

ISSN 0389-4010

UDC 629.7.02

624.04

681.3

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-942

多剛体宇宙構造物のモデリング手法と シミュレーション結果

狼 嘉 彰 ・ 岡 本 修 ・ 木 田 隆
山 口 功 ・ 山 田 克 彦 ・ 土 屋 和 雄

1987年8月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

多剛体宇宙構造物のモデリング手法と シミュレーション結果*

狼 嘉彰** 岡本 修** 木田 隆**
山口 功** 山田 克彦† 土屋 和雄†

Formulation Methods of Rigid Multibody Systems for Large Space Structures and Some Results of Computer Simulation

Yoshiaki OHKAMI, Osamu OKAMOTO, Takashi KIDA,
Isao YAMAGUCHI, Katsuhiko YAMADA, and Kazuo TSUCHIYA

ABSTRACT

In this paper we describe a comparative study of the simulation algorithms for dynamics of large space structures modeled as a collection of rigid multibodies connected by hinges. Two different algorithms have been independently developed at two different research institutes. One method is basically based upon the well-known Euler Newton formulation and the unified matrix approach. The unified matrix approach solves the dynamical equation for the derivatives of the non-holonomic velocities and the internal torques and forces simultaneously, hence permitting us to deal with an arbitrary LSS configuration. The other method provides for an efficient and fast algorithm based on Kane's method with modification in the inertia dyadic and other quantities.

Both methods have been applied to two typical examples: the first one is a satellite with a four-link manipulator as a model of a chain structure, and the second is a satellite with a closed loop deployment mechanism. The results coincide satisfactorily and the validity of the two methods has been proven perfectly. The numerical values given in this report will be useful as a reference in other simulations.

1. ま え が き

人工衛星や宇宙ステーションに代表される宇宙構造物は宇宙空間で全く拘束を受けないために、その動的挙動には必ず剛体モードが含まれる。さらに、外力に比べて慣性力が無視出来ないこと等もあって、地上で使用される機械系と著しい相違が生ずる。複

雑な大規模宇宙構造物 (Large Space Structures) のダイナミックスを解析したり、制御系を設計し、その性能を確認する際には、このような動的挙動を忠実にモデル化した計算機シミュレーション・プログラムが必要である。このためには、複合体ダイナミックスの定式化が不可欠であり、1960年代中頃から現在まで、数多くの研究成果が発表されている。^{1)~3)}

本稿は、可能な限り汎用性のあるプログラム開発を目的とした研究の一環として行った研究成果をま

* 昭和62年5月20日受付

** 宇宙研究グループ

† 三菱電機中央研究所

とめたものである。本稿では、一般化した結合部（ヒンジと呼ぶ）で連結した多剛体システムを対象とし、そのダイナミクスを記述するための2種類の全く異なる手法、すなわち、行列法とケイン法の概要と特徴を説明する。次に、両アルゴリズムに基づく計算機プログラムを用いて2通りの例題を扱い、両者の結果を比較した。

例題の一つは4リンク・マニピュレータをもつ人工衛星であり、もう一つはループ構造の展開機構をもつ人工衛星である。いずれの場合にも、両手法、すなわち、行列法とケイン法との計算結果は極めて良く一致した。これにより、両手法の妥当性やシミュレーション・プログラムの相互検証がなされた事になり、ここで与えられた数値例は同様のプログラムに対するリファレンスとなる。

今後は、剛体モデルを柔軟構造体モデルに拡張し、各種の外乱力を導入することにより、さらに一般化されたプログラムの開発を進める。この場合にも本稿でとった2種類の異なる手法を独立かつ並行に拡張し、相互比較による検証を行う予定である。

2. 定式化の手法

2.1 概要

ここでとり上げた2種類の手法の第一は、ニュートンオイラー法をベースにした行列法とも呼ぶべき方法であり、第二は解析力学的手法と考えられるケイン法をベースに筆者らの一人が展開した方法である。

第一の行列法では⁴⁾ N 個の剛体をそれぞれ独立に扱える絶対座標系を採用し、並進・回転運動ともに、非ホロノミック速度を変数とした。ヒンジは6自由度の相対運動から完全拘束まで許容する。ヒンジがキネマティカルな関係式で拘束される場合には、内部力及びトルクが未知数として残されるが、本手法では、各物体に働く慣性力と同様の扱いをし、非ホロノミック速度の時間微分と同時に解く。このときの係数行列が拡張された慣性行列の形をしていることから、本手法を行列法と呼ぶことにする。この拡張慣性行列は多剛体システムのトポロジー、ヒンジの拘束条件、ループ構造をもつ場合の解の存在等の特徴を表す。この方法では、個々の物体について運動

方程式をたてるために力学的には分かりやすく内部力やトルクも同時に解ける。反面、取り扱うべき変数が膨大になり、数値計算に負担がかかる。

第二のケイン法では⁵⁾ 独立な座標成分として一般化速度と呼ばれる変数を定義し、各物体の速度、角速度をそれぞれ部分速度、部分角速度と呼ばれる係数ベクトルを用いて表す。次にダランベールの原理から慣性力と作用力の和が零になることを用いて、これらの力と前述の部分速度及び角速度との内積を取ることによって、各一般化速度に対する運動方程式を導く。本手法では、自由度数分だけの変数で定式化できるので最小次元の方程式を扱えばよく、未知の拘束力を必要としないという長所があるが、運動方程式は力学的にわかりにくいといった短所がある。

両者ともに、その特徴を生かすことにより、大規模宇宙構造物のシミュレーションに適するアルゴリズムを生み出すことが出来る。以下において、両者の展開を行い、第3章でシミュレーション結果を、第4章で両者の比較・評価を行う。

2.2 行列法の概要⁴⁾

2.2.1 多剛体システムの表現

図 2.2.1 に示すような M 個のヒンジによって、 N 個の物体 ($M \geq N$) が結合された系において、第 i ヒンジ及びこれによって結合される第 $m(i)$, $n(i)$ 物体に関し図 2.2.2 に示す座標系を定義し次の諸量を定義する。

i	ヒンジ番号	($i = 1, \dots, M$)
j	物体番号	($j = 1, \dots, N$)
m_j		: 第 j 物体の質量行列
$I_j = \{b_j\}^T I_j \{b_j\}$: 第 j 物体の慣性ダイアティック
$v_j = \{b_j\}^T v_j$: 第 j 物体の質量中心の慣性空間に対する速度
$\omega_j = \{b_j\}^T \omega_j$: 第 j 物体の質量中心の慣性空間に対する角速度
$r_j = \{b_j\}^T r_j$: 第 j 物体の慣性空間における質量中心の位置
ϵ_j		: 第 j 物体の姿勢を表すクォータニオン

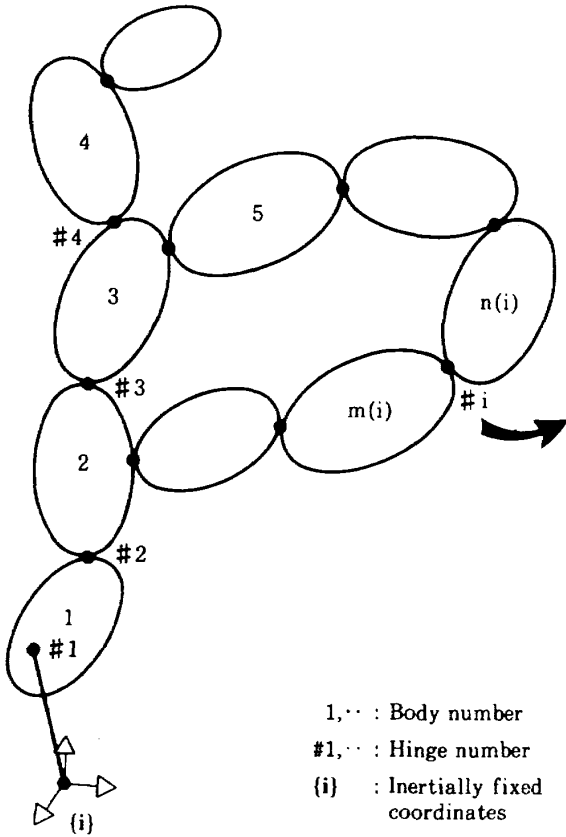


図 2.2.1 ヒンジで結合された多剛体システム

- $f_j^i = \{b_j^i\}^T f_j$: 第 j 物体が第 i ヒンジを通して受ける内力
- $t_j^i = \{b_j^i\}^T t_j$: 第 j 物体が第 i ヒンジを通して受ける内部トルク
- $f^i = \{b_{m(i)}\}^T f^i$: 第 i ヒンジで第 $n(i)$ 物体が第 $m(i)$ 物体に及ぼす力
- $t^i = \{b_{m(i)}\}^T t^i$: 第 i ヒンジで第 $n(i)$ 物体が第 $m(i)$ 物体に及ぼすトルク
- $f_j = \{b_j\}^T f_j$: 第 j 物体が受ける外力
- $t_j = \{b_j\}^T t_j$: 第 j 物体が受ける外トルク
- ϕ_j : 慣性フレームに対する第 j 物体フレームの方向余弦行列 (ϕ_j : 対応するオイラー角)
- Γ_j^i : 第 j 物体フレームに対する第 i ヒンジフレームの方向余弦行列 (γ_j^i : 対応するオイラー角)
- $y^i = \{b_{m(i)}^i\}^T y^i$: 第 i ヒンジにおいて第 $m(i)$

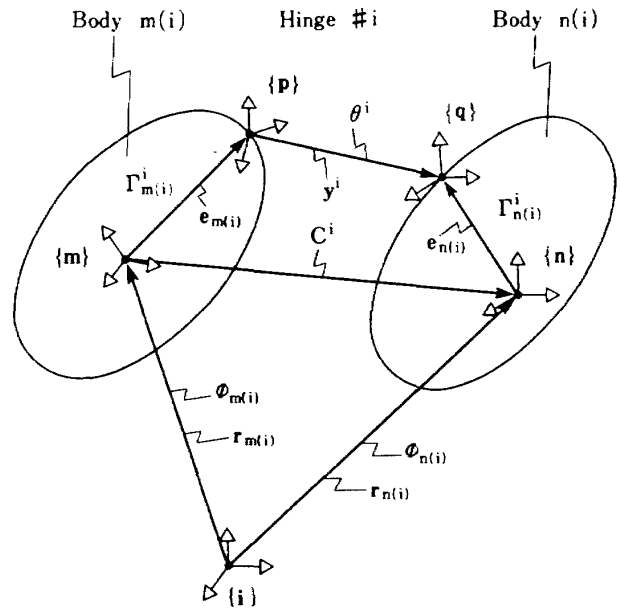


図 2.2.2 座標系と位置ベクトル

- 物体から見た第 $n(i)$ 物体の相対変位
 - $y^i = \{b_{m(i)}^i\}^T y^i$: 第 i ヒンジにおいて第 $m(i)$ 物体から見た第 $n(i)$ 物体の相対速度
 - θ^i : 第 i ヒンジ間における両方のヒンジ座標間の方向余弦行列 ($\Gamma_{n(i)}^i C^i T \Gamma_{m(i)}^i T$)
 - θ^i : 第 i ヒンジの相対的なオイラー角
 - $\omega^i = \{b_{n(i)}^i\}^T \omega^i$: 第 i ヒンジにおける第 $m(i)$ 物体に対する第 $n(i)$ 物体の相対角速度
 - $e_j^i = \{b_j\}^T e_j^i$: 第 j 物体の質量中心から第 i ヒンジへのベクトル
 - $C^i = \phi_{n(i)} \phi_{m(i)}^T$: 2 物体に固定した基準座標系間の方向余弦行列
 - S^i : 第 i ヒンジの並進自由 / 拘束方向を示すインデックス
 - W^i : 第 i ヒンジの回転自由 / 拘束方向を示すインデックス
- ここで用いられる座標系は以下の基底ベクトルであたえられる。
- 慣性フレーム $\{i\}$
 - 物体フレーム $\{b_j\} = \phi_j \{i\}$

$$\begin{aligned} \text{ヒンジフレーム} \quad \{b_j\} &= \Gamma_j^i \{b_j\} \\ &= \Gamma_j^i \phi_j \{i\} \end{aligned}$$

