

ISSN 0389-4010
UDC 533.6.001.5:
533.6.013.2:

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-785

振動揚力面計算のダブルット・ポイント法
その2. 超音速流

上田 哲彦

1983年11月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

振動揚力面計算のダブルット・ポイント法*

その2. 超音速流

上 田 哲 彦**

Doublet Point Method for Calculations on Oscillatory Lifting Surfaces

Part 2. Supersonic Flow

Tetsuhiko UEDA

ABSTRACT

A method to predict unsteady aerodynamic forces on lifting surfaces in supersonic flow is presented. The wing is divided into small segments in which the lift force is expressed by a single point doublet of the acceleration potential. This is the same concept as the doublet point method developed by the authors for subsonic flows. In order to avoid sensitiveness to the Mach number, the upwash due to the point doublet is calculated by averaging over small areas. The integration is done analytically so that it requires no numerical quadrature. Pressure distributions are directly obtained as the unknowns of an algebraic equation. The results are compared with those obtained by other methods for various wing geometries including the AGARD Wing-tail configuration.

1. はじめに

超音速流中にある揚力面の非定常空気力を予知する方法は、微小擾乱ポテンシャル流の仮定の中で、使用する方程式によって、3種類に大きく分類することができる。ここでは、議論を離散的な方法、すなわち、解にモード関数を仮定しない方法に限定する。まずその第1の方法は、超音速流の場合には、微小擾乱による速度ポテンシャルは陽な形で揚力面上の吹上げ分布を使って表わすことができること、を利用するものである。すなわち、この方法では、ある注目する点からでる前方マッハ円錐の内側全領域で、吹上げの境界条件を与えて、それから直接揚力面上の速度ポテンシャルを計算することになる。また、所謂、「ダイヤフラム」の概念を使うと、その領域の一部が、既知の吹上げではなく、圧力の条

件で与えられる場合にも計算が可能となる。圧力分布は、求められた面上の速度ポテンシャルを微分することにより計算される。この方法は、多くの場合、擾乱を受ける部分をマッハ数に依存する小さな箱型片に分割するため、しばしば、マッハ・ボックス法^{1,2)}と呼ばれる。しかし、このマッハ・ボックス法は、それが提案³⁾されて以来、計算して出てくる圧力の不自然なふらつきに悩まされ続けてきた。しかも、分割方法がマッハ数に依存したり、ダイヤフラムを使うこと等により、複雑な翼形状に適用する場合には非常に使い難いものとなってしまった。

他の二つの方法は、いずれも積分方程式を解くものである。それらは、積分方程式で結びつけられる未知関数によって互に区別される。すなわち、速度ポテンシャルを用いるか、圧力分布を用いるかである。前者の変数を未知数として、Morino, Chen と Suciu⁴⁾は、速度ポテンシャルの一定湧出し(グリーン関数)とその微係数を、翼と胴体表面の要素パネルに仮定した。このパネル法(あるいは、グリー

* 昭和58年9月14日受付

** 機体第1部

ン関数法)と呼ばれる方法では、胴体とか翼厚の効果も考慮できるが、もし、微小擾乱の仮定の範囲内で揚力成分のみが関心の対象であるなら、翼厚ゼロの翼にダブレットの強さを規定するのが効率良い方法である。Geising と Kalman⁵⁾はテント状の関数をこのダブレットの強さの分布を仮定するのに使い、また、Jones と Appa⁶⁾や Hounjet⁷⁾は、若干それと異り、それぞれの要素で流れ方向に沿う勾配が一定である関数を用いた。この種の手法は、積分にダイヤフラムを用いる必要はないが、翼の後流部分は依然として積分の中に含めなければならず、これにより、後に示す様な亜音速の前後縁を持つ翼とか、主尾翼組合せのような場合には、方法自体を複雑にしたり、やり方により結果が大きく違ってしまったりする。

第3番目の方法は、積分方程式の未知関数に圧力分布を用いるものである。この積分方程式は、擾乱圧力差に定数因子を乗じたものとなるプラントルの加速度ポテンシャルに基づいている。未知数が上下面の圧力差となるために、積分範囲は翼のある部分のみに限定され、このことは、翼形状が複雑になった場合には大きな利点となる。この積分方程式の形を用いる離散的な方法は、積分方程式の核関数⁸⁾のもつ強い特異性のため、今まであまり旨く行っていなかった。筆者の知る限りでは、この方程式を用いた解法は、Brock と Griffin, Jr⁹⁾の試みだけである。彼等は、亜音速のダブレット格子法¹⁰⁾を超音速に拡張しようとしたが、これは議論するに十分な結果を得るまでには至っていない。

最近、筆者等は、亜音速流について、平板翼を加速度ポテンシャルのダブレットの有限個の点に置き換える、ダブレット・ポイント法¹¹⁾を開発した。この方法は非常に簡単で、薄翼の振動空気力を容易に計算することができるものである。ここで、本論文の目的は、この点ダブレットの概念を使って、超音速流れに対する方法を提案するものであり、これは、先に述べた第3の方法に属する。

2. 積分方程式

超音速流中にある同一平面翼上の圧力分布 $4p$ は、翼の変形擾乱による吹上げ w と特異積分方程式の形

で結びつけられる。

$$w(x, y) = \frac{1}{8\pi} \iint_{R_d} 4p(\xi, \eta) K(x_0, y_0) d\xi d\eta. \quad (1)$$

本論文においては、すべての変数を無次元量として扱う。すなわち、長さ、吹上げ速度、圧力差は、それぞれ翼根の半翼弦長、翼上流の一樣流速、及び一樣流の動圧により無次元化されているものとする。翼の調和振動には、一樣流速と翼根半弦長で無次元化した無次元振動数 k を用いる。(1)式の中の圧力核関数と呼ばれる核 $K(x_0, y_0)$ は、文献 8) や 12) から若干変形した形で、次式で表わされる。

$$K(x_0, y_0) = e^{-ikx_0} \left\{ \frac{M^2}{R} \left(\frac{e^{-ikx_1}}{x_0 + X_1} + \frac{e^{-ikx_2}}{x_0 + X_2} \right) + \int_{X_1}^{X_2} \frac{e^{-ikv}}{(v^2 + r^2)^{3/2}} dv \right\}, \quad (2)$$

ここで

$$x_0 = x - \xi, \quad (x_0 > 0), \quad (3a)$$

$$y_0 = y - \eta, \quad (3b)$$

$$r = |y_0|, \quad (3c)$$

$$X_1 = (x_0 - MR) / \beta^2, \quad (3d)$$

$$X_2 = (x_0 + MR) / \beta^2, \quad (3e)$$

$$R = \sqrt{x_0^2 - \beta^2 r^2}, \quad (x_0 > \beta r), \quad (3f)$$

$$\beta = \sqrt{M^2 - 1}, \quad (M > 1). \quad (3g)$$

の定義量を用い、 M は一樣流のマッハ数である。

3. 定常流れ

もし翼の変形が静止状態にあると、流れは定常 ($k = 0$) となり、核関数(2)式は

$$K_s(x_0, y_0) = \frac{2x_0}{Rr^2} \quad (4)$$

と簡単化される。ここで添字 s は定常を意味する。この核関数は、 $1/8\pi$ を乗ずると、点 (ξ, η) におかれた点ダブレット(点揚力)により誘起される吹上げ分布を表わすものとなる。(4)式で明らかのように、この核関数は、亜音速流の場合¹¹⁾にも現れる r^{-2} の特異性の他に、ダブレット点から出るマッハ線上 ($R = 0$) にも特異性を持っている。しかし、このマッハ線上の特異性は弱いもので、積分可能である。 r^{-2} の特異性については、亜音速の場合と同様に、

無限積分の有限部分^{12,13)}をとり、(4)式を翼幅方向に積分すると、良く知られたAckeret¹⁴⁾の式に一致する二次元核関数を得ることができる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} K_S(x_0, y_0) d\eta = 2 \int_0^{x_0/\beta} \frac{2x_0}{Rr^2} dr = -2\pi\beta \delta(x_0), \quad (5)$$

