

ISSN 0389-4010

UDC 532

519.6

533.696

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-1008

航空機周辺遷音速流の物理座標数値解法

中村正義

1988年12月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

キーワード (KEY WORD)

遷音速ポテンシャル流	Transonic potential flow
物理座標	Cartesian coordinates
数値計算	Numerical calculation
航空機	Aircraft
衝撃波関係	Shock wave relationship

目 次

記 号	1
1. まえがき	2
2. 解 法	3
2.1 基礎方程式	
2.2 境界条件	
2.3 内部境界	
3. 数値解析	6
3.1 計算格子と物体	
3.2 差 分 式	
3.3 後流不連続面	
3.4 衝撃波の扱い	
3.5 計算行程	
4. 計算結果	13
計算例(1)	
計算例(2)	
計算例(3)	
5. む す び	24
謝 辞	25
付 録 A	25
付 録 B	26
文 献	26

航空機周辺遷音速流の物理座標数値解法*

中 村 正 義**

A Numerical Method for Solving Transonic Flow past Aircraft in Cartesian Coordinates

Masayoshi NAKAMURA

ABSTRACT

A numerical method for computing inviscid transonic flow around an arbitrary aircraft configuration is described in this paper. The basic formula consists of simultaneous equations for variables of velocity potential and Mach number. This formula is a permutation of the full potential equation. The simultaneous equations are solved numerically, satisfying given boundary conditions. The shock wave is captured as a discontinuous surface where the flow conditions satisfy the shock wave relationship.

The calculation flow field is a rectangular box field. Grid points and boundary points are generated in Cartesian coordinates. The grid points are equidistant but their intervals can be varied with the location. External forms of the aircraft and vortex sheets are shaped from numerous small triangular planes. The majority of the boundary points are on these external forms. The basic formula is expressed as difference equations using the grid points and the boundary points. The difference equations are solved in the numerical procedure. Several calculated results of this method are compared with the experimental and other numerical results.

記 号

$A \sim F$: 座標点, 境界点
 a : 音速
 b : 翼幅
 C : 定数, 閉曲線
 C_p : 圧力係数
 c : 翼弦長
 M : マッハ数
 $N1, N2$: 計算点番号
 n : 法線方向
 O : 座標点
 S : 接線方向, 境界点

$S1 \sim S6$: 計算点番号
 s : 曲線上の長さ
 T : 接線方向
 $T1, T2$: 計算点番号
 u : 速度成分
 v : 速度成分
 w : 速度成分
 x : 座標軸
 y : 座標軸
 z : 座標軸
 α : 迎角, 流れ方向成分
 α_p : 迎角
 α_R : 回転角
 α_Y : 偏角
 β : 波の角, 流れ方向成分

* 昭和63年10月25日受付

** 空力性能部

Γ	: 循環
r	: 比熱比
δ	: 格子間隔
θ	: 流れ方向
θ	: ふれの角
ξ	: 境界点距離の係数
ϕ	: 速度ポテンシャル

添 字

0	: よどみ点, 格子点番号, 他
1	: 衝撃波直前, 格子点番号, 他
2	: 衝撃波直後, 格子点番号, 他
3~8	: 格子点番号
i	: 格子番号
j	: 格子番号
k	: 格子番号
L	: 下面
M	: 主翼
T	: 尾翼
U	: 上面
∞	: 一様流

1. ま え が き

本報告は任意形態航空機を過ぎる遷音速流の物理座標における数値解法に関するものである。本解法は、流れ方程式の変数複数化による計算収束の確保、物理直交格子による任意形態物体を対象にする差分計算法、および格子間隔の影響が少ない衝撃波捕捉法を特徴とする。物理直座標における流れ方程式は非線形であり、それを見掛上線形になる連立方程式にして使用し M^2 - 展開法に似た計算方法をとる。物理直交格子は格子点が直交座標軸に平行で互に直交方向に並んでいて、その直交性は流れ計算対象物体の形態に影響されない。そのため流れ方程式を忠実に差分化でき、かつその近似精度は格子間隔のみで見積られる。物体および格子は互に独立である。そのため計算対象物体の形態を任意に与えることができ格子配分も任意にできる。差分計算における衝撃波捕捉も格子間隔の影響を最少限にするため衝撃波を物理量の不連続面として扱い、与えられた衝撃波関係式を

