

ISSN 0389-4010  
UDC 533.6.011.3:  
518.61.

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-816

高レイノルズ数遷音速流翼型解析

プログラムNSFOILの開発

河合伸坦・廣瀬直喜

1984年6月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

## 目 次

1. まえがき .....	1
2. 基礎方程式の変換 .....	2
3. 境界条件 .....	4
4. 乱流モデル .....	5
5. 数値解法 .....	6
6. 翼境界上の IAF 法 .....	9
7. プログラム .....	9
8. 数値計算結果 .....	14
9. まとめ .....	19
参考文献 .....	19
付録 A. プログラムの使用手引 .....	21
A 1. プログラム使用例 .....	21
A 2. 入力変数 .....	21
A 2.1. ケースタイトルカード .....	21
A 2.2. NAMELIST/FI/ の入力変数 .....	21
A 2.3. NAMELIST/A/ の入力変数 .....	21
A 2.3.1. 格子に関係した入力変数 .....	21
A 2.3.2. 物理条件に関係した入力変数 .....	22
A 2.3.3. 解法に関係した入力変数 .....	22
A 2.3.4. LP 出力に関係した入力変数 .....	22
A 2.3.5. プロッタ出力に関係した入力変数 .....	23
A 3. LP 出力 .....	24
A 3.1. 表題出力 .....	24
A 3.2. 入力データ・イメージの出力 .....	24
A 3.3. 入力変数一覧の出力 .....	24
A 3.4. JACOBIAN MAP の出力 .....	24
A 3.5. 翼面および wake cut 上の情報の出力 .....	24
A 3.6. データ履歴の出力 .....	24
A 3.7. 計算終了時の情報出力 .....	24
A 3.8. 指定 $\zeta$ ラインの流れ場情報の出力 .....	24
A 3.9. 全流れ場での圧力の出力 .....	25
A 3.10. 全流れ場での密度の出力 .....	25
A 3.11. 全流れ場での局所マッハ数の出力 .....	25
A 3.12. $C_p, C_f (k=1)$ の出力 .....	25
A 3.13. $M_1, P/P_0, \rho, u, v, \text{ 内部エネルギー } (k=1)$ の出力 .....	25
A 3.14. 境界層内状況の出力 .....	25
A 3.15. 全流れ場情報の出力 .....	26
A 4. プロッタ出力 .....	26
A 4.1. 翼付近の等圧力線図 .....	26

A 4.2.	翼付近の等密度線図	26
A 4.3.	翼付近の等マッハ数線図	26
A 4.4.	翼上 $C_p$ 分布図	26
A 4.5.	格子分布図	26
A 4.6.	速度ベクトル図	26
A 4.7.	$C_L, C_D, C_M$ の収束状況図	26
A 4.8.	$C_L$ の収束状況図	26
A 4.9.	$C_D$ の収束状況図	26
A 4.10.	$C_M$ の収束状況図	26
A 4.11.	$C_{p,peak}$ の収束状況図	26
A 4.12.	残差の収束状況図	26

# 高レイノルズ数遷音速流翼型解析 プログラムNSFOILの開発\*

河 合 伸 坦\*\* 廣瀬直喜\*\*

Development of the Code NSFOIL for Analizing  
High Reynolds Number Transonic Flow around an Airfoil

Nobuhiro KAWAI, Naoki HIROSE

## Abstract

A computer code, called NSFOIL, has been developed for analyzing high Reynolds number transonic flow around an airfoil. The implicit approximate factorization scheme for the Navier-Stokes (NS) equations with an algebraic eddy viscosity model of the turbulent boundary layer is used with the implicit boundary condition on the airfoil and the wake cut boundary. The present code contains various option parameters for physical models, and I/O forms, i.e., full or thin layer approximate NS equations, fully turbulent or transition models of boundary layer, etc. Emphasis is put on the various output forms of the computed results to provide aerodynamics designers with full information on aerodynamic, boundary layer and wake characteristics including shock-induced separation and trailing edge separation phenomena. Some of the computed results are presented and compared with the wind tunnel experiment results. In the appendix, the operation manual of the code is described.

## 1. まえがき

航空宇宙技術研究所では、空気力学（空力）研究者および技術者のために、遷音速流の空力解析・設計のソフトウェアの開発が活発に行なわれている。その一環として、高 Reynolds ( $R_e$ ) 数遷音速流翼型解析プログラム NSFOIL を研究開発したので、ここに報告する。

翼型まわりの高  $R_e$  数遷音速粘性流を差分法により数値解析するために、時間平均2次元 Navier - Stokes 方程式(NS式)に、代数乱流モデルを取り入れたものを扱う。特に高い  $R_e$  数を対象とする翼

型解析では、境界層、伴流を十分な精度で解析するために格子幅を非常に小さくする必要がある。それ故、数値解法として従来の陽解法を採用すると、Courant - Friedrichs - Lewy (CFL) の安定条件を満たすには時間刻み  $\Delta t$  が小さくなり過ぎて、計算効率の点で好ましくない。そこで CFL 条件による制限を受けずに、 $\Delta t$  を比較的大きくとれるように、Beam と Warming<sup>1)</sup> は IAF 法 (implicit approximate factorization scheme) という陰解法を考案した。これは直交 (Cartesian) 座標系での定式化であるため、通常の翼型まわりの流れの数値解析には不適当である。そこで直交座標系から一般曲線座標系への NS 式の保存型変換を Viviand<sup>2)</sup> が示した。Steger<sup>3)</sup> は翼型まわりの非直交曲線座標系で表わした薄層近似した NS 式について IAF 法を適用し、効率的な

\* 昭和59年3月16日受付

\*\* 空気力学第二部

高  $R_e$  数遷音速流翼型解析法を提案した。Steger が翼境界条件の差分解法上の扱いに簡略化したモデルを用いたのに対して、Thomas<sup>5)</sup>は物体上の境界条件を陰的に取扱い平板およびノズルについて流れを数値解析した。一方、Beam と Warming<sup>6)</sup>は、薄層近似でない完全な NS 式について、直交座標系で IAF 法の定式化を示した。

我々はこれらの研究成果を参考として、完全な NS 式(薄層近似 NS 式と Euler 式は選択可能)に対し、翼型まわりの非直交曲線座標系で IAF 法を適用する。境界でも陰的に扱うと安定性が高まると考えて、翼面上の境界条件を陰的に取扱い、また wake cut 境界上で上下面をつなげて内点化して陰的に扱う改良を加える。乱流モデルとしては Baldwin と Lomax<sup>7)</sup> の 2 層代数モデルを用いる。ここに用いる格子系としては、Poisson 方程式の数値解を基礎とする物体適合座標格子形成汎用プログラム「AF MESH」<sup>8)</sup>を使って作製した格子を入力するが、その他の方法により構成した格子を利用することができる。

本報告では、基礎方程式、境界条件、乱流モデル、数値解法、プログラム、計算結果の一部について述べるとともに、付録にプログラムの使用法について簡略に記す。

## 2. 基礎方程式の変換

2 次元時間平均 Navier Stokes 方程式を基礎方程式とする。無次元化については、座標は翼弦長  $c$  によって、密度は一様流密度  $\rho_\infty$  によって、速度成分は一様流の音速  $a_\infty$  によって、時間は  $c/a_\infty$  によって、粘性係数は一様流の温度から決まる粘性係数によって、圧力  $p$  と総エネルギー  $e$  は  $\rho_\infty a_\infty^2$  によって、応力テンソルの成分は  $\mu_\infty a_\infty/c$  によって、温度は一様流の温度  $T_\infty$  によって無次元化する。通常の定義によるレイノルズ数を  $R_N$  とし、本論文での代表速度を  $a_\infty$  としたレイノルズ数を  $R_e$  とすると、それらはそれぞれ(1)式で与えられる。

$$R_N = \frac{\rho_\infty U_\infty c}{\mu_\infty}, \quad R_e = \frac{\rho_\infty a_\infty c}{\mu_\infty} \quad (1)$$

こうして保存形の NS 式は次のようになる。

$$\partial_t \mathbf{q} + \partial_x \mathbf{E} + \partial_y \mathbf{F} = \frac{1}{R_e} (\partial_x \mathbf{R} + \partial_y \mathbf{S}) \quad (2)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(e+p) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{F} &= \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ v(e+p) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ R_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ S_4 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

であり、

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= \frac{4}{3} \mu u_x - \frac{2}{3} \mu v_y, \\ \tau_{xy} &= \mu u_y + \mu v_x, \\ \tau_{yy} &= \frac{4}{3} \mu v_y - \frac{2}{3} \mu u_x, \\ R_4 &= u \tau_{xx} + v \tau_{xy} + \frac{\mu}{p_r(\gamma-1)} \partial_x a^2, \\ S_4 &= u \tau_{xy} + v \tau_{yy} + \frac{\mu}{p_r(\gamma-1)} \partial_y a^2 \end{aligned} \quad (4)$$

であり、そして

$$\begin{aligned} p &= (\gamma-1) \left[ e - \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2) \right], \\ a^2 &= \gamma (\gamma-1) \left[ \frac{e}{\rho} - \frac{1}{2} (u^2 + v^2) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

である。ここで Stokes の仮説  $\lambda = -\frac{2}{3} \mu$  を用いた。 $\gamma$  は比熱比である。粘性係数は次のように見積られる。

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_l + \mu_t, \\ \frac{\mu}{Pr} &= \frac{\mu_l}{Pr_l} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで添字  $l$  は層流部分を、添字  $t$  は乱流部分を表わす。即ち、 $\mu_l$  は Southerland の公式から見積ら

れ、 $\mu_t$  は渦粘性係数であり乱流モデルにより見積られる。Prandtl 数については、空気の場合、 $Pr_t = 0.72$ ,  $Pr_f = 0.9$  である。

任意の曲線座標系に対応して数値計算できるよう、一般的な座標変換

$$\begin{cases} \xi = \xi(x, y) \\ \eta = \eta(x, y) \end{cases} \quad (7)$$

を用いると、chain rule と行列の演算によって、Jacobian と metrics の関係式は、

$$\begin{aligned} J &= \xi_x \eta_y - \xi_y \eta_x \\ &= 1/(x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \xi_x = J y_\eta, \quad \xi_y = J x_\eta \\ \eta_x = -J y_\xi, \quad \eta_y = J x_\xi \end{cases} \quad (9)$$

と表わされる。

基礎方程式(2)式を(7)式によって座標変換すると、

$$\partial_t \widehat{q} + \partial_\xi \widehat{E} + \partial_\eta \widehat{F} = \frac{1}{R_e} (\partial_\xi \widehat{R} + \partial_\eta \widehat{S}) \quad (10)$$

となる。ただし、

$$\begin{aligned} \widehat{q} &= \frac{1}{J} \mathbf{q}, \quad \widehat{E} = \frac{1}{J} (\xi_x \mathbf{E} + \xi_y \mathbf{F}), \\ \widehat{F} &= \frac{1}{J} (\eta_x \mathbf{E} + \eta_y \mathbf{F}) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\widehat{R} = \frac{1}{J} (\xi_x \mathbf{R} + \xi_y \mathbf{S}), \quad \widehat{S} = \frac{1}{J} (\eta_x \mathbf{R} + \eta_y \mathbf{S}) \quad (12)$$

である。反変速度を

$$\begin{cases} U = \xi_x u + \xi_y v \\ V = \eta_x u + \eta_y v \end{cases} \quad (13)$$

と定義すると、(11)式から

$$\begin{aligned} \widehat{E} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ (\epsilon + p) U \end{bmatrix}, \\ \widehat{F} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ (\epsilon + p) V \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

となる。また(12)式から

$$\begin{aligned} \widehat{R} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{xy} \\ \xi_x \tau_{xy} + \xi_y \tau_{yy} \\ \xi_x R_4 + \xi_y S_4 \end{bmatrix}, \\ \widehat{S} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{xy} \\ \eta_x \tau_{xy} + \eta_y \tau_{yy} \\ \eta_x R_4 + \eta_y S_4 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

であり、応力テンソルの成分については、chain rule により、

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= \frac{4}{3} \mu (\xi_x u_\xi + \eta_x u_\eta) - \frac{2}{3} \mu (\xi_y v_\xi + \eta_y v_\eta), \\ \tau_{xy} &= \mu (\xi_y u_\xi + \eta_y u_\eta) + \mu (\xi_x v_\xi + \eta_x v_\eta), \\ \tau_{yy} &= \frac{4}{3} \mu (\xi_y v_\xi + \eta_y v_\eta) - \frac{2}{3} \mu (\xi_x u_\xi + \eta_x u_\eta) \end{aligned} \quad (16)$$

と変換される。(15)式と(16)式から粘性項をまとめると、

$$\begin{aligned} \widehat{R} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \widetilde{R}_2 \\ \widetilde{R}_3 \\ \widetilde{R}_4 \end{bmatrix}, \quad \widehat{S} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \widetilde{S}_2 \\ \widetilde{S}_3 \\ \widetilde{S}_4 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \widetilde{R}_2 &= \mu \left( \frac{4}{3} \xi_x^2 + \xi_y^2 \right) u_\xi + \frac{1}{3} \mu \xi_x \xi_y v_\xi \\ &\quad + \mu \left( \frac{4}{3} \xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y \right) u_\eta \\ &\quad + \mu \left( -\frac{2}{3} \xi_x \eta_y + \xi_y \eta_x \right) v_\eta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widetilde{R}_3 &= \frac{1}{3} \mu \xi_x \xi_y u_\xi + \mu \left( \xi_x^2 + \frac{4}{3} \xi_y^2 \right) v_\xi \\ &\quad + \mu \left( \xi_x \eta_y - \frac{2}{3} \xi_y \eta_x \right) u_\eta \\ &\quad + \mu \left( \xi_x \eta_x + \frac{4}{3} \xi_y \eta_y \right) v_\eta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widetilde{R}_4 &= \widetilde{R}_2 u + \widetilde{R}_3 v \\ &\quad + \frac{\mu}{P_r(r-1)} \left[ (\xi_x^2 + \xi_y^2) \partial_\xi a^2 \right. \\ &\quad \left. + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \partial_\eta a^2 \right] \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
\tilde{S}_2 &= \mu \left( \frac{4}{3} \xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y \right) u_\xi \\
&+ \mu \left( \xi_x \eta_y - \frac{2}{3} \xi_y \eta_x \right) v_\xi + \mu \left( \frac{4}{3} \eta_x^2 + \eta_y^2 \right) u_\eta \\
&+ \frac{1}{3} \mu \eta_x \eta_y v_\eta, \\
\tilde{S}_3 &= \mu \left( -\frac{2}{3} \xi_x \eta_y + \xi_y \eta_x \right) u_\xi \\
&+ \mu \left( \xi_x \eta_x + \frac{4}{3} \xi_y \eta_y \right) v_\xi + \frac{1}{3} \mu \eta_x \eta_y u_\eta \\
&+ \mu \left( \eta_x^2 + \frac{4}{3} \eta_y^2 \right) v_\eta \\
\tilde{S}_4 &= \tilde{S}_2 u + \tilde{S}_3 v + \frac{\mu}{P_r(\gamma-1)} \\
&\times \left[ (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \partial_\xi a^2 + (\eta_x^2 + \eta_y^2) \partial_\eta a^2 \right]
\end{aligned} \tag{19}$$

となる。以上のすべての項を含むものを完全な NS 式と呼ぶ。

翼境界および wake cut 境界に沿う方向の曲線座標軸を  $\xi$  方向とし、これらの境界から離れる方向の曲線座標軸を  $\eta$  方向とする。粘性層を横切る方向は  $\eta$  方向であり、この方向に物理量の変化が激しいので、 $\eta$  方向の格子間隔を  $\xi$  方向と比べて十分に小さくする必要がある。この傾向はレイノルズ数が高ければ高い程、顕著である。従って  $\eta_x, \eta_y$  を 0 次または 1 次に含む項は、 $\eta_x, \eta_y$  を 2 次に含む項より十分に小さいので無視する。即ち  $\partial_\xi R$  の項および  $\tilde{S}_2, \tilde{S}_3, \tilde{S}_4$  の中の  $\xi$  微分項を無視する。この仮定を薄層近似と呼び、計算時間の節約になるのでしばしば使われる。薄層近似は粘性項の評価において境界層近似と同じであるが、圧力項に近似を入れない点、および運動量の式を 2 つとも残す点において境界層近似と異なり、剥離を含む流れに対して特異性を示さない。