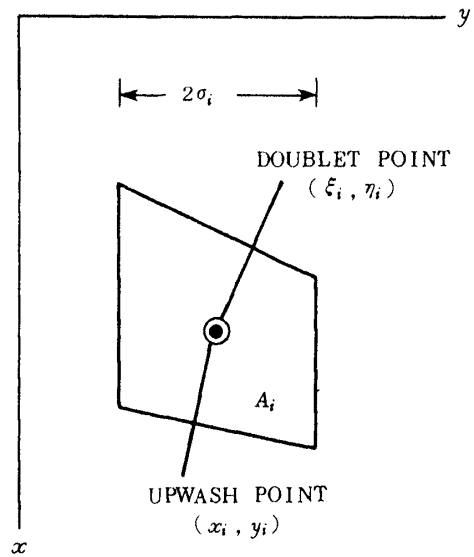
ここで、 δ はデラクのデルタ関数を表わす。(5)式の積分は、もし吹上げ分布を翼幅方向に積分すると、 $x_0=0$ 以外では零になることを意味している。この関係は、離散系に、マンガラの積分の効果を組み入れる時に使われる。

4. 離散系

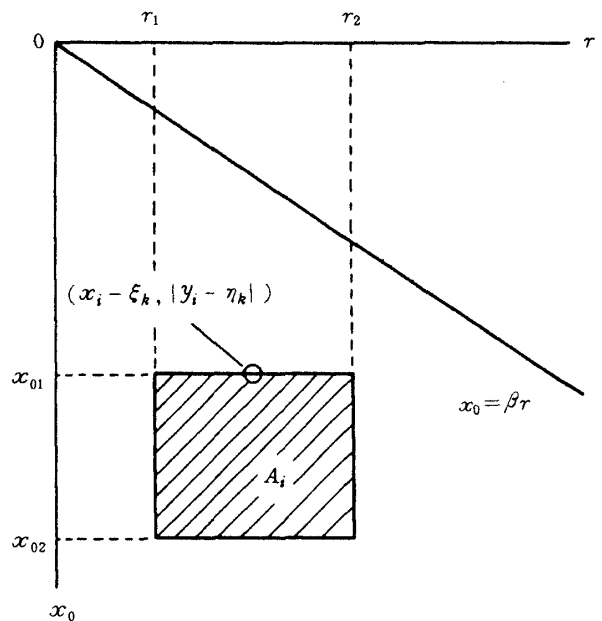
亜音速流の場合と同様に、翼を台形の要素に分割する(第1図)。それぞれの要素は、流れに平行な側辺をもち、その面積を A_i 、幅を $2\sigma_i$ とする。超音速流れに対するダブルット点 (ξ_i, η_i) は台形の中心に置く。これは、流れが超音速の場合、二次元薄翼の風圧中心が半翼弦位置になることに基づくものである。吹上げ点については、幾つかの試みの結果、同じ点に置くのが良いことが判った。

5. 吹上げ計算

もし、点ダブルットによる吹上げを、亜音速に倣って1点のみで評価するものとする、結果は、マッハ線上の特異性のため要素の形に非常に敏感になってしまうことが予想される。このことは、マッハボックス法のように、マッハ数に依存する要素形の使用を余儀なくするであろう。こういった依存性は、実際、種々の翼の組合せや、異なるマッハ数について計算することを考えると、好しからざるものである。これを避けるため、各要素の吹上げについては、平均して考えることにする。この平均化は、その台形要素と同じ面積をもつ矩形領域とする。そして、この領域は、その前縁が要素の吹上げ点にくる様にする。こうすることにより、点 (ξ_k, η_k) の単位ダブルットによる、点 (x_i, y_i) での吹上げ w_i は、次の様に表わされる。



第1図 台形要素



第2図 吹上げ平均化領域

$$w_i = \frac{1}{8\pi} K_{ik}, \quad (6a)$$

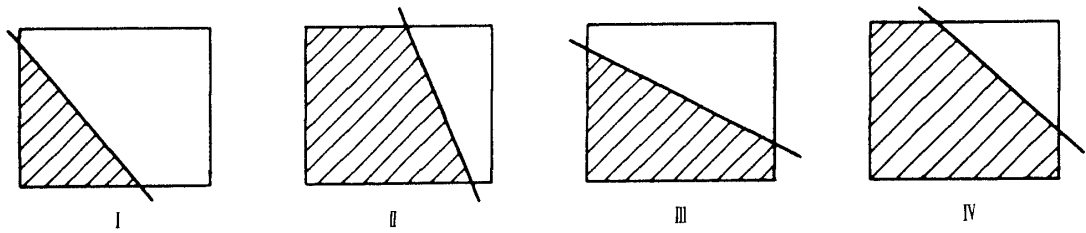
ここで、

$$K_{ik} = 2\beta(f_{12} + f_{21} - f_{11} - f_{22})/A_i, \quad (6b)$$

$$f_{mn} = [(x_{0m}/\beta r_n)^2 - 1]^{1/2} + \sin^{-1}(\beta r_n/x_{0m}), \quad (m, n = 1, 2) \quad (6c)$$

であり、また、 x_{0m}, r_n は第2図に示される。

もし、マッハ線が、吹上げの平均化領域を横切る



第3図 マッハ線の横切る領域

場合には、それは第3図に示す様に、4通りの場合に分類することができる。これら4通りについて、吹上げは次の様になる。

$$K_{ik}^I = 2\beta(f_{21} - \pi/2)/A_i, \quad (7a)$$

$$K_{ik}^{II} = 2\beta(f_{21} - f_{11})/A_i, \quad (7b)$$

$$K_{ik}^{III} = 2\beta(f_{21} - f_{22})/A_i, \quad (7c)$$

$$K_{ik}^{IV} = 2\beta(f_{21} - f_{22} - f_{11} + \pi/2)/A_i. \quad (7d)$$

平均化領域が、要素 k の後流幅 $2\sigma_k$ の中に位置する時には、そこに吹上げ分布の r^{-2} の特異性を含むことになる。この特異性は、連続系でのマンガラの積分の意味で、離散系として評価されなければならない。マンガラの積分として導れた(5)式より

$$\frac{1}{8\pi} \int_{-x_0/\beta}^{x_0/\beta} \frac{2x_0}{Rr^2} dy_0 = 0, \quad (x_0 \neq 0). \quad (8)$$

と書ける。(8)式を使って、要素 k の後流の吹上げを、離散系として次式で計算することができる。

$$K_{ik} = -4\beta(f_{22} - f_{12})/A_i, \quad (r_2 \leq \sigma_k, i \neq k) \quad (9)$$

さらに(5)式より、 $x_0 = 0$ を含む区間で翼弦方向変数について積分する時、吹上げは $-\beta/4$ になることがわかる。この解析的な結果を使うと、それ自身の要素 k の吹上げを計算する場合には、次式で行えば良い。

$$K_{kk} = -2\pi\beta/A_k - 4\beta(f_{22} - \pi/2) \times u(x_{02} - \beta r_2)/A_k \quad (10)$$

ここで、 $u(x)$ は、マッハ線が矩形の平均化領域の側辺を横切らない場合に、第2項を消去するためのステップ関数である。

以上で、積分方程式(1)は、定常の場合について、点揚力、 $A_k \Delta p_k$ を求める代数方程式に変換された。

$$w_i = \frac{1}{8\pi} \sum_{k=1}^N K_{ik} A_k \Delta p_k, \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (11a)$$

ここで

$$w_i = w(x_i, y_i), \quad (11b)$$

$$\Delta p_k = \Delta p(\xi_k, \eta_k). \quad (11c)$$

である。

6. 非定常流れ

翼の変形が調和振動している場合には、吹上げは、(2)式で計算される。非定常圧力核関数(2)式は、無次元振動数のべきで、次の様に展開することができる。

$$K(x_0, y_0) = \frac{2x_0}{Rr^2} \left\{ 1 - ik \left(x_0 + \frac{r^2}{x_0} \right) - \frac{k^2}{2} \left(x_0^2 + \frac{2M^2 - 1}{\beta^2} r^2 + \frac{Rr^2}{2x_0} \ln \frac{x_0 + R}{x_0 - R} \right) + \dots \right\} \quad (12)$$