満足するように捕捉する。

物理直交格子を用いた流れの数値計算は差分法初期において簡単な二次元物体を対象に行われた¹⁾。その後物体格子干渉部の扱いの煩雑さ、および円滑さに欠ける格子配分等の理由から同格子の使用は敬遠された。その間同格子による数値計算の試みは、多要素翼型を過ぎる低速流²⁾、翼型を過ぎる遷音速流³⁾等がある。そして電子計算機の発達に伴って三次元物体が対象になり同格子による航空機まわりの流れ計算⁴⁾が行われた。また同種計算例⁵⁾が近年再び示されている。そのほか同格子を部分的に用いる流れ計算⁶⁾の試みもある。しかしこれらの少くとも三次元物体に関する計算の場合、物体境界と格子関係の差分式への反映が必ずしも十分でなく計算法も物理直交格子に必ずしも最適なものでない。そこで本報告においては物体と格子の関係をより精密に扱い計算法自体もできるだけ物理直交格子に適した方法を試みる。

本報告内容は、基礎方程式と境界条件、物体外形の形成と計算格子生成、差分近似式の作成、衝撃波捕捉と物体循環の処理および逐次計算行程と計算例である。これらの概要を以下に記述する。まず対象流れをポテンシャル流とする。同流れ方程式は取り扱いが比較的容易であり本解法試行用として用いる。同方程式を二従属変数をもつ連立方程式に変形し、そのなかの一式を一従属変数に関する見掛け上の線形にする。境界条件は、後述の衝撃波等内部境界を除いて物体面とそれを内部に含む遠方境界面と与えられる。それは流れ方向および解領域範囲を決定する。

物体外形を三角形の微小平面の集合とし、格子を互いに直交する三方向の直線群とする。物体境界点は微小平面と直線の交点として定めて格子点と境界点の距離を算出する。この処理には空間内の平面および直線の方程式が使用される。この物理直交格子の下で、基礎方程式の差分近似式が作られる。格子の直交ゆえに差分式には格子間隔による誤差以外はない。また物体近くの不規則格子点における同近似式には境界点距離を反映させる。

上記計算格子はまとまった領域毎の変化を除いて原則として等間隔とされる。そのため格子間隔

に依存しない衝撃波捕捉法⁷⁾を用いる。衝撃波はその位置が予め定まらない不定境界であり、逐次計算過程において衝撃波関係を満足する同境界位置を求める。次に航空機等揚力をもつ物体を過ぎる流れには循環が生じる。その循環量を得るためには一従属変数の不連続面を物体後流に設ける必要がある。同面を後流不連続面と呼ぶことにする。その面を物体外形と同様に微小三角面で形成し、位置および形状を後縁位置および向きに依存して設置する。同不連続面においては、対応する後縁の後縁条件を満足するように従属変数の不連続量が計算過程で決められる。

以上の各内容を総括統合して逐次計算を実行する。計算例として実験値の備わったいくつかの三次元物体を過ぎる遷音速流計算を行う。その物体は三次元翼、翼胴結合体および翼研究用航空機である。これらを対象にした計算結果を実験値および他計算値と比較し、検討する。

2. 解 法

2.1 基礎方程式

対象にする流れをポテンシャル流として、速度範囲を遷音速とし、一様流速度を亜音速とする。速度ポテンシャルを ϕ とすると、物理座標 (x, y, z) における方程式が次式で与えられる。

$$\begin{aligned} & \left\{ a^2 - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 \right\} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \left\{ a^2 - \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right\} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \\ & + \left\{ a^2 - \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - 2 \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \\ & - 2 \frac{\partial \phi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial z} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial z} - 2 \frac{\partial \phi}{\partial z} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial x} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