注意：以上の記号において物体の番号を表す j は下付きで、ヒンジの番号を表す i は上付きで統一した。

2.2.2 行列法による定式化

行列法による定式化では、対象は任意の結合状態（閉ループも許容）の N 個の剛体とし、ニュートンオイラー法によるダイナミクス方程式を導出する。座標系は各ボディを独立に扱える絶対座標とし、並進及び回転ともに非ホロノミック速度（擬座標）で表す。ヒンジは自由度 1～6 のヒンジが全部で M 個で、第 1 ヒンジは慣性空間から第 1 物体への仮想的な自由ヒンジとする。

図 2.2.1 のような任意に結合した剛体の第 j 物体の運動方程式は、第 j 物体の質量中心の速度、角速度をそれぞれ v_j , ω_j 、第 i ヒンジから受けるヒンジ力、トルクをそれぞれ f^i , t^i 、そして第 j 物体に働く外部力、トルクをそれぞれ f_j , t_j とすると、 $\{b_j\}$ フレームでは、

$$m_j \dot{v}_j + m_j \tilde{\omega}_j v_j = \sum_i d_1^T(i, j) f^i + f_j \quad (2.2.1)$$

$$\begin{aligned} I_j \dot{\omega}_j + \tilde{\omega}_j I_j \omega_j &= \sum_i d_2^T(i, j) f^i \\ &+ \sum_i d_1^T(i, j) t^i + t_j \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

ここで $(\dot{\quad})$ は時間微分を、 $(\tilde{\quad})$ は skew-symmetric 行列を、 $(\quad)^T$ は転置を表わす。一方、第 i ヒンジにおける並進/回転の拘束/非拘束条件を表わす式は、

$$\text{拘束方向} \begin{cases} \bar{S}^i \left\{ -\Gamma^i \left(\sum_j^N d_1(i, j) v_j \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_j^N d_3(i, j) \omega_j \right) \right\} = \bar{S}^i \alpha^i \\ \bar{W}^i \left\{ \Gamma^i \sum_j^N d_1(i, j) \omega_j \right\} = \bar{W}^i r^i \end{cases} \quad (2.2.3)$$

$$(2.2.4)$$

$$\text{非拘束方向} \quad S^i f^i = S^i \beta^i, \quad W^i t^i = W^i \delta^i \quad (2.2.5)$$

$$\text{但し} \quad \bar{S}^i + S^i = U_3, \quad \bar{W}^i + W^i = U_3 \quad (\text{単位行列}) \quad (2.2.6)$$

ここで、 d_1 , d_2 , d_3 はそれぞれ、

$$d_1(i, j) = \begin{cases} U & IF \ m(i) = j \\ -(C^i)^T & IF \ n(i) = j \\ 0 & OTHERWISE \end{cases} \quad (2.2.7)$$

$$d_2(i, j) = \begin{cases} -(\tilde{e}_j^i + \tilde{y}^i) & IF \ m(i) = j \\ (C^i)^T \tilde{e}_j^i & IF \ n(i) = j \\ 0 & OTHERWISE \end{cases} \quad (2.2.8)$$

$$d_3(i, j) = \begin{cases} (C^i)^T (\tilde{r}_{n(i)} + \tilde{e}_{n(i)}^i) C^i - \tilde{r}_{m(i)} & IF \ m(i) = j \\ -(C^i)^T \tilde{e}_{n(i)}^i & IF \ n(i) = j \\ 0 & OTHERWISE \end{cases} \quad (2.2.9)$$

(2.2.3)～(2.2.6)式における \bar{S}^i , \bar{W}^i は拘束方向が 1 であるような対角成分のみを持つ行列であり、 S^i , W^i は非拘束方向が 1 であるような対角成分のみを持つ行列である。この時、運動量および角運動量をそれぞれ $p_j = m_j v_j$, $q_j = I_j \omega_j$, $j = 1 \sim N$ とすれば、変数行列 X を定義して (2.2.1)～(2.2.5) 式は i と j についてまとめることができる。すなわち、

$$A \cdot X = B \quad (2.2.10)$$

ここで

$$X \triangleq \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \vdots \\ \dot{q} \\ \vdots \\ f \\ \vdots \\ t \end{bmatrix} \quad (2.2.11)$$

但し

$$\begin{aligned} \dot{p} &\triangleq [m_j \dot{v}_j] & \dot{q} &\triangleq [I_j \dot{\omega}_j] \\ & & & j = 1, \dots, N \\ f &\triangleq [f^i] & t &\triangleq [t^i] \\ & & & i = 1, \dots, M \end{aligned} \quad (2.2.12)$$

また、係数行列 A と (2.2.10) 式右辺の B は次の形をとる。

$$A \triangleq \begin{bmatrix} A_{11} & \vdots & A_{12} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{21} & \vdots & A_{22} \end{bmatrix} \quad (2.2.13)$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} U & \vdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \vdots & U \end{bmatrix}$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} -d_1^T & \vdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -d_2^T & \vdots & -d_1^T \end{bmatrix}$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} -\bar{S} \Gamma d_1 m^{-1} & \vdots & \bar{S} \Gamma d_3 I^{-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \vdots & \bar{W} \Gamma d_1 I^{-1} \end{bmatrix}$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} SF & \vdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \vdots & W\Gamma \end{bmatrix}$$

$$B \triangleq \begin{bmatrix} B_1 \\ \vdots \\ B_2 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} F \\ \vdots \\ T \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} \bar{S}\alpha + S\beta \\ \vdots \\ \bar{W}\gamma + W\delta \end{bmatrix} \quad (2.2.14)$$

ここで

$$F = [F_j] \quad T = [T_j] \quad (2.2.15)$$

ただし, $j = 1, \dots, N$ について

$$F_j = -m_j \tilde{\omega}_j v_j + f_j \quad (2.2.16)$$

$$T_j = -\tilde{\omega}_j I_j \omega_j + t_j \quad (2.2.17)$$

上式において, f_j, t_j は第 j 物体に作用する外力および外的トルクであり, 外乱と制御の両方を含む。

また,

$$\alpha = [\alpha^i] \quad \beta = [\beta^i]$$

$$\gamma = [\gamma^i] \quad \delta = [\delta^i]$$

ただし, $i = 1, \dots, M$ について

$$\alpha^i = \alpha^i(C^i, \omega_m, \omega_n, v_m, v_n, \tau_m, \tau_n) \quad (2.2.18)$$

$$\gamma^i = \gamma^i(C^i, \omega_{m(i)}, \omega_{n(i)}) \quad (2.2.19)$$

上式の α^i, γ^i は y^i, \dot{y}^i, ω^i に関するキネマティカルな拘束関係が与えられれば自動的に計算される。

$$\beta^i = -K_s^i y^i - D_s^i \dot{y}^i \quad (2.2.20)$$

$$\delta^i = -K_w^i \theta^i + D_w^i \Gamma_{m(i)}^i \sum_{j=1}^N d_1(i, j) \omega_j \quad (2.2.21)$$

上式の β^i, δ^i は並進, 回転いずれのヒンジ部にも線形なバネ力及びダンピング力が働くとして定式化したものであるが, ヒンジ部に制御力が作用する場合, あるいは非線形なバネが働く場合等にはそのようなモデルを与える必要がある。

(2.2.13)式における行列 A を「拡張慣性行列」と呼び, システム・トポロジー, ヒンジ拘束状態, 逆行列の存在の有無などシステム全体の特徴を表す。また, 拡張慣性行列 A の構成要素である d_1, d_2 及び d_3 は, チェーンあるいはトポロジー木構造の場合は正方, 閉ループを含む場合は非正方となり, システム・トポロジー即ち剛体の結合状態を規定している。このような方法を用いることによって, トポロジー表現

が単純かつ機械的に行える。これらの行列と拘束状態を表す S, \bar{S}, W, \bar{W} を組み合わせることにより, 任意のトポロジー及び拘束状態の大幅な変化に対応することが可能となる。

システムのダイナミック方程式は (2.2.10) 式を解いて得られる \dot{p}, \dot{q} に位置 r および姿勢 ϵ に関するキネマティカルな微分方程式を加えた形となり, 非線形・時変の $13N$ 階微分方程式となる。拘束条件を考慮して, 階数を低減できるが, 完全拘束 ($S^i = 0$ あるいは $W^i = 0$) の場合を除き, 一般には容易ではない。それよりも, 拘束条件を利用して積分誤差の低減を図ることが出来るので, その利点を生かす事が重要である。

2.3 ケイン法⁵⁾

2.3.1 多剛体システムの表現

本節ではケインの方程式を用いて多剛体システムの運動方程式を導出する方法について述べる。ケインの方程式はニュートン・オイラー方程式のように内力を消去する必要がなく, またラグランジュ方程式のような複雑な微分操作を必要としないので, 多剛体システムの定式化に適した手法と考えられる。またここではヒンジ回転角などのヒンジ変数を一般化座標にとって運動方程式を導出するので必要最小限の次数の運動方程式を導くことができる。ただしヒンジ変数を一般化座標にとるためトリー構造の多剛体システムが基本であり, システムにループ構造のある場合には, ループを切断してトリー構造にしてから扱う必要がある。

いま本節で対象とするシステムを図 2.3.1 のような N 個の剛体 (ボディ) からなるトリー構造のシステムであるとしよう。各ボディはヒンジで結合されており, ヒンジの自由度は回転または並進の 1 自由度である (多自由度のヒンジはボディの組み合わせによって表現する)。まずシステムで基準となるボディを設けてこれをメインボディとし, その番号を 0 とする。それ以外のボディにも 1 から $N-1$ まで順に番号をつけ, またメインボディ側にしか隣接するボディをもたないような端のボディをターミナルボディと呼ぶ。さらに次のように記号を定義する。

k : ボディ k の内ボディ = メインボディ側でボデ

表 2.3.1 図 2.3.1 のシステムにおける各記号の値

ボディ番号 i	0	1	2	3	4
\underline{i}	—	0	0	1	0
\tilde{i}	0	01	02	013	04
\bar{i}	124	3	—	—	—
$\sim i$	01234	13	2	3	4

