

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-777

固体ロケット残留推力の理論解析

三谷 徹 ・ 新岡 嵩

1983 年 8 月

航空宇宙技術研究所

NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

固体ロケット残留推力の理論解析*

三 谷 徹** 新 岡 嵩**

概 要

固体ロケットの燃焼終了後に発生する微小推力(残留推力)は、ロケットの追突等の不具合を生じる原因となる。残留推力の予測手法を確立するためにその発生機構の理論的検討を行なった。残留推力はモータケース内壁に貼られたインシュレータがノズルからの放射熱によって分解して生じる。本研究はその熱源の大きさとその温度履歴、放射熱によるインシュレータ材の熱分解速度とガスの発生、更にもそのガスによる推力発生各メカニズムを定式化し、残留推力の大きさとその時間的変化を決定するパラメータを明らかにするものである。

ABSTRACT

A small residual thrust is often observed in a solid propellant rocket after a solid propellant has burned out. This residual thrust causes some fatal problems to vehicles flying at a high altitude. The present work is to show the theoretical treatment of the mechanism of residual thrust. The heat accumulated in a graphite nozzle and the radiative heat transfer from the heated nozzle were estimated first. The decomposition of the irradiated insulator, which covers the inner surface of the motor case, is analyzed by the asymptotic method with a large activation energy of the thermal decomposition. Then the decomposed gas exhausted through the nozzle to produce the residual thrust is evaluated. Each of these phenomena was mathematically formulated to select important parameters determining the magnitude and history of the residual thrust.

1. 緒 言

液体ロケットの場合には推進剤の供給弁を閉じることにより、比較的短時間にその推力をゼロにすることができる。しかし、構造の簡便さを特徴とする固体ロケットにおいては、一般に燃焼の制御は困難であり、全燃焼時間で定義される燃焼終了の後も、微小内圧や推力が残ることがある。この現象は特に

真空中を飛行する上段用固体ロケットでより顕著に現われる。ここではこの燃焼終了後に観察される固体ロケットモータの微小推力を残留推力と呼ぶことにしよう。

この残留推力を過少評価すると、ロケットの切離し後一度離れたロケットが残留推力によって加速され、上段モータや衛星に追突する事が予想され、実際そのような事故例が報告されている。逆に、過大な残留推力を想定した場合、ロケットに大きな重量の回避装置(ヨウウエイト方式やタンブルロケッ

* 昭和58年6月20日受付

** 角 田 支 所

ト方式など)を搭載することになり、ロケットのシステム上不利な要因となる。従って適正に残留推力を把握し、それに見合う適切な対策を講ずる必要がある。

この残留推力はモータチャンバ内で生じる種々の材料のくすぶり燃焼や熱分解ガスに起因する現象と考えられる。しかし、その詳細な機構は明らかではなく、今日まで残留内圧の計測結果や発生機構に関する簡単な議論⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾が報告されているが、本格的な理論解析は試みられていない。そのため、残留推力の予測あるいはその対策が難しく、更に、小さなサブスケールのモータで得られた実験結果を如何に実機サイズのモータに適用するかと言ういわゆる寸法効果についても未知の点が多い。そこでこの報告では残留推力の大きさから、発生ガス量を見積り、その発生源を推定する。そしてそのガス発生を制御しているメカニズムをモデル化し、残留推力とその時間的変化を計算する。これらの理論的検討はより効率的な実験を可能にするものと考えられる。

2 残留推力の発生

2.1 ガスの発生源

米国のサイオコール社の定義によれば、固体ロケットモータの作動時間 (action time) は燃焼圧力が 100 psi A (7.03 Kg/cm²・A) になるまでの時間、全燃焼時間 (total burning time) は、1 psi A (51.7 torr A) を切る時間を用いて定めている。そこで残留推力を考える際一つの基準となるのは 1 psi A のチャンバ圧力であろう。例えば 1 psi A のチャンバ圧力は真空において H-1, 3 段階のモータで約 20 Kgf の推力を発生する。一方このチャンバ圧力を生むためには、チャンバ内で 400 g/sec のガス発生が必要であるが、このガス発生が何に起因するものかが第一の問題となる。

今、上に求めたガス発生量を単位面積当りに換算すると $\dot{m} = 1.6 \times 10^{-2} \text{ g/cm}^2 \cdot \text{sec}$ のガス流束を得る。このガス流束は低圧環境で推進薬が緩かに燃焼することに起因するものではない。今、仮りに燃焼速度 (r) と圧力 (P) の関係 $r = aP^n$ が低圧においても成立すると仮定し、推進薬の密度 ρ_p を用いれば $\dot{m} = \rho_p r$ より、推進薬によるガス流束は 1.4×10^{-1}

$\text{g/cm}^2 \cdot \text{sec}$ となり、上に得られた値に比べて一桁大きな値を与える。実際の推進薬において、燃焼速度は $r = aP^n$ の関係に従わず、低圧域で一定値に漸近して行くと言う Summerfield⁽⁴⁾らの研究があり、また、最近の推進薬ではバインダ量が 11~12% と少なく、化学量論比に近くなったため、燃焼性が改善されており、そのために低圧環境での残推薬は少ない。これらのことを考え合わせれば、1 psi A 以下のチャンバ圧を維持しているガスのその主な発生源は、推進薬ではなく、チャンバ内壁に断熱の目的で貼られているインシュレータであると推定される。

モータの内壁に貼られたインシュレータは近年、EPDM (ethylene propylene diene monomer) と呼ばれる高分子材料に重量比で 40% のアスベストを混入して作られており、約 400~500℃ で分解し、C₅~C₁₀ の炭化水素ガスを放出する。この熱分解ガスがノズルから排出され、残留推力を生じる原因となると考えられるが、この熱分解を生じさせるためには EPDM インシュレータの分解熱を賄うだけの熱源が必要となる。

2.2 分解のための熱源

図 2.1 で示されるような後方着火型内面燃焼モータで熱源として考えられるものは以下の 4 つである。前方着火型モータでは、それらに加えてイグナイターケースによる蓄熱を考えなければならない。

- (a) ノズルの蓄熱と熱放射, (図 2.2)
- (b) インシュレータ内部の蓄熱
- (c) チャンバ内燃焼ガスの蓄熱と熱伝導
- (d) Al あるいは Al₂O₃ 等の固体燃焼残渣による蓄熱と熱伝導

この内、(b)の熱源による熱分解機構については、次の章で議論されている。その解析で(b)の機構ではインシュレータの熱容量は小さ過ぎ、問題となるような残留推力を生む可能性は薄いことが示されている。そこで他の熱源についてその熱容量を見積り、インシュレータの熱分解を維持するだけの容量の有無を調べた。その結果燃焼ガスによって貯えられる熱量(可能性(c))はノズルによって貯えられる熱量に比べて非常に小さく、熱源となる可能性は薄いことが判明した。特に可能性(c)の熱伝導は真空中では

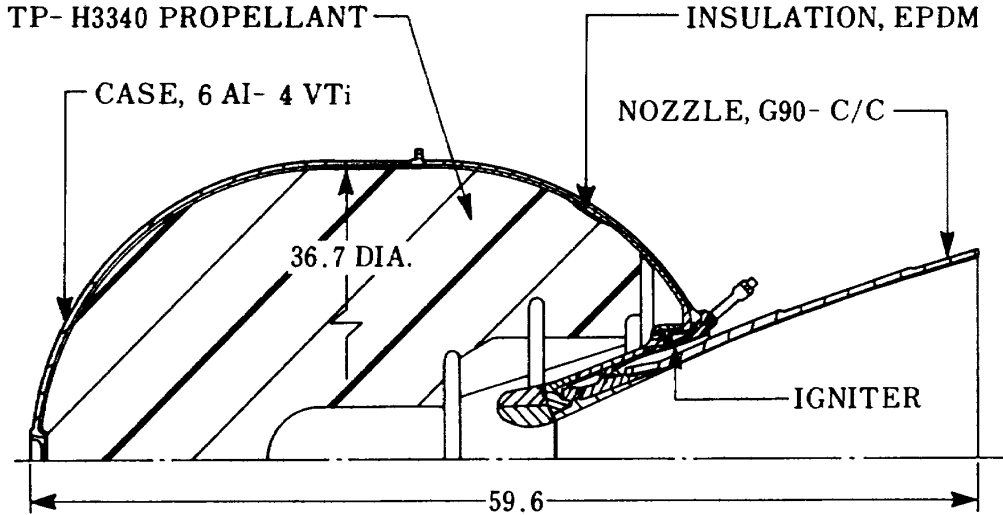


図 2.1 後方着火型固体ロケット (STAR37, 単位は inch)

