

ISSN 0389-4010

UDC 539.32:

62-419.8:

677.024

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-808

織布強化型複合材料の弾性係数の理論と  
その実験的検証

石川隆司・松嶋正道・林洋一

1984年5月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

# 織布強化型複合材料の弾性係数の理論と その実験的検証\*

石川 隆 司\*\* 松嶋 正道\*\* 林 洋 一\*\*

## The Theory of Elastic Modulus of Fabric Composites and Its Examination by Experiments

Takashi ISHIKAWA, Masamichi MATSUSHIMA  
and Yoichi HAYASHI

### ABSTRACT

Three analytical models for the investigation of the stiffness properties of woven fabric composites are presented in this report. The "mosaic model" is effective for rough prediction of the elastic stiffness of fabric composites. The "crimp model", which is particularly appropriate for plain weave composites, takes into account fiber continuity and undulation. The "bridging model" is developed to simulate the load transfer among the interlaced regions in satin weave composites. Comparison of theory and experiments is then conducted and leads to a good agreement for 8 harness satin carbon/epoxy composites. In the case of plain weave composites, there exists a great discrepancy between warping constrained and unconstrained predictions. Experimental results fall between these two theoretical curves. Clear dependency of elastic moduli on ply number is found for plain weave. A ratio of ply thickness to thread width is also a very important parameter by which elastic moduli of plain weave systems are strongly affected. In-plane shear modulus of fabric composites is mainly determined by fiber volume fraction which is a function of  $n_g$ .

### 概 要

織布複合材の弾性係数について、いくつかの力学的モデルを提案して、解析的研究を行なった。最初のモデルを仮にモザイクモデルと呼び、弾性係数の粗い推算に適している。次のモデルをクリンプモデルと呼び、前者で無視された繊維の連続性やうねりが考慮に入れられている。これは平織材の弾性係数の解析に適している。最後のモデルを架橋モデルと呼び、縞子織材特有の面内力の再配分を考慮している。次にこの理論を実証する目的で弾性係数の測定を行なった。実験と理論の比較から、まず、8枚縞子織材について両者の良い一致が確かめられた。さらに平織材については、面外変形自由と拘束の解は大きく開き、実験値はこの間にあることが判明した。そして、平織材について、層数によって面外変形拘束の程度が異なることから来る顕著な弾性係数の層数依存性を見出した。また、層厚/糸幅比が特に平織材の弾性係数について重要な決定要因であることも解った。面内せん断弾性係数については、 $V_f$  が最も大きな影響を持つことも見いだされた。

\* 昭和59年2月3日受付

\*\* 機体一部

## 1. 緒 言

強化材が2次元の織物である樹脂系複合材は、かなり早い時期から汎用構造材として応用されてきた(例えば文献1)。最近では、航空宇宙分野を中心とした、Advanced Composites(先進複合材料)の応用においても、従来の一方向プリプレグだけでなく織物プリプレグを用いた複合材構造がかなり広く採用されるようになってきた。数例をあげれば、航技研において行なわれている、STOL機尾翼を想定した構造の複合材化ではカーボン/エポキシ8枚縞子織物が広く用いられ<sup>2)</sup>、Boeing 767のフェアリングにはケブラー/エポキシの4枚縞子織物が用いられており、NASAの省エネルギー飛行機プロジェクトに基づくBoeing 737の複合材水平尾翼<sup>\*</sup>にも用いられ<sup>3)</sup>ている。なお付言すれば、この水平尾翼は大型商用航空機の一次構造部材として、初めてFAAの耐空証明を獲得した。

しかしながら、そのような事情とは逆に、織布複合材の力学的挙動の理論的解明は、これまであまり行なわれていない。その中で数少ない事前の研究に言及すれば、金原<sup>1)</sup>は2次元的な織布の断面について有限要素解析と実験の対比を行なっている。平井<sup>4)</sup>は、織布の3次元性を巧妙にとり入れた織布面内の2次元有限要素解析を行なっている。また、吉野<sup>5)</sup>は、文献1によく似た有限要素解析と光弾性実験を行なっている。さらにKabelka<sup>6)</sup>は、2次元断面モデルの熱膨脹係数の解析を行なっている。これらはいずれも解析対象は平織織布のみである。Zweben<sup>ら</sup><sup>7)</sup>、西村<sup>ら</sup><sup>8)</sup>、野口<sup>ら</sup><sup>9)</sup>は縞子織を含む織布複合材について実験を行なっているが、理論的解明は行なっていない。Ko<sup>ら</sup><sup>10)</sup>は新しい編物とも言えるノンクリンプ材を開発し、力学特性を実験により求めている。以上を概括すると、織布の織り方とそれによって強化された複合材の力学特性を統一的・理論的に説明する試みはこれまで皆無であったことがわかる。

著者の一人(石川)は、先に縞子織織布複合材が板の中心面に対し、力学的非対称性を有することを見出し、その基本的メカニズムを明らかにした<sup>11)</sup>。その際、本論文でモザイクモデルと呼んでいるものに

相当する、問題の理想化手段を提案した。ここでは、これを出発点として、まず、この最も簡単なモデルと、一様応力・一様歪の仮定を組み合わせると、織布複合材の弾性係数の最も簡単な形の上下界が得られる<sup>11),12)</sup>ことを示す。次に、この段階では無視された、糸の連続性とうねりを導入した一次元的な解析<sup>13)</sup>を行ない、うねりの影響を吟味すると同時に、次の段階の解析の基礎を与える。ここで用いたモデルを仮にクリンプモデルと呼ぶ。さらに、航空機の複合材構造に多用される縞子織織布の特徴をとらえた架橋(Bridging)モデルを提案し<sup>14)</sup>、解析を行なう。

しかしながら、これらの理論構築過程の最初に引用された実験データは、他の研究によるものが多く、概略ではよい比較になっているものの、極めて厳格な意味では、素材である強化糸・母材樹脂、織物に関する幾何学的条件(例えば織り糸の幅)などから積み上げた理論と実験の比較にはなっていない。そこで本報告の後半においては、この問題点を解決すべく、著者ら自身がカーボン/エポキシ織布複合材のクーボン型試験片について実験を行なって計測した弾性係数と、理論解との比較検証を中心にした議論を行なう。本実験においては、破壊に至る非線形挙動や破壊強度の計測も行なっているが、これも本報告の枠外であるので、これには言及しないこととする。

## 2. 織布の基本的分類

織布複合材の力学の議論に入る前に、織布そのものの成り立ち、或いはその分類法について簡単な説明を行なう必要がある。本報告では、2次元的な広がりを持つ織布のみを取り扱い、いわゆる3次元織物については触れない。そのような2次元の織布は、通常、経(たて:warp)糸・緯(よこ:fill)糸の交錯によって構成されており(第1図参照)、ここでは便宜上、水平(x)方向を緯糸、垂直(y)方向を経糸とし、緯糸の占める面積が卓越する側を上面と定義しておく。

すべてが同じ種類の材料の糸から成る非ハイブリッド織布では、経緯糸二方向への織り目の繰返しに要する糸目の数を夫々 $n_{fg}$ ,  $n_{wg}$ とすると、この二つの整数により基本的に分類される<sup>15)</sup>。例えば、第1

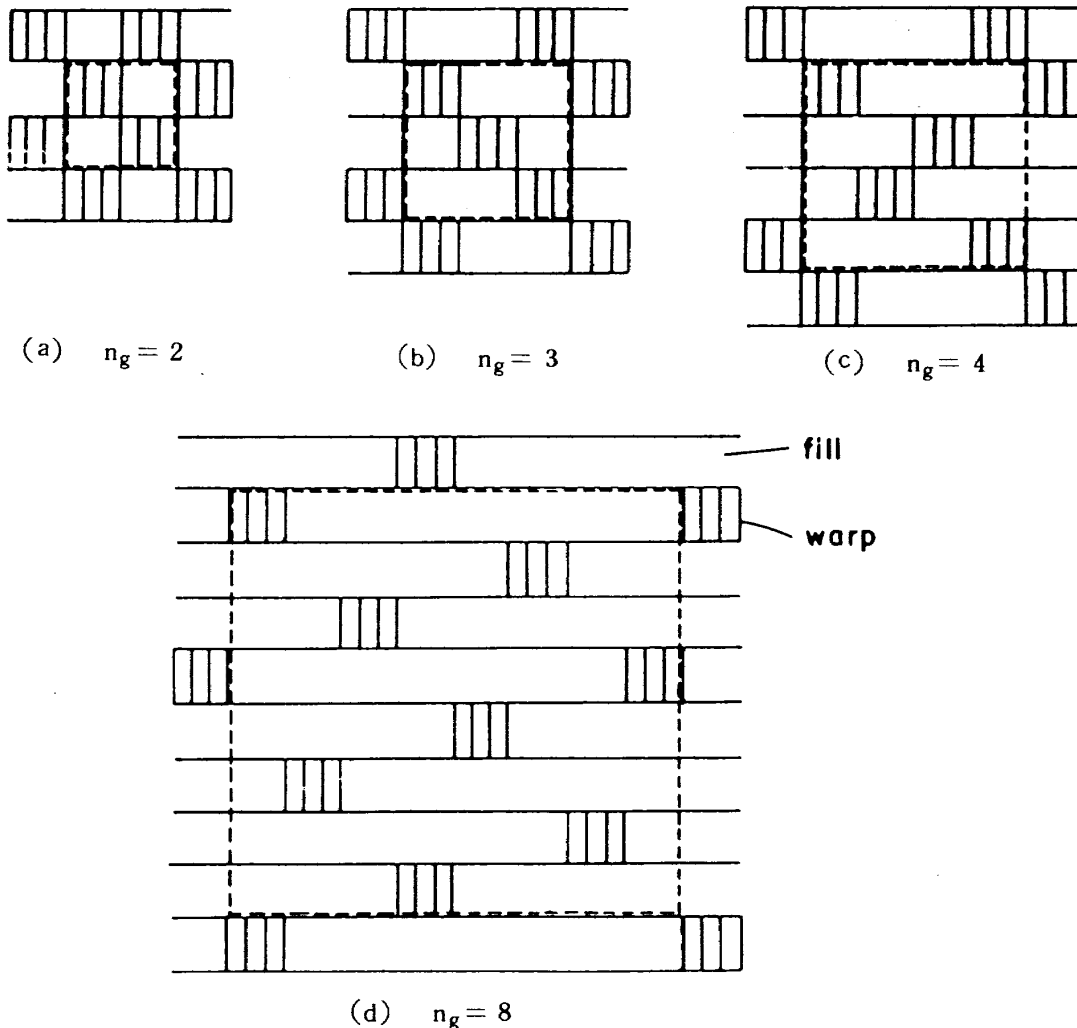
図(b)では、一つの交錯領域が再び経糸及び緯糸方向に現われるまでの糸目の数はいずれも3であるから、 $n_{fg} = n_{wg} = 3$ となる。本報告では $n_{fg} = n_{wg} = n_g$ の場合のみを考えることにしており、実際、構造用複合材ではその様な場合が多い。第1図(a)の $n_g = 2$ の場合を平織、(b)の場合を綾織((1,2)の綾)、(c)の $n_g = 4$ の場合を4枚縹子織、(d)の $n_g = 8$ の場合を8枚縹子織と呼んでいる。綾織、縹子織というのは一般的名称であって、基本的には、(b)のように織り目が斜めに連なるものを綾織、(c)・(d)のように織り目が孤立しているのが縹子織である。第6節において、この織り目の孤立状態に着目して近似解析を行なうので、ここに注意を喚起しておく。第1図の点線は、正方形で表わされる繰り返しパターンの最小のものを示す。より詳しくは、文献15を参照されたい。

