

ISSN 0389-4010
UDC 629.783
537.217

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-1005

静電気支持による高感度加速度計の研究（I）

——基本的解析と実験的検討——

円居繁治・大月正男

1988年10月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

目 次

1. 緒 言	1
2. 主な記号	2
3. 原 理	2
4. 構成の概要	3
5. 解析的検討	4
5.1 偏位と静電容量	5
5.1.1 球が電極間の中心に位置する場合の静電容量	5
5.1.2 球が偏心した場合の静電容量	6
1) 偏心球の静電容量	6
2) 偏心球の静電容量(近似式)	6
3) $\delta \rightarrow 0$ の極限値	7
4) δ の導出	7
5.2 偏位と静電気力	7
5.3 共振回路における静電容量と印加電圧	8
5.4 印加電圧と静電気力	9
6. 設計的考察と解析結果の検討	10
7. 実験と結果	12
7.1 実験装置	12
7.2 実験方法	14
7.3 実験結果	14
8. 結 言	15
9. 附 錄 1	15
10. 附 錄 2	16
参考文献	17

静電気支持による高感度加速度計の研究(I)*

——基本的解析と実験的検討——

円居繁治** 大月正男**

Study on a Highly Sensitive Electro-static Suspended Accelerometer (I)

Abstract

An artificial satellite in orbit is not free from accelerations due to external forces such as:

- (1) gravitational anomalies of the earth's oblateness,
- (2) gravitational attractions of the sun and the moon,
- (3) pressure of solar wind,
- (4) aerodynamic drags.

The accelerations are very small; however, they disturb precise position keeping of a satellite, attitude control of a large space system and also micro-gravity experiments such as IML* in the Space lab.

A highly sensitive electro-static suspended accelerometer was studied to measure such disturbances. The device has a hollow vacuum vessel. A non-magnetic metal sphere is suspended at the center of the vessel by means of three-dimensional electro-static fields. A small displacement of the position of the sphere due to external forces induces un-balanced electro-static forces in the fields. The force difference is measured as an electrical output.

This paper presents an analysis of the design of the accelerometer. A series of preliminary experiments has been carried out to confirm the analysis by developing a two-axis accelerometer. The experimental result shows good stability for $10^{-7}g$ with a threshold at the $10^{-8}g$ level.

*International Micro-gravity Laboratory

1. 緒 言

人工衛星は、地球以外の物体からの引力の影響を受けるとともに、希薄ガスおよび太陽風による抗力を受ける。そのような外乱力を計測して、人工衛星の航法、および、IMLプロジェクトにおけるマイク

*昭和63年8月17日 受付

**制御部

ロ g 技術に役立てる事を目的として、静電気支持による高感度加速度計¹⁾の研究に着手した。

静電気支持による高感度加速度計は、高真空容器内で非磁性金属球を静電気力で三次元空間に支持することにより、三軸方向の加速度を検出することができる。

ここでは、基本設計に必要な解析を示すとともに、非磁性中空金属球で二軸加速度検出系の予備試作を

行ない実験を行った。その結果、安定度は $10^{-7}g$ 、スレッシホールドは $10^{-8}g$ を得たので報告する。

2. 主な記号

a	: 中心より偏心球の外径までの距離
a	: 球の半径
b	: 電極の曲率半径
b'	: 電極の高さ
C	: 静電容量
E	: 電界の強さ
F	: 静電気力
f	: 周波数
I	: 電流
L	: インダクタンス
m	: 質量
Q	: 電荷
R	: 抵抗
r	: 同心球の任意の点
S	: 面積
V_c	: 静電容量の印加電圧
V_0	: 電源電圧
W	: エネルギー
X	: 極板間の距離
Δx	: 極板の微小偏位
δ	: 球の偏位
ϵ	: 誘電率
θ	: 角度
ω	: 角周波数

3. 原理

静電気力支持による高感度加速度計 (Electrostatic Suspended Accelerometer; 以下 ESA と略記する) は、静電気により非磁性導体 (以下、導体と略す) に作用する力、すなわち静電気力を利用するものであって、その原理を以下に示す。

図 3-1 に示すように、電極 A, B に電荷を与え、電位一定の状態で、電極 A を $+\Delta x$ だけ移動したときのエネルギーの増加量 ΔW は、次式で求められる。

$$\Delta W = \frac{1}{2} V_c^2 (C + \Delta C) - \frac{1}{2} V_c^2 C$$

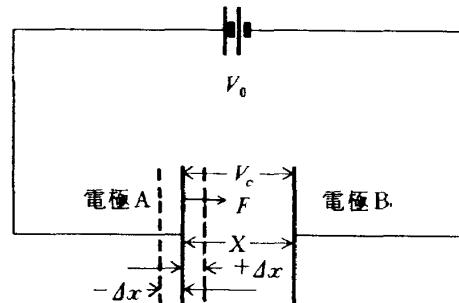


図 3-1 静電気による導体に働く力

$$= \frac{1}{2} V_c^2 \cdot \Delta C \quad (3-1)$$

また、エネルギー ΔW は、次の式でも示される。

$$\Delta W = -F \cdot \Delta x + V_c \cdot \Delta Q \quad (3-2)$$

従って、(3-1), (3-2) 式より、

$$\frac{1}{2} \cdot V_c^2 \cdot \Delta C = -F \cdot \Delta x + V_c^2 \cdot \Delta C$$

$$\therefore F = \frac{1}{2} V_c^2 \cdot \frac{\Delta C}{\Delta x} \quad (3-3)$$

(3-3) 式より、 Δx の極限をとり、

$$F = \frac{1}{2} V_c^2 \cdot \frac{dC}{dX} \quad (3-4)$$

また、

$$C = \frac{\epsilon \cdot S}{X}$$

より、

$$\frac{dC}{dX} = -\epsilon \cdot S \cdot \frac{1}{X^2} \quad (3-5)$$

となる。よって、力は、

$$F = \frac{1}{2} V_c^2 \left(-\epsilon S \cdot \frac{1}{X^2} \right)$$

$$\therefore F = -\frac{\epsilon \cdot S \cdot V_c^2}{2} \cdot \frac{1}{X^2} \quad (3-6)$$

である。

以上で、電極間の距離を変数として、電極に作用する力、すなわち、静電気力が求められる。なお、(3-6) 式における負号は、吸引力を意味する。

図 3-2 は、(3-6) 式の X と F の関係をグラフに示したものである。

また、(3-6) 式に、

$$X = \frac{\epsilon \cdot S}{C}$$

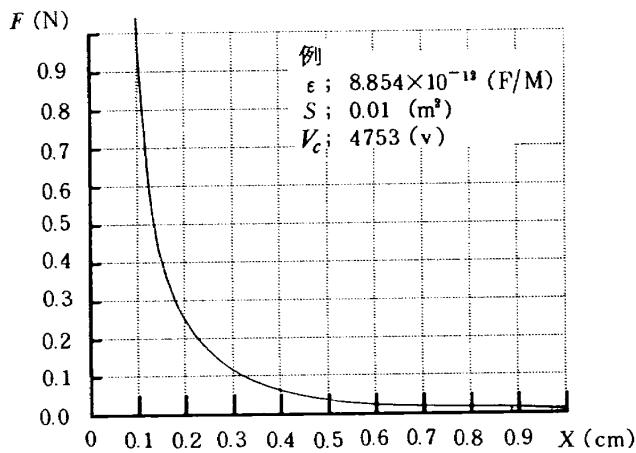


図 3-2 極板の距離と静電気力(吸引力)

を、代入することにより、

$$F = -\frac{V_c^2}{2 \cdot \epsilon S} \cdot C^2 \quad (3-7)$$

が導かれる。この(3-7)式の ϵ , S , V_c は、定数であり静電容量 C を変数とすることにより、電極に作用する静電気力を求めることができる。

以上は、静電気力の基本的な原理であるが、図3-2に示すように電極A, B間の距離(X)が小さくなるにしたがって、吸引力が急激に大きくなるため、零位法制御力として用いることができない。

そこで、このような問題を解決するためにLCR直列共振回路を構成し、図3-3に示すような共振特性曲線を利用することにより、図3-4に示すような動作状態が得られる。図3-1を参照して、図

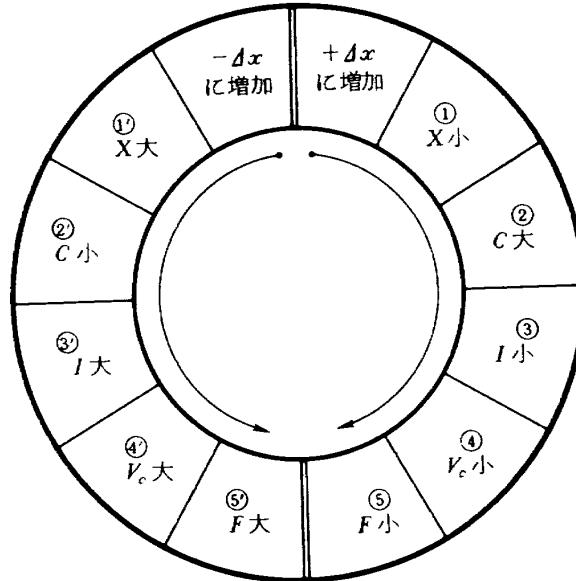


図 3-4 極板の偏位と静電気力の関係

3-4の ΔX が(+)に増加、すなわち、①電極間の距離が小さくなると、②静電容量が大きくなり、③電流が小さくなるとともに、④電圧も低下する。したがって、⑤静電気力は小さくなる。また、逆に、 Δx が(-)に増加、すなわち、①電極間の距離が大きくなると、②静電容量は小、ゆえに③電流が大きくなり、④電圧が大となる。よって、⑤静電気力は、大きくなることを示す。以上の理由により、導体である球を、相対する静電気力(吸引力)の差により、零位置に安定した状態で支持することができる。

