - \rho_{20} \Delta\theta_1 + \rho_{40} \Delta\theta_3) S + \rho_{30} C \} \mathbf{k} \\ &\quad + \{ -(\rho_{10} \Delta\theta_1 + \rho_{20} \Delta\theta_2 + \rho_{30} \Delta\theta_3) S + \rho_{40} C \} \end{aligned}$$

$\therefore$

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 &= (\rho_{20} \Delta\theta_3 - \rho_{30} \Delta\theta_2 + \rho_{40} \Delta\theta_1) S + \rho_{10} C \\ \rho_2 &= (-\rho_{10} \Delta\theta_3 + \rho_{30} \Delta\theta_1 + \rho_{40} \Delta\theta_2) S + \rho_{20} C \\ \rho_3 &= (\rho_{10} \Delta\theta_2 - \rho_{20} \Delta\theta_1 + \rho_{40} \Delta\theta_3) S + \rho_{30} C \\ \rho_4 &= -(\rho_{10} \Delta\theta_1 + \rho_{20} \Delta\theta_2 + \rho_{30} \Delta\theta_3) S + \rho_{40} C \end{aligned} \right\} \quad (4-8)$$

$\Delta\theta_j (j=1 \sim 3)$  はある  $\Delta t_S$  間のジャイロ出力から得られる角度増分であり、 $\rho_{j0} (j=1 \sim 4)$  は、その  $\Delta t_S$  がスタートする前のサイクルで求められたオイラーパラメータの値である。従って、ロケットが発射する時点での初期値 ( $\rho_{j0}$ ) が与えられれば、以後ジャイロ出力を用いて (4-8) 式から  $\boldsymbol{\rho}$  を  $\Delta t_S$  サイクル毎に更新していく事が出来る。次にこのオイラーパラメータ  $\boldsymbol{\rho}$  と座標変換行列との関係について述べる。



今、任意のベクトル  $\mathbf{x}$  について、二つの直交座標系での表示を考え、その  $B$  系から  $N$  系への変換行列を  $T_{NB}$  とすれば、

$$\mathbf{x}_N = T_{NB} \mathbf{x}_B \quad (4-9)$$

の関係があり、これはオイラーパラメータを用いると、

$$\mathbf{x}_N = \boldsymbol{\rho} \mathbf{x}_B \boldsymbol{\rho}^{-1} \quad (4-10)$$

の関係となる。従って、(4-9)と(4-10)の両式から  $T_{NB}$  として次式の関係が得られる。

$$T_{NB} = \begin{bmatrix} \rho_1^2 - \rho_2^2 - \rho_3^2 + \rho_4^2 & 2(\rho_1 \rho_2 - \rho_3 \rho_4) \\ 2(\rho_1 \rho_2 + \rho_3 \rho_4) & -\rho_1^2 + \rho_2^2 - \rho_3^2 + \rho_4^2 \\ 2(\rho_3 \rho_1 - \rho_2 \rho_4) & 2(\rho_2 \rho_3 + \rho_1 \rho_4) \\ 2(\rho_3 \rho_1 + \rho_2 \rho_4) & \\ 2(\rho_2 \rho_3 - \rho_1 \rho_4) & \\ -\rho_1^2 - \rho_2^2 + \rho_3^2 + \rho_4^2 & \end{bmatrix} \quad (4-11)$$

1つの座標系を機体軸座標系 ( $B$  系)、他を慣性座標系 ( $N$  系) に選び、両者に関する(4-11)式の初期値を与えれば、ストラップダウン方式におけるジャイロ出力より(4-8)式を用いてオイラーパラメータ  $\boldsymbol{\rho}$  を更新する事ができ、従って、(4-11)式より  $T_{NB}$  を更新する事が出来る。 $\boldsymbol{\rho}$  の初期値の設定法については後で述べる。

この方法は(4-6)式における三角関数を除けば、すべて算術式であり、小型計算機にとってその負担は軽いと言える。しかし、(4-6)式の三角関数はこれを実時間で処理するとすると、小型計算機にとってはかなり負担が重いので、これをマクローリン展開し、高次項を打切った近似式を用いる事にした。従って、この近似が座標変換精度に及ぼす影響を評価して、最適な近似の次数を決定する事が必要となる。

$$\cos \frac{\Delta\theta_0}{2}, \quad \sin \frac{\Delta\theta_0}{2}$$

に関する展開式は次の様になる。

$$\cos \frac{\Delta\theta_0}{2} = 1 - \frac{\Delta\theta_0^2}{8} + \frac{\Delta\theta_0^4}{384} - \dots$$

$$\sin \frac{\Delta\theta_0}{2} = \frac{\Delta\theta_0}{2} \left\{ 1 - \frac{\Delta\theta_0^2}{24} + \frac{\Delta\theta_0^4}{1920} - \dots \right\}$$

従って、(4-8)式における  $C$  及び  $S$  は次式で与えられる。

$$C \equiv \cos \frac{\Delta\theta_0}{2}$$

$$= 1 - \frac{\Delta\theta_0^2}{8} + \frac{\Delta\theta_0^4}{384} + O(\Delta\theta_0^6) \quad (4-12)$$

$$S = \frac{1}{\Delta\theta_0} \sin \frac{\Delta\theta_0}{2}$$

$$= \frac{\Delta\theta_0}{2} \left\{ 1 - \frac{\Delta\theta_0^2}{24} + \frac{\Delta\theta_0^4}{1920} + O(\Delta\theta_0^6) \right\} \quad (4-13)$$

## (2) 座標変換行列 $T_{NB}$ の正規化

式(4-11)より明らかな様に  $T_{NB}$  と  $\boldsymbol{\rho}$  とは1対1の対応関係にあるので、 $T_{NB}$  を正規化するには  $\boldsymbol{\rho}$  の値が1になるような補正を行なえばよい。今、 $\rho_0 = |\boldsymbol{\rho}|$  として、 $\boldsymbol{\rho}$  の値の1からのずれを  $\Delta\rho_0$ 、即ち

$$\Delta\rho_0 = \rho_0^2 - 1 \quad (4-14)$$

を考える。この  $\Delta\rho_0$  の1/2を補正する事を考え、 $\boldsymbol{\rho}$  の補正された値を  $\hat{\boldsymbol{\rho}}$  とすれば、

$$\|\hat{\boldsymbol{\rho}}\|^2 = \|\boldsymbol{\rho}\|^2 \left(1 - \frac{\Delta\rho_0}{2}\right)^2 \doteq \|\boldsymbol{\rho}\| (1 - \Delta\rho_0)$$

となり、近似的に  $\Delta\rho_0$  だけの補正が加えられた事になる。従って、補正式として、近似的に次式を用いる事ができる。

$$\hat{\boldsymbol{\rho}} = \boldsymbol{\rho} \left\{ 1 - \frac{\Delta\rho_0}{2} \right\} = \boldsymbol{\rho} \frac{3 - \rho_0^2}{2} \quad (4-15)$$

## (3) オイラーパラメータの初期値

オイラーパラメータの初期値は座標変換行列との対応において定められる。今、 $T_{NB}$  の初期値を  $T_{NB0}$  とすれば、これは本プログラムにおいては次の様に定義される。

$$T_{NB0} = T_{NL} \cdot T_{LB0}$$

$$= T_{NL} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4-16)$$

ただし、 $T_{LB0}$  はロケットの機体座標系と射点座標系の関係、 $T_{NL}$  は射点座標系と航法座標系の関係を示す行列であり、共に定数行列になる。これらについては後の航法計算部分で述べる。

今、 $T_{NB0}$  の対角成分を  $t_{11}$ ,  $t_{22}$ ,  $t_{33}$  とすれば(4-1)の条件と(4-11)式の関係から次の関係式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \rho_1^2 + \rho_2^2 + \rho_3^2 + \rho_4^2 &= 1 \\ \rho_1^2 - \rho_2^2 - \rho_3^2 + \rho_4^2 &= t_{11} \\ -\rho_1^2 - \rho_2^2 - \rho_3^2 + \rho_4^2 &= t_{22} \\ -\rho_1^2 - \rho_2^2 + \rho_3^2 + \rho_4^2 &= t_{33} \end{aligned} \right\} \quad (4-17)$$

従って、

$$\left. \begin{aligned} \rho_1^2 &= \frac{1}{4} (1 + t_{11} - t_{22} - t_{33}) \\ \rho_2^2 &= \frac{1}{4} (1 - t_{11} + t_{22} - t_{33}) \\ \rho_3^2 &= \frac{1}{4} (1 - t_{11} - t_{22} + t_{33}) \\ \rho_4^2 &= \frac{1}{4} (1 + t_{11} + t_{22} + t_{33}) \end{aligned} \right\} \quad (4-18)$$

(4-18)式より $\rho_1 \sim \rho_4$ を求めればよいが、正負の値があるため、その組み合わせは $2^4 = 16$ 通り有ることになる。従って、この組み合わせの中から(4-11)式の中の非対角成分の値すべてを満足する組を見出さなくてはならない。この計算は、本プログラムにおいては初期値設定ルーチンにて行なわれる。

#### 4.2 オイラーパラメータの処理ルーチン (OBO QU 1) の論理フロー

4.1で述べたオイラーパラメータ $\rho$ の処理ルーチンの概要について述べる。本ルーチンは初期値設定ルーチンとセンサ出力データを利用して $\rho$ を更新する通常処理ルーチンとに大別される。本ルーチンに関する入出力データは次の様になる。

##### (1) 入力データ

- (i) JFLOW : 初期設定, 通常処理の指示
- (ii) JFLOW2 : SIN, COS 近似度合の指示
- (iii) JFLOW3 : コーニングエラー補正の指示
- (iv) JFLOW4 : 正規化補正の指示
- (v) DT :  $\Delta t_S$ 間の機体の角度増分
- (vi) TNB : B系よりN系への変換行列の初期値

##### (2) 出力データ

- (i) RO : 更新された $\rho$ の値
- (ii) TNB : 更新された $T_{NB}$ の値

入力データのうち、JFLOW2においては三角関数に対し、3次項までの近似、5次項までの近似と組込関数ルーチン使用の3通りの指定が可能である。

又、コーニング誤差補正については評価用基準軌道として、ETS-1打上げ用のプログラム誘導軌道を用いたが、これはプログラム誘導指令信号がピッチ、ヨー共、それぞれ独立にカップリングする事なく出され、従って、コーニング現象が発生しないのでこの補正は行なわなかった。コーニング現象の評価には、航法計算部分までの評価が任意の入力に対して行なえるプログラムを作成し、これを用いた。これについては後節で述べる。PMAPと結合された評価プログラムの論理フローの概要を図10に示す。

#### 4.3 アルゴリズムの処理精度の評価

オイラーパラメータを用いた座標変換行列アルゴリズムの処理精度の評価法としては、基準となるRMAPの座標変換行列と対応する各成分の値を直接比較する方法と、この行列を作用させて変換した速度等の値同志を比較する方法等が考えられる。しかし、前者の方法は9ケの成分についての評価が難しいという問題があり、座標変換行列は基本的には作用素であり、知りたい事はそれ自身の値ではなく、変換された速度、位置等のベクトル値に及ぼされる影響であるという点から、本アルゴリズムの評価にも変換されたベクトル値で評価するという方法を用いた。即ち、軌道計算プログラムRMAPにおいて精度良く求められた機体座標系成分での速度増分、 $\Delta V_B$ 、速度 $V_B$ 等を同じくRMAP内で高精度に求められた座標変換行列 $T_{NBR}$ を用いて航法計算座標系(N系)成分として表示した $\Delta V_{NR}$ 、 $V_{NR}$ を基準とし、 $\Delta V_B$ 、 $V_B$ にオイラーパラメータ法を用いて求めた $T_{NBE}$ を作用させた $\Delta V_{NE}$ 、 $V_{NE}$ 等との比較を行なう方法で、概念的に示せば図11の様になる。又、評価はFACOM-230-75の大型計算機を用いており、RMAP系の処理精度は倍長精度(64ビット)、搭載ソフト側は単精度(32ビット)である。評価すべきパラメータは三角関数の近似度と処理サイクル $\Delta t_S$ 、 $\Delta t_N$ の3種となる。図12は $\Delta t_S$ を横軸に取り、 $\Delta t_N$ を500ms、1000msにした場合の近似度との誤差の関係を $\Delta V_N$ について示したものである。これによれば、大型計算機の単精度組込三角関数(以下組込関数と略記する)を使用した場合には、 $\Delta t_S$ の影響はほとんど見られない。これに対し3次及び5次の近似式は、 $\Delta t_S$ が大きくなるに従って誤差も増大す

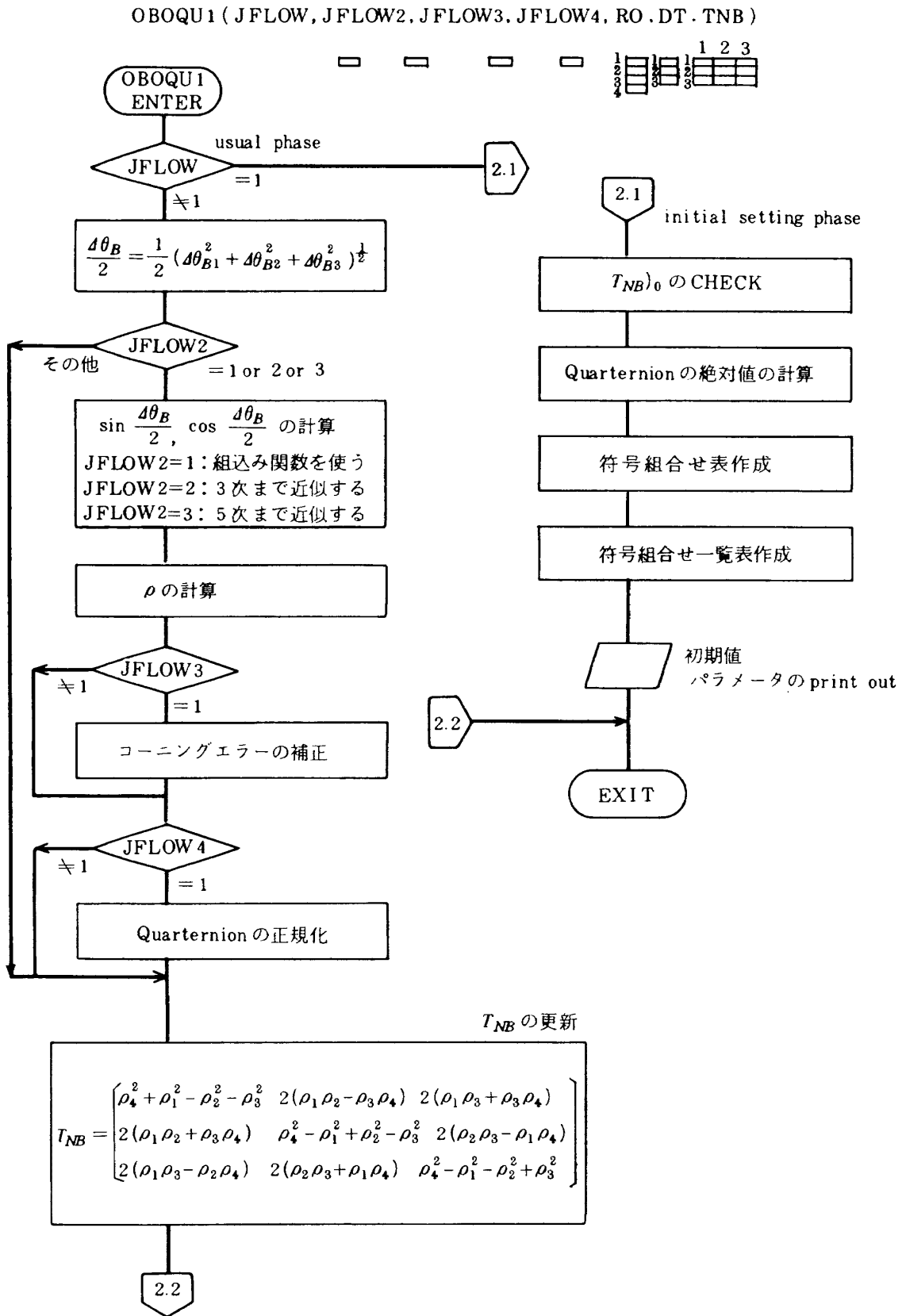


図10 オイラーパラメータ処理ルーチンの論理フロー

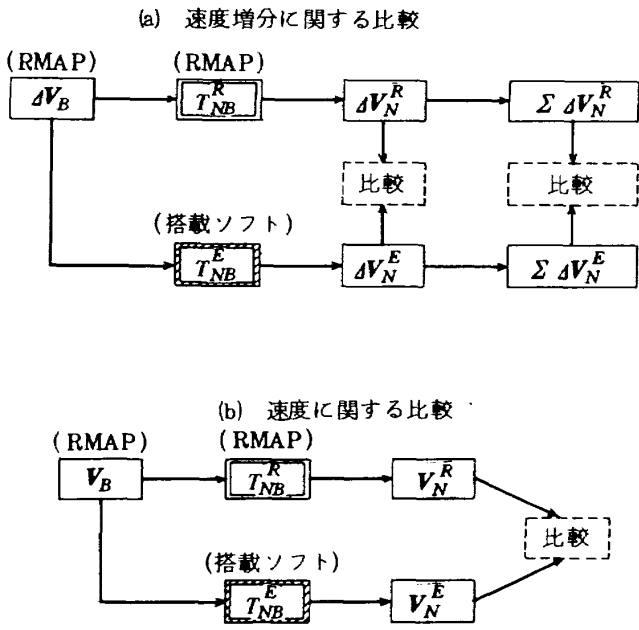


図11 座標変換行列の精度に関する評価法

る。しかし、3次と5次の違いはほとんどない。又、同図には  $\Delta t_S$  が 500 ms と 1000 ms の両ケースについても示したが、このパラメータに関しては各成分とも  $\Delta t_N = 1000$  ms の場合が 500 ms のケースに較べ誤差は大きくなっているが、 $\Delta t_S$  に対してはその割合は一定となっている。図13は絶対値の変化を示したものである。3次よりも5次、 $\Delta t_N = 1000$  ms よりも 500 ms の方が誤差は少ないが、その差はわずかであり、全体に誤差の値は小さいが、 $\Delta t_S$  の増加に対しては大きな変化がみられる。なお、組込み関数を用いた場合の誤差は  $10^{-18}$  以下である。 $\Delta V$  を加算した  $\Sigma \Delta V$  における誤差を同様に  $\Delta t_S$  を横軸に取って示すと図14の様になる。傾向は図12と同様であるが、組込み関数を用いた場合についてみると、 $\Delta V_N$  のケースに比べて、各成分間の誤差の差が大き

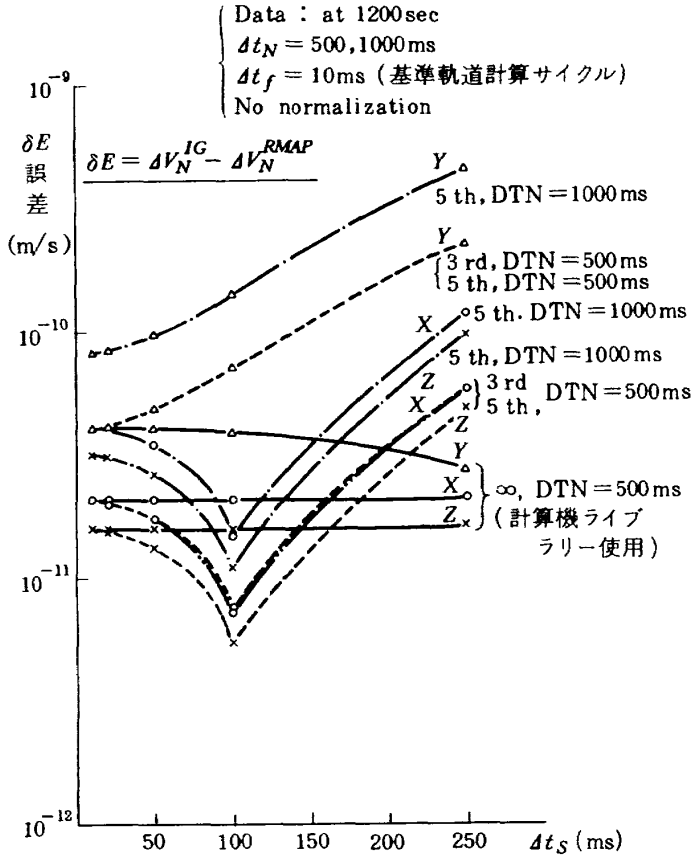


図12 速度増分の各成分に対する  $\Delta t_S$  と 3角関数近似の影響

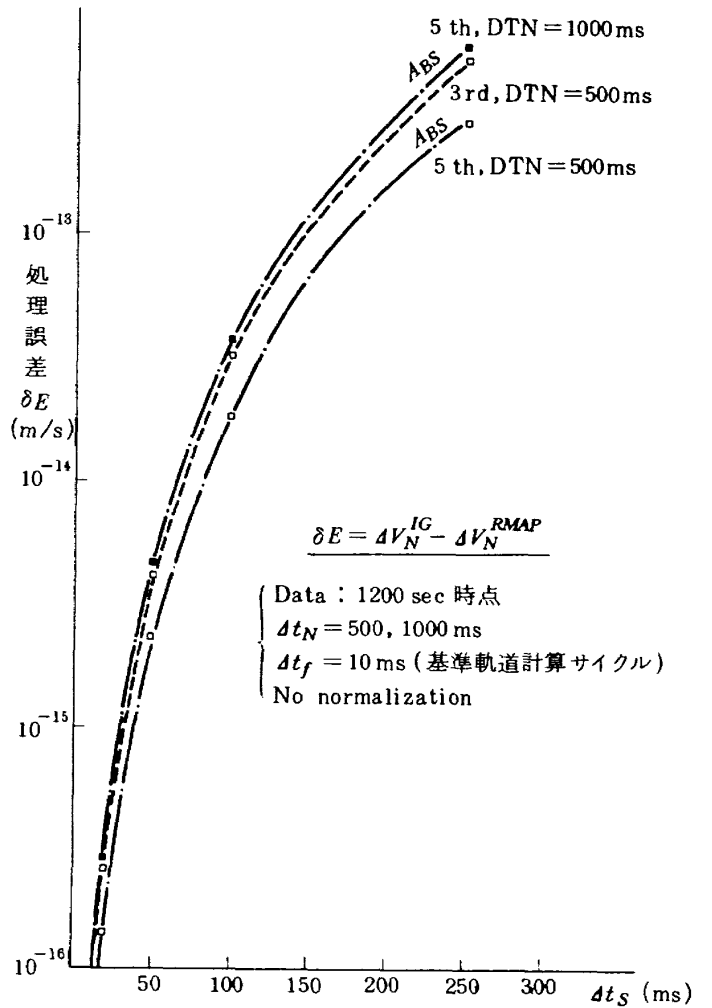


図13 速度増分の絶対値に対する  $\Delta t_S$  と 3角関数近似の影響

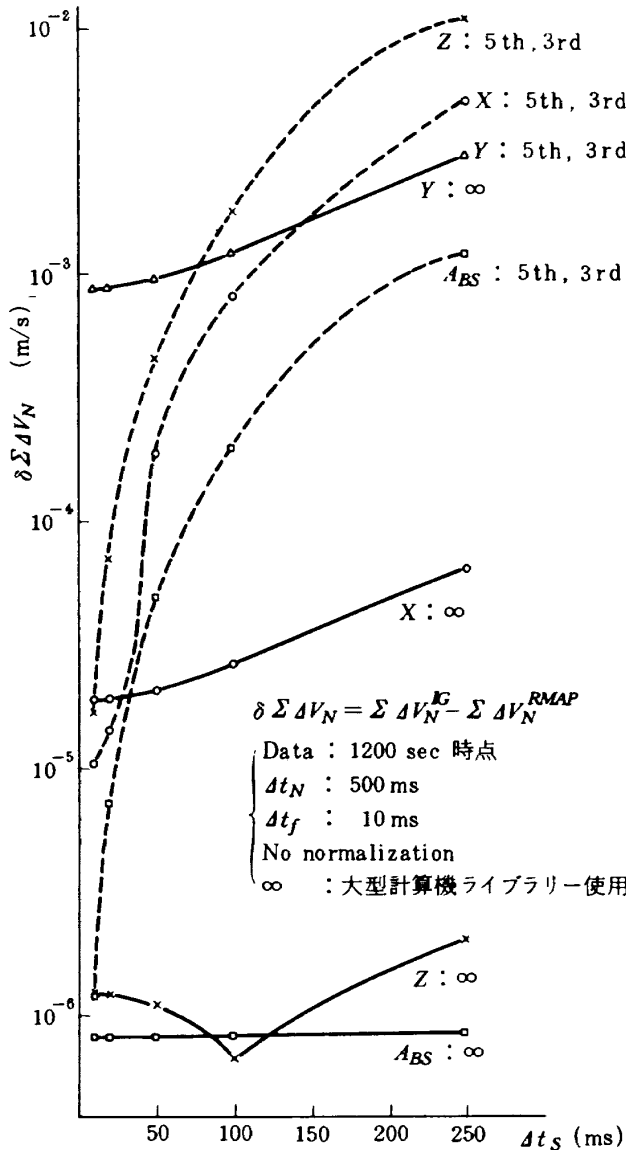


図14 速度増分加算値に対する3角関数近似の影響

い。これは、ピッチ及びヨー操舵による誤差の累積が各軸によって異なるためである。又、3次、5次の近似式に対する  $\Delta t_S$  の影響も  $\Delta V_N$  に比べるとはるかに大きく表われてくる。特に z 成分において組込関数を用いた場合に対し、近似式の精度が悪くなっている。これに対し、y 成分にあまり差がないのはこれがほぼピッチ軸に対応しており、この軸自身の回転が非常に小さい。即ち、ロール軸の回転が小さい事による。図15は位置  $R_N$  に対する影響を示したものである。これによれば、 $\Delta t_S$  及び近似項の影響はほとんど無いと言える。又図12、図14、図15において x 及び z 成分に  $\Delta t_S = 100$  ms で極小値が見られるが、この現象は近似式のみに見られるので、ア