### 3. モザイクモデルと上下界解

現実の織布の断面は、第2図(a)に示す如くに織り糸は歴然と判別できる。これに樹脂を含浸・加圧・成形すると、第2図(b)のようになる。これを、糸のうねり及び連続性を無視して、第2図(c)のようにモデル化し、これをモザイクモデルと呼ぶ。このように理想化すれば、織布複合材は、例えば $n_g = 8$ について第2図(d)に示す如く、正方形の2層クロスプライ積層板の集合体とみなすことができる。

本研究の理論的根幹は、キルヒホッフ仮定に基づく古典的積層板理論である。この構成方程式は、温度の項を考慮しないことにすると、文献16-18を参照して、

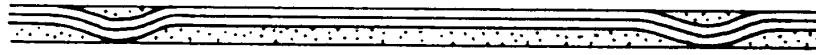
$$\begin{bmatrix} N_i \\ M_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} \\ B_{ij} & D_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_j^0 \\ \kappa_j \end{bmatrix} \quad (1)$$



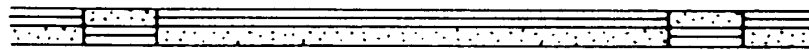
第1図  $n_{fg} = n_{wg}$  であるような織布パターンの例



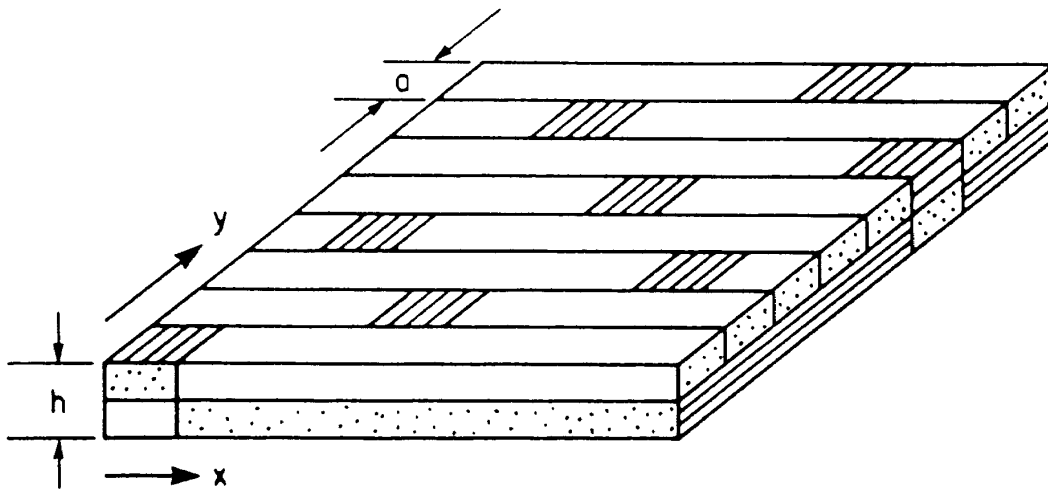
(a) 織布状態の断面



(b) 樹脂含浸・加圧成形後の断面



(c) モザイクモデル断面



(d) モザイクモデルの斜視図

第2図 8枚織子織を例としたモザイクモデルへの理想化過程

と書かれる。ここに  $i, j = 1, 2, 6$  である。逆の形は

$$\begin{bmatrix} \epsilon_i^0 \\ \kappa_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{ij}^* & b_{ij}^* \\ b_{ij}^* & d_{ij}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_j \\ M_j \end{bmatrix} \quad (2)$$

と書かれる。ここで厚さ方向の基準面は、幾何学的な中央面とし、 $\epsilon_i^0$  はこの面での歪み、 $\kappa_i$  は曲率、 $N_i$  は膜応力、 $M_i$  はモーメントである。 $A, a^*, B, b^*, D, d^*$  ( $i, j$  を省略) は、夫々、面内、カップリング、曲げの剛性とコンプライアンスの係数である。 $A, B, D$  の定義については、例えば文献18を参照されたい。

次に、織布複合材の弾性係数の上下界の最も簡単な形を求めるために、一様歪み又は一様応力の仮定

を導入する。より正確に言うると、 $\epsilon_i^0, \kappa_i$  がいたる所等しいと仮定するか、もしくは  $N_i, M_i$  がいたる所等しいと仮定するかのどちらかをとる。一様応力の仮定を例にとると、この仮定に対応する状態は、第2図(d)のモデルを  $y$  方向の1糸幅分(1a)一次的に切り出したもの( $x$ 方向の長さは  $n_g a$ )に  $x$  方向の面内力  $N_1$  が作用している場合を考えると、近似的に実現されている。例えば平均面内歪み  $\bar{\epsilon}_1^0$  は

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_1^0 &= (1/n_g a) \int_0^{n_g a} \epsilon_1^0 dx \\ &= a_{11}^* N_1 + a_{12}^* N_2 + (1 - 2/n_g) b_{11}^* M_1 \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $a_{16}^* = b_{12}^* = b_{16}^* = 0$  等の2層クロスプライ材の性質を使っている。また  $(1 - 2/n_g)$  という係数

は第2図(d)のハッチをした部分と残りの部分で  $b_{ij}^*$  の符号だけが反対になっていることを考えれば容易に理解される。平均曲率  $\bar{a}_i$  についても同様に考えると、結局、

$$\begin{aligned} \bar{a}_{ij}^* &= a_{ij}^*, \bar{b}_{ij}^* = (1 - 2/n_g) b_{ij}^* \\ \bar{d}_{ij}^* &= d_{ij}^* \end{aligned} \quad (4)$$

が得られる。ここで、 $\bar{a}_{ij}^*, \bar{b}_{ij}^*, \bar{d}_{ij}^*$  は区間  $[0, n_g a]$  での平均コンプライアンスを表わす。この式は、今の場合、面内と曲げ平均コンプライアンスはクロスプライ積層板と同一であるが、平均カップリングコンプライアンスは影響を受けることを意味する。この解は、応力の一様分布を仮定して導かれたものであり、この仮想応力状態でのコンプリメンタリエネルギーが、真の状態のそれよりも必ず大きい(最小コンプリメンタリエネルギーの原理)ことから、(4)式は、弾性コンプライアンス係数の最も簡単な上界を与えることがわかる。より詳しくは、例えば、文献16, 18(第3章), 19などの議論を参照されたい。これを(2)式の右辺の  $6 \times 6$  マトリックスに代入して逆をとったものは、剛性係数の下界を与える。以後、この手続きを、単に(4)式の逆をとる、と呼称する。

一様歪みの仮定を設けると、前と同様の考察により

$$\begin{aligned} \bar{A}_{ij} &= A_{ij}, \bar{B}_{ij} = (1 - 2/n_g) B_{ij} \\ \bar{D}_{ij} &= D_{ij} \end{aligned} \quad (5)$$

を得る。これが剛性係数の上界を与え、一方向強化材弾性係数の複合則に相当するものである。(5)式の逆をとったものが、コンプライアンス係数の下界を与える。以下で、モザイクモデルに基づく、織布複合板の弾性係数の上下界が求められた。これに対する数値解は、次節に糸うねりモデルの解とまとめて示す。

#### 4. 糸うねりモデルを用いた一次元解

上述の上下界解は極めて簡単に記述されるが、糸のうねり及び連続性を無視している点に問題がある。又、実用上は、 $A, a^*, D, d^*$  について  $n_g$  の小さいところで上下界の間に大きな開きがあり、不便である。この解は、より複雑な事情の発生する  $n_g$  の比較的大きなハイブリッド型織布複合材の弾性係数の初歩

的推定<sup>12)</sup>などに用いるのが適当と考えられる。

そこで、この欠点を補い次の段階の解析の基礎を与える目的で、一次元的糸うねりを考慮したモデルを提案し、近似解析を行なう。これを仮にクリンプモデルと呼び、第3図にその形状を示す。糸うねりの形状はうねり長さ  $a_u$  の区間の関数  $h_1(x)$  によって表わされ、経糸のレンズ状断面は  $h_2(x)$  によって表わされる。板厚  $h$  と経緯糸の糸厚の和  $h_t$  とは異なる可能性があり、その場合純マトリックス層は必ず表面に出るように仮定した。  $h = h_t$  の場合であってもレンズ状の経糸断面形状のために、純マトリックス領域は存在する。よって、糸領域の繊維体積含有率  $V_f^T$  と、織布複合材全体の  $V_f$  とはわずかに異なることに留意されたい。これに関する具体的記述を第8節に示す。うねり長さ  $a_u$  は0と糸幅  $a$  の範囲で任意である。  $a_u$  が決まれば、うねり開始点  $x = a_0$  の位置は一意的に決まるものとする。

