

ISSN 0389-4010  
UDC 518.6:  
533.6.01

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-865

## 有限面積法による非粘性二次元翼列解析 (実験と数値計算の検証例)

橋本良作・西村英明

1985年7月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

# 有限面積法による非粘性二次元翼列解析\*

## (実験と数値計算の検証例)

橋 本 良 作\*\* 西 村 英 明\*\*

### Analysis of Two-Dimensional Turbine Cascade Flow

By Finite Area Method

(Comparison of Numerical and Experimental Results)

Ryousaku HASHIMOTO and Hideaki NISHIMURA

### ABSTRACT

A two-dimensional time marching blade-to-blade flow analysis program was employed to analyse the transonic turbine cascade flows. The transonic turbine cascade flows are numerically calculated for several outlet Mach numbers and inlet angles.

The computed airfoil pressure distributions have been compared with the experimental results. The comparison shows excellent agreement for subcritical and supercritical flow with weak shock wave.

### 概 要

当所において作成した有限面積法による二次元翼間流れ解析のプログラムの汎用化の検討を遷音速タービン翼列を用いて、流出マッハ数と流入角を変えて数値解析し、実験結果と比較を行いその実用性について検討した。その結果、強い衝撃波の発生しない領域で実用性のあるプログラムであることを確認した。また、解の性質についての検討も行った。

### 記 号

#### 定数

$A$  : 仕事の熱当量

$C_p$  : 定圧比熱

$g$  : 重力加速度

$J$  : 熱の仕事当量

$R$  : ガス定数

$k$  : 比熱比

### 変数

$a$  : 音速

$\Delta a$  : 積分領域の面積

$\Delta A$  : 有限面積

$b$  : 代表長さ

$C_p$  : 翼面圧力係数

$D$  : 無次元密度

$e$  : 内部エネルギー

$E$  : 全エネルギー

$G$  : 無次元流量

$H$  : 全エンタルピー

$i$  : インシデンス角

\* 昭和60年1月14日受付

\*\* 原動機部

$M$ : マッハ数	
$p$ : 圧力	
$P$ : 無次元圧力	
$t$ : 時間	
$T$ : 温度	
$u$ : 速度の $x$ 成分	
$U$ : 無次元速度の $X$ 成分	
$v$ : 速度の $y$ 成分	
$V$ : 無次元速度の $Y$ 成分	
$V/V_E$ : 翼面速度比	
$x$ : $x$ 座標	
$X$ : 無次元 $X$ 座標	
$y$ : $y$ 座標	
$Y$ : 無次元 $Y$ 座標	
$\alpha$ : 流入角	
$\beta$ : 流出角	
$\rho$ : 密度	
$\tau$ : 無次元時間	
添字	
$i$ : 格子番号	
$j$ : ステップ時間	
$t$ : 全体状態	
$0$ : ある基準状態	
$1$ : 流入状態	
$2$ : 流出状態	

## 1. まえがき

ガスタービンエンジンの性能向上の点で、圧縮機、タービン等の翼列要素の高効率化は、重要な課題の一つとなっている。この高効率化は、翼列流れの高速化や新しい翼列の開発等により試みられている。しかし、流れの高速化により既存の翼列実験データの適用範囲を越える、あるいは、新しい翼型のため既存の翼列実験データがない等の問題が生じている。また、高速流れのため翼列実験における計測精度の確保が難しく、実験費用の高騰が予想される等の理由により、従来の経験値あるいは、翼列実験データを主体とした翼列設計法では、適用が困難となる範囲も漸増して来ている。一方、最近の電子計算機及び数値解析技術の進歩により実用に耐ええる数値シミュレーションが可能となり、差分法、特性曲線<sup>1), 2)</sup>

<sup>3)</sup> 法、タイムマーチング法<sup>4), 5)</sup> 等の数値解析法が翼列設計の有力な手段として実用の域に入っている。この中で遷音速翼列の解析にはタイムマーチング法が最も適していると考えられる。この解法は、時間微分項を含む非定常流体運動方程式が流れ場の特性（亜音速、超音速）に関係なく、時間に関して双曲形となることに着目して、任意の初期値から時間ステップを進めて流れ場の時間変化がある範囲に収まった状態を以て定常解とするものである。このため、亜音速、超音速領域の混在する流れを同一手法で取り扱うことが可能であり、衝撃波が形成されているような流れ場でも殆ど制約なしに解を得ることが出来る。

当研究所においても、遷音速領域で使用される翼列の設計を効率よく進める上で、また、実験の困難な範囲を数値シミュレーションで補う等の目的の第一歩として、福田らによってタイムマーチング法の一つである有限面積法<sup>6)</sup>による二次元翼列流れ解析のプログラムが作成され、遷音速翼列実験データをもとに計算を行い、圧力分布について実験結果との比較を行って数値解法の確認が行われた。

筆者らは、福田らによって作成されたこの二次元翼列流れ解析のプログラムの汎用化の資料を得るために、当研究所原動機部原動機空力研究室で系統的に行われた遷音速タービン翼列の二次元翼列実験結果をもとに、このプログラムによる数値解析結果と実験結果の比較を行い汎用化の検討を試みた。福田らの検討が翼面圧力分布のみであったので、筆者らは他の物理量についても検討を試みた。翼面圧力分布は、実験結果と数値解析結果の良い一致を見た。しかし、翼面速度分布は、実験結果と数値解析結果の間に著しい相違を示した。また、非粘性、断熱、定常流れの全圧は、衝撃波がない場合一定であり、弱い衝撃波の場合にもほぼ一定値を保たなければならない。ところが、このプログラムを用いて亜音速流れの解析を行った場合でも翼面でこの条件が満たされなく、翼面と翼面近傍で全圧の変動するような問題が生じた。そこで、筆者らは、この速度分布の実験結果と数値解析結果の間の相違と全圧の変動について検討を行った。その結果、全圧の変動と速度分布の相違はお互いに関係していて、翼面境界条件

が十分に満たされていないとの結論に達した。そこで、一つの対応策として、翼面の流れを等エントロピー流れと仮定し翼面境界条件の改善<sup>7)</sup>を行った。

筆者らは、福田らの作成したプログラムの翼面境界条件を改善し、この改善したプログラムを用いて、遷音速タービン翼列の数値解析を流出マッハ数と流入角を変えて行い、二次元翼列実験結果との比較により、その実用性について検討した。

本報告は、この翼面境界条件を改良したプログラムの実用性について、流出マッハ数と流入角を変えて、強い衝撃波の発生しない二次元遷音速タービン翼列について検討した結果について述べる。

## 2. 計算方法

計算方法について、福田らの詳しい報告<sup>6)</sup>があるのでここでは、簡単に述べる。

### 2.1 基礎方程式

二次元非粘性圧縮流れを支配する方程式は、次のように記述される。

連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) = 0 \quad (2-1)$$

運動方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u^2 + p) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho uv) = 0 \quad (2-2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho uw) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v^2 + p) = 0$$

エネルギー方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \frac{\partial}{\partial x} (u\rho E + up) + \frac{\partial}{\partial y} (v\rho E + vp) = 0 \quad (2-3)$$

ただし

$$E = \frac{g}{A} e + \frac{u^2 + v^2}{2}$$

また、これらの方程式系において、定常状態という仮定の下で、流線に沿って全温が一定、無限上流で全温が流線によらず一定であれば、全温は全領域で一定になる。ここで考えている解は定常解なので(2-3)式のかわりに次式を用いることも可能である。

全エンタルピー一定(全温一定)

$$T_t = T + \frac{u^2 + v^2}{2gJC_p} \quad (2-4)$$

あるいは、系を断熱等エントロピー変化をしていると仮定すると(2-3)式の代わりに次式を用いることも可能である。

等エントロピー変化

$$\frac{p}{\rho^\kappa} = \frac{p_0}{\rho_0^\kappa} = \text{一定} \quad (2-5)$$

これより方程式系として(2-1),(2-2),(2-3)式による系、(2-1),(2-2),(2-4)式による系と(2-1),(2-2),(2-5)式による系の三つの方程式系が考えられる。これら三つの方程式系は、流れが全領域で亜音速であれば物理的に同一であり、弱い衝撃波がある場合にもその差異は無視できる。