ただし式中の a は局所音速を表す。この(1)式は速度ポテンシャルとマッハ数 M の二従属変数を含む次の連立式になる⁸⁾。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{1}{2 + (\gamma - 1)M^2} \\ & \times \left(\frac{\partial M^2}{\partial x} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial M^2}{\partial y} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial M^2}{\partial z} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} / a_0^2 \\ & = M^2 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{-1} \end{aligned} \quad (3)$$

式中の γ は気体の比熱比($\gamma=1.4$)を表し、 a_0 は流れのよどみ点における音速を表す。なお(2)および(3)式は速度ポテンシャルの勾配および音速 a_0 を一様流速度で無次元化して同じ記号 ϕ 、 a_0 を用いることとする。一様流方向を x 軸方向と同一にとった場合流れが乱されない無限遠方では $(\partial \phi / \partial x)_\infty = 1$ 、 $(\partial \phi / \partial y) = 0$ 、 $(\partial \phi / \partial z) = 0$ となる。一様流マッハ数を M_∞ とするとよどみ点音速は次式で与えられる。

$$a_0^2 = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 \right) / M_\infty^2 \quad (4)$$

速度ポテンシャルとマッハ数の連立式(2)および(3)が本解法の基礎方程式である。

(2)式は ϕ に関する見掛上線型につくられている。マッハ数は空間の関数 $M(x, y, z)$ であるが反復計算過程において一時的にその値を固定した場合を考える。そのとき(2)式を満たす $\phi(x, y, z)$ が得られる。上記の M と ϕ は反復計算過程においては一般に(3)式を満足しない。そこで、得られた ϕ から(3)式により新しい M を求める。この M を再び変化しないものと見做して再び(2)式から ϕ を算出する。この繰り返しにより(2)および(3)式を同時に満足する ϕ と M を求める。(3)式は ϕ から M を求める単なる代入式である。計算過程における ϕ の局所変動はそのときの解へ比較的大きく影響を及ぼす。それに比べ M の局所変動の解への影響は ϕ の場合よりはるかに小さい。それは式中における微分階数の違いによるものである。(2)式の二階微分の従属変数を主変数(ϕ)、一階微分のそれを従属変数(M)とすると、遷音速流の数値解析においてはこの従属変数としてマッハ数が比較的適している。それは方程式の性質が異なる亜音速領域と超音速領域を容易に判断できるからである。

2.2 境界条件

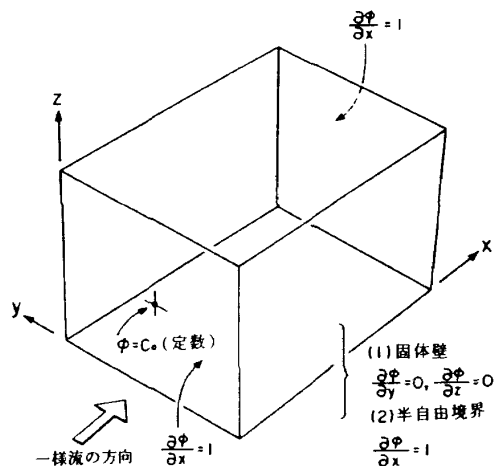
方程式の解を定める境界条件を大別して外部境界条件と内部境界条件とする。外部境界は流れ領

域を縁どる部分であり、物体表面および物体遠方境界がある。この境界上で流れの方向や速度が条件として与えられる。内部境界は流れ場の中に設定あるいは生じるものであり、本解法では後流不連続面と衝撃波面である。これらの境界面を挟んで方程式の変数値の飛び量あるいは流れの関係式が条件として課せられる。以下に外部境界条件について記述し、内部境界条件については節を改めて引き続き記述する。

外部境界の物体表面における条件は、流れが物体面に沿うことである。表面法線方向を n とするとその条件は $\partial\phi/\partial n=0$ である。ジェットエンジンを想定した空気吸入口又は噴出口は特別な場合である。その場合は、同口を境界面と見立ててそこにおける速度を $\partial\phi/\partial n$ の値として与える。