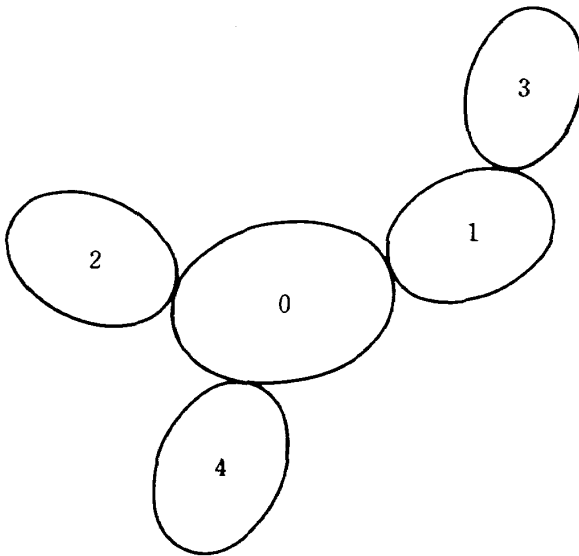


図 2.3.1 ヒンジ結合された多剛体システム

i k に隣接するボディ

\underline{k} : ボディ k の内集合 = メインボディとボディ k を含みその間に存在するボディの集合

\bar{k} : ボディ k の外ボディ = ターミナルボディ側でボディ k に隣接するボディの集合

$\sim k$: ボディ k の外集合 = ボディ k を含みボディ k のターミナルボディ側に存在するボディの集合

表 2.3.1 に図 2.3.1 のシステムでの上の各記号の値を示す。またボディ k とボディ \underline{k} を結合するヒンジをヒンジ h_k とし、 h_0 はメインボディの質量中心にとる。

2.3.2. ケインの方程式による定式化

まずひとつの剛体をケインの方程式で定式化する場合について考えよう⁶⁾。独立な座標成分として剛体上のある点の速度成分や剛体の角速度成分をとり、これを u_i ($i=1\sim 6$) とする。ここではこの剛体をボディ k とし、ボディ k のヒンジ h_k を基準に運動方程式をたてる。剛体のヒンジに着目するのは

ループ構造を含むシステムに拡張するのが容易なためである。

まずボディ k の角速度を ω_k 、ヒンジ h_k の速度を v_k とし、これらを一般化速度 u_i によって次のように分解する。

$$v_k = \sum_{i=1}^6 v_k^i u_i + v_{kt} \tag{2.3.1}$$

$$\omega_k = \sum_{i=1}^6 \omega_k^i u_i + \omega_{kt} \tag{2.3.2}$$

ここで v_k^i を u_i のヒンジ h_k における部分速度 (Partial velocity)、 ω_k^i を u_i のボディ k における部分角速度 (Partial angular velocity) と呼ぶ。 v_{kt} 、 ω_{kt} は一般化速度 u_i によらない時間依存項であるが、通常は零であり、以後この項は省略する。またボディ k に働く作用力を f_k 、作用トルクをヒンジ h_k まわりに換算して t_k とし、ボディ k の慣性力を f_k^* 、慣性トルクをヒンジ h_k まわりに換算して t_k^* とする。このときケインの方程式によれば、一般化速度 u_i に対応するボディ k の運動方程式は次式となる。

$$f_k^* \cdot v_k^i + t_k^* \cdot \omega_k^i + f_k \cdot v_k + t_k \cdot \omega_k = 0 \tag{2.3.3}$$

(2.3.3) がひとつの剛体に対するケインの運動方程式であるが、システムが N 個のボディから構成されている場合でも、各ボディについての和をとることによって運動方程式を得ることができる。すなわち N 個のボディからなるシステムでは、一般化速度 u_i に対する運動方程式は次式となる。

$$\sum_{k=0}^{N-1} (f_k^* \cdot v_k^i + t_k^* \cdot \omega_k^i + f_k \cdot v_k + t_k \cdot \omega_k) = 0 \tag{2.3.4}$$

($i=1, 2, \dots, n$)

ただし n はシステムの自由度の数である。各ボディが 1 自由度のヒンジによって結合されているので、 n はメインボディの自由度 6 にそれ以外のボディの数を加えたものとなり、 $n=5+N$ となる。式 (2.3.4)

から質量マトリクスを得るために、まず \mathbf{f}_k^* , \mathbf{t}_k^* を \mathbf{v}_k , $\boldsymbol{\omega}_k$ を用いて表わすと、

$$\mathbf{f}_k^* = -m_k \{ \dot{\mathbf{v}}_k + \dot{\boldsymbol{\omega}}_k \times \mathbf{r}_k + \boldsymbol{\omega}_k \times (\boldsymbol{\omega}_k \times \mathbf{r}_k) \} \quad (2.3.5)$$

$$\mathbf{t}_k^* = - \{ \mathbf{i}_k \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}}_k + \boldsymbol{\omega}_k \times (\mathbf{i}_k \cdot \boldsymbol{\omega}_k) + \mathbf{r}_k \times m_k \dot{\mathbf{v}}_k \} \quad (2.3.6)$$

ここで m_k はボディ k の質量, \mathbf{i}_k はボディ k のヒンジ h_k まわりの慣性ダイアディック, \mathbf{r}_k はヒンジ h_k からボディ k の質量中心をさすベクトルであり, $\dot{}$ は慣性系における時間微分を, \times は外積を表わす。 $\dot{\mathbf{v}}_k$, $\dot{\boldsymbol{\omega}}_k$ は式 (2.3.1), (2.3.2) から次式となる。

$$\dot{\mathbf{v}}_k = \sum_{i=1}^n \mathbf{v}_k^i \dot{u}_i + \mathbf{a}_k \quad (2.3.7)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_k = \sum_{i=1}^n \boldsymbol{\omega}_k^i \dot{u}_i + \mathbf{a}_k \quad (2.3.8)$$

ただし

$$\mathbf{a}_k = \sum_{i=1}^n \dot{\mathbf{v}}_k^i u_i, \quad \mathbf{a}_k = \sum_{i=1}^n \dot{\boldsymbol{\omega}}_k^i u_i \quad (2.3.9)$$

式 (2.3.5)~(2.3.8) を式 (2.3.4) に代入して整理すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{j=1}^n \{ \boldsymbol{\omega}_k^i \cdot \mathbf{i}_k \cdot \boldsymbol{\omega}_k^j + m_k \mathbf{v}_k^i \cdot \mathbf{v}_k^j \\ & + m_k \mathbf{r}_k \cdot (\mathbf{v}_k^i \times \boldsymbol{\omega}_k^j + \mathbf{v}_k^j \times \boldsymbol{\omega}_k^i) \} \dot{u}_j \\ & - \sum_{k=0}^{N-1} (\mathbf{f}_{0k}^* \cdot \mathbf{v}_k^i + \mathbf{t}_{0k}^* \cdot \boldsymbol{\omega}_k^i + \mathbf{f}_k \cdot \mathbf{v}_k^i \\ & + \mathbf{t}_k \cdot \boldsymbol{\omega}_k^i) = 0 \\ & (i=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (2.3.10)$$

ただし

$$\mathbf{f}_{0k}^* = -m_k \{ \mathbf{a}_k + \mathbf{a}_k \times \mathbf{r}_k + \boldsymbol{\omega}_k \times (\boldsymbol{\omega}_k \times \mathbf{r}_k) \} \quad (2.3.11)$$

$$\mathbf{t}_{0k}^* = - \{ \mathbf{i}_k \cdot \mathbf{a}_k + \boldsymbol{\omega}_k \times (\mathbf{i}_k \cdot \boldsymbol{\omega}_k) + \mathbf{r}_k \times m_k \mathbf{a}_k \} \quad (2.3.12)$$

式 (2.3.10) が運動方程式の一般形であり, システムの質量マトリクス M と, 一般化速度 u_i からなるベクトル $\mathbf{u} = [u_1 u_2 \dots u_n]^T$ (記号 T は転置) を用いれば, これを次の形で表わすことができる。

$$M \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{g} = \mathbf{0} \quad (2.3.13)$$

上式で $\dot{\mathbf{u}} = [\dot{u}_1 \dot{u}_2 \dots \dot{u}_n]^T$ であり, \mathbf{g} は作用力と遠心力, コリオリカからなるベクトルである。式 (2.3.10) よりマトリクス M の i 行 j 列成分 M_{ij} とベクトル \mathbf{g} の第 i 成分 g_i は次式となる。

$$\begin{aligned} M_{ij} = & \sum_{k=0}^{N-1} \{ \boldsymbol{\omega}_k^i \cdot \mathbf{i}_k \cdot \boldsymbol{\omega}_k^j + m_k \mathbf{v}_k^i \cdot \mathbf{v}_k^j \\ & + m_k \mathbf{r}_k \cdot (\mathbf{v}_k^i \times \boldsymbol{\omega}_k^j + \mathbf{v}_k^j \times \boldsymbol{\omega}_k^i) \} \\ & (i, j=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (2.3.14)$$

$$\begin{aligned} g_i = & \sum_{k=0}^{N-1} (\mathbf{f}_{0k}^* \cdot \mathbf{v}_k^i + \mathbf{t}_{0k}^* \cdot \boldsymbol{\omega}_k^i + \mathbf{f}_k \cdot \mathbf{v}_k^i + \mathbf{t}_k \cdot \boldsymbol{\omega}_k^i) \\ & (i=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (2.3.15)$$

次にシステムの一般化速度として, メインボディの質量中心速度を慣性系で表現した3成分 (v_{01} , v_{02} , v_{03}), メインボディの角速度を慣性系で表現した3成分 (ω_{01} , ω_{02} , ω_{03}) および各ヒンジにおける並進または回転速度の $(N-1)$ 個の成分 (\dot{q}_j) をとる場合について, 運動方程式をさらに展開する。まず, 一般化速度ベクトル \mathbf{u} の各成分を次のようにおく。

$$\mathbf{u} = [v_{01} v_{02} v_{03} \omega_{01} \omega_{02} \omega_{03} \dots \dot{q}_l \dots]^T \quad (2.3.16)$$

$i > 6$ であれば \mathbf{u} の i 番目の成分 u_i はヒンジ h_l の相対速度 \dot{q}_l ($l = i - 6$) とする。このとき質量マトリクス M とベクトル \mathbf{g} も \mathbf{u} に対応して次のように分割することができる。

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} 3 & 3 & N-1 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 3 \\ 3 \\ N-1 \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccc} \overline{A} & \overline{B}^T & \overline{D}^T \\ B & C & E^T \\ C & E & F \end{array} \right] \end{matrix}, \quad \mathbf{g} = \begin{matrix} 3 \\ 3 \\ N-1 \end{matrix} \left[\begin{array}{c} X \\ Y \\ Z \end{array} \right] \quad (2.3.17)$$