### 2.2 有限面積表示

ここで、前節の三つの方程式系のうち、(2-1),(2-2),(2-3)式の方程式系について有限面積表示を行うため、ある基準量を用いて、方程式の無次元化を次式により行う。

$$U = \frac{\rho u}{\rho_0 a_0}, V = \frac{\rho v}{\rho_0 a_0}, D = \frac{\rho}{\rho_0}, P = \frac{p}{\rho_0 a_0^2}$$

$$H = \frac{1}{\rho_0 a_0^2} \left( \frac{g}{A} e + \frac{u^2 + v^2}{2} \right)$$

$$\tau = \frac{a}{b} t, \Delta A = \frac{da}{b^2}$$

$$X = \frac{x}{b}, Y = \frac{y}{b}$$

これらの変数を用いて(2-1),(2-2),(2-3)式の無次元化を行うと次のようになる。

連続の式

$$\frac{\partial D}{\partial \tau} + \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2-6)$$

運動方程式

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{U^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{UV}{D} \right) = - \frac{\partial P}{\partial X}$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{UV}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{V^2}{D} \right) = - \frac{\partial P}{\partial Y} \quad (2-7)$$

エネルギー方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{UH}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{VH}{D} \right) \\ = - \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{PU}{D} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{PV}{D} \right) \quad (2-8) \end{aligned}$$

この(2-6),(2-7),(2-8)式の微分形の方程式を積分形に表現し面積積分を線積分に変換し近似を行うと、これらの式はつぎのようになる。

連続の式

$$D^{j+1} = D^j - \frac{\Delta \tau}{\Delta A} \sum_i G_i \quad (2-9)$$

運動方程式

$$\begin{aligned} U^{j+1} = U^j - \frac{\Delta \tau}{\Delta A} \sum_i \frac{1}{2} \left\{ (P_{i+1} + P_i) (Y_{i+1} - Y_i) \right. \\ \left. + \left( \frac{U_{i+1}}{D_{i+1}} + \frac{U_i}{D_i} \right) G_i \right\} \quad (2-10) \end{aligned}$$

$$V^{j+1} = V^j - \frac{\Delta \tau}{\Delta A} \sum_i \frac{1}{2} \left\{ - (P_{i+1} + P_i) \right.$$

$$(X_{i+1} - X_i) + \left( \frac{V_{i+1}}{D_{i+1}} + \frac{V_i}{D_i} \right) G_i \quad (2-11)$$

エネルギー方程式

$$\begin{aligned} H^{j+1} = H^j - \frac{\Delta \tau}{\Delta A} \sum_i \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{H_{i+1} + P_{i+1}}{D_{i+1}} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{H_i + P_i}{D_i} \right) G_i \right] \quad (2-11) \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} G_i = \frac{1}{2} \left[ (U_{i+1} + U_i) (Y_{i+1} - Y_i) \right. \\ \left. - (V_{i+1} + V_i) (X_{i+1} - X_i) \right] \end{aligned}$$

とした。

また、式の右上肩についている添字 $j$ , $j+1$ は、時間に関するものであり、右下についている添字 $i$ , $i+1$ は、微小面積を囲む辺上の点につけた格子番号である。

積分領域は、図1に示したように翼間領域については、六角形領域を用い。翼面境界では五角形領域を積分領域とした。周期境界は、周期境界の外側に格子線を一つ設けて翼間領域を計算する場合と同じ六角形領域を積分することにより求めた。

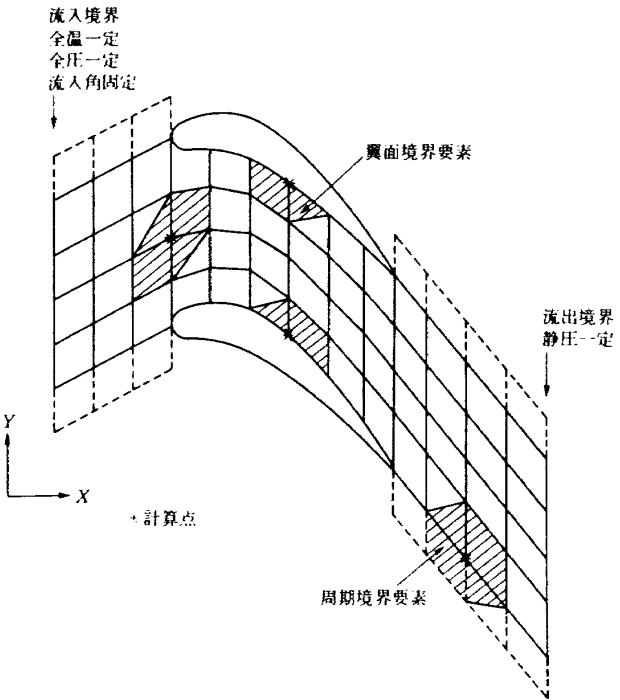


図1 積分領域と境界条件

### 2.3 境界条件

流入境界は、全圧、全温及び流入角のみを規定し、数値解析上必要となる残りの変数は、計算格子に沿って外挿によって求めた。

流出境界は、静圧のみを規定し、他の変数は計算格子に沿って外挿して求めた。

周期境界は、対応する周期境界上でのすべての状態は等しいものとした。

翼面境界は、筆者らの報告<sup>7)</sup>で述べたように翼面境界の計算誤差を少なくするために翼面の流れを等エントロピー流れと仮定することによって改善をはかった。この方法を簡単に述べると、数値計算結果から得られた密度、速度、温度から静圧を求め、つぎに、流入状態量として与えられた全圧値と静圧より等エントロピーの関係式を用いてマッハ数を求めた。このマッハ数と翼面の流れは翼面に沿って流れるより速度を求め、この速度成分を数値計算で得られた速度成分と入れ代えた。この操作をタイム・ステップごとに行い、翼面で等エントロピーの関係式が満たされるようにした。

### 3. 数値計算

非粘性流れの本プログラムが、粘性の影響を強く

受ける遷音速流れでどの程度実用性を持つかの検討を、流出マッハ数と流入角を変えた場合について二種類の遷音速タービン翼列実験結果と比較して検討した。検討に用いた翼列の翼型、翼列諸元、計算格子は、それぞれ図2(翼列A)、図3(翼列B)に示した。これらの翼列は、ともに強い衝撃波の生じない遷音速翼列で当研究所原動機部原動機空力研究室において系統的に実験が行われたものである。比較に用いた実験の流入、流出状態を表1から表5までに示す。また、この値は、数値解析の流入、流出状態の境界条件にも用いた値である。

数値解析結果と実験結果の比較は、タービン翼列性能の表示として一般に行われている方法にしたがって、流出状態を基準に無次元化した、翼面圧力分布(圧力係数)を中心に行った。図に示した翼面圧力( $C_p$ )は、次式より求めた。

#### 実験値

$$C_p = \frac{p - p_2}{p_{t2} - p_2} \quad (3-1)$$

#### 数値解析値

$$C_p = \frac{p - p_2}{p_{t2} - p_2} = \frac{p - p_2}{p_h - p_2} \quad (3-2)$$

数値解析では、流路全域で全圧の変動がないと仮定して解析しているので流入と流出状態の全圧は等しいとして数値解析の $C_p$ を求めた。

ここで検討に用いた計算スキームは、(2-3)式のエネルギー方程式の代わりに(2-4)式の全エンタルピー一定の関係式を用いた方程式系で、1ケースの計算時間は格子点数2187 ( $81 \times 27$ )で300秒から500秒程度であった。

### 3.1 流出マッハ数の影響

遷音速タービン翼列を用いて、流入角を設計流入角に固定し、流出マッハ数を0.4, 0.8, 0.95と変化させて、翼面圧力分布を中心に実験結果と数値解析結果の比較を行い、本プログラムの流出マッハ数の変化による影響について検討した。

検討に用いた翼列は、翼型の転向角を大きくすることで高負荷をはかった遷音速タービン翼列で、その翼型、翼列諸元、計算格子は図2(翼列A)に示した。比較に用いた流入、流出状態の実験値を表1に

くいちがい角 = -40° 流入角 = 50°  
翼長 = 50mm 流出角 = -68.1  
ソリディティ = 1.429

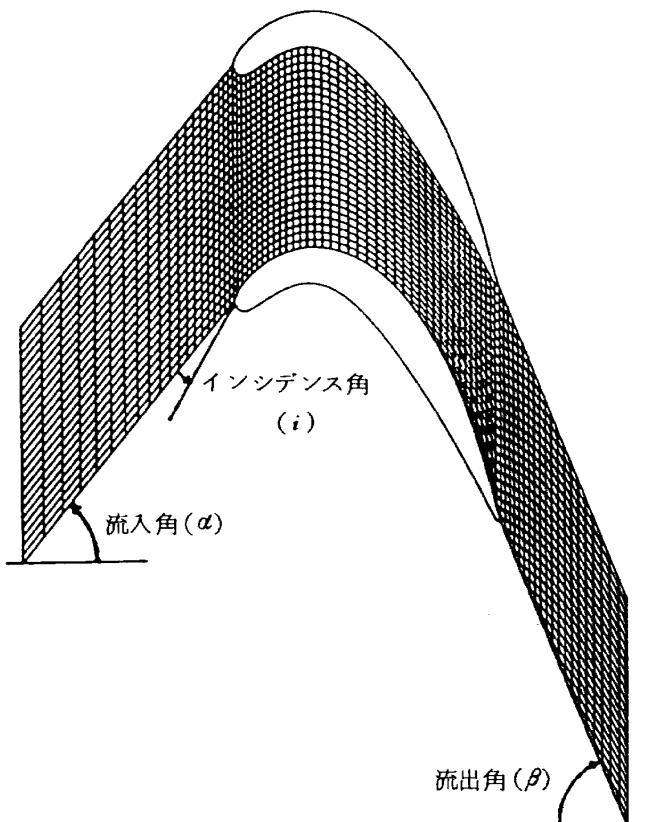


図2 高負荷タービン翼列計算格子(翼列A)