### 3. 境界条件

図 1 に示すように、翼を囲む有限な物理空間を計算領域とする。もしも無限な物理空間とすると、無限遠で Jacobian  $J = 0$  となり、保存性の定式化では無限遠が特異点となってしまう。翼の後縁 J 点から下流の E 点まで cut を入れるので、JE 間を wake

cut 境界と呼ぶ。翼から離れた境界では、CBAD 間を遠方境界と呼び、CED 間を下流境界と呼ぶことにする。

まず遠方境界 CBAD では、列ベクトル 4 成分のすべてを一様流の状態として与える。即ち、

$$\begin{aligned}
\rho &= \rho_\infty = 1, u = u_\infty = M_\infty \cos \alpha, \\
v &= v_\infty = M_\infty \sin \alpha, p = p_\infty = 1/\gamma
\end{aligned} \tag{20}$$

ただし  $\alpha$  は迎角。または、ベクトルの成分で表わすと、

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ M_\infty \cos \alpha \\ M_\infty \sin \alpha \\ e_\infty \end{bmatrix} \tag{21}$$

ただし、

$$e_\infty = \frac{1}{\gamma(\gamma-1)} + \frac{1}{2} M_\infty^2 \tag{22}$$

この境界条件は微分方程式としては過剰条件であり、安定ではあるが精度が落ちる恐れがある。<sup>9)</sup> このため、遠方境界は翼から十分に離れていなければならず、

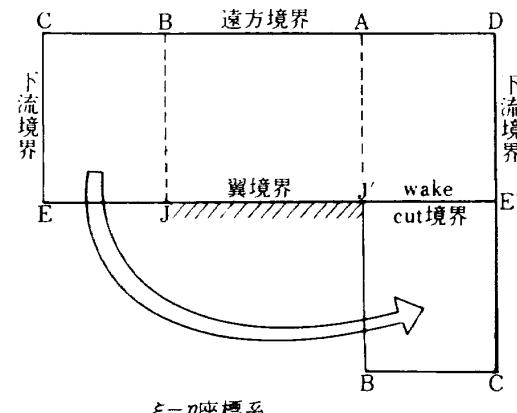
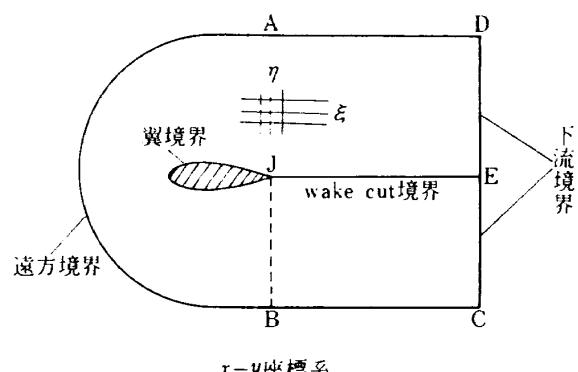


図 1 計算領域と境界

普通、翼弦長の 8 倍から 16 倍の距離に遠方境界を置く。

次に、下流境界において亜音速では、行列  $\hat{A} = \partial \hat{E} / \partial \hat{q}$  の固有値 4 個のうち 1 個が負であるため、 $\hat{q}$  情報 4 個のうち 1 個が下流から上流へ伝わるから、下流境界で 1 個の変数を与えなければならない。そこで広く用いられ、物理的にも一様流への回復の速い静圧力を一様流の値とする。即ち、下流境界で

$$p = p_\infty = 1/r \quad (23)$$

とする。他の変数  $\rho, u, v$  については、一様流に近い方向をもつ座標  $\xi$  に沿って 1 次外挿を施す。なお Pulliam<sup>10)</sup> の方法を参考にして、下流境界条件を陰的に扱う試みをしたが、陽的に扱う場合と数値計算結果が同じになるので、計算時間の節約のため陽に扱う方法を探ることとした。

翼境界では、滑りなし条件

$$u = v = 0 \quad (24)$$

と断熱条件

$$\frac{\partial T}{\partial \eta} = 0 \quad (25 \text{ a})$$

ただし

$$T = a^2 = r(r-1) \left[ \frac{\rho}{\rho} - \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \right] \quad (25 \text{ b})$$

を課す。ここで、翼境界に対する法線方向と翼から離れる方向の座標  $\eta$  の方向とが翼面上で一致する事が仮定されている。即ち、 $\xi - \eta$  座標系が翼上で直交する必要がある。格子形成のソフトウェア AFM ESH では、翼上で格子の直交性を保つことができる。エネルギー式に条件 (25) 式と (24) 式を組み込んで、連続の式と条件式 (24) 式とともに、4 個の方程式が構成されるから、内点と同様に翼境界点でも IAF 法を適用する (6 章で詳述)。

wake cut 境界では、外挿または内挿による境界点としての扱いはせず、未知量として方程式に組み込む内点としての陰的な扱いをする。即ち、 $\xi$  方向にブロック 3 項方程式を構成するときには、計算領域を境界 EJ, JJ' (翼境界), J'E' を含めた CEE'D とする。また、 $\eta$  方向にブロック 3 項方程式を構成するときには、wake cut の上下を図 1 の矢印の方向に接続してできる領域 ABCD および領域 BJJ'A

に対して演算する。このとき、領域 CEJB の反転に伴ない、metrics の正負の反転および  $\xi, \eta$  微分の向きの反転が起り、両者がうまく打ち消し合って、wake cut の接合が良好である点に注意されたい。

#### 4. 乱流モデル

本プログラムでは、Baldwin と Lomax<sup>7)</sup> の代数乱流モデルを取り入れたので、これについて説明する。NS 式では境界層の端の定義が難しく、従って境界層の厚さの精度が悪くなる。そのため、境界層方程式の解法には良く使用され評価の高い Cebeci<sup>11)</sup> の代数乱流モデル等では、境界層の厚さを使っているので outer layer での渦粘性係数の精度が NS 式では悪くなる。Baldwin 他の乱流モデルは境界層の端を見い出す必要がない点で改良となっている。このモデルは剥離流を計算することができるが、剥離点と再付着点の位置に境界層厚さ程度の誤差を生じる。

まず、翼面から垂直な長さを  $S$  とする。次に渦粘性係数  $\mu_t$  を 2 層に分ける。即ち、

$$\mu_t = \begin{cases} (\mu_t)_{\text{inner}} & S \leq S_{\text{crossover}} \\ (\mu_t)_{\text{outer}} & S > S_{\text{crossover}} \end{cases} \quad (26)$$

である。ここで  $S_{\text{crossover}}$  とは、 $(\mu_t)_{\text{inner}} \geq (\mu_t)_{\text{outer}}$  を与える最小の  $S$  の値である。

内層の渦粘性係数  $(\mu_t)_{\text{inner}}$  は Prandtl-van Driest の公式を使って、

$$(\mu_t)_{\text{inner}} = R_e \cdot \rho l^2 |\omega| \quad (27)$$

とする。右辺の  $l$  は混合長であり、次式で与える。

$$l = C_K S [1 - \exp(-S^+/A^+)] \quad (28)$$

渦度  $\omega$  は、

$$|\omega| = \left| \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right| \quad (29)$$

である。また、翼面上の密度  $\rho_w$ 、粘性係数  $(\mu_t)_w$  により、

$$S^+ = R_e^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{\rho_w |\omega_w|}{(\mu_t)_w} \right]^{\frac{1}{2}} S \quad (30)$$

である。

外層の渦粘性係数  $(\mu_t)_{\text{outer}}$  は、Clauser の公式から、次式で与える。

$$(\mu_t)_{\text{outer}} = R_e K C_{CP} \rho F_{\text{WAKE}} F_{\text{KLEB}} \quad (31)$$

ただし

$$F_{\text{WAKE}} = \min \left( S_{\max} F_{\max}, \frac{C_{\text{WK}} S_{\max} U_{\text{DIF}}^2}{F_{\max}} \right) \quad (32)$$

ここで  $S_{\max}$  と  $F_{\max}$  は、

$$F(S) = \begin{cases} S |\omega| [1 - \exp(-S^+/A^+)] & (\text{翼上}) \\ S |\omega| & (\text{伴流上}) \end{cases} \quad (33)$$

の最大値から求める。 $S_{\max}$  が長さの基準、 $F_{\max}$  が速度の基準となっているわけである。次に Klebanoff の間欠係数を次式で与える。

$$F_{\text{KLEB}}(S) = \left[ 1 + 5.5 \left( \frac{C_{\text{KLEB}} \cdot S}{S_{\max}} \right)^6 \right]^{-1} \quad (34)$$

終わりに (32) 式の  $U_{\text{DIF}}$  は、

$$U_{\text{DIF}} = (u^2 + v^2)^{\frac{1}{2}} S_{\max} - \begin{cases} \min(u^2 + v^2)^{\frac{1}{2}} & (\text{伴流上}) \\ 0 & (\text{翼上}) \end{cases} \quad (35)$$

境界層の遷移については、ある  $\eta$  軸上のすべての点で、 $\mu_t < C_{\text{MUTM}}$

を満たすならば、その  $\eta$  軸上では層流であると判定して、 $\mu_t = 0$

で置き換える。

以上で定数については、

$$A^+ = 26, \quad C_{CP} = 1.6,$$

$$C_{\text{KLEB}} = 0.3, \quad C_{\text{WK}} = 0.25,$$

$$k = 0.4, \quad K = 0.0168,$$

$$Pr_l = 0.72, \quad Pr_t = 0.9,$$

$$C_{\text{MUTM}} = 14$$

と定める。

なお、伴流上で  $\mu_t$  の評価については、外層の公式だけを用いる。

後縁の近くでは、 $\mu_t$  が内層の公式から外層の公式（伴流）へ階段的に変わる。この不自然さを和らげるために、緩和モデル<sup>12)</sup>を用いる。後縁の  $\eta$  軸上の渦粘性係数を  $(\mu_t)_{\text{TE}}$  とすると、緩和された渦粘

性係数は

$$(\mu_t)_{\text{RELAX}} = (\mu_t)_{\text{TE}} + [\mu_t - (\mu_t)_{\text{TE}}] \times \left[ 1 - \exp \left( -\frac{x - x_{\text{TE}}}{\lambda S_{\max} / C_{\text{KLEB}}} \right) \right] \quad (38)$$

で与える。ここで  $x_{\text{TE}}$  は後縁の  $x$  座標であり、 $\lambda$  は緩和係数であり 10 ~ 50 の値をとる。本来 (38) 式の指數関数的変化は流線に沿って起こるのであるが、簡単化のため  $\xi$  軸上で計算する。プログラム上この緩和モデルは選択可能となっている。

## 5. 数値解法

ここでは、本プログラムで採用した陰的な時間依存衝撃波捕獲形差分法である IAF 法について簡単に説明する。

基礎方程式 (10) 式において粘性項  $\hat{R}, \hat{S}$  を  $\xi$  微分項と  $\eta$  微分項に別けて、時間方向に次のように差分化する。

$$\begin{aligned} & \frac{\hat{q}^{(n+1)} - \hat{q}^{(n)}}{\Delta t} + \partial_\xi \hat{E}^{(n+1)} + \partial_\eta \hat{F}^{(n+1)} \\ &= \frac{1}{R_e} \left[ \partial_\xi \hat{R}_{(\xi)}^{(n+1)} + \partial_\xi \hat{R}_{(\eta)}^{(n)} + \partial_\eta \hat{S}_{(\xi)}^{(n)} + \partial_\eta \hat{S}_{(\eta)}^{(n+1)} \right] \end{aligned} \quad (39)$$

即ち、交差差分項を時間ステップ (n) で評価するのである。微分記号  $\partial_\xi, \partial_\eta$  を演算子とすると、形式化できて、

$$\hat{A} = \frac{\partial \hat{E}}{\partial \hat{q}}, \quad \hat{E}^{(n+1)} = \hat{E}^{(n)} + \hat{A}^{(n)} \Delta \hat{q},$$

$$\hat{B} = \frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{q}}, \quad \hat{F}^{(n+1)} = \hat{F}^{(n)} + \hat{B}^{(n)} \Delta \hat{q},$$

$$\hat{N} = \frac{\partial \hat{R}_{(\xi)}}{\partial \hat{q}}, \quad \hat{R}_{(\xi)}^{(n+1)} = \hat{R}_{(\xi)}^{(n)} + \hat{N}^{(n)} \Delta \hat{q},$$

$$\hat{M} = \frac{\partial \hat{S}_{(\eta)}}{\partial \hat{q}}, \quad \hat{S}_{(\eta)}^{(n+1)} = \hat{S}_{(\eta)}^{(n)} + \hat{M}^{(n)} \Delta \hat{q} \quad (40)$$

ただし、 $\Delta \hat{q} = \hat{q}^{(n+1)} - \hat{q}^{(n)}$ 。 (40) 式を (39) 式に代入すると、

$$\begin{aligned} & \left[ I + \Delta t \partial_\xi \hat{A}^{(n)} + \Delta t \partial_\eta \hat{B}^{(n)} \right. \\ & \left. - \frac{\Delta t}{R_e} \partial_\xi \hat{N}^{(n)} - \frac{\Delta t}{R_e} \partial_\eta \hat{M}^{(n)} \right] \Delta \hat{q} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -\Delta t \partial_\xi \widehat{E}^{(n)} - \Delta t \partial_\eta \widehat{F}^{(n)} \\
 &\quad + \frac{\Delta t}{R_e} \partial_\xi \widehat{R}^{(n)} + \frac{\Delta t}{R_e} \partial_\eta \widehat{S}^{(n)} + O(\Delta t^2)
 \end{aligned} \tag{41}$$

となる。この式の左辺を  $\xi$  微分と  $\eta$  微分に因子分解すると、

$$\begin{aligned}
 \text{左辺} &= \left[ I + \Delta t \partial_\xi \widehat{A}^{(n)} - \frac{\Delta t}{R_e} \partial_\xi \widehat{N}^{(n)} \right] \\
 &\quad \times \left[ I + \Delta t \partial_\eta \widehat{B}^{(n)} - \frac{\Delta t}{R_e} \partial_\eta \widehat{M}^{(n)} \right] \Delta \widehat{q} \\
 &\quad + O(\Delta t^3)
 \end{aligned} \tag{42}$$

となる。数値的安定化のために、2階および4階の平滑化（人工拡散）項をそれぞれ左辺および右辺に加えると、(42)式、(41)式は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 &\left[ I + \Delta t \partial_\xi \widehat{A}^{(n)} - \frac{\Delta t}{R_e} \partial_\xi \widehat{N}^{(n)} - \frac{\epsilon_I}{J} \nabla_\xi \Delta_\xi J \right] \\
 &\quad \times \left[ I + \Delta t \partial_\eta \widehat{B}^{(n)} - \frac{\Delta t}{R_e} \partial_\eta \widehat{M}^{(n)} - \frac{\epsilon_I}{J} \nabla_\eta \Delta_\eta J \right] \Delta \widehat{q} \\
 &= -\Delta t [\partial_\xi \widehat{E}^{(n)} + \partial_\eta \widehat{F}^{(n)}] \\
 &\quad + \frac{\Delta t}{R_e} [\partial_\xi \widehat{R}^{(n)} + \partial_\eta \widehat{S}^{(n)}] \\
 &\quad - \frac{\epsilon_E}{J} [(\nabla_\xi \Delta_\xi)^2 + (\nabla_\eta \Delta_\eta)^2] \Delta \widehat{q}^{(n)}
 \end{aligned} \tag{43}$$

ここで  $\epsilon_I$  と  $\epsilon_E$  は  $O(\Delta t)$  である。また  $j, k$  をそれぞれ  $\xi, \eta$  方向の格子番号とすると、 $\nabla_\xi f_{jk} = f_{jk} - f_{j-1,k}$ ,  $\Delta_\eta f_{jk} = f_{j,k+1} - f_{jk}$  と差分記号が定義される。

$\widehat{A}, \widehat{B}$  について、 $\widehat{A}$  に対して  $k_1 = \xi_x, k_2 = \xi_y$  とし、 $\widehat{B}$  に対して  $k_1 = \eta_x, k_2 = \eta_y$  とすると、(11)式から、

$$\widehat{A} \text{ or } \widehat{B} = k_1 A + k_2 B \tag{44}$$

である。ただし  $A = \partial \mathbf{E} / \partial \mathbf{q}$  と  $B = \partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{q}$  は直交系流束ベクトルのヤコビ行列であり、偏微分の計算から次のようなになる。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & , \\ \frac{1}{2}(\gamma - 3)u^2 + \frac{\gamma - 1}{2}v^2 & , \\ -uv & , \\ \frac{\gamma e u}{\rho} + (\gamma - 1)(u^2 + v^2)u & , \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & , 0 & , 0 \\ (3 - \gamma)u & , (\gamma - 1)u & , \gamma - 1 \\ v & , u & , 0 \\ \frac{\gamma e}{\rho} + \frac{1 - \gamma}{2}(3u^2 + v^2) & , (\gamma - 1)uv & , \gamma u \end{bmatrix} \tag{45}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & , & , \\ -uv & , & , \\ \frac{1}{2}(\gamma - 3)v^2 + \frac{\gamma - 1}{2}u^2 & , & , \\ -\frac{\gamma ev}{\rho} + (\gamma - 1)(u^2 + v^2)v & , & , \\ 0 & , 1 & , 0 \\ v & , u & , 0 \\ (1 - \gamma)u & , (3 - \gamma)v & , \gamma - 1 \\ (1 - \gamma)uv & , \frac{\gamma e}{\rho} + \frac{1 - \gamma}{2}(3v^2 + u^2) & , \gamma v \end{bmatrix} \tag{46}$$