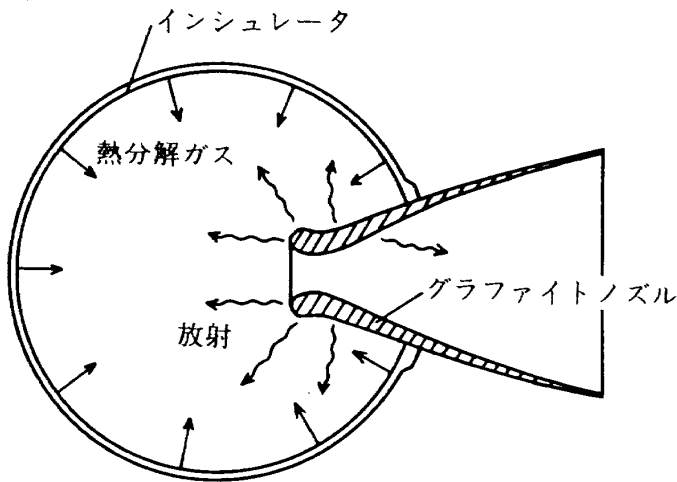


図 2.2 熱放射による分解ガス発生の説明図

機能しない。

可能性(d)はスピン安定をしているモータに特有なもので、遠心力によって捕捉されたAl, あるいはAl₂O₃が燃焼後にチャンバ内に残り、その熱い残渣によってその付近のインシュレータ材が分解すると思われるものである。しかし、実際のモータにおける金属系燃焼残渣が直径380mmの球型モータ⁽⁵⁾において約50gとそのノズル重量に比べて小さいこと、またH1-3段級のノズル重量が59Kg程度であり、それと同程度の重量を有する残渣を想定しにくいことから、燃焼残渣が熱源となる可能性は小さいものと考えられる。更に、もしそれらの熱粒子がインシュレータに付着し、局所的な分解を始めても、それらの粒子はすぐにモータチャンバと接触するため持続的な広い面での分解の熱源とはなりにくい。

以上の理由から、残留推力の唯一つの可能性のある熱源としてモータの作動時間中に加熱され、白熱状態となったノズルからの放射熱を考えなければならない。この様子を説明したのが図 2.2 である。

2.3 ノズルの熱容量と温度分布

固体ロケットモータのノズル部はモータの作動時間中、高温の燃焼ガスに晒され、特にスロート部は極めて大きな熱流束に耐える必要がある。そのためノズル部は高い昇化温度と大きな熱伝導率を有するグラファイトやC/C材で構成され、その重量も自づから大きなものとなる。その結果、長秒時燃焼のモータにおいては、燃焼直後はノズル全体が白く輝き、それからかなり長い時間(10 min)においてもノズルが赤熱しているのが見られる。その燃焼中に貯えられた熱が燃焼後のインシュレータ分解の熱源となる。2.4節でノズルグラファイトの燃焼後の温度履歴を議論するが、ここではその初期条件を設定するため、燃焼中のグラファイトノズルの温度履歴を調べておこう。

簡単のためにノズル壁からノズル内へ流入する熱伝導問題を円筒座標の代わりに一次元の問題として近似しよう。この近似は燃焼秒時が短く、温度境界層厚さがノズルロート径に比して小さい時に成立する。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad x \geq 0 \quad (2.1)$$

境界条件は、 $x = 0$ の表面において

$$\lambda \frac{dT}{dx} = -h(T_g - T) \text{ at } x = 0 \quad (2.2)$$

初期条件は

$$T(x, t = 0) = T_0 \quad (2.3)$$

で与えられる。その解は、

$$\frac{T - T_0}{T_g - T_0} = \text{Erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) - \exp\left(\frac{h}{\lambda}x + \frac{h^2 \kappa}{\lambda^2}t\right) \times \text{Erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}} + \frac{h}{\lambda}\sqrt{\kappa t}\right) \quad (2.4)$$

ここで

$$\text{Erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt \quad (2.5)$$

と書くことができる。(2.4)は一つの相似変数

$$\xi \equiv x / 2\sqrt{\kappa t} \quad (2.6)$$

と、無次元時間

$$\tau = \tau / (\lambda^2 / h^2 \kappa) \quad (2.7)$$

で記述され、その結果を図2.3に示す。

もしここで、ノズルを構成しているグラファイトの物性値(λ , κ)を代入し、ノズルスロート部での代表的な熱伝達率(h)を代入すれば、ノズル内の温度履歴は実際には $\tau \rightarrow \infty$ の極限で表わすことができ

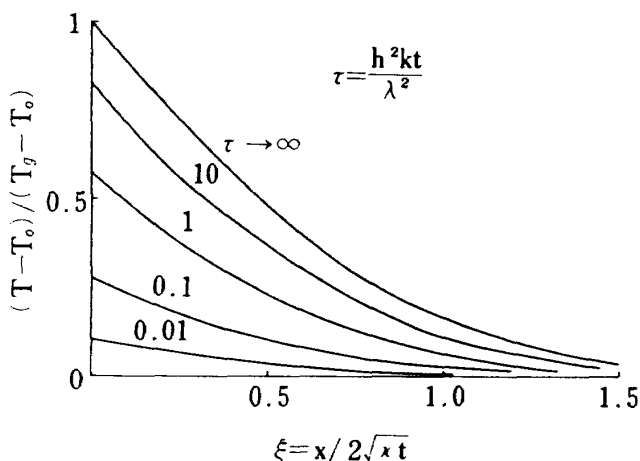


図2.3 固相内温度分布の変化

よう。即ち、その温度分布は相似変数 ξ のみで記述できる。

さてその相似変数はノズル表面からの距離を温度境界層厚さ b ,

$$b \equiv 2\sqrt{\kappa t} \quad (2.8)$$

を用いて無次元化したものである。図2.4にグラファイト材中の温度境界層の発達を示す。燃焼時間が約3秒のモータではその厚さは9mm, また60秒のモータでは40mmの深さまで熱が流入していくことがその図より読み取れる。このことは、燃焼時間の短いモータにおけるノズルの熱容量が実質的に小さくなるのに対し、燃焼時間の長いモータにおいてはノズル全体がほぼ一様に加熱され、ノズル重量からその熱容量が計算され得ることを示している。実際、飛翔型ロケットモータでは、ノズルグラファイトは半径方向にカーボン強化ガラス(CFRP)で囲まれている。CFRPの熱伝導率は0.0026 cal/cm·secKでグラファイトの1/30程度である。従ってグラファイトノズルは半径方向に断熱されていると考えてよい。このように特に飛翔型モータにおいては、ノズルはほぼ一様に加熱されており、ノズル部はかなり大きな熱容量を有することになる。

以上の考察より、インシュレータ分解の熱源として、グラファイト製ノズルを想定し、この初期温度は2000~3000K, ノズル内温度は安全側に見て一様とする。ただし、燃焼時間の短いモータの実験と比較するためには実質熱容量係数(K)を定義する。これはノズル質量中、蓄熱する質量の分率で、近似

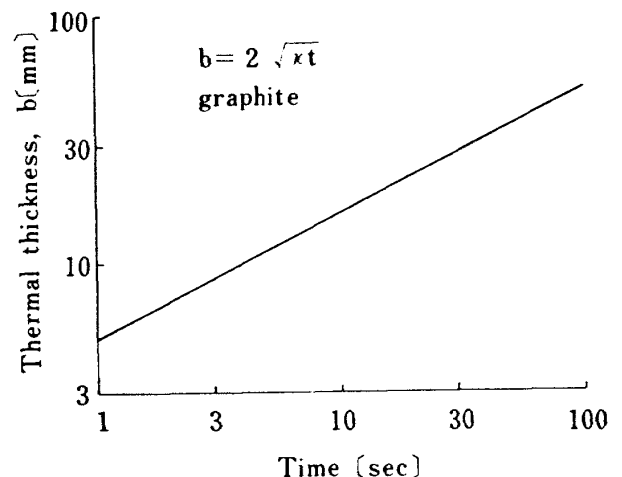


図2.4 温度境界層の変化

的にノズルのチャンバ内ぬれ面積 A_N を用いて次のように書ける。

$$K = \rho_N \cdot A_N \cdot b / W_N \quad (2.9)$$

チャンバ内に露出し、熱を放射するグラファイト・ノズル面は、チャンバ内壁の大部分の面から、スロートを通して外部が見えないことから、ノズルチャンバ接触面径を有する半球面で代表させよう。

2.4 ノズルからの熱放射

上段用固体ロケットが作動する高度では空気密度が低いため、熱伝達は放射によって支配されている。また、モータ全体の寸法を小さくするために、ノズルスロート部がチャンバ内に深く挿入されたいわゆるサブマージ型のノズルにおいては、放射の形態係数が大きくなるために熱放射は特に重要となろう。真空下でのノズルの熱収支を考える際、ノズル取付部を介しての熱損失は半径方向に CFRP 材で熱絶縁されていること、及び最終的にはチャンバを経てインシュレータ材の予熱として働くことから余り重要でない。それ故ここではノズルの熱損失が専らインシュレータ面への熱放射であると仮定し、燃焼終了後のノズル温度の変化を調べ、インシュレータ面への放射熱流束を計算する。

多くの場合、熱損失は比較的小さな温度差間で生じ温度の時間的変化は指数関数的減衰で近似できる。しかし、放射熱伝達の特徴はその非線型性、即ち熱流束が温度の4乗に比例することである。それ故、インシュレータの分解速度を見積る際に必要な熱流入量の減衰特性時間等を決めるためには特別の考慮が必要となる。