くいちがい角 = -30.3° 流入角 = 33.2°  
翼長 = 50.5mm 流出角 = -57.96  
ソリディティ = 1.578

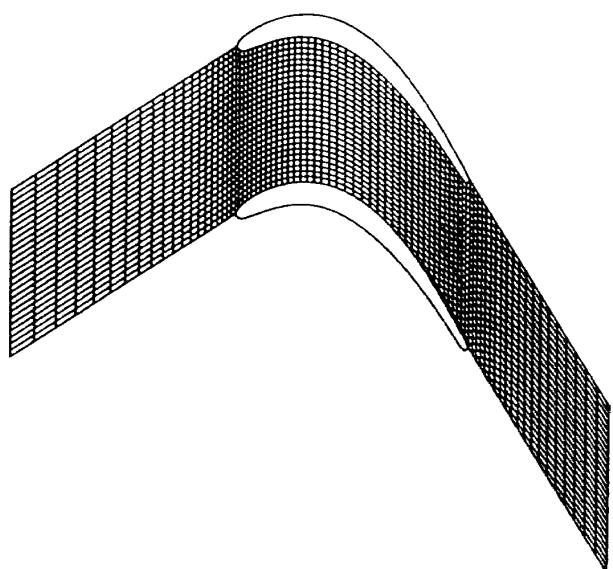


図3 低圧タービン翼列計算格子(翼列B)

表 1 翼列 A の実験結果（流出マッハ数の影響）ソリティディティ = 1.429

インシデンス角 ( $i$ ) (度)	流入全圧 ( $KP_a$ )	流入全温 ( $^{\circ}K$ )	流入静圧 ( $KP_a$ )	流入マッハ数	流出静圧 ( $KP_a$ )	流出マッハ数
0.	111.3	353.	107.98	0.21	99.55	0.4
0.	151.76	391.	140.38	0.34	99.55	0.8
0.	180.08	398.	164.76	0.36	99.55	0.95

表 2 翼列 A の実験結果（流出マッハ数の影響）ソリティディティ = 1.25

インシデンス角 ( $i$ ) (度)	流入全圧 ( $KP_a$ )	流入全温 ( $^{\circ}K$ )	流入静圧 ( $KP_a$ )	流入マッハ数	流出静圧 ( $KP_a$ )	流出マッハ数
0.	113.22	340.	109.52	0.22	100.82	0.4
0.	154.6	384.	142.25	0.35	100.82	0.8
0.	183.63	386.	167.74	0.36	101.11	0.95

表 3 翼列 A の実験結果（流入角の影響） $M_2 = 0.4$ 

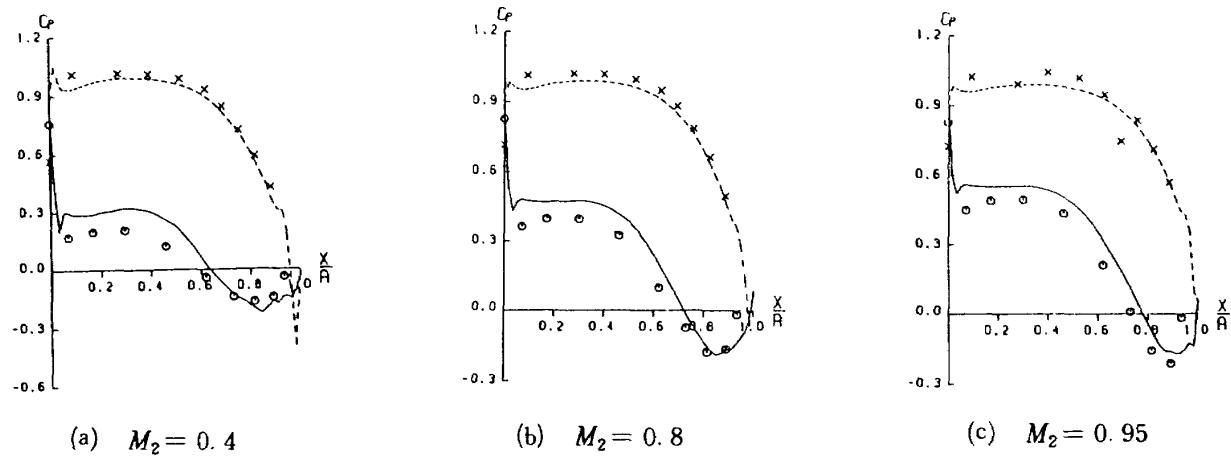
インシデンス角 ( $i$ ) (度)	流入全圧 ( $KP_a$ )	流入全温 ( $^{\circ}K$ )	流入静圧 ( $KP_a$ )	流入マッハ数	流出静圧 ( $KP_a$ )	流出マッハ数
-20.	112.81	353.	110.64	0.17	100.42	0.4
0.	111.3	353.	107.98	0.21	99.55	0.4
6.	114.3	367.	109.87	0.24	102.45	0.4
14.	112.98	346.	106.45	0.29	100.59	0.4

表 4 翼列 A の実験結果（流入角の影響） $M_2 = 0.95$ 

インシデンス角 ( $i$ ) (度)	流入全圧 ( $KP_a$ )	流入全温 ( $^{\circ}K$ )	流入静圧 ( $KP_a$ )	流入マッハ数	流出静圧 ( $KP_a$ )	流出マッハ数
-20.	182.02	399.	173.4	0.26	100.42	0.95
0.	180.08	398.	164.76	0.36	99.55	0.95
6.	185.53	402.	164.9	0.41	101.97	0.95
14.	185.36	401.	153.77	0.52	100.54	0.95

表 5 翼列 B の実験結果（流入角の影響） $M_2 = 1.0$ 

インシデンス角 ( $i$ ) (度)	流入全圧 ( $KP_a$ )	流入全温 ( $^{\circ}K$ )	流入静圧 ( $KP_a$ )	流入マッハ数	流出静圧 ( $KP_a$ )	流出マッハ数
-25.	192.19	401.	177.71	0.34	99.63	1.0
-20.	192.44	404.	177.18	0.35	100.39	1.0
-10.	193.34	407.	176.3	0.37	100.71	1.0
0.	193.15	401.	172.57	0.40	100.70	1.0
5.	194.63	398.	170.59	0.44	101.12	1.0
10.	193.61	403.	165.84	0.48	100.18	1.0
12.5	193.84	402.	163.59	0.50	100.70	1.0
15.	193.62	405.	160.49	0.52	99.80	1.0
20.	198.32	407.	156.06	0.60	100.27	1.0

図4 翼面圧力分布図 ( $i = 0$ , ソリディティ = 1.429)

— 翼背側(数値計算) ① 翼背側(二次元翼列実験結果)  
 --- 翼腹側(数値計算) × 翼腹側(二次元翼列実験結果)

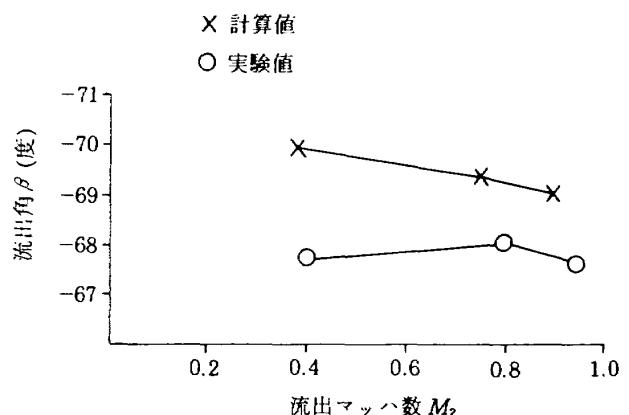
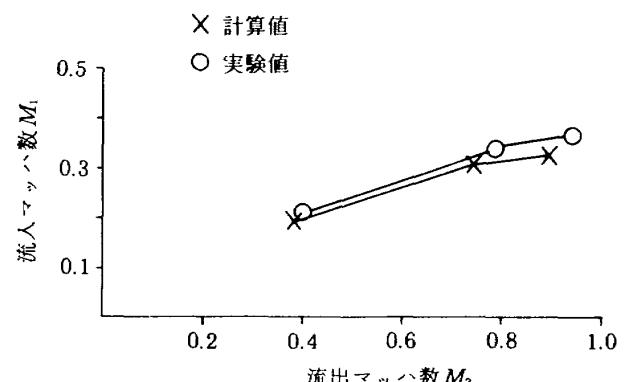
表わした。この値の一部を数値解析の境界条件に用いた。また、数値計算においては、流出状態の静圧を変えることによって流出マッハ数を変化させて計算を行った。