この展開形によると、核の非定常部分は、

$$K(x_0, y_0) = K_S(x_0, y_0) \cdot \tilde{K}(x_0, y_0), \quad (13a)$$

とまとめられることを示しており、ここで非定常因子 \tilde{K} は、

$$\tilde{K}(x_0, y_0) = e^{-ikx_0} \left\{ \frac{M^2 r^2}{2x_0} \left(\frac{e^{-ikx_1}}{x_0 + X_1} + \frac{e^{-ikx_2}}{x_0 + X_2} \right) + \frac{Rr^2}{2x_0} \int_{X_1}^{X_2} \frac{e^{-ikv}}{(v^2 + r^2)^{3/2}} dv \right\}.$$

となる。次の二つの特別な場合を考えてみると、

$$\tilde{K}(x_0, 0) = e^{-ikx_0} \quad (14)$$

$$\lim_{R \rightarrow 0} \tilde{K}(x_0, y_0) = e^{-ikM^2 x_0 / \beta^2} \quad (15)$$

この非定常因子 $\tilde{K}(x_0, y_0)$ は、 $x_0 = 0$ を除いて特異性を含まないことが判る。このことは、 \tilde{K} を評価する場合、要素内の代表点1点で精度良く行えるこ

とを示唆している。たとえば、その点を平均化領域の中心にとることとする。また、(13b)式右辺の最後の積分項は、文献15)で示される展開級数を使って計算することができる。

$$\int_{X_1}^{X_2} \frac{e^{-ikv}}{(v^2+r^2)^{3/2}} dv = B_R^{(1)}(k, r, X_2) - B_R^{(1)}(k, r, X_1) - i \left\{ B_I^{(1)}(k, r, X_2) - B_I^{(1)}(k, r, X_1) \right\} \quad (16)$$

ここで右辺の記号は文献の儘である。これにより、非定常因子は(13b)式から直ちに計算される。後流要素については、 r^{-2} の特異性により、 r が小さいことで、

$$K(x_0, y_0) \sim 2x_0 \exp(-ikx_0)/(Rr^2), \quad (r \sim 0) \quad (17)$$

となる。(17)式における係数 $\exp(-ikx_0)$ は、(8)式の特異性に関する状況を何も変えないため、非定常流での r^{-2} に対する処理は、定常流の場合と全く同じ手順により行うことができる。すなわち、(13a)式のような形で、定常流の核関数 K_S を使えば、マンガラの積分の効果を自動的に考慮することができる。しかし、定常流には現れなかった x_0 についての特異性があるダブレット点自体の要素の吹上げに対しては、特別の配慮が必要である。(12)式中の $(-2ik/R)$ の項は、 r とともに x_0 も零に近づくと、もはや微小量とはならない。この項は幸い、次の様に積分することができる。

$$\int_0^{x_{02}} 2 \int_0^\sigma (-2ik/R) dr dx_0 = \begin{cases} -2\pi ik x_{02}/\beta, & (x_{02} < \beta\sigma) \\ -4ik\sigma [a \operatorname{cosec}^{-1} a + \ln(a + \sqrt{a^2-1})], & (a = x_{02}/(\beta\sigma) > 1). \end{cases} \quad (18)$$

この吹上げに対する寄与分を、ダブレット点の要素に付け加えて、非定常流れに対して次の代数方法式を得る。

$$w_i = \frac{1}{8\pi} \left[\sum_{k=1}^N K_{ik} \tilde{K}_{ik} A_k 4p_k + \tilde{K}_i A_i 4p_i \right], \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (19a)$$

ここで、

$$\tilde{K}_{ik} = \tilde{K}(x_i' - \xi_k, y_i' - \eta_k) \quad (19b)$$

$$\tilde{K}_i A_i = \begin{cases} -2\pi ik x_{02}/\beta, & (x_{02} < \beta\sigma_i) \\ -4ik\sigma \left\{ a \operatorname{cosec}^{-1} a + \ln(a + \sqrt{a^2-1}) \right\}, & (a = x_{02}/(\beta\sigma) > 1). \end{cases} \quad (19c)$$

である。(19b)式のダッシュ記号は、座標位置が平均化領域中心であることを示す。

7. 境界値問題

もし翼の変形や、運動のモード形が、 $h(x, y)$ で与えられるものとする、微小擾乱流理論により、

$$w(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} h(x, y) + ik h(x, y). \quad (20)$$

となる。(20)式を、(11a)あるいは(19a)式に代入することにより、 $h(x, y)$ についての圧力分布 $4p_k$ をマトリックスの形で次の様に解くことができる。

$$p = A^{-1} w,$$

ここで、

$$p = \{4p_k\}, \quad (21a)$$

$$w = \{w_i\} = \left\{ \frac{\partial}{\partial x} h(x_i, y_i) + ik h(x_i, y_i) \right\}, \quad (21c)$$

$$A = [a_{ij}], \quad (21d)$$

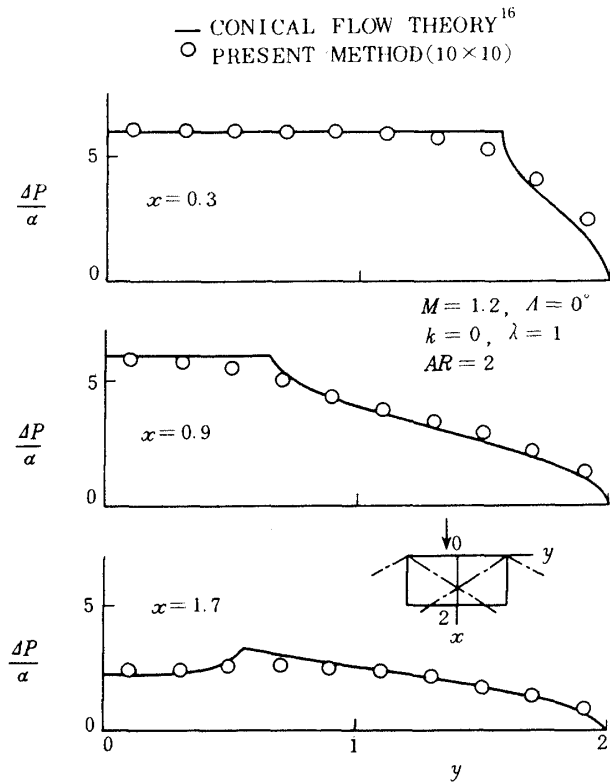
$$a_{ij} = (K_{ij} \tilde{K}_{ij} + \delta_{ij} \tilde{K}_j)/(8\pi), \quad (21e)$$

で、 δ_{ij} はクロネッカのデルタである。

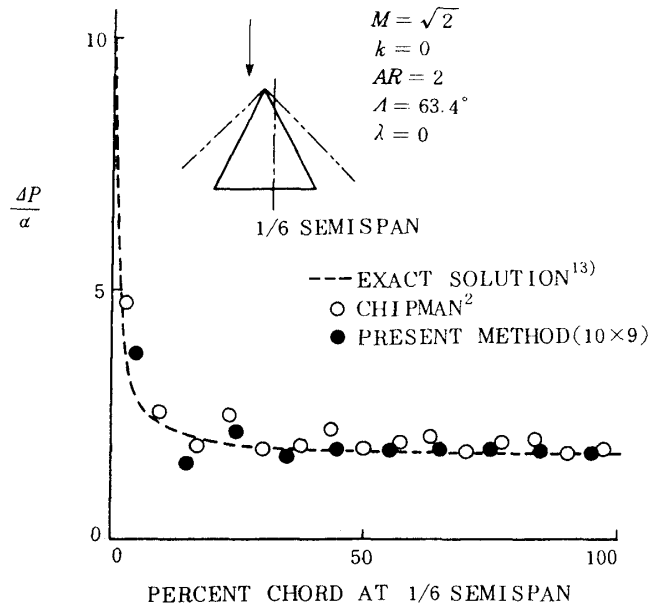
8. 結果と検討

数値計算例では、全て対称翼を扱う。直線縁で囲まれた翼形状を表わすのに、アスペクト比 AR 、前縁の後退角 A 、とテーパ比 λ を使う。未知数の数は、 N_x を翼弦方向要素数、 N_y を半翼幅の要素数として、 $N_x \times N_y$ である。