ノズル温度を T_1 で代表させる。そのノズルは熱慣性を有し、2.3節で議論した熱容量分率 (K) を導入すれば、その熱容量は $KC_N W_N$ で与えられる。長い燃焼時間を有するモータについては $K=1$ と置くことが安全側となろう。放射熱の流入側であるインシュレータ面はその分解温度に保たれており、その温度は $T_2 = 743 K (470^\circ C)$ と見積られる。従ってノズル温度 (T_1) を決定する方程式は、

$$KC_N W_N \frac{dT_1}{dt} = -\sigma \epsilon A_N (T_1^4 - T_2^4) \quad (2.10)$$

と書くことができる。ここで初期条件は $t=0$ で、 $T_1 = T_N$ である。

今、インシュレータ面の温度は分解温度 (T_S) と一定なので、その温度 T_S で温度を無次元化すれば、以下の式を得る。

$$T / T_S = \theta \quad (2.11)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{\sigma \epsilon A_N T_S^3}{KC_N W_N} (\theta^4 - 1) \quad (2.12)$$

初期条件は、 $\theta(t=0) = \theta_0 (\equiv T_N / T_S)$ である。ここで放射熱伝達の特性時間、 t_r^* を導入しよう。

$$t_r^* = \frac{KC_N W_N}{4\sigma \epsilon A_N T_S^3} \quad (2.13)$$

しかし、後述するように、この特性時間は、いわゆる指数関数的減衰の特性時間 (初期値の $\exp(-1)$ になるまでの時間) と意味を異にする。

式 (2.12) を積分して、

$$\int \frac{d\theta}{\theta^4 - 1} = -\frac{t}{4t_r^*} + C' \quad (2.14)$$

従って以下の式を得る。

$$\left[\ln \left| \frac{\theta-1}{\theta+1} \right| - 2 \tan^{-1} \theta \right] = -\frac{t}{t_r^*} + C \quad (2.15)$$

初期条件より積分定数 (C) は

$$C = \ln \left| \frac{\theta_0-1}{\theta_0+1} \right| - 2 \tan^{-1} \theta_0 \quad (2.16)$$

と決定される。この解は温度の変化 θ を時間 t の陽の関数として与えないので、数値的あるいは図式的に (2.15) 式を解く必要がある。例えば (2.15) 式の左辺

$$F(\theta) = \ln \left| \frac{\theta-1}{\theta+1} \right| - 2 \tan^{-1} \theta \quad (2.17)$$

なる関数を図 2.5 に示す。この結果を用いて、任意の初期値 θ_0 について温度 θ を無次元時間 t/t_r^* で計算することができる。

図 2.6 にノズル初期温度がインシュレータ分解温

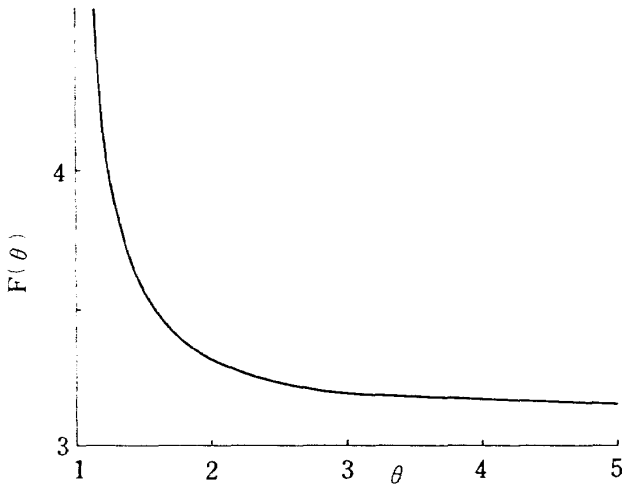
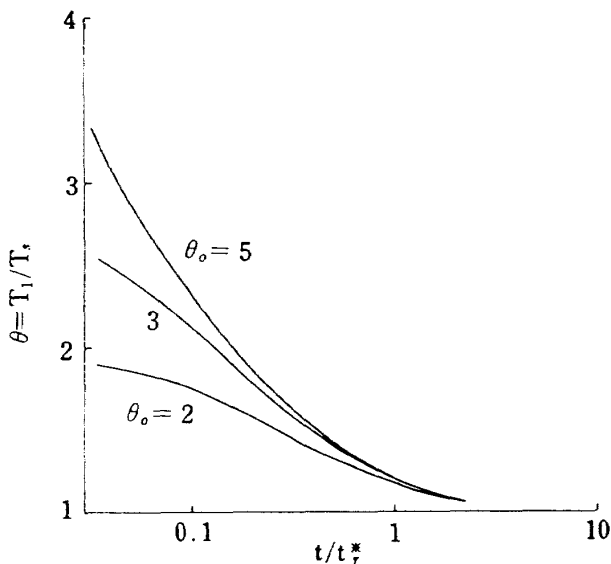
図 2.5 関数 $F(\theta)$ の値

図 2.6 ノズル温度の時間変化

度の 2~5 倍, 即ち $\theta_0 = 2 \sim 5$ の時のノズル温度の変化を示す。放射による熱損失が温度の 4 乗に比例することから, ノズル温度の高い所での温度低下率は, 指数関数的な降下に比べて非常に大きいことがわかる。この差異はノズル温度の履歴よりも, 実際必要な熱放射量で見るとよりよく理解できる。無次元ノズル温度 θ を用いてノズルが放出する熱量 Q は次のように書くことができる。

$$Q_{out} = \sigma \epsilon \cdot A_N (T_1^4 - T_2^4) = \sigma \epsilon \cdot A_N T_S^4 (\theta^4 - 1) \quad (2.18)$$

従って, 放射量の時間変化は $(\theta^4 - 1)$ より調べられる。 $\theta_0 = 2 \sim 5$ の時の $(\theta^4 - 1)$ の変化を図 2.7 に示す。放射熱流束は急激なノズル温度の低下により,

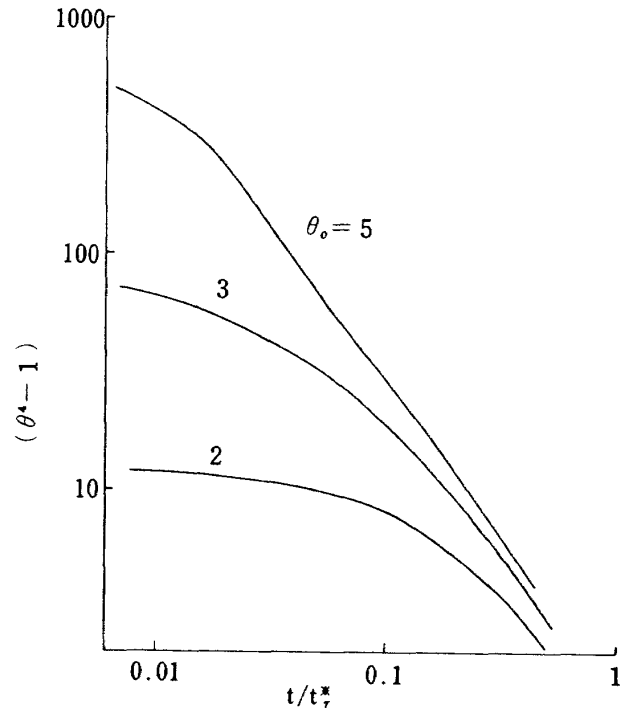


図 2.7 ノズル熱放射量の時間変化

急速に減衰している。その傾向は初期ノズル温度が高い程顕著で, もし熱損失が温度に比例する場合のように, 初期値の $\exp(-1)$ になるまでの時間でその減衰特性時間を定義すれば, 式 (2.13) で得られた特性時間 t_r^* と大きく異なることになる。

2.5 インシュレータ面への熱流入速度

無次元初期温度 θ_0 のノズルの熱放射面を A_N とすればノズルからの全熱放射量は

$$Q_{out} = \sigma \epsilon A_N T_S^4 (\theta^4 - 1) \quad (2.19)$$

で与えられる。受熱側の熱流束はその点が放射面とで作る立体角で決まる形態係数のために, 位置によって変化する。しかしチャンバ全内面について積分し, 平均すれば, インシュレータ単位面積当りの平均熱流束 q_{in} は時間ゼロで,

$$q_0 = \sigma \epsilon A_N T_S^4 (\theta_0^4 - 1) / A_0 \quad (2.20)$$

熱放射面を直径 D_N の半球面, 及びモータを直径 D_M の球型と仮定すれば (2.20) 式は

$$q_0 = \frac{\sigma \epsilon}{2} \left(\frac{D_N}{D_M} \right)^2 T_S^4 (\theta_0^4 - 1) \quad (2.21)$$

となる。代表的な値 (H1-3 段モータ) を代入し

て、初期の熱流束を見積れば、ノズル温度が2,000～3,000°Kの時、インシュレータ面での平均熱流束は0.8～3.4 cal/cm²・secと求められる。この値は高分子材料を空气中にて、1～2秒で発火せしめるのに十二分な熱流束である⁽⁶⁾。