(45)式、(46)式を(44)式に代入すると、

$$\begin{aligned}
 \widehat{A} \text{ or } \widehat{B} &= \begin{bmatrix} 0 & , \\ -u\theta + k_1\phi^2 & , \\ -v\theta + k_2\phi^2 & , \\ \theta(-\gamma e/\rho + 2\phi^2) & , \\ k_1 & , \\ -(r - 2)k_1u + \theta & , \\ k_1v - (r - 1)k_2u & , \\ (\gamma e/\rho - \phi^2)k_1 - (r - 1)\theta u & , \\ k_2 & , \\ -(r - 1)k_1v + k_2u & , \\ -(r - 2)k_2v + \theta & , \\ (\gamma e/\rho - \phi^2)k_2 - (r - 1)\theta v & , \\ 0 & , \\ (r - 1)k_1 & , \\ (r - 1)k_2 & , \\ r\theta & \end{bmatrix} \\
 &\quad \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ (r - 1)k_1 \\ (r - 1)k_2 \\ r\theta \end{bmatrix} \tag{47}
 \end{aligned}$$

ただし、 $\theta = k_1 u + k_2 v$ ,  $\phi^2 = 0.5(r-1)(u^2 + v^2)$ 。

また(40)式の $\widehat{N}$ ,  $\widehat{M}$ については、 $\widehat{\rho} = \rho/J$ ,  $\widehat{e} = e/J$   
とおいて、

$$\widehat{N} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\beta_1 \partial_\xi(u/\widehat{\rho}) & \widehat{\beta}_1 \partial_\xi(1/\widehat{\rho}) \\ -\widehat{\beta}_2 \partial_\xi(v/\widehat{\rho}) & \\ -\widehat{\beta}_2 \partial_\xi(u/\widehat{\rho}) & \widehat{\beta}_2 \partial_\xi(1/\widehat{\rho}) \\ -\widehat{\beta}_3 \partial_\xi(v/\widehat{\rho}) & \\ \widehat{\beta}_4 \partial_\xi\left(\frac{\widehat{e}}{\widehat{\rho}^2} - \frac{u^2 + v^2}{2\widehat{\rho}}\right) & \widehat{\beta}_1 \partial_\xi(u/\widehat{\rho}) \\ -\widehat{\beta}_1 \partial_\xi(u^2/\widehat{\rho}) & +\widehat{\beta}_2 \partial_\xi(v/\widehat{\rho}) \\ -2\widehat{\beta}_2 \partial_\xi(uv/\widehat{\rho}) & -\widehat{\beta}_4 \partial_\xi(u/\widehat{\rho}) \\ -\widehat{\beta}_3 \partial_\xi(v^2/\widehat{\rho}) & \end{bmatrix} \quad (48)$$

である。ただし、

$$\left. \begin{aligned} \widehat{\beta}_1 &= \mu \left( \frac{4}{3} \xi_x^2 + \xi_y^2 \right) / J \\ \widehat{\beta}_2 &= \mu \frac{1}{3} \xi_x \xi_y / J \\ \widehat{\beta}_3 &= \mu \left( \xi_x^2 + \frac{4}{3} \xi_y^2 \right) / J \\ \widehat{\beta}_4 &= \frac{\gamma \mu}{P_r} (\xi_x^2 + \xi_y^2) / J \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

また、

$$\widehat{M} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\widehat{\alpha}_1 \partial_\eta(u/\widehat{\rho}) & \widehat{\alpha}_1 \partial_\eta(1/\widehat{\rho}) \\ -\widehat{\alpha}_2 \partial_\eta(v/\widehat{\rho}) & \\ -\widehat{\alpha}_2 \partial_\eta(u/\widehat{\rho}) & \widehat{\alpha}_2 \partial_\eta(1/\widehat{\rho}) \\ -\widehat{\alpha}_3 \partial_\eta(v/\widehat{\rho}) & \\ \widehat{\alpha}_4 \partial_\eta\left[-\frac{\widehat{e}}{\widehat{\rho}^2} + \frac{u^2 + v^2}{\widehat{\rho}}\right] & \widehat{\alpha}_1 \partial_\eta(u/\widehat{\rho}) \\ -\widehat{\alpha}_1 \partial_\eta(u^2/\widehat{\rho}) & +\widehat{\alpha}_2 \partial_\eta(v/\widehat{\rho}) \\ -2\widehat{\alpha}_2 \partial_\eta(uv/\widehat{\rho}) & -\widehat{\alpha}_4 \partial_\eta(v/\widehat{\rho}) \\ -\widehat{\alpha}_3 \partial_\eta(v^2/\widehat{\rho}) & \\ 0 & 0 \\ \widehat{\alpha}_2 \partial_\eta(1/\widehat{\rho}) & 0 \\ \widehat{\alpha}_3 \partial_\eta(1/\widehat{\rho}) & 0 \\ \widehat{\alpha}_2 \partial_\eta(u/\widehat{\rho}) & \widehat{\alpha}_4 \partial_\eta(1/\widehat{\rho}) \\ +\widehat{\alpha}_3 \partial_\eta(v/\widehat{\rho}) & \\ -\widehat{\alpha}_4 \partial_\eta(v/\widehat{\rho}) & \end{bmatrix} \quad (50)$$

である。ただし、

$$\left. \begin{aligned} \widehat{\alpha}_1 &= \mu \left( \frac{4}{3} \eta_x^2 + \eta_y^2 \right) / J \\ \widehat{\alpha}_2 &= \mu \cdot \frac{1}{3} \eta_x \eta_y / J \\ \widehat{\alpha}_3 &= \mu \left( \eta_x^2 + \frac{4}{3} \eta_y^2 \right) / J \\ \widehat{\alpha}_4 &= \frac{\mu r}{P_r} (\eta_x^2 + \eta_y^2) / J \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

(43)式で空間方向の差分化について、粘性項、 $\eta$ 微分項、平滑化項はすべて中心差分で表わす。 $\xi$ 微分の対流項 $\partial_\xi \widehat{E}$ ,  $\partial_\xi \widehat{A} d\widehat{q}$ に対しては、超音速領域で衝撃波の前の3点で風上差分をとることもできる。時間依存NS式、Euler方程式では、ポテンシャル方程式と違って方程式系に流れの方向性をもつから、風上差分は単に人工粘性を生んで解を滑らかにするのに必要なだけである。だから粘性流をNS式で解

く場合、真の粘性があるから、必ずしも風上差分をとる必要がないと考えられるので、すべて中心差分をとることもできるようにプログラム化した。

本プログラムは定常な遷音速流を求めるものであるから、(43)式を時間方向ステップルについて、反復計算をすすめることにより、定常解に達することができる。

## 6. 翼境界上の IAF 法

翼境界に与える境界条件と基礎方程式を連立させると、再び演算子の因子分解ができるることをここで示す。

因子分解前の差分方程式は(41)式であり、連続の式はその第1行である。連続の式では粘性項がないから、

$$\begin{aligned} & [I_1 + \Delta t \partial_\xi \widehat{A}_1^{(n)} + \Delta t \partial_\xi B_1^{(n)}] \Delta \widehat{q} \\ & = -\Delta t \partial_\xi \widehat{E}_1^{(n)} - \Delta t \partial_\eta \widehat{F}_1^{(n)} \end{aligned} \quad (52)$$

ここで添字1は第1行成分を表わす。境界では $\eta$ 方向の格子点が片側だけしかないので、 $\partial_\eta$ は片側差分 $\Delta_\eta$ で評価する。

運動量の式のかわりに滑りなし境界条件、(24)式、 $u = v = 0$  ( $\widehat{q}_2 = \widehat{q}_3 = 0$ )を用いる。 $(n+1)$ で境界条件を評価すると、

$$\Delta \widehat{q}_2 = -\widehat{q}_2^{(n)} \quad (53)$$

$$\Delta \widehat{q}_3 = -\widehat{q}_3^{(n)} \quad (54)$$

が成り立つ。

次にエネルギー式について考える。座標変換後の基礎方程式(10)式に戻って差分化すると、

$$\begin{aligned} & \partial_t (\widehat{q}_4)_{j,1} + \partial_\xi (\widehat{E}_4)_{j,1} + \frac{1}{\Delta \eta} [(\widehat{F}_4)_{j,2} \\ & - (\widehat{F}_4)_{j,1}] = \frac{1}{R_e} \partial_\xi (\widehat{R}_4)_{j,1} + \frac{1}{R_e \Delta \eta} [(\widehat{S}_4)_{j,\frac{3}{2}} \\ & - (\widehat{S}_4)_{j,1}] \end{aligned} \quad (55)$$

ここで添字4は第4行成分を表わす。 $\widehat{R}_4$ については(17)式、(18)式に境界条件 $u = v = 0, \partial_\eta a^2 = 0$ を代入して残る項は $\partial_\xi a^2$ の項だけであるが、この項が安定性に強い影響をもつとは思えない、この項は簡単化のため陽的に扱う。従って、 $\widehat{N} = 0$ である。

$(\widehat{S}_4)_{j,1}$ の項については(17)式、(19)式に境界

条件 $u = v = 0, \partial_\eta a^2 = 0$ を代入すると $\partial_\xi a^2$ の項だけが残るが、交差微分項は陽的に扱うのであるから、 $\partial_\xi a^2$ の項、従って $(\widehat{S}_4)_{j,1}$ の項は陽的に扱う。

以上の点に注意して(55)式を時間方向に差分化すると、

$$\begin{aligned} & I_4 \Delta \widehat{q}_{j,1} + \Delta t \partial_\xi (\widehat{A}_4)_{j,1}^{(n)} \Delta \widehat{q}_{j,1} + \frac{\Delta t}{\Delta \eta} [(\widehat{B}_4)_{j,\frac{3}{2}}^{(n)} \\ & \times \Delta \widehat{q}_{j,2} - (\widehat{B}_4)_{j,1}^{(n)} \Delta \widehat{q}_{j,1}] - \frac{2}{R_e \Delta \eta} \Delta t (\widehat{M}_4)_{j,\frac{3}{2}}^{(n)} \\ & \times \Delta \widehat{q}_{j,2} = -\Delta t (\widehat{E}_4)_{j,1} - \frac{\Delta t}{\Delta \eta} [(\widehat{F}_4)_{j,2} - (\widehat{F}_4)_{j,1}] \\ & + \frac{\Delta t}{R_e} \partial_\xi (\widehat{R}_4)_{j,1} + \frac{2 \Delta t}{R_e \Delta \eta} [(\widehat{S}_4)_{j,\frac{3}{2}} - (\widehat{S}_4)_{j,1}] \end{aligned} \quad (56)$$

(52), (53), (54), (56)式を近似因子分解できることは、次の行列の近似因子分解の形から明らかであろう。

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{array}{c|c} 1 + \Delta t a_{11} + \Delta t b_{11} & \Delta t a_{12} + \Delta t b_{12} \\ \hline 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{array} \right] \\ & \left[ \begin{array}{c|c} \Delta t a_{41} + \Delta t b_{41} & \Delta t a_{42} + \Delta t b_{42} \\ \hline \Delta t a_{13} + \Delta t b_{13} & \Delta t a_{14} + \Delta t b_{14} \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{array} \right] \\ & \left[ \begin{array}{c|c} \Delta t a_{43} + \Delta t b_{43} & 1 + \Delta t a_{44} + \Delta t b_{44} \\ \hline \Delta t a_{11} & \Delta t a_{12} \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ \Delta t a_{41} & \Delta t a_{42} \\ \hline \Delta t a_{13} & \Delta t a_{14} \end{array} \right] \\ & = \left[ \begin{array}{c|c|c|c} 1 + \Delta t a_{11} & \Delta t a_{12} & \Delta t a_{13} & \Delta t a_{14} \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \Delta t a_{41} & \Delta t a_{42} & \Delta t a_{43} & 1 + \Delta t a_{44} \end{array} \right] \\ & \times \left[ \begin{array}{c|c|c|c} 1 + \Delta t b_{11} & \Delta t b_{12} & \Delta t b_{13} & \Delta t b_{14} \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \Delta t b_{41} & \Delta t b_{42} & \Delta t b_{43} & 1 + \Delta t b_{44} \end{array} \right] \\ & + O(\Delta t^2) \end{aligned} \quad (57)$$

## 7. プログラム

プログラムの構成は図2に示すとおり、格子形成の汎用ソフトウェア AFMESH を利用し、また高 $R_e$ 数遷音速流翼型解析プログラム NSFOIL および

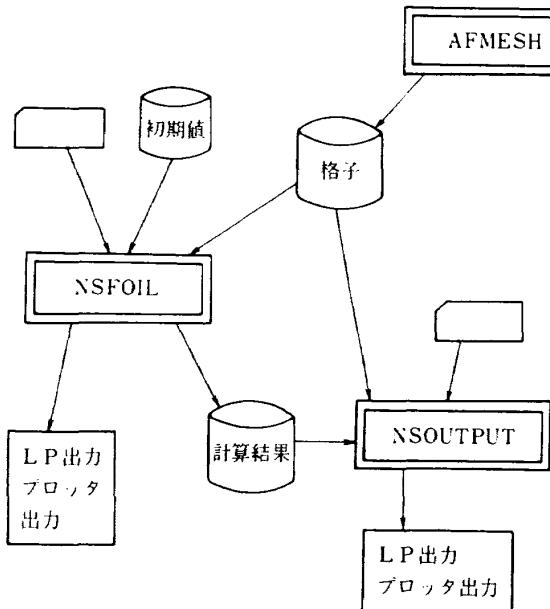


図2 プログラム構成

NSFOILから入出カルーチン群を独立させたプログラムNSOUTPUTから成り立っている。AFMESHによって形成された格子をファイルの形でNSFOILに入力し、内蔵された一様流またはファイル入力の初期値から出発してNSFOILによって数値計算をすすめる。その計算結果をファイル出力することができる。計算結果を次の計算の初期値とすれば、継続計算ができる。NSFOILでLP出力・プロッタ出力をすることもできるが、計算結果のファイルを入力(このとき格子ファイルも入力する。)してNSOUTPUTによりLP出力・プロッタ出力することができる。収束状況等の一部の出力により計算結果の良否を判断してから出力を出す場合、またはさらに詳細な出力を追加する場合に、NSOUTPUTは便利である。

プログラムの主なオプションは次の通りである。

#### (1) 方程式の近似段階

薄層近似式 完全な NS 式

#### (2) 乱流モデルの選択

非粘性流 層流(全流れ場を層流とする) 乱流(翼前縁から乱流とする) 遷移(層流から乱流への遷移を(36)式によ って判断する)
------------------------------------------------------------------------------

#### (3) 差分法

中心差分だけ

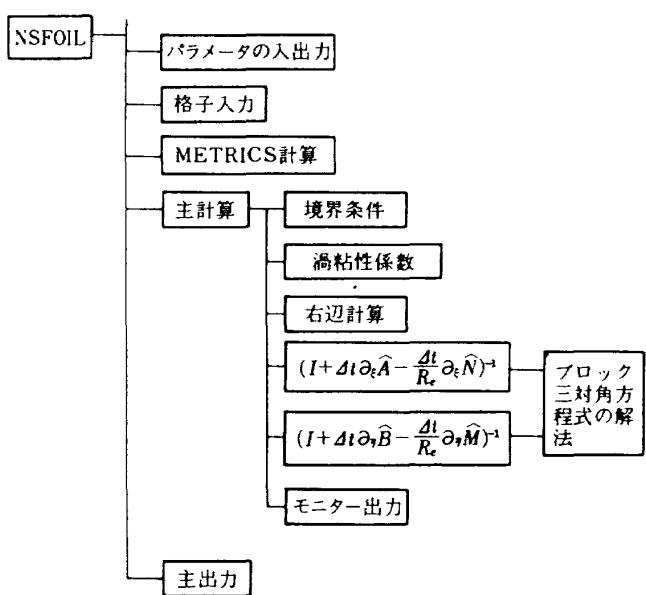


図3 プログラム構造の概略

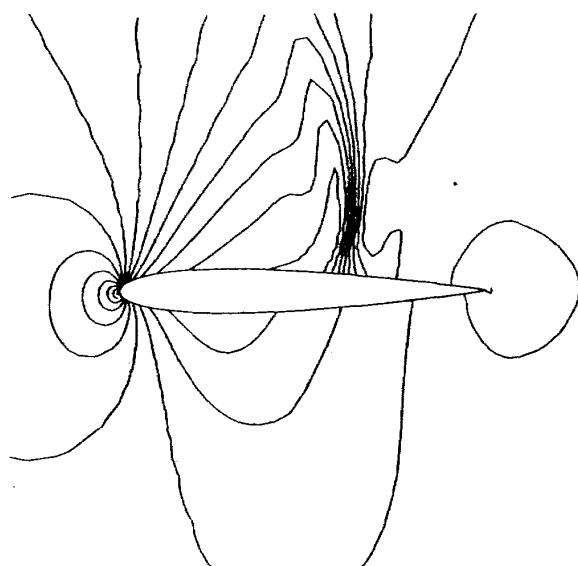
中心差分と風上差分の混合(衝撃波前方での  
風上差分評価)