第4図にアスペクト比2の矩形翼についての、単位迎角当りの圧力分布を示す。結果を、円錐流れ理論¹⁶⁾と比較する。円錐流れ理論は、微小擾乱ポテンシャル流の仮定における厳密解とみなすことができる。これら二つの解の一致は、15、45、85%翼弦位置で良好である。しかし、本方法による結果では、

第4図 矩形翼の定常圧力分布 ($C_{L\alpha} = 3.763$)

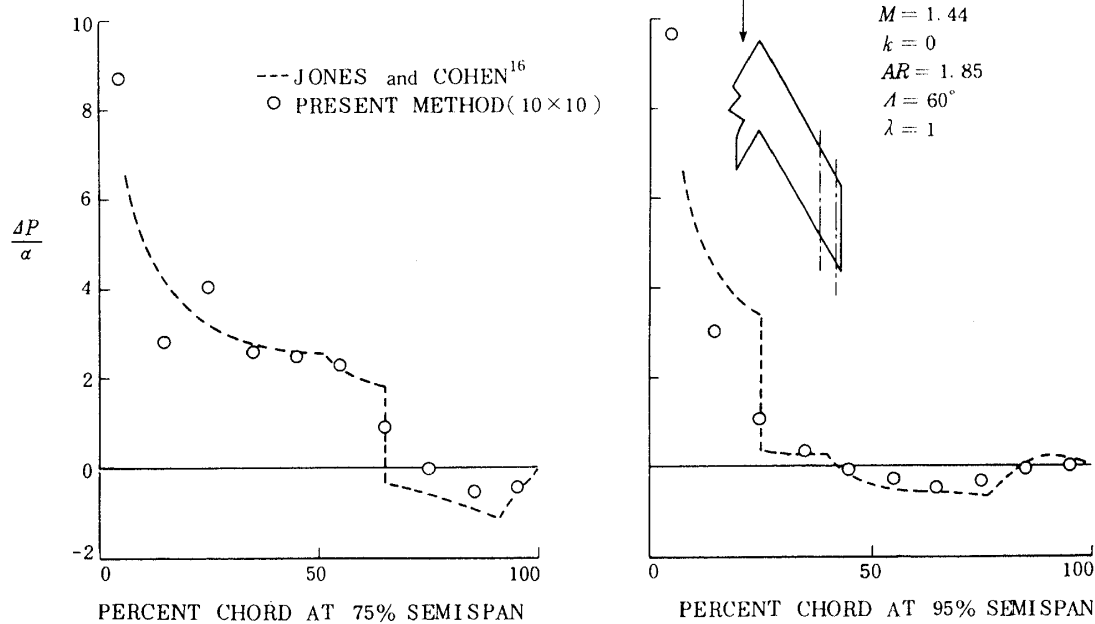
翼端前縁から出るマッハ線によって形成される圧力分布上の鋭い変化が、鈍っている。これには二つの要因が考えられる。それは、要素のアスペクト比と、吹上げ平均領域の後方への移動によるものである。この翼の場合、もしアスペクト比が6.03以上の要素を使うと、翼端からのマッハ線より上流の二次元流れになる部分については、完全に厳密解と一致する。これは、そのアスペクト比をもつダブレット点要素による吹上げが、隣接する要素に影響を与えなくなるからである。しかし、大きなアスペクト比を持つ要素は、全要素数に限りがある時翼幅方向の圧力変化を表わすのに、実際的ではない。このことにより、ここで使われた要素のアスペクト比は1にとっている。また、もし、吹上げ平均化領域の中心を、吹上げ点に一致させてとると、臨界アスペクト比は、このマッハ数の場合3.02に減少する。これは、アスペクト比が同じであれば、より二次元圧力分布に近い値を表わすことを意味する。残念ながら、このタイプの要素は、有限翼である影響のせる翼端近くの圧力に不当なうねりを生じる。吹上げ平均化領域の後方への移動は、この現象を抑える効果をもって



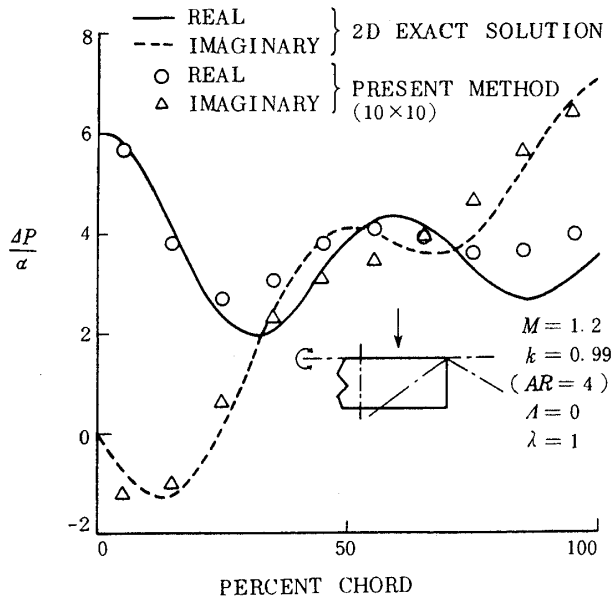
第5図 三角翼の定常圧力分布

いる。亜音速前縁をもつ三角翼の翼弦方向の定常圧力分布を、3種の異なる解法と比較して第5図に示す。Chipmanの改良マッハ・ボックス法による解は、圧力分布の上下変動を抑えるために、ギザギザの実効前縁に重み因子を導入したものである。結果は、依然として、翼弦の前方部で上下変動がみられる。本方法によるものは、前縁付近で同様の上下動が現れるが、全般に厳密解との一致は良い。空力弾性問題などの様に、全体的な圧力分布を問題にする場合には、この様な上下動は致命的な欠陥とはならない。第6図は、亜音速の前縁と後縁をもつ後退翼のより複雑な圧力分布を示す。この圧力分布は翼端付近で局所的な大きな変化を示すが、本方法の結果は、JonesとCohenの解析解によく追従していると言える。本方法では、翼の後流部には要素を置いていないにも拘らず、亜音速の後縁条件をよく満たしている事が注目される。

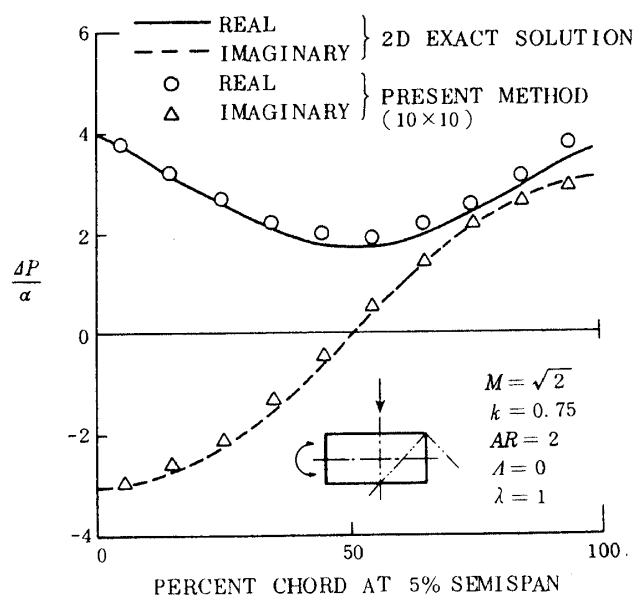
前縁軸まわりにピッチング振動している翼の、非定常圧力分布を第7図において、二次元の厳密解と比較してみる。本方法では、 $M=1.2$ に対して、翼幅中央付近で二次元流れとなる様に、アスペクト比4の矩形翼を計算した。翼半分を、アスペクト比2の10×10要素に等分割している。最も内側の列と比較して、厳密解¹⁷⁾と妥当な一致を示している。ここでの厳密解からのずれは、この要素寸法に対して