図4に数値解析結果と実験結果の翼面圧力分布の比較を示した。図の横軸は $x$ 軸方向に測った軸コードに対する比であり、翼前端を0、翼後端を1.0とした。縦軸の $C_p$ は、(3-1), (3-2)式で無次元化された圧力を表わしている。図4の圧力分布は、数値解析結果と実験結果の良い一致を示している。

図5は、流出角と流出マッハ数の関係について縦軸に流出角、横軸に流出マッハ数を取り実験結果と数値解析結果の比較を示した。これによると、対応する流出マッハ数と流出角の関係は、実験と数値解とでは定量的には少々の違い(約1.5°)があるが流出マッハ数を高くして行くと流出角は、小さくなるという定性的に同じ結果を得た。

実験結果と数値解析結果の流入マッハ数と流出マッハ数の関係について図6に示した。実験結果と数値解析結果の良い一致を示している。

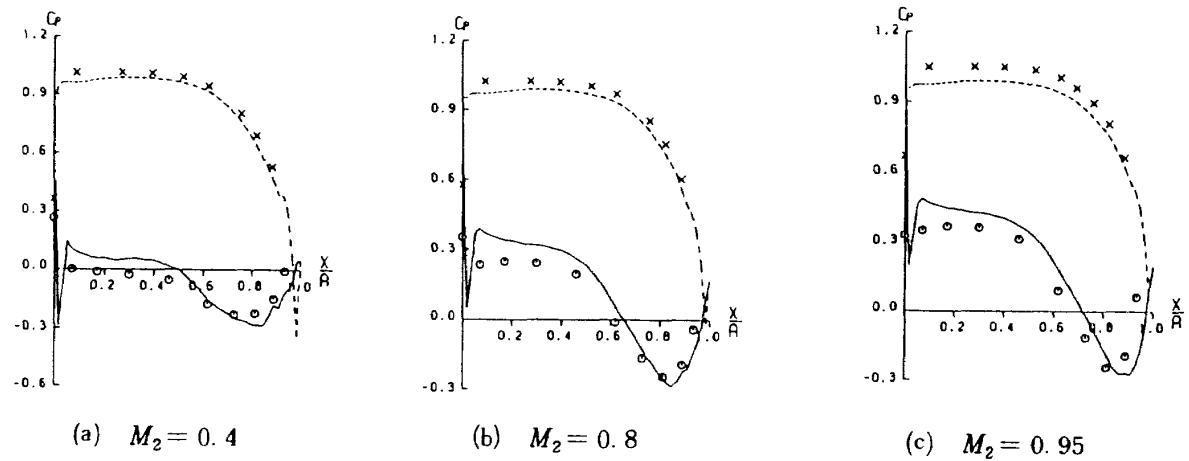
つぎに、前述と同じ翼列Aについてピッチを35mmから40mm(ソリディティ = 1.429より1.25に変える)に変え、前述と同じように流入角を設計流入角として流出マッハ数を0.4, 0.8, 0.95と変え実験結果と数値解析結果の比較をし、流出マッハ数の影響について検討した。流入、流出状態の実験結果を表2に示す。この値も前述と同様に数値解析

図5 流出角と流出マッハ数 ( $i = 0$ )図6 流入マッハ数と流出マッハ数 ( $i = 0$ )

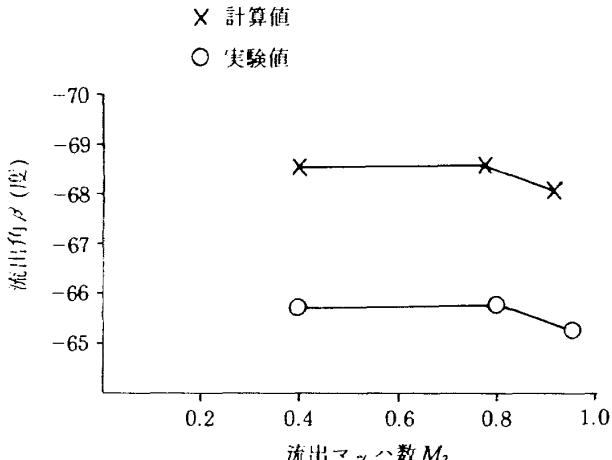
の境界条件に用いた。

図7に翼面圧力分布の数値解析結果と実験結果の比較を表わした。数値解析結果と実験結果の良い一致を見た。

図8は、この時の流出角と流出マッハ数の関係に

図7 翼面圧力分布図 ( $i = 0$ , ソリイディティ = 1.25)

— 翼背側(数値計算) ① 翼背側(二次元翼列実験結果)  
-- 翼腹側(数値計算) × 翼腹側(二次元翼列実験結果)

図8 流出角と流出マッハ数 ( $i = 0$ )

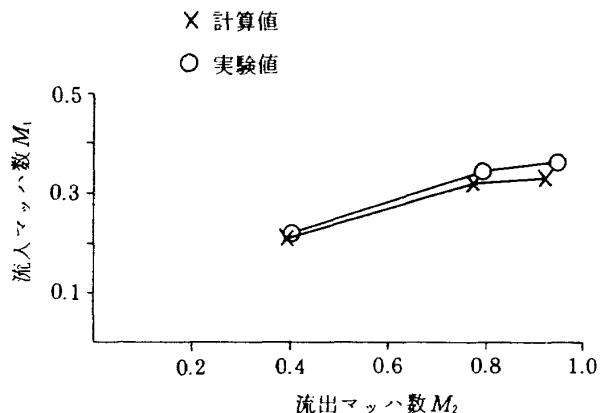
について表わした図で、図5と同様に実験結果と数値解析結果では、定量的には、少々の違いがあるが定性的には、流出マッハ数を高くすると流出角は小さくなることを示している。