#### (4) 乱流緩和モデル

不使用 使用

プログラム構造の概略は図3に示す通りである。まず、マッハ数、迎角、レイノルズ数やオプション変数等のパラメータを入力しLP出力する。次に格子座標を入力しmetricsを計算する。それから時間ステップごとに計算を繰返す主計算部に入る。ここでは、まず陽的な境界条件を計算する。次に乱流または遷移の場合に渦粘性係数を計算する。それから右辺側の計算をする。そして左辺側を解く。即ち、ブロック三対角方程式の係数行列を計算し、その式を数値的に解く。 $\eta$ 方向の計算では翼上の境界条件も計算する。最後に残差 $\Delta q$ 、max-Courant数、圧力のマップ、揚力係数 $C_L$ 、抵抗係数 $C_D$ 、1/4翼弦長まわりのピッチングモーメント係数 $C_M$ 等をモニターとしてLP出力する。以上を指定した回数だけ繰返す。主出力では圧力、密度、マッハ数の各等高線図、圧力係数 $C_P$ の分布図、格子分布図、速度ベクトル図、 $C_L$ 、 $C_D$ 、 $C_M$ 、 $C_{p,peak}$ (最小の $C_p$ の値)、残差の各収束図がプロッタ出力される。また $C_p$ 、摩擦係数 $C_f$ 、境界層内状況、収束状況等がLP出力される。

図4から図15に、NACA 0012翼型、迎角 $\alpha = 2^\circ$ 、一様流マッハ数 $M_\infty = 0.80$ 、レイノルズ数 $R_N = 7 \times 10^6$ 、薄層近似式、前縁から乱流、中心差



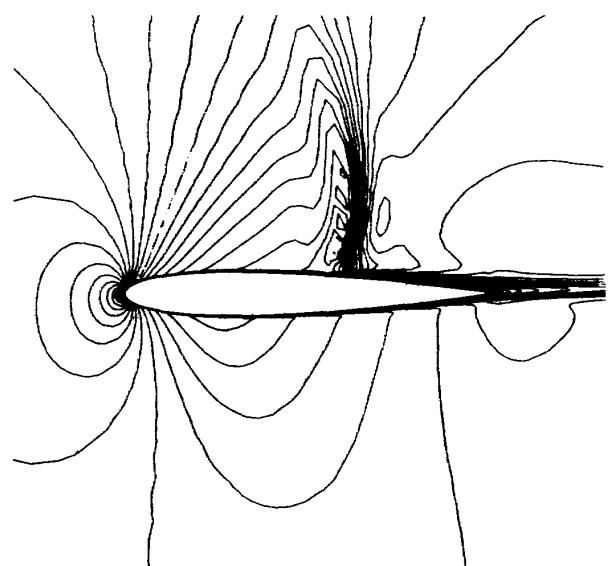
```

JMAX = 125 KMAX = 51 KEDGE = 34 IVIS = 3
IUPWND = 0 NSFULL = 0 NTOTAL = 3200
FSMACH = 0.80000 ALPHA = 2.00000 RN = .70000+07
CLT = 0.41143 CDT = 0.03885 CMTQC = -0.03316
MAX = 1.05000 MIN = 0.35000 DELT = 0.05000

```

CONTOUR FOR PRESSURE DISTRIBUTION  
NAVIER-STOKES SOLVER  
NACA 0012 CASE 09 AF12HR13

図4 等圧線図



```

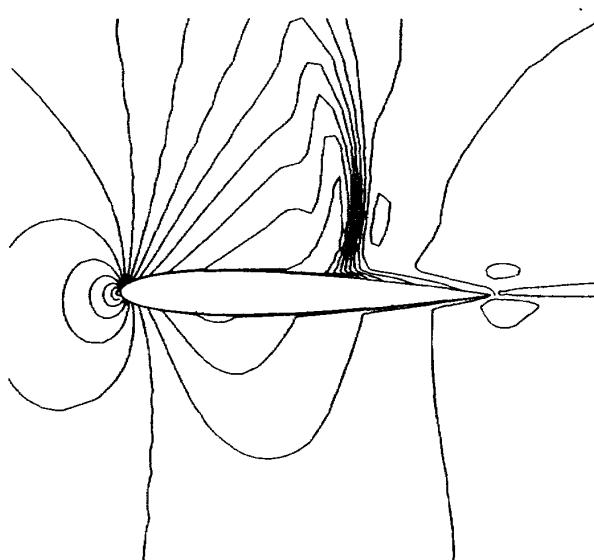
JMAX = 125 KMAX = 51 KEDGE = 34 IVIS = 3
IUPWND = 0 NSFULL = 0 NTOTAL = 3200
FSMACH = 0.80000 ALPHA = 2.00000 RN = .70000+07
CLT = 0.41143 CDT = 0.03885 CMTQC = -0.03316
MAX = 1.50000 MIN = 0.05000 DELT = 0.05000

```

CONTOUR FOR MACH NUMBER DISTRIBUTION  
NAVIER-STOKES SOLVER  
NACA 0012 CASE 09 AF12HR13

DATE 84-02-10

図6 等マッハ数線図



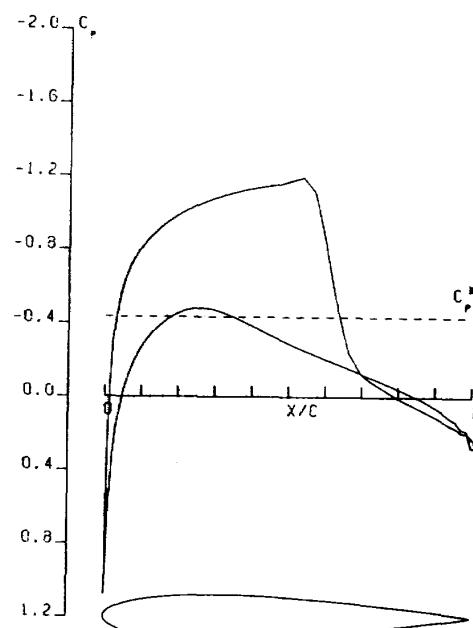
```

JMAX = 125 KMAX = 51 KEDGE = 34 IVIS = 3
IUPWND = 0 NSFULL = 0 NTOTAL = 3200
FSMACH = 0.80000 ALPHA = 2.00000 RN = .70000+07
CLT = 0.41143 CDT = 0.03885 CMTQC = -0.03316
MAX = 1.30000 MIN = 0.45000 DELT = 0.05000

```

CONTOUR FOR DENSITY DISTRIBUTION  
NAVIER-STOKES SOLVER  
NACA 0012 CASE 09 AF12HR13

DATE 84-02-10



```

JMAX = 125 KMAX = 51 KEDGE = 34 IVIS = 3
IUPWND = 0 NSFULL = 0 ITER = 3200
FSMACH = 0.80000 ALPHA = 2.00000 RN = .70000+07
DT = 0.04000 SMU = 0.09000 SMUIM = 0.16000
CLT = 0.41143 CDT = 0.03885 CMTQC = -0.03316
CPSTAR = -0.43464 CPPEAK = -1.19403

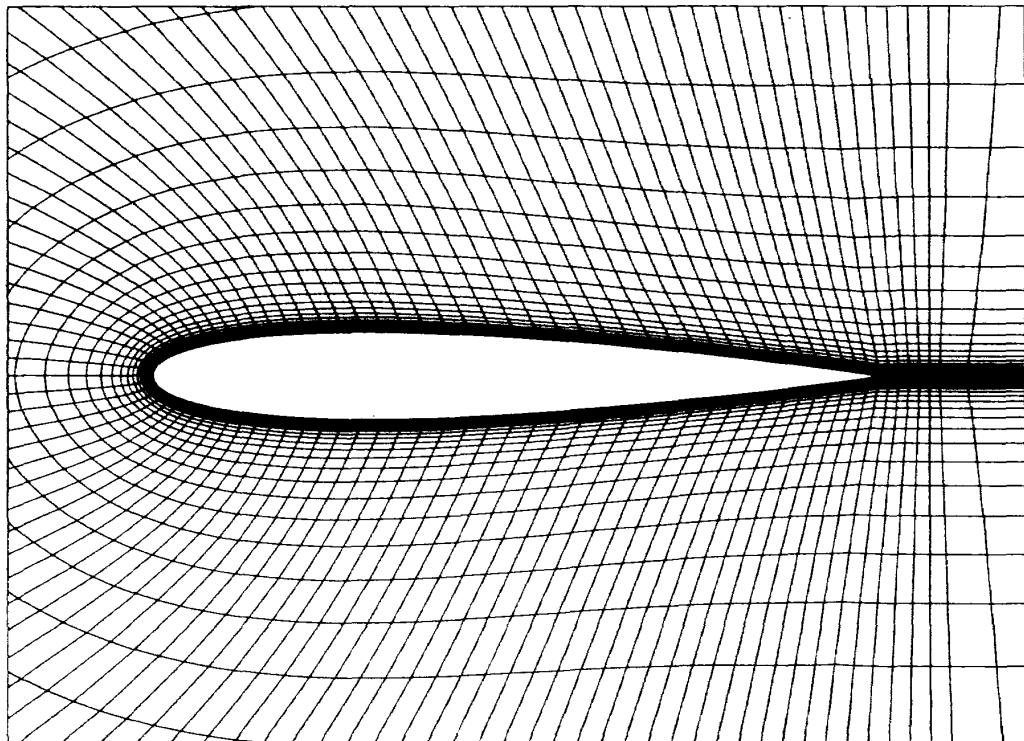
```

CP-DISTRIBUTION  
NAVIER-STOKES SOLVER  
NACA 0012 CASE 09 AF12HR13

DATE 84-02-10

図5 等密度線図

図7 圧力係数分布図

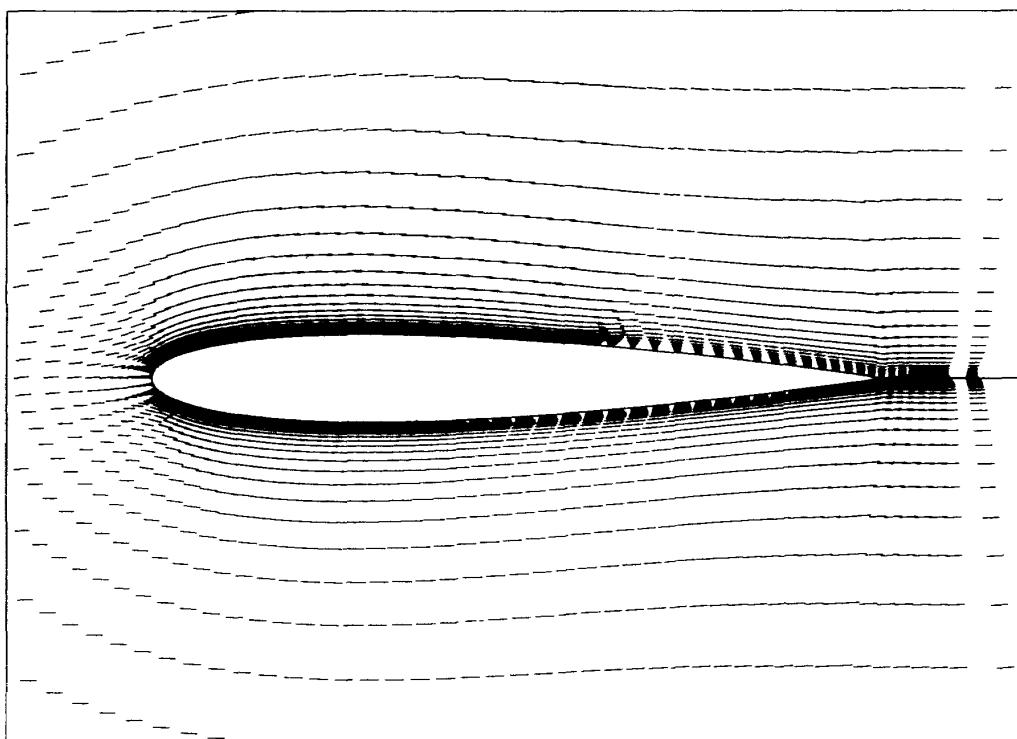


FXMIN= -0.20000    PXMAX= 1.20000  
 PYMIN= -0.50000    PYMAX= 0.50000  
 SCALE= 20.00000    UVSCAL= 0.02500

MESH DISTRIBUTION IN WINDCH  
 NAVIER-STOKES SOLVER  
 NACA 0012   CASE 03   AF12HRI3

DATE 94-02-10

図 8 格子分布図

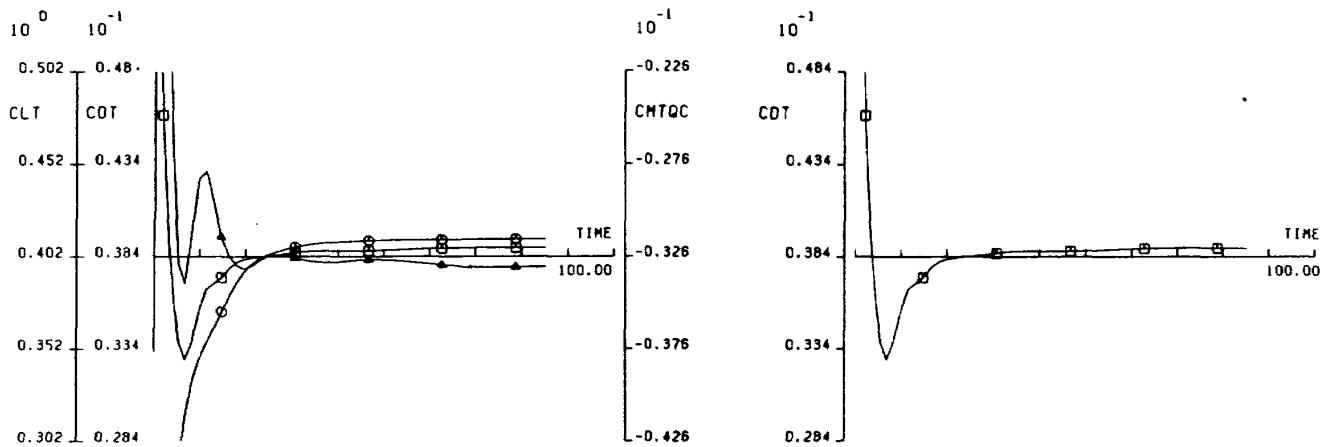


F5MACH= 0.80000    ALPHA= 2.00000    RN= 7000000.  
 FXMIN= -0.20000    PXMAX= 1.20000  
 PYMIN= -0.50000    PYMAX= 0.50000  
 SCALE= 20.00000    UVSCAL= 0.02500

TIME AVERAGED NAVIER-STOKES FLOW  
 NAVIER-STOKES SOLVER  
 NACA 0012   CASE 03   AF12HRI3

DATE 94-02-10

図 9 速度ベクトル図



```
JMAX = 125 KMAX = 51 KEDGE = 34 IVIS = 3
IUPWND = 0 NSFULL = 0 NTOTAL = 3200
FSMACH = 0.80000 ALPHA = 2.00000 RN = .70000+07
TIME = 85.109 TIME : (UINF / CHORD) * PHYSICAL TIME

○ CLT EACH 500 STEPS
□ CDT EACH 500 STEPS
△ CMTQC EACH 500 STEPS
```

CONVERGENCE HISTORY FOR CLT , CDT AND CMTQC  
NAVIER-STOKES SOLVER  
NACA 0012 CASE 08 AF12HR13

DATE 84-02-10

```
JMAX = 125 KMAX = 51 KEDGE = 34 IVIS = 3
IUPWND = 0 NSFULL = 0 NTOTAL = 3200
FSMACH = 0.80000 ALPHA = 2.00000 RN = .70000+07
TIME = 85.109 TIME : (UINF / CHORD) * PHYSICAL TIME
```