第 6 図 後退翼の定常圧力分布



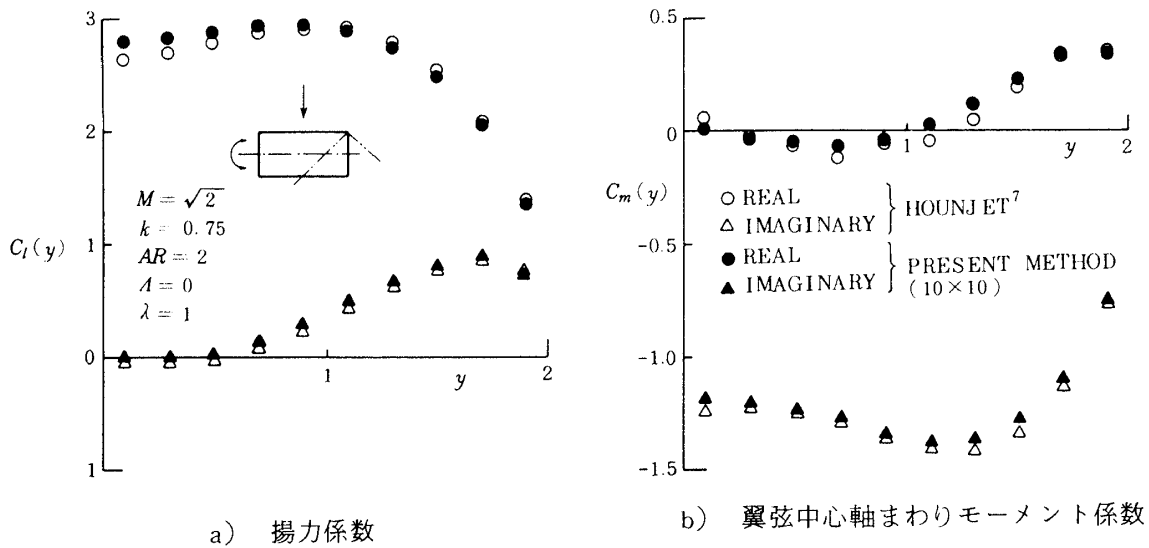
第 7 図 二次元平板翼の非定常圧力分布



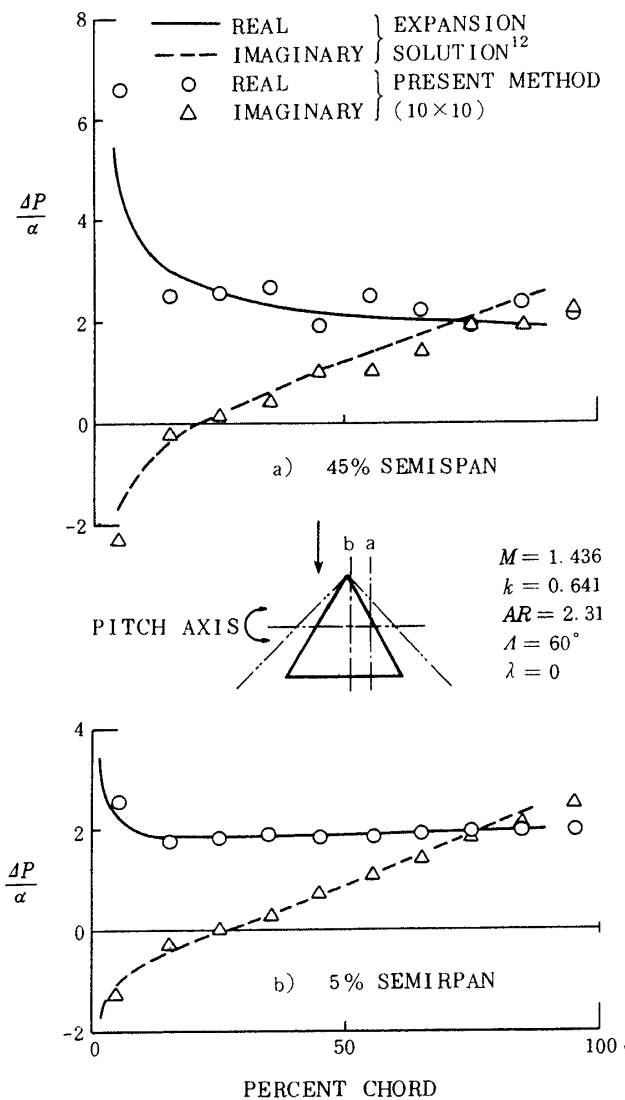
第 8 図 ピッチング振動している矩形翼の非定常圧力分布

0.99 という比較的高い無次元振動数によるものであろう。翼弦中心軸まわりにピッチング運動している。他の矩形翼についての結果を第 8 図と第 9 図に示す。この場合、翼端が、最も内側の翼弦の最後部に影響を与えるため、完全に二次元流れとはならないが、その圧力分布を再び二次元の厳密解と比較する(第 8 図)、本方法の結果は、この無次元振動数では厳密解と良く合っている。この翼の、翼幅方向の、揚力とモーメント係数を第 9 図において Houn-

jet⁷⁾の結果と比較する。Hounjet は、ポテンシャル・グラジエント法⁶⁾を改良した解法を用いているが、これは、はじめに述べた第 2 の方法に属するものである。これらの結果の差は、翼幅方向座標全体にわたって非常に小さいことが判る。また、本方法と、亜音速前縁をもつ三角翼の級数解¹²⁾とを比較してみる。それは、翼根中心軸まわりにピッチング振動している翼について、第 10 図に示す。級数解は、座