図9に流入マッハ数と流出マッハ数の関係について、実験結果と数値解析結果の比較を行った所図6と同様に良い一致を見た。

### 3.2 流入角の影響

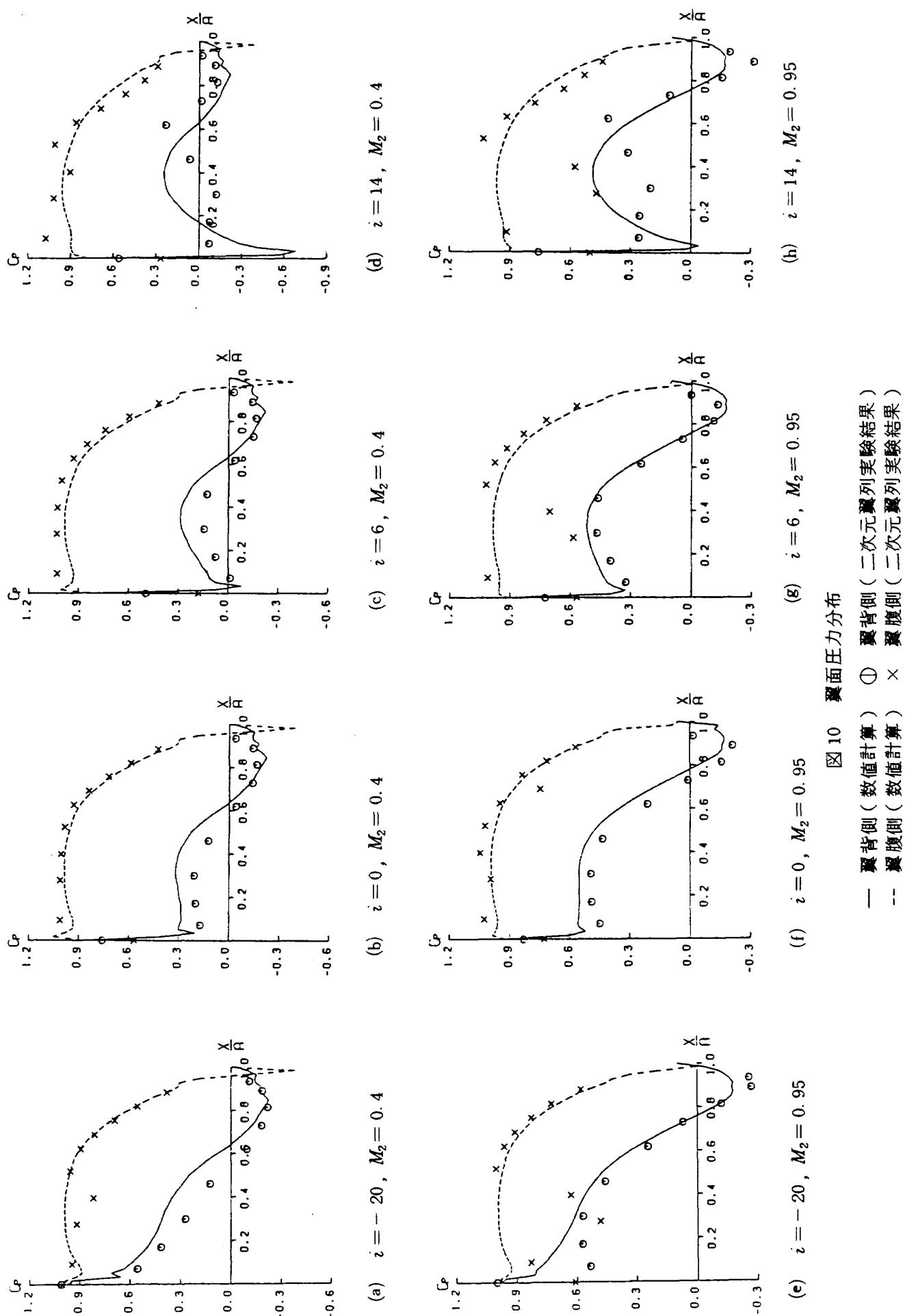
二種類の遷音速ターピン翼列を用いて流出マッハ数を一定にして流入角を変えて流入角の影響について検討した。

図2に示した翼列Aについて流出マッハ数0.4 ( $M_2 = 0.4$ ) と0.95 ( $M_2 = 0.95$ ) の場合についてそれぞれインシデンス角( $i$ )を $-20^\circ, 0^\circ, 6^\circ, 14^\circ$ と

図9 流入マッハ数と流出マッハ数 ( $i = 0$ )

変えて翼面圧力分布を中心に実験結果と数値解析結果の比較を行い流入角の影響について検討した。流入と流出状態の実験結果を $M_2 = 0.4$ は表3に、 $M_2 = 0.95$ は表4に示した。図10に $M_2 = 0.4$ と $M_2 = 0.95$ の場合の翼面圧力分布を表わした。

$i = -20^\circ, M_2 = 0.4$  の圧力分布は翼腹側で  $X/A$  が0.2から0.5くらいまでの間で実験結果と数値解析の一一致が見られない。これは、数値解析で剥離はないとして計算を行なっているが、実際の流れは、<sup>8)</sup>翼列実験の報告で述べられているように翼前縁近傍の翼腹面で剥離が発生しているためと思われる。 $i = -20^\circ, M_2 = 0.95$  の場合も  $X/A$  が0から0.5くらいまでの間で圧力分布は翼腹側と翼背側で実験結果と数値解析との一致が見られない。これも、実験で翼前縁近傍の翼腹面、翼背面で剥離の発生が考えられるからである。 $i = 0^\circ$ では、 $M_2 = 0.4$ 、



$M_2 = 0.95$  とも前節で述べたように実験結果と数値解析結果の良い一致が見られる。 $i = 6^\circ, M_2 = 0.4$  の圧力分布は、実験結果と数値解析結果の良い一致を見るが、 $i = 6^\circ, M_2 = 0.95$  は、翼腹側の  $X/A$  が 0.1 から 0.5 までの間で圧力分布は実験結果と数値解析結果の一致が見られない。これも、実験で翼腹面の剥離が発生しているためと思われる。 $i = 14^\circ$  の場合は、 $M_2 = 0.4$  と  $M_2 = 0.95$  の両方ともかなりの部分で圧力分布の実験結果と数値解析結果の一致が見られない。これも、実験で翼腹面、翼背面の両面に剥離が発生しているためと思われる。このことにより、次のことが考えられる。翼列実験結果で剥離の指摘されている所で数値解析との一致は見られない。しかし、剥離のない流れ場では、実験結果と数値解析結果の良い一致を見る。

図 11 に、 $M_2 = 0.4$  と  $M_2 = 0.95$  の場合の流出角と流入角の関係について、縦軸に流出角、横軸に流入角を取って数値解析結果と実験結果の比較を行った。その結果、 $M_2 = 0.4$  と  $M_2 = 0.95$  とともに、実験結果は、流入角を変えると流出角も変化したが、数値解析結果は、流入角を変えても流出角の変化はなかった。

つぎに、図 3 に示した遷音速タービン翼列<sup>9)</sup>（翼列 B）について流出マッハ数を約 1.0 に固定し、流入角を設計流入角 ( $i = 0^\circ$ ) を中心に  $i = -25^\circ$  か

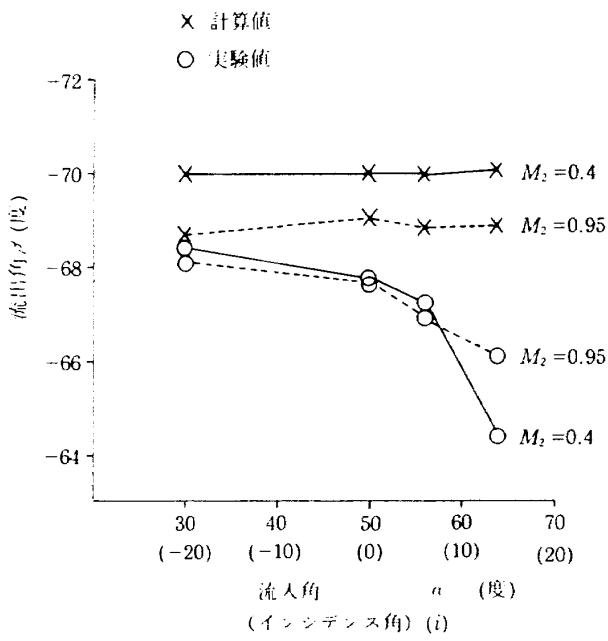


図 11 流出角と流入角

ら  $i = 20^\circ$  まで変化させ実験結果と数値解析結果の圧力分布の比較を中心に行い流入角の影響について検討した。表 5 に流入、流出状態の実験結果を表わした。この値も数値解析の流入、流出状態の境界条件に用いた。実験結果と数値解析結果の圧力分布の比較は図 12 に示した。この図から、 $i = 20^\circ$  を除いては、実験結果と数値解析結果との良い一致を表わしている。また、 $i = 20^\circ$  の翼前縁近傍の翼背面で実験結果と数値解析結果の不一致は、実験で剥離がこの場所で発生しているためと思われる。