M が上のように対称となることは式 (2.3.14) よりわかる。

一方, 式 (2.3.1), (2.3.2) から, この場合の一般化速度 u_i に対する部分速度 \mathbf{v}_k^i と部分角速度 $\boldsymbol{\omega}_k^i$ は次のようになる。

$$(i) \quad u_i = v_{0j} \quad (j=1, 2, 3) \text{ のとき} \\ \mathbf{v}_k^i = \mathbf{e}_j, \quad \boldsymbol{\omega}_k^i = \mathbf{0} \quad (2.3.18)$$

$$(ii) \quad u_i = \omega_{0j} \quad (j=1, 2, 3) \text{ のとき} \\ \mathbf{v}_k^i = \mathbf{e}_j \times (\mathbf{P}_k - \mathbf{P}_0), \quad \boldsymbol{\omega}_k^i = \mathbf{e}_j \quad (2.3.19)$$

$$(iii) \quad u_i = \dot{q}_l \quad (h_l \in T, \quad l = i - 6) \text{ のとき} \\ \begin{cases} k \in \tilde{T}: \mathbf{v}_k^i = \mathbf{z}_l, \quad \boldsymbol{\omega}_k^i = \mathbf{0} \\ k \notin \tilde{T}: \mathbf{v}_k^i = \mathbf{0}, \quad \boldsymbol{\omega}_k^i = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2.3.20)$$

$$(iv) \quad u_i = q_l \quad (h_l \in R, \quad l = i - 6) \text{ のとき} \\ \begin{cases} k \in \tilde{T}: \mathbf{v}_k^i = \mathbf{z}_l \times (\mathbf{P}_k - \mathbf{P}_l), \quad \boldsymbol{\omega}_k^i = \mathbf{z}_l \\ k \notin \tilde{T}: \mathbf{v}_k^i = \mathbf{0}, \quad \boldsymbol{\omega}_k^i = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2.3.21)$$

ただし \mathbf{e}_j は慣性系の座標軸方向の単位ベクトル,

\mathbf{z}_j はヒンジ h_j の運動方向の単位ベクトル, \mathbf{P}_j はヒンジ h_j の慣性系における位置ベクトルである。また T は並進ヒンジの集合, R は回転ヒンジの集合とする。

式(2.3.18)~(2.3.21)を式(2.3.14), (2.3.15)に代入すれば式(2.3.17)の各成分が得られるが, ここではまずヒンジ速度に対応する F , Z の部分について求めよう。式(2.3.20), (2.3.21)を式(2.3.14)に代入すれば F の i 行 j 列成分 F_{ij} は, ヒンジ h_i , h_j が並進, 回転それぞれの場合にしたがって次のようになる。

$j \in \tilde{i}$ のとき

$$F_{ij} = \begin{cases} \widehat{m}_i \mathbf{z}_i \cdot \mathbf{z}_j : h_i, h_j \in T \\ \widehat{m}_i \mathbf{z}_j \cdot \{ (\widehat{\mathbf{r}}_i + \mathbf{P}_i - \mathbf{P}_j) \times \mathbf{z}_i \} \\ \quad : h_i \in T, h_j \in R \\ \widehat{m}_i \mathbf{z}_j \cdot (\mathbf{z}_i \times \widehat{\mathbf{r}}_i) : h_i \in R, h_j \in T \\ \mathbf{z}_i \cdot [\widehat{i}_i + \widehat{m}_i \{ (\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_j) \cdot \widehat{\mathbf{r}}_i U \\ - (\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_j) \widehat{\mathbf{r}}_i \}] \cdot \mathbf{z}_j \\ \quad : h_i, h_j \in R \end{cases}$$

$j \in \widetilde{i}$ のとき

$$F_{ij} = F_{ji}$$

上記以外の場合

$$F_{ij} = 0$$

$$(i, j = 1, 2, \dots, N-1) \quad (2.3.22)$$

ただし

$$\widehat{m}_i = \sum_{k \in \tilde{i}} m_k \quad (2.3.23)$$

$$\widehat{\mathbf{r}}_i = \frac{1}{\widehat{m}_i} \sum_{k \in \tilde{i}} m_k (\mathbf{P}_k - \mathbf{P}_i + \mathbf{r}_k) \quad (2.3.24)$$

$$\widehat{i}_i = \sum_{k \in \tilde{i}} [i_k + m_k \{ (\mathbf{P}_k - \mathbf{P}_i + 2\mathbf{r}_k) \cdot (\mathbf{P}_k - \mathbf{P}_i) U \\ - (\mathbf{P}_k - \mathbf{P}_i)(\mathbf{P}_k - \mathbf{P}_i) - \mathbf{r}_k(\mathbf{P}_k - \mathbf{P}_i) \\ - (\mathbf{P}_k - \mathbf{P}_i)\mathbf{r}_k \}] \quad (2.3.25)$$

であり, \widehat{m}_i , $\widehat{\mathbf{r}}_i$, \widehat{i}_i はそれぞれ外集合 \tilde{i} の質量, ヒンジ h_i から外集合 \tilde{i} の質量中心をさすベクトル, 外集合 \tilde{i} のヒンジ h_i まわりの慣性ダイアディックを意味している。また U は単位ダイアディックである。

一方 Z の第 i 成分 Z_i の値は式(2.3.15)から得られるが, 式(2.3.15)の作用力 \mathbf{f}_k , 作用トルク \mathbf{t}_k を, ボディ k の質量中心 c_k に働く外力 \mathbf{f}_{gk} , 外トルク \mathbf{t}_{gk} と, ヒンジ h_k に働く制御力 $\mathbf{f}_k \mathbf{z}_k$, 制御トルク $\mathbf{t}_k \mathbf{z}_k$ に分離すれば次のようになる。

$$Z_i = \begin{cases} -(\widehat{\mathbf{f}}_{0i}^* \cdot \mathbf{z}_i + \widehat{\mathbf{f}}_{gi}^* \cdot \mathbf{z}_i + f_i) : h_i \in T \\ -(\widehat{\mathbf{t}}_{0i}^* \cdot \mathbf{z}_i + \widehat{\mathbf{t}}_{oi}^* \cdot \mathbf{z}_i + t_i) : h_i \in R \end{cases} \quad (i=1, 2, \dots, N-1) \quad (2.3.26)$$

ここでヒンジに働く力, トルクは内力, 内トルクであることから, ヒンジ h_i に作用する f_i , t_i だけが残る。また

$$\widehat{\mathbf{f}}_{0i}^* = \sum_{k \in \tilde{i}} \mathbf{f}_{0k}^* \quad (2.3.27)$$

$$\widehat{\mathbf{t}}_{0i}^* = \sum_{k \in \tilde{i}} \{ \mathbf{t}_{0k}^* + (\mathbf{P}_k - \mathbf{P}_i) \times \mathbf{f}_{0k}^* \} \quad (2.3.28)$$

$$\widehat{\mathbf{f}}_{gi} = \sum_{k \in \tilde{i}} \mathbf{f}_{gk} \quad (2.3.29)$$

$$\widehat{\mathbf{t}}_{gi} = \sum_{k \in \tilde{i}} \{ \mathbf{t}_{gk} + (\mathbf{P}_k - \mathbf{P}_i + \mathbf{r}_k) \times \mathbf{f}_{gk} \} \quad (2.3.30)$$

もしも地上用のシステムのようにベースが固定されていれば, システムの運動方程式は

$$\mathbf{F}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{Z} = \mathbf{0} \quad (2.3.31)$$

となり式(2.3.22), (2.3.26)から求めることができる。

式(2.3.17)のうち, F , Z 以外の部分についても同様に求めることができ, 次のようになる。

$$A_{ij} = \widehat{m}_0 \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j \quad (2.3.32)$$

$$B_{ij} = \widehat{m}_0 \mathbf{e}_j \cdot (\mathbf{e}_i \times \widehat{\mathbf{r}}_0) \quad (2.3.33)$$

$$C_{ij} = \mathbf{e}_i \cdot \widehat{i}_0 \cdot \mathbf{e}_j \quad (2.3.34)$$

$$D_{ij} = \begin{cases} \widehat{m}_i \mathbf{e}_j \cdot \mathbf{z}_i & : h_i \in T \\ \widehat{m}_i \mathbf{e}_j \cdot (\mathbf{z}_i \times \widehat{\mathbf{r}}_i) & : h_i \in R \end{cases} \quad (2.3.35)$$

$$E_{ij} = \begin{cases} \widehat{m}_i \mathbf{e}_j \cdot \{ (\widehat{\mathbf{r}}_i + \mathbf{P}_i - \mathbf{P}_0) \times \mathbf{z}_i \} : h_i \in T \\ \mathbf{z}_i \cdot \{ \widehat{i}_i + \widehat{m}_i \{ (\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_0) \cdot \widehat{\mathbf{r}}_i U \\ - (\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_0) \widehat{\mathbf{r}}_i \} \} \cdot \mathbf{e}_j \\ \quad : h_i \in R \end{cases} \quad (2.3.36)$$

$$X_i = -(\widehat{\mathbf{f}}_{00}^* + \widehat{\mathbf{f}}_{g0}^*) \cdot \mathbf{e}_i \quad (2.3.37)$$

$$Y_i = -(\widehat{\mathbf{t}}_{00}^* + \widehat{\mathbf{t}}_{g0}^*) \cdot \mathbf{e}_i \quad (2.3.38)$$

ただし上式における添字の範囲は, A, B, C, X, Y では $i, j = 1, 2, 3$ であり, D, E では $i = 1, 2,$

..., $N-1$, $j=1, 2, 3$ である。

以上は一般化速度を, メインボディの質量中心速度, メインボディの角速度, ヒンジ速度にとる場合の定式化であるが, メインボディの質量中心速度のかわりにシステム全体の質量中心速度をとっても同様の定式化が可能である⁵⁾。この場合システム全体の質量中心速度に関する運動方程式は他の運動方程式から分離されるので, 軌道運動を取り扱う場合などには便利である。

2.3.3 ループ構造の取り扱い

システムにループ構造が含まれても, ヒンジ部でループを切断して考えればこれまでの議論をそのまま適用することができる。ただしループ切断時には切断箇所における未知の拘束力を作用力として扱う必要があるので, これらの拘束力が未定乗数の形で運動方程式中にとりこまれることになる。また切断部における既知の制御力も外力と等価にみなされる。

ここでは簡単のために, システムが一つのループだけを含み, ループの中に1自由度の回転ヒンジが含まれ, そのヒンジにおいてループを切断する場合を考える。たとえば図2.3.2においてボディ k 上のヒンジ点 a とボディ l 上のヒンジ点 b が本来同一点(回転ヒンジ)であり, この間を切断したとしよう。点 a において拘束されている方向のベクトルを並進方向で \mathbf{x}_{kp} , 回転方向で \mathbf{y}_{kp} とし, これらはいずれもボディ k に固定されているものとする。また点 a で働く拘束力, 拘束トルクの大きさを \mathbf{x}_{kp} , \mathbf{y}_{kp} に対応させて f_{cp} , t_{cp} とする。ここで p は拘束されている方向の数(並進方向で3, 回転方向で2)だけ存在する。この場合の一般化速度 u_i に対応する運動方程式は次式で表わされる。

$$\sum_{j=1}^n M_{ij} \dot{u}_j + g_i - \sum_{p=1}^3 (f_{cp} \mathbf{x}_{kp} \cdot \mathbf{v}_a^i - f_{cp} \mathbf{x}_{kp} \cdot \mathbf{v}_b^i) - \sum_{p=1}^2 (t_{cp} \mathbf{y}_{kp} \cdot \boldsymbol{\omega}_k^i - t_{cp} \mathbf{y}_{kp} \cdot \boldsymbol{\omega}_l^i) = 0 \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (2.3.39)$$

上式で M_{ij} , g_i は未知の拘束力を無視して運動方程式を導出した場合の質量マトリクス M とベクトル \mathbf{g} の成分で, 式(2.3.14), (2.3.15)で与えられる。また \mathbf{v}_a^i , \mathbf{v}_b^i は u_i の点 a , b における部分速度であり, システムをトリー構造とみなすので両者は異なった