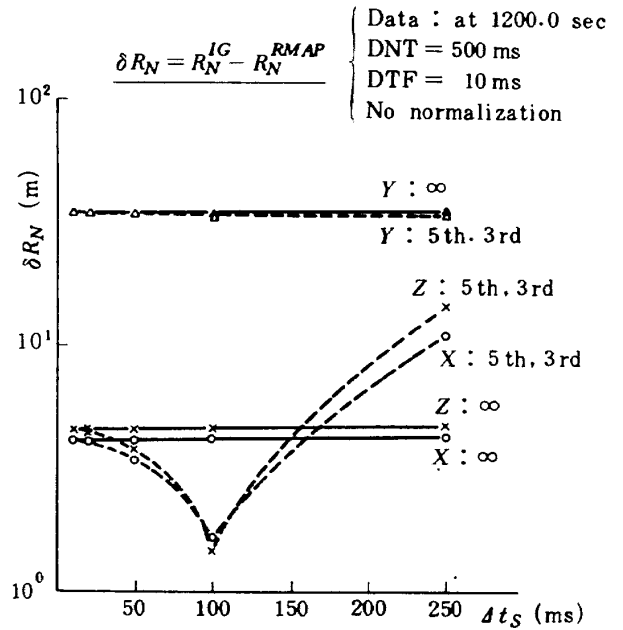


図15 高度に対する  $\Delta t_S$  と3角関数近似の影響

ルゴリズムと入力値に関連する現象かと思われるが原因は明確でない。ただ、この現象が座標変換精度に与える影響は非常に小さく、無視できるレベルなので、今回の評価試験では特に原因追求は行なわなかった。以上のシミュレーション結果から、 $\Delta t_S$  を大きくすると、各成分の誤差量は近似式の場合かなり増加するが、その誤差の値は非常に小さいので、 $\Delta t_S = 200$  ms 程度迄は精度的にみて問題ないと言える。次に航法計算サイクル  $\Delta t_N$  について、誤差の変化を調べたのが図16, 17, 18である。図16は  $\Delta t_S$  サイクルで入ってくるデータを  $\Delta t_N$  間加算して得た速度増分について、又、図17, 18は航法計算を行って得た速度に関してその各成分と絶対値を示したものである。図16によれば  $\Delta t_N$  を大きくすると、誤差は増大するが値の大きさは最大で、たかだか  $10^7$  のオーダーである。又、3次の近似式と組込関数との差はほとんどない。この傾向は  $V_N$  の誤差を示した図17に関しても、まったく同じである。図18は  $V_N$  の絶対値の誤差を示したものである。これによれば組込関数を用いた方が3次の近似式より1桁精度が良いが、近似式でも値が最大で約  $10^{-11}$  のオーダーなので無視できる。又、 $\Delta t_S$  の値も  $10 \sim 100$  ms 程度の範囲ではその差は非常に小さいと言える。

以上の結果から、一般の小型計算機における倍精度(32ビット)演算を用いるならば、 $\Delta t_S$  サイクルは

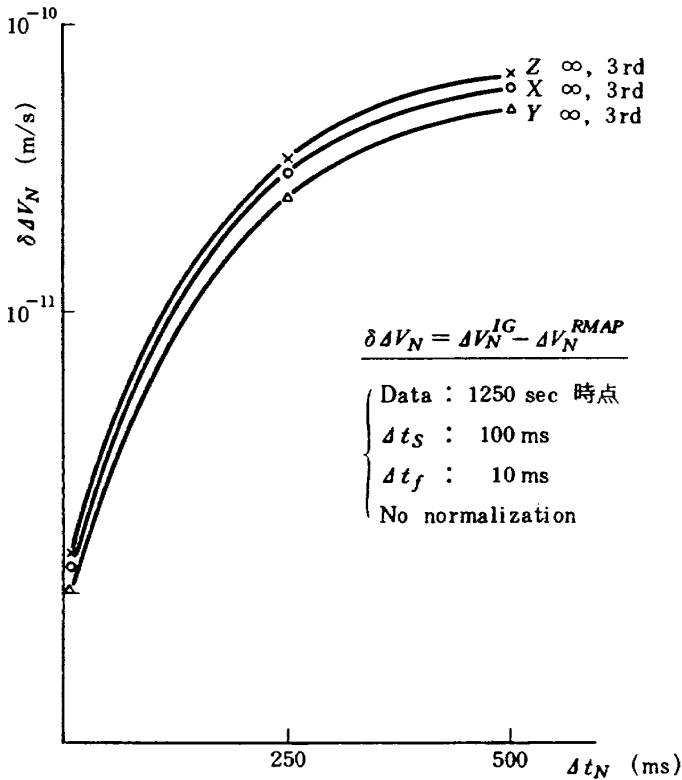


図16 速度増分に対する  $\Delta t_N$  と 3角関数近似の影響

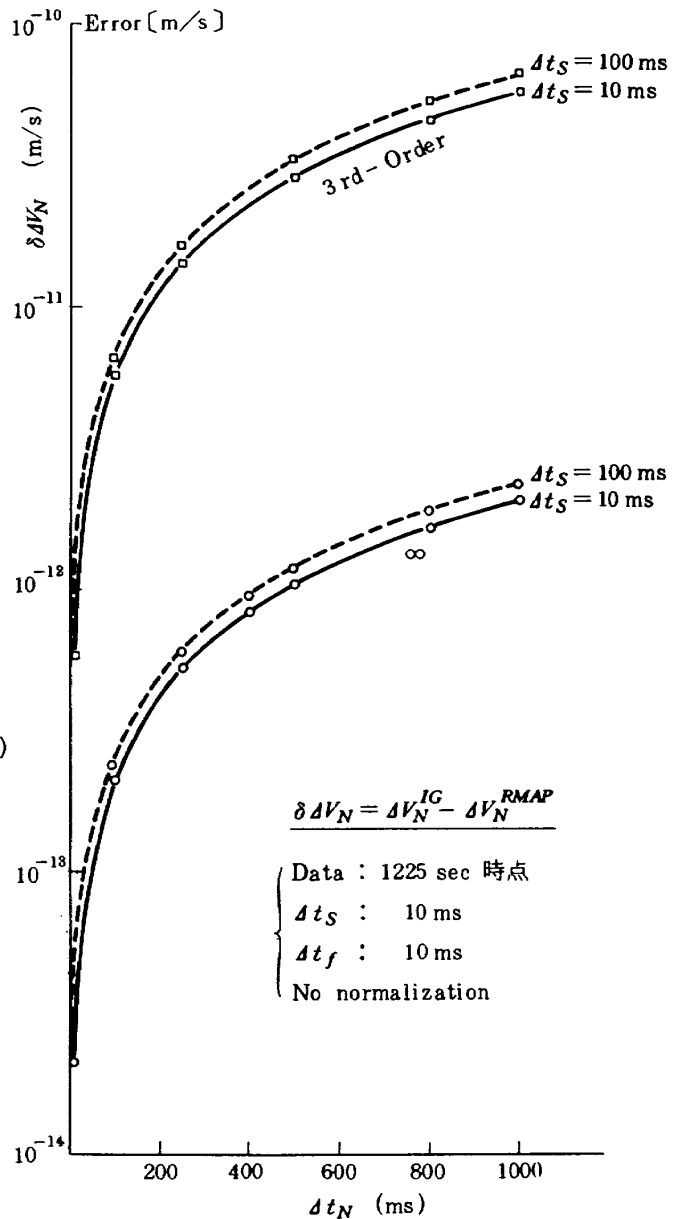


図18 速度増分の絶対値に対する  $\Delta t_N$  と 3角関数近似の影響

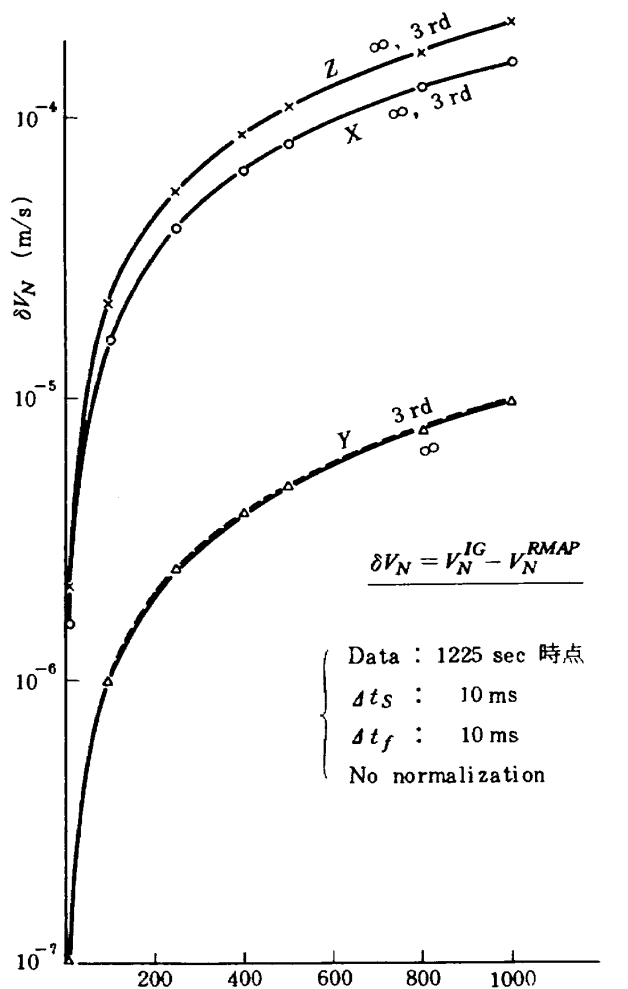


図17 速度に対する  $\Delta t_N$  と 3角関数近似の影響

200 ms,  $\Delta t_N$  サイクルは 1000 ms 迄は精度的にみてほとんど問題なく, 又, 近似度も 3 次の近似式でも充分であると言える。これは搭載誘導計算機に対する処理負担の大幅な軽減化が図れる事を意味する。

#### 4.4 コーニング運動の影響

機体 3 軸のうち, どれかの 2 軸に同時に回転運動が加わると, その影響によって残りの 1 軸に回転運動が誘起される。これはコーニング誤差と呼ばれ, 軌道におよぼす影響は大きい。この影響を評価するために, 軌道計算プログラムにオイラーパラメータ法を用いた座標変換ルーチン及び航法計算ルーチン

を付加し、又、プログラム誘導コマンド信号に対し外部から  $\delta\theta = 0.001 \times \sin(2\pi\omega t)$  の振動入力をピッチ、ロール軸に加えて、コーニング運動をおこさせ、その結果発生する誤差について解析した。軌道計算条件としては、これ迄に述べた誤差評価の結果から判断して標準的と思われる  $\Delta t_S = 100 \text{ ms}$ 、 $\Delta t_N = 500 \text{ ms}$ 、軌道計算ルーチンの処理サイクル  $\Delta t_f = 10 \text{ ms}$  を設定した。又、オイラーパラメータの計算における三角関数については、3次の近似式でも充分との評価結果であったが、出来るだけコーニング誤差の影響を正確に把握するために、組込関数を使用した。軌道例としてはETS-1 打上げ軌道を用い、3段軌道投入時点に対応する飛しょう後1,200秒時点でのコーニング誤差の一例として、速度増分  $\Delta V_N$  及び速度  $V_N$  における誤差を  $\omega$  をパラメータとして示したのが図19、20である。両図について特徴的な事は0~1 Hz間に誤差の極大値が10 Hzで極小値がそれぞれ存在するが、それ以外では $\omega$ が大きくなるに従って単調に減少していく傾向がみられる。これはコーニング周期が短くなれば、振動回数が増えるので平均化効果が大ききいてくるためであろう。図19における  $\Delta V_N$  の値は図16の  $\Delta t_N = 500 \text{ ms}$  での値と比較した場合、3~4桁のオーダーで大きくなっている。その結果、図20における  $V_N$  の誤差値にはコーニングによる誤差の累積効果がみられ、図17におけるそれと比較した場合、その差は4~6

なるに従って単調に減少していく傾向がみられる。これはコーニング周期が短くなれば、振動回数が増えるので平均化効果が大ききいてくるためであろう。図19における  $\Delta V_N$  の値は図16の  $\Delta t_N = 500 \text{ ms}$  での値と比較した場合、3~4桁のオーダーで大きくなっている。その結果、図20における  $V_N$  の誤差値にはコーニングによる誤差の累積効果がみられ、図17におけるそれと比較した場合、その差は4~6

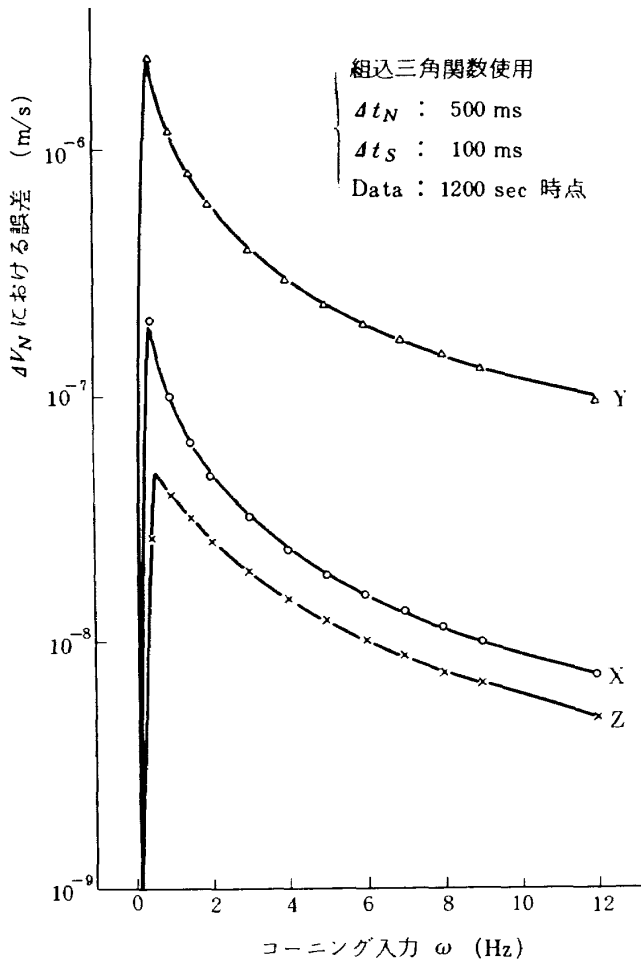


図19 コーニング誤差

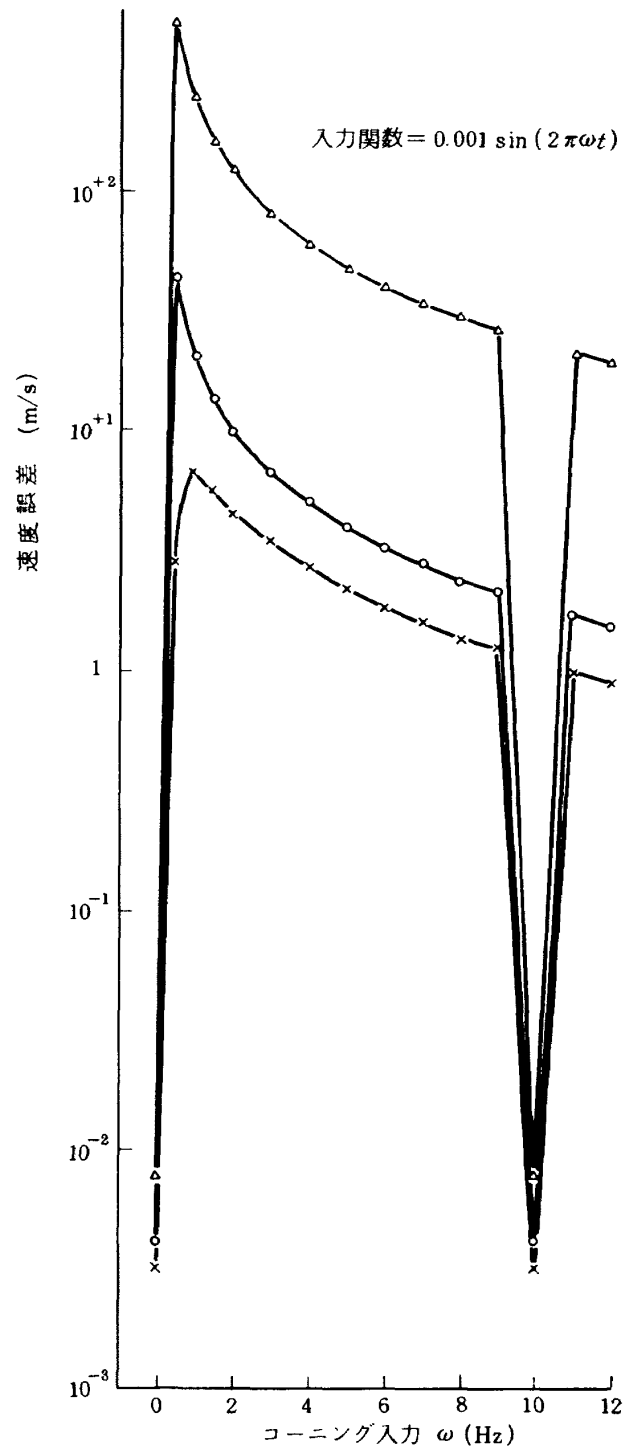


図20 コーニングによる速度誤差

桁のオーダーに拡大されている。10Hzでの極小値は、 $\Delta t_S = 100\text{ms}$ と関連しているものと思われる。コーニング運動の影響は機体のヨー軸に表われる事になるが、図19, 20は慣性航法座標系の成分で示されているので対応づけは難しい。しかし、推力飛行中にヨー軸が回転すれば、軌道面外の運動が発生するので、その軌道面外の運動を示す $y$ 成分が図16, 17の場合と比べた場合、 $x$ ,  $z$ 成分に対し逆に大きくなっている事実からみて、その影響が表われているものと考えられる。ただし、ここで述べたコーニング運動による誤差として取扱ったものは、コーニング運動の結果として発生するヨー方向の運動による誤差のみでなく、ロール軸の回転によって発生するヨー方向の運動による誤差をも含んだものである。この両者は互に因果関係にあるため、切離して扱う事は出来ないので、この様なコーニング誤差を取扱う時にはこの両者がつねに含まれている事を留意しておく必要がある。

この様にコーニング運動が軌道に及ぼす影響はかなり大きいので、基準軌道を設定する場合、姿勢制御信号のプログラムは出来るだけ1軸ずつ動作するように作成する必要がある。Nロケットの姿勢制御信号プログラムはこのような方法がとられている。閉ループ誘導システムにおいては、基本的にはロール軸が制御されていなくても誘導は可能であるが、上述のコーニング運動による派生的な誤差が発生するので、これを避けるためにロール軸の制御を行なうべきである。

## 5. 速度・位置計算アルゴリズムの評価

本ルーチンは、機体軸が連続的に回転している事によって発生する誤差を補正する機体軸変化補償ルーチン、データ変換ルーチン、本ルーチンの中心である速度、位置計算ルーチン、座標システム及び初期値設定ルーチンから構成される。以下、処理の順に従って、そのアルゴリズム、処理の論理フロー及びシミュレーション結果等について述べる。

### 5.1 サブプログラムのアルゴリズム

#### (1) 機体軸変化補償法

ロケットの加速度を測定する場合、ステーブルプラットフォーム方式であれば、加速度計は安定化台上

に載せられているため、つねに、ある定まった方向の加速度のみを検出するので、ロケットの回転の影響は問題にならない。しかし、ストラップダウン方式であると、各加速度計は機体軸に取付けられているため、ロケットが回転していると、時々刻々異った方向の加速度を測定していくことになり、誤差が累積することになる。これを避けるためには、ロケットの回転速度が無視できる位の時間間隔で座標変換行列を解き、これを用いて、時々刻々測定される各加速度データを慣性座標系成分に変換した後、加算して速度を求めることが必要である。しかしながら、搭載誘導計算機の限られた能力では誤差が無視できる程度の処理を行なわせることは無理であるため、この誤差をできるだけ小さくするような補償法が必要である。ここで述べるのはそうした補償法の1つで、 $\Delta t_S$  サイクル毎に得られる加速度成分に対し、同じく  $\Delta t_S$  サイクル毎に得られるジャイロの出力を用いて、回転の影響を補償することを目的としたものである。この方法が有効に機能すれば、座標変換行列を解く時間間隔  $\Delta t_N$  を、大きくする事が出来るため、誘導計算機の負担の軽減化がはかれる。

航法計算部においては、ある時刻  $t + \Delta t_N$  での航法座標系成分表示の速度  $V_N$  を求めるのに、次式

$$V_N(t + \Delta t_N) = \int_t^{t + \Delta t_N} a_N(t) dt + \int_t^{t + \Delta t_N} g(t) dt + V_N(t) \quad (5-1)$$

の関係を用いる。ここで、右辺第1項は推力、空気力による加速度、第2項は重力加速度である。この重力加速度は搭載された加速度計には検出されないため、計測される量は第1項のみとなる。この加速度  $a_N$  は

$$a_N(t) = \frac{T_N}{m} = T_{NB} \frac{T_B}{m} \quad (5-2)$$

と定義される航法座標系表示量である。ただし、 $m$  はロケットの質量、 $T_B$ ,  $T_N$  はそれぞれ機体座標系、航法座標系成分として表示された推力及び空気力の合力である。ステーブルプラットフォーム方式の場合には(5-2)式の  $a_N$  が直接測定される。あるいはこれと定数座標変換行列で関係づけられるプラットフォーム座標系成分として測定されるので(5-1)式にす



ぐ代入できる。これに対し、ストラップダウン方式の場合には、測定される量は機体軸座標系成分という事になる。これを  $\Delta S_B(t)$  とすれば次式のようになる。

$$\Delta S_B(T) \equiv \int_t^{t+\Delta t_S} \frac{\mathbf{T}_B}{m} dt \tag{5-3}$$

ただし、 $\Delta t_S$  は慣性センサ出力のサンプリングタイムである。従って、ストラップダウン方式の場合には(5-3)式から(5-2)式に対応する量を求める必要がある。これを行なうために座標変換行列  $T_{NB}$  に対して、次の関係を満足する行列  $Q_{L,L-1}$  を考える。

$$T_{BN}(t+L \cdot \Delta t_S) = Q_{L,L-1} T_{BN}(t+(L-1)\Delta t_S) \tag{5-4}$$

ただし、 $(\frac{\Delta t_N}{\Delta t_S} \geq L \geq 1)$

(5-4)式は又、次式のようにも表わせる。

$$T_{BN}(t+L \cdot \Delta t_S) \equiv Q_{L,L-1} \cdot Q_{L-1,L-2} \cdot \dots \cdot Q_{2,1} \cdot Q_{1,0} T_{BN}(t) \tag{5-5}$$

又は、

$$Q_{L,L-1} \equiv T_{BN}(t+L \cdot \Delta t_S) \cdot T_{NB}(t+(L-1)\Delta t_S) \tag{5-6}$$

すなわち、 $Q_{L,L-1}$  は  $T_{BN}$  を  $\Delta t_S$  毎に更新していくためのパラメータである。

今、航法計算サイクル  $\Delta t_N$  毎に得られる航法座標系表示の速度増分を  $\Delta V_{NB}$  とすると、これは  $\Delta t_S$  サイクル毎の出力の和となるので、(5-2)式を用いて次の様に表わせる。

$$\begin{aligned} \Delta V_{NB} &= \int_t^{t+\Delta t_N} T_{NB} \frac{\mathbf{T}_B}{m} dt \\ &= \sum_{n=1}^L \int_{t+(n-1)\Delta t_S}^{t+n\Delta t_S} T_{NB} \frac{\mathbf{T}_B}{m} dt \end{aligned} \tag{5-7}$$

今、 $T_{BN}$  及び(5-4)式を用いて、(5-7)式の  $B$  系成分を求めてみると、次の多項式が得られる。

$$\begin{aligned} \Delta V_B(t+L \cdot \Delta t_S) &= T_{BN}(t+\Delta t_N) \Delta V_{NB} = T_{BN}(t+L \cdot \Delta t_S) \Delta V_{NB} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= T_{BN}(t+L \cdot \Delta t_S) \left\{ \sum_{n=1}^L \int_{t+(n-1)\Delta t_S}^{t+n\Delta t_S} T_{NB} \frac{\mathbf{T}_B}{m} dt \right\} \\ &= Q_{L,L-1} Q_{L-1,L-2} \dots \dots \dots \\ &\quad \times Q_{2,1} Q_{1,0} T_{BN}(t) \int_t^{t+\Delta t_S} T_{NB} \frac{\mathbf{T}_B}{m} dt \\ &+ Q_{L,L-1} Q_{L-1,L-2} \dots \dots \dots \\ &\quad \times Q_{2,1} T_{BN}(t+\Delta t_S) \int_{t+\Delta t_S}^{t+2\Delta t_S} T_{NB} \frac{\mathbf{T}_B}{m} dt \\ &\quad \vdots \\ &+ Q_{L,L-1} \cdot T_{BN}(t+(L-1)\Delta t_S) \int_{t+(L-1)\Delta t_S}^{t+L\Delta t_S} T_{NB} \frac{\mathbf{T}_B}{m} dt \end{aligned} \tag{5-8}$$

ここで、右辺の座標変換行列と積分項に注目してみると、積分項は  $t+(L-1)\Delta t_S$  から  $t+L \cdot \Delta t_S$  間の速度増分を求めているのに対し、座標変換行列  $T_{BN}$  は  $t+(L-1)\Delta t_S$  の値を使用しており、積分項に対して、1サイクル遅れている。この遅れ分を補正するために、 $T_{BN}(t+(L-1)\Delta t_S)$  に対し、 $\Delta t_S/2$  だけ位相を進ませた形での補正を次式のように加える。

$$\begin{aligned} T_{BN}(t) &\rightarrow Q_{0,\frac{1}{2}} T_{BN}(t+\frac{\Delta t_S}{2}) \doteq Q_{0,\frac{1}{2}} T_{BN}(t) \\ T_{BN}(t+\Delta t_S) &\rightarrow Q_{1,\frac{3}{2}} T_{BN}(t+\frac{3}{2}\Delta t_S) \\ &\quad \vdots \quad \quad \quad \doteq Q_{1,\frac{3}{2}} T_{BN}(t+\Delta t_S) \\ &\quad \vdots \\ T_{BN}(t+(L-1)\Delta t_S) &\quad \quad \quad \vdots \\ &\rightarrow Q_{L,L-\frac{1}{2}} T_{BN}(t+(L-\frac{1}{2})\Delta t_S) \quad \quad \quad \vdots \\ &\quad \quad \quad \doteq Q_{L-1,L-\frac{1}{2}} T_{BN}(t+(L-1)\Delta t_S) \end{aligned} \tag{5-9}$$

(5-9)式を(5-8)式に代入すると、次式の関係が得られる。

$$\begin{aligned} \Delta V_B(t+L \Delta t_S) &= T_{BN} \cdot \Delta V_{NB} \\ &= Q_{L,L-1} Q_{L-1,L-2} \dots \dots \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \dots\dots\dots Q_{2,1} Q_{1,0} Q_{0, \frac{1}{2}} T_{BN}(t) \int_t^{t+\Delta t_S} T_{NB} \frac{\mathbf{T}_B}{m} dt \\
 & + Q_{L,L-1} Q_{L-1,L-2} \dots\dots\dots \\
 & \dots\dots\dots Q_{2,1} Q_{1, \frac{3}{2}} T_{BN}(t+2\Delta t_S) \int_{t+\Delta t_S}^{t+2\Delta t_S} T_{NB} \frac{\mathbf{T}_B}{m} dt \\
 & \vdots \\
 & + Q_{L,L-1} Q_{L-1,L-\frac{1}{2}} T_{BN}(t+(L-1)\Delta t_S) \int_{t+(L-1)\Delta t_S}^{t+L\Delta t_S} T_{NB} \frac{\mathbf{T}_B}{m} dt
 \end{aligned}
 \tag{5-10}$$