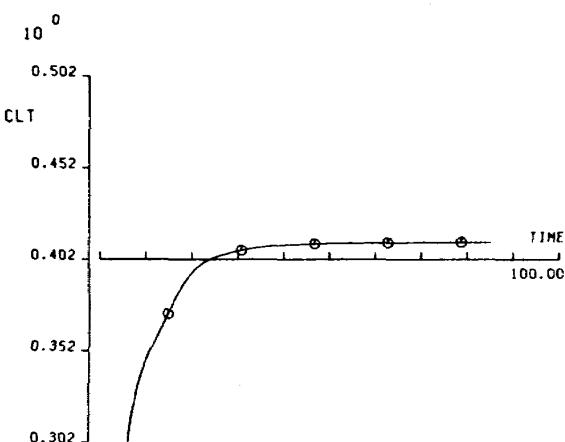
□ CDT EACH 500 STEPS

CONVERGENCE HISTORY FOR CDT  
NAVIER-STOKES SOLVER  
NACA 0012 CASE 08 AF12HR13

DATE 84-02-10

図 10 揚力係数、抵抗係数、モーメント  
係数収束図

図 12 抵抗係数収束図



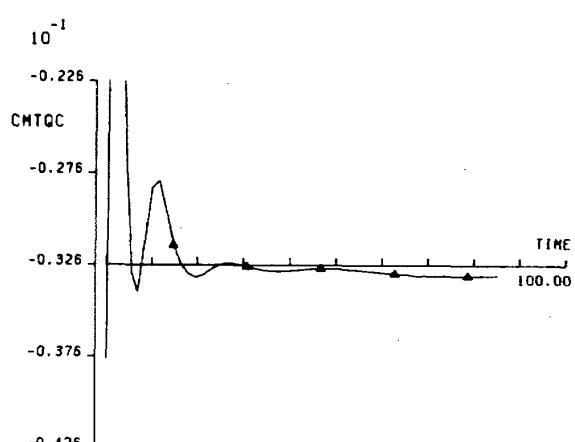
```
JMAX = 125 KMAX = 51 KEDGE = 34 IVIS = 3
IUPWND = 0 NSFULL = 0 NTOTAL = 3200
FSMACH = 0.80000 ALPHA = 2.00000 RN = .70000+07
TIME = 85.109 TIME : (UINF / CHORD) * PHYSICAL TIME

○ CLT EACH 500 STEPS
```

CONVERGENCE HISTORY FOR CLT  
NAVIER-STOKES SOLVER  
NACA 0012 CASE 08 AF12HR13

DATE 84-02-10

図 11 揚力係数収束図



```
JMAX = 125 KMAX = 51 KEDGE = 34 IVIS = 3
IUPWND = 0 NSFULL = 0 NTOTAL = 3200
FSMACH = 0.80000 ALPHA = 2.00000 RN = .70000+07
TIME = 85.109 TIME : (UINF / CHORD) * PHYSICAL TIME

△ CMTQC EACH 500 STEPS
```

CONVERGENCE HISTORY FOR CMTQC  
NAVIER-STOKES SOLVER  
NACA 0012 CASE 08 AF12HR13

DATE 84-02-10

図 13 モーメント係数収束図

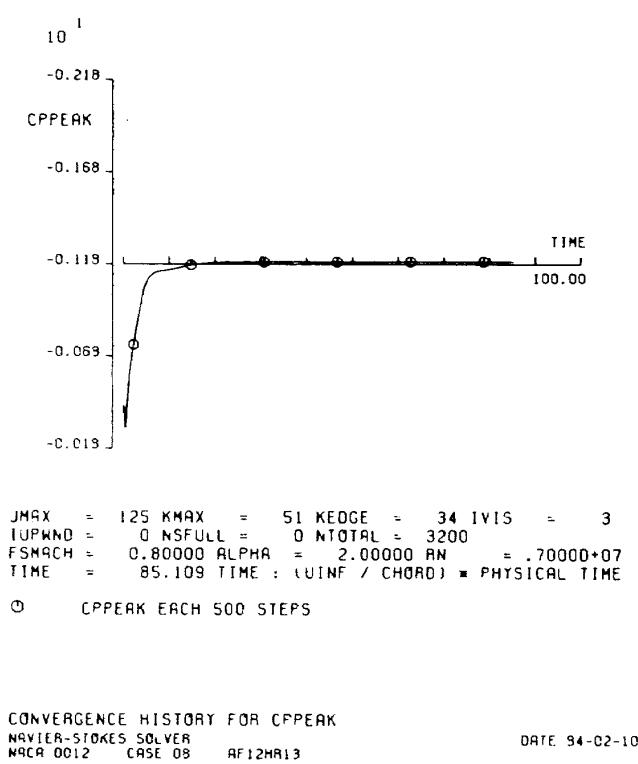


図 14 圧力最小値収束図

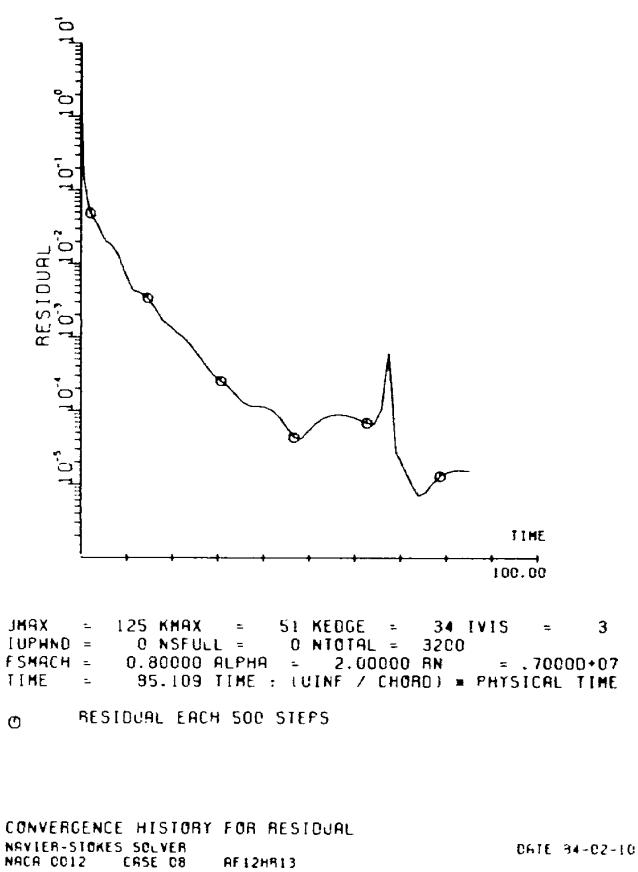


図 15 残差収束図

分だけ、乱流緩和モデル不使用の条件で数値計算したときのプロッタ出力例を示す。図 4, 5, 6 の各等高線図は、流れの、特に衝撃波の可視化に役立つ。図 9 の速度ベクトル図は、流れの、特に境界層の可視化に役立つ。図 10 から図 15 の各収束図は、計算の収束状況の判断材料となる。

## 8. 数値計算結果

プログラムの有効性を確認するためには、多くの翼型計算を行なう必要があるが、ここでは予備的に行なった計算結果の一部を示すこととする。

境界層特性についての信頼性の高い実験データは数少ない。ここではプログラムの検証のため、低速、低レイノルズ数での実験との比較を行なう。

図 16 と図 17 では、厚み比 11.8 % の対称な Joukowski 翼型、 $M_\infty = 0.2$ ,  $\alpha = 9^\circ$ ,  $R_N = 0.42 \times 10^6$ , 薄層近似式、遷移、中心差分だけ、乱流緩和モデル不使用の条件で計算した結果を示す。図 16 の前縁近く  $x = 0.04 \sim 0.14$  の領域で、摩擦係数  $C_f < 0$  となる部分があり、short bubble がこのプログラムで計算されたことを示す。また境界層内情況の LP 出力から渦粘性係数  $\mu_t$  の分布をみると、bubble

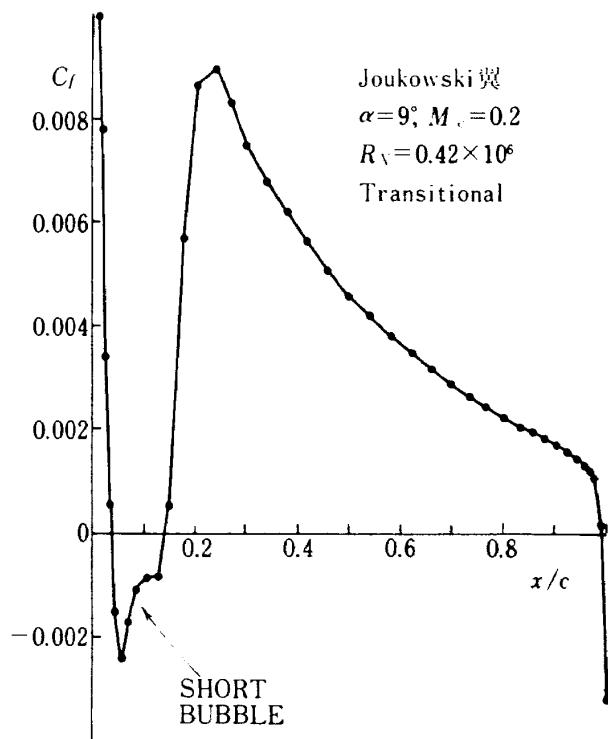
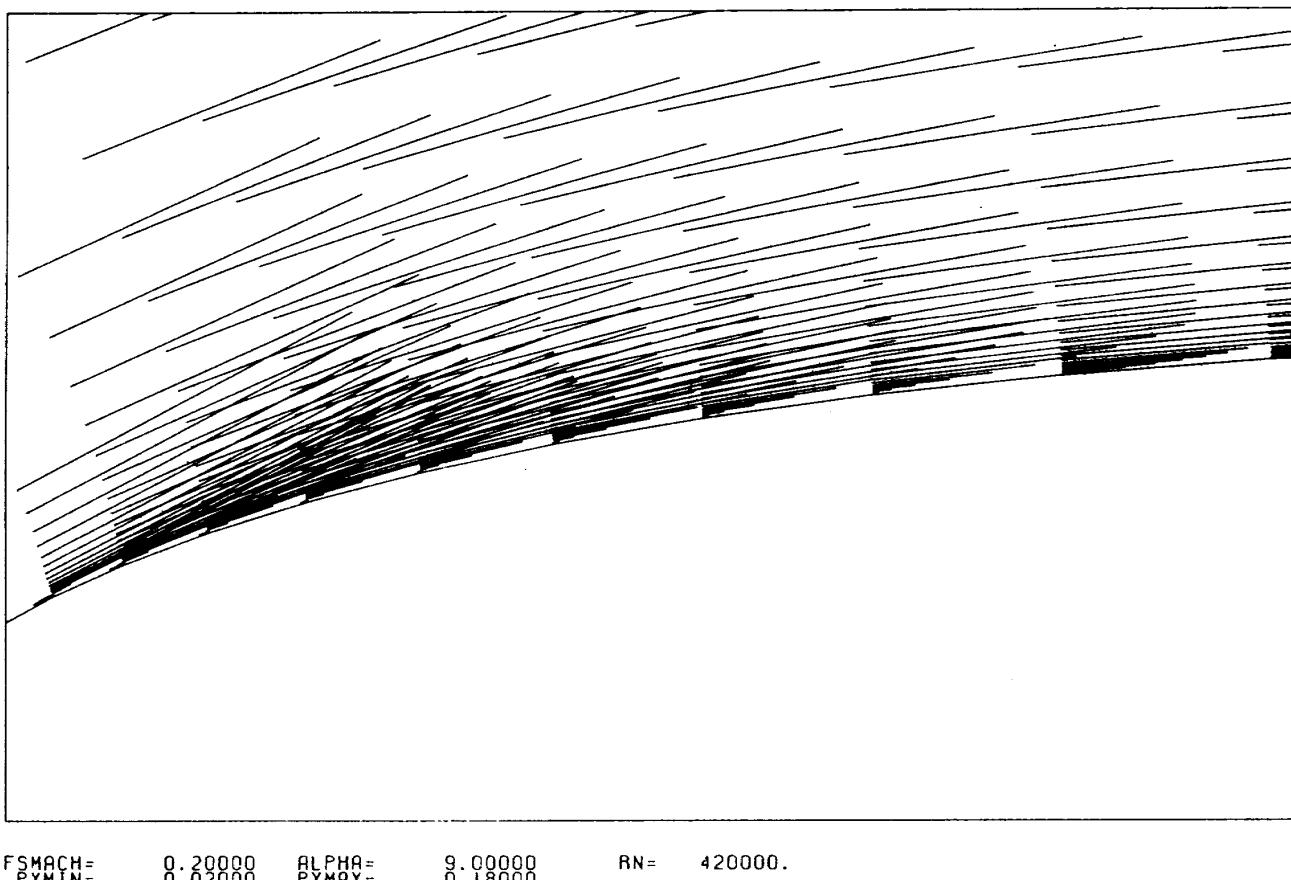


図 16 Joukowski 翼型の摩擦係数分布



```

FSMACH=      0.20000   ALPHA=      9.00000      RN=    420000.
PXMIN=      0.02000   PXMAX=     0.18000
PYMIN=      0.0        PTMAX=     0.10000
SCALE=    200.00000   UVSCL=     0.02500

```

TIME AVERAGED NAVIER-STOKES FLOW  
NAVIER-STOKES SOLVER  
TEST CASE 1 AFJUKI

DATE 83-10-28

図 17 Joukowski 翼型まわりの速度ベクトル図

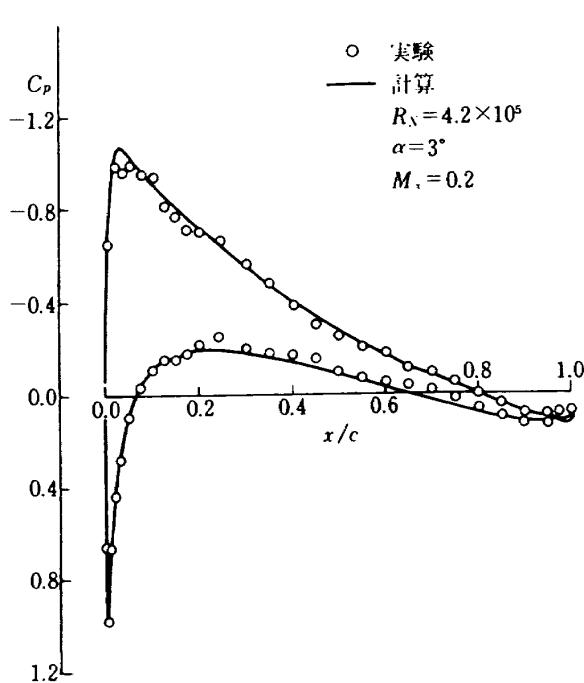


図 18 Joukowski 翼型の圧力分布

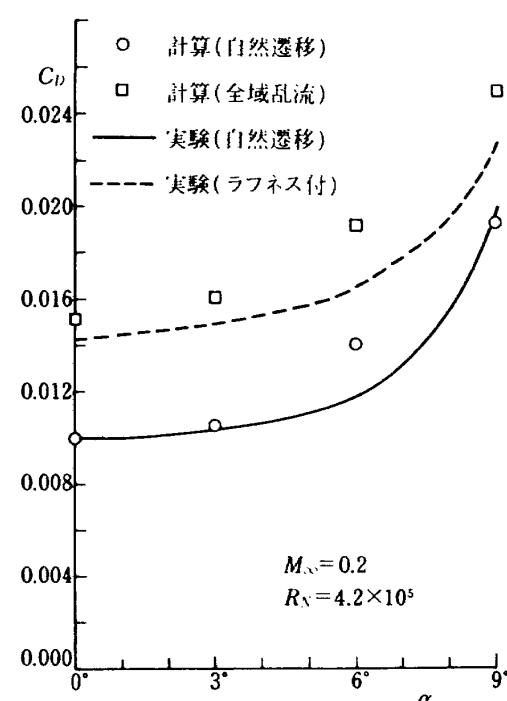


図 19 Joukowski 翼型の抵抗係数

の途中から遷移していることが確認された。図 17 の速度ベクトル図では非常に薄いが逆流領域がみとめられる。

図 18 から図 21 では、Joukowski 翼、 $M_\infty = 0.2$ 、 $R_N = 4.2 \times 10^5$ 、薄層近似式、中心差分だけ、乱流緩和モデル不使用の条件で計算した結果と風洞壁補正をした実験の結果<sup>13)</sup>とを比較する。図 18 では、 $\alpha = 3^\circ$ の場合の圧力係数  $C_p$  の分布を比較する。全般に計算値と実験値の一致は良好である。図 19 は、Joukowski 翼型の計算と実験の抵抗係数  $C_D$  の比較を示す。下側は自然遷移の場合であり、 $\alpha = 6^\circ$  を除き実験と計算は良く一致している。 $\alpha = 9^\circ$  の高迎角でも良く一致しているのは、short bubble を的