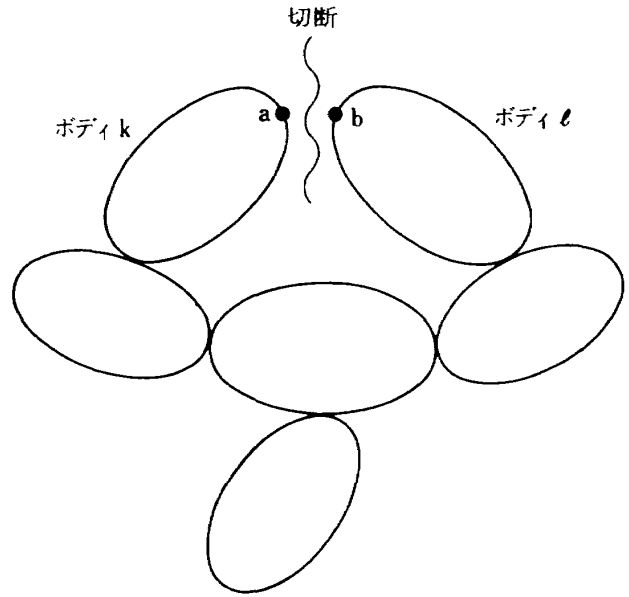


図 2.3.2 ループの切断

値をとる。

一方点 a の速度 \mathbf{v}_a と点 b の速度 \mathbf{v}_b の, 拘束されている方向の成分は等しいので次式が成り立つ。

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{v}_a^i u_i \cdot \mathbf{x}_{kp} = \sum_{i=1}^n \mathbf{v}_b^i u_i \cdot \mathbf{x}_{kp} \quad (p=1, 2, 3) \quad (2.3.40)$$

同様に角速度 $\boldsymbol{\omega}_k$ と $\boldsymbol{\omega}_l$ の拘束されている方向の成分が等しいことから次式が成り立つ。

$$\sum_{i=1}^n \boldsymbol{\omega}_k^i u_i \cdot \mathbf{y}_{kp} = \sum_{i=1}^n \boldsymbol{\omega}_l^i u_i \cdot \mathbf{y}_{kp} \quad (p=1, 2) \quad (2.3.41)$$

式(2.3.39)は行列形式で次のように表わすことができる。

$$M \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{g} + H \mathbf{f}_c = \mathbf{0} \quad (2.3.42)$$

ただし

$$H = - \begin{bmatrix} \dots \mathbf{x}_{kp} \cdot (\mathbf{v}_a^1 - \mathbf{v}_b^1) \dots \mathbf{y}_{kp} \cdot (\boldsymbol{\omega}_k^1 - \boldsymbol{\omega}_l^1) \dots \\ \vdots \\ \dots \mathbf{x}_{kp} \cdot (\mathbf{v}_a^n - \mathbf{v}_b^n) \dots \mathbf{y}_{kp} \cdot (\boldsymbol{\omega}_k^n - \boldsymbol{\omega}_l^n) \dots \end{bmatrix} \quad (2.3.43)$$

$$\mathbf{f}_c = [\dots f_{cp} \dots t_{cp} \dots]^T \quad (2.3.44)$$

であり, H は $n \times 5$ 行列, \mathbf{f}_c は5次のベクトルである。

同様に式(2.3.40), (2.3.41)は行列形式で次式となる。

$$H^T \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (2.3.45)$$

式(2.3.42), (2.3.45)は拘束力 \mathbf{f}_c をラグランジュの未定乗数とする拘束付きの運動方程式である。式

(2.3.45) の時間微分と式 (2.3.42) から拘束力を求めると次式となる。

$$\mathbf{f}_c = (\mathbf{H}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{H})^{-1} (\dot{\mathbf{H}}^T \mathbf{u} - \mathbf{H}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{g}) \quad (2.3.46)$$

これを式 (2.3.42) に代入すれば $\dot{\mathbf{u}}$ が得られる。式 (2.3.46) では $\dot{\mathbf{H}}^T \mathbf{u}$ が必要となるが、これは式 (2.3.40), (2.3.41) から

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{H}}^T \mathbf{u} = & [\dots \{ \mathbf{a}_a - \mathbf{a}_b + (\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_b) \times \boldsymbol{\omega}_k \} \cdot \mathbf{x}_{kp} \dots \\ & \dots (\mathbf{a}_k - \mathbf{a}_l - \boldsymbol{\omega}_l \times \boldsymbol{\omega}_k) \cdot \mathbf{y}_{kl} \dots]^T \end{aligned} \quad (2.3.47)$$

となる。上式で \mathbf{a}_a , \mathbf{a}_k などは式 (2.3.9) で定義される量である。以上のようにシステムがループ構造を含む場合でも、ループを切断し式 (2.3.42) や式 (2.3.45) を用いることによって、トリー形状のシステムのアルゴリズムをそのまま用いることができる。

2.3.4 運動方程式の計算

運動方程式の各項を数値的に求めるためには方程式中に含まれる \mathbf{v}_i , \mathbf{a}_i , $\boldsymbol{\omega}_i$, $\boldsymbol{\alpha}_i$, \hat{m}_i , $\hat{\mathbf{r}}_i$, \hat{v}_i , $\hat{\mathbf{f}}_{0i}^*$, $\hat{\mathbf{t}}_{0i}^*$, $\hat{\mathbf{f}}_{gi}$, $\hat{\mathbf{t}}_{gi}$ などの量を計算する必要がある。この計算を効率的に行なうためには、あるボディのこれらの量を隣接するボディから求め、この過程を漸化的に繰り返す方法が有効である⁷⁾。このとき、これらの量の定義から明らかなように \mathbf{v}_i , \mathbf{a}_i , $\boldsymbol{\omega}_i$, $\boldsymbol{\alpha}_i$ は内ボディの側から、またそれ以外の量は外ボディの側から求めてゆくことができる。

まず内ボディとの関係では、ボディ i のヒンジ h_i が並進の場合と回転の場合で次のようになる。

(i) $h_i \in T$ のとき

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{d}_i + \dot{q}_i \mathbf{z}_i \quad (2.3.48)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_i = & \mathbf{a}_i + \boldsymbol{\alpha}_i \times \mathbf{d}_i + 2 \dot{q}_i \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{z}_i \\ & + \boldsymbol{\omega}_i \times (\boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{d}_i) \end{aligned} \quad (2.3.49)$$

$$\boldsymbol{\omega}_i = \boldsymbol{\omega}_i \quad (2.3.50)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_i = \boldsymbol{\alpha}_i \quad (2.3.51)$$

(ii) $h_i \in R$ のとき

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{d}_i \quad (2.3.52)$$

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{a}_i + \boldsymbol{\alpha}_i \times \mathbf{d}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times (\boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{d}_i) \quad (2.3.53)$$

$$\boldsymbol{\omega}_i = \boldsymbol{\omega}_i + \dot{q}_i \mathbf{z}_i \quad (2.3.54)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_i = \boldsymbol{\alpha}_i + \dot{q}_i \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{z}_i \quad (2.3.55)$$

ただし \mathbf{d}_i はヒンジ h_i からヒンジ h_i をさすベクトルである。上式はメインボディから各ボディの諸量を漸化的に求める関係になっているので、メインボデ

ィに関する \mathbf{v}_0 , $\boldsymbol{\omega}_0$, \mathbf{a}_0 , $\boldsymbol{\alpha}_0$ の量は初期値として与える必要がある。ここでは \mathbf{v}_0 , $\boldsymbol{\omega}_0$ の各成分を一般化速度にとっているの、これらは次式のように得られる。

$$\mathbf{v}_0 = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T, \quad \mathbf{a}_0 = \mathbf{0} \quad (2.3.56)$$

$$\boldsymbol{\omega}_0 = [u_4 \ u_5 \ u_6]^T, \quad \boldsymbol{\alpha}_0 = \mathbf{0} \quad (2.3.57)$$

一方、 \hat{m}_i , $\hat{\mathbf{r}}_i$ などはその定義式である式 (2.3.23) ~ (2.3.25) および式 (2.3.27) ~ (2.3.30) から明らかなようにボディから求めてゆくことができる。その関係式は次の通りである。

$$\hat{m}_i = m_i + \sum_{k \in \bar{i}} \hat{m}_k \quad (2.3.58)$$

$$\hat{\mathbf{r}}_i = \frac{1}{\hat{m}_i} \{ m_i \mathbf{r}_i + \sum_{k \in \bar{i}} \hat{m}_k (\mathbf{d}_k + \hat{\mathbf{r}}_k) \} \quad (2.3.59)$$

$$\begin{aligned} \hat{v}_i = & v_i + \sum_{k \in \bar{i}} [\hat{v}_k + \hat{m}_k \{ (\mathbf{d}_k + 2\hat{\mathbf{r}}_k) \cdot \mathbf{d}_k U \\ & - \mathbf{d}_k \mathbf{d}_k - \hat{\mathbf{r}}_k \mathbf{d}_k - \mathbf{d}_k \hat{\mathbf{r}}_k \}] \end{aligned} \quad (2.3.60)$$

$$\hat{\mathbf{f}}_{0i}^* = \mathbf{f}_{0i}^* + \sum_{k \in \bar{i}} \hat{\mathbf{f}}_{0k}^* \quad (2.3.61)$$

$$\hat{\mathbf{t}}_{0i}^* = \mathbf{t}_{0i}^* + \sum_{k \in \bar{i}} (\hat{\mathbf{t}}_{0k}^* + \mathbf{d}_k \times \hat{\mathbf{f}}_{0k}^*) \quad (2.3.62)$$

$$\hat{\mathbf{f}}_{gi} = \mathbf{f}_{gi} + \sum_{k \in \bar{i}} \hat{\mathbf{f}}_{gk} \quad (2.3.63)$$

$$\hat{\mathbf{t}}_{gi} = \mathbf{t}_{gi} + \mathbf{r}_i \times \mathbf{f}_{gi} + \sum_{k \in \bar{i}} (\hat{\mathbf{t}}_{gk} + \mathbf{d}_k \times \hat{\mathbf{f}}_{gk}) \quad (2.3.64)$$

もしもボディ i がターミナルボディであれば、 \hat{m}_i , $\hat{\mathbf{r}}_i$, \hat{v}_i , $\hat{\mathbf{f}}_{0i}^*$, $\hat{\mathbf{t}}_{0i}^*$, $\hat{\mathbf{f}}_{gi}$, $\hat{\mathbf{t}}_{gi}$ としてそれぞれ m_i , \mathbf{r}_i , v_i , \mathbf{f}_{0i}^* , \mathbf{t}_{0i}^* , \mathbf{f}_{gi} , $\mathbf{t}_{gi} + \mathbf{r}_i \times \mathbf{f}_{gi}$ を用いればよい。

以上により多剛体システムの運動方程式が得られる。運動方程式を解くまでの手順は以下に示すとおりである。

(i) 式 (2.3.48) ~ (2.3.55) を用いてボディ i に関する \mathbf{v}_i , \mathbf{a}_i , $\boldsymbol{\omega}_i$, $\boldsymbol{\alpha}_i$ などをメインボディから順に求める。