従って、 $\Delta t_S$  毎に行列  $Q_{L,L-1}, Q_{L-1,L-\frac{1}{2}}$  と  $T_{BN}(t+(L-1)\Delta t_S)$  及び積分項  $\int_{t+(L-1)\Delta t_S}^{t+L\Delta t_S} T_{NB} \frac{\mathbf{T}_B}{m} dt$

が簡単に求め得れば、(5-10)式の左辺に対し、航法計算周期毎にオイラーパラメータ法を用いて求めた  $T_{NB}(t+\Delta t_N)$  を掛ける事によって、 $\Delta t_S$  毎に回転の影響を近似的に考慮したデータ  $\Delta \mathbf{V}_N$  を求める事ができる。そこで、次にこれらの各項を簡単に求めるための近似式を導くことにする。 $T_{BN}$ と積分項に関しては次式の近似を用いる。

$$\begin{aligned}
 & T_{BN}(t+(L-1)\Delta t_S) \int_{t+(L-1)\Delta t_S}^{t+L\Delta t_S} T_{NB} \frac{\mathbf{T}_B}{m} dt \\
 & \doteq T_{BN}(t+(L-1)\Delta t_S) \cdot T_{NB}(t+(L-1)\Delta t_S) \int_{t+(L-1)\Delta t_S}^{t+L\Delta t_S} \frac{\mathbf{T}_B}{m} dt \\
 & = \Delta \mathbf{S}_B(t+L\Delta t_S)
 \end{aligned}
 \tag{5-11}$$

これは積分型加速度計の  $\Delta t_S$  間の出力にあたるため、そのまま入力として用いる事ができる。

$Q_{L,L-1}$  に関しては(5-6)式及び  $\dot{T}_{BN} = -T_{BN} \mathcal{Q}_B$  の関係を用いると次のようになる。ただし、 $\mathcal{Q}_B$  は角速度を成分にもつ次のような行列である。

$$\mathcal{Q}_B = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_{Bz} & \omega_{By} \\ \omega_{Bz} & 0 & -\omega_{Bx} \\ -\omega_{By} & \omega_{Bx} & 0 \end{pmatrix}$$

$$Q_{L,L-1} = T_{BN}(t+L\Delta t_S) \cdot T_{NB}(t+(L-1)\Delta t_S)$$

$$\begin{aligned}
 & = \left\{ T_{BN}(t+(L-1)\Delta t_S) + \int_{t+(L-1)\Delta t_S}^{t+L\Delta t_S} \dot{T}_{BN} dt \right\} \\
 & \quad \times T_{NB}(t+(L-1)\Delta t_S) \\
 & = E + \int_{t+(L-1)\Delta t_S}^{t+L\Delta t_S} \dot{T}_{BN} dt \cdot T_{NB}(t+(L-1)\Delta t_S) \\
 & = E - \int_{t+(L-1)\Delta t_S}^{t+L\Delta t_S} (T_{BN} \mathcal{Q}) dt \cdot T_{NB}(t+(L-1)\Delta t_S) \\
 & \doteq E - \int_{t+(L-1)\Delta t_S}^{t+L\Delta t_S} \mathcal{Q} dt = E - \Delta \theta_B(t+L\Delta t_S)
 \end{aligned}
 \tag{5-12}$$

ここで、 $E$  は単位行列であり  $\Delta \theta_B$  は、行列  $\mathcal{Q}_B$  の各成分を積分ジャイロの  $\Delta t_S$  間の出力 ( $\omega_{Bz} \Delta t_S, \omega_{By} \times \Delta t_S, \omega_{Bx} \Delta t_S$ ) で置換えたものに相当し、これは、 $\Delta t_S$  サイクル毎に入力として得る事ができる。

次に  $Q_{L-1,L-\frac{1}{2}}$  に対しては(5-6)式の関係を用いると、 $Q_{L,L-1}$  と同様、次式の関係が得られる。すなわち、

$$\begin{aligned}
 & Q_{L-1,L-\frac{1}{2}} = T_{BN}(t+(L-1)\Delta t_S) \\
 & \quad \times T_{NB}(t+(L-\frac{1}{2})\Delta t_S) \\
 & = T_{BN}(t+(L-1)\Delta t_S) \left\{ T_{NB}(t+(L-1)\Delta t_S) \right. \\
 & \quad \left. + \int_{t+(L-1)\Delta t_S}^{t+(L-\frac{1}{2})\Delta t_S} T_{NB} \mathcal{Q}_B dt \right\} \\
 & \doteq E + T_{BN}(t+(L-1)\Delta t_S) \cdot T_{NB}(t+(L-1)\Delta t_S) \\
 & \quad \times \int_{t+(L-1)\Delta t_S}^{t+(L-\frac{1}{2})\Delta t_S} \mathcal{Q}_B dt \\
 & \doteq E + \frac{1}{2} \int_{t+(L-1)\Delta t_S}^{t+L\Delta t_S} \mathcal{Q}_B dt \\
 & = E + \frac{1}{2} \Delta \theta_B(t+L\Delta t_S)
 \end{aligned}
 \tag{5-13}$$

$\Delta \theta_B(t+L\Delta t_S)$  は(5-12)式と同様、積分ジャイロ

の出力によって構成される行列である。

これより、速度増分に対する機体軸の回転の影響は、上式の関係を用いて、非常に簡単な方式で補正できるといえる。計算のアルゴリズムとしては、注目する  $0 \sim \Delta t_N$  区間において、 $\Delta t_S$  毎に得られるセンサからの出力を用いて、次にのべる(5-14)式を計算し、これを  $\Delta t_S$  毎に繰返す。即ち、回転の補正を加えながら加算し、 $\Delta t_N$  後に更新された座標変換行列  $T_{NB}$  を用いて、慣性座標系成分に変換することになる。(5-11)~(5-13)式の関係を用いると、(5-10)式から  $L = j$  番目迄の速度増分  $\Delta V_B(j)$  は  $t = 0$  として、

$$\begin{aligned} \Delta V_B(j) = & \Delta V_B(j-1) + \Delta S_B(j) \\ & - \Delta \theta(j) \left[ \Delta V_B(j-1) + \frac{\Delta S_B(j)}{2} + \frac{1}{2} \Delta \theta(j) \Delta S_B(j) \right] \end{aligned} \quad (j=1 \sim L) \quad (5-14)$$

ただし、 $\Delta V_B(j-1)$  は、 $j = 1$  から  $(j-1)$  迄の各速度増分を補正して加算した値である。

この他、機体軸回転の影響の補正法として、すでに報告<sup>3)</sup>したものに次の方式がある。(5-14)式と同様、 $\Delta t_S$  サイクル毎の加速度計からの出力を  $\Delta S_B(j)$  ジャイロからの出力行列を前述と同様  $\Delta \theta_B(j)$  とすれば、

$$\begin{aligned} \Delta V_B(j) = & \left\{ \Delta V(t+j \cdot \Delta t_S) \right\}_{B(t+j \Delta t_S)} \\ = & \int_{t+(j-1)\Delta t_S}^{t+j\Delta t_S} \left\{ \dot{V}_B \right\}_{B(\tau)} d\tau + \left\{ \Delta V(t+(j-1)\Delta t_S) \right\}_{B(t+(j-1)\Delta t_S)} \\ = & \int_{t+(j-1)\Delta t_S}^{t+j\Delta t_S} \left\{ \dot{V}_N - \omega_{NB}(\tau) \times \Delta V(\tau) \right\}_{B(\tau)} d\tau \\ & + \left\{ \Delta V(t+(j-1)\Delta t_S) \right\}_{B(t+(j-1)\Delta t_S)} \\ \doteq & \Delta S_B(j) - \Delta \theta_B(j) \left[ \Delta V_B(j-1) + \frac{\Delta S_B(j)}{2} \right] + \Delta V_B(j-1) \end{aligned} \quad (j=1 \sim L) \quad (5-15)$$

ただし、 $\left\{ \dot{V}_N \right\}_B$  は  $N$  座標系成分を  $B$  座標系成分で表示する事を意味する。(5-15)式を(5-14)式と同様  $\Delta t_S$  サイクル毎に計算し、 $j = L$  すなわち、 $\Delta t_N$  になった時点で更新された  $T_{NB}$  を用いて、航法座標系 ( $N$ 系)に変換し、そこで速度を求める事になる。

両式を比較した場合、(5-14)式は(5-15)式に比べ、 $\Delta \theta_B(j)$  の2次の補正項を含むため、補正効果が大きいので、前者(5-14)式を用いる事にした。

## (2) 航法計算部への入力データ

IMU から出力される速度増分、角度増分データは、まず IMU 固有誤差量の補正を受けた後、角度増分データは座標変換行列の更新のために使用されると共に、前項の機体軸変化補正に使用される。一方、速度データは同じく前項の機体軸変化補正が加えられた後、次に述べる機体軸座標系成分から航法座標系成分への変換が行なわれる。この変換は  $\Delta t_N$  サイクル毎に次式によって行なわれる。

$$\Delta V_N = 0.01 T_{NB} \cdot \Delta V_B \quad (5-16)$$

定数は IMU 出力の CGS 単位を MKS 単位系へ変換するためのものである。

## (3) 航法計算アルゴリズム

ロケットの現時点における位置、速度は厳密には次の微分方程式を解く事によって与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{V} &= a + g \\ \dot{R} &= V \\ g &= -\Delta U \end{aligned} \right\} \quad (5-17)$$

ここで、 $V$ 、 $a$ 、 $g$ 、 $R$  はそれぞれ機体の速度、加速度、重力加速度、位置ベクトルであり、 $U$  は重力ポテンシャル関数である。上式において、 $g$  は位置  $R$  の非線形関数であり、又、加速度  $a$  も時間と共に変化するため、全体としても非線形となり、解析的には解けない。このため、計算精度が要求される場合には、数値積分を行なわなければならないが、搭載誘導計算機の限られた能力では、この数値積分を実時間で行なう事は出来ないので、位置、速度を求めるためには何等かのアルゴリズムの簡易化が必要であり、以下にその手法について述べる。

### (i) 重力加速度

搭載された加速度計は加速度計のケース即ち、それが取付けられている機体と加速度計の慣性マスとの間の相対運動を検出する方式となっているので、重力のように両者に等しく作用する力即ち、機体と慣性マスとの間に相対運動を発生させない力による加速度は検出する事ができない。従って、(5-17)式の第1、第2式を解くためには重力加速度を別途求めておく必要がある。

よく知られているように、地球の重力ポテンシャルは、地心からの距離を  $R$  とすれば次式によって与えられる。

$$U = \frac{g_0 R_0^2}{R} \left[ 1 - \frac{1}{2} J_2 \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 (3 \sin^2 \nu - 1) - 3 J_2^{(2)} \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 \cos \nu \cdot \cos \lambda + \dots \right] \quad (5-18)$$

ただし、

- $R_0$  : 地球半径 (赤道平均半径)
- $g_0$  : 赤道上平均重力加速度  $\doteq 9.7982414 \text{ m/s}^2$
- $\nu$  : 機体位置の緯度
- $\lambda$  : " 経度
- $J_2$  : 定数 ( $\doteq 1.08219 \times 10^{-3}$ )
- $J_2^{(2)}$  : 定数 ( $\doteq -1.535 \times 10^{-6}$ )

上式において、 $J_2^{(2)}$  項が位置に対して及ぼす影響は、ロケットの飛しょう時間 1,200 秒間では、たかだか 10m 程度なので、これ及び高次項を無視すると、 $U$  は  $R$  及び緯度  $\nu$  のみの関数となる。即ち、

$$U \doteq \frac{g_0 R_0^2}{R} \left\{ 1 - \frac{J_2}{2} \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 (3 \sin^2 \nu - 1) \right\} \quad (5-19)$$

航法計算は航法座標系成分を用いて行なわれるので、(5-19) 式をこの成分で表現する事が必要である。ロケットの現時点における位置を、基準慣性座標系 (地心に原点を持ち、春分点方向に  $x_0$ 、北極方向に  $z_0$  軸を持つ右手系) の  $x_0$  軸より測った経度  $\lambda$ 、緯度  $\nu$ 、及び  $R_c (X_c, Y_c, Z_c)$  で表わすとすると、航法座標系 ( $N$ 系) との関係は図 21 のようになる。従って、

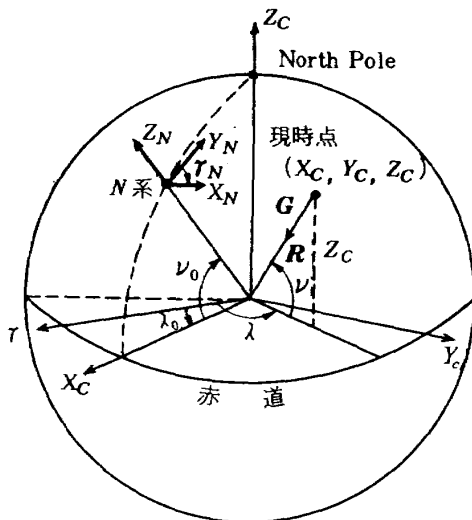


図 21 現時点と航法座標系の関係

位置ベクトル  $R$  に関して、次の変換式が成立つ。

$$\begin{aligned} R_c &= T_{CN} R_N \\ &= \begin{pmatrix} \sin \nu_0 & 0 & \cos \nu_0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos \nu_0 & 0 & \sin \nu_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\cos \gamma_N & -\sin \gamma_N & 0 \\ \sin \gamma_N & -\cos \gamma_N & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} R_N \\ &= \begin{pmatrix} -\sin \nu_0 \cos \gamma_N & -\sin \nu_0 \sin \gamma_N & \cos \nu_0 \\ \sin \gamma_N & -\cos \gamma_N & 0 \\ \cos \nu_0 \cos \gamma_N & \cos \nu_0 \sin \gamma_N & \sin \nu_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_N \\ Y_N \\ Z_N \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5-20)$$

(5-20) 式及び、 $\sin \nu = Z_c/R$  の関係を用いて、(5-19) 式を書直すと次式が得られる。

$$U = \frac{g_0 R_0^2}{R} + \frac{J_2}{2} \cdot \frac{g_0 R_0^4}{R^3} - \frac{3}{2} \frac{J_2 g_0 R_0^4}{R^5} (A \cdot X_N + B \cdot Y_N + C \cdot Z_N)^2 \quad (5-21)$$

ただし、

$$\begin{aligned} A &= \cos \nu_0 \cos \gamma_N \\ B &= \cos \nu_0 \sin \gamma_N \\ C &= \sin \nu_0 \\ R &= (X_c^2 + Y_c^2 + Z_c^2)^{\frac{1}{2}} = (X_N^2 + Y_N^2 + Z_N^2)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

(5-21) 式を  $X_N, Y_N, Z_N$  成分で微分してやれば重力加速度が求まる。即ち、

$$\begin{aligned} g_{Nj} &= \frac{\partial U}{\partial P_j} \\ &= -g_0 R_0^2 \left\{ 1 + \frac{3}{2} \frac{J_2 R_0^2}{R^2} \right\} \frac{P_j}{R^3} \\ &\quad - \frac{3}{2} \frac{J_2 g_0 R_0^4}{R^4} D \left\{ 2E_j - 5D \frac{P_j}{R} \right\} \end{aligned} \quad (5-22)$$

ただし、

$$\begin{aligned} D &= (A X_N + B Y_N + C Z_N) / R \\ P_j &= X_N, Y_N, Z_N \quad (j = 1 \sim 3) \\ E(j) &= A, B, C \quad (j = 1 \sim 3) \end{aligned}$$

ここで (5-22) 式について、 $(R_0/R)^2 = R_2$  と置換えると、重力加速度の各成分は次式のようなになる。

$$g_{Nj} = -g_0 R_2 \left( 1 + \frac{3}{2} J_2 R_2 \right) \frac{P_j}{R}$$

$$-\frac{3}{2} g_0 J_2 D R_2^2 \left( 2E_j - 5D \frac{P_j}{R} \right) \quad (j=1, 2, 3) \quad (5-23)$$

(ii) 加速度, 速度, 位置

ロケットの各飛しょうパラメータを求めるためには, まず, その加速度を求めておく必要がある。加速度は時々刻々変化するが, 誘導計算機が受取るデータは, 加速度計からの速度増分データなので, これを用いて, 時々刻々の厳密な加速度を求める事はできない。しかし,  $\Delta t_N$  はかなり短いので, その間の加速度の変化を線形であると仮定し, 次式でもってこれを近似する事にする。

$$\mathbf{a}_N(t) = \mathbf{a}_{N_0} + \frac{1}{\Delta t_N} (\mathbf{a}_N - \mathbf{a}_{N_0}) t \quad (5-24)$$

ただし,  $\mathbf{a}_{N_0}, \mathbf{a}_{N_1}$  はそれぞれ, 誘導計算機が認識する現時刻と  $\Delta t_N$  後の加速度である。

加速度計からの出力  $\Delta \mathbf{V}_N$  は, 次式

$$\Delta \mathbf{V}_N \equiv \int_0^{\Delta t_N} \mathbf{a}_N(t) \cdot dt \quad (5-25)$$

で定義される量であるから, (5-24) 式の関係を用いると, 加速度  $\mathbf{a}_{N_1}$  は次の (5-26) 式によって与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{V}_N &= \int_0^{\Delta t_N} \left\{ \mathbf{a}_{N_0} + \frac{t}{\Delta t_N} (\mathbf{a}_{N_1} - \mathbf{a}_{N_0}) \right\} dt \\ &= \frac{1}{2} (\mathbf{a}_{N_1} + \mathbf{a}_{N_0}) \Delta t_N \\ \therefore \mathbf{a}_{N_1} &= 2 \frac{\Delta \mathbf{V}_N}{\Delta t_N} - \mathbf{a}_{N_0} \quad (5-26) \end{aligned}$$

又,  $(0 \sim \Delta t_N)$  間の重力加速度  $\mathbf{g}_N(t)$  をも, 求めておく必要があるが, これには図22に示すように, 現地点とさらに1サイクル前の重力加速度項を利用して, やはり線形に変化するものと仮定し, 次式でもって近似する。

$$\mathbf{g}_N(t) = \mathbf{g}_{N_0} + \frac{1}{\Delta t_N} (\mathbf{g}_{N_0} - \mathbf{g}_{N-1}) t \quad (5-27)$$

(5-26), (5-27) 式の関係を用いると, 速度  $\mathbf{V}_N$  は次式によって与えられる。

$$\mathbf{V}_N(\Delta t_N) = \int_0^{\Delta t_N} \{ \mathbf{a}_N(t) + \mathbf{g}_N(t) \} dt + \mathbf{V}_{N_0}$$

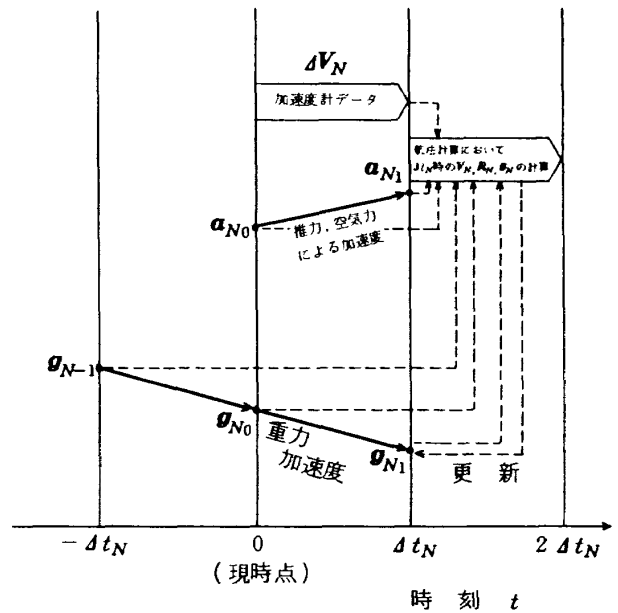


図22 加速度, 重力加速度の推定モデル

$$= \Delta \mathbf{V}_N + (3\mathbf{g}_{N_0} - \mathbf{g}_{N-1}) \frac{\Delta t_N}{2} + \mathbf{V}_{N_0} \quad (5-28)$$

又, 位置  $\mathbf{R}_N$  も前記の (5-24), (5-26), (5-27) 式の関係を用いてやると, 次式のようにになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_N(\Delta t_N) &= \int_0^{\Delta t_N} \left[ \int_0^t \{ \mathbf{a}_N(t) + \mathbf{g}_N(t) \} dt + \mathbf{V}_N(0) \right] dt \\ &\quad + \mathbf{R}_{N_0} \\ &= (\mathbf{a}_{N_0} + 4\mathbf{g}_{N_0} - \mathbf{g}_{N-1}) \frac{\Delta t_N^2}{6} \\ &\quad + \left( \frac{\Delta \mathbf{V}_N}{3} + \mathbf{V}_{N_0} \right) \Delta t_N + \mathbf{R}_{N_0} \quad (5-29) \end{aligned}$$

ただし,  $\mathbf{V}_{N_0}, \mathbf{R}_{N_0}$  は現時刻における速度, 位置を表わす。

(iii) 重力加速度の更新と修正

重力加速度は, (ii) で述べた如く  $\mathbf{V}_N, \mathbf{R}_N$  を算出するために,  $\mathbf{g}_{N-1}$  の値を使って  $\mathbf{g}_N(\Delta t_N)$  を推定している。このため,  $\mathbf{g}_N(\Delta t_N)$  地点における実際の値との間には多少誤差が発生する恐れがある。このため, この  $\mathbf{g}_N(\Delta t_N)$  に関しては, 再度,  $\mathbf{R}_N(\Delta t_N)$  を利用して, (5-23) 式により計算し, 次サイクルでの  $\mathbf{g}_{N_0}$  として, 更新しておく方式を用い, 精度向上を図った。

次に  $\mathbf{g}_N$  の計算において注意すべき事は,  $\Delta t_N$  の値がつねに一定の場合には, (5-27) 式が使えるが,

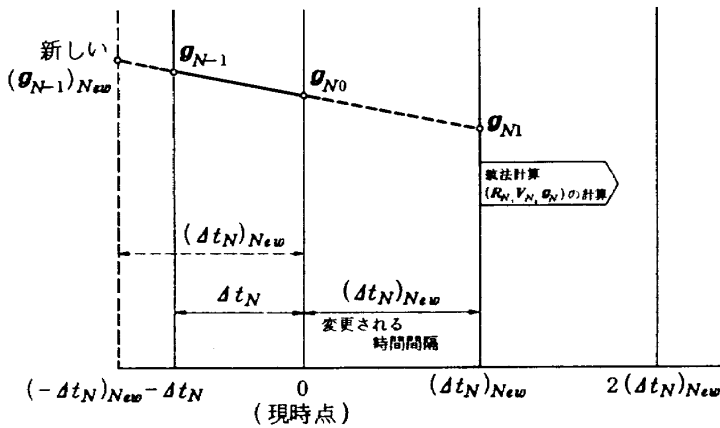


図23  $\Delta t_N$ が変更される時の $\theta_N$ 推定値の補正

飛行中、 $\Delta t_N$ が変更される場合があると、その切りかえの時点で $\theta_N$ の計算式に関し、修正が必要となる。今、図23に示す様に現時点から $\Delta t_N$ が変更になったとすると、 $\theta_{N-1} \sim \theta_{N0}$ 間と $\theta_{N0} \sim \theta_{N1}$ 間では、 $\Delta t_N$ の長さが異なるのでこの修正が必要である。この場合も、重力加速度の変化は線形であると仮定して、新しい $(\Delta t_N)_{New}$ の長さに対応する $(\theta_{N-1})_{New}$ を求めこれを用いた。修正式は次式のようになる。

$$(\theta_{N-1})_{New} = \theta_{N0} + (\theta_{N-1} - \theta_{N0}) \frac{(\Delta t_N)_{New}}{\Delta t_N} \quad (5-30)$$

### 5.2 航法計算における初期値の設定

航法計算ルーチンを駆動するためには、各変数の初期値が必要であり、これについて以下に述べる。

#### (1) 射点座標系(L系)と航法座標系(N系)

航法座標系の $X_N \sim Z_N$ 面を最終衛星軌道面内に設定する方針をとっているため、射点座標系と航法座標系の原点及び軸方向は一般に一致しない。しかし、航法座標系は図24に示す様に、射点座標系の子午線内に原点を有すると定義しているのので、座標変換は各X軸の子午線北から測った角度、 $r_N, r_L$ と両座標系の緯度差 $\nu_{LN}$ について行なえばよい。この座標変換は機体軸座標系と航法座標系間の座標変換行列 $T_{NB}$ を求める時に必要となるものであるから、L系からN系への変換を求めておけばよい。これを、 $T_{NL}$ と書くと、

- ①  $Z_L$  軸まわりに  $(r_L - \frac{\pi}{2})$
- ②  $X_L^1$  軸まわりに  $\nu_{LN}$
- ③  $Z_L^2$  軸まわりに  $(\frac{\pi}{2} - r_N)$

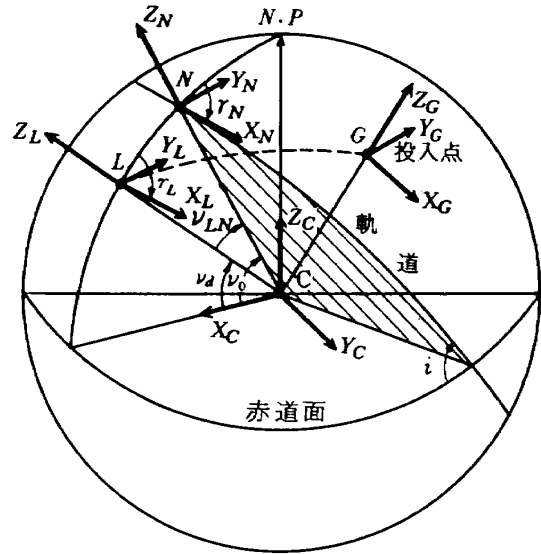


図24 射点座標系(L系)と航法座標系(N系)との関係

の回転順番によって、L系をN系へ一致させる事ができるから、 $T_{NL}$ は次式によって与えられる。

$$T_{NL} = \begin{pmatrix} \cos(r_N - \frac{\pi}{2}) & -\sin(r_N - \frac{\pi}{2}) & 0 \\ \sin(r_N - \frac{\pi}{2}) & \cos(r_N - \frac{\pi}{2}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \nu_{LN} & -\sin \nu_{LN} \\ 0 & \sin \nu_{LN} & \cos \nu_{LN} \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} \cos(\frac{\pi}{2} - r_L) & -\sin(\frac{\pi}{2} - r_L) & 0 \\ \sin(\frac{\pi}{2} - r_L) & \cos(\frac{\pi}{2} - r_L) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} \sin r_N \cos r_N & 0 \\ -\cos r_N \sin r_N & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \nu_{LN} & -\sin \nu_{LN} \\ 0 & \sin \nu_{LN} & \cos \nu_{LN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin r_L & -\cos r_L & 0 \\ \cos r_L & \sin r_L & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5-31)$$