確にとらえているからであると思われる。上側の実験は 5 % 翼弦長にラフネスを付けたものであり、上側の計算は全域乱流であり、両者の傾向は一致しているが、値の一致はますますである。ラフネスの効果を計算に取入れる試みをしたが、あまり改善はされなかった。

図 20 は Joukowski 翼型の自然遷移、 $\alpha = 0^\circ$ での運動量厚さ  $\theta$  と排除厚さ  $\delta^*$  のそれぞれ計算値と実験値の比較を示す。運動量厚さ、排除厚さとも計算値が実験値を若干下回っている。図 21 は同じく  $\alpha = 6^\circ$  の場合の運動量厚さと排除厚さの計算値と実験値の比較を示す。後縁付近を除き実験値と計算値の一致は良好である。

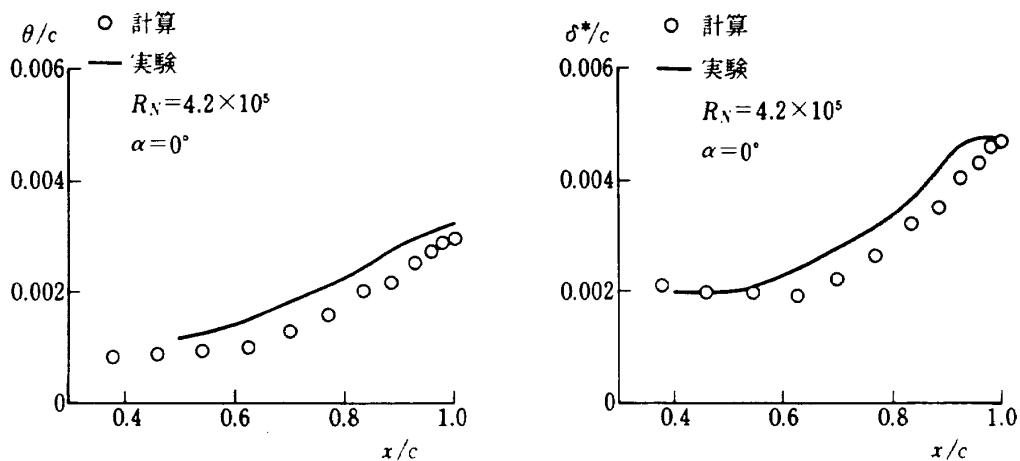


図 20 Joukowski 翼型の運動量厚と排除厚、 $\alpha = 0^\circ$

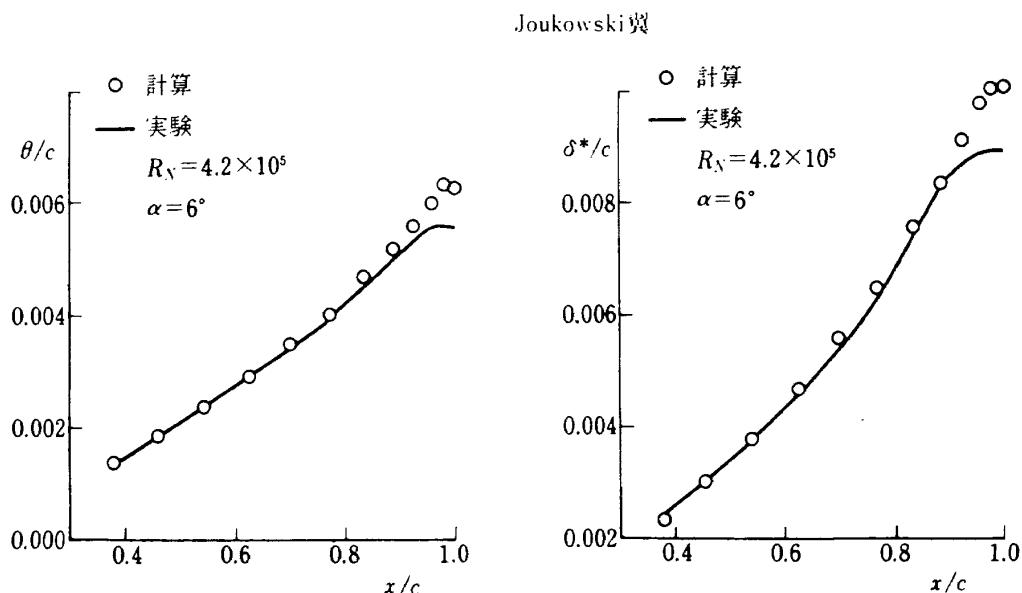


図 21 Joukowski 翼型の運動量厚と排除厚、 $\alpha = 6^\circ$

次に遷音速流の計算例を示そう。図22から図25までに、NACA 0012翼型、マッハ数 $M_\infty = 0.8$ 、迎角 $\alpha = 3^\circ$ 、レイノルズ数 $R_N = 7 \times 10^6$ で、薄層近似式、前縁から乱流、中心差分と風上差分の混合、乱流緩和モデル不使用の条件で計算した結果を示す。格子は $\delta$ 方向に125点、うち翼上に93点、 $\eta$ 方向に51点であり、 $\eta$ 方向の最小格子幅は $16 \times 10^{-6}$ 、翼から遠方境界までの距離は12である。図22の等圧力線図と図23の等マッハ数線図では、翼上下面の衝撃波をとらえている。同時に図23では後縁付近、特に上面で境界層が厚くなっている様子もわかる。図24の速度ベクトル図では、上面の衝撲波により誘起され後縁まで達している境界層剥離をとらえていることが示される。同時に境界層が剥離によって非常に厚くなっている様子もわかる。図25は後縁付近の速度ベクトルを拡大した図である。このベクトル図では剥離の様子がはっきりとわかる。

図26にはある遷音速翼型<sup>14)</sup>についての圧力係数 $C_p$ 分布の実験値と計算値の比較を示す。今までの経験では高いレイノルズ数では計算が発散しやすい。これは高レイノルズ数に適した格子を形成するのが

難しいからであると思われる。そこで実験レイノルズ数は $20 \times 10^6$ であるが、計算レイノルズ数を $1 \times 10^6$ にし、しかも時間刻み $4t$ の制限値を0.01(NACA 0012の場合0.04)と小さくしたところ、非常に良い収束を得た。なお計算の条件は、 $M_\infty = 0.7$ 、 $\alpha = 2.9^\circ$ 、 $R_N = 1 \times 10^6$ 、薄層近似式、前縁から乱流、中心差分と風上差分の混合、乱流緩和モデルの使用である。下面部など亜音速部分では計算値と実験値は良く一致している。超音速部分では、迎角を一致させて比較している事を考慮すれば、計算値の一致はますますである。超音速で一致が不十分なのは、レイノルズ数効果というよりも、風洞実験の壁干渉(開孔比が大きいほど衝撲波が前方に来る)<sup>15)</sup>、または風洞側壁の境界層の影響(側壁の境界層の排除厚さが大きいほど衝撲波が前方に来る)<sup>16)</sup>、または差分計算法のくせ(実験では弱い斜め衝撲波が生じるのに対して、差分計算では強い衝撲波が生じる)<sup>17)</sup>に原因があると思われる。

代表的な計算では、格子は $125 \times 51$ であり、 $\eta$ 方向(翼面から離れる方向)の最小格子幅は $1 \times 10^{-5}$ であり、定常状態へ収束するまでの繰返し

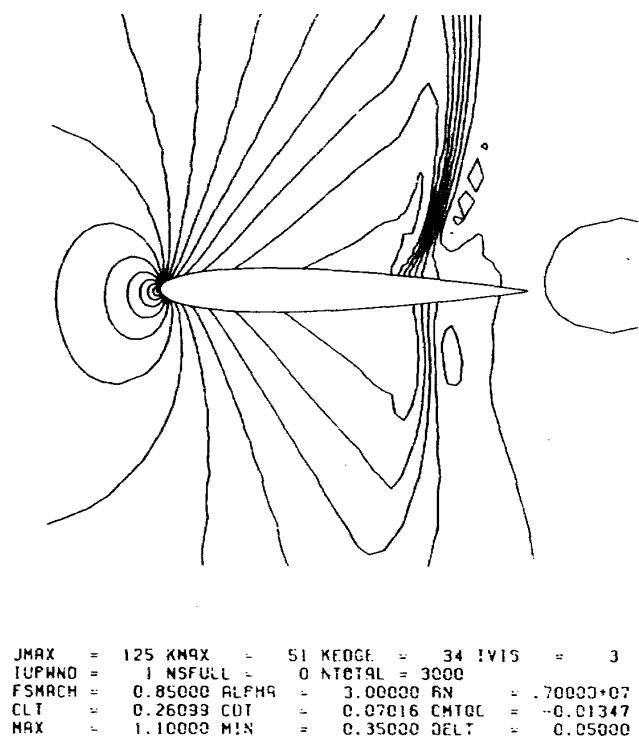


図22 NACA 0012翼型まわりの等圧線図

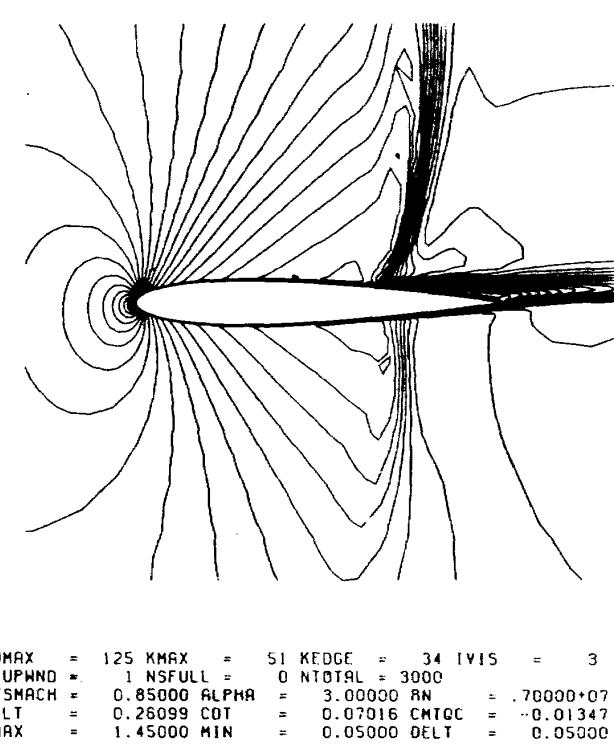
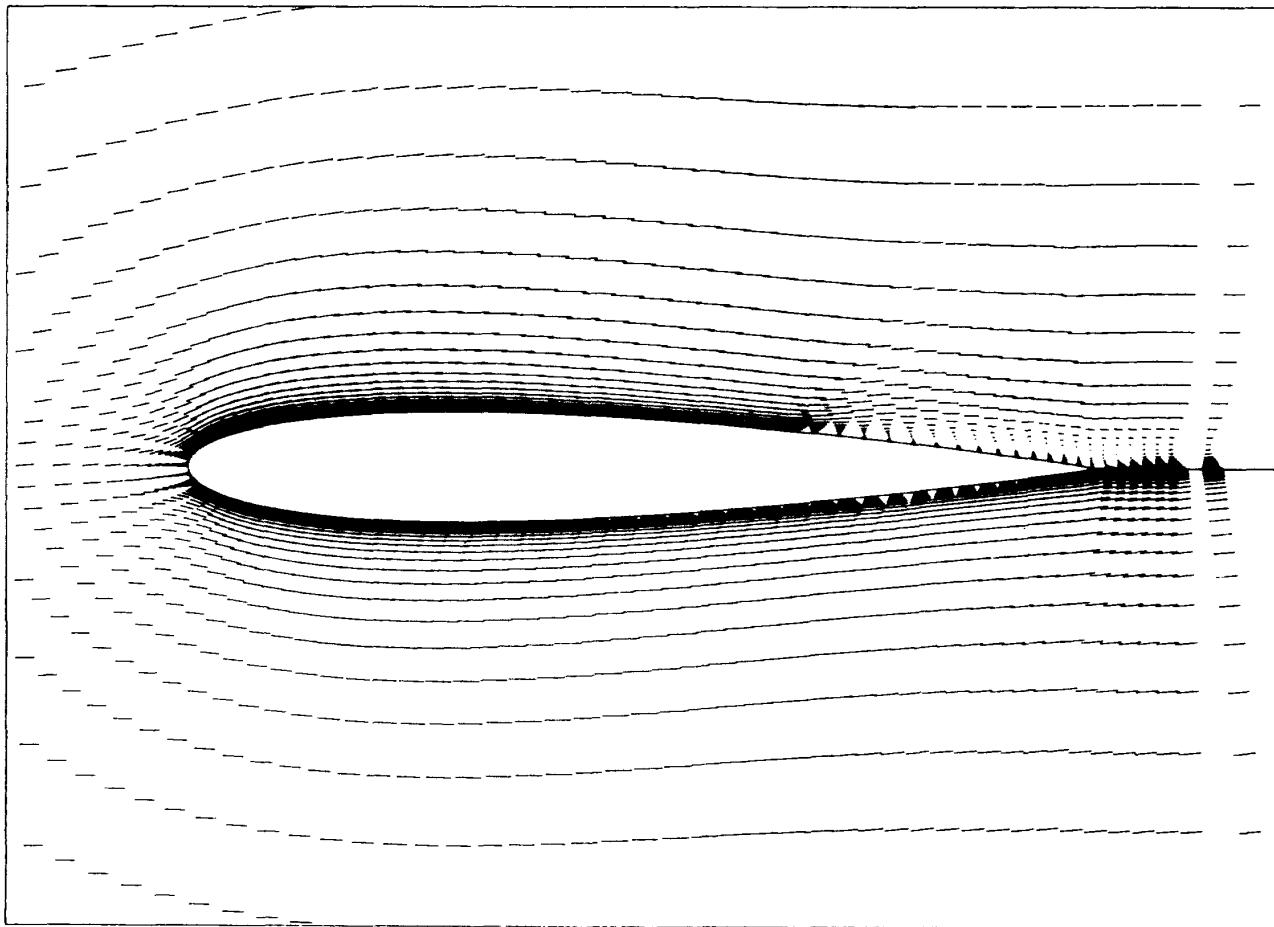


図23 NACA 0012翼型まわりの等マッハ数線図

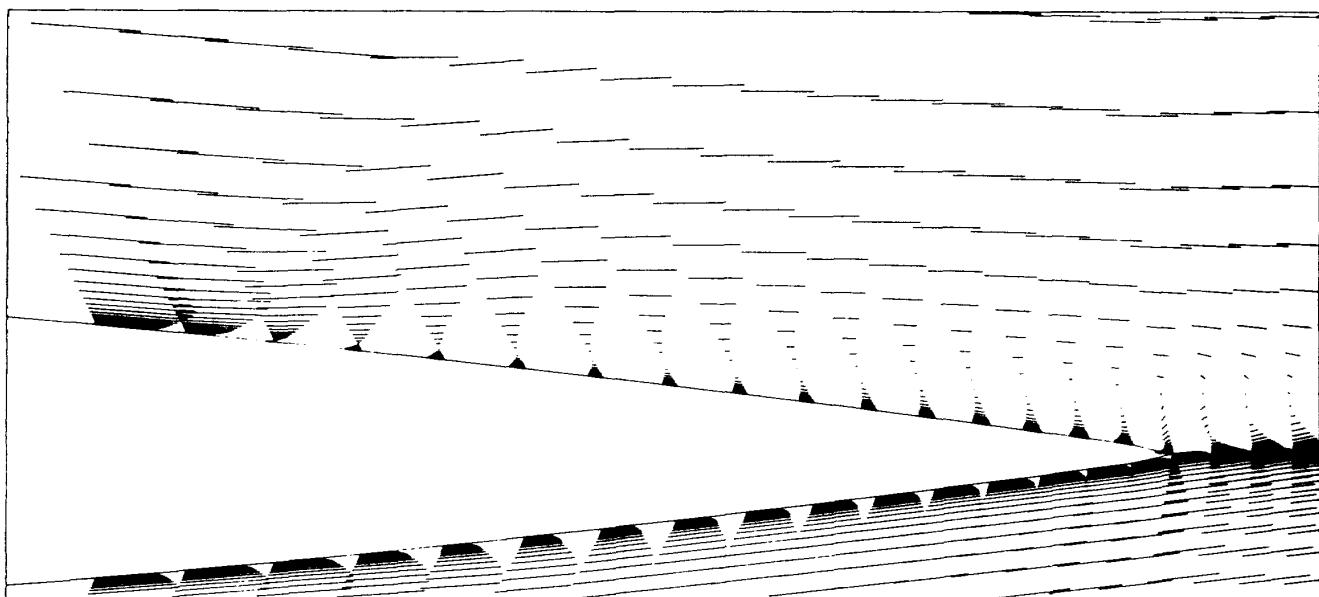


F5MACH= 0.85000    ALPHA= 3.00000    RN= 7000000.  
 PXMIN= -0.20000    PXMAX= 1.20000  
 PYMIN= -0.50000    PYMAX= 0.50000  
 SCALE= 20.00000    UVSCL= 0.02500