この熱源に関する部分で最も誤差を生じ易い所は、燃焼終期におけるノズル温度の見積りであろう。しかし長秒時燃焼のモータになればなる程、ノズル内温度は一様となり、スロートでのガス温度に近付く。従って、ノズル温度の見積り誤差は最大500°K、熱流束換算で100%であろう。もしノズル温度をガス温度で代表すれば、2以上の安全係数を乗じて見積ったことになる。

3. 熱分解の解析

3.1 初期条件

プロペラントが燃焼し終えたときのインシュレータ材の温度分布が初期条件になる。ロケットモータの燃焼末期には大部分のインシュレータが燃焼ガス流にさらされ、ノズルの放射熱によって表面で熱分解が起っていると考えられる。このときの温度分布は、図3.1に示すように、 $x=0$ にある固体表面で温度 $T_s=T_1$ 、 $x=\infty$ に向って単調減少して T_i に至るような分布となる。熱分解ガスの温度は T_1 に等しく、固体表面での温度勾配を無視すれば、次式のような熱伝導方程式を得る。

$$\rho v c \frac{dT_0}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\lambda \frac{dT_0}{dx} \right). \quad (3.1)$$

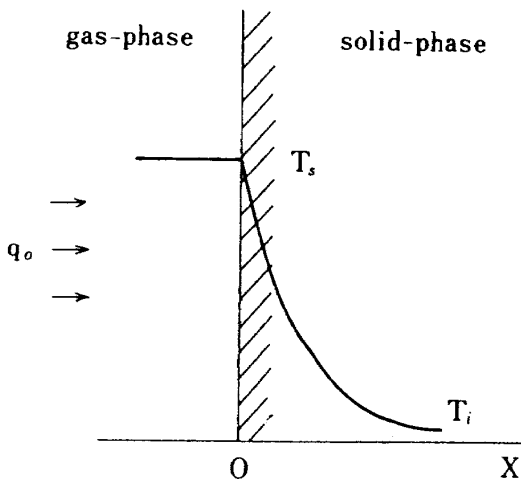


図3.1 放射を受ける半無限固体

固体表面での熱分解をアレニウス形で与え、

$$-v = B \exp(-E/RT_1), \quad (3.2)$$

また、固体表面での熱バランスは、

$$\dot{q}_0 = -\lambda \left. \frac{dT_0}{dx} \right|_s - \rho v L, \quad (3.3)$$

となる。

境界条件 $T(0) = T_1$ 、 $T(\infty) = T_i$ を用いて式(3.1)を解くと、未知数 $\theta_1 = T_1/T_\infty$ が次の陰関数として与えられる。

$$\{1 + \alpha(\theta_1 - 1)\} B^* \exp(-E^*/\theta_1) = 1 \quad (3.4)$$

無次元化された記号は本報告の終りに示した。物性値を与えると定常解 θ_1 が式(3.4)から決定され、温度分布は、

$$\frac{\theta_0(\xi) - 1}{\theta_1 - 1} = \exp\left\{-\alpha B^* \exp\left(-\frac{E^*}{\theta_1}\right) \cdot \xi\right\} \quad (3.5)$$

となる。これが、これから解く非定常方程式の初期条件で、時間とともに減衰する放射熱によって熱分解がどのように変化していくかが解析される。

3.2 基礎方程式

非定常熱伝導式は、以下の通り対流項に強い非線型性を有する。

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho v c \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (3.6)$$

$$-v = B \exp\left\{-E/RT_s(t)\right\} \quad (3.7)$$

$$T(\infty, t) = T_i, \quad T(x, 0) = f(x) \quad (3.8) \quad (3.9)$$

$$\dot{q}(t) = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_s - \rho v L \quad (3.10)$$

初期条件 $f(x)$ は式(3.6)から代入され、無次元化した方程式のセットは、結局、

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} - \alpha B^* \exp\left(-\frac{E^*}{\theta_s}\right) \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2}, \quad (3.11)$$

$$\theta(\infty, \tau) = 1, \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\theta(\xi, 0) - 1}{\theta_1 - 1} &= \frac{\theta_0(\xi) - 1}{\theta_1 - 1} \\ &= \exp\left\{-\alpha B^* \exp\left(-\frac{E^*}{\theta_1}\right) \cdot \xi\right\}, \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$g(\tau) = -\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_s + B^* \exp\left(-\frac{E^*}{\theta_s}\right), \quad (3.14)$$

となる。ここで、 $q(\tau) = \dot{q}(t) / \dot{q}_0$ は放射熱の減衰を表わす関数である。

3.3 漸近解析

式(3.11)を解いて、パラメトリックな形で解を表現するために、近年発火などの燃焼問題で著しい進展を見せている漸近展開法を応用する。一般に、インシュレータ材などの熱分解のための活性化エネルギーは十分に大きいことが予想されるので、この活性化エネルギーが大きい極限についての漸近解析を行う。

定常解 $\theta_0(\xi)$ と $\theta(\xi, \tau)$ との差を新しい変数として導入する。

$$\phi(\xi, \tau) = \theta_0(\xi) - \theta(\xi, \tau) \quad (3.15)$$

方程式は、

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} - \alpha B^* \exp\left(-\frac{E^*}{\theta_1 - \phi_s}\right) \frac{\partial \phi}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2}, \quad (3.16)$$

となるが、これにはまだ近似が入っていない、基礎式の別表示である。

ここで、大きな展開助変数 $\beta \equiv E^* / \theta_1^2$ を各変数に乗じて座標系を引伸ばす。温度 $\psi = \beta \phi$ 、座標 η 、時間 σ を新しい変数とすれば、反応項の指数部は、

$$\begin{aligned} \exp\left(-\frac{E^*}{\theta_1 - \phi_s}\right) &= \exp\left[-\beta \phi_s \left(1 - \frac{\phi_s}{\theta_1}\right) - \frac{E^*}{\theta_1}\right] \\ &\approx \exp\left(-\frac{E^*}{\theta_1}\right) \exp(-\psi_s), \end{aligned} \quad (3.17)$$

と近似され、方程式は、

$$\frac{\partial \psi}{\partial \sigma} - \frac{\alpha \sqrt{\pi}}{\beta} \exp(-\psi_s) \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2}, \quad (3.18)$$

となる。ここで、 $\alpha = O(1)$ と仮定した。

$$\psi = \psi_0 + \frac{1}{\beta} \psi_1 + \frac{1}{\beta^2} \psi_2 + \dots, \quad (3.19)$$

と展開し、各項のオーダーを比較すれば ψ_0 及び ψ_1 に関する方程式のセットは各々次のように求めることができる。 ψ_0 については、

$$\frac{\partial \psi_0}{\partial \sigma} = \frac{\partial^2 \psi_0}{\partial \eta^2}, \quad (3.20)$$

$$\psi_0(0, \sigma) = \psi_{0s}, \quad (3.21)$$

$$\psi_0(\eta, 0) = \psi_0(\infty, \sigma) = 0, \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_0}{\partial \eta} \Big|_s &= \sqrt{\pi} \{1 + \alpha(\theta_1 - 1)\} \\ &\times \left\{g(\sigma) + \frac{\partial \theta_0}{\partial \xi} \Big|_s\right\} - \sqrt{\pi} e^{-\psi_{0s}} \end{aligned} \quad (3.23)$$

また、 ψ_1 については、

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial \sigma} = \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \eta^2} + \sqrt{\pi} \alpha e^{-\psi_{0s}} \frac{\partial \psi_0}{\partial \eta} \quad (3.24)$$

$$\psi_1(0, \sigma) = \psi_{1s} \quad (3.25)$$

$$\psi_1(\eta, 0) = \psi_1(\infty, \sigma) = 0, \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial \eta} \Big|_s = \sqrt{\pi} e^{-\psi_{0s}} \psi_{1s}, \quad (3.27)$$

を解いて求められる。式(3.18)からわかるように左辺第二項は $1/\beta$ だけ他の項より小さいので、式(3.20)において対流項が落ちている。

式(3.20)を、グリーン関数を用いて解けば、

$$\begin{aligned} \psi_0(\eta, \sigma) &= -\int_0^\sigma \frac{\exp[-\eta^2/4(\sigma - \sigma')]}{\sqrt{\pi(\sigma - \sigma')}} \\ &\times \frac{\partial \psi_0(\sigma')}{\partial \eta} \Big|_s \cdot d\sigma', \end{aligned} \quad (3.28)$$

$\eta = 0$ において $\phi_0 = \phi_{0s}$ だから、式 (3.23) を代入し、

$$\phi_{0s} = \int_0^\sigma \frac{e^{-\phi_{0s}} - (1+a)g(\sigma)}{\sqrt{\sigma-\sigma'}} d\sigma' + 2a\sqrt{\sigma} \quad (3.29)$$