4. 構成の概要

静電気支持による高感度加速度計の構成は、前章の原理に述べたように、導体間(球・電極間)の距離が大の場合は、静電気力が大、距離が小の場合は、静電気力が小となるように、共振回路特性を利用するものであり、その基本構成の概要を図4-1に示す。図4-1は、非磁性金属球(以下、球と略す。)と電極間の静電容量 C_1 , C_2 からなる独立した回路 L_1 , $C_1 R_1$ 、および $L_2 C_2 R_2$ に、発振器をもって直列共振回路として成り立っている。動作は、 C_1 が大、 C_2 が小の場合、球・電極間電圧 V_{c1} が小、したがって、静電気力 F_1 が小、これに反して V_{c2} が大、 F_2 が大となるように、それぞれのLCR直列共振特性を利用してクロス回路からなり、各々の電圧を整流器によって直流化し、差動増幅器、およびローパス・フィ

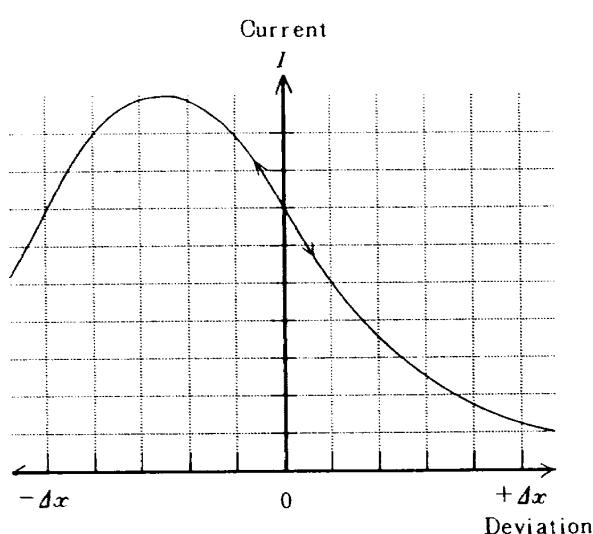


図 3-3 共振特性曲線

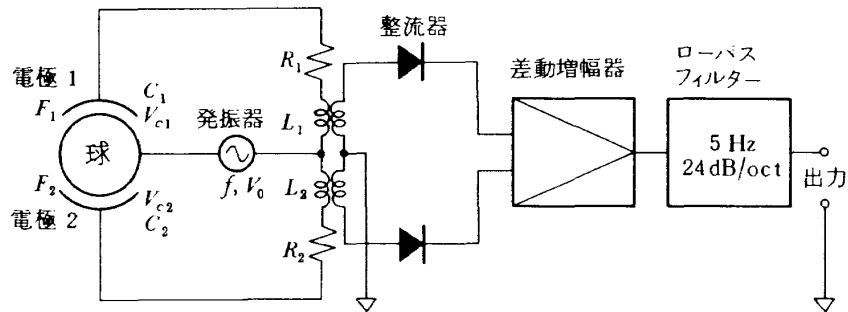


図 4-1 基本構成図(1軸のみ)

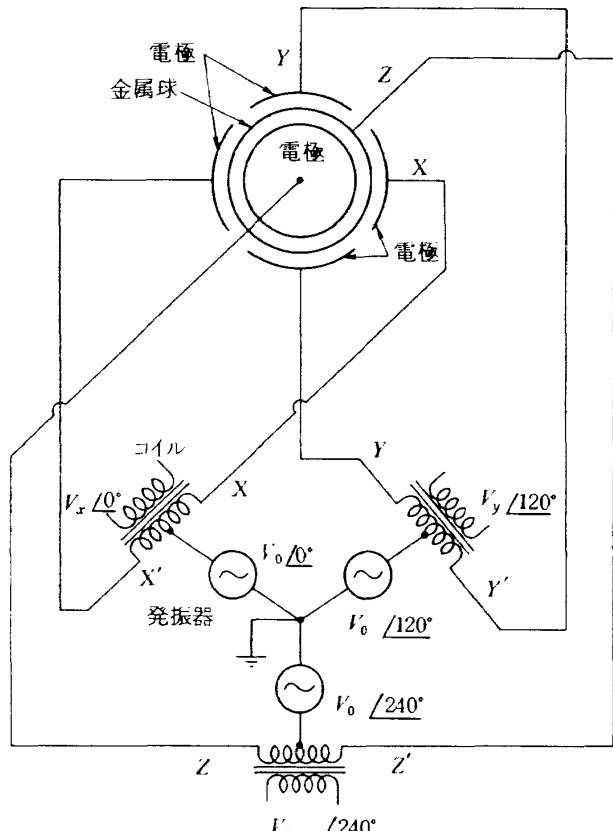


図 4-2 静電気力支持加速度計

ルタを通して出力を得る。図 4-1 は、一軸のみを示したが、三軸構成の場合は、図 4-2 に示すものとなり、各々 X , Y , Z 軸において独立したそれぞれの共振回路から構成されるものである。

5. 解析的検討

本章においては、第 3 章で示した図 3-4 の動作状態すなわち、 $X \rightarrow C \rightarrow V_c \rightarrow F$ 小、または、 $X \rightarrow C \rightarrow V_c \rightarrow F$ 大の関係を解析的に述べる。ただし、前述において示した電極間の距離 X 、偏位量 Δx を以下の解析においては、それぞれ $X = D = b - a$, $\Delta x = \pm \delta$ とする。

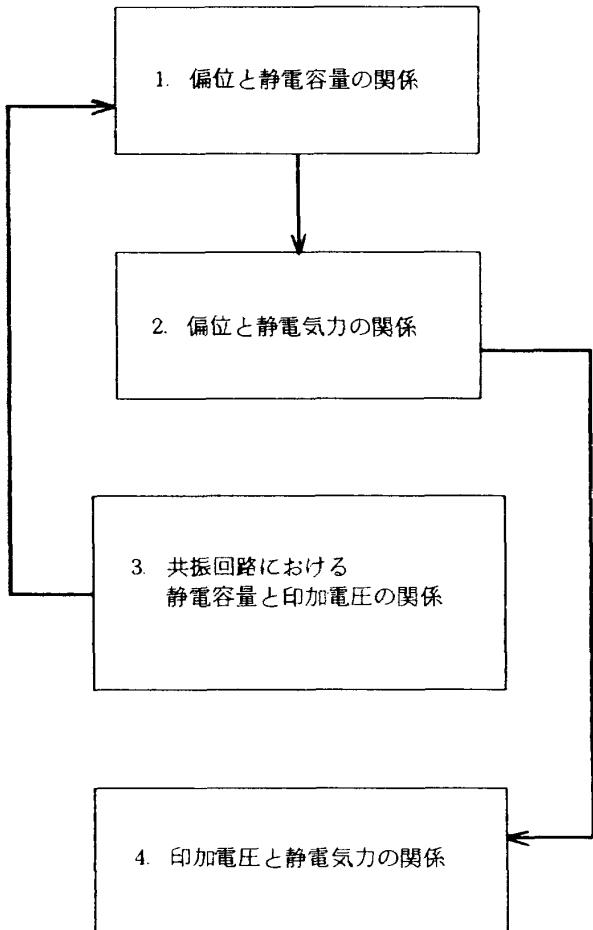


図 5-1 解析的検討の進め方

解析の進め方は、図 5-1 に示す順序で、まず第 1 に球の偏位量 δ を変数とした静電容量の値を求め、これをもとに、第 2 として静電気力 F を求める基本式を導く。しかし、この静電気力は、 δ 大 \rightarrow F 小となり、制御が不安定となる。そこで、第 3 に直列共振特性を利用した印加電圧を変数としての静電容量を求め、 $f(\delta) = V_c$ の関係式を導き、第 4 に印加電圧を変数とした復元力、すなわち、制御可能な静電気力を求める式を導く。

5.1 偏位と静電容量

球の偏位量 δ を変数とした静電容量の値を求める式を最初に導き、積分を容易にするために近似式を求める。さらに、偏位 $\delta \rightarrow 0$ の極限値についても考察する。また、後の章で必要となる δ を直接に求める関係式を導く。

5.1.1 球が電極間の中心に位置する場合の静電容量

静電容量を求める方法として、ガウスの定理が用いられるることは、よく知られている。すなわち、ガウスの定理²⁾は、次式で示される。

$$\iint_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} \cdot dS = \frac{\Sigma Q}{\epsilon} \quad (5-1)$$

ただし、 n ；単位ベクトル

また、電界の強さ E と、電位差 V_c の関係は、距離を r として、次のように示される。

$$E = -\frac{dV_c}{dr} \quad (5-2)$$

よって、電位差 V_c は、

$$V_c = - \int E \cdot dr \quad (5-3)$$

となる。また、電位差と電荷の比は、微小部分の静電容量に等しい。よって、次式で示される。

$$\Delta C = \frac{Q}{V_c} \quad (5-4)$$

故に、全静電容量は、(5-4)式より、

$$C = \int_S \frac{Q}{V_c} \quad (5-5)$$

となる。

図5-2は、球と電極の関係を示した図である。すなわち、 a は球の半径、 b は電極の半径、 r は球・電極間の任意の点の距離、 θ_1 は中心線より電極の縁までの角度を示す。また、 dS は、任意の点 r における微小閉曲面積を示し、 ΔC は、球・電極間の円錐状の微小静電容量である。

(5-1)式を参照して、単位ベクトル； n 方向の電界の強さ E と電荷 Q の関係は、次式で示される。

$$E \cdot dS = \frac{Q}{\epsilon} \quad (5-6)$$

ここで、 dS は、図5-2から

$$dS = 2\pi r \sin \theta \cdot r \cdot d\theta$$

ゆえに、電界の強さ E は、

$$E = \frac{Q}{2\pi \epsilon \cdot r^2 \cdot \sin \theta \cdot d\theta} \quad (5-7)$$

電位差 V_c は、(5-3)式より

$$V_c = -\frac{Q}{2\pi \epsilon \sin \theta \cdot d\theta} \int_b^a \frac{1}{r^2} \cdot dr \quad (5-8)$$