TIME AVERAGED NAVIER-STOKES FLOW  
 NAVIER-STOKES SOLVER  
 NACA 0012 CASE 07 AF12HR13

DATE 93-11-01

図24 NACA 0012 翼型まわりの速度ベクトル図



F5MACH= 0.85000    F5PHIG= 3.00000    RN= 7000000.  
 FXMIN= -0.60000    FYHGX= 0.05000  
 FYMIN= -0.05000    FYHGY= 0.50000  
 SCALE= 80.00000    UVSCL= 0.02500

TIME AVERAGED NAVIER-STOKES FLOW  
 NAVIER-STOKES SOLVER  
 NACA 0012 CASE 07 AF12HR13

DATE 93-11-04

図25 NACA 0012 翼型まわりの速度ベクトル拡大図

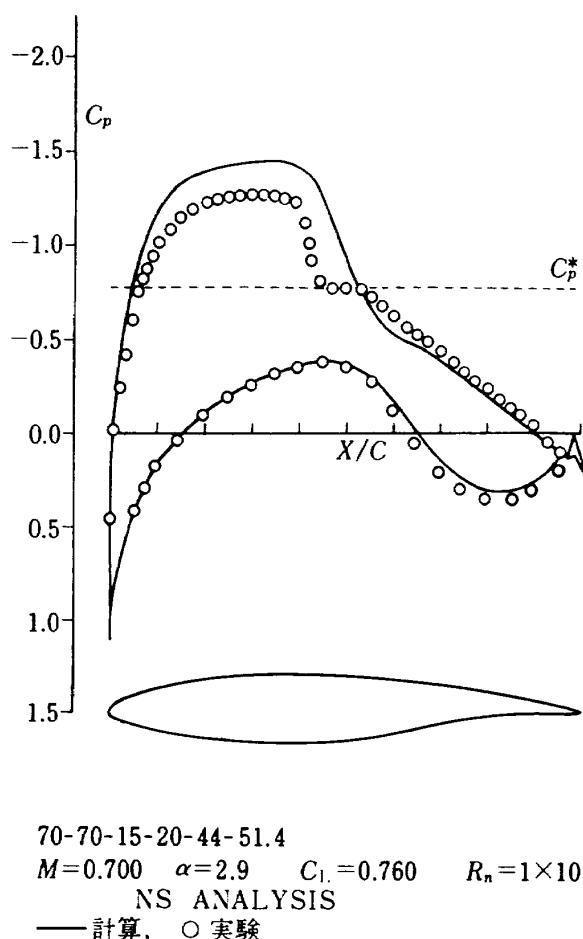


図 26 遷音速翼型の圧力分布

回数は 3000 ステップであり、計算時間は FACOM M-380 で 65 分である。また 1 格子点、1 ステップ当たりの計算時間は  $2 \times 10^{-4}$  秒である。

## 9. まとめ

IAF 法を改良した高レイノルズ数遷音速流翼型解析プログラムを研究開発し、空力設計家の要求に答えるべく様々な出力を用意した。低速での short bubble や遷音速での衝撃波に誘起された剥離流も計算できる事を示した。風洞実験との比較では、低速の場合、対称な Joukowski 翼型では圧力係数、 $\alpha = 0^\circ, 3^\circ, 9^\circ$  のときの自然遷移の抵抗係数、 $\alpha = 6^\circ$  のときの後縁付近を除く排除厚さと運動量の厚さに良い一致がみられる一方、精度が不十分なケースもある。遷音速翼型で遷音速の場合、圧力係数分布の亜音速部分では良く一致するが、超音速部分では精度が不十分である。精度を含めてどの程度の適用範囲があるかの検証計算には膨大で系統的なテス

トが必要で、現在それを進めている段階であり、近い将来報告する予定である。

## 謝 辞

本プログラム開発に全面的に尽力いただいた日本タイムシェア(株)の伊沢隆男氏に感謝の意を表します。

## 参考文献

- Beam, R. & Warming, R.F., "An Implicit Finite-Difference Algorithm for Hyperbolic Systems in Conservation-Law-Form," J. Comp. Phys., Vol. 22, (1976) pp. 87–110.
- Viviand, H., "Conservative Forms of Gas Dynamic Equations," La Recherche Aerospatiale, No. 1, (1974) pp. 65–68.
- Steger, J.L., "Implicit Finite Difference Simulation of Flow about Arbitrary Geometries with Application to Airfoils," AIAA Paper 77-665.
- Steger, J.L., "Implicit Finite-Difference Simulation of Flow about Arbitrary Two-Dimensional Geometries," AIAA J. Vol. 16, (1978) pp. 679–686.
- Thomas, P.D., "Boundary Conditions for Implicit Solutions to the Compressible Navier-Stokes Equations in Finite Computational Domains," AIAA Paper 79-1447.
- Beam, R.M. & Warming, R.F., "An Implicit Factored Scheme for the Compressible Navier-Stokes Equations," AIAA J. Vol. 16, (1978) pp. 393–402.
- Baldwin, B. & Lomax, H., "Thin-Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows," AIAA Paper 78-257.
- 廣瀬直喜, 河合伸坦, 伊沢隆男, 菊池路子, "遷音速翼型解析法のための格子形成コード AFMESH の開発", 日本航空宇宙学会第 13 期年会講演会講演集, (1982) pp. 158 – 161.

- 9) Ruddy, D.H. & Strikwerda, J.C., "Boundary Conditions for Subsonic Compressible Navier-Stokes Calculations," Computer and Fluid Vol. 9, (1981) pp. 327–338.
- 10) Pulliam, T.H., "Characteristic Boundary Conditions for the Euler Equations," NASA CP-2201, Numerical Boundary Condition Procedures (1981) pp. 165–181.
- 11) Cebeci, T., "Calculation of Compressible Turbulent Boundary Layers with Heat and Mass Transfer," AIAA J. Vol. 9, No. 6, (1971) pp. 1091–1097.
- 12) Waskiewicz, J.D., Shang, J.S. & Hankey, W.L., "Numerical Simulation of Near Wakes Utilizing a Relaxation Turbulence Model," AIAA J. Vol. 18, No. 12, (1980) pp. 1440–1445.
- 13) Preston, J.H. & Sweeting, N.E., "The Experimental Determination of the Boundary Layer and Wake Characteristics of a Simple Joukowski Aerofoil, with Particular Reference to the Trailing Edge Region," A.R.C. R. & M. 1998 (1943).
- 14) 神谷信彦, 私信。
- 15) Blackwell, J.A. Jr. & Pounds, G.A., "Wind-Tunnel Wall Interference Effects on a Supercritical Airfoil at Transonic Speeds," J. Aircraft, Vol. 14, No. 10, (1977) pp. 929–935.
- 16) Sewall, W.G., "The Effects of Sidewall Boundary Layers in Two-Dimensional Subsonic and Transonic Wind Tunnels," AIAA Paper 81-1297 (1981).
- 17) McDevitt, J.B., "Supercritical Flow About a Thick Circular-Arc Airfoil," NASA TM-78549 (1979).
- 18) 河合伸坦, "Navier – Stokes 方程式の低速における数値解と実験値の比較", 日本航空宇宙学会第 12 期年会講演会講演集, (1981) pp. 32 – 33.
- 19) 河合伸坦, 廣瀬直喜, 伊沢隆男, "高  $R_e$  数遷音速流翼型解析プログラム NSFOIL の開発", 第 21 回飛行機シンポジウム講演集, (1983) pp. 404 – 407.

## 付録 A プログラムの使用手引

### A 1 プログラム使用例

プロッタ出力例(図4から図15)を計算した時のプログラム使用法を例として示そう。まず一様流を初期値として計算を始める場合の例を次に示す。

```
//B10XXXX JOB SHAL
// EXEC LIED,S=DN,PARAM='SIZE=(300k)', 
//          ALIB='TNS.NSFOIL.08J',IEF='TNS.NSFOIL.08J'
// INCLUDE IEF(MAIN,BLOCKD)
ENTRY MAIN
// EXEC GO
NACA 0012 CASE 0B AF12HR13
IFI IMESH=1, LEND
EA ALPHA=2.0,FSMACH=0.80,RN=7.00E6,IVIS=3,
JMAX=125,KMAX=51,JLEAD=63,JTL1=17,JTL2=109,
NMAX=0400,
DT=0.625E-3,BDT=0.01,
IPRT=0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,
IPL =0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,
LEND
FINISHED
// EXPAND USDK,RNO=08,FILE='AERODAT.B10.AF12MH13',DISP=SHR,ORG=PS
// EXPAND USDK,RNO=04,FILE='B10.NB28DA',DISP=NEW,ORG=PS,
//           SPACE='(7,1)',BSIZE=12000,RSIZE=1200,RECFM=VBS
//
```

ここで第1行目は個人番号、ジョブクラスの指定である。EXEC LIEDでは使用するプログラムを呼び出す。EXEC GOの最初のデータカードはケースタイトルカードである。次の NAMLIST & FI ではファイルに関する指示をする。指示しない変数については標準値が入る。NAMLIST & A では、流れの変数、格子に関する変数、繰返し回数、*At*に関する変数、LP出力の選択、プロッタ出力の選択についての指示を与える。指示しない変数には標準値が入る。EXEC GOの最後のデータカードはケースタイトルカードであり、FINISHEDはデータカードの終了を示す。USDK, RNO = 08 では格子ファイルを入力する。USDK, RNO = 04 では計算結果のファイルを出力する。

次に継続計算をする場合の例を次に示す。

```
//B10XXXX JOB LONG
// EXEC LIED,S=DN,PARAM='SIZE=(300k)', 
//          ALIB='TNS.NSFOIL.08J',IEF='TNS.NSFOIL.08J'
// INCLUDE IEF(MAIN,BLOCKD)
ENTRY MAIN
// EXEC GO
CONTINUE
IFI IMESH=1, LEND
EA
NMAX=2800,
DT=0.01,BDT=0.05,VDT=200.0,
IPRT=0.0,0.1,0.1,0.1,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,
IPL =1.1,1.1,1.1,1.1,1.1,1.1,1.1,0.0,0.0,0.0,0.0,
LEND
FINISHED
// EXPAND USDK,RNU=08,FILE='AERODAT.B10.AF12HR13',DISP=SHR,ORG=PS
// EXPAND USDK,RNU=03,FILE='B10.NB28DA',DISP=OLD,ORG=PS
// EXPAND USDK,RNU=04,FILE='B10.NB28DA',DISP=NEW,ORG=PS,
//           SPACE='(8,1)',BSIZE=12000,RSIZE=1200,RECFM=VBS
// EXPAND XY
```

ここで EXEC GO の最初のデータカードはケースタイトルカードである。このカードが CONTINUE のときには継続計算となり、前の計算結果が入力され、NAMLIST & FI, & A で指示しない変数は、

前の計算で使用した値が入る。USDK, RNO = 03 では前の計算結果の入力ファイルを指定する。

### A 2 入力変数

#### A 2.1 ケースタイトルカード

20A4 の形式で自由にケースタイトルを付ける。普通、翼型の名称、格子の名称、ケース番号などを付ける。ただし最初の 8 文字が CONTINUE の時には継続計算となる。また FINISHED の時はデータカードの終了を表わす。

#### A 2.2 NAMLIST/FI/の入力変数

ここではファイルに関係した変数を指定する。

IMESH : 入力する格子のデータ形式の選択変数。(標準 0)

0 : 下記の形式で入力する。

READ ( IFIL 1 ) ( X ( J, K ), J = 1, JMAX ),  
1                                                   K = 1, KMAX ),  
2                                                   (Y ( J, K ), J = 1, JMAX ),  
3                                                   K = 1, KMAX )

1 : AFMESH で作成した格子を入力する。

IFIL 1 : 格子をファイル入力する時のファイル参照番号。(標準 8)

IVREAD : 初期値設定の選択変数。(標準 0)  
0 : 一様流に内部設定する。  
1 : ファイル入力する。

IFIL 2 : 前の計算結果または初期値の入っているファイルの参照番号。(標準 3)

ISTORE : 計算結果をファイル出力するか否か。(標準 1)

0 : ファイル出力しない。  
1 : ファイル出力する。

OFILE : 計算結果出力ファイルの参照番号。(標準 4)

#### A 2.3 NAMLIST/A/の入力変数

##### A 2.3.1 格子に関係した入力変数

JMAX :  $\delta$  方向格子点数。ただし  $JMAX \leq 145$  (標準 103)

KMAX :  $\eta$  方向格子点数。ただし  $KMAX \leq 55$  (標準 39)

JTL 1 : 下面側後縁の  $\delta$  方向格子番号。(標

	準 16)	SMUIM	: 差分式左辺に付加する平滑化項の係数。 $0 < \text{SMUIM}$ 。（標準 0.18）
J TL 2	: 上面側後縁の $\xi$ 方向格子番号。（標準 88）	NMAX	: 反復（繰返）回数。 $\text{NMAX} \leq 4500$ 。（標準 50）
J LEAD	: 前縁の $\xi$ 方向格子番号。（標準 52）	A 2.3.4 LP 出力に関係した入力変数	
A 2.3.2 物理条件に関係した入力変数		MP	: 反復計算中の圧力マップを LP 出力するときの反復回数による出力間隔。（標準 100）
FSMACH	: 一様流マッハ数。（標準 0.75）	ICP	: 反復計算中の翼上 $C_p$ を LP 出力するときの反復回数による出力間隔。（標準 100）
ALPHA	: 迎角（単位°）。（標準 0.0）	IPRT(2)	: 全流れ場の圧力分布の出力。（標準 1） 0 : 出力しない。 1 : 出力する。
RN	: レイノルズ数。（標準 4.2E5）	IPRT(3)	: 全流れ場の密度分布の出力。（標準 1） 0 : 出力しない。 1 : 出力する。
TINF	: 一様流の温度（単位°K）。（標準 288.0）	IPRT(4)	: 全流れ場の局所マッハ数の出力。（標準 1） 0 : 出力しない。 1 : 出力する。
GAMMA	: 比熱比。（標準 1.4）	IPRT(5)	: 翼, wake cut 上の $C_p$ , $C_f$ の分布と入力変数 $M_\infty$ , $\alpha$ , $R_N$ と空力係数 $C_{LT}$ , $C_{DT}$ , $C_{MTQC}$ の出力。（標準 1） 0 : 出力しない。 1 : 出力する。
A 2.3.3 解法に関係した入力変数		IPRT(6)	: 翼, wake cut 上の局所マッハ数, $p/p_0$ ( $p_0$ はよどみ点圧力), 密度, 速度ベクトルの成分, 内部エネルギーの出力, および入力変数 $M_\infty$ , $\alpha$ , $R_N$ と空力係数 $C_{LT}$ , $C_{DT}$ , $C_{MTQC}$ の出力。（標準 1） 0 : 出力しない。 1 : 出力する。
IVIS	: 乱流モデルの選択変数。（標準 4） 1 : 非粘性流。 2 : 層流。 3 : 前縁からの乱流。 4 : 遷移。	IPRT(7)	: 粘性流 (IVIS > 1) のとき境界層内の情報の出力。出力項目は排除厚 $\delta^*$ , 運動量厚 $\theta$ , 形状係数 $H$ , まつ係数 $C_f$ , 入力変数 $M_\infty$ , $\alpha$ , $R_N$ , 翼面から垂直な距離 $S$ , $\log_{10}(S^+)$ , $U^+$ , $U/U_\infty$ , $U_\perp/U_\infty$ , 渦粘性係数 $\mu_t$ である。（標準 1）
NSFULL	: 方程式の近似段階の選択変数。（標準 0） 0 : 薄層近似式。 1 : 完全な NS 式。		
IUPWND	: 差分法の選択変数。（標準 0） 0 : 全領域を中心差分だけで行なう。 1 : 中心差分と風上差分の混合。 (衝撃波前方で風上差分評価)		
RELSC	: 緩和モデルの選択変数。（標準 -1.0） $> 0$ : 緩和モデルを使用する。このとき $\text{RELSC} = \lambda/C_{KLEB}$ ただし $\lambda$ は緩和係数である。 $\leq 0$ : 緩和モデル不使用。		
DT	: 時間のきざみ幅 $\Delta t$ の初期値。（標準 0.005）		
BDT	: 反復計算に伴い時間のきざみ幅 DT は増大する。このときの上限を BDT で指定する。（標準 0.03）		
VDT	: 時間のきざみ幅 DT は, VDT 回反復が進むに従って, 2 倍になる。ただし上限は BDT によりおさえられる。（標準 100.0）		
SMU	: 差分式右辺に付加する平滑化項の係数。 $0 < \text{SMU}$ 。（標準 0.09）		