を得る。ここで、 $a \equiv \alpha(\theta_1 - 1)$ 。

式 (3.24) は非同次項を含むので若干複雑になるが、解は、

$$\begin{aligned} \psi_1(\eta, \sigma) = & \sqrt{\pi\alpha} \int_0^\sigma \int_0^\infty e^{-\phi_{0s}(\sigma')} \frac{\partial \phi_0(\eta', \sigma')}{\partial \eta'} \\ & \times H \cdot d\eta' d\sigma' \\ & - \int_0^\sigma \frac{\exp[-\eta^2/4(\sigma-\sigma')]}{\sqrt{\sigma-\sigma'}} e^{-\phi_{0s}(\sigma')} \\ & \times \psi_{1s}(\sigma') d\sigma', \end{aligned} \quad (3.30)$$

ここで、

$$\begin{aligned} H(\eta, \sigma; \eta', \sigma') = & \frac{1}{2\sqrt{\pi(\sigma-\sigma')}} \left\{ \exp\left\{-\frac{(\eta-\eta')^2}{4(\sigma-\sigma')}\right\} \right. \\ & \left. + \exp\left\{-\frac{(\eta+\eta')^2}{4(\sigma-\sigma')}\right\} \right\} \end{aligned} \quad (3.31)$$

式 (3.30) の第一項について、 $e^{-\phi_{0s}(\sigma')}$ は η' に関する積分の外に出るので、部分積分を行って整理することができる。さらに、その結果について ψ_{1s} を求めると、

$$\begin{aligned} \psi_{1s} = & \alpha \int_0^\sigma e^{-\phi_{0s}(\sigma')} \left\{ \frac{1}{2(\sigma-\sigma')^{3/2}} \int_0^\infty \phi_0(\eta', \sigma') \eta' \right. \\ & \left. \exp\left\{-\frac{\eta'^2}{4(\sigma-\sigma')}\right\} d\eta' - \frac{\phi_{0s}(\sigma')}{\sqrt{\sigma-\sigma'}} \right\} d\sigma' \\ & - \int_0^\sigma \frac{e^{-\phi_{0s}(\sigma')}}{\sqrt{\sigma-\sigma'}} \psi_{1s}(\sigma') d\sigma', \end{aligned} \quad (3.32)$$

第一項は第一近似の解だけから求めることができるので、第二項の積分内に含まれる ψ_{1s} についての積分方程式を解くことになる。

3.4 積分方程式の解

前節で述べた解析は、活性化エネルギーが十分に大きいときには第一近似解だけで極めて優れた精度であることが知られている。ここで扱っているような工学的問題では、いたずらに精度を上げるよりも、わかり易く利用し易い形で整理しておくことの方が大切である。この意味から、式 (3.29) の解を求めただけで十分であると考えられる。式 (3.29) は、放射熱の減衰関数 $g(\sigma)$ を与えれば、 a をパラメータとして ϕ_{0s} を解く形になっている。

モデルの説明の中で述べたように、減衰関数は本来放射源のエネルギー式とここで解いた式を連立させて解かれなければならない。ここでは、減衰率を ω として、

$$\dot{q}(t) = \dot{q}_0 e^{-\omega t}, \quad (3.33)$$

なる形で放射量の変化を表現することにする。従って、

$$\omega^* \equiv \frac{\pi\{1+\alpha(\theta_1-1)\}^2}{\beta^2} \cdot \frac{\rho C \lambda T_i^2 \omega}{q_0^2}, \quad (3.34)$$

を用いて、 $g(\sigma) = e^{-\omega^* \sigma}$ 、
で表わす。このとき、式 (3.29) は、

$$\phi_{0s} = \int_0^\sigma \frac{e^{-\phi_{0s}} - (1+a)e^{-\omega^* \sigma}}{\sqrt{\sigma-\sigma'}} d\sigma' + 2a\sqrt{\sigma}, \quad (3.36)$$

となる。

式 (3.36) は初期表面温度を表わす値 a と減衰率 ω^* をパラメータとして数値的に解かれる。 a と ω^* を与えて表面温度の時間変化を求めたのが図 3.2 及び図 3.3 である。表面温度を知れば式 (3.7) によって熱分解量を求めることが可能である。図中の γ の値は、この熱分解量を算出するための値で、

$$\gamma = \int_0^\sigma e^{-\phi_{0s}} d\sigma \quad (3.37)$$

で表わされる。この γ を用いて、任意の時間までの単位面積当りの熱分解量 G は次式の通りとなる。

$$G(t) = - \int_0^t \rho v dt = \rho B \int_0^t \exp\left(-\frac{E^*}{\theta_s}\right) dt$$

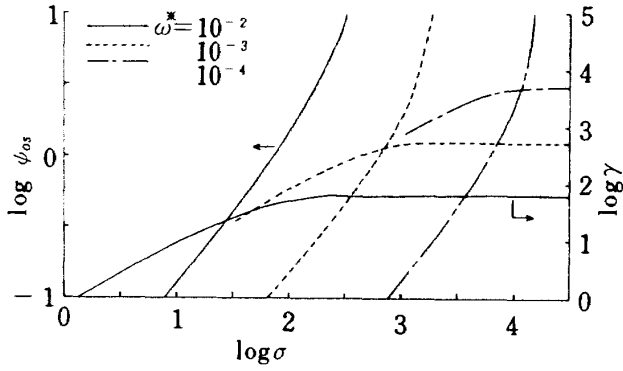


図 3.2 表面温度及び γ の時間変化 ($a=0.4$)

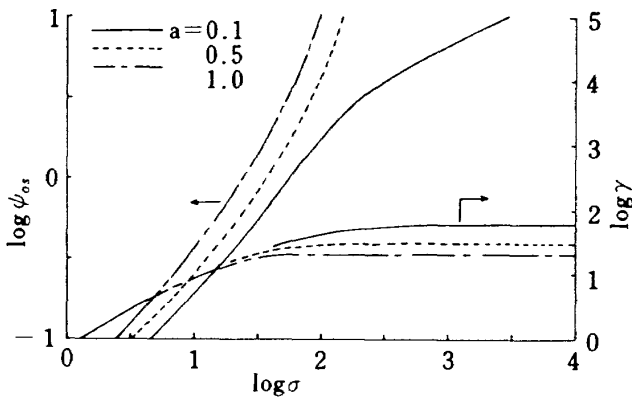


図 3.3 表面温度及び γ の時間変化 ($\omega^*=2 \times 10^{-1}$)

$$= \frac{\pi \lambda T_i \theta_1^4 \alpha}{LE^{*2} B \exp(-E^*/\theta_1)} \cdot \gamma \quad (3.38)$$

式 (3.37) を $t = \infty$ まで積分して式 (3.38) に代入すれば、単位面積当りの総熱分解量 G_c を求めることができる。図 3.4 に温度変化を説明した図を示すが、点線のような実際の場合と異なり、実線の漸近解は $\theta_s < 1$ の領域まで温度が下がってしまう。従って、図の $\sigma = \sigma'$ まで算出して $t = \infty$ までの計算とみなす。しかしながら、図 3.2・3.3 の γ に見られるように、 σ' よりかなり小さい時間 $\sigma = \sigma_c$ で γ の値は飽和してしまう。これは、アレニウス形の熱分解反応の活性化エネルギーが十分に大きいとき、温度が低くなると急速に反応速度が小さくなることに起因する。計算上は 99% 飽和値をもって熱分解終了としそのときの γ を γ_c 、時間を σ_c 、単位面積当りの総熱分解量を G_c とした。 a をパラメータとし、 ω^* による γ_c の変化を調べたのが図 3.5、 σ_c の変化を図 3.6 に示す。 G_c の値は、式 (3.38) に γ_c の値を代入して求められる。