外部境界のうち物体遠方境界をここでは有限の距離にとる。その境界は、第1図に示す流れ場に想定した直方体の一様流方向に平行な四つの面と同方向に垂直な二つの面である。ここで一様流の速度方向を x 軸方向と同一にとり流れがすべて一様するとき、その境界における速度を考えてみる。それは無次元化された一様流速度を1とすると各境界において $\partial\phi/\partial x=1$ 、 $\partial\phi/\partial y=0$ および $\partial\phi/\partial z=0$ が同時に満たされる。逆に各境界でこの三つの条件を与えた場合それは一様流の条件になる。この条件は(3)を満たす(2)式の偏微分方程式の境界条件としては一般に過剰である。この過剰な条件が成立する場合は二つある。それは流れ場に流れを乱す物体がないときおよび物体があっても境界位置が無限遠方のときである。境界位置を物体から有限距離にとる場合は境界条件を緩める必要がある。境界条件の緩め方は数種類考えられるが、本解法で使用する場合を含めて二つの例を示す。

まず初めに一様流方向に平行な上下 (z 軸方向) 左右 (y 軸方向) の境界を固体壁と見做した場合⁸⁾ を例にとる。そこにおいては流れが境界に沿う条件が与えられ上下の境界では $\partial\phi/\partial z=0$ 、左右の境界では $\partial\phi/\partial y=0$ である。また一様流方向に垂直な前後 (x 軸方向) の境界においては後の例において説明する理由から x 軸方向の流速値のみを規制する ($\partial\phi/\partial x=1$)。



第1図 物体遠方の境界条件

次は固体壁を設けない場合の境界条件の例であり、それは上下左右および前後のすべての境界において先の第1図に示すとおり $\partial\phi/\partial x=1$ とするものである。この条件は先の一様流条件から $\partial\phi/\partial y=0$ と $\partial\phi/\partial z=0$ を取り去ったものである。各境界における流体速度の x 軸方向の成分が一様流速度に等しいが、 y および z 軸方向の速度成分は規制されない。ここで気体中を移動する物体の十分遠方における気体と物体の相対速度を考えてみる。その速度の物体進行方向成分は物体進行速度にほぼ等しいと考えられる。これが上記境界条件の由来である。ところで境界条件がすべての遠方境界上において $\partial\phi/\partial x=1$ の場合、基礎方程式の解 (ϕ の値) は不定である。そこで積分定数に相当する $\phi=c_0$ を一つ定める。また上下左右の境界上においてはそれらの境界に沿った (x 軸方向) 条件 $\partial\phi/\partial x=1$ で与えられている。そのために各境界上において x 軸方向に沿って積分できる。その積分定数は y または z 軸座標値により異なる。同定数は前方境界面を縁どる場所の計算過程においてとる ϕ の値から供給される。

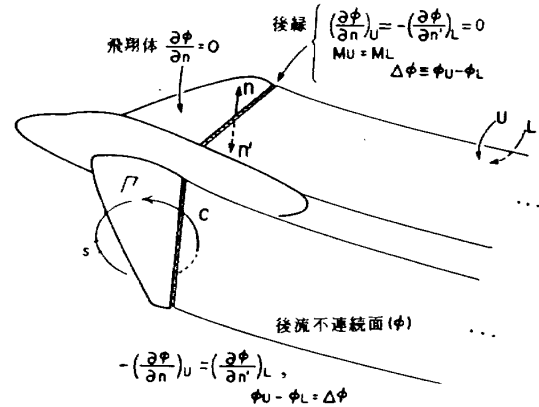
以上物体遠方境界の条件を二例示したが、それらの部分組合せも可能である。後述の計算例の場合、前後境界で $\partial\phi/\partial x=1$ を与え、上下左右境界では固体壁とする前の例の条件を用いる。