#### (2) 機体軸座標系(B系)と航法座標系(N系)の関係( $T_{NB}$ )

機体軸座標系(B系)から航法座標系(N系)への座標変換行列 $T_{NB}$ の初期値を求めるには、(1)で述べた $T_{NL}$ の他に地面座標系(E系)との関係を用いる必要がある。これはB座標系が、ロケットの軌道計算部において、図25に示すようにE座標系に対するオイラー角 $(\phi, \theta, \psi)$ を用いて定義されているためである。今、このオイラー角の初期値が $(\phi_0, \theta_0, \psi_0)$ で

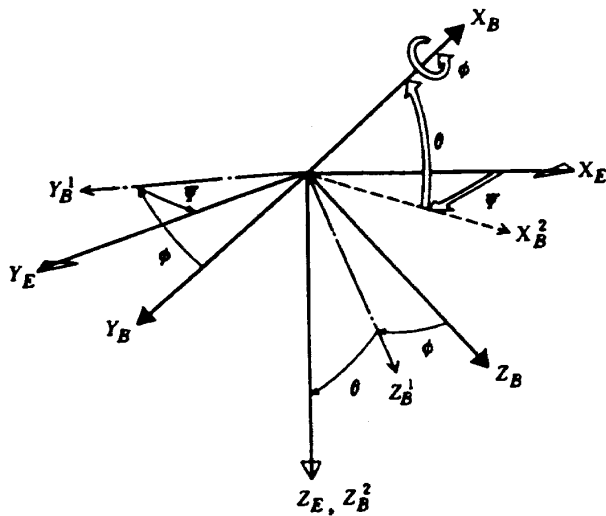


図25 E系とB系との関係

与えられたとすれば、 $T_{EB}$  の初期値  $T_{EB0}$  は次式によって与えられる。

$$T_{EB0} = \begin{pmatrix} \cos\phi_0 \cos\theta_0 & \cos\phi_0 \sin\theta_0 \sin\phi_0 - \sin\phi_0 \cos\phi_0 \\ \sin\phi_0 \cos\theta_0 & \sin\phi_0 \sin\theta_0 \sin\phi_0 + \cos\phi_0 \cos\phi_0 \\ -\sin\theta_0 & \cos\theta_0 \sin\phi_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\phi_0 \sin\theta_0 \cos\phi_0 + \sin\phi_0 \sin\phi_0 \\ \sin\phi_0 \sin\theta_0 \cos\phi_0 - \cos\phi_0 \sin\phi_0 \\ \cos\theta_0 \cos\phi_0 \end{pmatrix} \quad (5-32)$$

次に E系と L系との初期状態での関係は図26に示すように、E系と  $X_E$  軸が子午線の北方向の向きに設定されているので、 $Z_L$  軸まわりの  $\gamma_L$  の回転のみで表わされる。従って、この座標変換行列を  $T_{LE0}$  と書く事にすれば、これが Z 軸に関して逆方向である事を考慮すると、次式によって与えられる。

$$T_{LE0} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\gamma_L & \sin\gamma_L & 0 \\ -\sin\gamma_L & \cos\gamma_L & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\gamma_L & \sin\gamma_L & 0 \\ \sin\gamma_L & -\cos\gamma_L & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (5-33)$$

従って、 $T_{NB}$  の初期値  $T_{NB0}$  は (5-31), (5-32), (5-33) 式の関係を用いる事によって、次式のように与えられる。

$$T_{NB0} = T_{NL} T_{LE0} T_{EB0} \quad (5-34)$$

なお、これ等各座標系の詳しい説明については、既報告書<sup>4)</sup>を参照されたい。

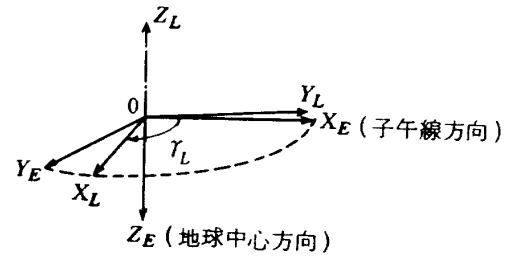


図26 E系とL系との関係

(3)  $\gamma_L$  の設定

航法座標系の定義は図27に示すように、射点を含む子午線面 ( $Z_C \sim X_C$ ) 内に原点を持ち、投入衛星軌道面内に  $X_N$  軸を持つ直交右手系で、 $X_N$  軸は子午線の北から測って  $\gamma_N$  の方向とする。 $Z_N$  の緯度を  $\nu_0$ 、軌道の傾斜角及び経度をそれぞれ  $i, \lambda_f$  とすれば、球面三角法の余弦定理を利用する事によって、 $\gamma_N$  を次式から求める事ができる。

$$\cos \gamma_N = -\sin i, \cos \lambda_f$$

$$\therefore \gamma_N = \cos^{-1}(-\sin i, \cos \lambda_f) \quad (5-35)$$

ただし、 $\cos^{-1}$  の主値は  $[0 \sim \pi]$

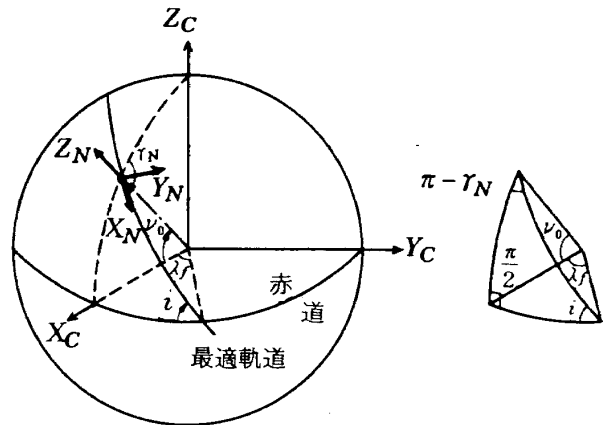


図27 航法座標系

(4) ロケットの初期速度

打上げ時のロケットの初期速度としては地球の自転速度を考慮しなくてはならない。

今、地球の自転角速度を  $\omega_0$  とすれば、射点における速度  $v_L$  は図 28 からも明らかのように、

$$v_L = \omega_0 R_S \cdot \cos \nu_L \quad (5-36)$$

となり、その方向は真東である。従って、L座標系における成分は、

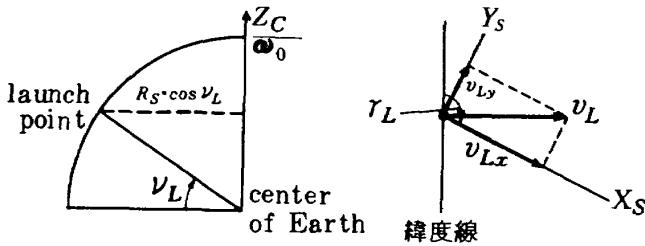


図28 速度の初期値

$$v_L = \begin{pmatrix} v_{LX} \\ v_{LY} \\ v_{LZ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_L \sin \gamma_L \\ -v_L \cos \gamma_L \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5-37)$$

となるので、 $N$ 座標での成分は(5-31)式で求めた  $T_{NL}$  を用いて、次式のように与える事ができる。

$$\begin{pmatrix} v_{NX} \\ v_{NY} \\ v_{NZ} \end{pmatrix}_{\text{初期値}} = T_{NL} \begin{pmatrix} v_L \sin \gamma_L \\ -v_L \cos \gamma_L \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5-38)$$

(5) 位置及び重力の初期値

地球中心から、射点におけるロケットの重心位置までの距離を  $R_S$  とすれば、航法計算に用いる位置の初期値  $R_{N0}$  は(5-31)式で求めた  $T_{NL}$  を用いて、次式のように与えられる。

$$R_{N0} = \begin{pmatrix} X_N \\ Y_N \\ Z_N \end{pmatrix}_{\text{初期値}} = T_{NL} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ R_S \end{pmatrix} \quad (5-39)$$

重力加速度の初期値については(5-39)式で与えられた  $R_{N0}$  及び(5-35)式からの  $r_N$  を(5-23)式に代入する事によって決定できる。なお、(5-23)式の計算に必要な  $g_0, R_0, J_2, \nu_0$  等は、初期データとして設定する。その他、 $\omega_0, R_S, \nu_L, \phi_0, \theta_0, \phi_0$  等も射点の設定、基準軌道、ロケットパラメータの選定によって、必然的に設定されるデータとして、与えられる。

5.3 速度、位置計算ルーチンの論理フロー

5.1, 2で述べた各アルゴリズムの処理ルーチンの論理的フローの概要について述べる。各サブルーチンは通常処理ループと初期値設定ループに大別される。

(1) 機体軸変化補償ルーチン (OB0BC1)

本ルーチンの入出力データは次のようになる。

入力データ

DTB  $\Delta \theta_B$  : ジャイロ取付角誤差補正後の角度増分 (DTB(j), j=1~3)

DS  $\Delta V_S$  : 加速度計取付角誤差補正後の速度増分 (DS(j), j=1~3)

JFLOW : 1 = 初期設定, 2 = 通常処理

JFLOW1 : 1 = モデル1, 2 = モデル4

JIKOK1 : 発射後の時刻 (ms)

JDTW : 回転角速度 OMB の決定間隔

出力データ (ms)

THB  $\theta_B$  : 飛行体の姿勢角 (rad) (THB(j), j=1~3)

OMB  $\omega_B$  : 飛行体の回転角速度 (rad/s) (OMB(j), j=1~3)

DVB  $\Delta V_B$  : 推力, 空気力による速度増分 (DVB(j), j=1~3)

本ルーチンの処理の論理フローを示せば図29のようになる。入力データのうち、JFLOW1は5.1(1)で述べた(5-14)式、(5-15)式で表わされる補償モデルの選択を指示するパラメータで、出力のOMB ( $\omega_B$ ) は制御システムへ引渡されるデータである。

(2) 航法計算部への入力データ作成ルーチン

(OB0PN1)

本ルーチンは機体軸座標系表示データ  $\Delta V_B$  を航法座標系データ  $\Delta V_N$  に変換すると共に、単位系の変換をも行なう。入出力データは次のようになる。

入力データ

TNB  $T_{NB}$  : B系からN系への座標変換行列 (TNB(i,j), i,j=1~3)

DVB  $\Delta V_B$  : 推力, 空気力による速度増分 (DVB(j), j=1~3)

出力データ

DVN  $\Delta V_N$  : 推力, 空気力による速度増分 (DVN(j), j=1~3)

論理フローは図30のようになる。

(3) 加速度、速度、位置計算ルーチン (OB0NA1)

本ルーチンの入出力データは次のようになる。

入力データ

JFLOW : 1 = 初期設定, 2 = 通常処理 (JFLOW(j), j=1, 2)

DTN  $\Delta t_N$  : 航法計算間隔 (ms)



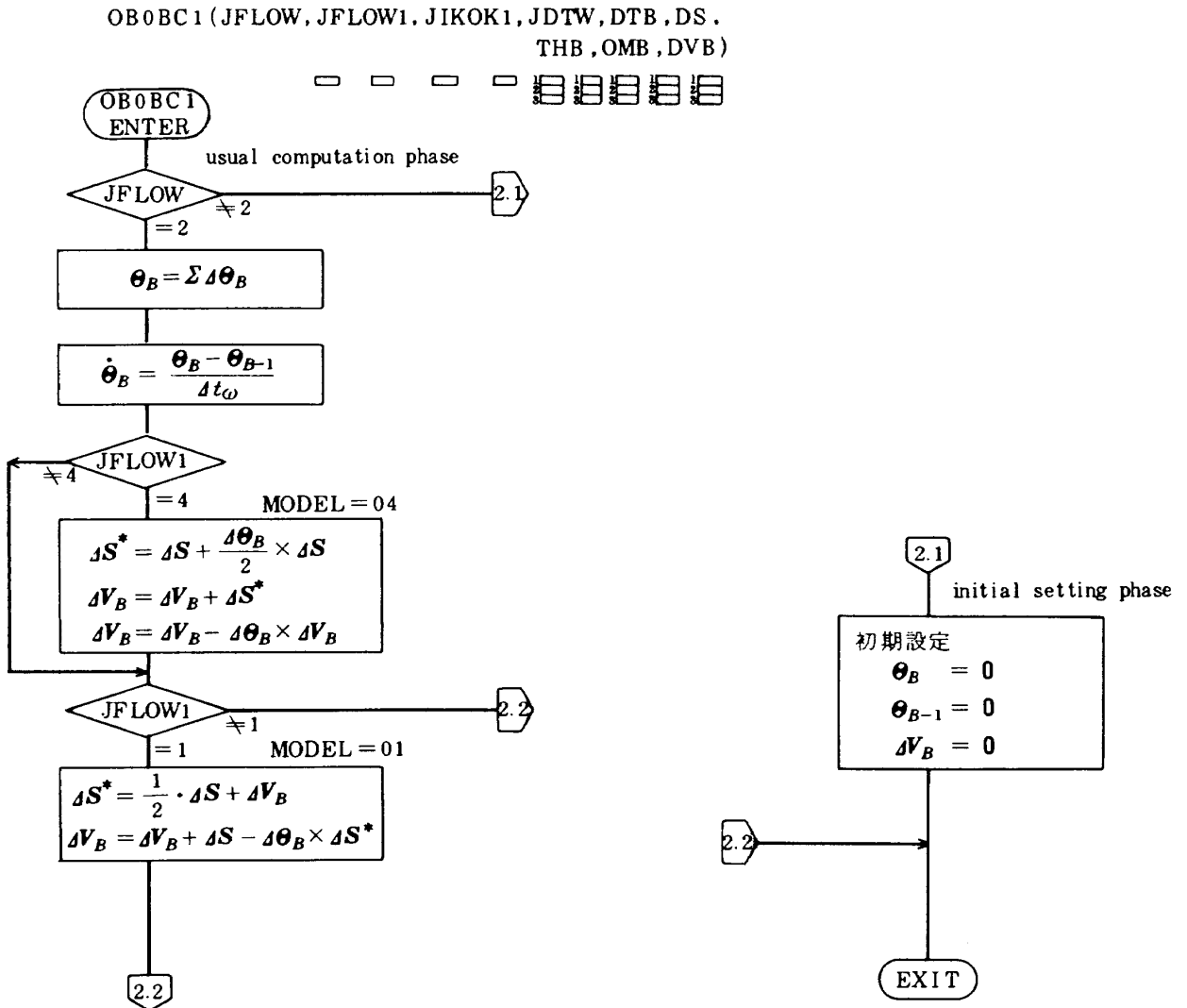


図 29 機体軸変化補償ルーチンの論理フロー (a)

図 29 機体軸変化補償ルーチンの論理フロー (b)

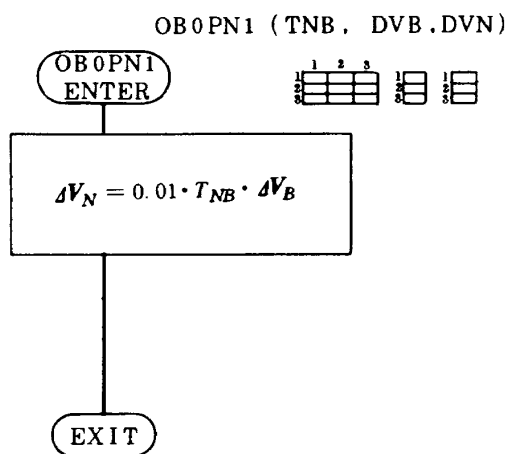


図 30 航法計算部への入力データ作成ルーチンの論理フロー

- DVN  $\Delta V_N$  :  $\Delta t_N$ 間の速度増分 (m/s)
- 出力データ (DVN(j), j = 1 ~ 3)
- TNB  $T_{NB}^0$  : B系からN系への変換行列  
(TNB(i, j), i, j = 1 ~ 3)
- VN  $V_N$  : N系における機体の速度  
(VN(j), j = 1 ~ 3)
- PN  $R_N$  : N系における機体の位置  
(PN(j), j = 1 ~ 3)
- GN  $G_N$  : N系における機体の重力加速度  
(GN(j), j = 1 ~ 3)

出力データの TNB は初期値の設定ルーチンにおいて使用されるものである。本ルーチンの処理の論理フローを示せば図31のようになる。

#### 5.4 アルゴリズムの処理精度の評価

航法計算サイクルで処理される各ルーチンについて

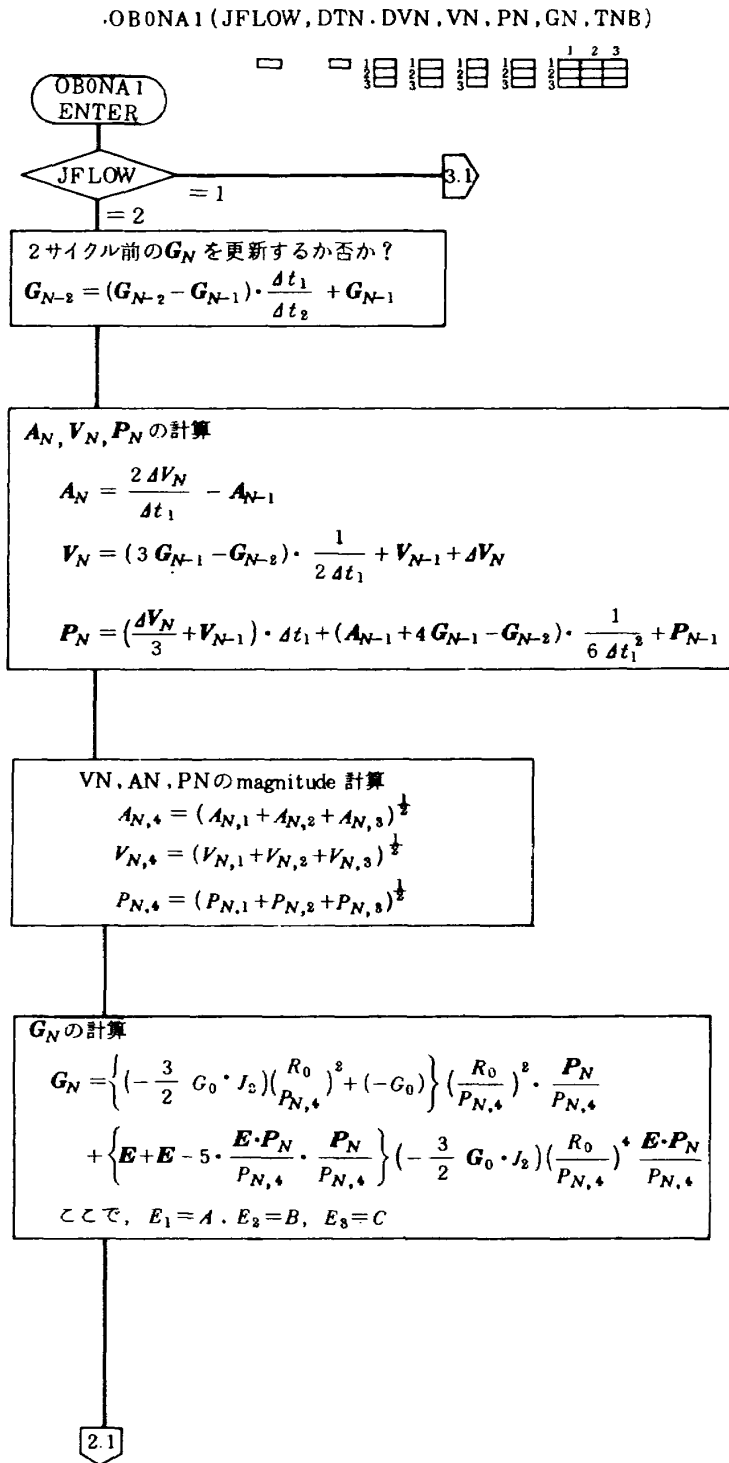


図31 加速度, 速度, 位置計算ルーチンの論理フロー (a)

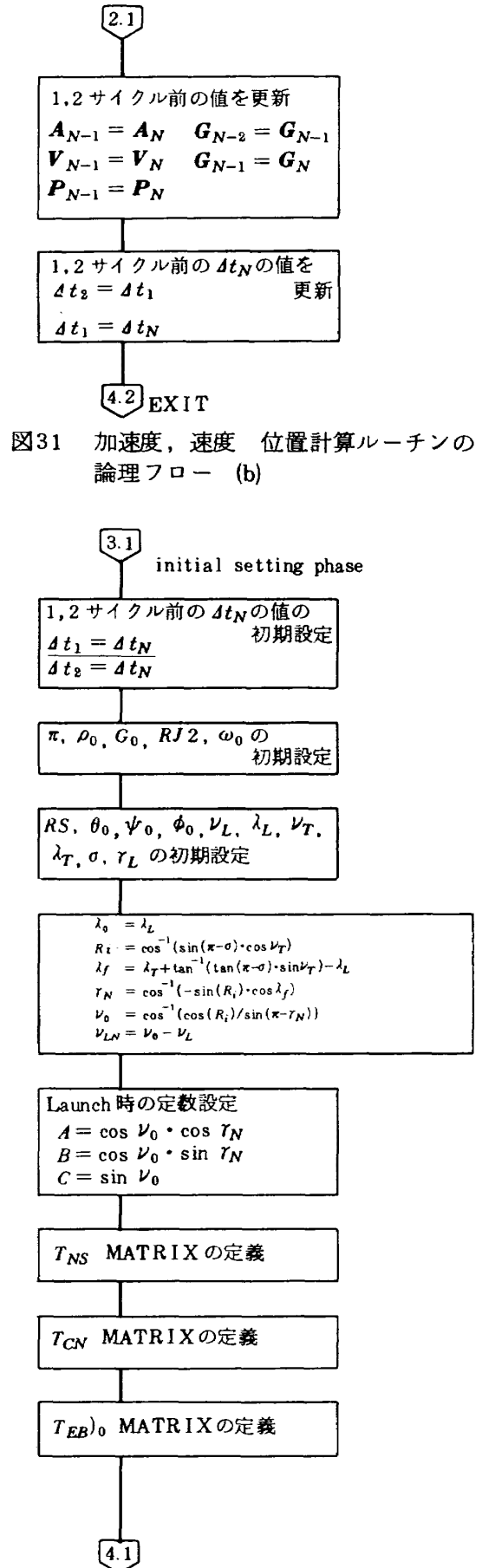


図31 加速度, 速度, 位置計算ルーチンの論理フロー (b)

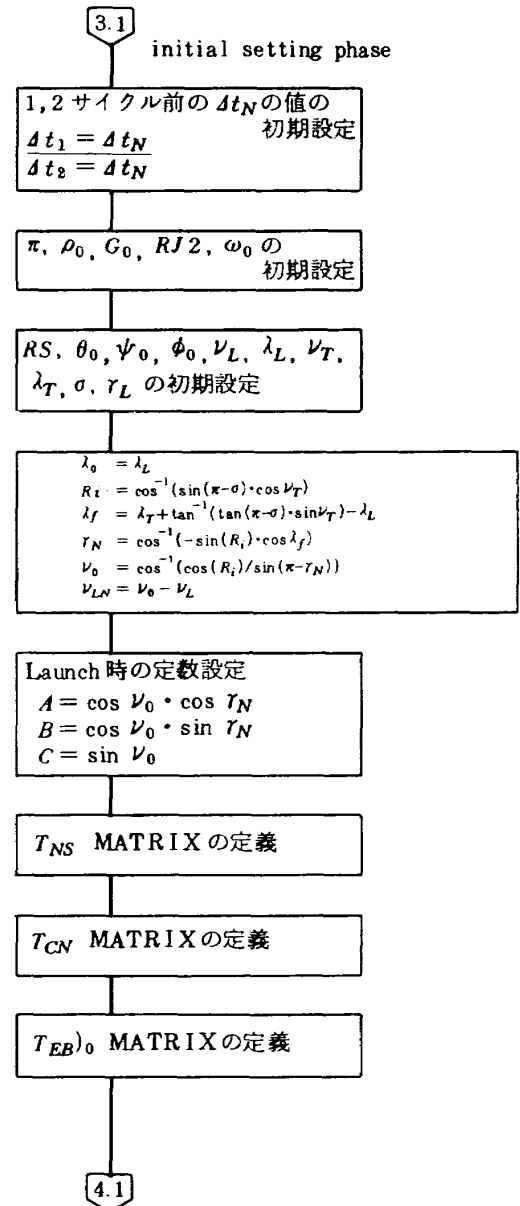


図31 加速度, 速度, 位置計算ルーチンの論理フロー (c)

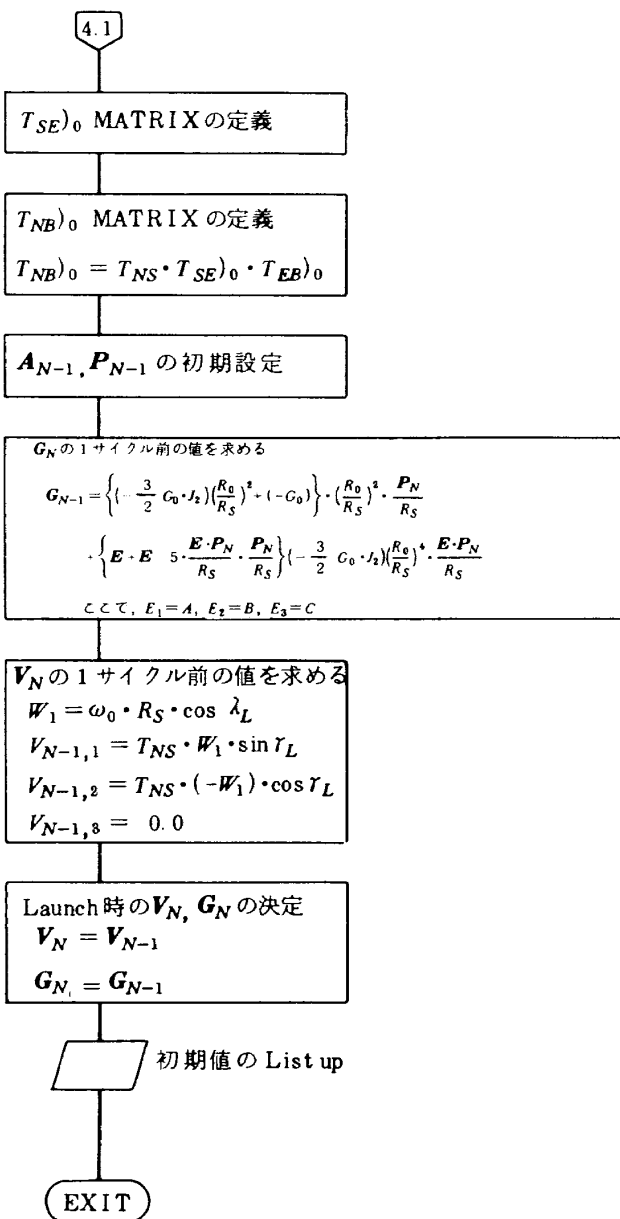


図31 加速度，速度，位置計算ルーチンの論理フロー (d)