(ii) 式 (2.3.58) ~ (2.3.64) を用いてボディ i に関する \hat{m}_i , $\hat{\mathbf{r}}_i$, \hat{v}_i , $\hat{\mathbf{f}}_{0i}^*$, $\hat{\mathbf{t}}_{0i}^*$, $\hat{\mathbf{f}}_{gi}$, $\hat{\mathbf{t}}_{gi}$ などをターミナルボディから順に求める。

(iii) 式 (2.3.22), (2.3.26), (2.3.32) ~ (2.3.38) を用いて運動方程式の各項を求める。

(iv) システムにループ構造のある場合は式 (2.3.46) を用いてループ切断部の拘束力を求める。

(v) 一般化速度ベクトルの微分 $\dot{\mathbf{u}}$ を求める。

3. シミュレーションモデルおよび結果

3.1 概要

著者らは行列法およびケイン法の両定式化に従ってそれぞれ汎用のシミュレーションプログラムを作成し、同一のモデルを用いてシミュレーション結果を比較した。ここでは比較に用いたモデルおよびシミュレーションの結果について述べる。用いたモデルは4リンクのマニピュレータをもつ人工衛星のモデルと、ループ構造の展開機構をもつ人工衛星のモデルの2種類である。4リンクのマニピュレータをもつ人工衛星のモデルは3次元運動を行なうチェーン構造のモデルであり、すべてのヒンジは回転1自由度とした。またループ構造の展開機構をもつ人工衛星のモデルは、2次元運動を行なうループ構造のモデルであり、回転1自由度のヒンジの他に、回転と並進の2自由度ヒンジをもつ。このように両モデルはいくつかの本質的な相違点をもつので、汎用シミュレーションプログラムを比較検討するモデルとして適当なものと考えられる。

3.2 4リンクマニピュレータをもつ人工衛星のモデル

3.2.1 モデルの概要

モデルの概念図を図3.2.1に示す。またこのモデルを簡単に表現すると図3.2.2のように表わすこと

ができる。図から明らかなようにこのモデルは五つのボディをもつチェーン構造のモデルであり、各ボディを結合するヒンジは回転1自由度をもつ。ここでボディ i の質量中心を c_i 、ボディ i とボディ $(i-1)$ を結合するヒンジを h_i とし、 h_i はボディ1の質量中心 c_1 に一致するものとする。また慣性系 $x_0y_0z_0$ とボディ i に固定した座標系 $x_iy_iz_i$ ($i=1\sim 5$)を図3.2.2のように定義する。座標系 $x_1y_1z_1$ はボディ1の質量中心 c_1 を頂点とする座標系であり、座標系 $x_iy_iz_i$ ($i=2\sim 5$)はヒンジ点 h_i を原点として z_i 軸がヒンジ回転軸に一致するような座標系である。

いまボディ i の質量を W_i 、質量中心 c_i まわりの慣性テンソルを H_i 、 h_i から c_i をさすベクトルを r_i 、 h_i から h_{i+1} をさすベクトルを d_i とすると、このモデルでは W_i, H_i, r_i, d_i の値を表3.2.1のように設定する。ただし H_i, r_i, d_i は座標系 $x_iy_iz_i$ における

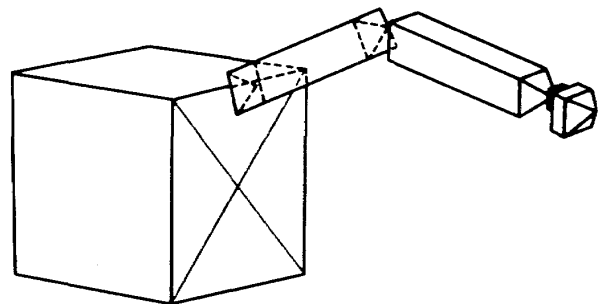


図3.2.1 4リンクマニピュレータをもつ人工衛星のモデル

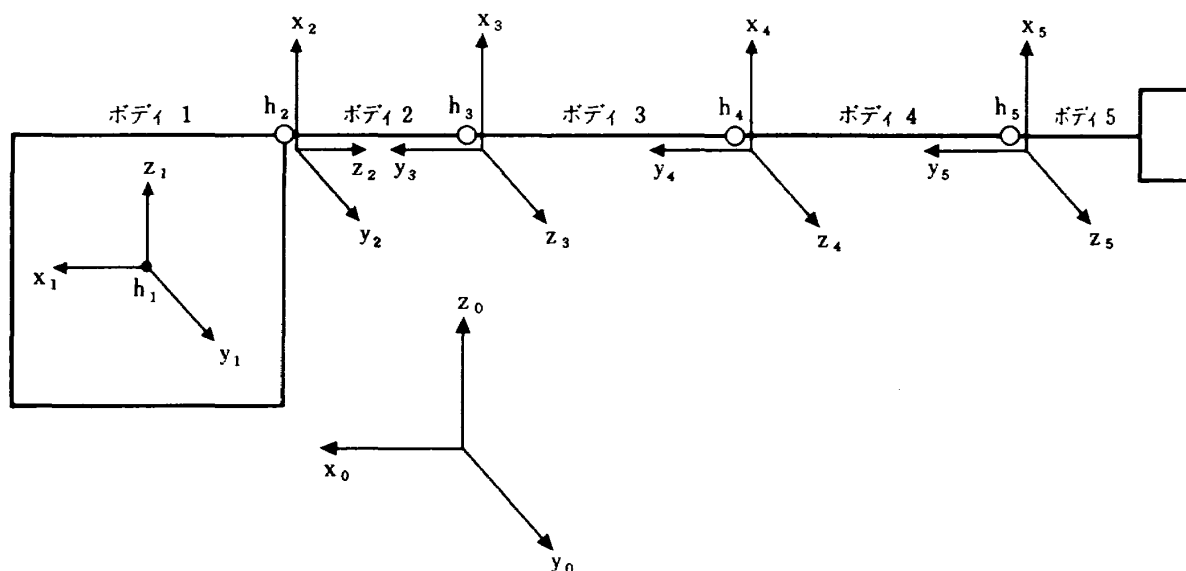


図3.2.2 モデルの構造と各ボディに固定した座標系

表 3.2.1 モデルのパラメータの値

ボディ番号 i	1	2	3	4	5
W_i [kg]	200	10	50	40	30
H_i [kg·m ²]	$\begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 \end{bmatrix}$
r_i [m]	$[0 \ 0 \ 0]$	$[0 \ 0 \ 0.05]$	$[0 \ -0.5 \ 0]$	$[0 \ -0.5 \ 0]$	$[0 \ -0.15 \ 0]$
d_i [m]	$[-0.5 \ 0 \ 0.5]$	$[0 \ 0 \ 0.1]$	$[0 \ -1 \ 0]$	$[0 \ -1 \ 0]$	$[0 \ -0.3 \ 0]$

表現とする。

3.2.2 各ヒンジの制御則

ヒンジ h_i の回転角を z_i 軸まわりに θ_i ($i=2\sim 5$) とし、図 3.2.2 の状態で $\theta_i=0$ とする。またヒンジ h_i に加える制御トルクを t_i とし t_i は次式によって与えるものとする。

$$t_i = -K_i \theta_i - D_i \dot{\theta}_i \tag{3.2.1}$$

シミュレーションに用いた K_i , D_i の値を表 3.2.2 に示す。またボディ 1 には制御力, 制御トルクを加えない。

3.2.3 シミュレーションの初期値

ボディ 1 は初期状態において座標系 $x_1 y_1 z_1$ が慣性系 $x_0 y_0 z_0$ と一致するような位置, 姿勢にあるものとし、ボディ 1 の初期速度, 初期角速度は零とする。またヒンジ回転角 θ_i , 回転角速度 $\dot{\theta}_i$ の初期値は表 3.2.3 に示す通りである。

3.2.4 シミュレーション結果

以上の条件のもとに数値シミュレーションを行な

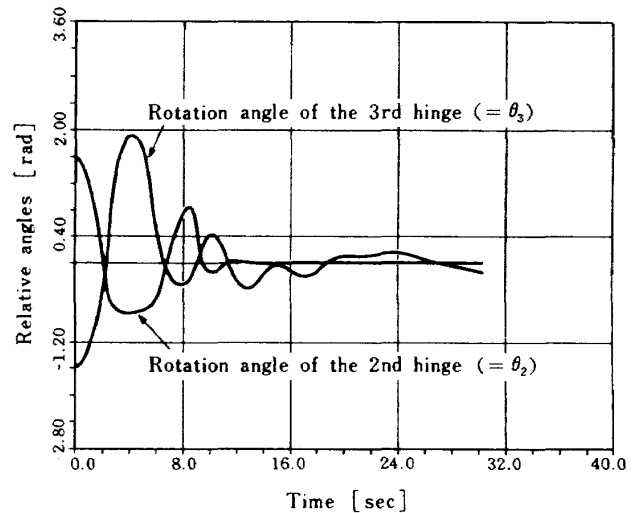
表 3.2.2 制御パラメータの値

ヒンジ番号 i	2	3	4	5
K_i [N·m/rad]	10	10	10	1
D_i [N·m·sec/rad]	5	2	2	5

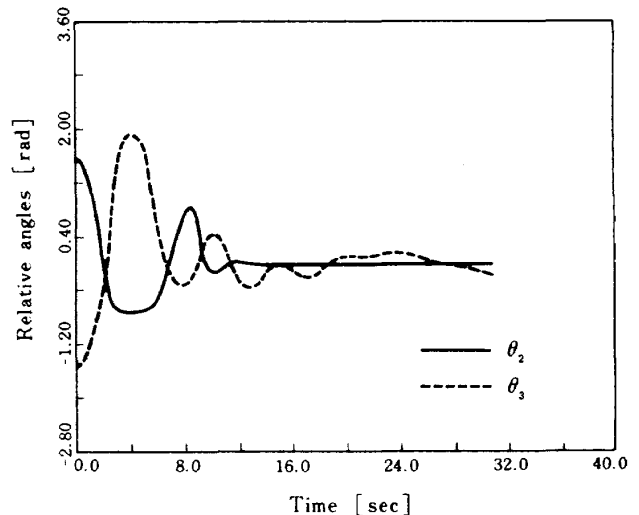
表 3.2.3 シミュレーションの初期値

ヒンジ番号 i	2	3	4	5
θ_i [rad]	1.5708 (90°)	-1.5708 (-90°)	3.1416 (180°)	-1.5708 (-90°)
$\dot{\theta}_i$ [rad/sec]	0	0	0	0

った。微分方程式の数値積分にはルンゲ・クッタ・ギル法を用い、時間刻みは 0.05 秒である。シミュレーション結果を図 3.2.3 と図 3.2.4 に示す。図 3.2.3 はヒンジ回転角 θ_2, θ_3 の変化であり、図 3.2.4