故に

$$V_c = \frac{Q}{2\pi \epsilon \sin \theta \cdot d\theta} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \quad (5-9)$$

となる。

ここで、再び(5-5)式において、図5-2の θ_1 まで積分する。

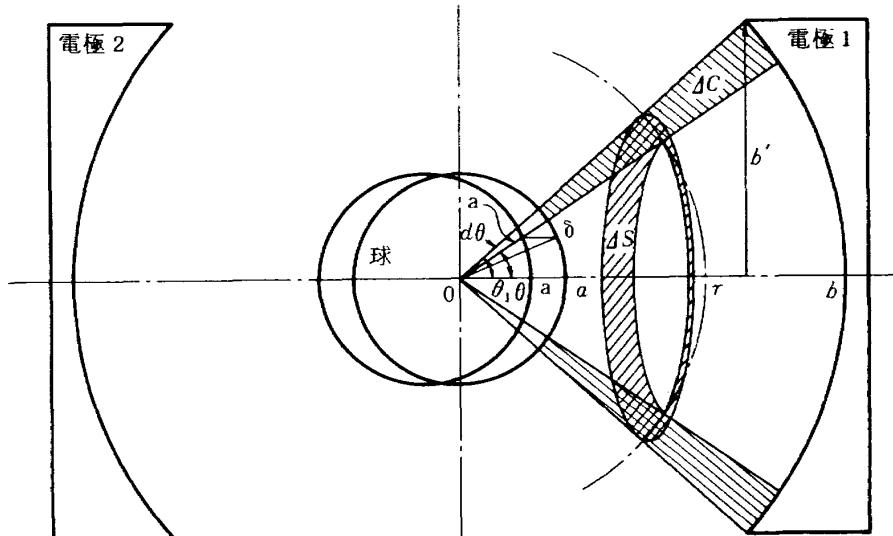


図5-2 偏心球（球・電極間を拡大）

$$C = \int_0^{\theta_1} \frac{2\pi \epsilon \sin \theta}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \cdot d\theta \quad (5-10)$$

$$= \frac{2\pi \epsilon}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \int_0^{\theta_1} \sin \theta \cdot d\theta$$

$$C = \frac{2\pi \epsilon}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} (1 - \cos \theta_1) \quad (5-11)$$

ただし, $\theta_1 \leq 90^\circ$

上式により, 球が電極間の中心にある静電容量を示す。

5.1.2 球が偏心した場合の静電容量

1) 偏心球の静電容量

図 5-2 に示すように偏心量 δ と中心線上に a をとる。したがって、球が偏心した場合は、電位差の(5-8)式において積分範囲を b から a となる。よって、静電容量は、(5-10)式の a の項が a に置換した場合と等価である。そこで、 a は、図 5-2 を参照して、

$$\begin{aligned} a^2 &= a^2 + \delta^2 - 2a\delta \cdot \cos(180^\circ - \theta) \\ a^2 + 2\delta \cdot \cos \theta \cdot a - (a^2 - \delta^2) &= 0 \end{aligned}$$

ゆえに、

$$a = \sqrt{a^2 - \delta^2 \cdot \sin^2 \theta} - \delta \cdot \cos \theta \quad (5-12)$$

である。よって、(5-10)式と等価な次式を得る。

$$C = \int_0^{\theta_1} \frac{2\pi \epsilon \cdot \sin \theta}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \cdot d\theta \quad (5-13)$$

(5-13)式に(5-12)式を代入し、

$$\begin{aligned} C &= \int_0^{\theta_1} \frac{2\pi \epsilon \cdot \sin \theta}{\frac{1}{\sqrt{a^2 - \delta^2 \cdot \sin^2 \theta} - \delta \cdot \cos \theta} - \frac{1}{b}} \cdot d\theta \\ &= \int_0^{\theta_1} \frac{2\pi \epsilon \cdot \sin \theta \cdot b (\sqrt{a^2 - \delta^2 \sin^2 \theta} - \delta \cos \theta)}{b - (\sqrt{a^2 - \delta^2 \cdot \sin^2 \theta} - \delta \cos \theta)} \cdot d\theta \\ &= 2\pi \epsilon b \int_0^{\theta_1} \frac{\sin \theta \{ b - b + (\sqrt{a^2 - \delta^2 \sin^2 \theta} - \delta \cos \theta) \}}{b - (\sqrt{a^2 - \delta^2 \sin^2 \theta} - \delta \cos \theta)} \cdot d\theta \\ C &= 2\pi \epsilon b \left\{ \int_0^{\theta_1} \frac{b \cdot \sin \theta}{b - (\sqrt{a^2 - \delta^2 \sin^2 \theta} - \delta \cos \theta)} \cdot d\theta \right\} \end{aligned} \quad (5-14)$$

$$- \int_0^{\theta_1} \sin \theta \cdot d\theta \} \quad (5-15)$$

以上、(5-15)式に球が偏心した場合の静電容量 C を示したが、右辺第一項の積分が複雑のため、近似式を次に示す。

2) 偏心球の静電容量(近似式)

ここでは、偏心球の静電容量を求める上で、積分を容易にするために、その近似式を求める。

(5-14)式を参照して、 $(\delta/a)^2 \ll 1$ と仮定して、式を整理すれば、

$$\begin{aligned} C &= \int_0^{\theta_1} \frac{2\pi \epsilon \cdot \sin \theta}{\frac{1}{a - \delta \cdot \cos \theta} - \frac{1}{b}} \cdot d\theta \\ &= 2\pi \epsilon b \int_0^{\theta_1} \frac{\sin \theta \{ b - b + (a - \delta \cdot \cos \theta) \}}{b - (a - \delta \cdot \cos \theta)} \cdot d\theta \\ &= 2\pi \epsilon b \left\{ \frac{b}{\delta} \int_0^{\theta_1} \frac{\delta \cdot \sin \theta}{(b-a) + \delta \cdot \cos \theta} \cdot d\theta \right. \\ &\quad \left. - \int_0^{\theta_1} \sin \theta \cdot d\theta \right\} \end{aligned}$$

ゆえに、

$$C = 2\pi \epsilon b \left\{ \frac{b}{\delta} \ln \left| \frac{b-a+\delta}{b-a+\delta \cdot \cos \theta_1} \right| - (1 - \cos \theta_1) \right\} \quad (5-16)$$

ただし、 $\delta \neq 0$

以上、(5-16)式によって、偏心球の静電容量の近似式を示す。

次に、電極の型状を知るための便利性、および、(5-16)式の取扱いの容易性を考慮して、図 5-2 に示す b' を設定する。図 5-2 を参照して、

$$\sin \theta_1 = \frac{b'}{b}$$

$$\therefore \cos \theta_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{b'}{b} \right)^2}$$

であり、(5-16)式は、次式となる。

$$\begin{aligned} C &= 2\pi \epsilon b \left\{ \frac{b}{\delta} \ln \left| \frac{b-a+\delta}{b-a+\delta \sqrt{1 - \left(\frac{b'}{b} \right)^2}} \right| \right. \\ &\quad \left. - \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{b'}{b} \right)^2} \right) \right\} \quad (5-17) \end{aligned}$$

ただし、 $\delta \neq 0$

以上、取扱いが容易な式を示す。

しかし、上式は近似式であるので、厳密式(5-15)式との誤差を検討した。(付録1参照) その結果、偏位 $10 \mu\text{m}$ 以内では、十分無視し得る誤差である。

3) $\delta \rightarrow 0$ の極限値

(5-17)式の右辺第1項について整理する。

$$\begin{aligned} & \frac{b}{\delta} \ln \left| \frac{b-a+\delta}{b-a+\delta \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}} \right| \\ &= \frac{b}{\delta} \left\{ \ln \left| b-a+\delta \right| - \ln \left| b-a+\delta \cos \theta_1 \right| \right\} \\ &= \frac{b}{\delta} \left\{ \ln \left| (b-a) + \frac{\delta(b-a)}{(b-a)} \right| - \ln \left| (b-a) + \frac{\delta \cos \theta_1 (b-a)}{(b-a)} \right| \right\} \\ &= \frac{b}{\delta} \left\{ \ln \left| (b-a) \left(1 + \frac{\delta}{b-a}\right) \right| - \ln \left| (b-a) \left(1 + \frac{\delta \cos \theta_1}{b-a}\right) \right| \right\} \\ &= b \left\{ \frac{\ln \left| 1 + \frac{\delta}{b-a} \right|}{\delta} - \frac{\ln \left| 1 + \frac{\delta \cos \theta_1}{b-a} \right|}{\delta} \right\} \end{aligned}$$

上式を、次のように整理して、 $\lim_{\delta \rightarrow 0}$ をとる。

$$\begin{aligned} & \lim_{\delta \rightarrow 0} b \left\{ \frac{1}{(b-a)} \frac{\ln \left| 1 + \frac{\delta}{(b-a)} \right|}{\frac{\delta}{(b-a)}} \right. \\ & \quad \left. - \frac{\cos \theta_1}{(b-a)} \cdot \frac{\ln \left| 1 + \frac{\delta \cos \theta_1}{(b-a)} \right|}{\frac{\delta \cos \theta_1}{(b-a)}} \right\} \\ &= b \left(\frac{1}{b-a} - \frac{\cos \theta_1}{b-a} \right) \\ & \quad \left(\because \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \right) \\ &= b \frac{1 - \cos \theta_1}{b-a} \\ &= b \frac{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{b'}{b}\right)^2}}{b-a} \end{aligned} \quad (5-18)$$

つぎに、(5-18)式により、(5-17)式を整理する。

$$\begin{aligned} C_{\delta \rightarrow 0} &= 2\pi\epsilon b \left\{ b \frac{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{b'}{b}\right)^2}}{b-a} - \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{b'}{b}\right)^2} \right) \right\} \\ C_{\delta \rightarrow 0} &= \frac{2\pi \cdot \epsilon \cdot a \cdot b}{b-a} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{b'}{b}\right)^2} \right) \end{aligned} \quad (5-19)$$