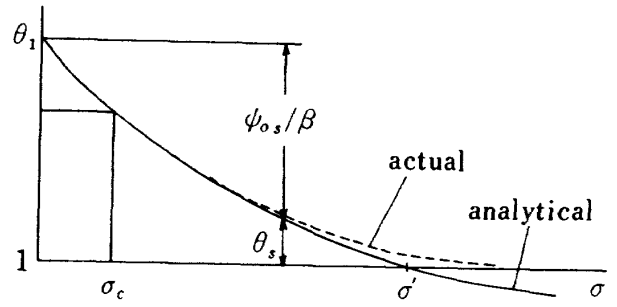


図 3.4 表面温度の時間変化説明図

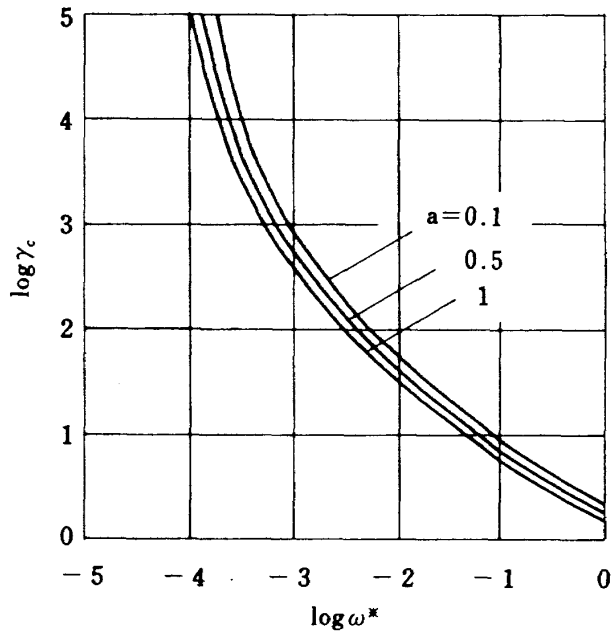


図 3.5 ω^* による γ_c の変化

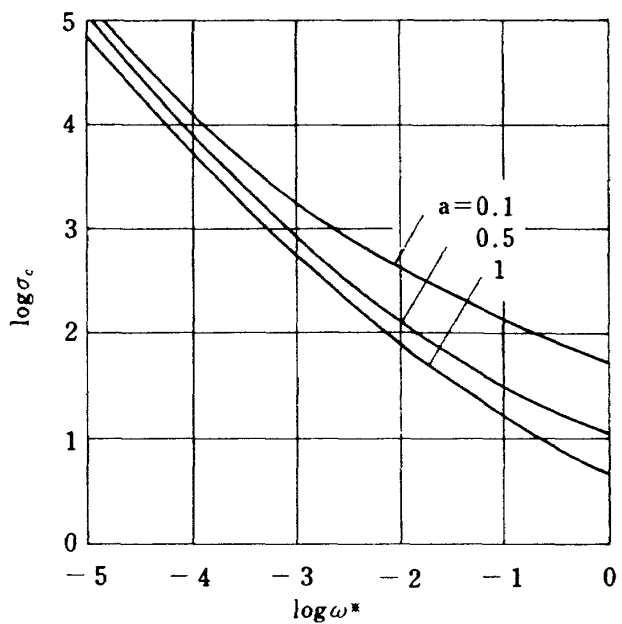


図 3.6 ω^* による σ_c の変化

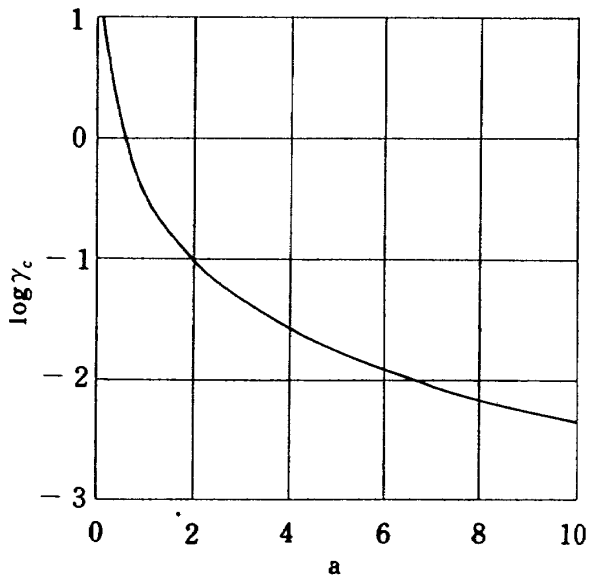


図 3.7 $\omega^* = \infty$ の時の γ_c の値

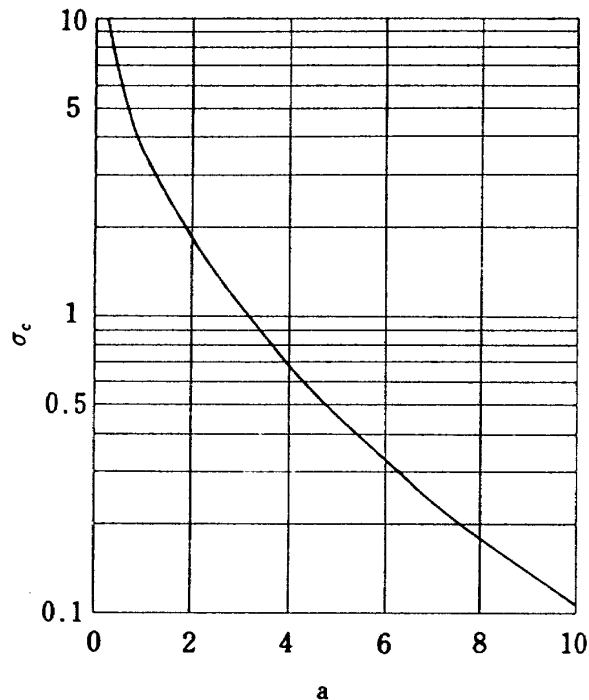


図 3.8 $\omega^* = \infty$ のときの σ_c の値

式 (3.36) は ω^* のどんな値に対しても解かれ得るが、図 3.2 ~ 3.6 は ω^* が小さいような場合、すなわち、ノズルがチャンバ内に深く挿入されている場合を想定して算出した。次に、ノズルが挿入されておらず、 ω^* が非常に大きい場合について考える。 ω^* が大きいときには、 $\exp(-\omega^* \sigma)$ が極めて小さい値となり、 $\omega^* = \infty$ とおいた場合と計算結果はほとんど変りない。 $\omega^* = \infty$ として式 (3.36) を解いたときの γ_c を図 3.7 に、 σ_c を図 3.8 に示す。この場合は、残留推力領域に入る前にインシュレータ内

に熱伝導によって蓄積された熱量だけで熱分解が行われるので図 3.5, 3.6 に比べると極めて小さな値となっている。言い換えると、図 3.7, 3.8 は最小量の熱分解が生ずる場合ということになる。

まとめると、単位面積当りの総熱解量 G_c は、 γ_c を図 3.5 (ω^* が大きいときは図 3.7) から読んで式 (3.38) に代入することによって簡単に求められる。式 (3.38) は簡潔な形でまとめられているため、物性値の影響などを観察するのに極めて優れている。

3.5 数値計算例

計算に用いた物性値を表 3.1 に示す。良く知られた物質としてテフロンを、さらに、固体ロケットのインシュレータ材として最近用いられている EPDM (ethylene propylene diene monomer) を計算の対象とした。テフロンの物性値は種々の文献で用いられる値の平均的な値を用いた。EPDM は、実際に用いられている素材 (40% アスベスト入り) について熱分析を行って求めた値⁽⁵⁾ を用いている。

無次元時間による表面温度降下の状態とそれによって分解速度が減少する状態をテフロンについて算出した例を図 3.9 に示す。図 3.9 には質量流束 $\dot{m} = \rho v$ の変化を、 q_0 をパラメータにして示す。たて軸切片は各々の q_0 に対して定常的に分解するときの量を表わす。EPDM についての同じ計算を図 3.10 に示す。EPDM は、テフロンとほぼ同じ

表 3.1 計算に用いた物性値

物 性 値	Teflon	EPDM
密 度 ρ [g/cm ³]	2	1.1
比 熱 C_p [cal/g °K]	0.3	0.52
熱 伝 導 率 λ [cal/sec·cm·°K]	4×10^{-4}	1.2×10^{-4}
活性化エネルギー E [kcal/mole]	80	52.8
頻 度 係 数 B [cm/sec]	4×10^{22}	8.84×10^{12}
分 解 温 度 T_1 [°K]	700	743
気化潜熱(分解熱) L [cal/g]	300	43.5