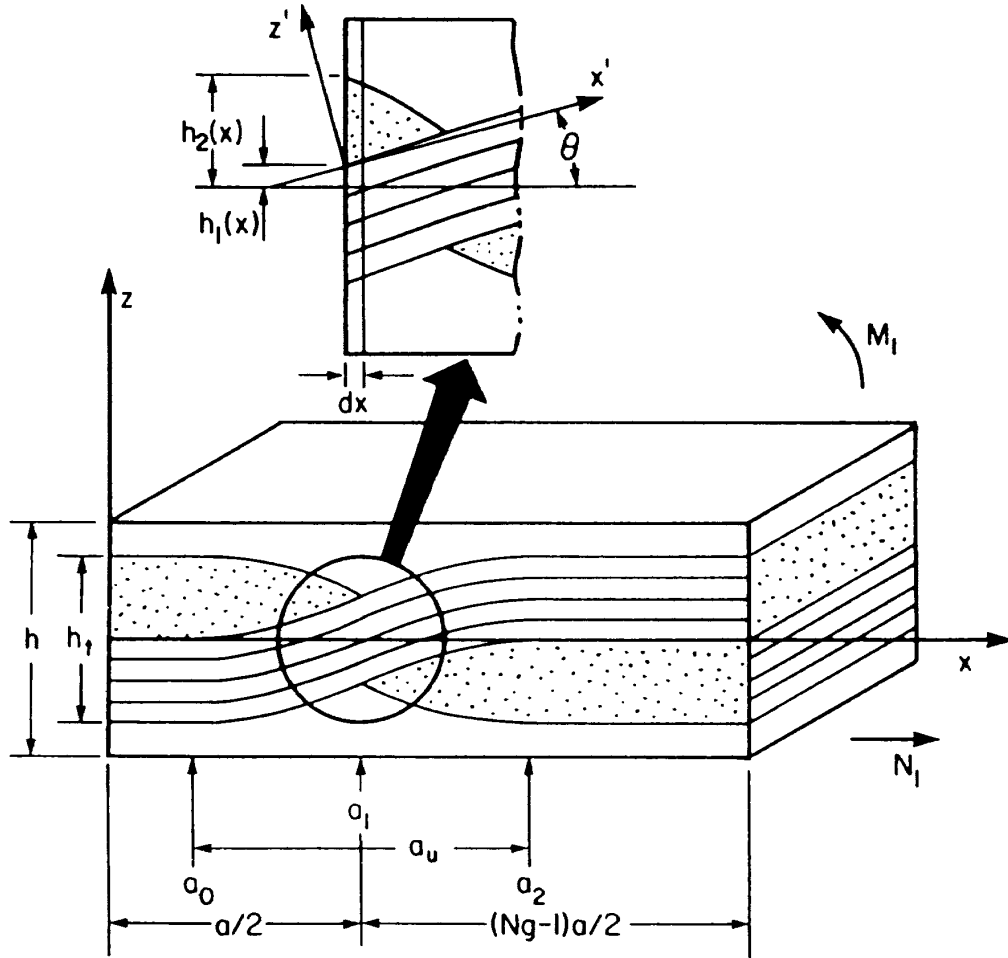
上述の条件を満たし、かつ最も自然なうねり形状として考えられるものの一つは、次式のような正弦関数である。ここで、 $h_1(x)$  は第3図に示す緯糸の最も上面の形を表わす関数とする。

$$h_1(x) = \begin{cases} 0 & (0 \leq x \leq a_0) \\ \left[ 1 + \sin \left\{ \left( x - \frac{a}{2} \right) \frac{\pi}{a_u} \right\} \right] h_t / 4 & (a_0 \leq x \leq a_2) \\ h_t / 2 & (a_2 \leq n_g a / 2) \end{cases} \quad (6.1)$$

経糸断面形状として自然なものの一つは、次式である。

$$h_2(x) = \begin{cases} h_t / 2 & (0 \leq x \leq a_0) \\ \left[ 1 - \sin \left\{ \left( x - \frac{a}{2} \right) \frac{\pi}{a_u} \right\} \right] h_t / 4 & (a_0 \leq x \leq a/2) \\ - \left[ 1 + \sin \left\{ \left( x - \frac{a}{2} \right) \frac{\pi}{a_u} \right\} \right] h_t / 4 & (a/2 \leq x \leq a_2) \\ - h_t / 2 & (a_2 \leq x \leq n_g a / 2) \end{cases} \quad (6.2)$$

上式の  $h_2(x)$  は、  $0 \leq x \leq a/2$  においては経糸断面の最上部形状を表わし、  $a/2 < x \leq n_g a/2$  において



第3図 クリンプモデルの幾何形状

は断面最下部形状を表わすものとする。この(6.2)式の形状は、著者らにより行なわれた一次元的解析<sup>13)</sup>の形状を改良したものであることを付記しておく。

このモデルの解析においても、理論的基礎は古典的積層板理論である。この理論が、x軸に沿ってdxの無限小長さを持つ板の一部分にも適用できるものという仮定を設ける。こう仮定すれば、ある点xにおける局所的な板の剛性係数 $A_{ij}(x)$ 、 $B_{ij}(x)$ 、 $D_{ij}(x)$ を定義することができる。詳しく言うと、積層板理論に立脚すれば、ある点xにおける板厚方向の剛性分布が既知ならば、上記の $A_{ij}(x)$ 等を計算するのは容易である。すなわち、

$$(A_{ij}(x), B_{ij}(x), D_{ij}(x)) = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}(\theta) (1, z, z^2) dz \quad (7.1)$$

と定義される<sup>18)</sup>から、 $A_{ij}(x)$ などの具体的な記述は以下のようなになる。

$$\begin{aligned} A_{ij}(x) &= \int_{-h/2}^{h_1(x)-h_t/2} Q_{ij}^M dz + \int_{h_1(x)-h_t/2}^{h_1(x)} Q_{ij}^F(\theta) dz \\ &+ \int_{h_1(x)}^{h_2(x)} Q_{ij}^W dz + \int_{h_2(x)}^{h/2} Q_{ij}^M dz \\ &= Q_{ij}^M (h_1(x) - h_2(x) + h - h_t/2) \\ &+ Q_{ij}^F(\theta) h_t/2 + Q_{ij}^W (h_2(x) - h_1(x)) \end{aligned} \quad (7.2)$$

$$\begin{aligned} B_{ij}(x) &= \frac{1}{2} Q_{ij}^F(\theta) (h_1(x) - h_t/4) h_t \\ &+ \frac{1}{4} Q_{ij}^W (h_2(x) - h_1(x)) h_t \end{aligned} \quad (7.3)$$

$$\begin{aligned} D_{ij}(x) &= \frac{1}{3} Q_{ij}^M \{ (h_1(x) - h_t/2)^3 \\ &\quad - h_2(x)^3 + h^3/4 \} \\ &+ \frac{1}{3} Q_{ij}^F(\theta) \{ h_t^3/8 - 3h_t^2 h_1(x)/4 \\ &\quad + 3h_1 h_1^2(x)/2 \} \\ &+ \frac{1}{3} Q_{ij}^W (h_2(x)^3 - h_1(x)^3) \end{aligned} \quad (7.4)$$

となる。ここで、 $Q_{ij}$  は、例えば文献 17 では  $C_{ij}$  と書かれる剛性係数<sup>18)</sup>であり、上添字 F, W, M は夫々、緯糸、経糸、純マトリックスの領域の量であることを示す。同様な表式が区間  $a/2 < x \leq n_g a/2$  についても得られる。局所的コンプライアンス係数  $a_{ij}^*(x)$ ,  $b_{ij}^*(x)$ ,  $d_{ij}^*(x)$  は、(7.2 ~ 7.4) 式の逆をとって得られる。

糸うねりの影響がどこに現われるかを具体的に述べれば、まず第一の点は、(7.2 ~ 7.4) 式の記述において糸うねりの形状関数  $h_1(x)$ ,  $h_2(x)$  が陽に現われていることである。

第二の点であり、この段階で必ずしも明確になっていないのは、(7.2 ~ 7.4) 式に現れる緯糸のうねり部の off-axis 異方性剛性係数  $Q_{ij}^F(\theta)$  の評価法である。まず、局所 off-axis 角  $\theta(x)$  は次式により計算される。

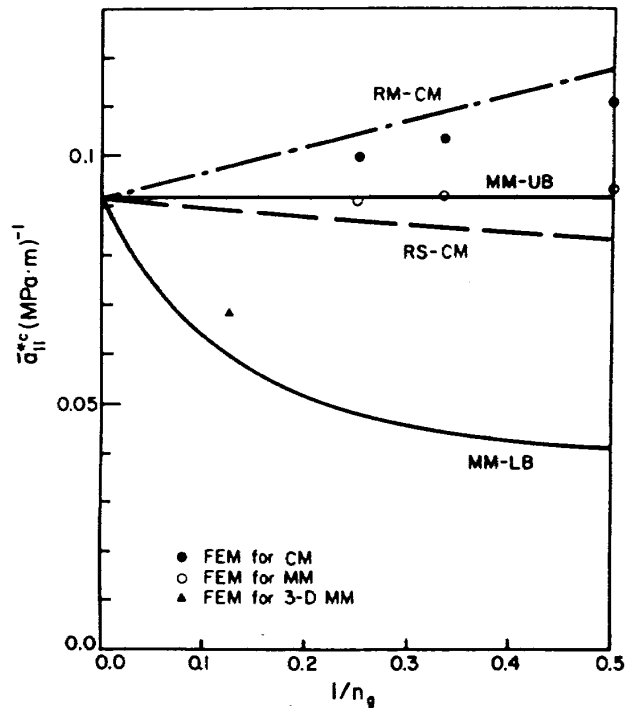
$$\theta(x) = \arctan\left(\frac{dh_1(x)}{dx}\right) \quad (8)$$

一つの方法は、 $Q_{ij}^F(\theta)$  が  $xz$  面内の回転角  $\theta$  に対する通常の剛性係数の変換式<sup>17), 18)</sup>に従うとする方法で、例えば、後述の(11)式の  $Q_{11}^F(\theta)$  を

$$Q_{11}^F(\theta) = Q_{11}^F l_\theta^4 + 2Q_{13}^F l_\theta^2 m_\theta^2 + Q_{33}^F m_\theta^4 + 4Q_{55}^F l_\theta^2 m_\theta^2 \quad (9)$$

のように変換する方法である。 $Q_{22}^F(\theta)$  等の式の記述は省略する。この変換式の採用は、一見合理的と考えられるが、本解析で基礎にしている古典積層板理論と組み合わせて用いると、積層板理論が  $xz$  面内の変形様式を強く規定しているため、この変換式では最終的に剛性を高く見積もりすぎる惧れがある(第4図参照)。

そこで、 $xz$  面内の回転に関しては工学的弾性係数(ヤング係数, ポアソン比)について変換式を記述し、これを、 $xy$  面内剛性係数  $Q_{ij}$  に換算する方法が考案され得る。後述するように、この方法による方が、有限要素法による結果とより良く一致するので、本解析ではこれを用いる。具体的に記述すれば、 $x$  及び  $y$  方向のヤング係数  $E_x^F(\theta)$ ,  $E_y^F(\theta)$ , ポアソン比,  $\nu_{xy}^F(\theta)$ ,  $xy$  面内のせん断剛性係数  $G_{xy}^F(\theta)$  は次のように書かれる。



第4図 平均面内コンプライアンスと  $1/n_g$  との関係

$$E_x^F(\theta) = 1 / \{ l_\theta^4 / E_x^F + (1/G_{xz}^F - 2\nu_{zx}^F / E_x) l_\theta^2 m_\theta^2 + m_\theta^4 / E_z^F \}$$

$$E_y^F(\theta) = E_y^F = E_z^F$$

$$\nu_{yx}^F(\theta) = \nu_{zx}^F l_\theta^2 + \nu_{yz}^F m_\theta^2$$

$$G_{xy}^F(\theta) = G_{xy}^F l_\theta^2 + G_{yz}^F m_\theta^2 \quad (10)$$

ここに  $l_\theta = \cos \theta$ ,  $m_\theta = \sin \theta$  である。この変換式においては、 $yz$  面内の面内等方性を暗黙のうちに仮定している。これらの式を用いて  $Q_{ij}^F(\theta)$  は

$$Q_{ij}^F(\theta) = \begin{bmatrix} E_x^F(\theta)/D_\nu & E_y^F \nu_{yx}^F(\theta)/D_\nu & 0 \\ E_y^F \nu_{yx}^F(\theta)/D_\nu & E_y^F/D_\nu & 0 \\ 0 & 0 & G_{xy}^F(\theta) \end{bmatrix} \quad (11)$$