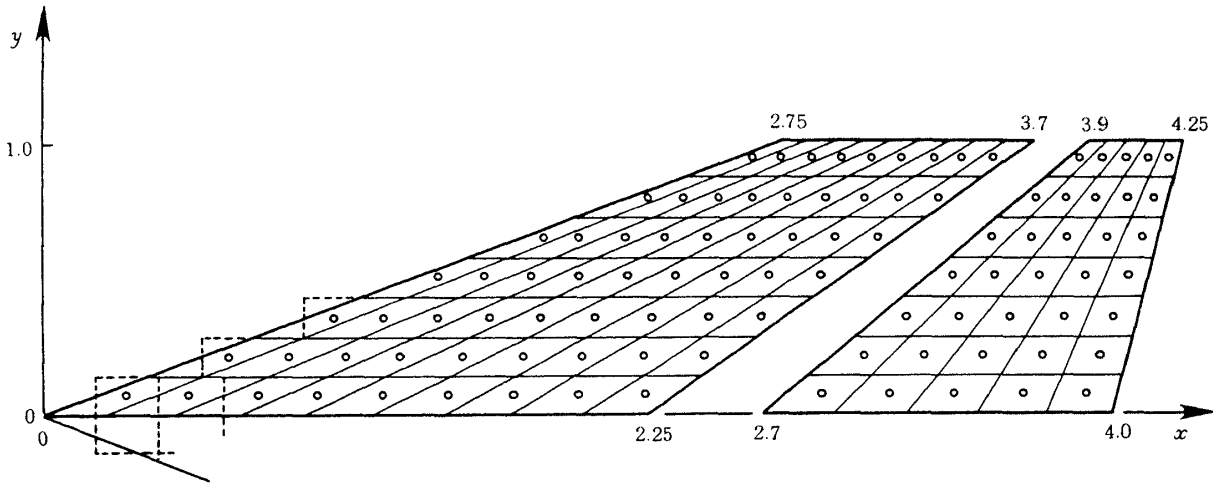
第 9 図 ピッチング振動している矩形翼の局所空力係数



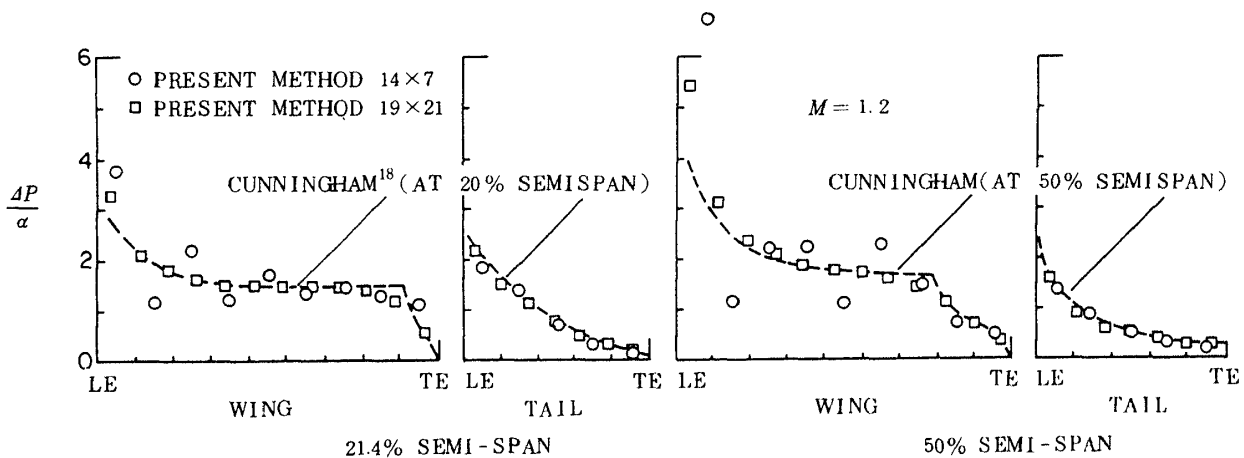
第 10 図 三角翼の非定常圧力分布

標と振動数パラメータを5次までとったものである。精度が、座標の大きな値に対しては保証されないため、級数解の結果は、後縁付近で省略してある。本方法の結果は、5%半幅翼において妥当な翼弦方向圧力分布を示しているが、45%位置においては、級数解まわりに少しバラついている。このバラ付きは、翼の半翼幅中央付近で最も悪い。

更に、定常と非定常両方の流れについて、AGARD 主尾翼組合せの形状について計算を行った。第11図にある様に、主翼は9x7の要素に分割し、尾翼は5x7要素に分割した。M=1.2での単位迎角による圧力分布を、第12図に於て白丸印で示す。結果は、主翼上で、対応するCunningham¹⁸⁾のモード関数法による解の囲りに大きく変動している。この変動は、翼の前縁の深い後退角に帰因するものと考えられる。要素上の圧力分布は只一つの点に集約されるため、要素単独では前縁の後退角の影響を考慮する事はできない。従って、翼の計算モデルは、その前縁に於てギザギザの形をもつ翼と等価になる。例えば、第11図の翼では、先端部の要素は三角形の部分を、図の中で破線で示す様な、計算上の矩形翼に置き換えてしまっている。この種の置換えは、吹上げ計算においてギザギザの部分からの寄与分が大きくなる位置での、圧力の精度を悪化させてしまう。物理的な考察により予期される様に、この効果は下流になるに従って消滅する(第5図も参照)。



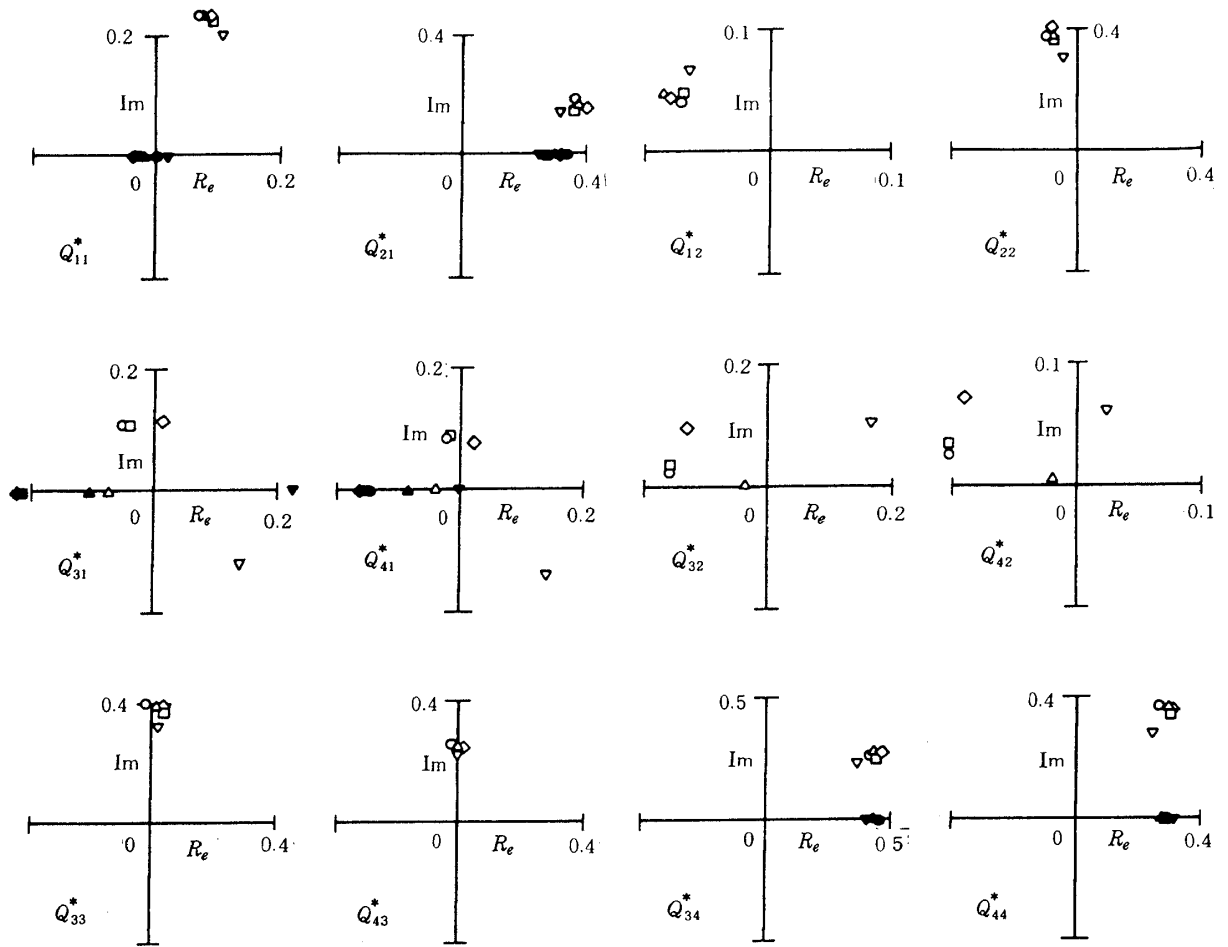
第 11 図 AGARD主尾翼組合せ



第 12 図 単位迎角あたりの AGARD 翼定常圧力分布

これは、変動がいつまでも減衰しないマッハ・ボックス法とは対照的である。本方法のこの変動を改善するには、2つの解決法が考えられる。一つは、翼幅方向に密な要素を使うことにより、直接ギザギザの度合を少なくすることである。またもう一つの方法は、前縁について、例えば、複数のダブルレット点を使うような高次の要素を導入することである。前者の改善法を確認するために、更に21個の翼幅方向要素数を使った計算を行った。結果を第12図の四角印で示してある。前縁付近の上下変動は消え、Cunninghamの解との一致がかなり改善されていることが判る。圧力の局所的な上下変動は、前にも述べた様に、フラッタ計算や突風応答解析などの様に、全体的な力を考える場合には、あまり大きな影響を与えない。実際、この粗い分割の98要素を使った