	0 : 出力しない。 1 : 出力する。		1) 0 : 出力しない。 1 : 出力する。
IPRT(8)	: 全流れ場での格子分布, 密度, 速度ベクトル成分, 内部エネルギーの出力。(標準1) 0 : 出力しない。 1 : 出力する。	IPL(3)	: 翼付近の等マッハ数線図の出力。(標準1) 0 : 出力しない。 1 : 出力する。
IPRT(9)	: 収束状況の出力。出力項目は入力変数 $M_\infty, \alpha, R_N$ の他に次の値を 50 回ごとに出力する。反復回数, 無次元時間 = $(U_\infty/c) \cdot (\text{物理時間})$ , 揚力係数 $C_{LT}$ , 抵抗係数 $C_{DT}$ , モーメント係数 $C_{MTQC}$ , 圧力係数の最小値 $C_{ppeak}$ , 残差。(標準1) 0 : 出力しない。 1 : 出力する。	IPL(4)	: 翼上の圧力係数 $C_p$ 分布図の出力。(標準1) 0 : 出力しない。 1 : 出力する。
IHAV	: クライインを指定し, そのクライイン上の流れ場情報を LP 出力するための選択変数。(標準0) 0 : 出力しない。 1 : 出力する。  このとき指定クライインの総数 NHAV およびクライイン格子番号 KHAV(・)はカード入力する。 その入力形式は NHAV : I5 KHAV(・) : 5I5  出力項目は各クライインについて, 格子番号, 格子座標, 密度, 速度成分, ξ 方向に沿った速度成分である。 2 : 出力する。  このとき NHAV, KHAV(・)の値はファイル入力する。出力項目は IHAV=1 と同じである。	IPL(5)	: 格子分布図の出力。(標準1) 0 : 出力しない。 1 : 出力する。
		IPL(6)	: 速度ベクトル図の出力。(標準1) 0 : 出力しない。 1 : 出力する。
		IPL(7)	: $C_{LT}, C_{MT}, C_{MTQC}$ の収束状況図の出力。(標準1) 0 : 出力しない。 1 : 出力する。
		IPL(8)	: 揚力係数 $C_{LT}$ の収束状況図の出力。(標準1) 0 : 出力しない。 1 : 出力する。
		IPL(9)	: 抵抗係数 $C_{DT}$ の収束状況図の出力。(標準1) 0 : 出力しない。 1 : 出力する。
		IPL(10)	: 1/4 翼弦長まわりのピッチング・モーメント係数 $C_{MTQC}$ の収束状況図の出力。(標準1) 0 : 出力しない。 1 : 出力する。
		IPL(11)	: 圧力係数 $C_p$ の最小値 $C_{ppeak}$ の収束状況図の出力。(標準1) 0 : 出力しない。 1 : 出力する。
A 2.3.5 プロッタ出力に関係した入力変数		IPL(12)	: 残差の収束状況図の出力。(標準1) 0 : 出力しない。 1 : 出力する。
IPL(1)	: 翼付近の等圧力線図の出力。(標準1) 0 : 出力しない。 1 : 出力する。		
IPL(2)	: 翼付近の等密度線図の出力。(標準1)		

CHOP(1)	: 等圧力線図を出力するときの等高線間のきざみ幅。(標準 0.05)
CHOP(2)	: 等密度線図を出力するときの等高線間のきざみ幅。(標準 0.05)
CHOP(3)	: 等マッハ数線図を出力するときの等高線間のきざみ幅。(標準 0.05)
XLNG	: $C_p$ 分布図に出力するときの翼弦長。単位 cm。 XLNG $\leq 14$ 。(標準 10.)
YLNG	: $C_p$ 分布図の $C_p$ 軸の 1 目盛の長さ。単位 cm。 YLNG $\leq 2.55$ 。(標準 2.0)
YMES	: $C_p$ 分布図の $C_p$ 軸 1 目盛に対応する $C_p$ 減少量。(標準 0.4)
PXMAX	: 格子分布図、速度ベクトル図を出力する時の右上すみ端点の $x$ 座標。(標準 1.2)
PYMAX	: 格子分布図、速度ベクトル図を出力する時の右上すみ端点の $y$ 座標。(標準 0.5)
PXMIN	: 格子分布図、速度ベクトル図を出力する時の左下すみ端点の $x$ 座標。(標準 -0.2)
PYMIN	: 格子分布図、速度ベクトル図を出力する時の左下すみ端点の $y$ 座標。(標準 -0.5)
SCALE	: 格子分布図、速度ベクトル図を出力する時の翼型の翼弦長。単位 cm。(標準 20.0)
UVSCL	: 速度ベクトル図を出力する時の一様流速度ベクトルの大きさ。この大きさは翼弦長で正規化して指定する。(標準 0.025)

### A 3 LP 出力

#### A 3.1 表題出力

NSFOIL の表題を出力する。

#### A 3.2 入力データ・イメージの出力

NSFOIL の入力カード・データをカード・イメージの形で出力する。

#### A 3.3 入力変数一覧の出力

ケースタイトルおよび各入力変数値を出力する。

また方程式の近似段階などのジョブの情報を文章で説明する。格子の一部  $Y(1, K) : 1 \leq K \leq KMAX$  を出力する。なおデータ終了を示すケースタイトルは最後の頁に出力する。

#### A 3.4 JACOBIAN MAP の出力

各格子点における Jacobian の大きさを 10 段階に分割し、その大きさの分布状況を出力する。

#### A 3.5 翼面および wake cut 上の情報の出力

$k = 1$  上で初期状況を出力する。出力項目は、 $\xi$  方向格子番号、格子  $x, y$  座標、密度  $\rho$ 、運動量  $\rho u, \rho v$ 、総エネルギー  $e$ 、 $p/p_0$ 、圧力係数  $C_p$  である。

#### A 3.6 データ履歴の出力

反復計算中の各情報をモニターとして出力する。

最大のクーラン数を  $\xi$  方向 (A) と  $\eta$  方向 (B) にわけて、最大値を与える格子番号とともに出力する。また時間のきざみ幅  $DT = \Delta t$  も出力する。この情報は反復の 10 回ごとに出力する。

計算領域内の 1 点  $[JMAX/2], 2$  における  $\hat{q}$ 、すれ SHEAR =  $(\eta_y)_{j,1} (u_{j,2} - u_{j,1})$  および残差を繰返し回数といっしょに出力する。

圧力係数から導びかれる揚力係数 CL、抵抗係数 CD、1/4 翼弦長まわりのモーメント係数 CMQC とまさつ係数から導びかれた揚力係数 CLF、抵抗係数 CDF、モーメント係数 CMFQC および総量 CLT = CL + CLF、CDT = CD + CDF、CMTQC = CM + CMFQC を 10 反復回数ごとに出力する。

全流れ場における圧力の大きさを 10 段階に分割した MAP を出力する。出力間隔は MP により指定する。

翼面上の圧力係数  $C_p$  を出力する。出力間隔は I CP により指定する。

#### A 3.7 計算終了時の情報出力

$k = 1$  上の流れ場の状況は、A 3.5 の出力項目と全く同じである。空力係数については、A 3.6 で述べた CL, CD, CMQC, CLF, CDF, CMFQC, CLT, CDT, CMTQC を出力する。また無次元時間と最終の時間刻み幅を出力する。

#### A 3.8 指定 $\eta$ ラインの流れ場情報の出力

IHAV = 1, 2 のとき、指定  $\eta$  ライン上の流れ場情報を出力する。出力項目は、格子  $x$  座標、 $y$  座標、密度  $\rho = ROH$ 、速度成分  $u, v, \xi$  方向に沿い  $U_\infty$  で

正規化した速度成分  $U S, P/P_0$ , 渦粘性係数  $\mu_t = T$  URMU である。

### A 3.9 全流れ場での圧力の出力

IPRT(2) = 1 のとき, 全流れ場(全計算領域)における圧力分布を出力する。このときケースタイトルも出力する。

### A 3.10 全流れ場での密度の出力

IPRT(3) = 1 のとき, 全流れ場(全計算領域)における密度分布を出力する。またケースタイトルも出力する。

### A 3.11 全流れ場での局所マッハ数の出力

IPRT(4) = 1 のとき, 全流れ場(全計算領域)における局所マッハ数分布を出力する。またケースタイトルも出力する。

### A 3.12 $C_p, C_f (k = 1)$ の出力

IPRT(5) = 1 のとき, 以下の情報を出力する。

(1) ケースタイトル

(2) 入力変数

一様流マッハ数  $M_\infty = \text{FSMACH}$

迎角  $\alpha = \text{ALPHA}$

レイノルズ数  $R_N = \text{RN}$

(3) 空力係数

臨界圧力係数  $C_p^* = \text{CPSTAR}$

揚力係数  $C_L = \text{CLT}$

抵抗係数  $C_D = \text{CDT}$

モーメント係数  $C_M = \text{CMTQC}$

(4)  $k = 1$  上の分布情報

$\xi$  方向格子番号  $j = \text{XI}$

格子  $x$  座標,  $y$  座標

まさつ係数  $C_f = \text{CF}$

圧力係数  $C_p = \text{CP}$

$C_p$  分布図

### A 3.13 $M_l, P/P_0, \rho, u, v, \text{内部エネルギー} (k = 1)$ の出力

IPRT(6) = 1 のとき, 以下の情報を出力する。

(1) ケースタイトル

(2) 入力変数

一様流マッハ数  $M_\infty = \text{FSMACH}$

迎角  $\alpha = \text{ALPHA}$

レイノルズ数  $R_N = \text{RN}$

(3) 空力係数

揚力係数  $C_L = \text{CLT}$

抵抗係数  $C_D = \text{CDT}$

モーメント係数  $C_M = \text{CMTQC}$

(4)  $k = 1$  上の分布情報

$\xi$  方向格子番号  $j = \text{XI}$

格子  $x$  座標

局所マッハ数  $M_l = \text{MACH}$

$P/P_0$

密度  $\rho = \text{ROH}$

速度成分  $u, v$

単位質量あたりの内部エネルギー  $\epsilon = \text{ENERGY}$

### A 3.14 境界層内状況の出力

IPRT(7) = 1, IVIS > 1 のとき, 翼まわりの境界層内の状況を出力する。出力項目は次のとおりである。

(1) ケースタイトル

(2)  $\xi$  方向格子番号  $j$

(3) 格子  $x$  座標,  $y$  座標

(4) 入力変数

一様流マッハ数  $M_\infty = \text{FSMACH}$

迎角  $\alpha = \text{ALPHA}$

レイノルズ数  $R_N = \text{RN}$

(5) 空力係数

排除厚さ  $\delta^* = \text{D-STAR}$

運動量厚さ  $\theta = \text{THETA}$

形状係数  $H$

まさつ係数  $C_f = \text{CF}$

(6) ライン方向に次の情報を出力する。

翼に垂直な距離  $S = \text{Y-NORMAL}$

$\log_{10}(S^+) = \text{LOG10}(Y+)$

翼に平行な速度  $U/U_\infty = \text{U-TAN}/\text{UFS}$

翼に垂直な速度  $U_\perp/U_\infty = \text{U-NRM}/\text{UFS}$

$u^+$

渦粘性係数  $\mu_t = \text{MT}$

ただし,

$$S^+ = \left( R_e \frac{\rho |\omega|}{\mu_t} \right)^{\frac{1}{2}} w$$

$$u^+ = \left( R_e \frac{\rho}{|\omega| \mu_t} \right)^{\frac{1}{2}} U$$

ここで  $U$  は翼に平行な速度成分である。

### A 3.15 全流れ場情報の出力

$\text{IPRT}(8) = 1$  のとき、全流れ場で次の分布情報を出力する。ケースタイトル、 $\xi$ 方向格子番号  $j$ 、 $\eta$ 方向格子番号  $k$ 、格子  $x$  座標、 $y$  座標、密度  $\rho = \text{RHO}$ 、速度  $u/U_\infty$ 、 $v/U_\infty$ 、内部エネルギー  $\epsilon/\epsilon_\infty = \text{EI}$ 。

### A 3.16 収束状況の出力

$\text{IPRT}(9) = 1$  のとき、次の項目を出力する。

(1) ケースタイトル

(2) 入力変数

一様流マッハ数  $M_\infty = \text{FSMACH}$

迎角  $\alpha = \text{ALPHA}$

レイノルズ数  $R_N = \text{RN}$

(3) 繰返し 50 回ごとの情報を出力する。

繰返し回数

時間 ( $c/U_\infty$  で無次元化してある) TIME

揚力係数  $C_L = \text{CLT}$

抵抗係数  $C_D = \text{CDT}$

モーメント係数  $C_M = \text{CMTQC}$

残差 RESIDUAL

## A 4 プロッタ出力

### A 4.1 翼付近の等圧力線図

$\text{IPL}(1) = 1$  のとき圧力  $p$  の翼付近での等高線図を出力する。この図に出力する翼の弦長は 10 cm に固定してある。図の中で MAX は圧力の最大値、MIN は最小値、DEL = CHOP(1) はきざみ幅である。

### A 4.2 翼付近の等密度線図

$\text{IPL}(2) = 1$  のとき密度  $\rho$  の翼付近での等高線図を出力する。この図に出力する翼の弦長は 10 cm に固定してある。図の中で MAX は密度の最大値、MIN は最小値、DEL = CHOP(2) はきざみ幅である。

### A 4.3 翼付近の等マッハ数線図

$\text{IPL}(3) = 1$  のとき局所マッハ数  $M_l$  の翼付近での等高線図を出力する。この図に出力する翼の弦長は 10 cm に固定してある。図の中で MAX はマッハ数の最大値、MIN は最小値、DEL = CHOP(3) はきざみ幅である。また音速線は赤で描く。

### A 4.4 翼上 $C_p$ 分布図

$\text{IPL}(4) = 1$  のとき翼上の圧力係数  $C_p$  を出力す

る。ITER は繰返し計算の総回数である。上面の  $C_p$  は赤で描く。

### A 4.5 格子分布図

$\text{IPL}(5) = 1$  のとき、2 点 (PXMIN, PYMIN) と (PXMAX, PYMAX) を指定し、この点から定まる長方形内の格子分布図を出力する。

### A 4.6 速度ベクトル図

$\text{IPL}(6) = 1$  のとき、A 4.5 で定めた長方形内の速度ベクトル図を出力する。

### A 4.7 $C_L$ , $C_D$ , $C_M$ の収束状況図

$\text{IPL}(7) = 1$  のとき、繰返し回数 50 回ごとにストアした CLT, CDT, CMTQC の履歴を出力する。CLT, CDT, CMTQC 軸の目盛の値や、目盛幅などは、本プログラムが自動的に設定する。

NTOTAL は繰返しの総回数である。

### A 4.8 $C_L$ の収束状況図

$\text{IPL}(8) = 1$  のとき、繰返し回数 50 回ごとにストアした CLT の履歴を出力する。NTOTAL は繰返しの総回数である。CLT 軸の目盛の値や、目盛幅などは、本プログラムが自動的に設定する。

### A 4.9 $C_D$ の収束状況図

$\text{IPL}(9) = 1$  のとき、繰返し回数 50 回ごとにストアした CDT の履歴を出力する。NTOTAL は繰返しの総回数である。CDT 軸の目盛の値や、目盛幅などは、本プログラムが自動的に設定する。

### A 4.10 $C_M$ の収束状況図

$\text{IPL}(10) = 1$  のとき、繰返し回数 50 回ごとにストアした CMTQC の履歴を出力する。NTOTAL は繰返しの総回数である。CMTQC 軸の目盛の値や、目盛幅などは、本プログラムが自動的に設定する。

### A 4.11 $C_{p,peak}$ の収束状況図

$\text{IPL}(11) = 1$  のとき、繰返し回数 50 回ごとにストアした  $C_{p,peak}$  の履歴を出力する。 $C_{p,peak}$  とは翼上の圧力係数  $C_p$  の最小値である。NTOTAL は繰返し計算の総回数である。 $C_{p,peak}$  軸の目盛の値や、目盛幅などは、本プログラムが自動的に設定する。

### A 4.12 残差の収束状況図

$\text{IPL}(12) = 1$  のとき、繰返し回数 50 回ごとにストアした残差 ( $L_2$  Residual) の履歴を出力する。NTOTAL は繰返しの総回数である。

---

## 航空宇宙技術研究所報告816号

昭和59年6月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武藏野三鷹(0422)47-5911(大代表) ~~182~~

印刷所 株式会社三興印刷  
東京都新宿区信濃町12三河ビル

---

Printed in Japan