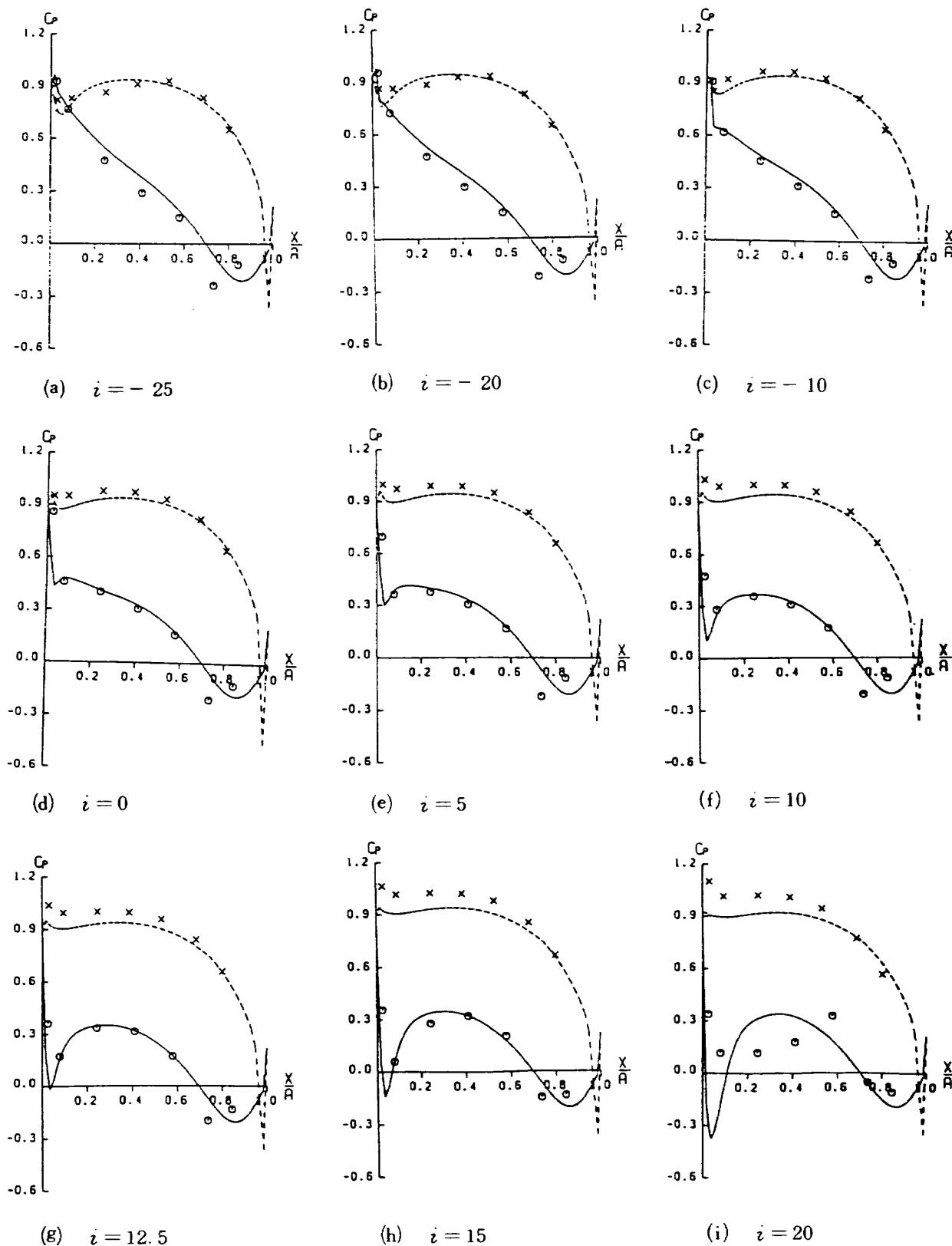
図 13 に流出角と流入角の実験結果と数値解析結果の比較を示した。図 11 と同様に実験結果は流入角を変えると流出角も変化するが、数値解析結果は、流入角を変えても流出角は変化しないことを示している。

#### 4. 結 び

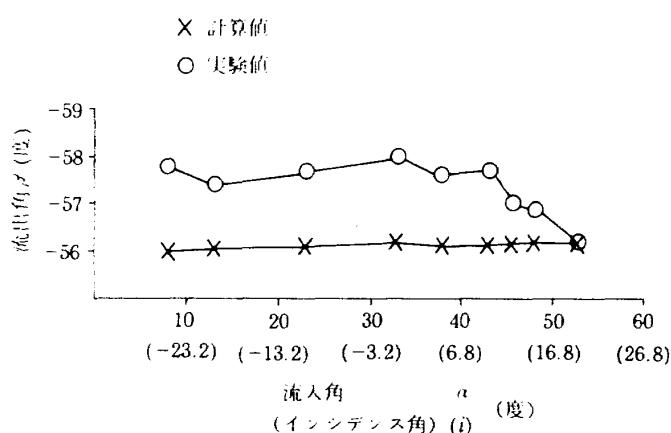
福田らによって作成され、筆者らによって翼面境界条件の改善がはかられた二次元翼列流れのプログラムについて流出マッハ数と流入角を変えて遷音速タービン翼列の計算を行い、実験結果と比較し、本プログラムの汎用化について検討した結果を要約すると次のようになる。

- 1) 流出マッハ数と流入角を変えて遷音速タービン翼列実験結果と数値解析結果の比較を翼面圧力分布を中心に行った結果、実験で剥離の発生がないと思われる流れ場の圧力分布は、実験結果と数値解析結果との良い一致が見られ有効なプログラムであることを確認した。
- 2) 流出角と流出マッハ数の関係は、流入角が変わらない場合、数値解析結果、実験結果ともにマッハ数がある値より大きくなると流出角は小さくなるという定性的に同じ結果を得る。
- 3) 流出角と流入角の関係は、流出マッハ数が変わらない場合、実験結果は、流入角を変えると流出角も変わるが、数値解析結果は、流入角が変わっても流出角は変化しない結果を得た。これより数値解析で得られた流出角を翼列設計等に用いる場合、このことに注意しなくてはならない。

今後の問題点として、流れ領域で全圧が大きく変わるような強い衝撃波の発生する場合の計算上の問

図 12 翼面圧力分布 ( $M_2 = 1.0$ )

— 翼背側(数値計算) ① 翼背側(二次元翼列実験結果)  
 -- 翼腹側(数値計算) × 翼腹側(二次元翼列実験結果)

図 13 流出角と流入角 ( $M_2 = 1.0$ )

題、計算時間の短縮、前縁、後縁とその近傍の計算格子形状と境界条件の改善の必要がある。また、粘性を考慮し翼面近傍の境界層補正などが考えられる。

この研究に際して、当所原動機部原動機空力研究室蓑田光弘室長、山崎紀雄主任研究官、熱伝達研究室能瀬弘幸室長に実験データの提供等の御協力をいただいた。また付録の図 k のカラー画像表示について、当所原動機部吉田豊明主任研究官と杉山七契主任研究官の御協力をいただいた。

### 参考文献

- 1) S. Gopalakrishnan, R. Bozzola; A Numerical Technique for the Calculation of Transonic Flows in Turbomachinery Cascades, ASME paper 71-GT-42 (1971).
- 2) D.C. Ives, J.F. Liutemoza; Second Order Accurate Calculation of Transonic Flow Over Turbomachinery Cascades, AIAA paper 78-1149 (1978).
- 3) R.A. Delaney, P. Kavanagh; Transonic Flow Analysis in Axial-Flow Turbomachinery Cascades by a Time-Dependent Method of Characteristics, ASME 75-GT-8 (1975).
- 4) P.W. McDonald; The Computation of Transonic Flow Through Two-Dimensional Gas Turbine Cascades, ASME paper 71-GT-89 (1971).
- 5) J.D. Denton; A Time Marching Method for Two and Three Dimensional Blade to Blade Flow, ARC R & M 3775 (1975).

- 6) 福田正大、西村英明、田村敦宏；有限面積法による二次元翼列まわりの非粘性圧縮流の数値計算、航空宇宙技術研究所報告 TR-709 (1982).
- 7) 西村英明、橋本良作；有限面積法による非粘性、二次元翼列解析における数値計算誤差による全圧変動に対する考案、日本ガスターピン学会誌、第 12 卷、第 47 号 (1984), 49-55.
- 8) 萩田光弘、山崎紀雄、能瀬弘幸；高負荷ターピン翼列の研究(第一報)，第 23 回航空原動機に関する講演会 (1983), 72-75.
- 9) 萩田光弘、山崎紀雄、能瀬弘幸；低圧ターピン用翼列の二次元試験、第 21 回航空原動機に関する講演会 (1981), 14-17.
- 10) 吉田豊明；赤外線温度計測装置(II) ソフトウェア、航空宇宙技術研究所資料 TM-531 (1984).

### 付録 図形出力結果

本プログラムの数値解析結果の図形出力は、翼型拡大図(a)、計算格子図(b)、翼面圧力分布図(c)、翼面マッハ数分布図(d)、翼面速度分布図(e)、等圧力線図(f)、等マッハ線図(g)、等密度線図(h)、等温線図(i)、速度ベクトル図(j)等を得ることが出来る。また、これらの図のうちで翼面圧力分布図(c)、翼面マッハ数分布図(d)と翼面速度分布図(e)については、横軸を二種類の方法で表わすことが可能であり、その一方は、回転軸方向を、もう一方は、翼の長さ方向座標を基準に取った表わしかたである。

翼面圧力分布図(c)の縦軸の値の実験値と数値解析値は、それぞれ(3-1),(3-2)式で無次元化した値である。翼面マッハ数分布図(d)の実験値のマッハ数は次式で求めた値を表わした。

$$M = \sqrt{(p/p_{t1})^{-\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1}$$

翼面速度分布図(e)の速度は次式で示すように流出状態の速度で無次元化した値を表わした。

$$V/V_E = \frac{M \cdot a}{M_2 \cdot a_2} = \frac{\sqrt{(p/p_{t1})^{-\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1} \cdot (p/p_{t1})^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}}}{\sqrt{(p/p_{t2})^{-\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1} \cdot (p/p_{t2})^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}}}$$