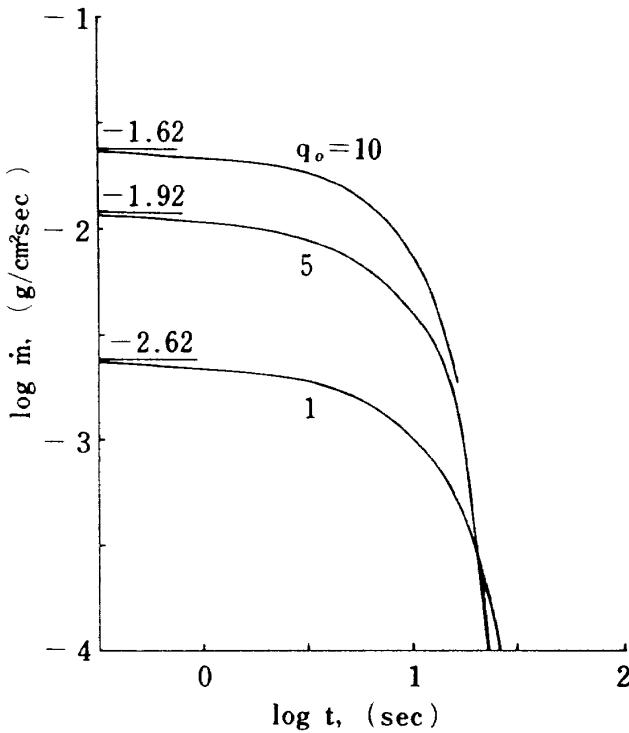


図 3.9 $\omega = 0.2$ の時の分解量

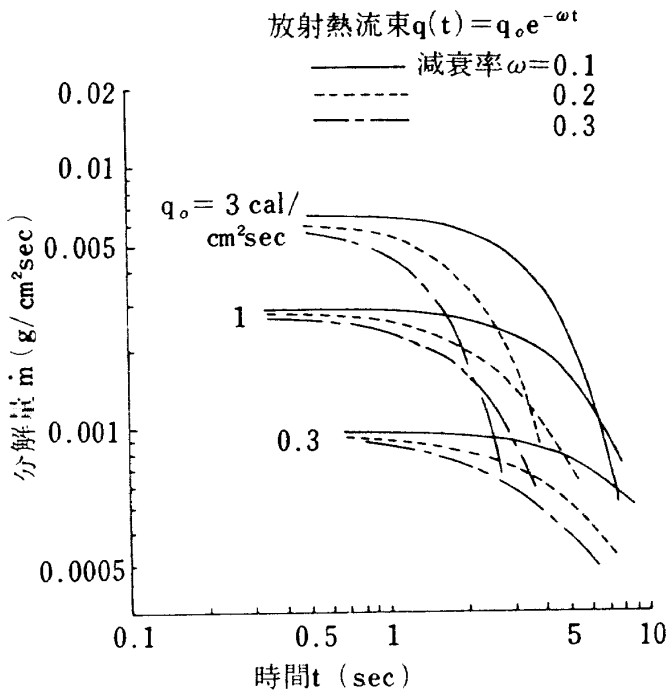


図 3.10 EPDMの熱分解量の時間変化

定常時分解量であるが、活性化エネルギーが小さいため、テフロンに比べて緩慢に分解量が下がっていることがわかる。減衰率によってほぼ相似な変化をしており、数秒で初めの分解量の10分の1に減少する。これらの結果が、この後の残留推力の算出に利用されることになる。

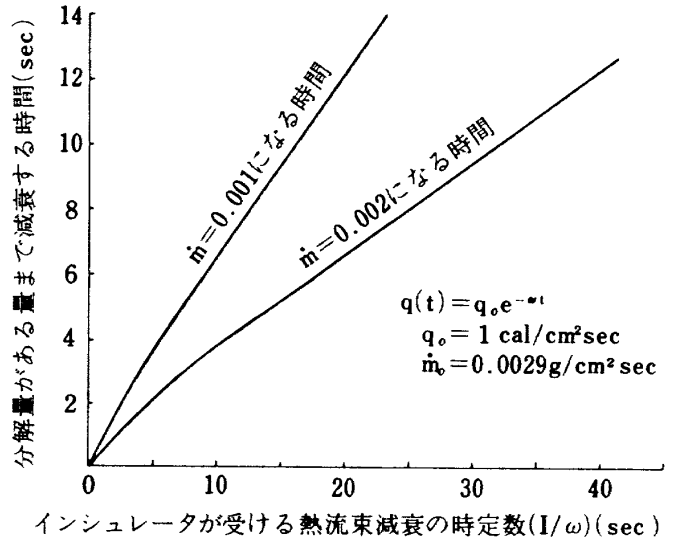


図 3.11 熱放射減衰による分解量減衰の傾向

最後に、ノズル熱放射の減衰時定数と分解の時定数の関係を調べる。熱放射減衰率は個々のロケットノズルの大きさ及び形状を知らなければ算出できることは前章で述べた。しかし、推力は分解量の変化によって決まるので、両者の関係さえ知っておれば、ノズルの大きさを変えても残留推力を算出できることになる。即ち、小さなロケットで実験すれば大きくしたときの残留推力を予測できることになる。EPDMについて両者の関係を求めたのが図 3.11 である。図からわかるように、両者にはほぼ比例関係が成立つ。従って、一点、できれば二点の実験点があればこれを通る直線上に他のロケットの結果も乗ることになる。但し、インシュレータ材料やノズル材料、あるいはサブマージドノズルの極端な形状変更等はない場合である。

4. 残留推力

4.1 支配方程式

チャンバ内のガス発生量 ($\dot{M}_{in} = \dot{m} \cdot A_c$) が与えられると、チャンバ圧力を決定する方程式は次のように書くことができる。

$$\frac{V_0}{RT_0} \cdot \frac{dP_c}{dt} + \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \frac{\gamma}{a_0} \left(\frac{A^*}{A_t}\right) A_t \cdot P_c = \dot{M}_{in} \quad (4.1)$$

この支配方程式はチャンバ内のショックの伝播等の

高速現象を除けば、ガス流のチョークの如何にかかわらず成立する式で、導くためにはガス流れの一次元、化学凍結、等エントロピ過程が想定された。ここで、仮想スロート面積比 (A^*/A_t) は一般には P_c の関数で、例えば文献(7)に空気について作表されている。

式(4.1)で与えられる微分方程式には2つの時間スケールが存在している。その第1はガス発生項 \dot{M}_{in} に陽に現われる時間スケールで、第3章の解析で示したように、基本的には熱源の減衰時定数(t^*)に関係付けられる時間である。もう1つはチャンバ圧力の応答時間、より正確にはガス排出の特性時間と呼ばれる時間(t^*)である。もし、ガス発生時間がガス排出時間に比べて十分小さいならば、チャンバはインパルスのなガス放出による圧力上昇の後、ガス排出の時定数に従い、その圧力は減少して行くだろう。一方、もしガス排出時間がガス発生時間に比べて小さい時には、チャンバ圧力はガス発生に遅れることなく追従し、その時間的变化は専ら、発生項の時間的变化で支配されるであろう。そこで先ず、ガス排出の特性時間を調べてみる。

4.2 チャンバ圧力変化の準定常近似

微分方程式(4.1)が与える特性時間は、左辺第2項の P_c の係数 (A^*/A_t) が P_c や環境圧力 P_v の関数であるために、一般的には P_c や P_v の関数となる。しかし、簡単にはその特性時間、 t^* は

$$t^* = \left\{ \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \frac{\gamma}{a_0} \left(\frac{A^*}{A_t} \right) A_t \frac{RT_0}{V_0} \right\}^{-1}$$

$$= \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{-\frac{(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}} \left(\frac{A^*}{A_t} \right)^{-1} \frac{L^*}{a_0} \quad (4.2)$$

で与えられよう。このようにして得られた t^* も P_0 , P_r の関数である。ここで L^* は V_0/A_t で与えられるロケットモータの特性長 L^* として知られているものである。

もしチャンバ圧力 P_c が

$$\frac{P_c}{P_v} \geq \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (4.3)$$

を満足し、ノズル流れがチョークするならば、(4.2)式は厳密な特性時間を与え、 $A^*/A_t = 1$ より、その特性時間は

$$t_c^* = \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{-\frac{(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}} \frac{L^*}{a_0} \quad (4.4)$$

となる。一方(4.2)式で一般的に与えられる排出特性時間は

$$\frac{A^*}{A_t} = \left\{ \left(\frac{\gamma-1}{2} \right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{-\frac{(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}} \right\}$$

$$\times \left[1 - \left(\frac{P_v}{P_c} \right)^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{P_v}{P_c} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (4.5)$$

を用いて計算することができる。(4.5)式で表わされる仮想スロート面積比 (A^*/A_t) は $\gamma = 1.4$ の空気について既に作表されている。図4.1に $L^* = 8.5 m$, $24.0 m$ 及び $86.6 m$ の 150 mm 径, 380 mm 径球型モータ, H1-3 rd の特性時間を示す。計算では $\gamma = 1.4$ とし、インシュレータ分解温度に等しい (470°C) の空気を仮定した。比熱の変化、例えば $\gamma = 1.4$ から $\gamma = 1.194$ への変化はチョーク条件を満足させる圧力比を7.2%程度変化させるがその影響は無視できる。得られた排気特性時間は、 150 mm 径モータで 30 msec , 380 mm 径球型モータや、H1-3段級モータでそれぞれ 100 msec , 300 msec である。またHATS試験時のように、低

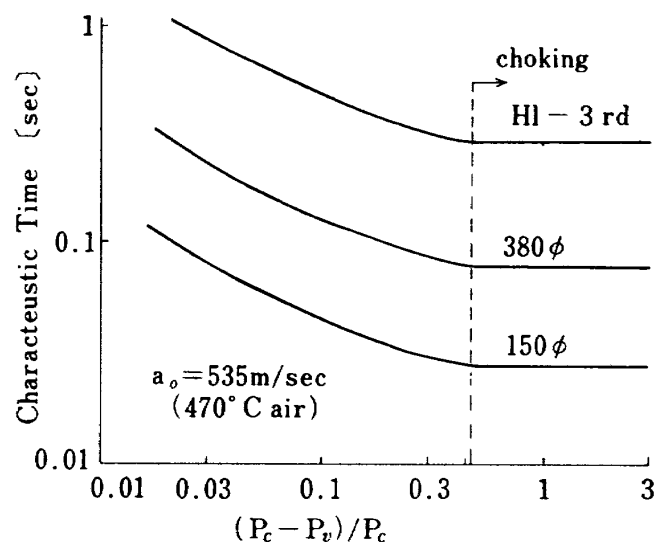


図4.1 特性時間

圧室圧 P_v が 30 torr でモータチャンバ圧が 35 torr への時には特性時間は 44% 伸びることがわかる。しかしながら非チョーク時に排気特性時間が伸びる傾向は差圧が小さい時に顕著になり、計測精度ともからんでそれ程問題となり得ない。更に、実際の飛翔高度では常にチョーク条件が満足されている。従って、モータの排気特性時間はチョーク条件下の値を用いて議論するのが妥当であろう。