上式により、 $\delta \rightarrow 0$ の極限の静電容量 $C_{\delta \rightarrow 0}$ 、すなわち、球が電極の中心に限りなく近づいた場合の静電容量が求められ、球が電極の中心に位置する場

合と一致する。

4) δ の導出

今後の式の展開で、静電容量 C を変数とした偏位 δ の値を直接導出する式が必要なため、(5-17)式をもとに、以下に示す。

(5-17)式を、再び記載する。

$$C = 2\pi\epsilon b \left\{ \frac{b}{\delta} \ln \left| \frac{b-a+\delta}{b-a+\delta \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}} \right| - \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{b'}{b}\right)^2} \right) \right\}$$

上式より、直接 δ を求めることが不可能なため、

$$f(\delta) = \frac{b}{\delta} \ln \left| \frac{b-a+\delta}{b-a+\delta \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}} \right| \quad (5-20)$$

とおき、この部分についてテーラ展開して、第2次項まで採用すると、

$$C = 2\pi\epsilon b \left\{ \frac{-b \cdot \left(\frac{b'}{b}\right)^2}{2(b-a)^2} \cdot \delta + \frac{b}{b-a} - \frac{b \sqrt{1 - \left(\frac{b'}{b}\right)^2}}{b-a} - \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{b'}{b}\right)^2} \right) \right\} \quad (5-21)$$

となる。 δ について式を整理して、

$$\delta = \frac{(b-a)^2}{\pi\epsilon b^2} \left\{ 2\pi\epsilon b \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{b'}{b}\right)^2} \right) \left(\frac{b}{b-a} - 1 \right) - C \right\} \quad (5-22)$$

となる。テーラ展開による誤差は、偏位 δ が $1 \mu\text{m}$ で 0.002% 、 $2 \mu\text{m}$ で 0.008% 程である。その詳細については附録2を参照。(5-22)式に δ と C の式を示す。

5.2 偏位と静電気力

先に導いた偏心球の静電容量を求める式をもとに、第3章原理の項で述べた静電気力に関する事項と重ね合せながら、ここでは、偏位 δ を変数とした静電気力 F を求める式を導く。

まず、式(3-4)から、

$$F = \frac{1}{2} \cdot V_c^2 \cdot \frac{dC}{d\delta} \quad (5-23)$$

が導かれる。

ここに、(5-17)式を δ で微分し、上式に代入する

と、

$$F = \frac{1}{2} \cdot V_c^2 \cdot \frac{d}{d\delta} \left[2\pi\epsilon b \left\{ \frac{b}{\delta} \ln \left| \frac{b-a+\delta}{b-a+\delta \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}} \right| - \left(1 - \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2} \right) \right\} \right] \quad (5-24)$$

となる。よって、(5-24)式を整理して、

$$\begin{aligned} F &= \pi\epsilon V_c^2 b^2 \left\{ -\frac{1}{\delta^2} \ln \left| \frac{b-a+\delta}{b-a+\delta \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}} \right| + \frac{1}{\delta} \frac{b-a+\delta \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}}{b-a+\delta} \right. \\ &\quad \times \frac{b-a+\delta \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2} - (b-a+\delta) \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}}{\left(b-a+\delta \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2} \right)^2} \Big\} \\ &= \pi\epsilon V_c^2 b^2 \left\{ -\frac{1}{\delta^2} \ln \left| \frac{b-a+\delta}{b-a+\delta \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}} \right| + \frac{1}{\delta} \cdot \frac{(b-a) \left(1 - \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2} \right)}{(b-a+\delta) \left(b-a+\delta \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2} \right)} \right\} \\ &= -\pi\epsilon V_c^2 \cdot \frac{b^2}{\delta^2} \left\{ \ln \left| \frac{b-a+\delta}{b-a+\delta \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}} \right| + \frac{\delta(b-a) \left(1 - \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2} \right)}{(b-a+\delta) \left(b-a+\delta \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2} \right)} \right\} \end{aligned} \quad (5-25)$$

となり、ここに偏位 δ を変数とした静電気力 F を示した。式(5-25)は、 $b-a > |\delta|$ であり、したがって、 F は常に負、よって、吸引力である。さらに、上式の物理的な側面の検討を以下に試みる。図5-2を参照して、偏位 δ の極性を次のように定義する。すなわち、電極 1、又は、電極 2 に対して球が中心より遠のく方向を (+)，近づく方向を (-) とする。また、電極 1 に対する偏位を δ_1 、静電気力を F_1 とし、電極 2 に対しては、 δ_2 、 F_2 として、それぞれ(5

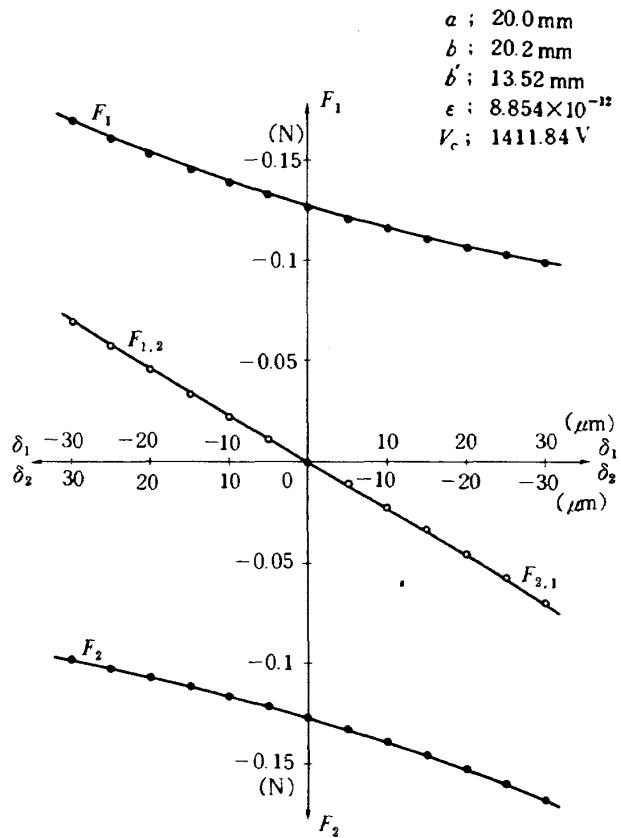


図 5-3 偏位 対 静電気力

-25)式によって数値計算を行なう。ただし、各定数は附録 1 に示したものと同じである。その結果、電極 1 より見た合成静電気力を $F_{1,2}$ 、電極 2 から見た方を、 $F_{2,1}$ として、

$$F_{1,2} = F_1 - F_2 \quad (5-26)$$

$$F_{2,1} = F_2 - F_1 \quad (5-27)$$

とする。以上、 δ と F の関係を、図 5-3 に示す。グラフから、 F_1 および F_2 は、 δ_1 又は δ_2 が (+) から (-) になるに従って増大し、合成静電気力である $F_{1,2}$ および $F_{2,1}$ は、それぞれの電極に対して球が近づくにつれて増大していることを示している。

以上の事柄から、このような合成功では制御力として用いることができない。したがって、いかに制御力とするかについて次節に示す。

5.3 共振回路における静電容量と印加電圧

前節に述べたように、偏位 δ と静電気力 F の関係は、図 5-2において、(+) $\delta \rightarrow$ 大のとき $F \rightarrow$ 小、(-) $\delta \rightarrow$ 大のとき $F \rightarrow$ 大となって、実際の制御を行なうこととは不可能である。そこで、図 4-1 に示すような LCR 直列共振回路を構成することにより、

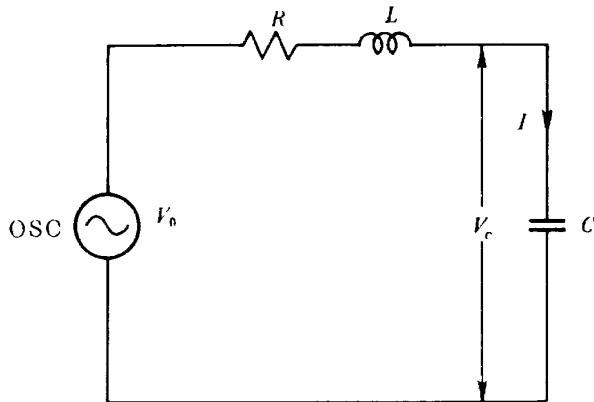


図 5-4 等価回路

系の制御が可能になる。

ここでは、LCR直列共振回路の共振特性を解析し、球・電極間の静電容量と、そこに加わる印加電圧の関係を明らかにする。

図 5-4 は、球面と片側電極に対する LCR 直列共振回路の等価回路である。この回路に流れる電流 I ³⁾ は次式で示される。

$$I = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (5-28)$$

上式より、静電容量 C に加わる印加電圧 V_c は、

$$V_c = I \cdot \frac{1}{\omega C} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cdot \frac{1}{\omega C} \quad (5-29)$$

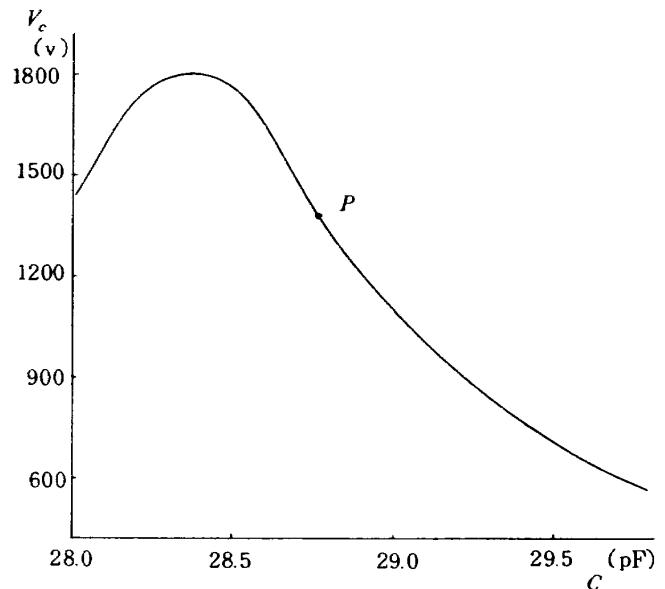
$$(\omega^2 R^2 + \omega^4 L^2)C^2 + (-2\omega^2 L)C + \left(1 - \frac{V_0^2}{V_c^2}\right) = 0$$