2.3 内部境界

物体境界条件に関連して物体に翼等の後縁があ

る場合、その後縁を流れが回り込まないための後縁条件が必要である。その場合一般に流れに循環が生じる。第2図に示すように翼を囲む任意の閉曲線 C 上の循環はそれに沿った微小長さを ds とすると $\Gamma = \int_C \partial\phi/\partial s \cdot ds$ である。この一周積分がゼロでないためには C に沿った ϕ が連続であってはならない。そこで速度ポテンシャルを従属変数に使用する場合後縁から後方に続くその値の不連続部分が必要である。この部分は後縁から出る流線に沿って設けられる不連続面であることが理想である。しかし流線に沿う不連続面位置を予め与えることは困難である。また循環量のみに着目すれば上記閉曲線 C における ϕ の不連続位置の規制はない。そこで本解法においては ϕ の不連続面を、予想される流線になるべく沿う形状に人為的に設定する。その不連続面位置は後縁角の二等分線の一樣流方向に対する角度および後縁からの距離に依存して決められる。この不連続面においては流れがその面に沿う条件は与えない。後縁条件およびこの後流不連続面上の条件は先の第2図のとおりである。後縁においては、上下面の圧力を等しいと置く。それは後縁上下面のマッハ数を等しく置くこと、 $M_U = M_L$ と同じである。また後縁における上下面の法線方向を n, n' として後縁上下面で流れが面に沿う条件 $(\partial\phi/\partial n)_U = 0, (\partial\phi/\partial n')_L = 0$ を与える。これから後縁上下面の速度ポテンシャル ϕ_U, ϕ_L を局所毎に求める。その $\Delta\phi = \phi_U - \phi_L$ が後に続く後流不連続面に ϕ の不連続量として分配される。後流不連続面の条件は、同面後方に沿った流れの速度成分に不連続がないこと ($\phi_U - \phi_L = \Delta\phi$)、および法線方向の速度成分に不連続がないことの二つである。

流れ場にはもう一つ速度・密度等が不連続になる衝撃波がある。その扱いは既に報告した二次元流の場合⁹⁾と基本的な相違がないのでここではその概略と補足の記述を行う。衝撃波直前と直後においては流れの方向が一般に不連続になり、速度ポテンシャルおよびマッハ数が不連続になる。この不連続面の形状および位置は予め与えられない。衝撃波前後のマッハ数および流れ方向には決まった関係がある。衝撃波前後のマッハ数を $M_1,$



第2図 後縁および後流不連続面の条件

M_2 とする。また衝撃波直前の流線と衝撃波とのなす波の角を β とする。そして直前直後の流れ方向差であるふれの角を θ とする。このとき理想気体における衝撃波関係は、連続の式、運動の式およびエネルギーの式から波の角とふれの角を用いて次式で与えられる。

$$M_2^2 \sin^2(\beta - \theta) = \frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \sin^2 \beta}{\gamma M_1^2 \sin^2 \beta - \frac{\gamma - 1}{2}} \quad (5)$$

この関係は流れが等エントロピーの制約の下でつくられていない。しかし $M_1 \sin \beta (\geq 1)$ が比較的小さいとき等エントロピーの場合との差は少ない。そこで衝撃波直前のマッハ数が比較的小さい遷音速流を扱う本解法では周知の衝撃波関係である(5)式をそのまま使用する。衝撃波前後の速度方向の関係等を用いると(5)式から M_2 が消されて、 M_1, β, θ の関係式が得られる¹⁰⁾。これにより衝撃波直前マッハ数 (M_1) とその前後の流れ方向差であるふれの角 (θ) が判れば波の角 (β) を知ることができる。

逐次計算過程における衝撃波の捕捉行程は二つに分けられる。それは衝撃波有無の判断および適正位置への移動である。前者は流れの上流と下流側に近接する二つの局所位置における流れ方向およびマッハ数から判断される。両位置における流れ方向を ϕ からそれぞれ算出し、その差の角 θ を求める(付録A参照)。また逐次計算途中の未収束解における下流側位置のマッハ数を先の M_2 と区別して M_2' とする。ここで二位置間に衝撃波を