と書かれる。ここに  $D_\nu = 1 - \nu_{yx}^F(\theta)^2 E_y^F(\theta)$  である。(11)式で得られた剛性係数を(8)式に代入すれば、糸うねりのある積層板の局所的剛性係数を算出できる。通常の変換式を用いた場合との詳しい比較は後述する。

このように準備が完了したので、第3図のクリンブモデルに巨視的の面内膜応力  $N_1$  が作用した時を考



える。力の平衡により  $N_1$  がいたるところ等しいことは期待できるから、平均的面内コンプライアンスは

$$\bar{a}_{ij}^{*c} = \frac{2}{n_g a} \int_0^{n_g a/2} a_{ij}^*(x) dx \quad (12)$$

と求められる。ここに上添字  $c$  はクリンプモデルの解であることを示す。糸の真直な領域では、 $a_{ij}^*(x)$  はクロスプライの板の値  $a_{ij}^*$  に等しいから、(12) 式は、

$$\bar{a}_{ij}^{*c} = \left(1 - \frac{2a_u}{n_g a}\right) a_{ij}^* + \frac{2}{n_g a} \int_{a_0}^{a_2} a_{ij}^*(x) dx \quad (13)$$

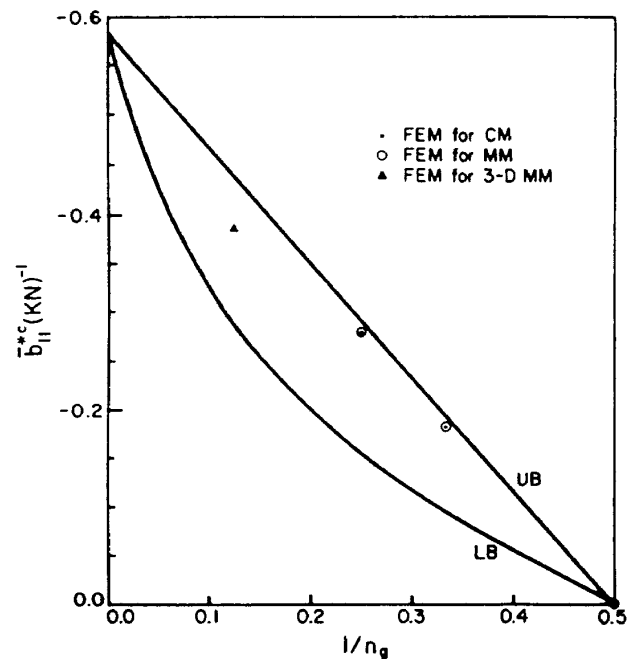
と書かれる。他の平均コンプライアンス係数は、

$$\bar{b}_{ij}^{*c} = \left(1 - \frac{2}{n_g}\right) b_{ij}^* + \frac{2}{n_g a} \int_{a_0}^{a_2} b_{ij}^*(x) dx \quad (14)$$

$$\bar{d}_{ij}^{*c} = \left(1 - \frac{2a_u}{n_g a}\right) d_{ij}^* + \frac{2}{n_g a} \int_{a_0}^{a_2} d_{ij}^*(x) dx \quad (15)$$

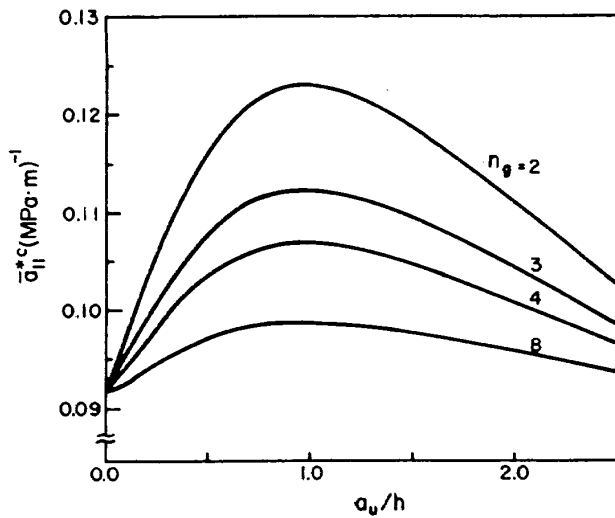
と求められる。(14) 式において、第 2 項の積分は常に 0 となる。何故なら、ここでは糸のうねりの形をうねりの中点について点対称と仮定しており、関数  $b_{ij}^*(x)$  は積分の中点  $x = a/2$  について奇関数となるからである。(14) 式第 1 項は (4) 式と同一であり、 $\bar{b}_{ij}^{*c}$  への糸うねりの影響は、このモデルを用いる限り存在しないことを意味している。当然、 $n_g = 2$  の平織の時は  $\bar{b}_{ij}^{*c}$  は消失する。(13)、(15) 式では積分は 0 とならないのでこれを評価する必要がある。被積分関数はかなり複雑なので、現実の計算においては数値積分を用いる。なお、 $a_u$  が 0 に近づき糸うねり形状がステップ関数的となって、幾何的形狀がモザイクモデルに近づく場合は、これらの積分が消失し、全く (4) 式と同一すなわちモザイクモデルによるコンプライアンスの上界が得られることに注意されたい。(13) - (15) 式の逆をとって、このモデルの平均剛性係数が得られる。経糸の方向の特性、例えば  $\bar{A}_{22}^c$  等を求める時は、このモデルを  $y$  方向に考えて同様の解析を行えばよい。

第 4, 5 図に、カーボンエポキシ織布複合材についての数値計算結果を示す。基礎となる一方向材の



第 5 図 平均カップリングコンプライアンスと  $1/n_g$  との関係

材料定数としては、表 1 の B の値を用いている。この値は後からの検討でやや小さすぎるということがわかったが、数値計算結果相互を比べるのは差しつかえないものと考えられる。これらの図の横軸はいずれも  $n_g$  の逆数で、これが織布の力学的特性を統一的に論ずる際の最も重要なパラメタである。縦軸はコンプライアンス係数である。図中 MM はモザイクモデル、CM はクリンプモデル、UB 及び LB は夫々上下界を示す。●印及び○印は夫々のモデルの断面について、3 角形要素を用いた 2 次元の有限要素法<sup>20)</sup>で解析を行なった結果であるが、その詳細<sup>12)</sup>は省略する。なお、この 2 図については  $h = h_t$ 、 $a_u = 0.6 a$  としている。第 4 図には、面内コンプライアンスと  $1/n_g$  の関数を示す。RM- と RS- は夫々、(10)、(11) 式を用いる方法及び通常の変換式による方法を示し、前述の理由から推察される如く、前者の方がより有限要素解に近い合理的な解を与える。即ち、モザイクモデルに比較すると、糸うねりは高めのコンプライアンスつまり低目の剛性を与える。モザイクモデルに対する有限要素解は、膜応力  $N_1$  が  $x$  方向の力のつりあいからこの方向に一様であるから、上界に極めて近い値を与える。▲印は文献 11 において行なわれた、ややあらい要素分解に



第6図 クリンプモデルの平均コンプライアンスに及ぼすうねり深さの影響

よる3次元モザイクモデルの解である。第5図には、カップリングコンプライアンスと $1/n_g$ の関係を示す。数式的記述から明らかなように、モザイクモデルの上界と糸うねりモデルの解は一致する。2次元有限要素法の解も、第4図の場合と同じ理由で、この上界に極めて近い値を与えていることがわかる。▲印の3次元解は、前図と同様、上下界の中間の値となっている。なお、この2図については、次節に示す面外変形拘束の影響がない(つまり面外変形自由)場合の結果であることを付言しなければならない。

第6図に縦軸を面内コンプライアンスにとり、横軸をうねり長さ( $a_u$ )とプライ厚さ( $h$ )の比にとって、クリンプモデルにおける両者の関係を示す。先に解析的に示されたように $a_u \rightarrow 0$ の時は、このモデルの解はモザイクモデル(コンプライアンスの上界)に収束する。 $a_u/h = 1.0$ あたりにピークがありそれから再び小さくなることがわかる。即ち、剛性で言えば、 $a_u/h = 1.0$ 程度にクリンプの程度がきつくなった時が最も低い。

### 5. 面外変形拘束の影響

これまでの議論で明らかになってきたように、織物には、本質的に局所カップリング項 $B_{ij}(x)$ ,  $b_{ij}^*(x)$ が存在する。これにより、面内力が作用すると面外変形(Warping; W)が生ずる筈である。前節に示し

た一次元解は、これに対し何ら拘束が加わらないと暗黙に仮定した解である。しかしながら、現実の織布では、荷重方向に直角な糸の存在、及び、他の織布層の存在により、自由な面外変形が起こるとは考え難い。そこで、簡単のため、面外変形が完全に拘束された場合を考えよう。