図 4.1 で計算されたモータの排気特性時間は 30 msec ~ 300 msec と、残留推力の変化に伴う特性時間 (約 10 秒) に比べて、約 2~3 桁小さな値となっている。このことは、チャンバ圧力が、チャンバ内のガス発生にほとんど遅れなしで追従することを示している。それ故、残留推力の時間変化を調べるに際しては、(4.2) 式で、チャンバ内の質量蓄積を表わす時間微分項を除いた、いわゆる準定常近似が成立する。その結果、元の (4.1) 式は簡略されて

$$\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)\gamma}} \frac{A^*}{a_0} \left(\frac{A^*}{A_t}\right) A_t \cdot P_c = \dot{M}_{in} \quad (4.6)$$

と書き直される。

4.3 推力の算出

チャンバ圧力が求められると、このチャンバ圧力によって作られる推力は推力係数 (C_F) を用いて簡単に求められる。

$$F = C_F A_t P_c \quad (4.7)$$

そして前節で得られた結果を用いると、チョーク条件下で $K_n = A_0/A_t$ を用いて、

$$F = C_F \left[\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \frac{1}{\gamma} \right] a_0 K_n \dot{m} A_t \quad (4.8)$$

と求まる。ここで C_F の推力係数は真空中では以下の式で与えられる⁽⁸⁾。

$$C_F = \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \left\{ 1 - \left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right\}} \quad (4.9)$$

今、ノズル出口での圧力 (P_e) をゼロと置けば、真空中での最大値が得られる。比熱比 γ については推進薬に対する値を用いれば妥当であろう ($\gamma=1.194$)。

5. 結 論

上段用固体ロケットモータの残留推力の発生原因について検討し、そのモデル化を行って以下の結果を得た。

(1) 概ね 50 torrA 以下の圧力領域におけるガス発生速度を考えると、そのガス発生源はチャンバ内面に貼られているインシュレータであると考えられる。

(2) インシュレータ材の分解熱と各種熱源の熱量を比較、考え合わせれば、インシュレータ分解のための熱源としては、チャンバ内に深く挿入されているグラファイト製ノズルからの放射熱が考えられる。

(3) 高温ガス流によるグラファイト製ノズルの加熱そして残留推力発生時のノズル温度の履歴が調べられ、加熱されたノズル表面からインシュレータ表面への放射熱流束とその時間変化が決定された。

(4) 表面への熱流束が与えられた時のインシュレータ表面の後退速度を導くために、表面での反応を伴う一次元熱伝導問題が設定された。この問題は分解反応の大きな活性化エネルギーについての漸近展開法を用いて、解析的に解かれ、インシュレータ材の物性値や表面での熱流束のその分解速度への影響が計算された。そして、実際のモータに近い熱流束を与えた時のインシュレータの分解速度が求められた。更に、熱源の減衰速度と分解速度の減衰との関係が明らかにされた。

(5) チャンバ内にガス発生がある時のチャンバ圧力の時間的変化を与える式から、ガス排出の特性時間が計算された。その結果、ガス排出の特性時間は熱源の減衰特性時間に比較して十分小さいために、チャンバ圧の計算には、チャンバ内でのガス蓄積の効果を無視した準定常近似が成立することが分かった。

以上の結果より、固体ロケットモータの残留推力の発生機構が明らかになり、残留推力を予測する手法が得られた。これらの詳細な検討は、残留推力の大きさを決定するインシュレータ材の重要な物性パラメータを洗い出すことを可能にした。これらの理論的検討より得られた結果は、残留推力測定実験⁽⁵⁾において、予め押えておくべきファクタを選び出し、

より精度の高い実験を可能にすると考えられる。

記号

A_C : モータチャンバ内表面積
 A_N : ノズルの熱放射面の面積
 A_t : スロート面積
 A^* : 仮想スロートのスロート面積
 α : $= \alpha (\theta_1 - 1)$, 式 (3.29)
 a_c : チャンバ内音速
 B : 頻度係数
 B^* : 無次元頻度係数, $= \rho LB / q_0$, 式 (3.4)
 b : ノズル内に発達する温度境界層の厚さ
 $= 2 \sqrt{\kappa t}$, 式 (2.8)
 C : 固体の比熱
 C_N : ノズル材の比熱
 D_M : 球型ロケットモータの直径
 D_N : ノズル熱放射面を半球面に近似した時の球の直径
 E : 活性化エネルギー
 E^* : 無次元活性化エネルギー, 式 (3.4)
 F : 推力
 $F(\theta)$: 式 (2.17) で与えられる関数
 G : 単位面積当りの分解総量, 式 (3.38)
 g : 放射減衰関数 $= q / \dot{q}_0$
 h : 熱伝達係数
 K : 加熱されたノズルの実質熱容量係数, 式 (2.9)
 L : インシュレータ材の分解熱
 L^* : ロケットモータの特性長さ ($= V_c / A_t$)
 \dot{M}_{in} : チャンバ内のガス発生速度
 \dot{m} : インシュレータの熱分解質量流束
 P_c : チャンバ圧力
 P_v : 低圧室圧力
 Q_{out} : ノズルからの総放射熱量
 \dot{q} : インシュレータの単位面積当りに流入する放射熱流束
 R : 一般ガス定数
 T : 温度
 T_c : チャンバ内ガス温度
 T_g : ガス温度
 T_N : ノズル初期温度

T_s : インシュレータ表面温度
 T_0 : $t \leq 0$ における温度
 T_1 : 放射熱伝達における高温側温度 (第 2 章), $t = 0$ における T_s の値 (第 3 章)
 T_2 : 放射熱伝達における低温側温度
 t : 時間
 t^* : ガス排出特性時間
 t_c^* : チョーク時のガス排出特性時間
 t_r^* : 放射による熱損失の特性時間, 式 (2.13)
 V_c : チャンバの内容積
 v : インシュレータの分解後退速度
 W_N : ノズルの質量
 x : 表面に垂直な距離
 α : $= CT_0 / L$, 式 (3.4)
 β : $= E^* / \theta^2$, 式 (3.17) あるいはガスの比熱比
 γ : $= \int_0^1 e^{-\phi} u_s d\sigma$, 式 (3.37)
 ϵ : ノズル材の放射率
 η : $= \beta \xi / \sqrt{\pi} \{ 1 + \alpha (\theta_0 - 1) \}$, 式 (3.17)
 θ : 無次元温度
 θ_i : 無次元初期温度分布, $= T_i / T_\infty$
 κ : ノズルの温度拡散率, 式 (2.1)
 λ : 熱伝導率
 ξ : $= q_0 x / \lambda T_\infty$, 式 (3.11)
 ρ : 密度
 σ : $= \beta^2 \tau / \pi \{ 1 + \alpha (\theta_1 - 1) \}^2$, 式 (3.18)
 あるいは Stefan-Boltzmann 定数
 τ : 無次元時間 $= t / (\lambda^2 / \kappa h^2)$ 式 (2.7) あるいは $= q_0^2 t / \rho c \lambda T_\infty^2$ 式 (3.11)
 ϕ : $= \theta_i(\xi) - \theta(\xi, \tau)$, 式 (3.15)
 ψ : $= \beta \phi$, 式 (3.17)
 ω : 放射減衰率
 ω^* : 無次元放射減衰率, $= \pi \rho c \lambda T_\infty^2 \{ 1 + \alpha (\theta_1 - 1) \}^3 \omega / \beta^2 q_0^2$ 式 (3.34)
 添字
 0 : 初期値, 第一近似
 1 : 初期表面温度
 C : 分解完了時
 i : $x = \infty$ における値
 S : インシュレータ表面

参 考 文 献

- (1) 長友, 荒木, 橋本; 宇宙航空研究所報告, 第 7 表, 第 1 号 (A), p 34 (1971).
- (2) 森, 今沢, 若原; 宇宙航空研究所報告, 第 8 卷, 第 2 号 (C), p 641 (1972).
- (3) 秋葉, 中村, 荒木, 出羽; 宇宙航空研究所報告, 第 14 卷, 第 1 号 (B), p 323 (1978).
- (4) Summerfield, M., Sutherland, G.S., Webb, M.J., Taback, H.J. and Hall, K.P., *Solid Propellant Rocket Research* (M. Summerfield Ed.), Academic Press (1960), p. 141.
- (5) 三谷ほか; 航空宇宙技術研究所報告 (投稿中)
- (6) 三谷, 泉川, 新岡; 第 18 回燃焼シンポジウム前刷集, p 224 (昭 55).
- (7) Liepmann, H.W. and Roshko, A.; *Elements of Gas Dynamics*, John Wiley & Sons, New York. (1957)
- (8) Sutton, G.P.; *Rocket Propulsion Elements*, John Wiley & Sons, New York (1967)

航空宇宙技術研究所報告 777号

昭和 58 年 8 月 発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町 1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182
印刷所 株式会社実業公報社
東京都千代田区九段南 4-2-12