よって、

$$C = \frac{L \pm \sqrt{L^2 - \left(\frac{R^2}{\omega^2} + L^2\right) \left(1 - \frac{V_0^2}{V_c^2}\right)}}{R^2 + \omega^2 L^2} \quad (5-30)$$

となり、上式で印加電圧 V_c を変数とした静電容量 C を示す。

式(5-30)に、附録 1 に示した諸定数を用いた数値計算によると、式の右辺分子は、 $L + \sqrt{\dots}$ のみ採用可能である。結果を図 5-5 に示す。図に示すように、共振回路における動作点を、点 P に選べば、 $C \rightarrow \infty$ すなわち、 $(-) \delta \rightarrow \infty$ のとき、 $V_c \rightarrow 0$ 、また、 $C \rightarrow 0$ すなわち、 $(+) \delta \rightarrow \infty$ のとき、 $V_c \rightarrow \infty$ となって系の制御が可能となる。いいかえれば、 $\delta \rightarrow (-)$ に大の場合 $C \rightarrow \infty$ で $V_c \rightarrow 0$ 、また $\delta \rightarrow (+)$ に大の場合

図 5-5 $V_c - C$ 特性曲線

合 $C \rightarrow \infty$ で、 $V_c \rightarrow \infty$ となる。よって、印加電圧 V_c と静電気力 F の関係から制御可能な力を得ることができる。

5.4 印加電圧と静電気力

ここでは、今まで導いてきた各式を、再びここに集合し、整理して、最終的に測定が容易な印加電圧を変数とした静電気力を求める式を導く。

まず、5.3 節で求めた共振回路系を含む印加電圧と静電容量の(5-30)式は、

$$C = \frac{L + \sqrt{L^2 - \left(\frac{R^2}{\omega^2} + L^2\right) \left(1 - \frac{V_0^2}{V_c^2}\right)}}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

であり、次に、5.2 節の 4.で求めた偏位 δ の値を直接導出する(5-22)式は、

$$\delta = \frac{(b-a)^2}{\pi \epsilon b^2} \left\{ 2\pi \epsilon b \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{b'}{b}\right)^2} \right) \left(\frac{b}{b-a} - 1 \right) - C \right\}$$

である。上式に(5-30)式を代入して、

$$\delta = \frac{(b-a)^2}{\pi \epsilon b'^2} \left\{ 2\pi \epsilon b \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{b'}{b}\right)^2} \right) \left(\frac{b}{b-a} - 1 \right) - \frac{L + \sqrt{L^2 - \left(\frac{R^2}{\omega^2} + L^2\right) \left(1 - \frac{V_0^2}{V_c^2}\right)}}{R^2 + \omega^2 L^2} \right\} \quad (5-31)$$

を得る。

そして、5.2 節の偏位と静電気力の関係で求めた

(5-25)式は、

$$F = -\pi \epsilon V_c^2 \frac{b^2}{\delta^2} \left\{ \ln \left| \frac{b-a+\delta}{b-a+\delta \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}} \right| + \frac{\delta(b-a)\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}\right)}{(b-a+\delta)\left(b-a+\delta \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}\right)} \right\}$$

であり、上式右辺の δ の項に(5-31)式を代入することにより、最終的に印加電圧 V_c を変数とし、他はすべて定数とした静電気力 F を求める式を得ることができる。以上、 V_c を、 $1411.84V \pm 979.6V$ ($\pm 3 \mu m$ 相当) によって、 δ と F の関係を図 5-6 に示す。 F_1 , F_2 , $F_{1,2}$, $F_{2,1}$, δ_1 , δ_2 などの力の方向については、5.2 節と同じとする。図 5-6 から、 $F_{1,2}$ および $F_{2,1}$ は、それぞれの電極に対して球が近づくにつれて減小を示し、遠ざかるにつれて増加しているこ

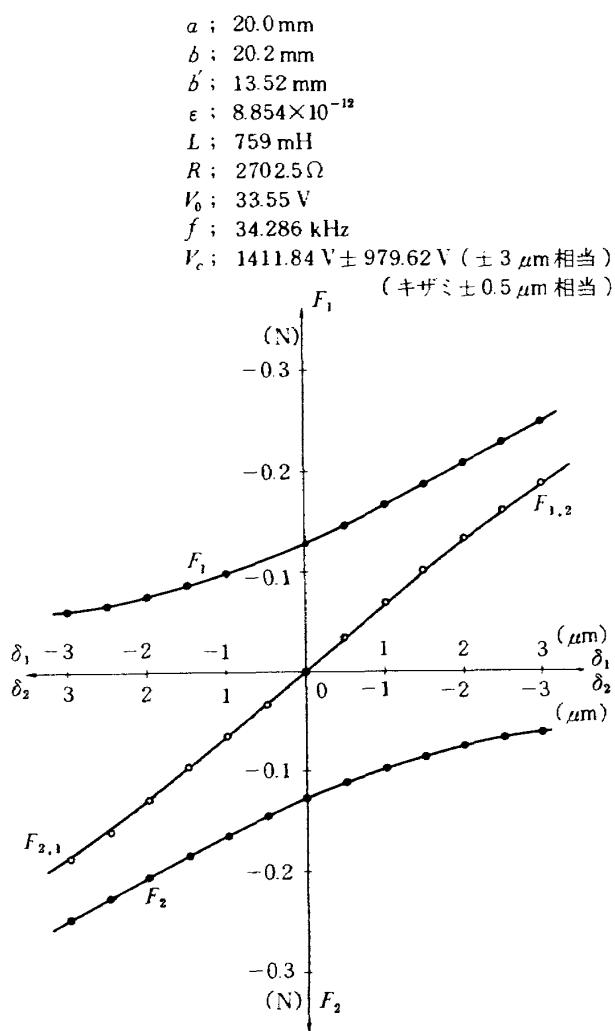


図 5-6 偏位 対 静電気力 (共振回路系を含む)

とを示している。よって、このような合成功力により制御が可能であることを示している。

6. 設計的考察と解析結果の検討

静電気支持による高感度加速度計の設計は、最初に出力を得るための手法を検討しながら行った。まず、球・電極の設計製作は、図 6-1 に示すように、極力球の質量を小さく、かつ実験に耐えられる剛性を考慮して、直徑を 25 mm φ (約 1 inch)，肉厚 1 mm，材質をアルミニウムとした。電極は、隣接する他の電極と接触しないこと、放電しないこと、等を考慮して最大限に静電容量を大きくすることで、角度を 42°，間隙を 0.2 mm とした。静電容量は、11.34 pF，球の質量は、4.9 gr であった。電極は、直交 4 個配置の 2 軸構成とし、垂直方向は導体極細線で懸垂した。

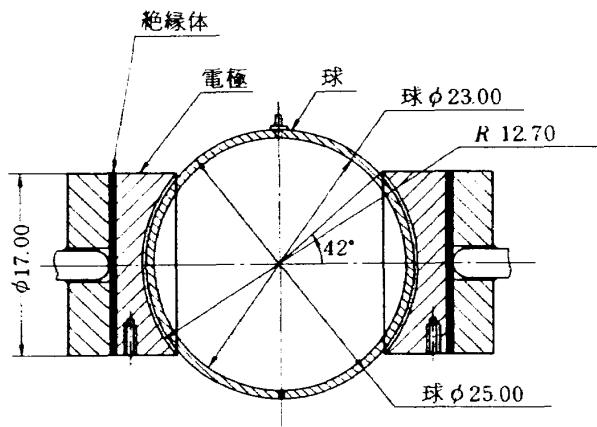


図 6-1 球と電極

電気回路系は、図 6-2 に示すように、 $L_1 C_1 R_1$ および $L_2 C_2 R_2$ の直列共振回路に、共通の発振器を接続してクロス回路とした。また、 $L_1 L_2$ は、共通のトランスコアを使用し、信号出力電圧は、電極より直接取得した。 R_1 , R_2 および L_1 , L_2 の値を極力同じ値に揃え、トランスのコアは、磁気飽和を発生させない状態で、 Q を出来る限り高めるために、フェライト・コアを使用し、かつコア内部にギャップを設けた。発振器の発振周波数は、トランスの周波数応答を考慮して、20 kHz とした。

以上の設計で、実験を行ったのであるが、次の問題点が発生したため、データが取得できなかった。

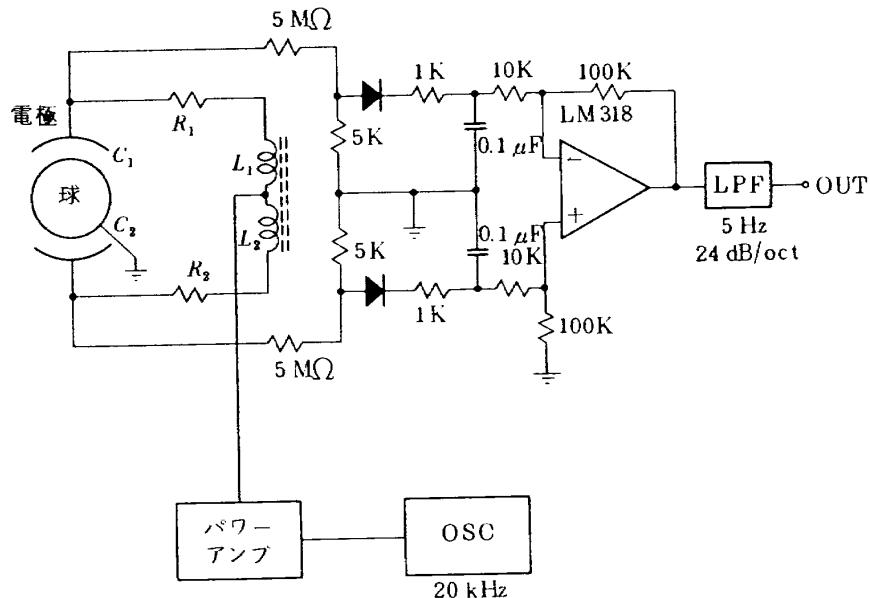


図 6-2 超低加速度計電気回路(球 25 mm φ)