解でも、一般化力で比較した場合には、他の方法の結果と良い一致を示す。これを、 $M=3$ で、4個の逆対称変形モードについての一般化力で比較してみよう。第13図に、他の4種類の異なる方法の結果を示している文献7)の図に付加えて示す。一般化力、 Q_{11}^* , Q_{21}^* , Q_{12}^* , Q_{22}^* , Q_{33}^* , Q_{43}^* , Q_{34}^* と Q_{44}^* は、実質的に超音速後縁をもつ単独翼についてのものであるとみることができる。単独翼に対する、これらの力については、ここに挙げた方法は、だいたい同じ様な値を示している。ただし、TsenとMorino²⁰⁾によるパネル法の結果は、非定常の場合他の方法のものとは幾分離れている。 Q_{31}^* , Q_{41}^* , Q_{32}^* と Q_{42}^* については、方法が異なれば、結果もバラバラで、本方法と文献19)の結果だけが互に近い値を示している。定常流の場合には、Hounjetの改良したポテンシャ



AGARD CO-PLANAR WING-TAIL CONFIGURATION (M=3)

$k^*=0$	$k^*=1.5$	METHOD	MODE
●	○	PRESENT	1 WING TWISTING
▲	△	REF. 6	2 WING TWISTING
◆	◇	REF. 7	3 TAIL ROLLING
■	□	REF. 19	4 TAIL PITCHING
▼	▽	REF. 20	

第 13 図 AGARD 主尾翼組合せ一般化力の複素表示
(* は半翼幅長での無次元化量)

ル・グラジエント法⁷⁾の結果もこれに加わる。これら 4 個の一般化力は、主翼の変形により尾翼上に作用する力であることを考えると、この結果の相異は、翼と翼との間にある後流部分の算定による違いと考えられる。厳密な証明法はないが、筆者は、バラバラの結果を与える方法が後流の不正確な評価を含んでいるものであると、とりあえずここで結論づけておく。尚、本方法では後流を陽な形でモデル化する必要のないことも、その裏付けとなろう。ここに示した結果を得る時の本方法による CPU 時間は、倍精度計算、IMSL の複素代数方程式を解くサブルー

チンを使い、IBM 3033 で 101 秒であった。本方法で 399 要素を使った場合と、Appa と Jones のポテンシャル・グラジエント法及び、Pollock と Huttshell のマッハ・ボックス法を使った計算との数値的な比較を、第 1 表に掲げておく。

より一般的な形状翼の計算を、3 つの異なるマッハ数について、ピッチング運動している切端二重三角翼に対して行った。翼幅方向の圧力分布を第 14 図に示す。本計算では、翼を 20 × 20 要素に分割した。流れ方向の細片内では等間隔の要素を使用しているため、 x 座標を一定とした圧力分布では、その

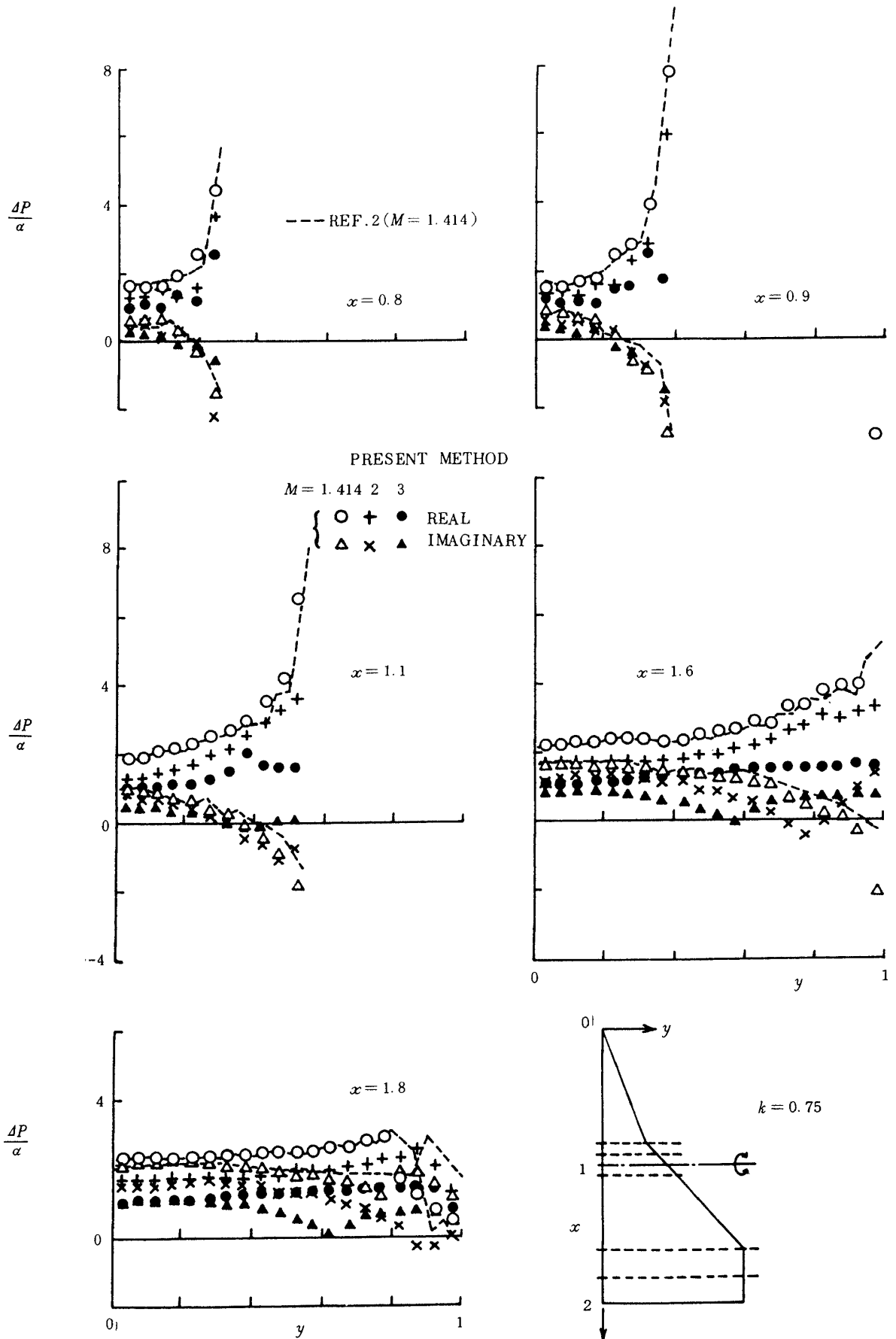
表 1 a AGARD主尾翼組合せの一般化力

$M=3$		$k^*=0$			$k^*=1.5$			
i	j	Ref. 6	Ref. 19	Present	Ref. 6	Ref. 19	Present	
Real Q_{ij}^*	1 1	-0.0187	-0.0226	-0.0046	0.0901	0.0966	0.0771	
	2 1	0.3287	0.3035	0.3062	0.3895	0.3846	0.3616	
	3 1	-0.1075	-0.2152	-0.2091	-0.0695	-0.0394	-0.0492	
	4 1	-0.0843	-0.1550	-0.1476	-0.0360	-0.0147	-0.0201	
	1 2				-0.0819	-0.0700	-0.0688	
	2 2				-0.0888	-0.0759	-0.0969	
	3 2				-0.0400	-0.1531	-0.1542	
	4 2				-0.0179	-0.1033	-0.1029	
	1 3							
	2 3							
	3 3				0.0140	0.0168	-0.0094	
	4 3				0.0032	0.0050	-0.0137	
	1 4							
	2 4							
	3 4	0.4756	0.4665	0.4635	0.4541	0.4517	0.4307	
	4 4	0.2904	0.2882	0.2875	0.2903	0.2965	0.2680	
	Imag. Q_{ij}^* k^*	1 1				0.1593	0.1486	0.1449
		2 1				0.1083	0.0890	0.1189
		3 1				0.0007	0.0769	0.0761
		4 1				0.0008	0.0559	0.0552
1 2					0.0300	0.0309	0.0319	
2 2					0.2498	0.2363	0.2309	
3 2					-0.0003	0.0239	0.0151	
4 2					0.0030	0.0197	0.0155	
1 3								
2 3								
3 3					0.2635	0.2560	0.2552	
4 3					0.1820	0.1786	0.1766	
1 4								
2 4								
3 4					0.1820	0.1632	0.1945	
4 4					0.2300	0.2188	0.2327	