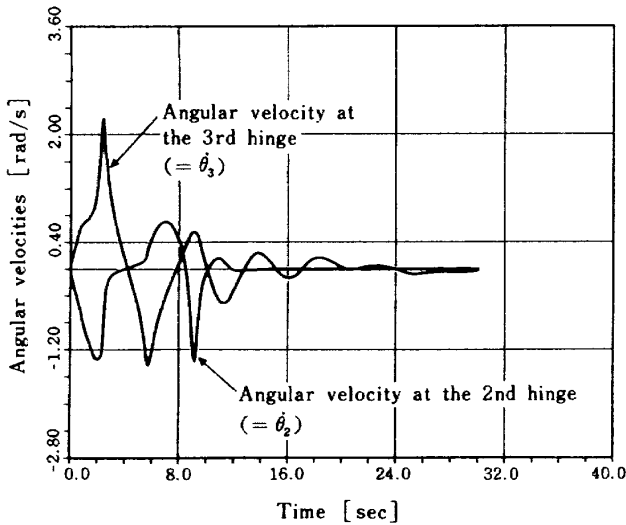


(a) 行列法による結果

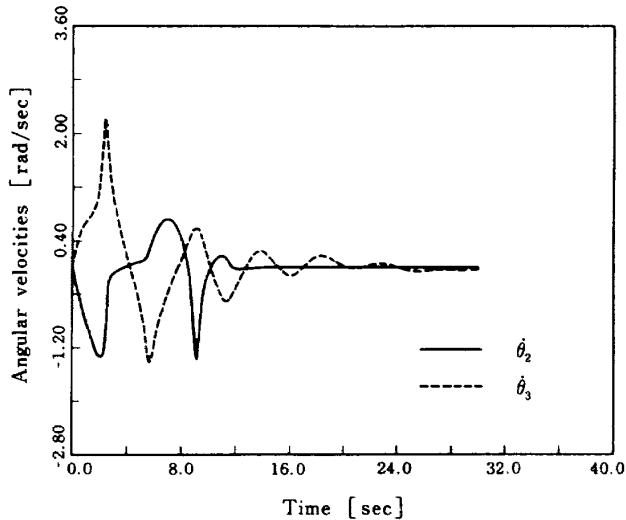


(b) ケイン法による結果

図 3.2.3 θ_2, θ_3 のシミュレーション結果



(a) 行列法による結果



(b) ケイン法による結果

図 3.2.4 $\dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$ のシミュレーション結果

はヒンジ回転角速度 $\dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$ の変化である。いずれの図も図(a)が行列法による結果、図(b)がケイン法による結果を示している。図から明らかなように両者は極めて良い一致を示す。このことは数値的にも確認しており、0～8秒間の θ_2, θ_3 の値は両プログラムで表 3.2.4 のようになる。

またこのような両プログラムの一致以外にも、運動量、角運動量の保存を確認することで、個々のプログラムの妥当性を検証することができる。両プログラムともこのような検証をあわせて行なっている。

表 3.2.4 θ_2, θ_3 のシミュレーション結果

時間 [sec]	0	2	4	6	8
θ_2 [rad]	1.571	0.050	-0.738	-0.508	0.720
θ_3 [rad]	-1.571	-0.333	1.888	0.567	-0.321

参考 (x 8 = θ_2 , x 9 = θ_3)

```
time = .000E+00 sec
x 8= 1.5707964E+00 x 9=-1.5707964E+00
x
```

```
time = 2.000E+00 sec
x 8= 5.0269164E-02 x 9=-3.3256799E-01
x
```

```
time = 4.000E+00 sec
x 8=-7.3774916E-01 x 9= 1.8884898E+00
x
```

```
time = 6.000E+00 sec
x 8=-5.0845999E-01 x 9= 5.6723559E-01
x
```

```
time = 8.000E+00 sec
x 8= 7.1992821E-01 x 9=-3.2072845E-01
x
```

3.3 ループ構造の展開機構をもつ人工衛星モデル

3.3.1 モデルの概要

モデルの概念図を図 3.3.1 に示す。またこのモデルを簡単に表現すると図 3.3.2 のように表わすことができる。図から明らかなように、このモデルは $h_2 h_3 h_6$ と $h_6 h_4 h_7 h_5$ の 2箇所 でループをもつパンタグラフ状の機構が人工衛星に取り付けられたものである。図でヒンジ h_2 と h_3 は回転 1 自由度と並進 1 自由度をもつ 2 自由度ヒンジであり、 h_4, h_5, h_6, h_7 のヒンジは回転 1 自由度のヒンジである。ヒンジの回転軸はすべて紙面垂直とし、モデル全体で平面運動を行なうものとする。またヒンジ h_2 から h_5 の間と、ヒンジ h_3 から h_4 までの間はそれぞれひとつのボディを表わし、両ボディがヒンジ h_6 によって拘束されているような構造となっている。したがってこのモデルは合計五つのボディから構成されている。ここで前節と同様に、慣性系 $x_0 y_0 z_0$ とボディ i に固定した座標系 $x_i y_i z_i$ ($i=1\sim 5$) (z_0 軸および z_i 軸はいずれも紙面垂直上向き) をとり、 $x_i y_i z_i$ の原点

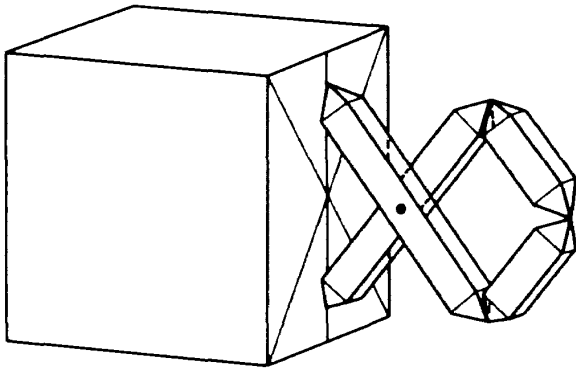


図 3.3.1 ループ構造の展開機構をもつ人工衛星のモデル

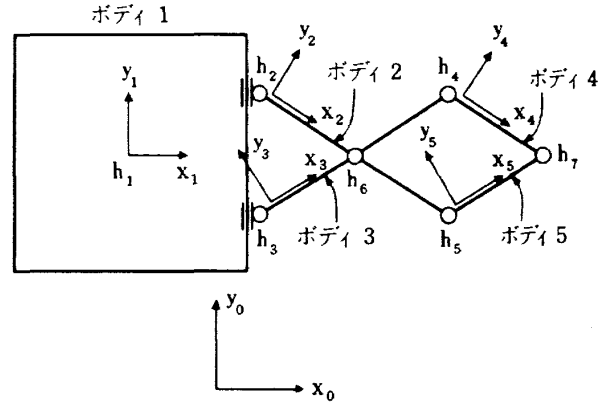


図 3.3.2 モデルの構造と各ボディに固定した座標系

表 3.3.1 モデルのパラメータの値

ボディ番号 i	1	2	3	4	5
W_i [kg]	200	20	20	10	10
H_i [kg·m ²]	$\begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
r_i [m]	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
d_i [m]	—	$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

はヒンジ h_i (ヒンジ h_1 はボディ 1 の質量中心) とする。

いまボディ i の質量中心を c_i とし、ボディ i の質量を W_i 、質量中心 c_i まわりの慣性テンソルを H_i 、 h_i から c_i をさすベクトルを $r_i (= \overrightarrow{h_i c_i})$ 、 $d_2 = \overrightarrow{h_2 h_5}$ 、 $d_3 = \overrightarrow{h_3 h_4}$ 、 $d_4 = \overrightarrow{h_4 h_7}$ 、 $d_5 = \overrightarrow{h_5 h_7}$ とする。このモデルでは W_i 、 H_i 、 r_i 、 d_i を表 3.3.1 のように設定する。ただし H_i 、 r_i 、 d_i は座標系 $x_i y_i z_i$ における表現とする。またヒンジ h_6 の位置はボディ 2 とボディ 3 の中点と重なるものとする。

また $d_{12} = \overrightarrow{h_1 h_2}$ 、 $d_{13} = \overrightarrow{h_1 h_3}$ とおいて、これを $x_1 y_1 z_1$ 系で表わして、

$$d_{12} = [1 \ s_2 \ 0] \quad d_{13} = [1 \ s_3 \ 0]$$

(単位 [m])

とする。ここで s_2 、 s_3 はヒンジ h_2 、 h_3 の並進変位であり変数である。

3.3.2 各ヒンジの制御則

ヒンジ h_i ($i=2\sim 5$) の回転角を z_i 軸まわりに θ_i とし、 x_2 軸が x_1 軸に平行となる状態で $\theta_2=0$ 、 x_3

表 3.3.2 制御パラメータの値

ヒンジ番号 i	2	3	4	5
$K_{\theta i}$ [N·m/rad]	4	0	0	0
$D_{\theta i}$ [N·m·sec/rad]	10	0	0	0
$K_{s i}$ [N/m]	1	0	—	—
$D_{s i}$ [N·sec/m]	10	0	—	—

軸が x_1 軸に平行となる状態で $\theta_3=0$ 、 x_4 軸が x_3 軸と平行となる状態で $\theta_4=0$ 、 x_5 軸が x_2 軸に平行となる状態で $\theta_5=0$ とする。このときヒンジ h_i に加える制御トルクを t_i とし、 t_i は次式によって与えるものとする。

$$t_i = -K_{\theta i} \theta_i - D_{\theta i} \dot{\theta}_i \quad (i=2\sim 5) \quad (3.3.1)$$

またヒンジ h_2 、 h_3 については y_1 軸方向の制御力を f_i とし、 f_i を次式によって与えるものとする。

$$f_i = -K_{s i} s_i - D_{s i} \dot{s}_i \quad (i=2, 3) \quad (3.3.2)$$

シミュレーションに用いた $K_{\theta i}$ 、 $D_{\theta i}$ 、 $K_{s i}$ 、 $D_{s i}$ の値を表 3.3.2 に示す。またボディ 1 には制御力、制御

トルクを加えない。

3.3.3 シミュレーションの初期値

ボディ1は初期状態において座標系 $x_1 y_1 z_1$ が慣性系 $x_0 y_0 z_0$ と一致するような位置、姿勢にあるものとし、ボディ1の初期速度、初期角速度は零とする。また $\theta_i, \dot{\theta}_i (i=2\sim5), s_i, \dot{s}_i (i=2,3)$ の初期値は表3.3.3に示す通りである。表3.3.3は展開機構をほぼ折りたたんだ状態を示している(完全に折りたたんだ状態は特異状態となるため若干の余裕をもたせている)。