数値解析値

$$V/V_E = \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{\sqrt{u_2^2 + v_2^2}}$$

実験では、流速を計測出来ないので計測した圧力と、非粘性等エントロピー流れの関係式より速度を求めた。

等圧線図(f)は、流入状態の全圧で無次元化した値を、等温線図(i)は、全温で無次元化した値を示した。速度ベクトル図(j)には、計算で求めた流出角の表示を行った。また、計算結果をファイル出力し、オフライン処理することにより赤外線温度計測装置<sup>10)</sup>を用いてカラー画像表示することが可能である。この一例を等マッハ数線図(d)について示した図が図(k)である。

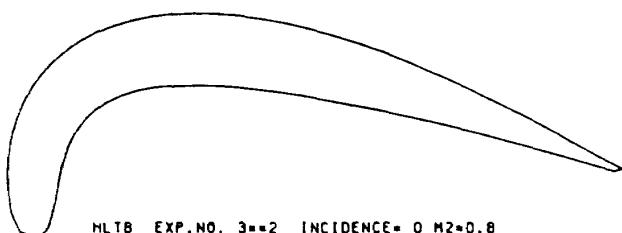


図 a 翼型拡大図

```

STAGGER ANGLE = -40.00  ALPHA = 50.00
CHORD LENGTH = 50.00  BETA = -68.07
SOLIDITY = 1.429
NXF = 20 NXH = 41 NXR = 20 NNY = 27
MLTB EXP.NO. 3=2 INCIDENCE= 0 M2=0.8