てその処理精度を評価するために、大型電子計算機を用いた評価シミュレーション試験を行った。

評価法としては、航法計算サイクル $\Delta t_N$ が処理精度におよぼす影響、煩雑な重力の $J_2$ 摂動項の影響及び IMU 数学モデルの影響等について調べた。評価用の軌道としてはETS-1 打上げ軌道を用い、ロケットのダイナミクスを解くサイクルを精度を確保するために 10 ms とした。<sup>4)</sup> 搭載ソフトウェアの評価は、このダイナミクスを解いて得られる軌道データとの比較という形でおこなった。又、機体軸変化補償方式としては(5-14)式を用いている。

(1) 航法計算サイクル $\Delta t_N$ の影響

搭載誘導計算機にとって、 $\Delta t_N$ サイクルを大きくする事ができれば、処理の負担が軽くなるので、仕様決定が楽になる。そこで $\Delta t_N$ をパラメータにとって、処理精度の評価をおこなった結果を示すと、図32、図33のようになる。ただし、この評価においては、搭載ソフトウェアの $\Delta t_N$ サイクルまでの処理精度の評価を目的としているので、IMU 数学モデルははずしている。又、データのチェックポイントは静止軌道へのトランスフェ軌道投入時点にあたる1250秒を選んだ。誘導計算機に対する要求から考えると、約700秒程度までで充分であるが、将来、ロケットが高性能化される事を予想して、長時間の評価とした。図32は速度に対する $\Delta t_N$ の影響をプロットしたものであるが、 $\Delta t_N$ が0~500ms程度まではほとんど変化がないと言える。500ms以上になると、 $\Delta t_N$ が大きくなるに従って、誤差は増大していくが $\Delta t_N = 2000$ msとしてもその誤差はたかだか $10^{-2}$ m/sのオーダーであり、精度的にはほとんど問題ないと言える。図33は位置成分について、 $\Delta t_N$ の影響を示したものである。その傾向は当然、速度に関する結果から予想される事ではあるが、 $\Delta t_N = 0 \sim 500$ msまではほとんど変化はない。その後、誤差は増大するが $\Delta t_N$ が2000msでも、たかだか $10^{-2}$ kmのオーダーの範囲内となっている。以上の結果から判断すると、本アルゴリズムを用いた場合、 $\Delta t_S$ の100msに対し航法計算サイクルは1000ms程度までは精度的にみて、ほとんど問題ないと言える。IMU 数学モデルを用いた場合、速度誤差がどのように変化するかを示したのが図34である。速度誤差の大きさは図32のIMUモデル無しの場合に比べて、約1桁悪くなっている。しかし、そのオーダーで考えるかぎり $\Delta t_N$ が2000msまでは誤差はほとんど変わらないと言える。又、 $\Delta t_S$ も250msまで変動させてみたが、その影響も比較的小さいと言える。

速度誤差及び高度誤差のタイムヒストリを示したのが図35,36である。2段エンジン燃焼終了が、約460秒で、その後は慣性飛行状態になるが、500~700秒の間にピッチ、ヨーの姿勢変更が行なわれる。誤差の動きは2段燃焼終了まではおだやかであるが、姿勢変更中に大きく変動する。これは姿勢角の誤差

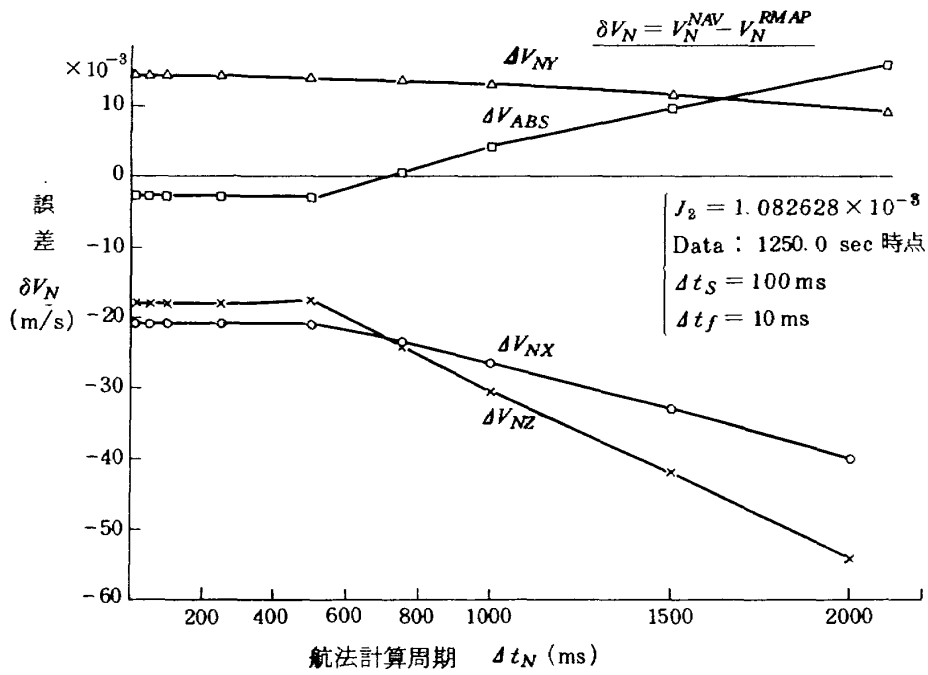


図32 速度におよぼす  $dt_N$  サイクルの影響

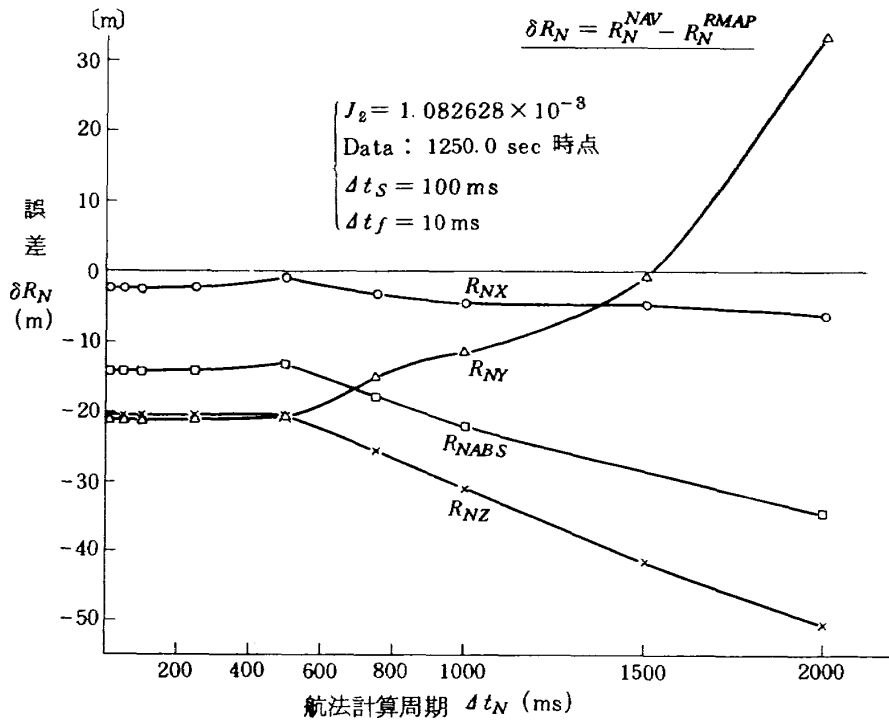


図33 位置におよぼす  $dt_N$  サイクルの影響

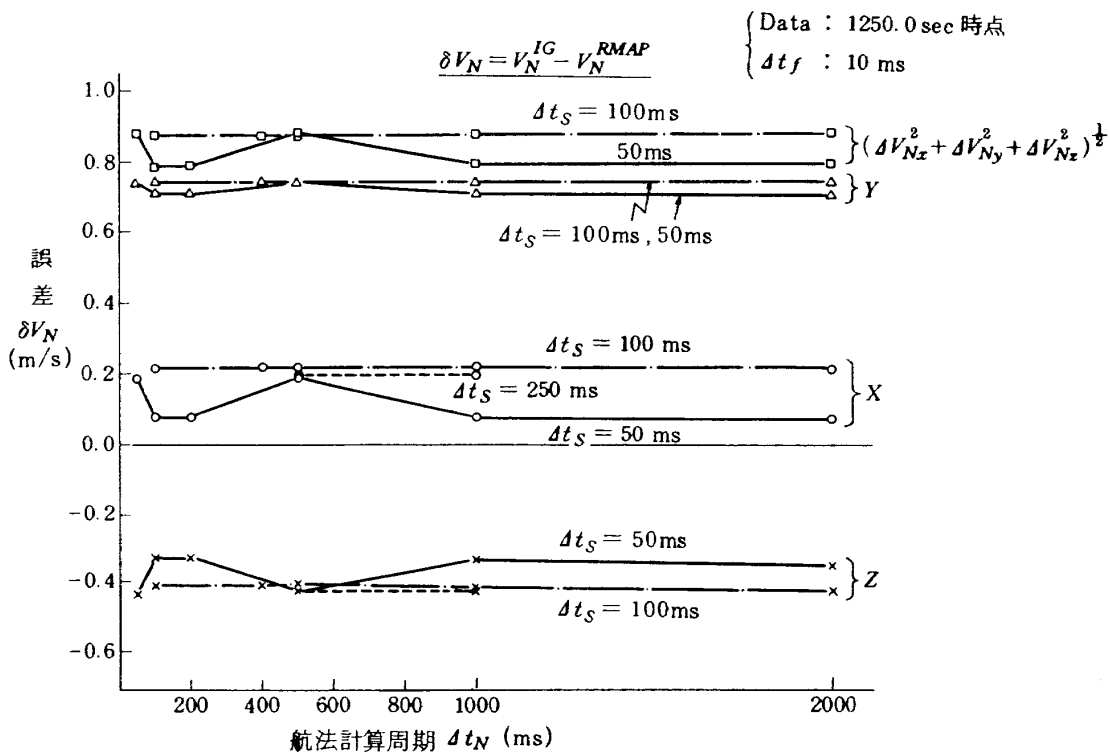


図34 IMU数学モデルを用いた場合の速度誤差

によって発生する座標変換行列の誤差によるものと思われる。姿勢変更終了後、速度・高度ともその大きさ（図中のE曲線）は一定で変わらないので、重力計算ルーチンは精度が良い事がわかるが、各成分の誤差が変化していくのは、やはり座標変換行列に誤差が存在するためであると言える。IMU 数学モデルを用いた場合の高度誤差のタイムヒストリを比較のために示せば図37のようになる。ただし、時間は500秒までをとっている。これによれば、誤差は大体時間と共に単調に増加しており、その原因がIMU 数学モデルによる事がわかる。0～200秒の間Y成分が変動しているのは風モデルの違いによって発生したものである。

次に、航法計算部で問題になるのは重力項に含まれる  $J_2$  の摂動項の処理である。(5-23) 式からも明らかのように、誘導計算機にとってはかなりの負担増になるので、処理の工夫が要求される。図38, 39はこの  $J_2$  項を含んだ場合の評価結果である。図38は速度成分について示したものであるが、その誤差量は、 $J_2$  項を考慮した場合に比べて約2桁大きくなっており、誘導誤差の目標値が1 m/s以内であることを考えると、とてもこれは無視できないという事に

なる。図39の高度誤差においても同様の事がいえる。ただ幸いな事には、 $\Delta t_N$ を大きくしてもその誤差はあまり変わらないので、 $J_2$  項を考慮した場合に発生する処理の負担増は、 $\Delta t_N$ を大きくする事によって緩和できると言える。

以上、航法計算アルゴリズムの処理精度に関する評価について述べたが、航法計算アルゴリズムを駆動するためには  $\Delta t_S$  サイクルの各ルーチンの駆動が必要である。例えば、座標変換行列  $T_{NB}$  を求めるために必要なオイラーパラメータの更新は、 $\Delta t_S$  サイクル毎に行なわれる。従って、本章で述べた各ルーチンの処理精度の評価は、そのルーチン単独という訳ではなく、 $\Delta t_N$  サイクルの処理に至るまでのすべてのルーチンを含んだ形での総合評価という事になる。従って、単独の場合に比べて、精度的には低下した結果になっているといえる。

IMU 数学モデルを経由したデータを用いた場合、そのモデルの誤差によって、精度が1桁悪くなるという結果になった。この数学モデルはできるだけ実際のハードウェアの動作を模擬するようにしたが、このようにその影響が大きいのは、数学モデルの不備なのか、あるいは実際の慣性センサのハードウェア





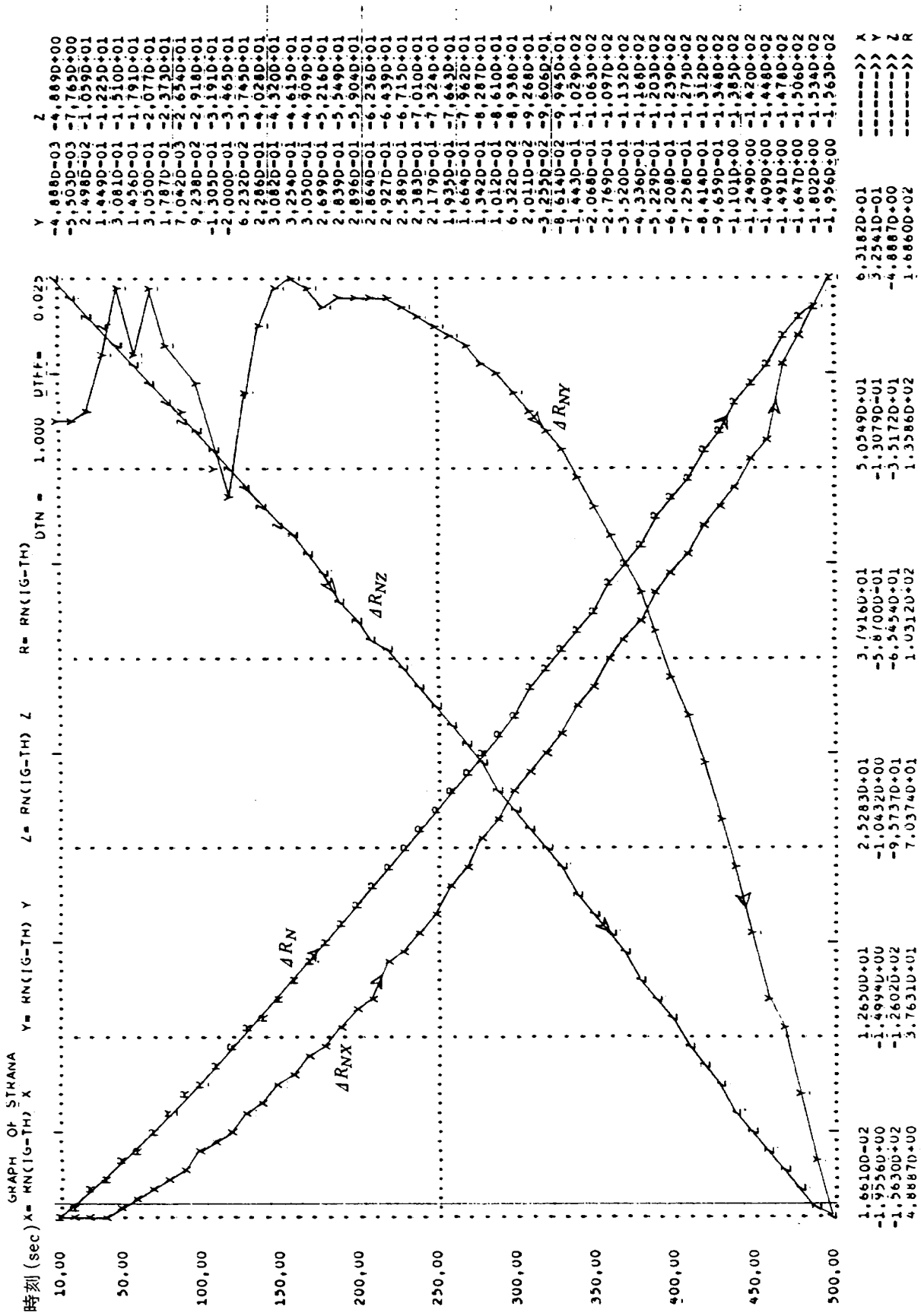


図37 IMU数学モデルを用いた場合の高度誤差のタイムヒストリ



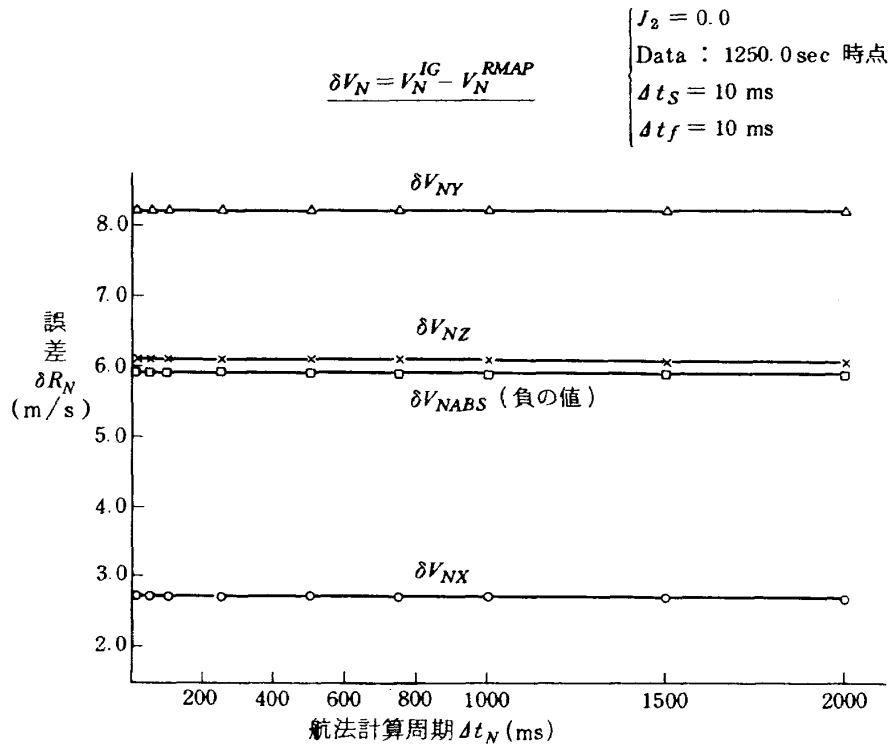


図38  $J_2$  項を省略した場合の速度誤差

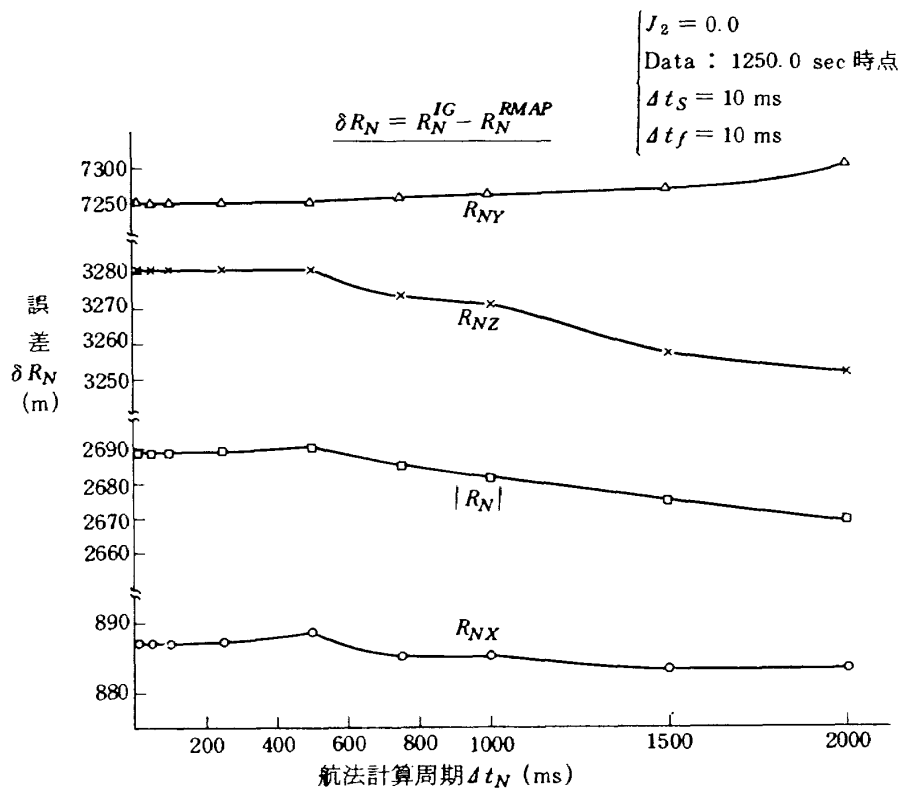


図39  $J_2$  項を省略した場合の位置誤差

アの動作特性がそうなのか、慣性センサを誘導計算機に接続した評価試験を行って比較検討する必要がある。しかし、この問題は前にも述べたように、搭載ソフトウェアのアルゴリズムの処理精度の評価を目的とした本報告の主旨から逸脱するので、機会をあらため別途報告する予定である。

### 6. 誘導計算アルゴリズムの評価

本ルーチンは主として2段以降のステージに対する閉ループの誘導指令角の計算ルーチンと、推力カットオフ信号計算ルーチン、座標変換ルーチン及び誘導定数初期設定ルーチンに大別される。以下、各ルーチンのアルゴリズム、処理の論理フロー及びシミュレーション結果等について述べる。

#### 6.1 各サブプログラムのアルゴリズム

##### (1) 誘導指令角

ロケットの誘導法として、これ迄に多くの手法が開発されてきているが、我々が開発したのは最適制御理論の最大原理を応用した直接式誘導法(Explicit Guidance Method)である。その詳細についてはすでに報告<sup>7)</sup>しているのので、ここではこの論理構成の説明のために必要な概要のみについて述べる。

ロケットの運動は空気力が無視できる領域では次式によって与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_f &= \frac{F}{m} \cos \beta \sin \alpha - g_{fx}(\tau, \varphi, \phi) \\ \ddot{y}_f &= -\frac{F}{m} \sin \beta - g_{fy}(\tau, \varphi, \phi) \\ \ddot{z}_f &= \frac{F}{m} \cos \beta \cos \alpha - g_{fz}(\tau, \varphi, \phi) \end{aligned} \right\} (6-1)$$

ただし、 $m$ 及び $F$ はロケットの質量と推力、 $\alpha, \beta$ は図40に示す誘導座標系(誘導目標点に設定されたG系)において測られた推力ベクトルの方向を示す角度、 $r$ は地心からロケットまでの距離、 $\varphi, \phi$ はロケットの経度及び緯度である。(6-1)式の非線形性を減らすために、重力を $g_f = \left(\frac{1}{2}\right)(g_f + g_{fT})$ と平均化し、又 $F/m = (F/\dot{m}) \left\{ \dot{m}/(m_0 - \dot{m}t) \right\} = V_{ex}(1/(\tau - t))$ とおけば、(6-1)式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_f &= \frac{V_{ex}}{\tau - t} \cos \beta \cdot \sin \alpha - \bar{g}_{fx} \\ \ddot{y}_f &= -\frac{V_{ex}}{\tau - t} \sin \beta - \bar{g}_{fy} \\ \ddot{z}_f &= \frac{V_{ex}}{\tau - t} \cos \beta \cos \alpha - \bar{g}_{fz} \end{aligned} \right\} (6-2)$$

(6-2)式に対し、最適制御問題に対するポントリヤギンの最大原理を用いて、消費燃料最少条件を満たす最適推力角を求めると次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= \tan^{-1} \frac{(\Delta V_{fx} + \bar{g}_{fx} T)}{(\Delta V_{fz} + \bar{g}_{fz} T)} \\ \beta_0 &= -\tan^{-1} \frac{(\Delta V_{fy} + \bar{g}_{fy} T)}{\left\{ (\Delta V_{fx} + \bar{g}_{fx} T)^2 + (\Delta V_{fz} + \bar{g}_{fz} T)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}} \end{aligned} \right\} (6-3)$$

ただし、 $T$ は現在から推力カットオフまでの時間であり、 $\Delta V_{fx}, \Delta V_{fy}, \Delta V_{fz}$ は $T$ 秒間に推力によって得られる速度増分の各成分である。

(6-3)式が消費燃料最少条件を満たす最適推力角を与えるが、右辺は明らかに速度成分に関する項のみなので、これだけで高度条件を満足するという保証はなにもない。誘導としては、速度条件のみでなく、高度条件も同時に満足する事が要求されるので、これを行なうために $\alpha_0, \beta_0$ に対し微少な補正量 $\Delta \alpha, \Delta \beta$ を付加し、これを最少にする条件で高度に対する要求を満すことを考える。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \alpha_0 + \Delta \alpha \\ \beta &= \beta_0 + \Delta \beta \end{aligned} \right\} (6-4)$$

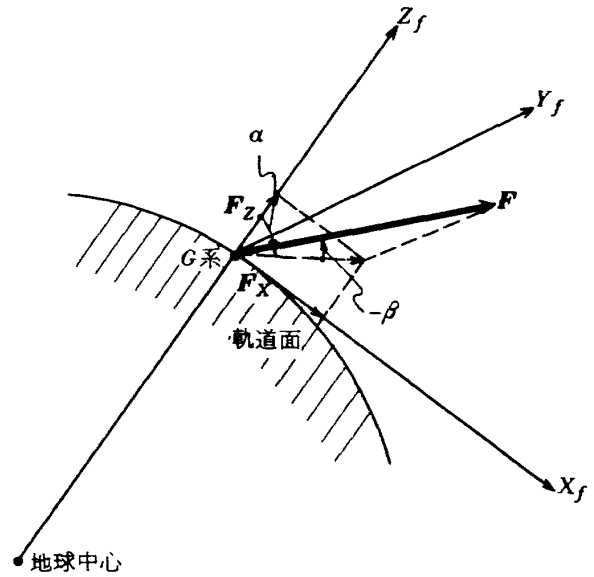


図40 誘導座標系

ただし,  $\Delta\alpha \ll 1$ ,  $\Delta\beta \ll 1$

(6-4)式を(6-2)式に代入し,  $\Delta\alpha, \Delta\beta$ の二次項を省略すれば, 次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_f &= \frac{V_{ex}}{\tau-t} \left\{ \sin\alpha_0 \cos\beta_0 + \Delta\alpha \cos\alpha_0 \cos\beta_0 \right. \\ &\quad \left. - \Delta\beta \sin\alpha_0 \sin\beta_0 \right\} - \bar{g}_{fx} \\ \ddot{y}_f &= \frac{-V_{ex}}{\tau-t} \left\{ \sin\beta_0 + \Delta\beta \cos\beta_0 \right\} - \bar{g}_{fy} \\ \ddot{z}_f &= \frac{V_{ex}}{\tau-t} \left\{ \cos\alpha_0 \cos\beta_0 - \Delta\alpha \sin\alpha_0 \cos\beta_0 \right. \\ &\quad \left. - \Delta\beta \cos\alpha_0 \sin\beta_0 \right\} - \bar{g}_{fz} \end{aligned} \right\} \quad (6-5)$$