想定して上記の θ をふれの角と見做し上流側位置の M_1 から波の角 β を仮に算出する。そしてもし $M_1 \sin \beta \geq 1$ でありかつ $M_2' \sin(\beta - \theta) \leq 1$ である場合その二位置間に衝撃波が存在し得ると判断する。しかし逐次計算の途中においては一般に $M_2' \neq M_2$ であり M_1 と M_2' の間には(5)式を満たす衝撃波関係はない。二位置間に衝撃波があり得ると判断された場合、次の後者の適正衝撃波位置を決める行程に入る。まず上流側位置の M_1 から(5)式の衝撃波関係を用いて下流側のとるべきマッハ数 M_2 を求める。その値を用いて(3)式から下流位置において ϕ のとるべき勾配を $(\partial\phi/\partial x)^2 + (\partial\phi/\partial y)^2 + (\partial\phi/\partial z)^2$ のかたちで求める。一方上流側と無関係にそのときの計算途中解がもつ下流側における ϕ の勾配を求めそれを上記と区別して $[\partial\phi/\partial x]$, $[\partial\phi/\partial y]$, $[\partial\phi/\partial z]$ とかく。一様流方向が x 軸方向と同じ場合、翼等の前縁近くを除いては一般に $\partial\phi/\partial y$ および $\partial\phi/\partial z$ は $\partial\phi/\partial x$ に比べて小さい。また ϕ のとるべき勾配と現に示す勾配は下流側同一位置における値である。これらの理由から $(\partial\phi/\partial y) \approx [\partial\phi/\partial y]$, $(\partial\phi/\partial z) \approx [\partial\phi/\partial z]$ とおく。これにより上流側の M_1 に依存した下流側のとるべき $(\partial\phi/\partial x)$ の値が得られ、現にそこで現わす $[\partial\phi/\partial x]$ との比較ができる。もしこの両値が一致する場合、それは $M_2' = M_2$ と同等であり M_1 と M_2' は(5)式を満たす。この場合上流側と下流側にある二位置は衝撃波面を挟む位置と判定される。次にもし $(\partial\phi/\partial x) > [\partial\phi/\partial x]$ の場合、 $(\partial\phi/\partial x)$ を $[\partial\phi/\partial x]$ に近づけるように小さくする。それは上流側の M_1 から(5)式により決まる下流側の M_2 を小さくすることである。(5)式から判るとおりそれは M_1 を大きくすることに帰着する。ここで同一の翼等を過ぎる衝撃波を伴う遷音速流の衝撃波位置とその強さについて考えてみる。一様流速度や迎角の変化により衝撃波位置が下流側へ移動した場合、衝撃波の強さが増し直前のマッハ数が増加することが経験上判る。この現象から推測して上記の M_1 が大きくなるためには衝撃波位置が下流側へ移動すればよい。間接的にそれは下流側位置における ϕ と M の値を上流側の延長値として与えることである。逆に $(\partial\phi/\partial x) < [\partial\phi/\partial x]$ の場合、衝撃波位置を上

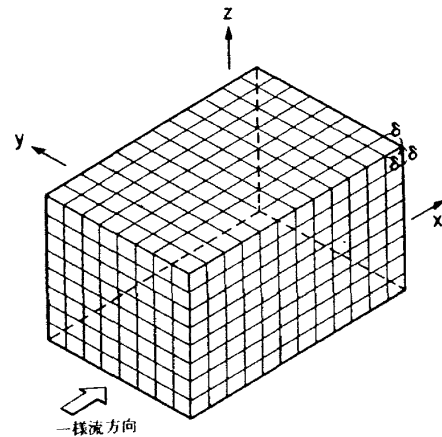
流側へ同様な方法で移動させる。いずれの場合においても二位置間に衝撃波が無いと判定される。