この場合他の原因による拘束モーメントが生じ、これにより局所的な曲げ変形が抑止されているものとする。この条件は、

$$\{ \kappa_i \} = 0, \{ M_i \} \neq 0 \quad (16)$$

と書かれる。

$$\{ M_i \} = [ d_{ij}^* ]^{-1} [ b_{jk}^* ] \{ N_k \} \quad (17)$$

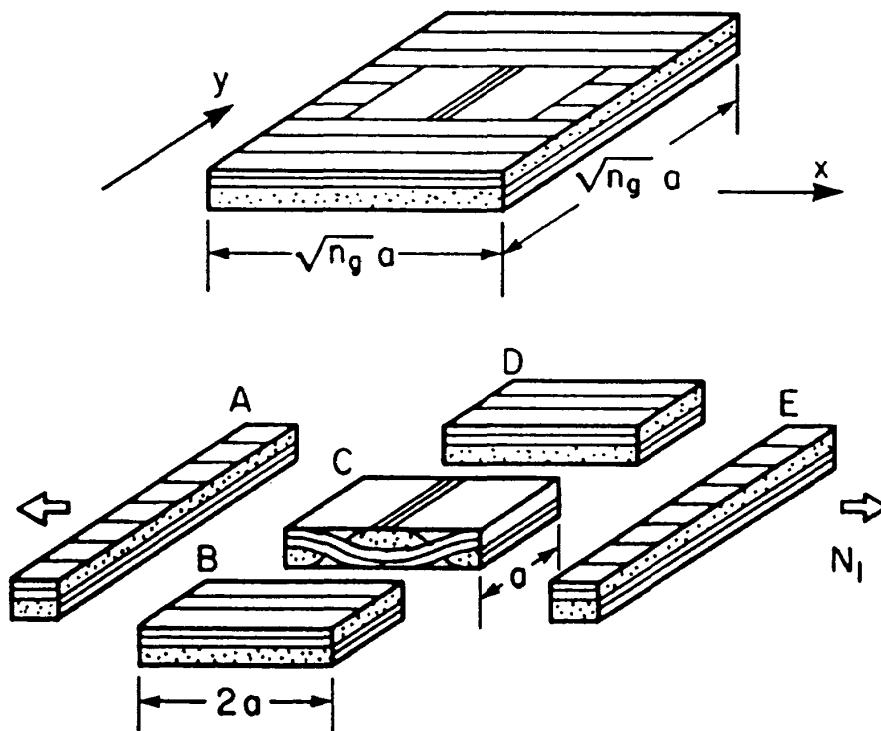
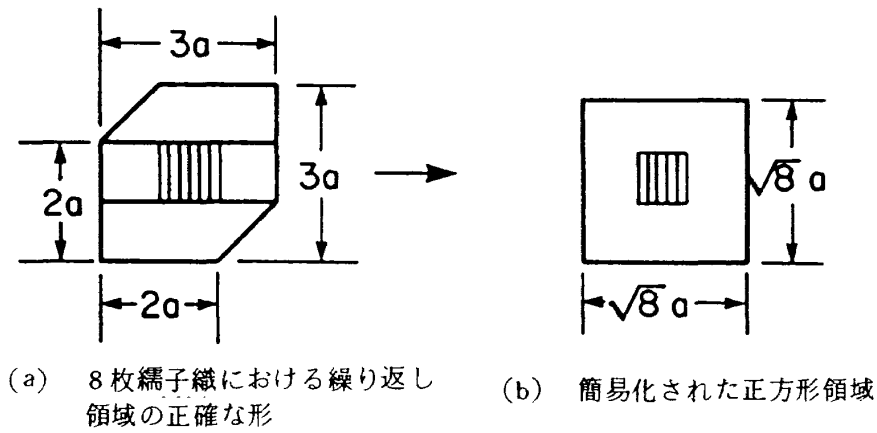
となる。そして、この条件を満たす面内コンプライアンスを $a_{ij}^{**}$ と書くことにすると、これは次式のように書かれる。

$$\begin{aligned} [ a_{ij}^{**} ] &= [ a_{ij}^* ] - [ b_{ik}^* ] [ d_{kl}^* ]^{-1} [ b_{lj}^* ] \\ &= [ A_{ij} ]^{-1} \end{aligned} \quad (18)$$

ここで(18)式第2式は、 $a_{ij}^{**}$ は $A_{ij}$ の単純な逆マトリックスをとったものに等しいことを意味する。よって局所面内剛性 $A_{ij}(x)$ が求められれば、これから $a_{ij}^{**}(x)$ を求めるのは容易であり、これで(12)式の $a_{ij}^*(x)$ を置換すれば、曲げ完全拘束下の $\bar{a}_{ij}^{*c}$ を求められる。この $3 \times 3$ マトリックスの単純な逆をとって、同条件下での面内剛性が求められる。

### 6. 縹子織織布複合材に対する架橋モデル

上述の解は、糸のうねりの効果を簡単に記述できる利点はあるが、航空機構造に多用される縹子織織布複合材については、既に知られている実験値(例えば文献7)と比較すると、かなり低い予測を与える(後述の第7図参照)。この原因は、局所的剛性が変化しつつ2次元的な広がりを持つ織布複合材を、巨視的な力の方向に1次元的にモデル化したことにあるものと考えられる。そこで、これを克服すべく、2次元的な力の配分を考慮したモデルを考え、これを仮に架橋モデルと呼ぶ。このモデルの基本的発想は次の如くである。前節で述べたように、織り目部分の局部剛性は相対的に低く、縹子織では織り目は



第7図 架橋モデルの考え方

孤立して配置されている。従って、これを取りまく真直な糸によって構成され、かつ、局部的に積層材と考えられる部分が、より多くの力を分担すると考え得る。換言すれば、これは一方向材横方向剛性係数の材料力学的解<sup>21),22)</sup>と似た方法である。

このモデルの説明図を、 $n_g = 8$ を例にとって第7図に示す。実際の繰り返しパターンの最小形状の正確な形は、第7図(a)に示す六角形であるが、これを簡単のための等積の正方形に置換し(第7図(b))、これについて上述の考えを適用する。この際、織り目部分(領域c)の長さは $2a$ 、即ち、

局所的に平織と同一の構造が含まれるものとする。従って、このモデルは $n_g \geq 4$ でなければ成立し得ず、これは $n_g \geq 4$ の時のみ織子織が存在するという事実とも矛盾しない。なお、このモデルにおいても一方向の糸うねりしか考慮していないが、前節のように、 $y$ 方向の巨視的荷重を考える時には、うねりを $y$ 方向にとればよい。

この考え方を定式化するため、領域B, C, Dは、同一の平均基準面歪み及び曲率を持つと仮定する。そうすると、相対的に剛性の高い積層板領域B, Dはより多くの荷重を分担する架橋の役割を果たす。結

局3領域の平均剛性は次のように書かれる。

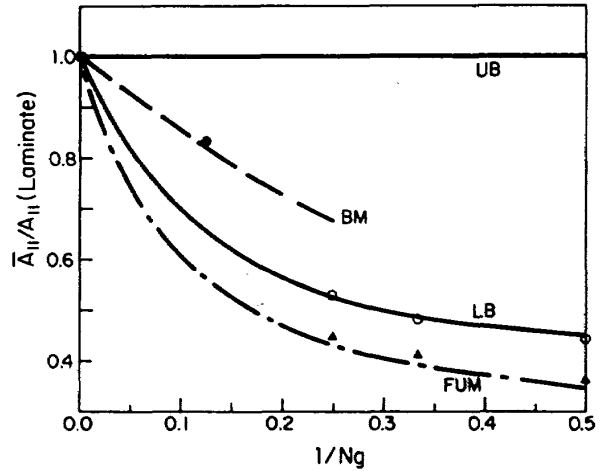
$$\bar{A}_{ij}^{BCD} = \frac{1}{\sqrt{n_g}} \{ (\sqrt{n_g} - 1) A_{ij} + \bar{A}_{ij}^C \} \quad (19)$$

$$\bar{B}_{ij}^{BCD} = \frac{1}{\sqrt{n_g}} (\sqrt{n_g} - 1) B_{ij} \quad (20)$$

$$\bar{D}_{ij}^{BCD} = \frac{1}{\sqrt{n_g}} \{ (\sqrt{n_g} - 1) D_{ij} + \bar{D}_{ij}^C \} \quad (21)$$

ここで、上添字BCDは、この3領域(Bridging Region)の平均であることを示す。(16)~(18)式の右辺第2項は、(13)~(15)式の逆をとって得られる量である。また、中央部分は $n_g = 2$ であるので、(20)式の右辺第2項は、常に消失していることに留意されたい。次に導入される自然な仮定として、領域AとB-C-D、それにEにおいて合膜応力と合モーメントが等しいとおく。すると、次式のように、全体の平均コンプライアンスが求まる。ここに、BCDの上添字のついた量は、(19)~(21)式の逆をとって得られる架橋領域の平均コンプライ

$$\begin{aligned} \bar{a}_{ij}^{*B} &= \frac{1}{\sqrt{n_g}} \{ 2\bar{a}_{ij}^{*BCD} + (\sqrt{n_g} - 2) a_{ij}^* \} \\ \bar{b}_{ij}^{*B} &= \frac{1}{\sqrt{n_g}} \{ 2\bar{b}_{ij}^{*BCD} + (\sqrt{n_g} - 2) b_{ij}^* \} \\ \bar{d}_{ij}^{*B} &= \frac{1}{\sqrt{n_g}} \{ 2\bar{d}_{ij}^{*BCD} + (\sqrt{n_g} - 2) d_{ij}^* \} \end{aligned} \quad (22)$$



第8図 無次元化された面内剛性係数と $1/n_g$ との関係

表1 基礎となる一方向強化材及びエポキシ樹脂の材料定数 (単位: E, Gは $GP_a$ )

材料	カーボン/エポキシ			エポキシ樹脂のみ		
	A*		B*	A*		
母材	3601* エポキシ	3650 エポキシ			3601	3650
$E_L$	137.	137.	113.	$E_m$	4.51	4.12
$E_T$	10.8	9.81	8.82			
$G_{LT}$	5.39	4.81	4.46			
$\nu_{TL}$	0.26	0.26	0.3	$\nu_m$	0.38	0.38
$\nu_{TT}$	0.46	0.46	0.5			
$V_f^+$	65%	65%	60%			

\*  $V_f$ が異なり、強化繊維の製造会社も異なる。

+ 糸部分の平均 $V_f$ を考える。

# 後述の410エポキシ母材の一方向材もこれと同一の値を持つと仮定している。

アンスであり、上添字Bはモデル全体の平均量、つまり縹子織織布複合材全体の値を表わす。(22)式の逆をとって、平均剛性 $\bar{A}_{ij}^B$ ,  $\bar{B}_{ij}^B$ ,  $\bar{D}_{ij}^B$ が求められる。なお、前節に示した曲げ完全拘束下の解を求めるには、これらの式中の $\bar{a}_{ij}^*(x)$ 等を(18)式の関係に注意しながら置換して行けばよい。

この数値計算結果を、他の2モデルによる解と合わせて、第8図に示す。縦軸は、平均面内剛性 $\bar{A}_{11}$ を同じ材料で構成される2層クロスプライ積層材の $\bar{A}_{11}$ で割って無次元化したもの、横軸は再び $1/n_g$ である。

図中破線が架橋モデルの解、実線が上下界、一点鎖線が糸うねりモデルの解である。材料はカーボン/エポキシ( $V_f = 65\%$ )を想定し、材料定数として表1の値を用いた。架橋モデルでは $a_0 = a$ 、糸うねりモデルでは $a_0 = 0.6a$ とし、いずれも $h = h_t$ である。また▲印はモザイクモデルに対応するものの有限要素解、○印は糸うねりのある場合の有限要素解で、第4, 5図と本論文では省略した $\bar{d}_{11}^{*c}$ とから<sup>13)</sup>筒面曲げ状態を仮定して算出したものである。そして、●印は文献7の積層板と織布板に対する実験結果から求めた値である。架橋モデルによる解と、このZwebenらによる実験結果<sup>7)</sup>はかなり良い一致を示している。縹子織複合材に対する糸うねりモデルの値は低すぎ、このような材料については架橋モデルの方がはるかに良い予測を与えることがわかる。