- i) トランス・コアを L_1 , L_2 共通にしたため、
引込み現象が発生した。
- ii) 浮遊容量が、球・電極間の静電容量に比べて、
大きく約 5 倍であった。
- iii) 信号出力電圧を、電極から直接に取得したた
め共振回路の Q を低下させた。

以上の問題点に基き、次の点を改良した。

- i) L_1 , L_2 を、それぞれ別々のトランスとして
独立させることにより、引込み現象を防止した。
- ii) 浮遊容量を極力小さくし、かつ S/N 比を高め
るために、次の改良を行った。
 - a) 球の直径を 40 mm φ と大きくして、静電容
量を 28.87 pF と大きくした。
 - b) 電極を支持する金具の間に絶縁体を挿入し
て電極・接地間の浮遊容量を、12 pF から 2
pF に減小させた。
 - c) トランス・コイルの巻き方をハニカム巻き
として、浮遊容量を 45 pF から 20 pF に減
させた。
 - d) トランスを電極の近くに設置するとともに、
配線を最短距離とした。
- iii) 信号出力電圧の取り出し方法を、共振回路の
 Q を低下させないために、トランスを経由する
ことにより行った。
- iv) 発振器の発振周波数を、高周波型フェライト
・コアを使用して、34 kHz に高めた。その

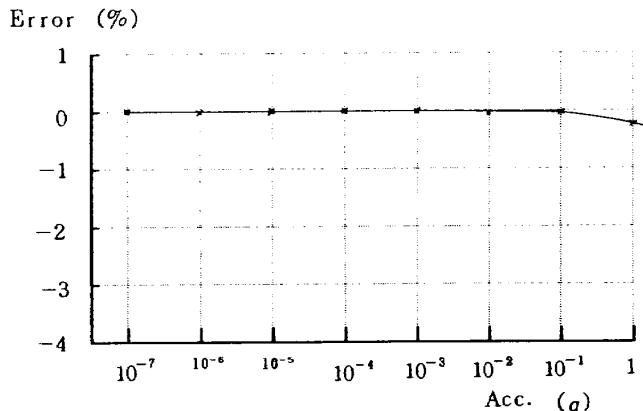


図 6-3 直線性誤差(数値計算)

結果、共振回路の Q が高まり、電力効率が向上
した。

以上の対策を施行して再度実験装置の整備を行った。

次に、第 5 章の解析結果に基づき後に述べる表 7
- 1, 表 7-2 の諸定数で数値計算を行った。ここ
では、球 40 mm φ の直線性誤差を図 6-3 に示す。
誤差の算出方法は、最小 2 乗法により直線回帰分析
を行ない、その直線からのずれを用いた。この図 6
- 3 は、1 g で 0.24% の誤差を示したが、これは共
振回路の共振特性曲線による非直線の影響が作用し
ている。これらの直線性誤差は、両電極の共振カ
ーブの合成の割合によって、高 g まで小さな誤差に
すれば、低 g で S/N 比が悪くなり、逆に低 g で S/N
比を良くすれば、高 g で直線性誤差が大きくなる。

7. 実験と結果

7.1 実験装置

実験装置は、球・電極および、これらを支持固定する筐体からなる機械系部分と、LCR直列共振回路および信号処理回路などからなる電気回路系部分とで構成される。

まず、機械系部分であるが、全体図を図 7-1 に、球・電極部分の拡大図を図 7-2 に示す。球は、直

径が $40 \text{ mm}\phi$ 、肉厚 1 mm 、真球度 $20 \mu\text{m}$ 、質量 12.92 gr であり、材質はアルミニウムである。また、球は上部の直線導入器から $0.05 \text{ mm}\phi$ の極細導体線で釣り下げ電極の中心に設定する。電極は、中心からの径が、 20.2 mm で、X 軸 2 個、Y 軸 2 個をそれぞれ直線導入器に絶縁体を介して互に直交して取り付けられている。筐体は、内径 $254 \text{ mm}\phi$ 、高さ 166 mm の円筒状のステンレス容量で、必要に応じて真空装置にも接続ができる。今回の実験では、測定範囲が

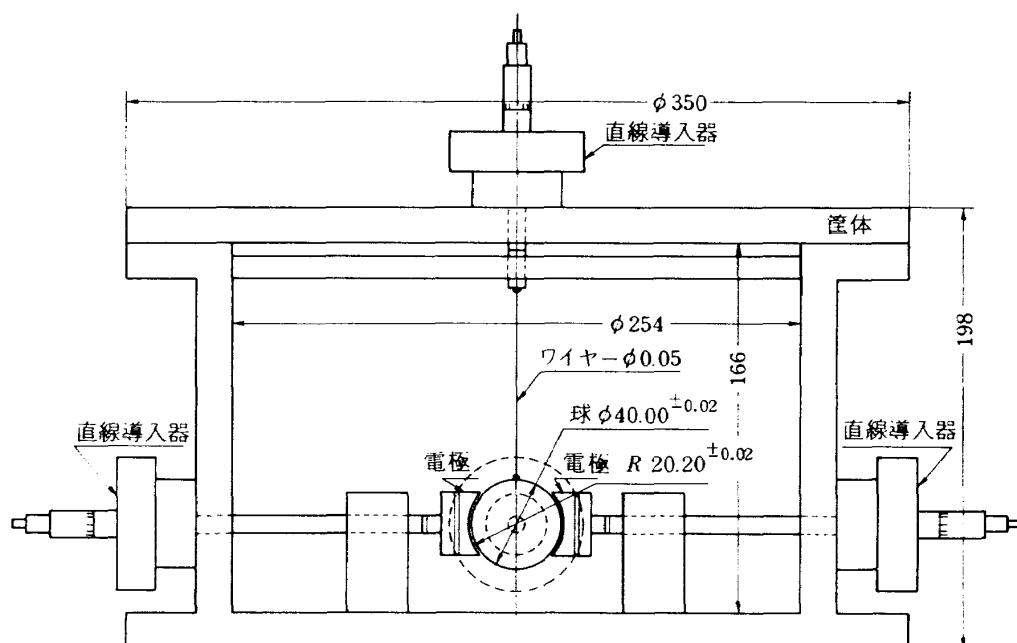


図 7-1 高感度加速度計（機械系部分）

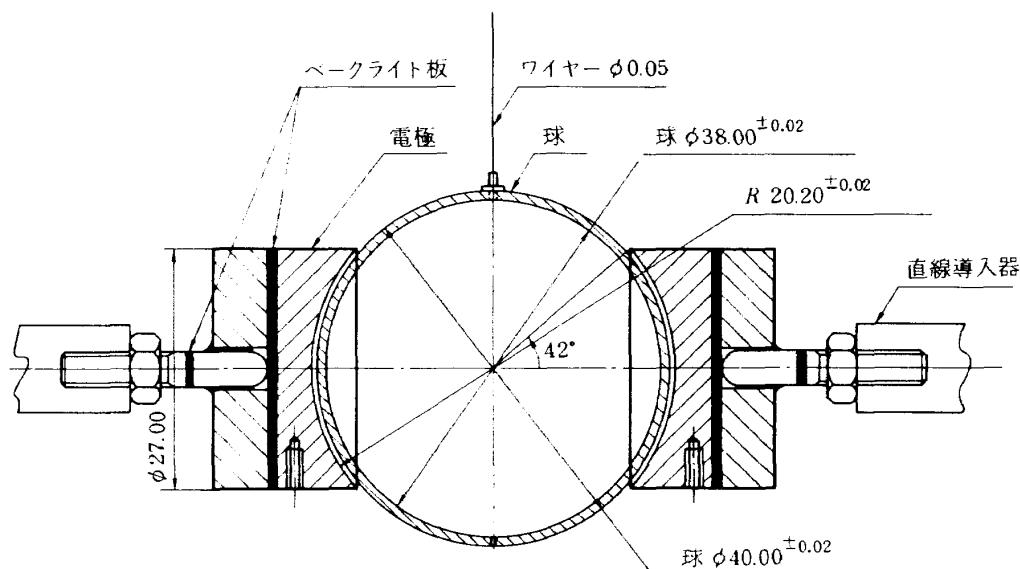


図 7-2 球と電極（1軸のみ）

低 g 領域のため印加電圧が低く筐体内部を真空にする必要がないため、大気中で実験を行った。

次に、電気回路系部分を図 7-3 に示す。球・電極間の静電容量 C と、コイルのインダクタンス L 、抵抗 R で直列共振回路を形成している。図 7-3 の A, B 点に、34.286 kHz, 33.55 V_{rms} の正弦波を加える。信号電圧は、トランジスタ $T_1 \sim T_4$ の 2 次側に発生し、キャリヤ（発振器出力）成分を除去して、相対する電極の出力成分を差動増幅器、ローパス・フィルターを介して、所期の出力を得る。この装置の各諸定数を、それぞれ表 7-1, 表 7-2 に示す。

表 7-1 諸定数(機械系)

a ; 球の半径	20.0 mm
b ; 電極の径	20.2 mm
b' ; 電極の高さ	13.52 mm
$C_{\delta \rightarrow 0}$; 球・電極間の静電容量	28.87 pF
d ; 空隙	0.2 mm
m ; 球の質量 (アルミニウム)	12.92 gr
θ_1 ; 電極の角度	42.0 deg