ただし,  $\sin\Delta\alpha \doteq \Delta\alpha$ ,  $\cos\Delta\alpha \doteq 1$ ,  $\sin\Delta\beta \doteq \Delta\beta$ ,  $\cos\Delta\beta \doteq 1$ と近似している。

(6-5)式に対し, 評価関数として

$$J = \int_0^{T'} (\Delta\alpha^2 + \Delta\beta^2) dt \quad (6-6)$$

を考え, 再度, 最大原理を利用して最適な  $\Delta\alpha^*$ ,  $\Delta\beta^*$ を求めると, 次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha^* &= (H_Z - B \cdot H_Y / A^*) W_F / W_E \\ \Delta\beta^* &= W_F \cdot A \cdot H_Y / (W_E \cdot A^*) \end{aligned} \right\} \quad (6-7)$$

ただし,

$$\begin{aligned} W_E &= -A_t \cdot V_{ex}^2 (Q_2 P_1 + Q_1 P_2) / (2 P_2) \\ W_F &= \frac{V_{ex}}{2} \left\{ \frac{1}{\tau - T_e} + \frac{P_1}{P_2} (1 - \xi L_\xi) \right\} \\ A_t &= A / (A^* \cdot B^*) \\ H_Z &= R_{fTZ} - R_{fzZ} - V_{fz} \cdot T_e + W_1 - W_3 / (A^* B^*) \\ H_Y &= R_{fTY} - R_{fyY} - V_{fy} T_e + W_2 + W_3 B / B^* \\ W_0 &= \frac{1}{2} T_e^2 \\ W_1 &= W_0 \bar{g}_z \\ W_2 &= W_0 \bar{g}_y \\ W_3 &= \{ (T_e - \xi) L_\xi + T_e \} V_{ex} \\ \xi &= \tau / (\tau - T_e) \end{aligned}$$

$$\eta = T_e / \tau$$

$$L_\xi = \log \xi$$

$$P_1 = (2\xi - 2 - L_\xi) / \tau$$

$$P_2 = 2\xi - \frac{1}{2} (2 + L_\xi)^2$$

$$Q_1 = (3 - \eta) L_\xi - 3\eta$$

$$Q_2 = \{ (3\eta - 5) L_\xi + 5\eta + \frac{1}{2} (\eta - 1) L_\xi^2 \} \tau$$

$$A^* = (A^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$$

$$B^* = (B^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$$

$$A = \frac{|\bar{g}_{fx} T_e + \Delta V_{fx}|}{\bar{g}_{fz} T_e + \Delta V_{fz}}$$

$$B = - \frac{\bar{g}_y T_e + \Delta V_{fy}}{\{ (\bar{g}_{fx} T_e + \Delta V_{fx})^2 + (\bar{g}_{fz} T_e + \Delta V_{fz})^2 \}^{\frac{1}{2}}}$$

$$T_e = T$$

これによりピッチ及びヨーに対する誘導指令角は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\text{pitch}} &= \alpha_0 + \Delta\alpha^* \\ \beta_{\text{yaw}} &= \beta_0 + \Delta\beta^* \end{aligned} \right\} \quad (6-8)$$

## (2) 燃料燃焼時間 $T_e$ の算出

燃料燃焼時間は現時点から推力カットオフ迄の時間と定義し, その値は現時点と終端点との速度差に重力による損失速度を加えたものが, 推力による速度増分と等しいとして求める。

今, 推力による速度増分を  $\Delta V_\tau$  とすれば,

$$\begin{aligned} \Delta V_\tau &= \int_0^{T_e} \frac{F}{m} dt = \int_0^{T_e} \frac{V_{ex}}{\tau - t} dt \\ &= V_{ex} \log \left( \frac{\tau}{\tau - T_e} \right) \end{aligned} \quad (6-9)$$

目標速度に到達するのに必要な速度増分を  $\delta V$  とすると, これは

$$\delta V = \{ \delta V_x^2 + \delta V_y^2 + \delta V_z^2 \}^{\frac{1}{2}} \quad (6-10)$$

$$\text{ただし, } \delta V_x = \Delta V_{fx} - \bar{g}_{fx} \cdot T_e$$

$$\delta V_y = \Delta V_{fy} - \bar{g}_{fy} \cdot T_e$$

$$\delta V_z = \Delta V_{fz} - \bar{g}_{fz} \cdot T_e$$

(6-9)及び(6-10)式を用いて,  $T_e$ を求めればよいが, 解析的には解けぬので次のように近似法を用いる。今,  $T_e$ の第0近似を  $T_e'$ とし, これを用いて  $T_e$ を

次式で近似する。

$$T_e = T'_e + \delta T \quad (6-11)$$

これを(6-9)式に代入し、対数項を展開して $\delta T$ の2次項以上を無視すれば次式が得られる。

$$\Delta V_T = C_1 + C_2 \delta T \quad (6-12)$$

ただし,  $C_1 = -V_{ex} \log \left( 1 - \frac{T'_e}{\tau} \right)$

$$C_2 = V_{ex} / (\tau - T'_e)$$

(6-10)式と(6-12)式を等しいと置くことによつて,  $\delta T$ は次式ようになる。

$$\delta T = \left\{ -D_2 \pm \sqrt{D_2^2 - D_1 D_3} \right\} / D_1 \quad (6-13)$$

ただし,

$$D_1 = C_2^2 - \bar{g}^2$$

$$D_2 = C_1 C_2 - \bar{g}_{fx} (\bar{g}_{fy} \cdot T'_e - \Delta V_{fx}) - \bar{g}_{fy} (\bar{g}_{fx} \cdot T_e - \Delta V_{fy}) - \bar{g}_{fz} (\bar{g}_{fz} T'_e - \Delta V_{fz})$$

$$D_3 = C_1^2 - (\Delta V_{fx} - \bar{g}_{fx} T_e)^2 - (\Delta V_{fy} - \bar{g}_{fy} \cdot T_e)^2 - (\Delta V_{fz} - \bar{g}_{fz} T'_e)^2$$

(6-13)式の根号の±は $T'_e$ を, 予想される $T_e$ よりも大きくとるか, 小さくとるかによって選ばねばならない。実際の計算では基準軌道作成時に得られる値を初期値としてセットする事によって, かなり良い近似値が得られる。

(3) 誘導指令角の機体座標系成分への変換

(6-8)式より誘導座標系でのピッチ, ヨーの誘導指令角はそれぞれ $\alpha$ ,  $\beta$ となるので, これを用いて誘導座標系での単位誘導ベクトルの成分を求めると, 次式ようになる。

$$\mathbf{x}_{CG} = \begin{pmatrix} \cos \beta \cdot \sin \alpha \\ -\sin \beta \\ \cos \beta \cdot \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (6-14)$$

これを機体軸座標系成分に変換するには次式の関係を用いる。

$$\mathbf{x}_{CB} = [\tilde{T}_{NB}] [\tilde{T}_{GN}] \mathbf{x}_{CG} \quad (6-15)$$

ただし,  $\tilde{T}_{NB}$ ,  $\tilde{T}_{GN}$ は $T_{NB}$ ,  $T_{GN}$ の転置行列,  $T_{GN}$ は航法座標系から誘導座標系への変換行列で, 共に慣性系であるので, 定数行列となる。

(6-15)式の関係から, 制御システムへ渡される誘導指令角は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} H_R &= \theta_{BR} \\ H_P &= \theta_{BP} - \tan^{-1} \left( \frac{x_{CB3}}{x_{CB1}} \right) \\ H_Y &= \theta_{BY} + \sin^{-1} (x_{CB2}) \end{aligned} \right\} \quad (6-16)$$

ただし,  $\theta_{BR}$ ,  $\theta_{BP}$ ,  $\theta_{BY}$ は初段等に用いられるプログラム誘導指令角で, 2段誘導の場合にはゼロに設定される。

6.2 誘導計算における初期パラメータの設定

誘導方程式を記述する誘導座標系は衛星軌道投入点に設定するため, シミュレーションのミッションが変更になる場合, 当然, 誘導座標系に関する各パラメータも変更しなくてはならない。このため, 誘導座標系に関する各パラメータは, 基準軌道作成時に得られるロケットの飛しょうパラメータより算出する方式を用いた。N系とG系の関係を図41に示す。

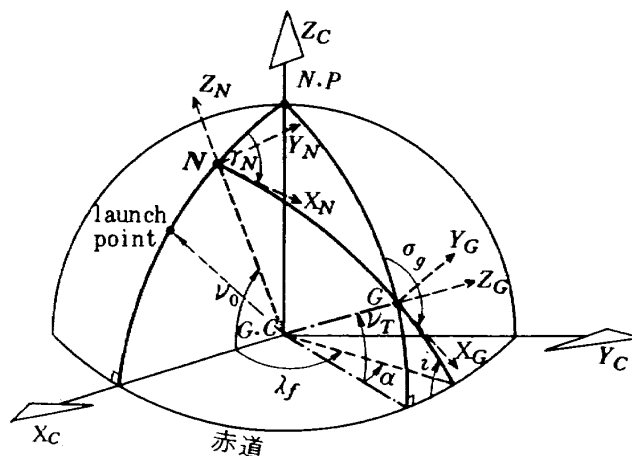


図41 誘導座標系と航法座標系に関する各パラメータの関係

(1) 誘導目標速度

衛星の軌道投入点における誘導目標速度は基準軌道によって規定され, ロケットのダイナミクスが記述されている地面軸座標系(E系)成分( $V_{ETX}$ ,  $V_{ETY}$ ,  $V_{ETZ}$ )として与えられる。従つて, この成分を誘導座標系成分( $V_{GTX}$ ,  $V_{GTY}$ ,  $V_{GTZ}$ )として表示する事が必要である。このための座標変換行列 $T_{GET}$ は次式によってえられる。

$$T_{GET} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \sigma_g & \sin \sigma_g & 0 \\ -\sin \sigma_g & \cos \sigma_g & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \sigma_g & \sin \sigma_g & 0 \\ \sin \sigma_g & -\cos \sigma_g & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (6-17)$$

従って、 $V_{GT}$  は次式のようになる。

$$V_{GT} = T_{GET} \cdot V_{ET} \quad (6-18)$$

(2) 航法座標系 ( $N$ 系) から誘導座標系 ( $G$ 系) への変換行列  $T_{GN}$

ストラップダウン方式において、ロケットの時々刻々の位置、速度は航法計算によって求められるが、誘導計算は誘導座標系成分を用いて行なわれるので、航法座標系成分を誘導座標系成分へ変換する必要がある。この変換行列を  $T_{GN}$  とすれば、これは次式によって与えられる。

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{GN} &= T_{NG} \\ &= T_{NL} T_{LE0} T_{EG0} \end{aligned} \quad (6-19)$$

$T_{NL}$ 、 $T_{LE0}$  はそれぞれ (5-31)、(5-33) 式によって与えられているので、 $G$ 系から  $E$ 系への座標変換行列  $T_{EG}$  の  $t=0$  における値が求まればよい。これは図42に示す  $G$ 系と  $E$ 系の関係において、 $\nu = \nu_L$  とおいた場合に対応する。従って  $T_{EG0}$  は次式のようになる。

$$T_{EG0} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} T(\nu_L) \cdot T(-\Delta\lambda_T) \cdot T(-\nu_T) \cdot T(\sigma_g) \quad (6-20)$$

ただし、

$$T(\sigma_g) = \begin{pmatrix} \cos \sigma_g & \sin \sigma_g & 0 \\ -\sin \sigma_g & \cos \sigma_g & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

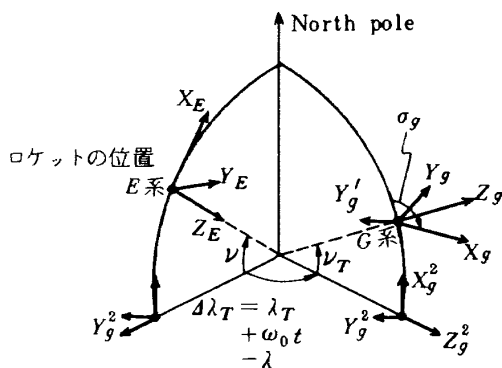


図42 誘導座標系 ( $G$ 系) と地面軸座標系 ( $E$ 系) との関係

$$T(-\nu_T) = \begin{pmatrix} \cos \nu_T & 0 & \sin \nu_T \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \nu_T & 0 & \cos \nu_T \end{pmatrix}$$

$$T(-\Delta\lambda_T) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Delta\lambda_T & -\sin \Delta\lambda_T \\ 0 & \sin \Delta\lambda_T & \cos \Delta\lambda_T \end{pmatrix}$$

$$T(\nu_L) = \begin{pmatrix} \cos \nu_L & 0 & -\sin \nu_L \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \nu_L & 0 & \cos \nu_L \end{pmatrix}$$

基準軌道計算結果より得られるデータは  $\sigma_g$ 、 $\nu_T$ 、 $\lambda_L$  のみであるので、これを用いて(6-20)式の各パラメータを表示する事が必要である。これは図40、41に示された関係を用いると、次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} r_N &= \cos^{-1} \{ -\sin i \cdot \cos \lambda_f \} \\ i &= \cos^{-1} \{ \sin(\pi - \sigma_g) \cos \nu_T \} \\ \lambda_f &= \lambda_T + \alpha - \lambda_L \\ &= \lambda_T + \tan^{-1} \{ \tan(\pi - \sigma_g) \sin \nu_T \} - \lambda_L \\ \nu_0 &= \cos^{-1} \{ \cos i / \sin(\pi - r_N) \} \\ \Delta\lambda_T &= \lambda_T + \omega_0 t - \lambda_L \end{aligned} \right\} \quad (6-21)$$

### 6.3 終端誘導法

6.1で述べた誘導法は別名タンゼント則とも呼ばれているが、これは目標とする衛星軌道投入点において、高度と速度ベクトルを目標値に一致させるための誘導法である。これは別の表現を用いると、衛星単位質量当りの位置のエネルギーと、運動エネルギーをそれぞれ独立に目標値に一致させる事に相当する。この目標値は推力一定条件のもとに、ある基準軌道に沿って飛ばうさせた時に得られる値であるが、ロケットの運動方程式は非線型なので、異なる軌道を描く時にはそのエネルギーは目標値とは一致しない。誘導は軌道のずれが発生した時に行なわれるので、誤差量を小さくする事はできても、一般的に高度、速度の両誤差を同時にゼロにする事はできない。このため、6.1で求めた誘導則を終端時点まで用いようとする、誘導コマンドは発散傾向になり、エンジン制御システムは非常に不安定になる。これを避けるために推力停止までの時間、 $T_e$ がある値以下になったら、高度制御項の  $\Delta\alpha$ 、 $\Delta\beta$  を誘導コマンドからはずし、かつ、それ以後の  $T_e$  の値は新しく計算

しなおさずに単に経過時間分をさし引く方式を用いた。この方式を一応終端誘導法と呼ぶことにしている。

#### 6.4 エンジン操舵角信号

6.1 で求められた誘導指令角  $H$  は機体座標系における機軸の方向を指示するものである。従って、この  $H$  に応じて制御システムが作動し、機体軸の回転が発生する状態に対応したエンジン操舵角信号が必要である。この搭載ソフトウェアでは、姿勢角誤差信号の他に安定性を考慮して、レートフィードバック信号を用いた次式によって操舵を行なっている。

$$S = K_1 (H - \theta_B - K_2 \omega_B) \quad (6-22)$$

ここで、 $\theta_B$  は誘導指令角  $H$  が更新された時点から計測される機体の姿勢で、 $H$  に等しくなる様に誘導される。又、 $K_1, K_2$  はフィードバックゲインで、ロケットの飛しょう状態に対応して変化するダイナミックゲインを参考にして算出し、タイムテーブルによって与える方式を用いている。

なお、フライトモードのうちコースティングモードの時には、 $S = 0$  に設定するようにしている。

又、姿勢制御法として、ガスジェット回路制御システムがあるが、これは搭載ソフトウェアの精度評価には直接関係しないので省略する。

#### 6.5 誘導計算ルーチンの論理フロー

6.1 ~ 4 で述べた各アルゴリズムの処理ルーチンの論理フローの概要について述べる。各サブルーチンは通常処理ループと、初期値設定ループに大別される。

##### (1) 2 段誘導ルーチン (OB0SG1)

本ルーチンは航法計算ルーチンからの  $V_N, R_N, G_N$  及び座標変換マトリックス  $T_{NB}$  を用いて、ロール、ピッチ、ヨーの誘導指令角  $H$  及び燃焼停止時刻  $T_e$  を求める。本ルーチンの入出力データは次の様になる。

入力データ

JFLOW : 1 = 初期設定, 2 = 通常処理の指定

JIKOK1 : 現時刻 (msec)

TNB : 現時刻における機体軸系から慣性系への座標変換行列

SUV : 機体軸系における飛しょう体の姿勢角 (rad),  $\theta_B(j)$ ,  $j = 1 \sim 3$

VN : 現時刻における飛しょう体の速度 (m/sec),  $V_N(j)$ ,  $j = 1 \sim 3$

RN : 現時刻における飛しょう体の位置 (m),  $R_N(j)$ ,  $j = 1 \sim 3$

GN : 現時刻における飛しょう体の重力加速度 (m/sec<sup>2</sup>),  $G_N(j)$ ,  $j = 1 \sim 3$

KFLOW : 中間結果プーリング仕様の指示出力データ

MFLOW : 誘導モードの指示

TEND : 現時点から推力カットオフまでの時間 (sec)

JTEND : TEND × 1000 (m sec)

JTEND2 : 推力カットオフ時刻 (m sec)

HEAD : 誘導指令角 (rad),  $H(j)$ ,  $j = 1 \sim 3$

DEDATA : 中間結果のプーリング領域

本ルーチンの処理の論理フローを示せば図43のようになる。なお、JIKANAは誘導ルーチン起動時刻を指示するパラメータであり、JIKOK1は現時刻の表示値である。MFLOW=1は2段誘導ルーチンの起動を指示し、MFLOW=2は終端誘導ルーチンの起動を指示する。誘導ルーチンの第1回目の起動時には、推力カットオフ時間  $T_e$  の第1次近似値を求める計算が行なわれる。以後の計算においては前サイクルで求めた値  $T_e'$  を用いて、 $T_e = T_e' - \Delta t_G$  を近似値として用いる。

##### (2) 終端誘導ルーチン (OB0TG1)

本ルーチンは2段誘導ルーチン (OB0SG1) によって誘導されてきたロケットの終端点近くで起動されるもので、その入出力データは以下のようになる。

入力データ

JFLOW : 1 = 初期設定, 2 = 通常処理

DTG : 誘導計算サイクル,  $\Delta t_G$

TNB : B系からN系への座標変換行列

SUV : B系における飛しょう体の姿勢角 (rad),  $\theta_B(j)$ ,  $j = 1 \sim 3$

VN : 現時刻における飛しょう体の速度 (m/sec),  $V_N(j)$ ,  $j = 1 \sim 3$

RN : 現時点における飛しょう体の位置 (m),  $R_N(j)$ ,  $j = 1 \sim 3$

GN : 現時点における飛しょう体に働く重力加速度 (m/sec<sup>2</sup>),  $G_N(j)$ ,  $j$

OB0SG1

(JFLOW, JIKOK1, TNB, SUV, VN, RN, GN, JTEND2, MFLOW, TEND, JTEND, HEAD, KFLOW, DEDATA)

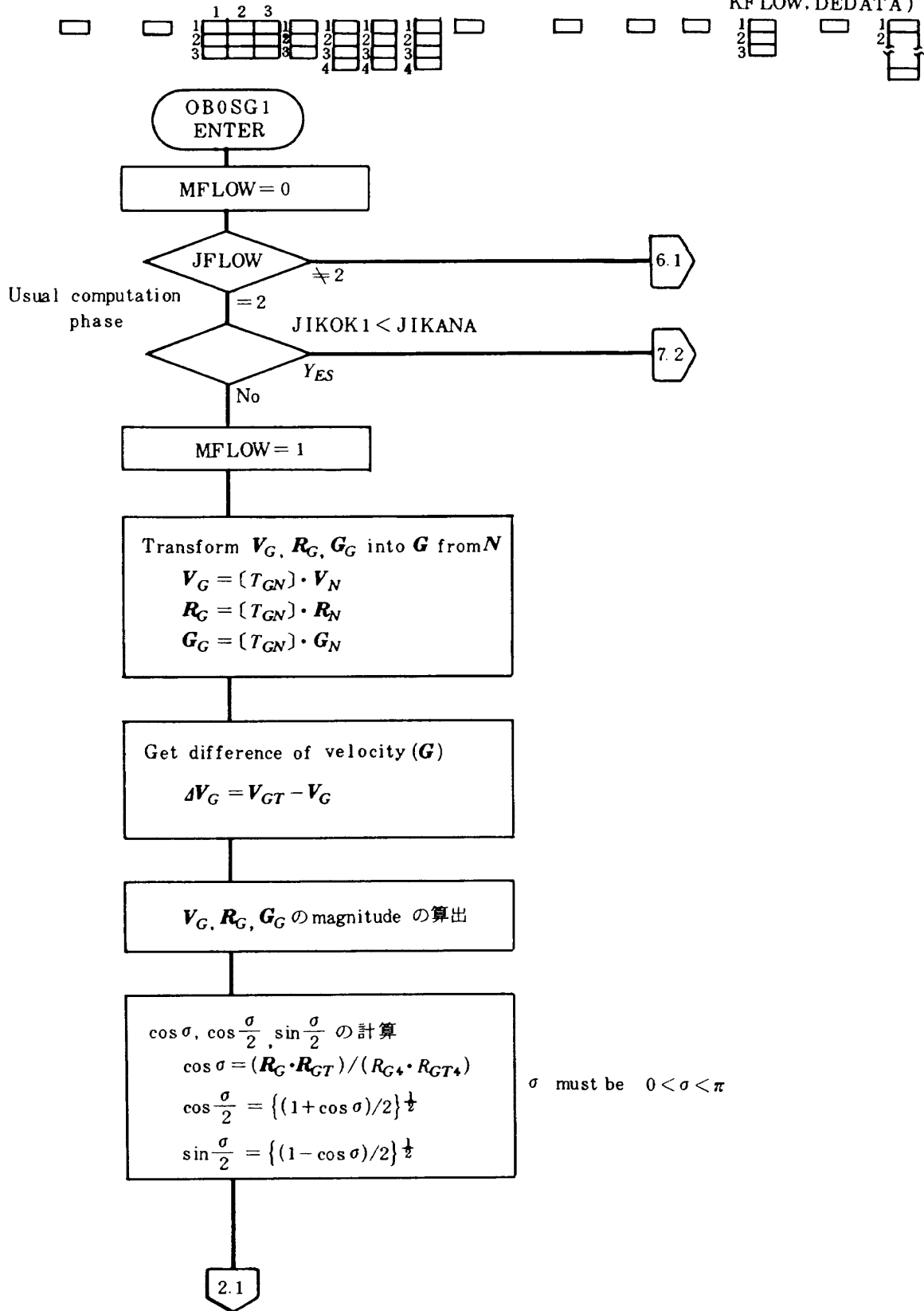


図43 2段ステージ誘導ルーチンの論理フロー (a)

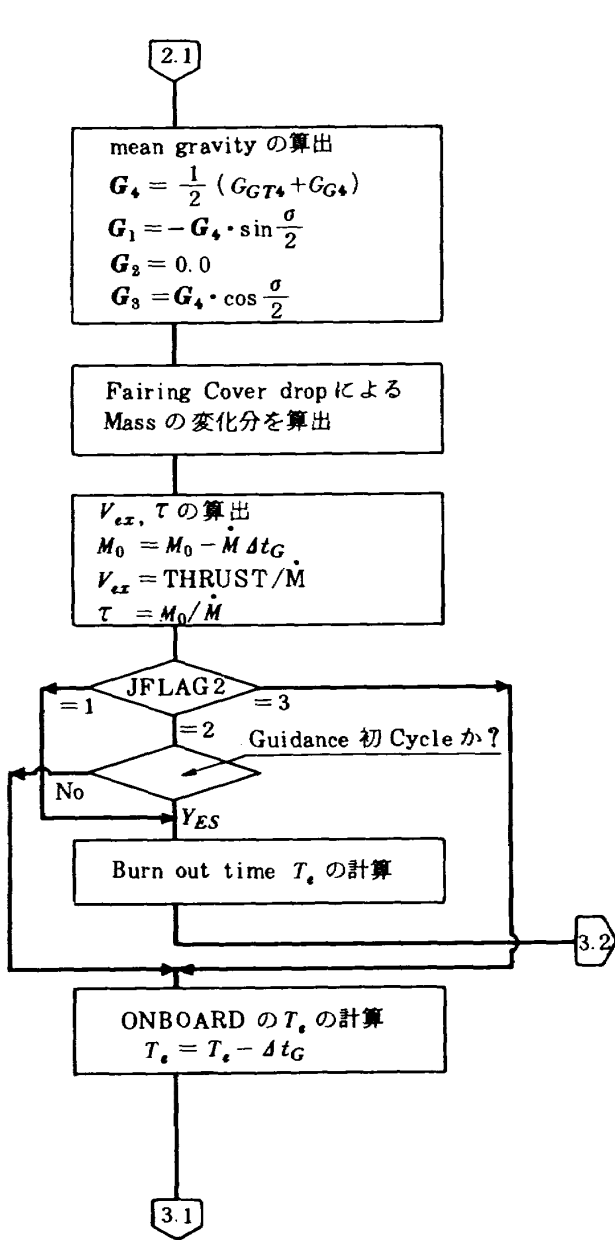


図43 2段ステージ誘導ルーチンの論理フロー (b)