```

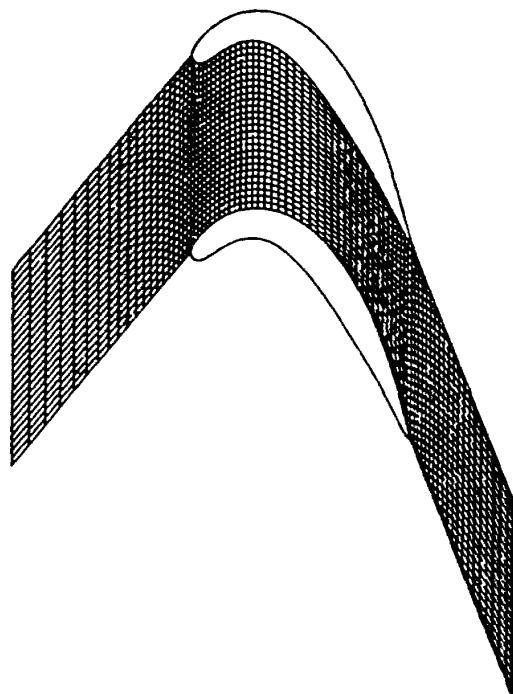


図 b 計算格子図

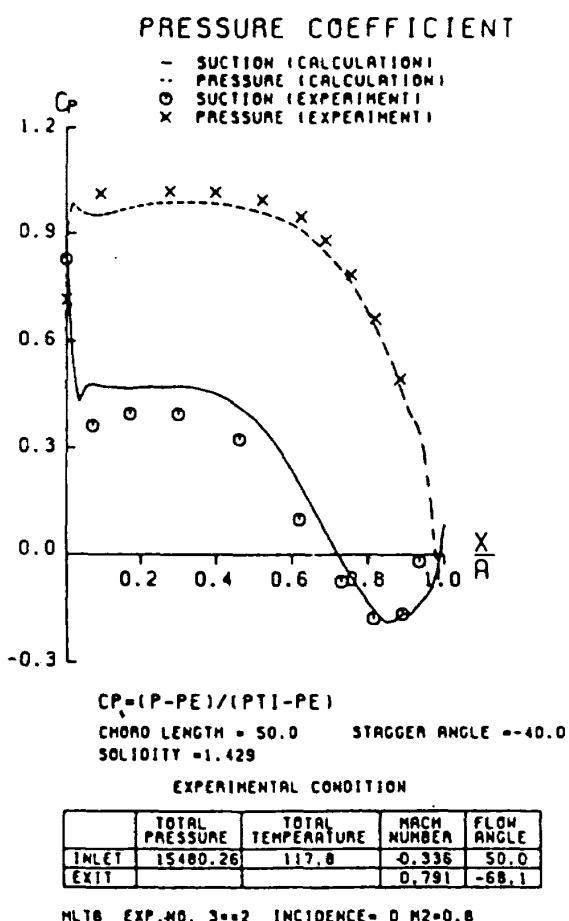


図 c 翼面圧力分布図

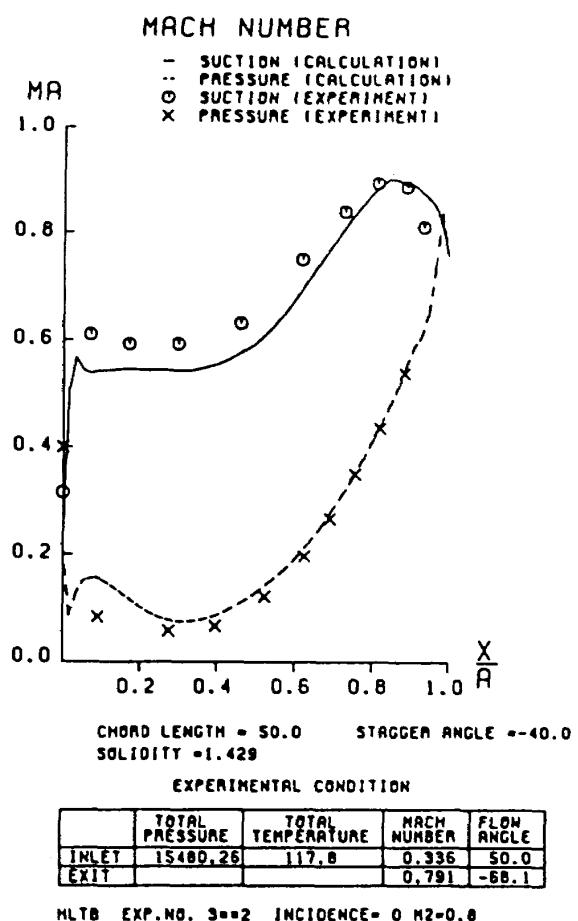


図 d 翼面マッハ数分布図

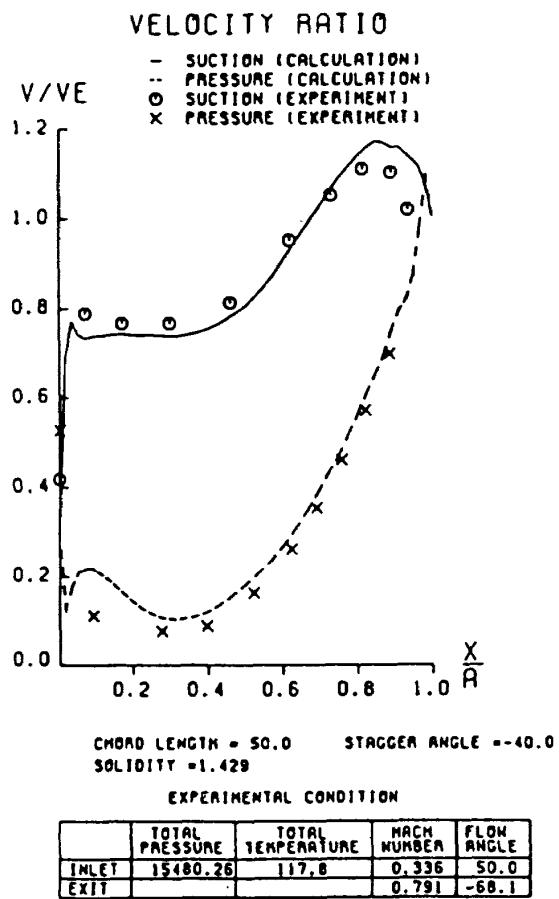


図 e 翼面速度分布図

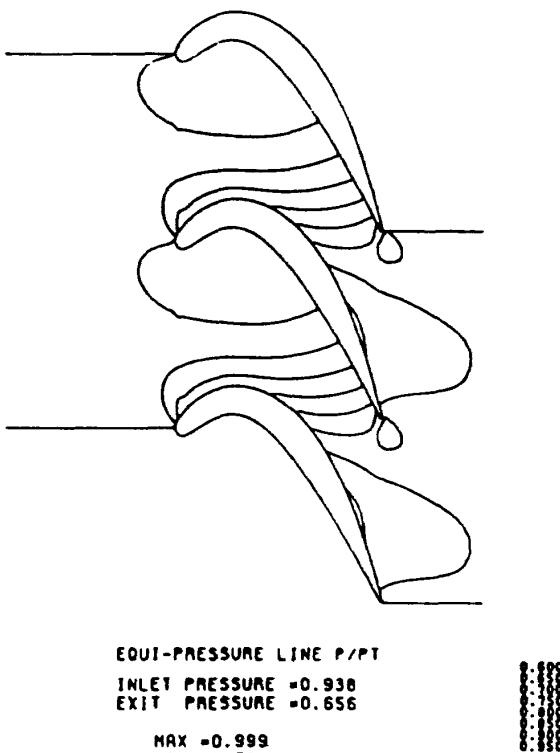


図 f 等圧線図

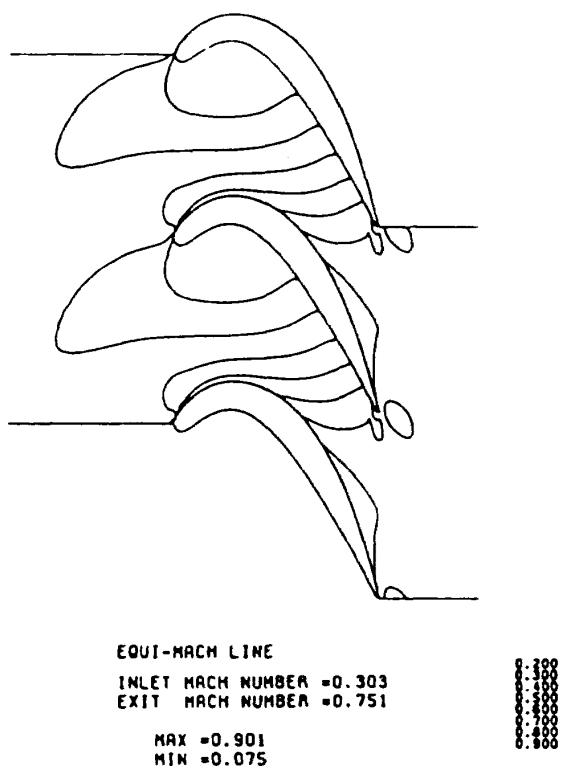


図 g 等マッハ線図

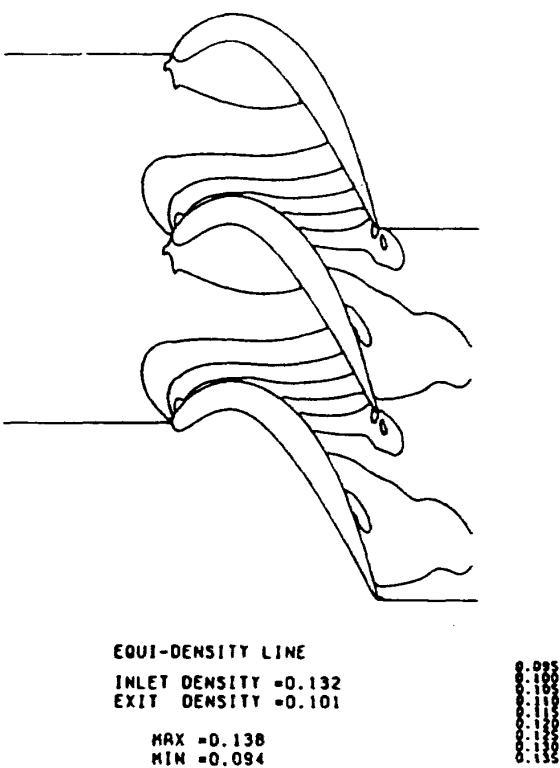


図 h 等密度線図

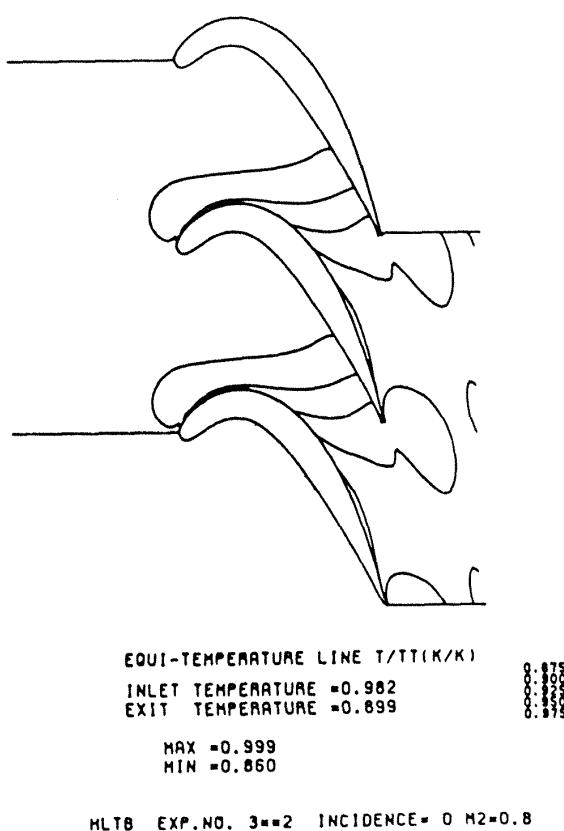


図 i 等温線図

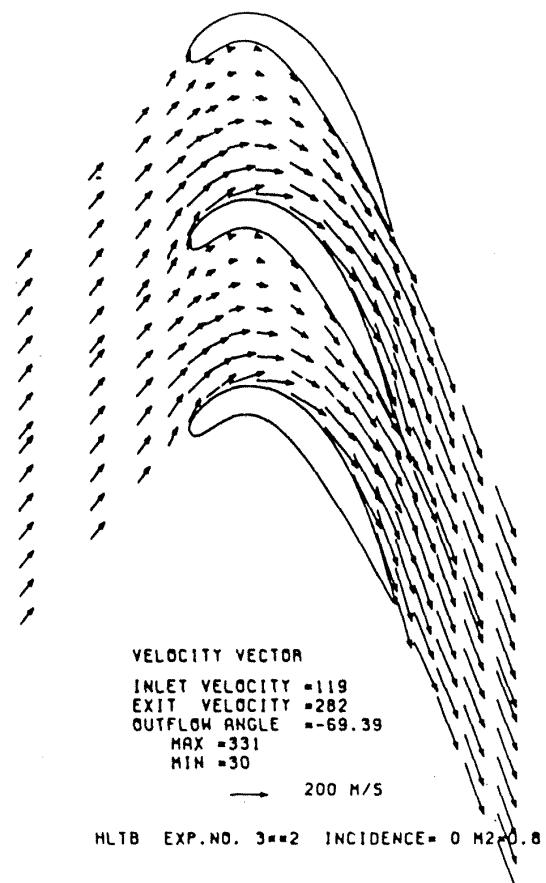


図 j 速度ベクトル図

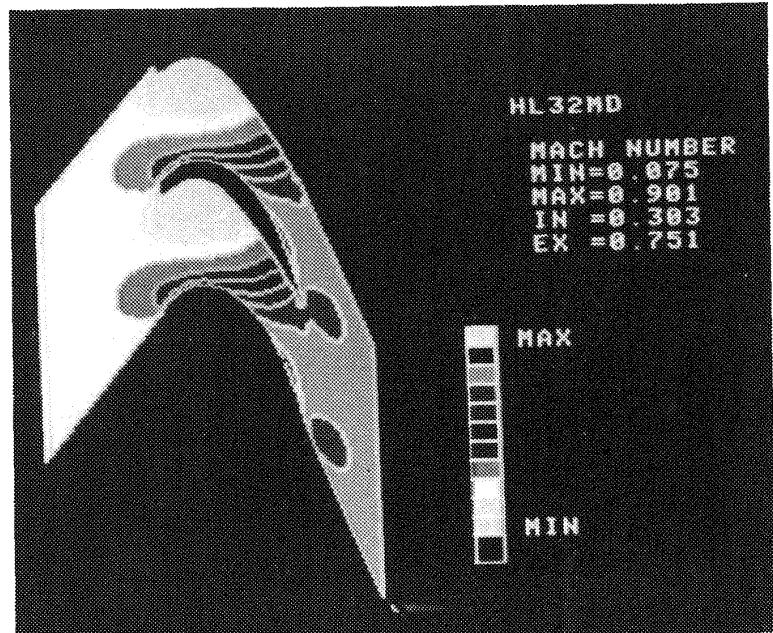


図 k カラー画像出力(白黒写真)

---

## 航空宇宙技術研究所報告 865号

昭和60年7月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺東町7丁目44番地1  
電話武藏野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182

印刷所 株式会社 三興印刷  
東京都新宿区信濃町12三河ビル

---

Printed in Japan