## 7. 実験の記述

前述の理論を検証する目的で実験を行なう。300mm角のカーボン/エポキシ織布複合材の平板を作成し、これから幅を公称12.5mmに切り出したクーボン型試験片について材料試験装置(島津オートグラフIS-20T)を用いて引張試験を行ない弾性係数を計測した。非線形挙動-破壊試験も併せ行なう関係で、アルミのエンドタブを接着し、歪ゲージは大歪用のもの(共和電業製KFE-5-C1)を用いた。平織材については、後述のように、弾性係数の層数依存性が示唆されたので、ply数の異なる母板を作成した。平織1plyのものについては歪ゲージによる補強効果<sup>23)</sup>が明らかに看取されたし、織り目寸

法(平織では $2 \times 2\text{mm}$ )とゲージ長(5mm)が近いことから、織り目部分による局所的な弾性係数変動の影響を受けることが予想されたので、特に4plyまでの試験片については、ゲージ長を100mmとした非接触電子光学式歪測定装置(Zimmer 100B $\times$ 2台)を用いて歪ゲージによる結果との比較検討を行なった。歪計測装置としては、自動スキャナ万能計測システム(共和電業製UCAM-5BT)を用いた。顕著な非線形挙動を示す試験片もあるので、弾性係数の計測は可能な限り小さな歪レベル(ほぼ $500 \times 10^{-6}$ )にて行なった。

実験対象とした織布は、平織及び8枚縹子の2種である。平織は、東レ製T-300糸使用の織布(品番#7373)で、糸1本あたりの幅2mm、成形後の1plyあたりの板厚約0.2mm(試験片毎に実測)である。経糸と緯糸の糸内の繊維数、糸の配列密度は両方向にいずれも同じであり、糸間のすき間は事実上認められない。この織布には、成形用トレーサーとしてKevlar-49が入っているが、糸が細く間隔は縦方向で5cmに1本と極めてまばらであり、全体の $V_f$ に占める割合もごくわずかなので、この影響は無いものと考えられる。但し、Kevlar糸の影響の出やすいと考えられる所にゲージを貼付するのは避ける等の注意は当然払っている。試験を行なったのは、この織布プリプレグを同一の方向にそろえて成形した1ply, 4ply, 8ply, 20plyの母板から切り出した試験片についてである。特にことわりのない限り、一種類についての試験片の数は7である。母板の作製は20plyのものを除き川崎重工業(株)岐阜工場が行なった。20plyのものについては日本飛行機(株)に依頼した。プリプレグの樹脂は4plyが3650である他は3601である。 $V_f$ は概略60%を目標とし、メーカーにおいて $V_f$ を測定した他、著者らも別に測定を行なった。試験片を切り出す方向は4plyの試験片について $[0^\circ/90^\circ]$ と $[\pm 45^\circ]$ の2種類である。他のply数のものについては $[0^\circ/90^\circ]$ のみとした。

8枚縹子織材としては三菱レイヨン(Pyrofil AS)の糸を用いた。織布プリプレグ(S410)を2枚巨視的な“そり”が出ないように裏返して積層<sup>11), 24)</sup>した2plyの板を母板とした。母板の作成は三菱レイヨン(株)に依頼した。糸幅は1mmで1plyの板厚は

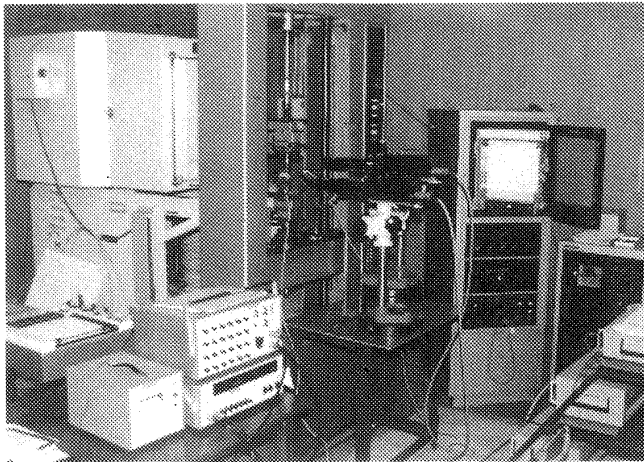
ほぼ 0.35 mm である。やはり経糸緯糸内の繊維数、糸の両方向の配列密度は同じで糸間のすき間は認められない。これについても、 $V_f$  の測定を行なった。平織 4 ply と同様、 $[0^\circ/90^\circ]$  と  $[\pm 45^\circ]$  の方向の試験片を切り出した。

平織、8 枚縹子織の両材料について、これらの事項をまとめて、表 2 に示す。実験の模様の写真を第 9 図に示す。前述のように、特に板厚の薄い試験片のために非接触歪計を用いていることに注意されたい。

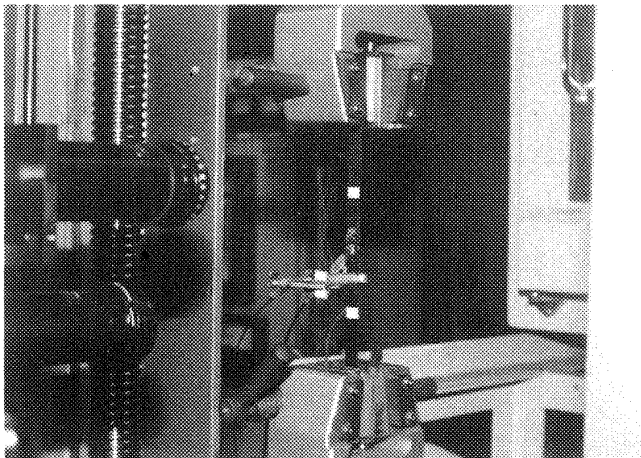
### 8. 実験結果の検討及び理論値との比較

まず、本節に用いた理論解の数値計算の基礎としたカーボン/エポキシ方向強化材及びエポキシ樹脂の弾性係数は表 1 の A の値である。この値は、糸中（例えば第 3 図で言えば上下の純マトリックス領域を取り除いた部分）の  $V_f$  を 65% と想定して、航空機メーカーにおける最近の実験値の平均値<sup>25)</sup>、及び両繊維メーカーのカタログ値<sup>26), 27)</sup>、及び著者の一人による研究結果<sup>28)</sup>などを総合して得たものである。 $V_f = 65\%$  を想定することの是非は、後に示すように  $V_f$  の測定を行なって吟味している。2 種類の強化繊維すなわち T-300 と AS 相互の差は、殆どないと考えられるので、これを無視している。 $E_T$ ,  $G_{LT}$ ,  $E_m$ ,  $\nu_m$  については、平織 4 ply のものだけが、他の樹脂系とやや力学的に異なる母材樹脂を用いているので、試験片に対応して値を使い分けた。また、第 3 図、第 7 図のモデルにおいて、 $h = h_t$ ,  $a = a_u$  を常に仮定している。

弾性係数、ポアソン比、プライ厚と糸幅の比 ( $h/a$ )、 $V_f$  の測定結果の平均値、変動係数などを表 3 に示す。これらに関する注意事項を述べると、まず、8 枚縹子織 2 ply の  $[\pm 45^\circ]$  の試験片数



(a) 試験装置の全景



(b) 試験片のクローズアップと電子光学式歪測定装置

第 9 図 実験状況の写真

表 2 それぞれの試験片の摘要

織り方の種類	平 織				8 枚縹子織
$n_g$	2				8
強化繊維	T-300				AS
プライ数 (N)	1	4	8	20	2(sym.)
母材樹脂	3601	3650	3601	3601	410
測定の方向 $[0/90]$	0	0	0	0	0
測定の方向 $[\pm 45]$	×	0	×	×	0

表3 実験結果

織り方の種類 プライ数 (N)	平 織				8 枚縹子織
	1	4	8	20	2
h/a	0.098	0.119	0.095	0.117	0.35
$\bar{E}_{0,90}$ (GPa)	48.3	49.8	63.1	60.7	65.2
↓ : CV* (%)	4.75	1.69	1.30	1.46	2.07
$\nu_{0,90}$	/	0.068	0.053	/	0.061
$\bar{E}_{45}$ (GPa)	/	13.4	/	/	18.0 <sup>#</sup>
↓ : CV* (%)	/	2.69	/	/	1.40 <sup>#</sup>
$\nu_{45}$	/	0.76	/	/	0.70 <sup>#</sup>
$\bar{G}_{0,90}$ (GPa)	/	3.83	/	/	5.30 <sup>#</sup>
$V_f$ (%)	[58.]	52.	[58.]	60.	63.

\* , CV : 変動係数

[ ] : 試験片製造会社における測定値

# : 試験片の総数は 3

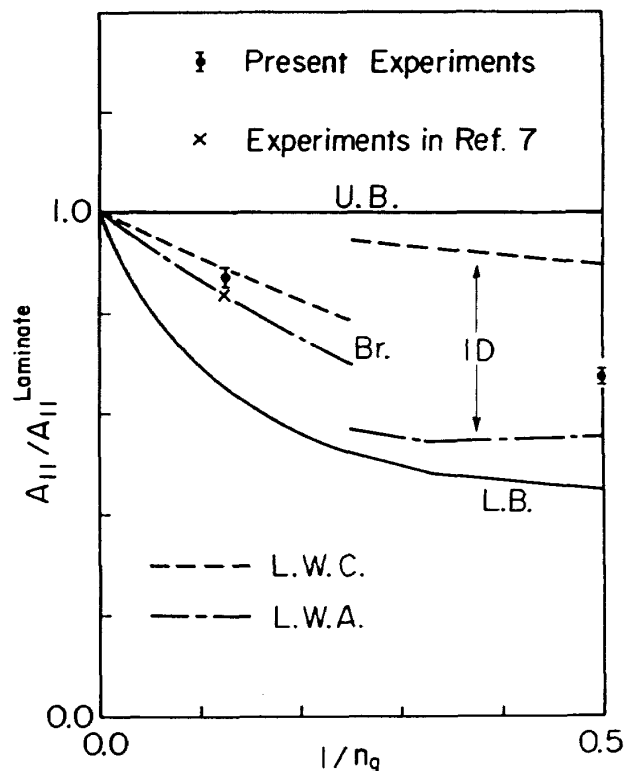
は、母板サイズの都合から 3 本のみとした。[ ] を付した  $V_f$  の値は、母板成形にあたったメーカーによる測定値である。 $G_{0,90}$  は織布の糸方向に沿うせん断剛性で、一方向材の  $G_{LT}$  に相当し、各試験片の  $E_{45}$ ,  $\nu_{45}$  の測定値から次式<sup>29)</sup>により算出した値の平均値である。

$$G_{0,90} = E_{45} / \{2(1 + \nu_{45})\} \quad (23)$$

平織の 4 ply, 8 枚縹子織の 2 ply のものについては軽いゲージによる補強効果が観察されたので、Zimmer の測定結果の平均とゲージの結果とから算出した補正係数をかけたゲージの値を以って、各試験片の結果とした。平織 1 ply の試験片については、顕著な補強効果の故に、ゲージの値は全く信用できなかったため Zimmer の値を以って結果とした。但し、その故に、これだけがややバラツキの大きい測定値となっている。平織 8 ply, 20 ply については補強効果は看取されなかった。ゲージ長と、織り目サイズの近いことの影響は捕捉されなかった。