- *印は半翼幅長で無次元化されていることを示す。
- 一般化力は半翼面，下向き正で定義する。

表 1 b 振動モード形

Mode	Wing	Tail
1 Wing Twist	$y^*(x^* - 2.25 y^* - 0.85)$	0
2 Wing Bending	$y^* y^* $	0
3 Tail Roll	0	y^*
4 Tail Pitch	0	$\text{sign}[y^*](x^* - 3.35)$



第 14 図 ピッチング運動している切端二重三角翼の翼幅方向圧力分布

点から最も近いダブルット点のものを表わしている。ただし、 $x=0.8$ の最も外側の点と、 $x=1.1$ の外側の3点は、翼幅方向間隔の中心位置が、二つのダブルット点のほぼ中央に位置するため、これらの点では、2個の平均値を示す。 $M=1.414$ の結果は、文献2)の結果と比べることができる。この場合、二重三角翼の二つの前縁は共に亜音速前縁である。両者の結果の一致は良好であるが、 $x=1.8$ において翼端の影響を受ける部分では、文献2)の結果が上下の変動を見せている。 $M=2$ となると、マッハ角は 45° から 30° となり、前方の前縁は依然として亜音速であるが、後方は超音速前縁となる。この影響は、 $x=1.1$ と 1.6 に於て、圧力が外側で比較的低い値となっていることに見られる。もしマッハ数が3になると、翼は、全て超音速前縁となる。翼の頂点から出るマッハ線は、ほぼ前方前縁に沿うものとなる。この線の影響を、翼の前方部については圧力分布の実数部に、後方部については虚数部にはっきりと見ることができる。

9. 結 論

- 超音速流れにある揚力面上の振動空気力を予知する簡単な方法を提案した。
- この方法では、亜/超音速前/後縁によって要素が異なったりする様な特別の手順を必要としない。揚力面上のみに限られる単一化されたマッハ数に依存しない要素を使うことは、複雑な平面形に適用する場合に非常に有利となる。
- 局所的な圧力は、後退角が大きい場合、前縁をギザギザにする効果によって影響を受けてしまうこともあるが、一般化力については合理的な値を示す。
- この場合の前縁付近に現われる圧力の上下変動は、翼幅方向に要素を細かくとることによって解消できることが数値計算で確かめられた。
- AGARD主尾翼組合せの数値例では、これまでの方法の中には、翼後流の算定法に不適当なものがあることが示された。翼後流の影響を受ける一般化力については、本方法と、PollockとHuttsellによるマッハ・ボックス法を使った計算結果のみが一致した。

尚、本方法を用いた計算プログラムは、「超音速

ダブルットポイント法による振動揚力面の計算プログラム(DPM-SP)」として、亜音速の場合と同様に、当研究所、計算センタ登録汎用プログラムとして登録されている。

謝 辞

本研究の一部は、筆者が米国プリンストン大学に滞在中なされたもので、その機会を与えてくれた、E.H.Dowell教授(現在、デューク大学工学部長)に感謝の意を表す。

付 記

今年5月に行われた米国のSDM学会で、ChenとLiuが、ポテンシャルグラジエント法の改良法ともいふべき、調和グラジエント法を提案しており、それによると、AGARD主尾翼組合せについて、本方法とほぼ同様の結果を示していることをここに付け加える。

参 考 文 献

- 1) Ii, J.M., "Refined Prediction Method for Supersonic Nonsteady Aerodynamics with AIC Partition Scheme", *Journal of Aircraft*, Vol.18, Aug. 1981, pp.609-617.
- 2) Chipman, R.R., "An Improved Mach-Box Approach for Supersonic Oscillatory Pressures," *Journal of Aircraft*, Vol.14, Sept. 1977, pp.887-893.
- 3) Pines, S., Dugundji, J., and Neuringer, J., "Aerodynamic Flutter Derivatives for a Flexible Wing with Supersonic and Subsonic Edges," *Journal of the Aeronautical Sciences*, Vol.22, Oct. 1955, pp.693-700.
- 4) Morino, L., Chen, L.T. and Suci, E.O., "Steady and Oscillatory Subsonic and Supersonic Aerodynamics Around Complex Configurations," *AIAA Journal*, Vol.13, March 1975, pp.368-374.
- 5) Giesing, J.P. and Kalman, T.P., "Oscillatory Supersonic Lifting Surface Theory Using A Finite Element Doublet Represent-

- tation," AIAA Paper No.75-761, May 1975.
- 6) Jones, W.P. and Appa, K., "Unsteady Supersonic Aerodynamic Theory for Interfering Surfaces by the Method of Potential Gradient," NASA CR-2898, Oct. 1977.
 - 7) Hounjet, M.H.L., "An Improved Potential Gradient Method to Calculate Airloads on Oscillating Supersonic Interfering Surfaces," *Journal of Aircraft*, Vol.19, May 1982, pp. 390-399.
 - 8) Harder, R.L. and Rodden, W.P., "Kernel Function for Nonplanar Oscillating Surfaces in Supersonic Flow," *J. Aircraft*, Vol.8, Aug. 1971, pp.677-679.
 - 9) Brock, B.J. and Griffin, J.A., Jr., "The Supersonic Doublet-Lattice Method—A Comparison of Two Approaches," AIAA Paper No.75-760, May 1975.
 - 10) Albano, E. and Rodden, W.P., "A Doublet-Lattice Method for Calculating Lift Distributions on Oscillating Surfaces in Subsonic Flows," *AIAA Journal*, Vol.7, Feb. 1969, pp.279-285.
 - 11) Ueda, T. and Dowell, E.H., "A New Solution Method for Lifting Surfaces in Subsonic Flow," *AIAA Journal*, Vol.20, March 1982, pp.348-355.
 - 12) Watkins, C.E. and Berman, J.H., "On the Kernel Function of the Integral Equation Relating Lift and Downwash Distributions of Oscillating Wings in Supersonic Flow," NACA Rept. 1257, 1956.
 - 13) Sears, W.R. ed., *General Theory of High Speed Aerodynamics*, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1954.
 - 14) Ackeret, J., "Air Forces on Airfoils Moving Faster Than Sound," NACA TM-317, 1925. (Translated from *Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt*, Feb. 14, 1925, pp.72-74.)
 - 15) Ueda, T., "Expansion Series of Integral functions Occurring in Unsteady Aerodynamics," *Journal of Aircraft*, Vol.19, April 1982, pp.345-347.
 - 16) Jones, R.T. and Cohen, D., *High Speed Wing Theory*, Princeton University Press, 1960.
 - 17) Dowell, E.H. ed., *A Modern Course in Aeroelasticity*, Sijthoff & Noordhoff, Alphen aan den Rijn, The Netherlands, 1978, p.177.
 - 18) Cunningham, A.M. Jr., "Oscillatory Supersonic Kernel Function Method for Interfering Surfaces," *Journal of Aircraft*, Vol. 11, Nov.1974, pp.664-670.
 - 19) Pollock, S.J. and Huttsell, L.J., "Applications of Three Unsteady Aerodynamic Load Prediction Methods," AFFDL TR-73-147, May 1974.
 - 20) Tsen, K. and Morino, L., "A New Unified Approach for Analyzing Wing-Body-Tail Configurations with Control Surfaces", AIAA Paper No.76-418, 1976.

航空宇宙技術研究所報告785号

昭和58年11月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182

印刷所 株式会社三興印刷
東京都新宿区信濃町12三河ビル

Printed in Japan

This document is provided by JAXA.