3. 数値解析

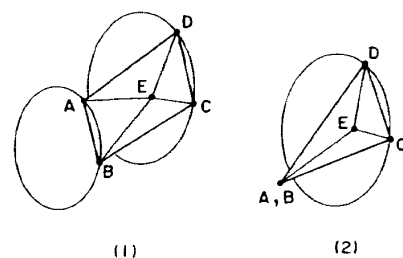
3.1 計算格子と物体

本数値解法に使用する計算格子は物理空間に設けられる直交直線格子である。その格子は第3図に示すように直方体境界内部で互に直交する三つの方向をもつ直線群から成る。この計算格子の内部に航空機等の物体および後流不連続面が組み入れられる。それらについて順を追って記述する。

本解法における流れ計算の対象物体形は任意であり、その表面は三角形の微小平面の集合で近似される。第4図(1)に示すように物体の二つの隣り合う断面形上の座標点 A , B および C , D を例にとる。この四つの点の座標値の相加平均値から点 E の座標値を決める。この五つの点から同図に示すとおり四つの三角形の平面を内部にもつ空間内の四辺形 $ABCD$ をつくる。この四辺形をここでは物体表面を形成する単位面と呼ぶことにする。同図(2)は単位面が三角形になる例である。この単

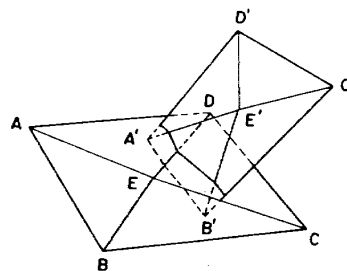


第3図 直交直線計算格子



第4図 物体形成単位面

位面によって物体外形が形成される。物体が航空機等のように複雑なとき、例えば胴体と翼をそれぞれ独立に単位面で形成しそれを組み合わせる。その交わる部分は各々を形成する単位面内の三角面の交わりとして表わされる。第5図はその例であり、単位面 $ABCD$ と単位面 $A'B'C'D'$ の交わりを示す。単位面は後述の後流不連続面の形成にも使用される。



第5図 単位面の交わり

単位面で形成された物体等は計算格子の内部に組み込まれる。そして計算格子点と物体等表面との関係が定められる。それは格子を形成する直線の方程式と物体面を形成する三角面を表わす平面の方程式から代数的に定められる。例えば格子と物体面との交点は、格子をつくる一直線と物体面をつくる一つの三角面との交点座標として決められる。単位面で形成された物体例および物体と格子の関係例については後に示す。また物体外形および格子の形成の詳しい内容は既に報告した¹¹⁾

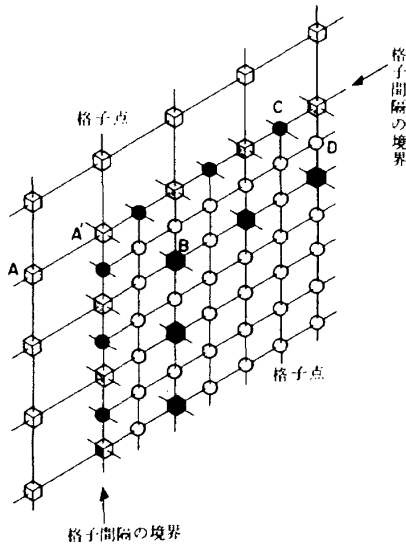
基礎方程式を差分形にするためには計算領域に計算点が設けられる。その計算点は計算格子の格子点および格子と物体表面等の交点である境界点が主である。その他に物体法線方向等に沿った点が補間計算点として用いられる。格子点には規則格子点と不規則格子点がある。前者は境界から離れた場所の格子点であり、隣接する六つの計算点がすべて等距離にある格子点の場合である。後者は物体遠方境界上あるいは物体や後流不連続面の近傍に位置する格子点である。それは一つ以上の隣接点が存在しないかあるいは一つ以上の隣接点が境界点になる場合である。規則格子点と不規則格子点ではそこにおける後述の方程式の差分形が異なる。

境界点として物体面と格子の交点および後流不連続面と格子の交点がある。記述の便宜上後者を対境界点として区別する。対境界点は後流不連続面の同一位置にあり同面表裏一對の境界点として扱われる。物体遠方に設けられた境界面上には予め格子点が配置されるように格子形成が行われる。次に境界点における物体等表面の法線方向が、そこを形成する三角面の法線方向から定められる。そして境界点からその法線方向に沿って流れ場に