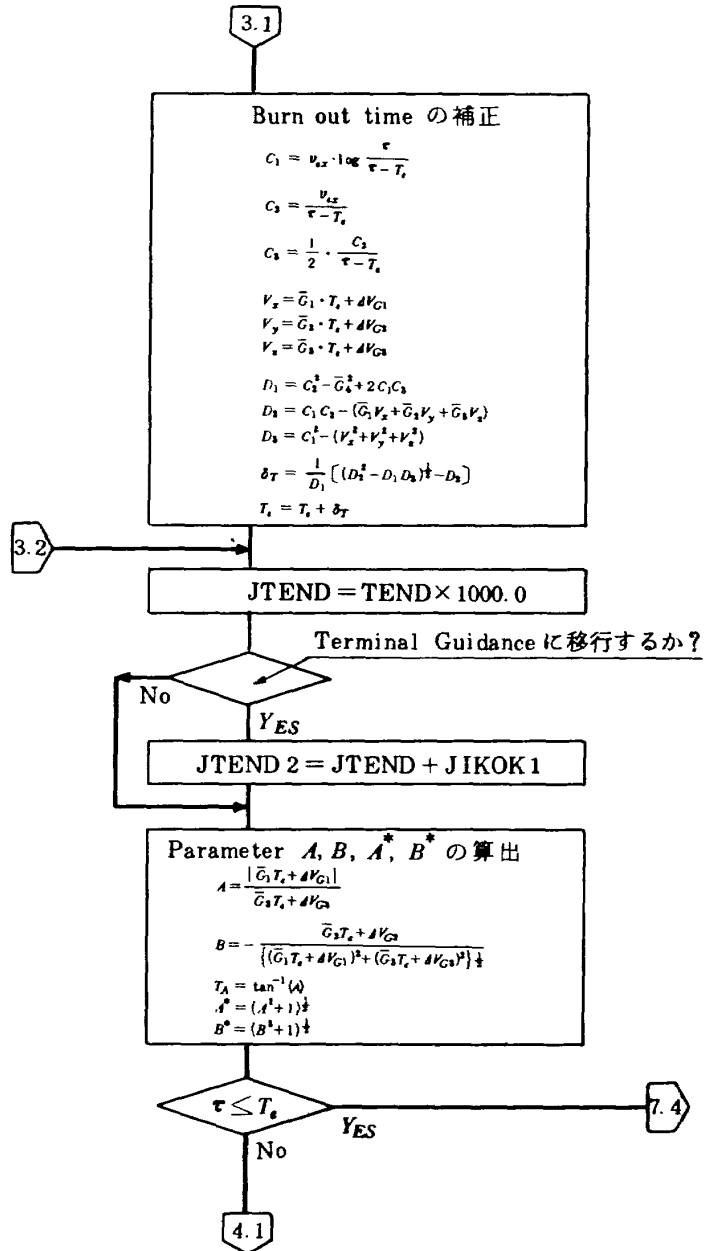


図43 2段ステージ誘導ルーチンの論理フロー (c)

= 1~3

KFLOW : 中間結果プーリングの指示, 1 = 誘導結果, 2 = ダイナミックレンジ

出力データ

MFLOW : 誘導モードの指示  
 TEND : 現時点から推力カットオフまでの時間 (sec)  
 JTEND : TEND x 1000 (m sec)  
 JTEND 2 : 2段推力カットオフ時刻 (m sec)  
 HEAD A : 誘導指令角 (rad), H(j), j=1~3

DEDATA : 中間結果プーリング領域

本ルーチンの論理フローを示せば図44のようになる。TEND及びHEAD Aの計算の一部変更を除いて、基本的な処理の流れはOBOSG 1ルーチンと同じである。

(3) エンジン操舵角信号 (OB0ST 1)

本ルーチンは機体軸変化補償ルーチン(OB0BC1)から出力される $\theta_B$ ,  $\omega_B$ と誘導ルーチンから出力される誘導指令角 $H$ と、タイムテーブルから求まるフィードバックゲイン $K_1, K_2$ を用いて操舵角を求める。入出力データは以下のようなになる。



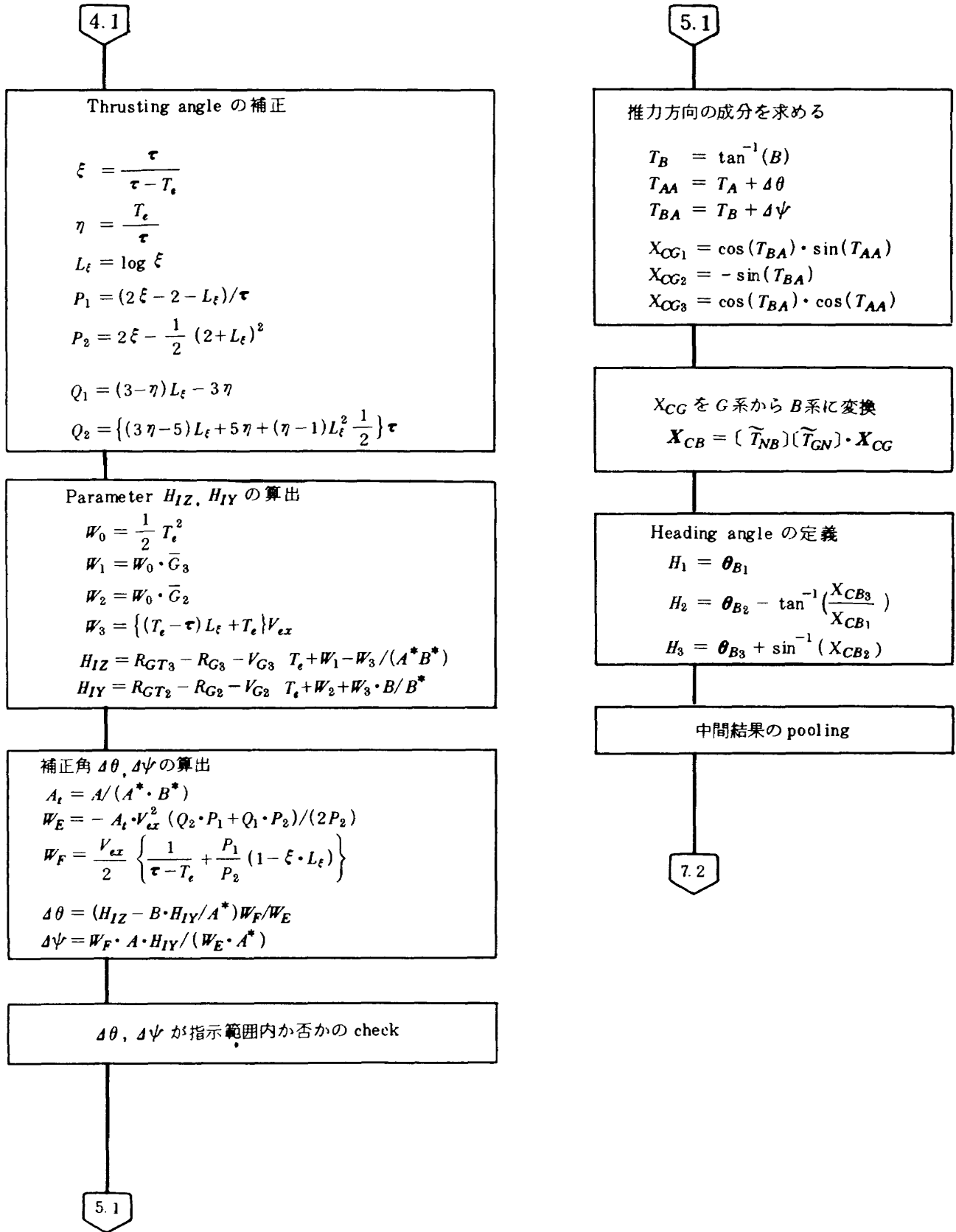


図43 2段ステージ誘導ルーチンの論理フロー (d)

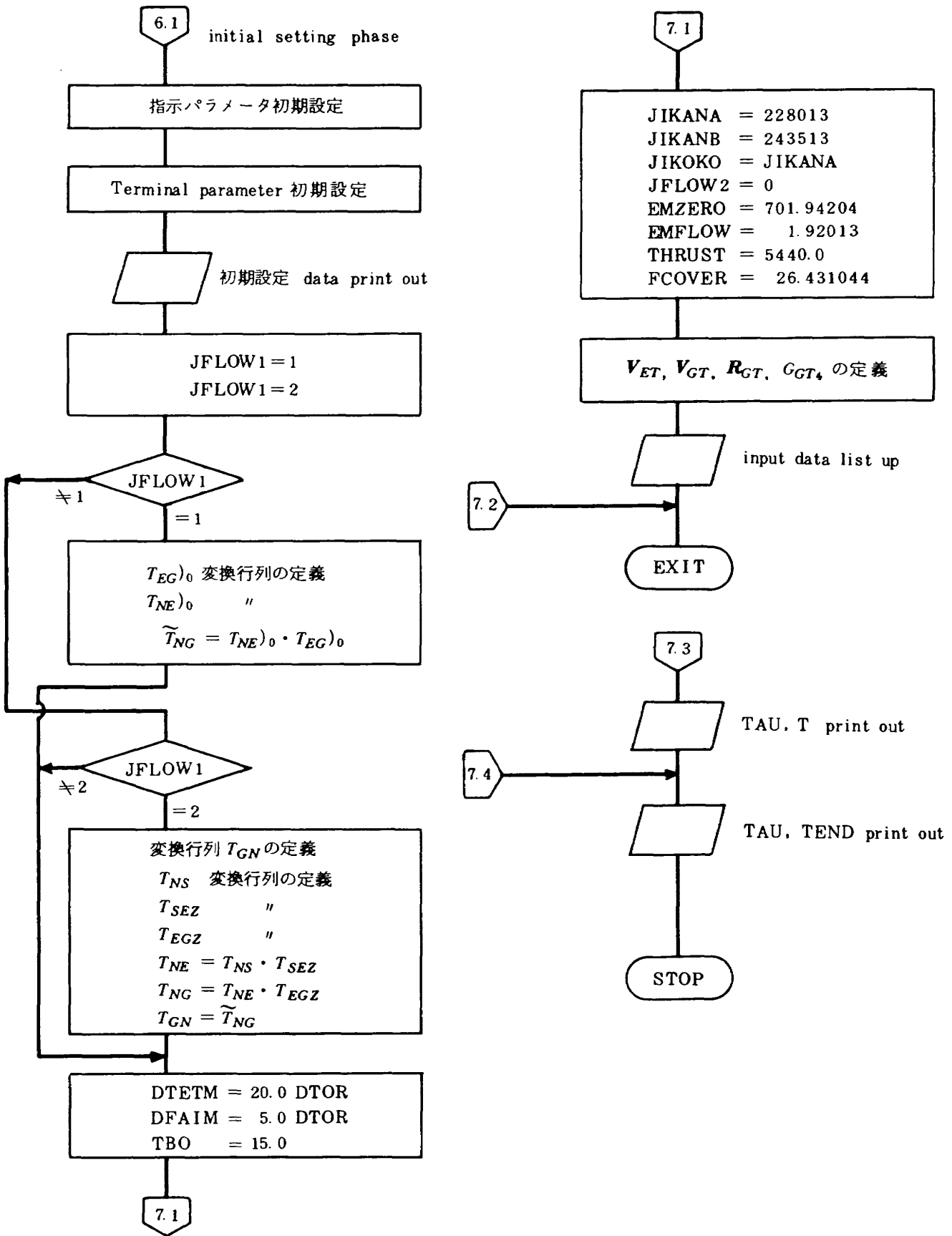


図43 2段ステージ誘導ルーチンの論理フロー (e)

OBOTG1

(JFLOW, DTG, TNB, SUV, VN, RN, GN, MFLOW, TEND, JTEND, HEADA, KFLOW, DEDATA)

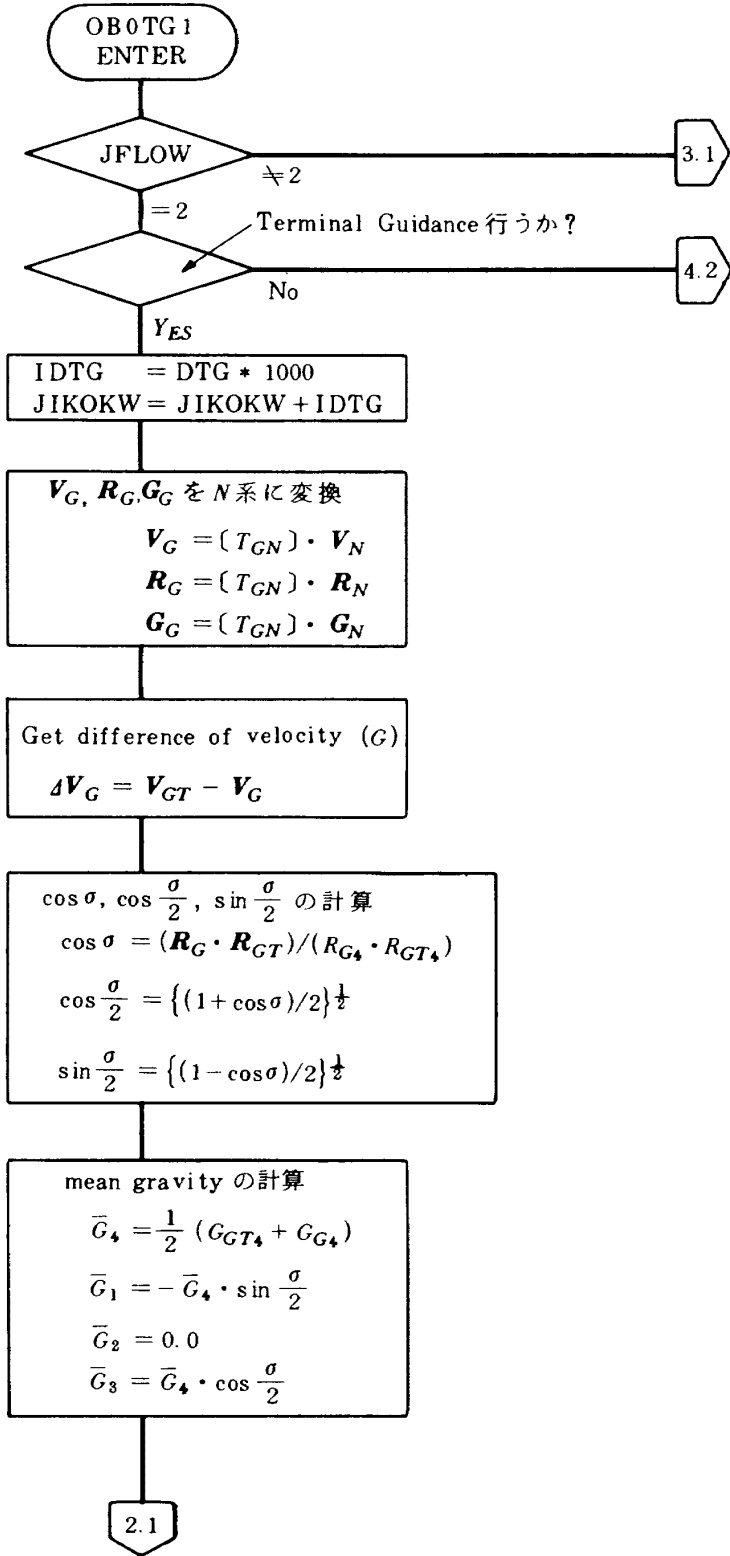
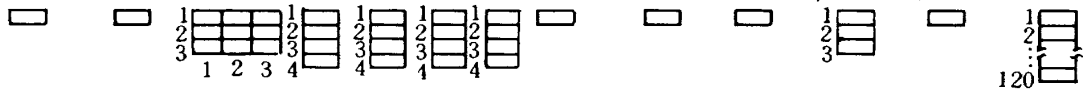


図44 2段ステージ終端誘導ルーチンの論理フロー (a)

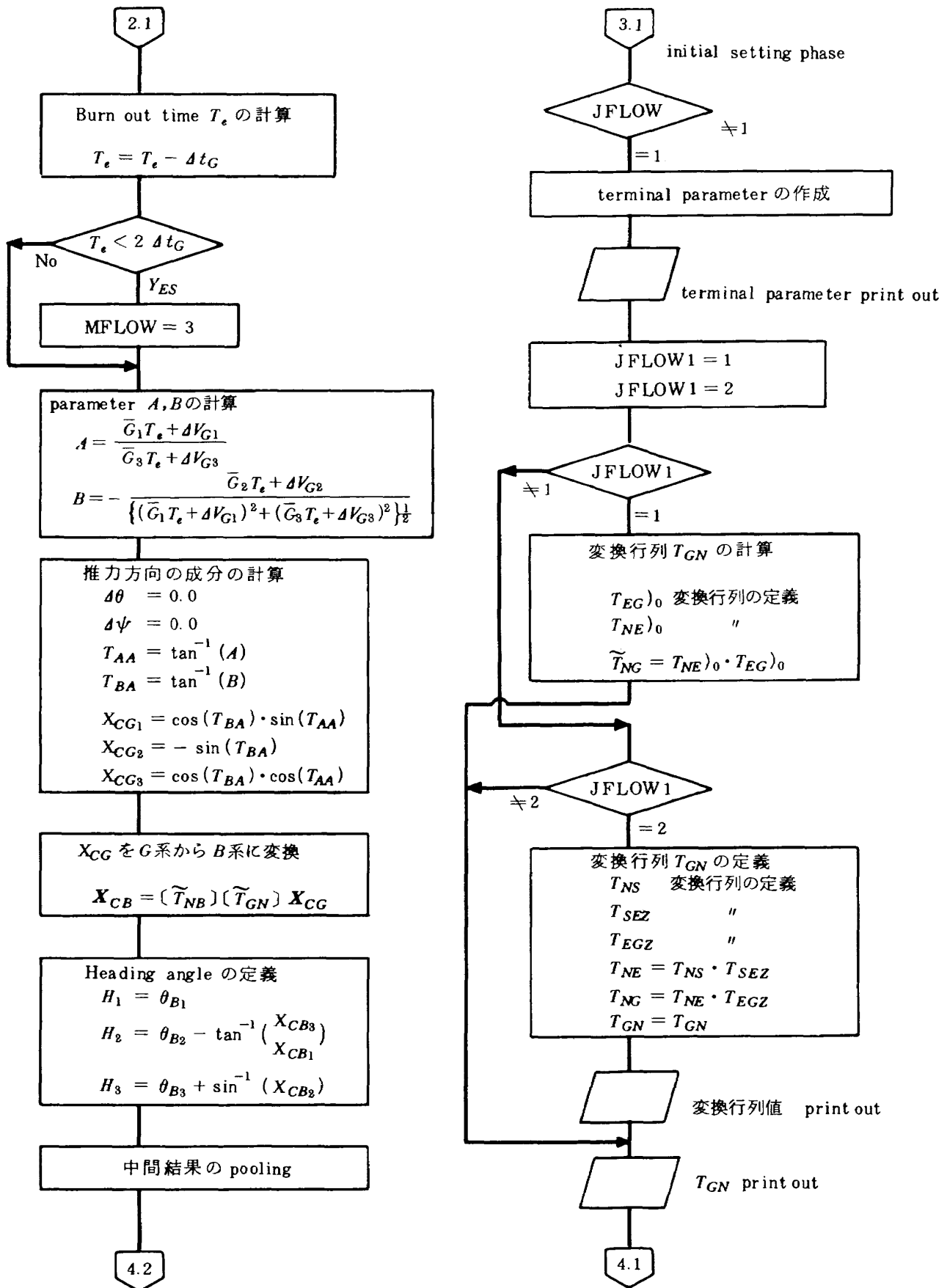


図44 2段ステージ終端誘導ルーチンの論理フロー (b)

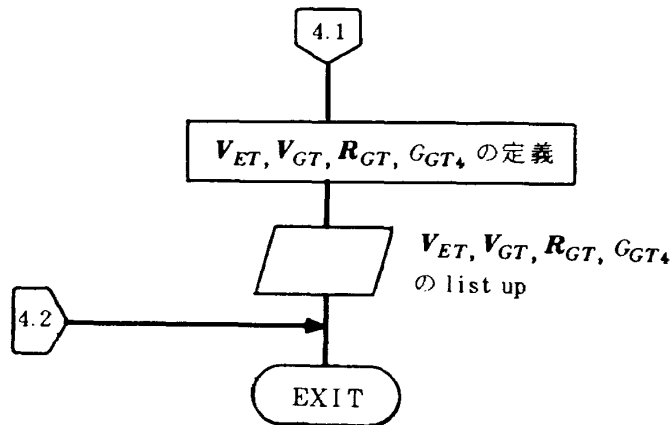


図44 2 段ステージ終端誘導ルーチンの論理フロー (c)

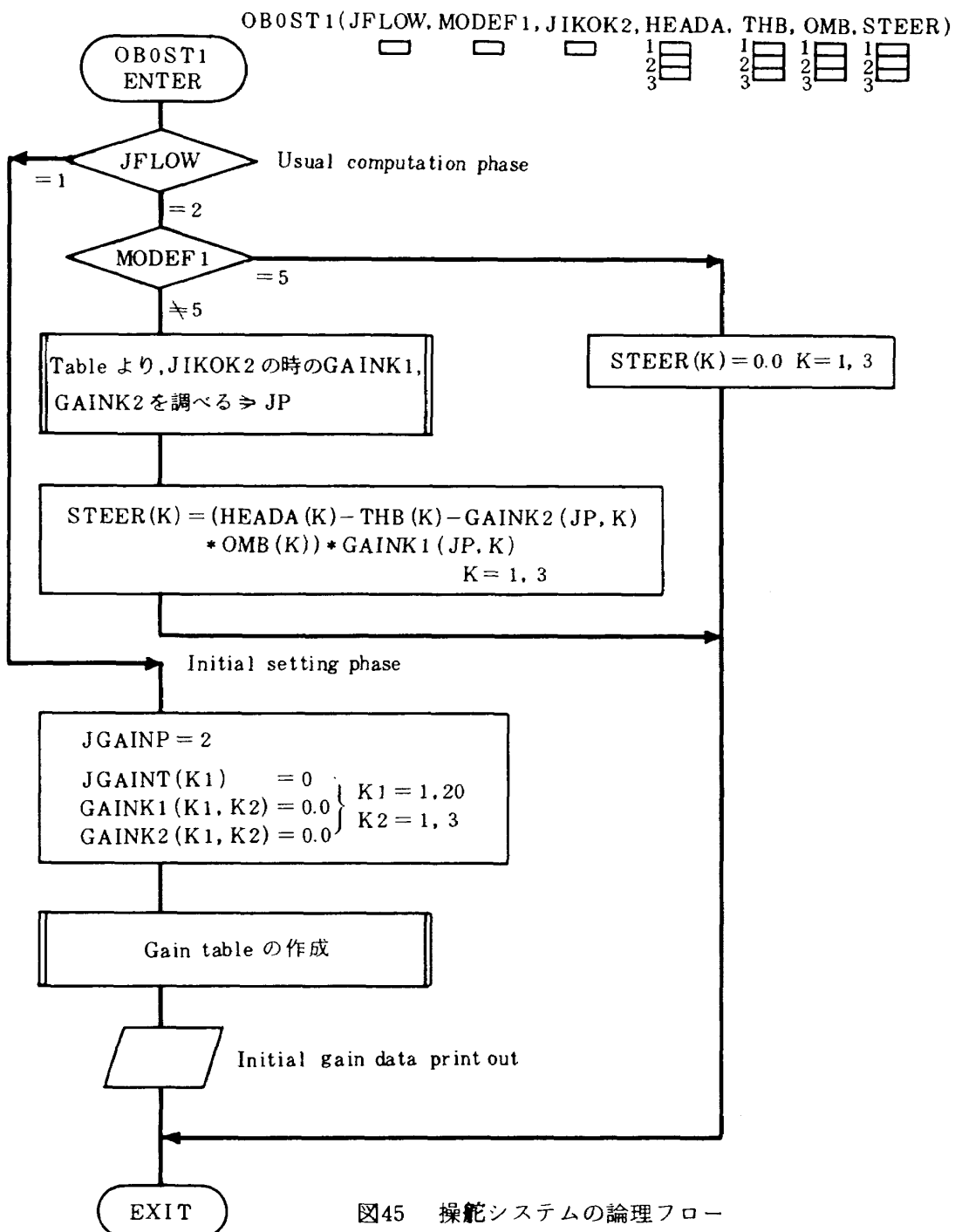


図45 操舵システムの論理フロー

入力データ

- JFLOW : 1 = 初期設定, 2 = 通常処理
- MODFF1 : フライトモードの指示
- JIKOK2 : 現時刻 (T) +  $\Delta t_{SS}$  (msec)
- HEADA : 誘導指令角 (rad),  $H(j)$ ,  $j=1\sim3$
- THB : 飛しょう体姿勢角 (rad),  $\theta_B(j)$ ,  $j=1\sim3$
- OMB : 飛しょう体回転角速度 (rad/sec)  $\omega_B(j)$ ,  $j=1\sim3$

出力データ

- STEER : 操舵角  $S(j)$ ,  $j=1\sim3$

本ルーチンの論理フローを示せば図45のようになる。なお、 $\Delta t_{SS}$ は制御システムの駆動サイクルで、制御システムの安定化及び誘導精度を向上させるためには、早いサイクルが望ましいが早くするとシミュレーション時間がかかるようになり、評価を効率的に進めることができなくなる。本シミュレーションではいろいろ検討した結果にもとづき、適当な値として  $\Delta t_{SS} = 10 \text{ ms}$  を選定した。

6.6 アルゴリズムの処理精度の評価

誘導アルゴリズムの評価を厳密に行なうためには、精密なロケットの剛体運動を解くダイナミクスに誘導ルーチンを組み込み、その特性を調べる必要がある。ここでは第1段階として、剛体運動シミュレーション用として開発した RMAP に、この誘導ルーチンを組み込み、ETS-1 打上げ軌道を基準軌道に選び、初段燃焼時及び2段燃焼時のプログラム誘導コマンドに誤差を与えて、誘導初期値及び誘導目標値を作成した。評価の目的は誘導の機能、 $\Delta t_G$ の影響、終端誘導時間の影響等を評価する事である。

(1) 誘導初期値及び目標値の設定

評価用の基準軌道としては図7に示した様なイベントを持つETS-1 打上げ軌道を選んだ。これは初段の燃焼が224.5秒で終了し、2段は228秒から、462秒で終了する。誘導ルーチンはそのうち2段に対して適用し、初段はプログラム誘導方式で飛しょうさせた。又、誘導機能の評価するために表1に示すように初段ピッチ誘導コマンドに $\pm 3\%$ 、 $\pm 5\%$ 、 $\pm 10\%$ の誤差を与え、2段誘導開始時点で基準軌道に対するずれを発生させ、2段誘導によって修正を試みた。又、初段は正常に飛しょうさせ、2段も基

準軌道通りに飛しょうした場合の終端点をA、2段ピッチプログラムコマンドに対し $-50\%$ の誤差を与えた場合をB、ピッチは正規でヨーコマンドに対し $30\text{deg}$ の方位誤差を与えたケースをCとした。誘導機能の評価は初段のa(基準軌道)~gの各ケースと2段のA,B,Cの各ケースの適当な組合せで行った。ロケットのダイナミクスの処理サイクル( $\Delta t_f$ )は精度を確保するために10msに設定した。