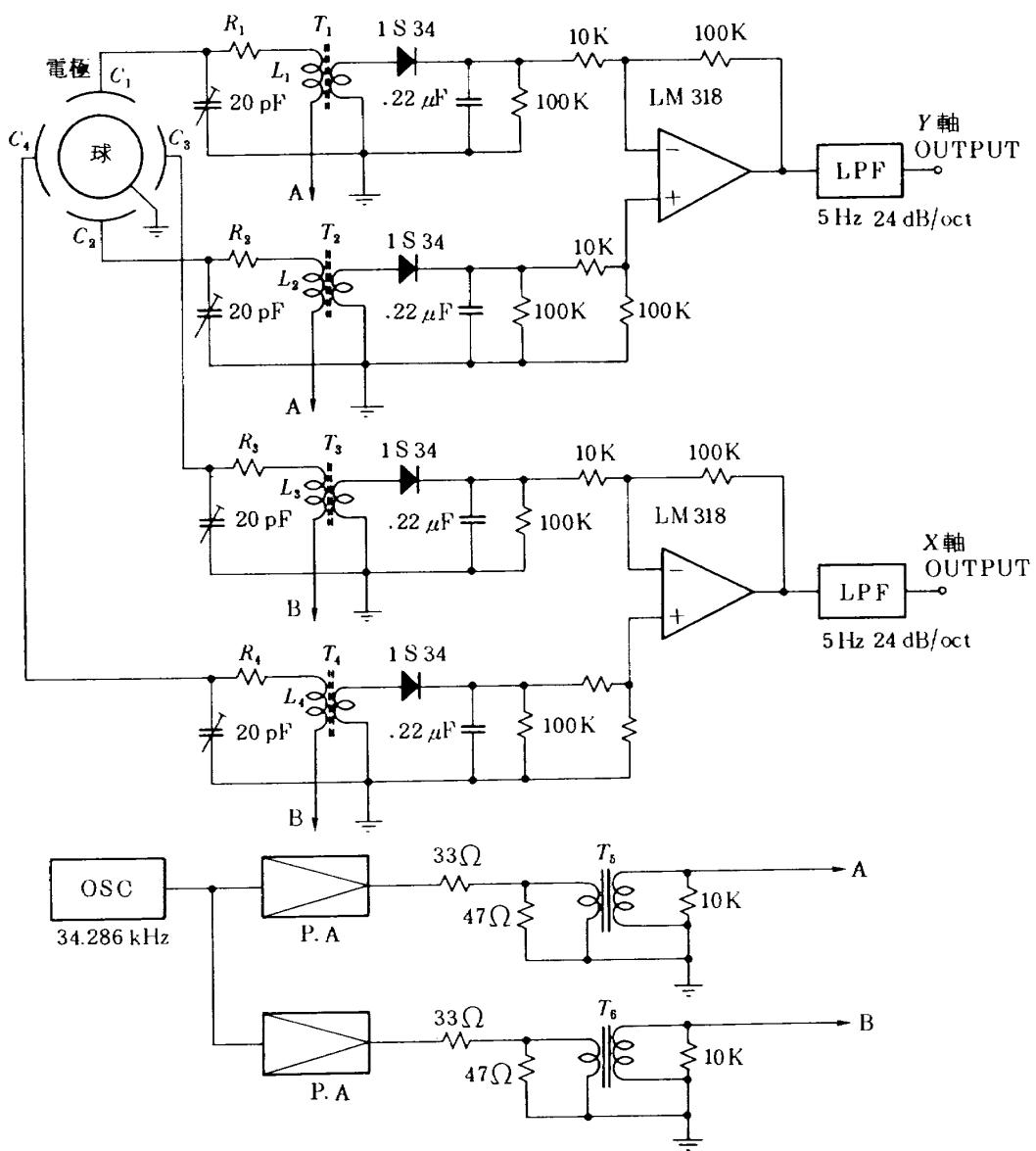


図 7-3 高感度加速度計(電気系部分)

表 7-2 諸定数(電気回路系)

$C_{d \rightarrow 0}$; 球・電極間の静電容量	28.87 pF
L ; インダクタンス	759.0 mH
R ; 抵抗	2702.5 Ω
V_c ; 印加電圧	1411.84 v
V_0 ; 発振器の出力電圧	33.55 v
f ; 発振器の発振周波数	34.286 kHz
Q ; 回路系の Q	60
A ; 差動増幅器のゲイン	20 dB
f_c ; ローパスフィルターのカットオフ周波数	5 Hz (24 dB/oct)

7.2 実験方法

実験は、前節で述べた実験装置を用いて、十分にウォーミング・アップしたのち地面振動の比較的小さな日時を選んで集中的に、直線性試験、および、安定性試験を行った。

直線性試験は、図7-4に示すようにカンチレバー型の試験治具を用いて重力の分力法で微小 g を与える手法を用いて行った。この治具における傾斜角度の測定は、オート・コリメータによる光学的方法もあるが、ここでは、カール・ツァイス・イエナ社の合致式水準器を使用した。この水準器は、プリズムを用いて気泡の両端を合致させ、ダイヤル目盛によって数値を読み取ることが可能で、精度は、1目 0.01 mm/m、測定誤差は(最大) ± 0.01 mm/m である。この試験においては、治具の微小傾斜角度が、ウェイトの量に比例変化することを仮定して行った。ウェイトの重量が 12 kg の時の傾斜角度を水準器で計測し、その時の傾斜による重力加速度は、 $1 \times 10^{-3} g$ であり、設定誤差は、最大 ± 0.1 % となる。

安定性試験は、ESA本体を固定して、X軸について、約30分間の出力変動状態、すなわち、安定性を

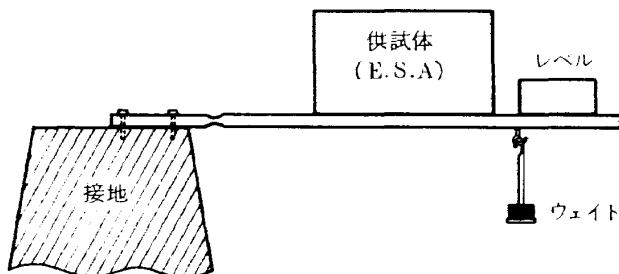


図 7-4 試験治具

記録した。また、X軸(東西方向)、Y軸(南北方向)の2軸の出力変動を、XYレコーダによって記録した。

7.3 実験結果

直線性試験の実験結果を、図7-5に微小入力部分の入出力特性、また、図7-6に全体の直線性誤差を示す。直線性誤差の定義は、出力データを最小2乗法により直線回帰分析を行ない、その直線からの偏差を百分率で示したものである。図7-6に示す $9.1 \times 10^{-8} g$ から、 $2.7 \times 10^{-4} g$ までの相関係数は 0.999999、 1σ は 0.069、直線性誤差は、± 0.17% (設定誤差最大 ± 0.1 % を含む) であった。

安定性試験は、図7-7に、X軸における約30分間の出力変動を示す。その最大変動幅が、 $6.8 \times 10^{-7} g^{pp}$ であった。つぎに、X、Yの2軸における10分間の出力変動を図7-8に示す。X軸は、 $2.4 \times 10^{-7} g$ 、Y軸は、 $2.9 \times 10^{-7} g$ の最大出力変動幅であった。

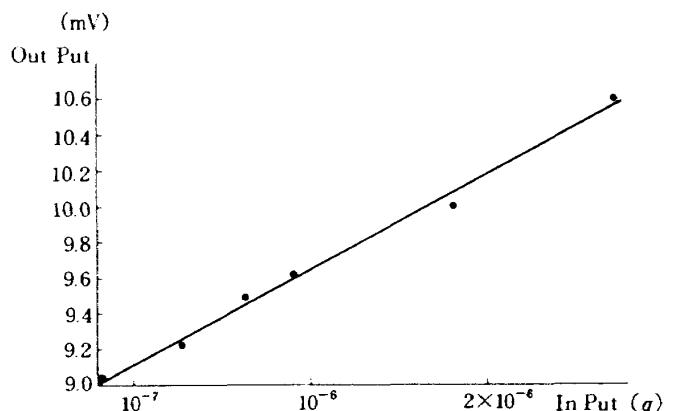


図 7-5 直線性試験(微小入力部分)

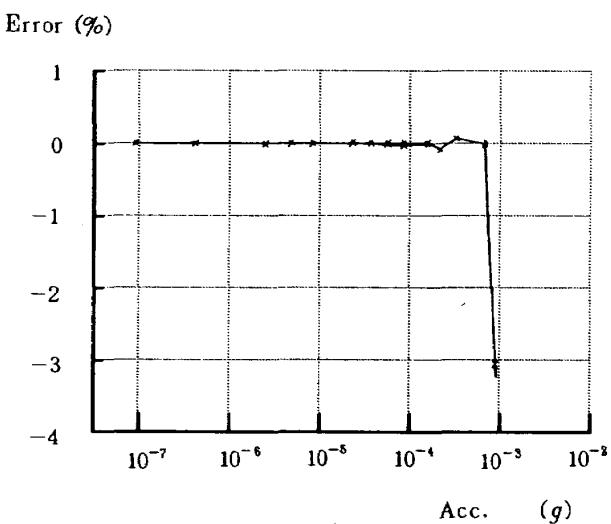


図 7-6 直線性誤差(実測)

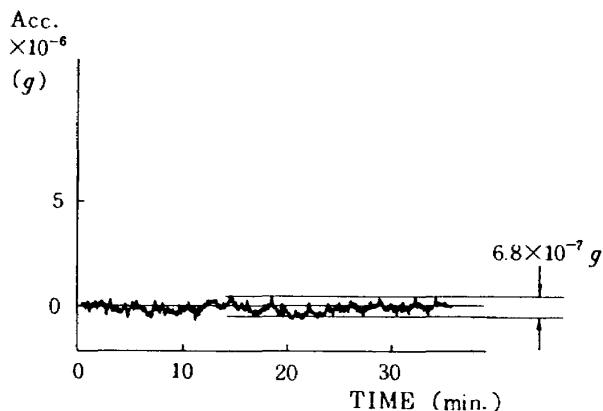


図 7-7 安定性試験(X軸)