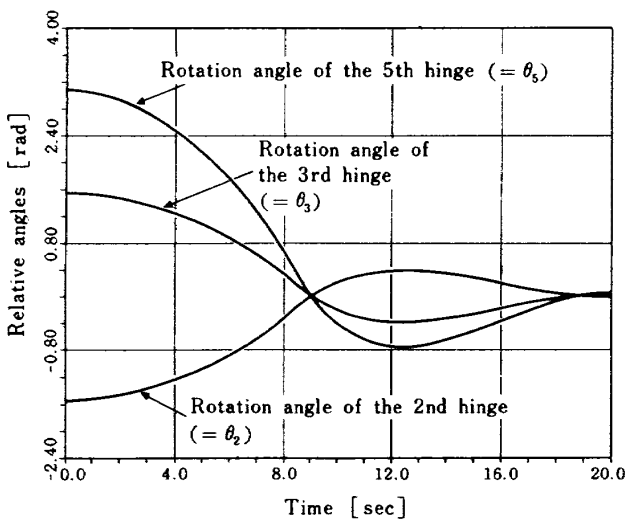
3.3.4 シミュレーション結果

以上の条件のもとに数値シミュレーションを行った。微分方程式の数値積分にはルンゲ・クッタ・ギル法を用い、時間刻みは0.025秒である。なお、

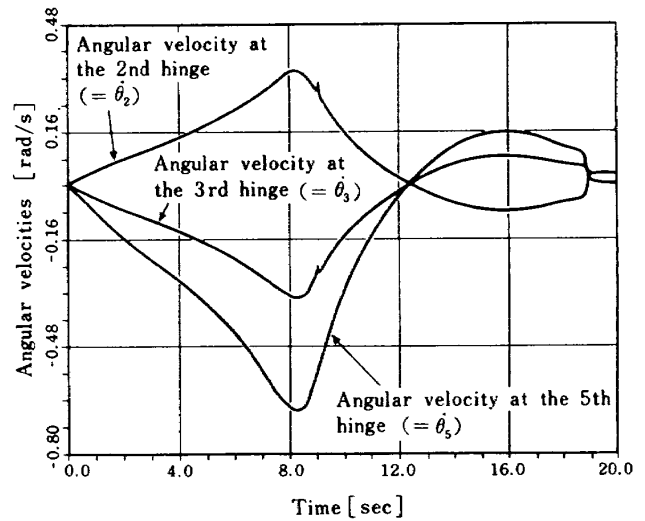
このモデルは2次元運動しか行なわれないが、計算は3次元運動として行なっている。シミュレーション結果を図3.3.3と図3.3.4に示す。図3.3.3はヒンジ

表 3.3.3 シミュレーションの初期値

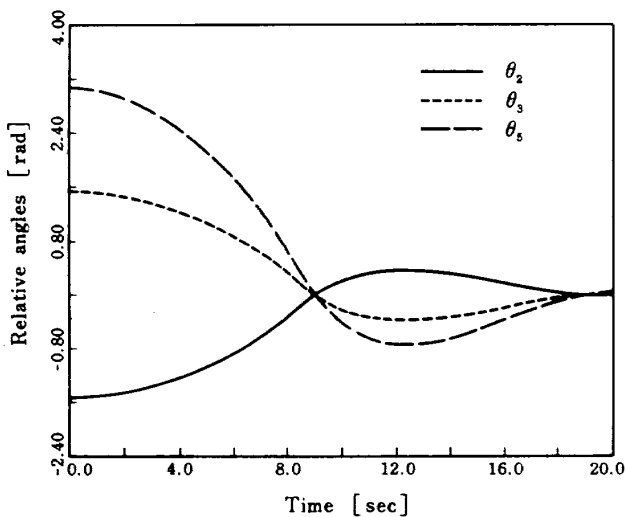
ヒンジ番号 i	2	3	4	5
θ_i [rad]	-1.5359 (-88°)	1.5359 (88°)	-3.0718 (-176°)	3.0718 (176°)
$\dot{\theta}_i$ [rad/sec]	0	0	0	0
s_i [m]	0.99939 ($\cos 2^\circ$)	-0.99939 ($-\cos 2^\circ$)	—	—
\dot{s}_i [m/sec]	0	0	—	—



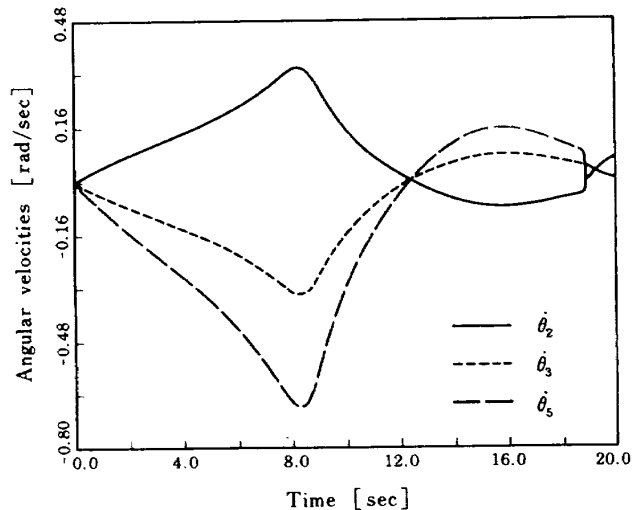
(a) 行列法による結果



(a) 行列法による結果



(b) ケイン法による結果



(b) ケイン法による結果

図 3.3.3 $\theta_2, \theta_3, \theta_5$ のシミュレーション結果

図 3.3.4 $\dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_5$ のシミュレーション結果

ジ回転角 $\theta_2, \theta_3, \theta_5$ の変化であり、図 3.3.4 はヒンジ回転角速度 $\dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_5$ の変化である。いずれの図も図(a)が行列法による結果、図(b)がケイン法による結果を示している。図から明らかなように両者は 9 秒付近(回転角速度)と 18 秒以降を除けば極めて良い一致を示す。9 秒付近と 18 秒以降で両者に若干の違いが見られるのは、この時刻では展開機構がほとんど伸びきった特異状態にあるためである。このとき行列法の拡張慣性行列 A やケイン法の拘束行列 H がランク落ちするので、いずれのプログラムでも拘束力を求めることができず、したがって解が正しいという保証はない。特に 18 秒以降は特異状態が続くので解に信頼性はなく、両プログラムとも回転角速度に不自然な変化が見られる。このような特異状態の取り扱いが今後の課題である。特異状態に関係のない 0 ~ 8 秒間で解が等しくなることは数値的にも確認している。この間の $\theta_2, \theta_3, \theta_5$ の値は両プログラムとも表 3.3.4 のようになる。

4. 評価および結論

第 2 章と第 3 章で詳述したように、著者らは行列法とケイン法を用いてそれぞれ汎用のシミュレーションプログラムを作成し、2つのモデルによってシミュレーション結果の等しくなることを確認し、所期の目標である、異なるアルゴリズムによる大規模宇宙構造物の運動の定式化と数値シミュレーションによる一致を得ることができた。本章では、これらの定式化およびシミュレーションによって明らかになった、両手法の特徴をまとめることにしたい。

まず行列法とケイン法は定式化の原理が異なっている。すなわち行列法はニュートン・オイラー方程式に基づくが、ケイン法はケインの方程式に基づく。ニュートン・オイラー方程式の場合にはまず拘束力を陽に含む形で各ボディの運動方程式を導出し、ヒンジにおける幾何学的な拘束条件から拘束力を消去する。一方、ケインの方程式は、いわばダランベールの原理と仮想仕事の原理を組み合わせることで得られる方程式であり、拘束力を自動的に消去するところに特徴がある。

このような両者の違いは、そのまま定式化手法とそれに基づくシミュレーションプログラムの特徴と

表 3.3.4 $\theta_2, \theta_3, \theta_5$ のシミュレーション結果

時間 [sec]	0	2	4	6	8
θ_2 [rad]	-1.536	-1.456	-1.236	-0.877	-0.330
θ_3 [rad]	1.536	1.456	1.236	0.877	0.330
θ_5 [rad]	3.072	2.912	2.471	1.754	0.661

参考 ($x10 = \theta_2, x11 = \theta_3, x12 = \theta_5, x23 = \dot{\theta}_3, x25 = \dot{\theta}_5$)

```
time = .000E+00 sec
x10=-1.5358897E+00 x11= 1.5358897E+00 x12= 3.0717795E+00
x23= .0000000E+00 x24= .0000000E+00 x
```

```
time = 2.000E+00 sec
x10=-1.4562229E+00 x11= 1.4562229E+00 x12= 2.9124458E+00
x23=-7.6936491E-02 x24=-1.5387298E-01 x
```

```
time = 4.000E+00 sec
x10=-1.2357260E+00 x11= 1.2357260E+00 x12= 2.4714520E+00
x23=-1.4320718E-01 x24=-2.8641436E-01 x
```

```
time = 6.000E+00 sec
x10=-8.7714958E-01 x11= 8.7714958E-01 x12= 1.7542992E+00
x23=-2.1925056E-01 x24=-4.3850112E-01 x
```

```
time = 8.000E+00 sec
x10=-3.3037460E-01 x11= 3.3037460E-01 x12= 6.6074920E-01
x23=-3.3128321E-01 x24=-6.6256642E-01 x
```

```
time = 1.000E+01 sec
x10= 2.0199499E-01 x11=-2.0199321E-01 x12=-4.0398821E-01
x23=-1.5531763E-01 x24=-3.1063423E-01 x
```

なってあらわれる。すなわち行列法の場合、ケイン法に比べて次のような長所がある。

- (i) 運動方程式は、拘束力を含む個々のボディの運動方程式とシステムの幾何学的な拘束条件式で表わされるので、直観的に理解しやすく、また定式化も複雑な操作を用いずにすっきりとした形で行なえる。
- (ii) ループを含むような複雑な形態の場合にもそのまま適用でき、カイネティックな拘束も取り扱えるなど、汎用性がある。
- (iii) ヒンジ部の拘束力を陽に求めるので拘束力を求めたい場合には有利である。

一方、ケイン法の場合、行列法に比べて次のような長所をもつ。

- (i) ある一般化座標に対して運動方程式を導くので、得られる運動方程式は拘束力を含まない必要最小限の次数のものとなる。このことはシミュレーションの高速化につながり、また運動方程式を解析的に取り扱う場合にも有利に働く。
- (ii) 一般化座標を比較的自由にとることができるので、システム全体の質量中心の位置を一般化座標にとって軌道運動と姿勢運動を分離するこ

とができる。

以上のように、大ざっぱに言えば、両定式化手法には汎用性（行列法）と高速性（ケイン法）という相反する特色がある。したがってループを含むような複雑な構造物のシミュレーションには行列法が、トリー構造のようにあまり複雑でないシステムの高速性を要求されるシミュレーションにはケイン法が適しているといえよう。

今後の課題としては、特異状態の取り扱い、ユーザーインターフェースの整備、各ボディの柔軟性の導入などが考えられる。ことに柔軟性は、近年宇宙構造物において大きくクローズアップされている問題であり、著者らも、行列法やケイン法の枠組の中で、これを組み込めるようなアルゴリズムの検討を進めている。

参 考 文 献

- 1) Bodley, C. S. et al, "A Digital Computer Program for the Dynamic Interaction Simulation of Controls and Structures (DISCOS)", NASA TP-1219, 1978.
- 2) Singh, R. et al, "Dynamics of Flexible Bodies in Tree Topology-A Computer Oriented Approach", J. Guidance, Control and Dynamics, Vol.8, No.5, 1985, pp.584-590.
- 3) 狼他, 「柔軟宇宙構造物の定式化について」航技研特別資料 NAL SP-4, 1985.
- 4) Ohkami, Y. et al, "Dynamic Formulation and Simulation of Multibody Space Structures", IAF-86-238, Oct. 1986.
- 5) 山田, 土屋, 「宇宙における剛体多体システムの定式化」日本機械学会論文集 第 491 号 C 編, 昭 62-7.
- 6) Kane, T. R., et al, Spacecraft Dynamics, McGraw-Hill, 1983, pp.247-277.
- 7) Walker, M. W. et al, "Efficient Dynamic Computer Simulation of Robotic Mechanisms", Trans. ASME, J. Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol.104, 1982, pp.205-211.

航空宇宙技術研究所報告 942号

昭和62年8月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺東町7丁目44番地1
電話三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182
印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川2-27-12