これらの図において L. W. C. は局所Warping拘束の解、L. W. A. はそれが存在する場合を示す。実験結果と理論解の比較を第 10 ~ 14 図に示す。第 10 図は、h,  $E_{0,90}$ ,  $\nu_{0,90}$  から算出した織布複合材の  $A_{11}$  を、対応する [0/90] クロスプライ積層材の

$A_{11}$  で無次元化した量を、 $1/n_g$  に対してプロットしたものである。後者は表 1 の A の材料定数から算出した。この図は第 7 図を参考にした実験値をプロットしたものである。 $1/n_g = 0.5$  (平織) とし

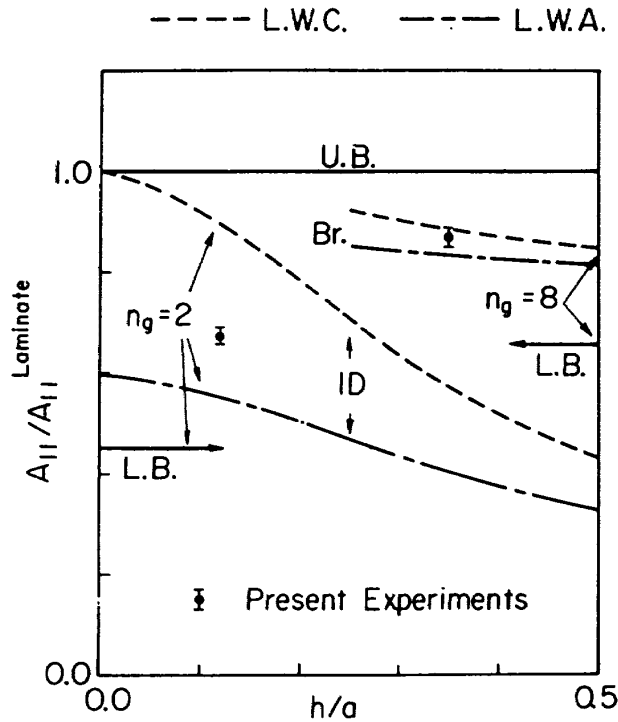


第 10 図 無次元化された面内剛性と  $1/n_g$  の関係についての実験と理論の比較

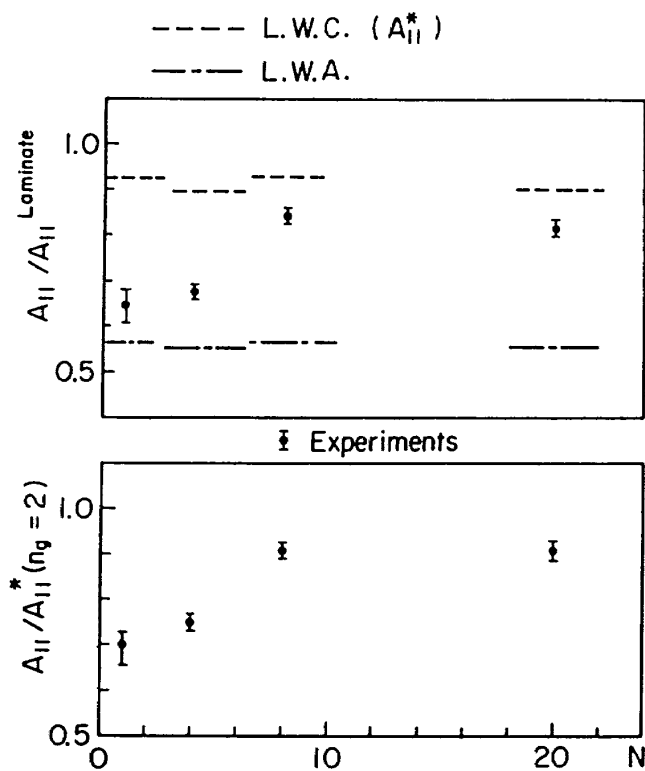
ては4 plyの実験値をとった。図中  $\bar{I}$  は中心の黒丸が本結果の平均を示し、上下の線は実験値の最大と最小を示す。×で示したのは文献7の実験結果

(8 ply)で、すでに第8図に●で示したものである。理論解としては弾性係数の上下界と、 $n_g \geq 4$ については架橋モデルの解を、 $4 \geq n_g \geq 2$ については、一次元クリンプモデルの解を示した。破線はそれぞれのモデルに対応する曲げ完全拘束解を表わす。この図から、8枚縞子織については、実験値はWarping拘束と自由の理論解の間の値となっており、両理論解の差は小さいので、全体として良い一致が得られていることがわかる。文献7の結果についても、大略、同様な値となっている。平織については、両理論解の差は大きく、ここにプロットした4 plyの例ではほぼ両者の中間の値をとっている。

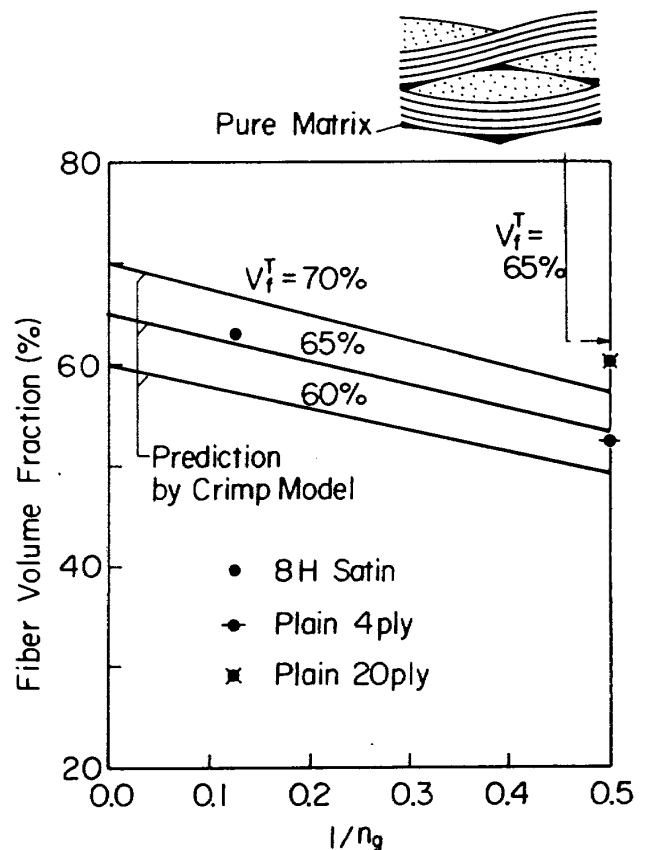
次に、これと同じ実験結果を、織布の織糸の偏平度を示す幾何学量  $h/a$  (プライ厚さと糸幅の比) を横軸にとってプロットしたのが第11図である。この図から、 $h/a$  が小さくなると(糸が偏平になると)両理論解の差は大きくなり、平織の方が縞子織よりはるかに  $h/a$  の影響を受けやすいことがわかる。市場に供給されているカーボン繊維平織織布の  $h/a$  はかなり小さいことは、この事実が経験的に知られて



第11図 板厚/糸幅の比 ( $h/a$ ) と無次元化された面内剛性の関係

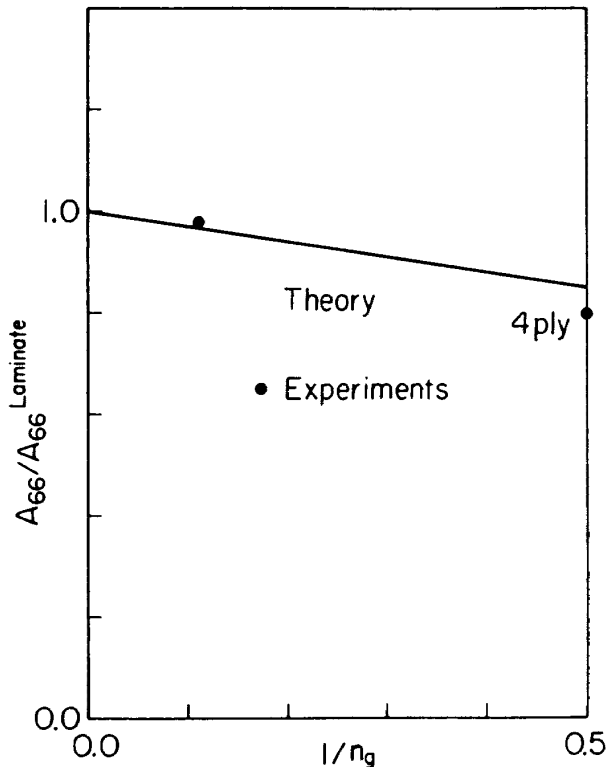


第12図 平織材における面内剛性のプライ数(N)への依存性



第13図  $V_f$  と  $1/n_g$  の関係についての実験と理論の比較





第 14 図 無次元化された面内せん断剛性と  $1/n_g$  の関係

いたことを暗示しているとも考えられる。

8枚縹子織については、理論と実験の良い対応があったが、平織については、なお理論相互に大きな差があり、4 ply の実験結果だけからは、詳細はわからない。この事実の主原因の一つは、5節に述べた局所カップリング項の帰結としての面外変形の拘束の程度にあるものと考えられる。そこで、1 ply から 20 ply までプライ数を変化させて行なった実験の結果を層数 ( $N$ ) を横軸にとって第 12 図に示す。第 12 図の上図は第 10, 11 図と同じく対応する積層板の  $A_{11}$  で無次元化したもの、下図は、 $n_g = 2$  の曲げ完全拘束解（つまり上図の破線の値）で無次元化したものである。上図の理論値が少しずつずれているのは、各  $N$  によって多少  $h/a$  の実測値が異なるためである。この図から、平織材の弾性係数には、顕著な層数依存性があること、1 ply の結果は Warping 自由解に近いがやや大きいこと、層数を増すにつれて弾性係数は増大し、8 ply 程度でかなり上限飽和値に近づくこと、曲げ拘束解で無次元化するとデータの傾向をより直観的に理解しやすくなることなどが看取される。また表 3 も参照すれば、この飽和した弾性係数は 8 枚縹子織の弾性係数に近いこと

がわかる。4 ply の結果がやや低いのは、表 3 にあるように、 $V_f$  が他と比べやや低いこと、樹脂系が他のものと異なることなどが原因と考えられる。本論文の範囲からは逸脱するが、この議論に重大な関係があるのでここに注記しておかねばならないのは、カーボン/エポキシ平織材が顕著な硬化型の（下に凸な曲線となる）非線型を示すことである。従って、前述の  $500 \times 10^{-6}$  より大きな歪を与えて計測すると、より高い値の弾性係数が得られてしまうことを念頭に置いて実験を行なわなければならない。