(2) 誘導アルゴリズムの評価結果

6.1で述べた如く、誘導指令角の算出は2段階に分けて行なわれる。評価の第1段階として、最適誘導指令角 $\alpha_0$ 、 $\beta_0$ のみを用いた場合の誘導結果を図46に示す。初段、2段とも表1のaA軌道、即ち、基準軌道を初期値及び目標値に選び、誘導計算サイクル $\Delta t_G$ を0.1秒に設定した。図46は各時刻における基準軌道からのずれの量として速度及び高度について描いたものであるが、速度についてみると360秒付近でこのずれは最大になるが、その後減少して終端点ではゼロに収束していく。これに対し、高度のずれは400秒付近で最大となるが、高度に関する誘導がこのケースではなされていないので、ずれの修正は行なわれず、終端点で約 $-9 \text{ km}$ の誤差が残ってしまった。なぜ速度、高度のずれが途中で大きくなるかと言うと、このタンゼント則と呼ばれている誘導則は(6-3)式からも明らかのように、現時点と目標点との各軸における速度成分の差に対応して誘導指令角が決定されるので、基本的には推力角

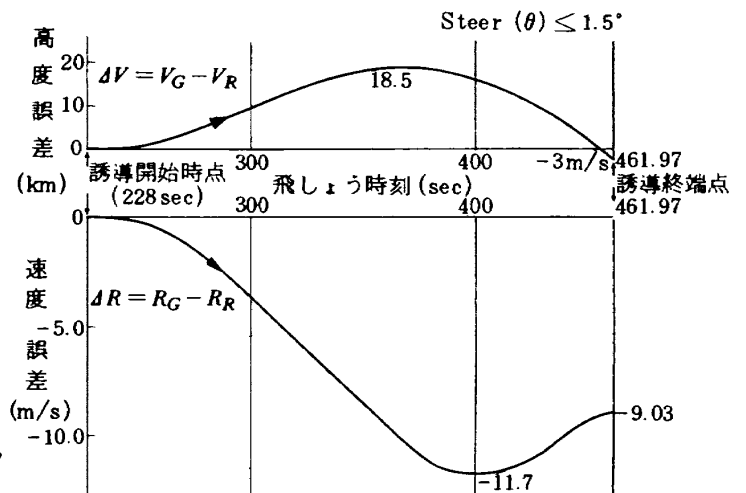


図46 2段ステージ誘導における速度、高度誤差の傾向 ( $\alpha_0, \beta_0$ のみを用いた場合)

表1 誘導機能評価用リスト

| ケース                              | 誘導初期点<br>( $t = 228.013 \text{ sec}$ ) |          |                 |                 |                 |                 |                 |         | 誘導目標点 ( $t = 461.97\text{s}$ ) |          |  |
|----------------------------------|--|----------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|---------|--------------------------------|----------|--|
|                                  | a<br>(ETS-1P)<br>(ETP×0.90)            | b        | c<br>(ETP×0.95) | d<br>(ETP×0.97) | e<br>(ETP×1.03) | f<br>(ETP×1.05) | g<br>(ETP×1.10) | A       | B                              | C        |  |
| 高度<br>(km)                       | 150.70                                 | 169.09   | 160.08          | 156.37          | 144.90          | 140.97          | 130.92          | 486.967 | 515.038                        | 483.016  |  |
| 高度差<br>(km)                      | —                                      | + 18.39  | + 9.38          | + 5.67          | - 5.80          | - 9.73          | - 19.71         | —       | + 28.071                       | - 3.951  |  |
| 速度<br>(m/s)                      | 4423.41                                | 4299.75  | 4361.61         | 4386.35         | 4460.40         | 4484.98         | 4546.05         | 6937.17 | 6864.15                        | 6836.895 |  |
| 速度差<br>(m/s)                     | —                                      | - 123.66 | - 61.80         | - 37.06         | + 36.99         | + 61.57         | + 122.64        | —       | - 73.02                        | - 0.275  |  |
| 姿勢角<br>$P (\theta^\circ)$        | 29.185                                 | 35.384   | 32.286          | 31.046          | 27.322          | 26.080          | 22.971          | 9.541   | 24.404                         | 6.264    |  |
| 姿勢角差<br>( $\Delta\theta^\circ$ ) | —                                      | 6.199    | 3.101           | 1.861           | - 1.863         | - 3.105         | - 6.214         | —       | + 14.863                       | - 3.277  |  |
| 姿勢角<br>$Y (\psi^\circ)$          | 85.636                                 | 85.492   | 85.566          | 85.594          | 85.676          | 85.703          | 85.767          | 91.863  | 91.711                         | 120.496  |  |
| 姿勢角差<br>( $\Delta\psi^\circ$ )   | —                                      | - 0.144  | - 0.070         | - 0.042         | 0.040           | 0.067           | 0.131           | —       | - 0.152                        | 28.633   |  |

一定の飛しょう方法という事になる。これは姿勢角の変化を示した図47の(a)をみれば明らかである。これに対し、基準軌道の姿勢角は同図の(b)に示される如く、線形に変化している。従って、両軌道パラメータは途中では一致せず、それぞれの軌道を描くことになる。

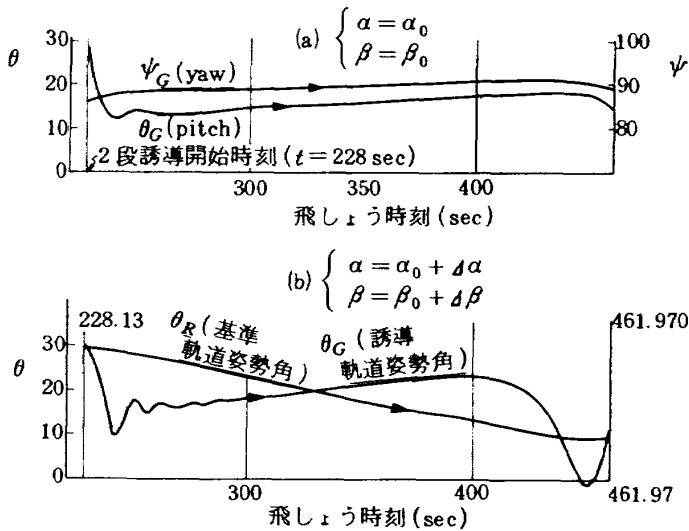


図47 2段ステージ誘導における姿勢角変化の傾向

図48は $(\alpha_0, \beta_0)$ の場合と高度制御を含む $(\alpha_0 + \Delta\alpha, \beta_0 + \Delta\beta)$ の2ケースについて、目標速度との差を描いたものである。 $(\alpha_0, \beta_0)$ の場合は破線で示してあるが、カットオフ時点までなめらかに減少していく。これに対し、高度制御が加わった実線で示されたケースでは、高度差を減少させるために姿勢角が上向きに修正されるので、速度差の減少傾向は $(\alpha_0, \beta_0)$ のケースに比べて遅くなっている。そして、終端点に近づく程、高度制御の影響が大きく表われ、特にこれは高度成分に対応するz成分において著しい。この影響は図47(b)の誘導軌道姿勢角が420秒を過ぎたあたりから、急激に変化するところからみても明らかである。この様な急激な姿勢変化はロケットの制御特性に悪影響を及ぼすので好ましくない。従って、ここで、終端誘導法を取入れた。これは6.3で述べた方法で、誘導コマンドの発散を避けるための最っとも簡単な方法の一つである。

評価方法としては、終端誘導時間 $T_{TG}$ をパラメータにとって誘導誤差がどのように変化するかを調べた。図49、50はその結果の一例である。なお、図49のミッションAとは初段のピッチプログラムレートに-10.0%の誤差を与えて、基準軌道の目標点へ飛しょうさせる場合、すなわち表1のbAのケースに相当するものであり、図49のミッションBは初段

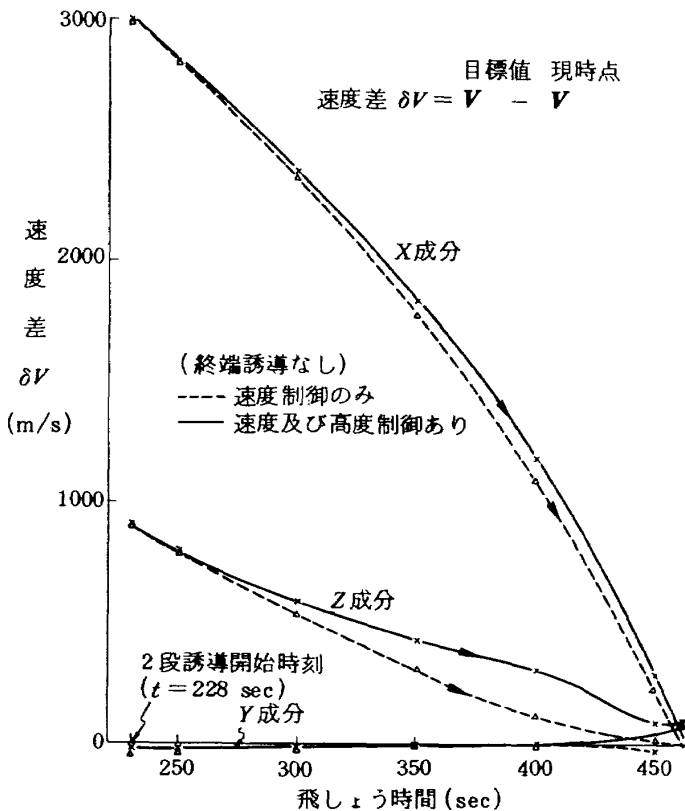


図48 2段ステージ誘導時の速度成分に対する誘導効果の傾向

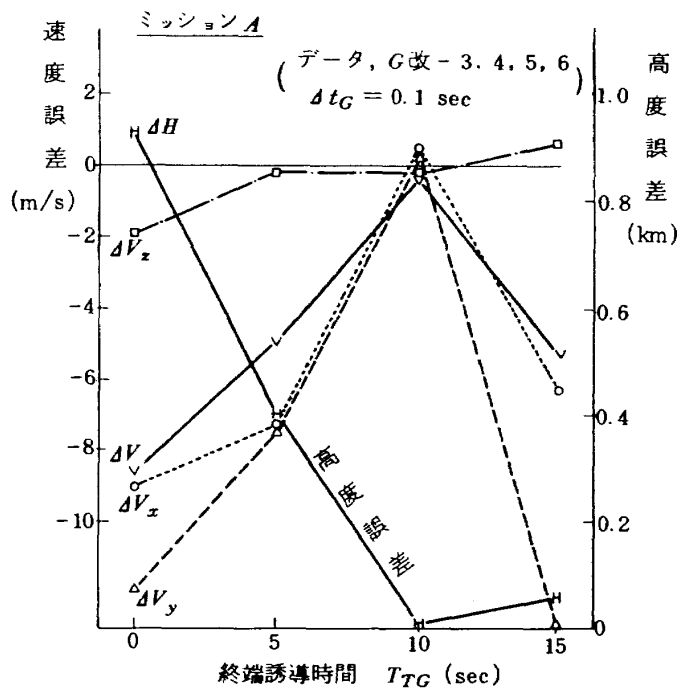


図49 終端誘導の影響 (a)



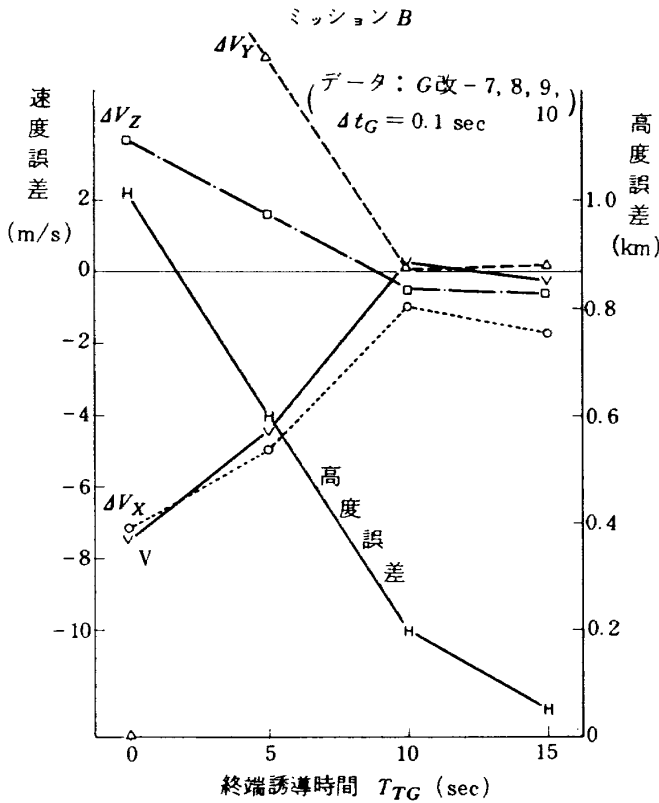


図50 終端誘導の影響 (b)

のピッチプログラムレートに-5%の誤差を与え、誘導目標点を2段基準軌道用ピッチプログラムレートに-50%の誤差を与えて発生させた場合、すなわち、表1のcBのケースである。図49のミッションAの場合、終端誘導時間 $T_{TG} = 0$ の場合には速度及び高度共、その誤差は大きい、 $T_{TG}$ を大きくするとこの誤差は減少し、 $T_{TG} = 10$ 秒で最小となるが、それを過ぎると又増加していく傾向を示している。図50のミッションBでも同様の傾向がみられる事から、 $T_{TG}$ には最適値があり、この評価軌道ではそれが約10秒付近であると言える。この評価では誘導計算サイクル $\Delta t_G$ を0.1秒に設定したが、 $\Delta t_G$ の大きさも搭載ソフトウェアにとっては重要なファクタなので、今度は、 $T_{TG}$ を10秒にセットし $\Delta t_G$ を変えた場合、誘導精度がどのように変化するか調べたのが図51、52である。評価軌道としては $T_{TG}$ の時と同じミッションA、ミッションBの軌道を用いた。図51は速度に関する評価結果である。ミッションAの場合、 $\Delta t_G$ が大きくなると予想に反して、わずかではあるが誤差は減少する傾向を示している。しかし、ミッションBの場合には、 $\Delta t_G$ の増加に伴って

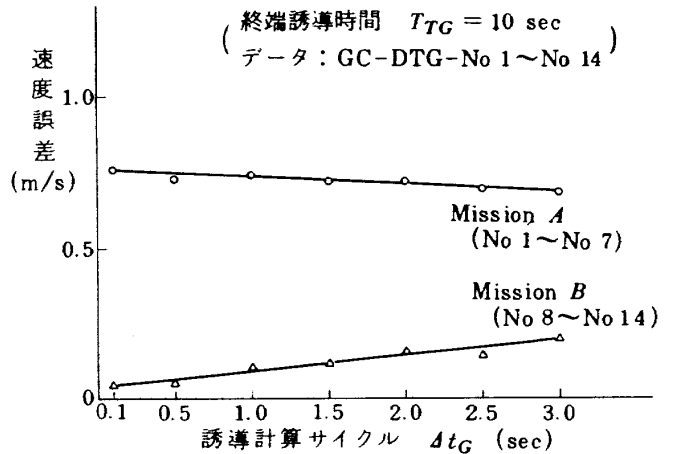


図51 誘導計算サイクルが誘導精度に及ぼす影響 (速度誤差)

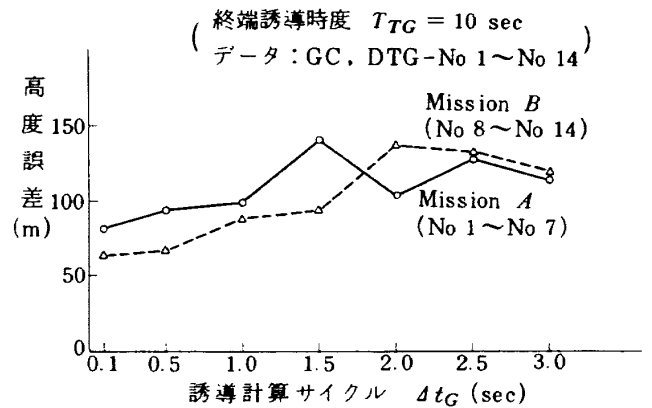


図52 誘導計算サイクルが誘導精度に及ぼす影響 (高度誤差)

誤差も増加する傾向を示している。同様に図52の高度誤差でもごくわずかではあるが、 $\Delta t_G$ が大きくなるに従って誤差も増大する傾向がある。しかし、いずれの場合にも誤差の変化は $\Delta t_G$ の0.1~3秒の範囲で非常に小さい。次にミッションCについて同様の評価を行なった結果を示すと図53、54のようになる。ミッションCとは終端点においてヨー方向の姿勢角が基準値に比べて約30度南を向くように、ヨー誘導コマンドを一定のレートで与えるプログラムを作成し、それによって誘導して得られた終端点を誘導目標点としたものである。この評価の目的はピッチ、ヨー2軸の操舵がカップリングした軌道の目標点に対して、誘導機能の特性を調べる事で、表1のaCのケースに対応する。

図53はミッションCについて、 $T_{TG}$ のいくつかの値に対し、 $\Delta t_G$ を変えた場合の誘導による速度誤差

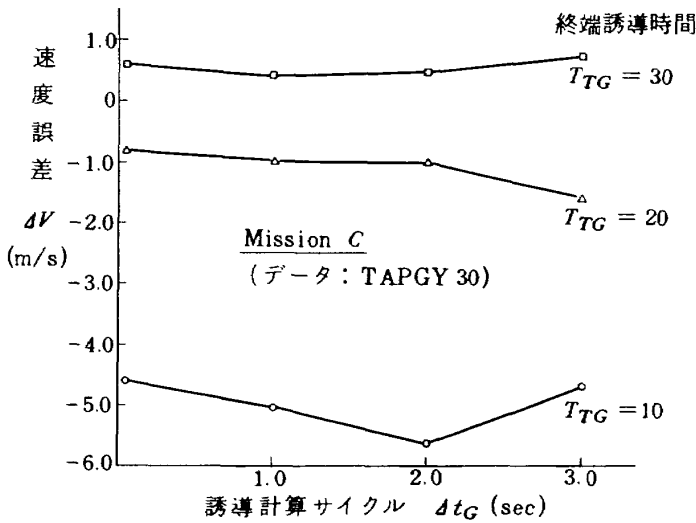


図53 誘導計算サイクル及び終端誘導時間が誘導精度に及ぼす影響 (速度誤差)

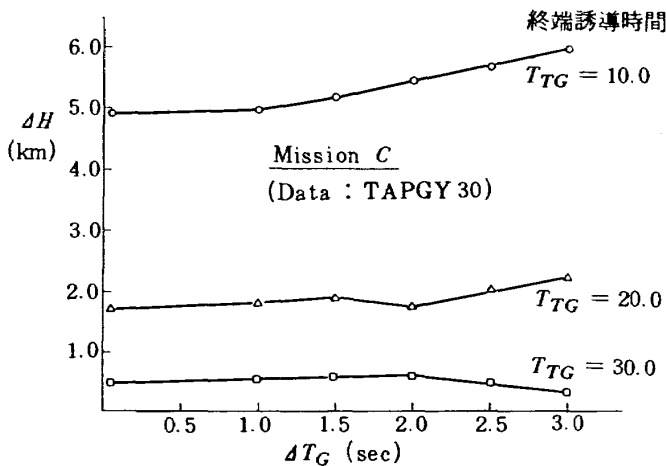


図54 誘導計算サイクルが誘導精度に及ぼす影響 (高度誤差)

の変化を示したものであるが、このケースではミッションA,Bのケースとは逆に  $T_{TG}$  が小さくなるに従って誤差は増大していく傾向がみられる。これは高度誤差について描いた図54においても同じである。この理由はミッションA,Bでは、操舵が主としてピッチ面内のみで行なわれるため、操舵制御システムに不安定現象が発生するのが遅いといえる。これに対し、ミッションCの場合にはヨー方向の操舵が加わるため、ミッションA,Bの場合に比べて操舵の不安定現象の発生が早くなって来る。このことから、ヨー方向のプログラム誘導コマンドを用いて発生させた基準軌道に対する誘導を行なう場合には、終端誘導開始時刻を早める必要がある。この場合には  $T_{TG}$

が30秒の時がもっとも誤差は小さい。又、ミッションA,Bのケースと同様、 $\Delta t_G$  に対する誤差の変化は速度及び高度共々かなり小さく、 $\Delta t_G$  を3秒にとっても、高度誤差は1km以内、速度誤差も1m/sを越えない。この誘導計算サイクル  $\Delta t_G$  を大きくとれると言う事は、それだけ計算処理時間に余裕ができる事になるため、搭載ソフトウェアの作成に関しても倍精度計算を多くとり入れる事が可能となり、結果的には搭載ソフトウェアの誘導精度の向上がはかれる事になる。

この他、ミッションA,Bの場合における誘導機能について、表1の誘導初期点(a~g)と誘導目標点との組み合わせによる評価を行った。その結果を示すと、表2のようになる。ミッションAの場合には初期点のずれの大きいb,f,gのケースで、高度誤差を目標精度以内に誘導する事ができなかった。これはプログラマーの誤差、±10%というのがあまりにも大きすぎた設定値であった事によるもので、一般的にみて、発生し得る誤差は数%以内であるので、実用的には問題ないと言える。ミッションBのケースでは、プログラマーの誤差のプラス方向に対しては誘導能力が強い事がわかる。速度誤差の中で一部1m/sを超えるものがあるが、これは速度の検出ロジックが不正確であった事による。その後、この検出ロジックは精密な方法を考案して、著しく精度を上げる事ができたが、これについての詳細は別報で報告する予定である。

又、表2に於て姿勢角誤差  $\Delta\theta$ ,  $\Delta\phi$  が大きいのは、基準軌道発生用誘導則と搭載ソフトウェアに用いられている誘導則が異なるためである。終端点での速度ベクトルと高度を一致させるという誘導の目的から考えると、この姿勢角の誤差はエンジンカットオフ後の慣性飛行中ガスジェットによって修正可能なため、本質的には問題にならない。しかしながら、実際のロケットモデルを考えた場合、エンジンカットオフ後の残留推力を考慮する時に、姿勢角が異なると残留推力による速度ベクトルの方向が基準値とは異なってしまいうため、投入軌道の遠地点に誤差を発生させる事になる。従って、最終的な軌道精度を向上させるためには終端点近傍で姿勢角も基準値に近い方が望ましいが、前にも述べたように、基準軌

表 2 誘導機能評価結果

| CASE<br>Parameters | aA     | cA    | dA    | eA    | aB     | dB    | fB     | gB     |
|--------------------|--------|-------|-------|-------|--------|-------|--------|--------|
| $\Delta t_G$       | 1.5    | 2.5   | 2.5   | 2.5   | 1.5    | 0.05  | 0.05   | 2.5    |
| $T_{TG}$           | 10     | 20    | 15    | 10    | 10     | 15    | 10     | 15     |
| $\Delta t_{B0}$    | 0.64   | 3.19  | 1.67  | 1.57  | 0.56   | 1.86  | 2.33   | 8.43   |
| $\Delta V$         | 0.75   | 0.52  | -0.24 | -0.43 | -0.12  | 1.11  | -0.71  | -1.38  |
| $\Delta H$         | 0.10   | -0.06 | 0.03  | 0.52  | 0.09   | -0.00 | 0.15   | 0.44   |
| $\Delta \theta$    | -9.42  | 4.03  | 5.54  | -6.77 | -10.78 | -3.74 | -18.52 | -19.71 |
| $\Delta \psi$      | 12.314 | 0.33  | 3.27  | 2.87  | 6.93   | 1.39  | 5.60   | 4.18   |

道作成用と搭載ソフトウェア用との誘導則が異なる場合には、誘導中の飛しょう径路が基準軌道とかなり異なるため、誘導条件を満足させると同時に姿勢角も一致させるという事はできない。従って、投入軌道精度の向上をはかるためには、搭載ソフトウェアにおいても基準軌道用と同一の誘導則を用いるか、又は、残留推力の影響を考慮した誘導則を考案する事が必要であるが、後者は誘導ロジックがかなり複雑化するため、搭載ソフトウェアの実時間処理上問題があり、現時点の計算機の能力からみて好ましくないで、前者の方法を用いるべきである。これら誘導精度の評価については、制御システムとも関連した形で別報で詳しく述べる予定であるが、搭載システムとしての機能確認総合試験においてはNロケット用の誘導則を一部改良して用い、良好な結果を得ている。

## 7. あとがき

ロケットの慣性誘導システムに関する研究の一環として、慣性誘導システム用搭載ソフトウェアを評価するための大型電子計算機による総合評価シミュレーションシステムを確立した。このシステムは、ロケットの3次元6自由度剛体運動の高精度軌道発生プログラムを含むもので、FORTRANベースで約12,000ステップのプログラム体系となっている。これを用いて開発した、ストラップダウン方式の搭載ソフトウェアの航法精度、誘導精度に関する各種の評価試験を行ない、実用に供しうる十分な精度を持つ事を確認した他、標準的機能を持つ搭載誘導計算機

による処理を想定した場合でも実時間処理が可能で、目標とした航法誘導精度を満足するものである事も確認した。

最後に本研究を進めるにあたって、宇宙開発事業団誘導制御設計グループ、ロケット設計グループの方々にはデータ提供を含む数々の御協力を頂いた。又、プログラム作成にあたっては富士通株式会社、大興電子通信株式会社の関係者の方々に御尽力頂いた。ここに記して感謝の意を表する仕第である。

IMU 関連の問題については、計測部機器研究室大月正男室長、鈴木孝雄主任研究官、新宮博公主任研究官、円居繁治研究員に検討に参加して頂いた他、シミュレーションに用いるデータを提供して頂いた。この他、プログラム作成にあたっては計算センターに御協力頂いた。

## 参 考 文 献

- 1) 新田慶治, 大坪孔治, 小口美津夫; ステアブルプラットフォーム動作評価プログラムとシミュレーション結果について, 航技研報告 TR-510, Aug. '77
- 2) 大月正男, 新宮博公, 鈴木孝雄, 円居繁治, 田畑浄治; ストラップダウン方式用広角度積分ジャイロの研究, 航技研報告 TR-349, Nov. '75
- 3) 森 英彦, 新田慶治, 大坪孔治; ストラップダウン方式を用いた慣性誘導システム — 航法計算法の評価 — 航技研報告 TR-416, July, '75
- 4) 小口美津夫, 大坪孔治, 新田慶治, 森 英彦;

- 実系のシミュレーションを考慮した剛体ロケットの高精度・多目的軌道解析プログラム — RMAP — 航技研資料TM-341, Dec. '77
- 5) 大坪孔治, 新田慶治, 森 英彦, 小口美津夫; ストラップダウン用慣性センサシステムの評価プログラム, 航技研資料TM-310, Sep. '76
- 6) 鈴木孝雄, 大月正男, 円居繁治; デジタル・トルク平衡方式による加速度計の研究, 航技研報告TR-386, Aug. '74
- 7) 大坪孔治; 三次元準最適直接式誘導法, 航技研報告TR-258, Jan. '72

---

## 航空宇宙技術研究所報告775号

昭和58年8月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表) ㊦182  
印刷所 株式会社 共 進  
東京都杉並区久我山5-6-17

---