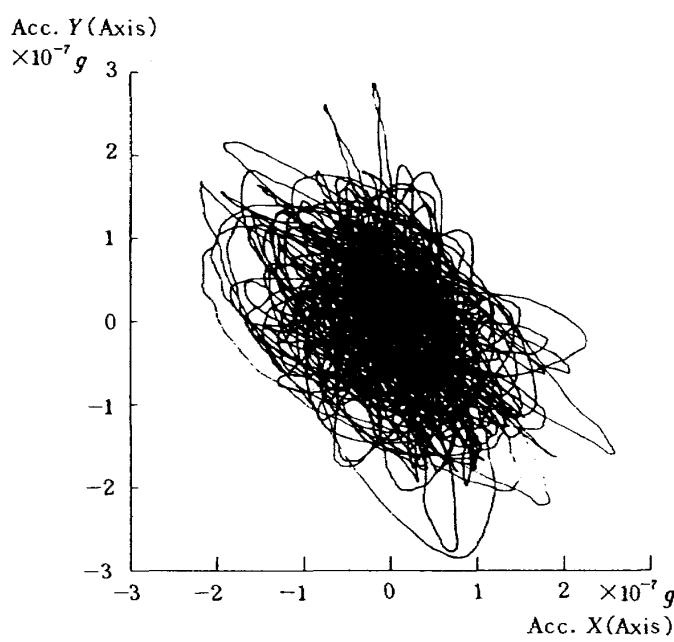


図 7-8 安定性試験(10 min)

8. 結 言

静電気支持による高感度加速度計は、微小推力を検出できるセンサーである。ゆえに、この加速度計を設計・製作するにあたり、浮遊容量の徹底した低減化、電気回路系の高安定化、温度係数の小さい筐体部分など高度な手法を用いなければならない。ここでは、数回の試作実験を経て、将来に必要な基礎データを得るとともに、改良点の探索に主眼を置いて実験を進めた。また、試験法についても、 $10^{-6} g$ 以下の安定した環境を得るのは極めて困難であり特別の配慮が必要である。ここでは、コンクリート・ブロックの基礎台の上で実験を行ない、実験装置の電気回路系に適切なフィルターを併用し、地面振動の極めて小さい日に性能測定を行った。

この実験により、次の問題点が明らかになった。さらに、S/N比を高めるための徹底した浮遊容量の低減化を進めるのに、バイアス的な浮遊容量補正回路系を考える必要がある。

ここでは、入出力の基本的な事項にとどまったが、将来は、各部の誤差の補正回路とダンピング回路系を含めた総合的な系の研究を行なう予定である。

この静電気支持による高感度加速度計の研究試作を遂行する上で、日本航空電子株式会社の田辺弘治氏に協力を感謝する次第である。

9. 附 錄 1

偏心した球の静電容量を求める厳密式(5-15)，および、近似式(5-17)式を再びここに記載する。

$$C = 2\pi\epsilon b \left\{ \int_0^{\theta_1} \frac{b \cdot \sin \theta}{b - (\sqrt{a^2 - \delta^2 \sin^2 \theta} - \delta \cos \theta)} d\theta - \int_0^{\theta_1} \sin \theta \cdot d\theta \right\}$$

$$C = 2\pi\epsilon b \left\{ \frac{b}{\delta} \ln \left| \frac{b - a + \delta}{b - a + \delta \sqrt{1 - \left(\frac{b'}{b}\right)^2}} \right| - \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{b'}{b}\right)^2} \right) \right\}$$

上式の数値計算は、次の諸定数を用いた。

a ; 20.0 mm

b ; 20.2 mm

表 A1-1 静電容量の厳密式に対する近似式の誤差

δ (μm)	厳密式 C (pF)	近似式 C (pF)	誤差 σ (%)
30	25.4952	25.4960	0.0031
20	26.5278	26.5282	0.0015
10	27.6469	27.6471	0.0007
0	—	—	—
-10	30.1927	30.1929	0.0007
-20	31.6492	31.6497	0.0015
-30	33.2530	33.2541	0.0033

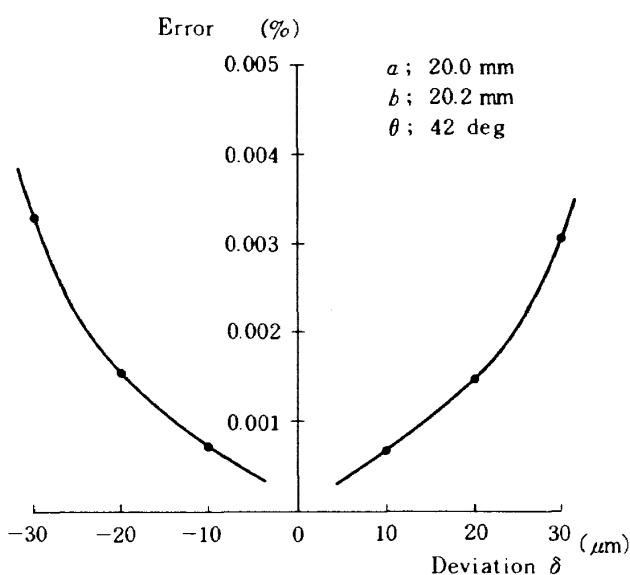


図 A1-1 静電容量の厳密式に対する近似式の誤差

$$\theta; 42 \text{ deg} (0.733038 \text{ rad})$$

$$\epsilon; 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$b'; 13.52 \text{ mm}$$

$$\delta; \pm 30 \mu\text{m} (10 \mu\text{m} \text{ キザミ})$$

なお、式(5-15)の数値積分は、キザミ 0.001 deg ($1.74533 \times 10^{-5} \text{ rad}$)で、Runge Kutta 法を用いて行った。厳密式、および、近似式による数値計算結果を、表 A1-1、図 A1-1 に示す。

10. 附 錄 2

$$f_1(\delta) = \frac{b}{\delta} \ln \left| \frac{b-a+\delta}{b-a+\delta \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}} \right|$$

とおいて、この部分をテーラ展開する。

$$f_1(\delta) = \ln |b-a+\delta|$$

$$f_1'(\delta) = \frac{1}{b-a+\delta}$$

$$f_1''(\delta) = \frac{-1}{(b-a+\delta)^2}$$

$$f_2(\delta) = \ln \left| b-a+\delta \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2} \right|$$

$$f_2'(\delta) = \frac{\sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}}{b-a+\delta \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}}$$

$$f_2''(\delta) = \frac{-\left(\sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}\right)^2}{\left(b-a+\delta \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}\right)^2}$$

とおく。

$$f(\delta) = f(0) + \frac{f'_0}{1!} \delta + \frac{f''_0}{2!} \delta^2$$

から、

$$\frac{b}{\delta} \left\{ \ln |b-a+\delta| - \ln \left| b-a+\delta \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2} \right| \right\}$$

$$= \frac{b}{\delta} \left\{ \frac{1}{b-a} + \frac{1}{b-a} \delta - \frac{1}{2(b-a)^2} \delta^2 - \left[\frac{1}{b-a} + \frac{\sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}}{b-a} \delta - \frac{\left(\sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}\right)^2}{2(b-a)^2} \delta^2 \right] \right\}$$

$$= \frac{-b\left(\frac{b'}{b}\right)^2}{2(b-a)^2} \delta + \frac{b}{b-a} - \frac{b \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}}{b-a} \quad (10-1)$$

となる。

次に、式(5-17)における数値計算値と、テーラ展開して第2次項まで採用した式(5-21)との比較で、その誤差について検討した。参考までに、式(5-17)と式(5-21)を再び記載する。

$$C = 2\pi\epsilon b \left\{ \frac{b}{\delta} \ln \left| \frac{b-a+\delta}{b-a+\delta \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}} \right| - \left(1 - \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2} \right) \right\}$$

$$C = 2\pi\epsilon b \left\{ \frac{-b\left(\frac{b'}{b}\right)^2}{2(b-a)^2} \delta + \frac{b}{b-a} - \frac{b \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2}}{b-a} - \left(1 - \sqrt{1-\left(\frac{b'}{b}\right)^2} \right) \right\}$$

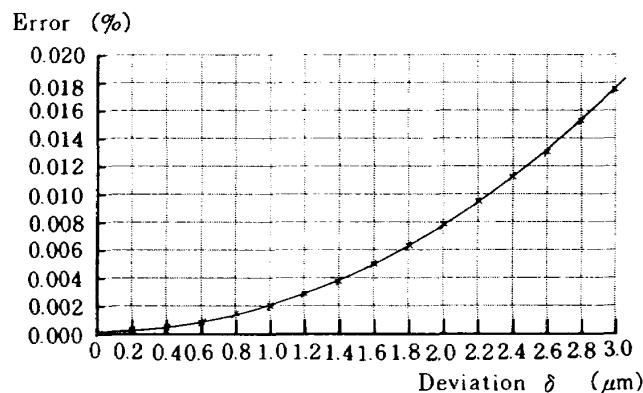


図 A2-1 テーラー展開 誤差

上式の数値計算における各諸定数は、9章附録1と同じである。ただし、 δ については $3\ \mu\text{m}$ (キザミ $0.2\ \mu\text{m}$)とした。結果を図A2-1に示す。

加速度計の研究、第28回自動制御連合講演会
予稿集、pp. 433-434、1985年11月

参考文献

- 1) 円居繁治、大月正男；静電気支持による超低

- 2) 電気学会編；電気磁気学、電気学会、pp. 34-36
3) 大岡 茂；電気物理・電気回路・電磁測定、
無線従事者教育協会、pp. 80-84

航空宇宙技術研究所報告1005号

昭和63年10月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺東町7-44-1
電話 王鷹(0422)47-5911(大代表) 〒182

印刷所 株式会社 共進
東京都杉並区久我山5-6-17

Printed in Japan