次に示す面内せん断剛性係数の議論の前提として、第 13 図に繊維体積含有率の実験結果をプロットして示す。実線は第 3 図のレンズ状断面に基づく純マトリックス領域が常に存在するものと仮定した場合の  $V_f$  の理論値で、 $1/n_g$  の一次関数として、

$$V_f = \{ 1 + (2/\pi - 1) \cdot 1/n_g \} V_f^T \quad (24)$$

と書かれる。ここに  $V_f^T$  は糸内の  $V_f$ （即ち一方向材の値）である。これから  $V_f^T = 65\%$  という設定はほぼ裏付けられているものと考えられる。また、矢印は第 13 図の右上に示した、 $n_g = 2$  の一次元的な場合に得られる、最も充填率の高い配列で  $V_f^T = 65\%$  とした時の値である。参考までにこの値は幾何学的関係から得られる次式の結果である。

$$V_f = (2 + 4/\pi)/(2 + \sqrt{2}) \cdot V_f^T \quad (25)$$

実際の試験片の微視的観察から、平織 20 ply の  $V_f$  の高い試験片については、右上の模式図のように組織は詰っており、純マトリックス領域は少ないが、平織 4 ply の  $V_f$  の低い試験片には、多くの純マトリックス領域があることが確かめられた。これらを総合して、(24)、(25) 式は、織物材の  $V_f$  の推算の一つの目安を与え得るものと解される。

最後に、織布複合材の糸に沿う面内せん断特性  $A_{66}/h (= G_{0,90})$  について議論する。理論上、織布複合材の  $A_{66}/h$  が、積層材のそれより小さくなる原因となるのは、前述の  $V_f$  の影響、及び (10) 式の第 4 式に示すように糸のクリンプによって  $xz$  面内の回転が生じ、 $xy$  面内せん断剛性が一方向材のそれからわずかに異なることの 2 つの要因がある。しかし、 $h/a = 0.5$  程度までのクリンプでは後者の影響

はごくわずかである。これを念頭に置き、第13図を参考にしつつ第14図の実験値を検討すると、大略、上述の理論から洞察される結果が現れている。即ち、8枚縹子では $A_{66}/h$ は積層材のそれ即ち $G_{LT}$ とほぼ同一で、平織材で $V_f$ が下がる場合は、それについて $A_{66}/h$ は小さくなる。しかしながら、より精密な議論には、さらに大量の実験が必要であろう。

## 9. 結 論

織布複合材料の力学的特性につき、幾つかの基本的仮定を導入して力学モデルを提案し、これについて解析を行なった。さらに、カーボン/エポキシ織布複合材の板から切り出した、クーボン試験片について引張試験から弾性係数を測定した。この両者を比較検討した結果、以下の結論を得た。

- 1) 織布複合材を2層クロスプライ積層板の集合体とみなしたモザイクモデルと、一様応力或いは一様歪みの仮定から、最も簡単な形の上下界が得られる。この方法は、織布弾性係数の粗い推算に便利である。
- 2) 糸の連続性を考慮した、一次元クリンプモデルによる面内コンプライアンスの解は、モザイクモデルによる上下界よりやや大きくなる。このモデルでは、カップリングコンプライアンスは糸うねりの影響を受けないことが解析的に示される。このモデルによる解は、非線形性まで含めて、著者ら及び他で行なわれた有限要素法による計算結果とよく一致する。これらとの比較により、(10)、(11)式によるような off-axis 剛性評価が、充分に合理的な結果を与えることが判明した。
- 3) 織り目が孤立して分布する縹子織複合材について、この特徴をとらえた架橋モデルを提案し、相対的に剛性の低い織り目領域よりも、周囲の真直な糸を持つ部分の分担する力が大きいと考えることにより、弾性係数の近似解が得られることを示した。
- 4) カーボン/エポキシの8枚縹子織材の糸方向の面内弾性係数については、理論と実験はよく一致する。
- 5) 平織材の糸方向の弾性係数の理論値は曲げ自由と曲げ拘束で大きな差を示し、実験値はこの間の

値となる。そして、層数を増すと弾性係数が増大し、本実験では8ply程度で上限値に近くなるという顕著な層数依存性が捕捉された。この上限値は8枚縹子織りの弾性係数に近い。この主たる原因は、局所カップリング効果の拘束の程度が他の層の介在により異なるためと考えられる。

- 6) 織布材、特に平織材の弾性係数は、層数/糸幅比に大きく影響される。やはり実験値は2つの理論解の間の値となっている。
- 7) 平織材では、 $V_f$ が積層材や、8枚縹子等の $n_g$ の大きな織布材よりやや低下する傾向が、実験的、理論的に確かめられた。
- 8) 面内せん断弾性係数については、糸のクリンプの影響は小さく、 $n_g$ が小となるにつれ生じやすくなる $V_f$ の低下に影響される可能性が大きいことが明らかとなった。
- 9) 以上を総合して、すでに提案された力学モデルのうち、架橋モデルについては縹子織材の弾性係数の記述に極めて有用であること、クリンプモデルは、層数により変動する平織材の弾性係数の上下限の推定に有効であること、が確認された。

## 謝 辞

最後にあたり、有益な御討論を賜ったデラウェア大学のT. W. Chou教授及びGeneral Electric Co.のC. Zweben博士に謝意を表す。また、試験片を提供していただいた川崎重工業(株)及び三菱レイヨン(株)の御関係の方々に深甚の謝意を表す。

## 参 考 文 献

- 1) I. Kimpara, A. Hamamoto and M. Takehana : Analysis of First Knee Behavior of Woven Roving Composites, Transactions of Japan Society of Composite Materials, Vol.3, Dec. 1977, pp. 21-26.
- 2) Y. Tada, T. Ishikawa and E. Nakai : Tests of CFRP Spar/Rib Models with Corrugated Web, Proc. 1st Japan-U. S. Conference of Composite Materials, K. Kawata & T. Akasaka eds., Japan Soc.

- Composite Materials, Tokyo 1981, pp. 461-470.
- 3) J. E. McCarty, R. W. Johnson and D. R. Wilson : 737 Graphite-Epoxy Horizontal Stabilizer Certification, AIAA Paper 82-0745, AIAA 23rd SDM Conference, part 1, New Orleans, May 1982, pp.307-322.
  - 4) T. Hirai and T. Senba : On the Mechanical Behavior of Fabric-strengthened Composites Considering Three-Dimensional Cross-Linked Structure, Proceedings of the Third International Conference on Composite Materials, ed. by A. R. Bunsell, et. al., Pergamon Press (1980), pp.357-371.
  - 5) 吉野利男, 大塚年久 : FRP平織ガラス積層板モデルの内部応力解析, 日本機械学会論文集(A), 第47巻, 第420号(1981), pp. 771 - 779.
  - 6) J. Kavelka : Thermal Expansion of Composites with Canvas-Type Reinforcement and Polymer Matrix, Proceedings of the Third International Conference on Composite Materials, ed. by A. R. Bunsell, et. al., Pergamon Press (1980), pp.770-782.
  - 7) C. Zweben and J. C. Norman : Kevlar 49/Thornel 300 Hybrid Fabric Composites for Aerospace Applications, SAMPE Quarterly, July 1976, p.1.
  - 8) 西村明, 松田滋 : 炭素繊維織物の設計とコンポジット物性, 強化プラスチック, 第26巻, 第3号(1980), pp. 96 - 101.
  - 9) 野口義男 : 炭素繊維織物複合材のせん断強度特性, 第23回構造強度講演会予稿集, 1981, pp. 170 - 173.
  - 10) F. Ko, J. Bruner, A. Pastore and F. Scardino : Development of Multi-Bar Weft-Insert Warp Knit Glass Fabrics for Industrial Applications, Journal of Engineering for Industry, Vol.102, Nov. 1980, pp.333-341.
  - 11) T. Ishikawa : Anti-Symmetric Elastic Properties of Composite Plates of Satin Weave Cloth, Fibre Science and Technology, Vol.15, Sept. 1981, pp.127-145.
  - 12) T. Ishikawa and T. W. Chou : Elastic Behavior of Woven Hybrid Composites, Journal of Composite Materials, Vol.16, Jan. 1982, pp.2-19.
  - 13) T. Ishikawa and T. W. Chou : One Dimensional Micromechanical Analysis of Woven Fabric Composites, AIAA Journal, Vol.21, Dec. 1983, pp.1714-1721.
  - 14) T. Ishikawa and T. W. Chou : Stiffness and Strength Behavior of Woven Fabric Composites, Journal of Materials Science, Vol.17, Nov. 1982, pp.3211-3220.
  - 15) 日本繊維機械学会編 : 基礎繊維工学 [Ⅲ] 一布の構造と性質, 日本繊維機械学会, 東京, 1967, pp. 1 - 34.
  - 16) S. W. Tsai, "Structural Behavior of Composite Materials," NASA CR-71, July 1964.
  - 17) 林 毅編 : 複合材料工学, 日科技連出版社, 東京, 1971, pp. 538 - 554.
  - 18) R. M. Jones, *Mechanics of Composite Materials*, Scripta, Washington, D. C., 1975.
  - 19) R. M. Christensen : *Mechanics of Composite Materials*, J. Wiley, 1979.
  - 20) 山田嘉昭, 横内康人 : 有限要素法による弾塑性解析プログラミング - EPIC - IV 解説, 培風館, 東京, 1981.
  - 21) L. B. Greszczuk : Theoretical and Experimental Studies on properties and Behavior of Filamentary Composites, SPI 21st Conf., Chicago, Illinois (1966), Sect. 8-A.
  - 22) 植村益次, 山田直樹 : 炭素繊維強化プラスチック材の弾性係数, 材料, 第24巻, 第257号(1975), pp. 156 - 163.

- 23) 市田和夫, 態井規, 砂川恵: 抵抗線式歪ゲージの忠実性に関する一考察, 日本航空宇宙学会誌, 第20巻, 第216号(1972), pp. 16-21.
- 24) 石川隆司: 絹子織織布を用いた複合材板の巨視力学特性, 第22回構造強度講演会予稿集, 1980, pp. 108 - 111.
- 25) 川崎重工業株式会社: 私信.
- 26) 東レ株式会社編: 技術資料G02, 1982. 6.
- 27) 三菱レイヨン株式会社編: 技術資料No. 2.
- 28) 石川隆司, 小山一夫, 小林繁夫: カーボンコンポジットとカーボンの弾性係数, 日本航空宇宙学会誌, 第23巻, 第263号(1975), pp. 678 - 684.

---

## 航空宇宙技術研究所報告 808号

昭和59年5月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182  
印刷所 株式会社 東京プレス  
東京都板橋区桜川2-27-12

---

Printed in Japan