向けて通常格子間隔の一倍および二倍の距離に計算点がとられる。その点は一般に格子点に一致しない。そこにおける値 (ϕ および M) は、近くの格子点あるいは境界点における値から補間される。

格子点および計算点には流れ計算に必要な点と不必要な点がある。不必要な点は物体内部に位置する格子点および物体内側に属する境界点である。直線と平面の方程式による格子形成の段階においてはこの必要、不必要の区別は行われぬ。必要な点の設定方法¹¹⁾の概略は以下のとおりである。まず明らかに流れ場にある格子点、例えば前方境界上の点を一つ指定する。また格子を形成する直線の軸(格子線)を径路と見做す。そして任意の格子点から出発して、格子線を辿りその径路によらず物体境界を貫通しないで上記指定点に到達できる場合、その格子点を必要な点と認定する。すべての格子点についてこの方法で二種類の点の識別をする。流れ場に属する点と識別された不規則格子点に付属する境界点も必要な点とする。

格子間隔が変わる場所においては、間隔が異なるそれぞれの格子領域の一部分を重ねる。格子間隔が異なる場所の格子点を表わす第6図に従って説明する。同図の四角印(二次元的表現で代用)で示す A , A' および B を粗い格子領域の格子点とする。丸印で示す C , D および粗い格子の一部である先の A' , B を密な格子領域の格子点とする。格子点 A' は、粗密両格子領域の境界上にあり両領域の共通格子点である。また格子点 B は密な格子領域の内部にあり両領域の共通格子点である。粗い格子に注目した場合、格子点 B が境界格子点となる。逆に密な格子に注目した場合、 A' および C が境界格子点となる。それぞれの境界格子点における ϕ 等の値は相手格子領域の格子点においてと



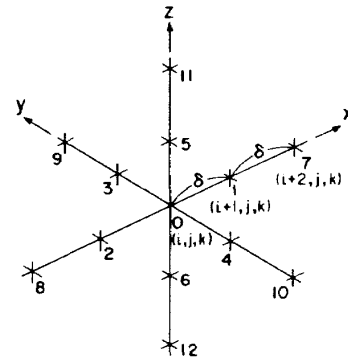
第6図 間隔が異なる格子点の重ね合せ

る値から与えられる。格子間隔が変化する場所に物体等の境界がある場合、扱いが複雑になるが考え方は同様である。

3.2 差分式

本解法基礎方程式である(2)および(3)式は、先の格子点と境界点における従属変数値を用いて差分化される。また物体遠方境界の条件は、その近くの格子点における従属変数値を利用して差分表現される。物体上および後流不連続面上の条件に関しても同様に境界点および補間点における同値を用いて差分表現される。

格子点は、 x, y, z 軸方向にとった格子の番号を i, j, k および k で表わすと (i, j, k) でその位置が表記される。例えば格子点 (i, j, k) における ϕ の値は、 $\phi_{i,j,k}$ と表わされる。しかしこれでは添字が長過ぎるし、また直感的に位置を把握しにくい。そこで本文においては、問題にする格子点を中心にしてその周辺格子点に相対番号を付けて使用することにする。それは第7図に示すとおり格子点 (i, j, k) を0と記し、 x 軸方向の隣接格子点 $(i+1, j, k)$ と $(i-1, j, k)$ を各々1, 2と書く。同様に y 軸方向にある正の向きと負の向きにある格子点を3, 4と書き z 軸方向のそれらを5, 6と書く。再び x 軸方向の格子点に戻り、 $(i+2, j, k)$ の位置を7、 $(i-2, j, k)$ を8と書く。同様に y および z 軸方向のそれらを9, 10, 11, および12と書くことにする。



第7図 隣接格子点の相対番号

問題にする格子点0から見ていずれかの軸方向に境界点がある場合、その境界点の番号付けも上記に準じるものとする。

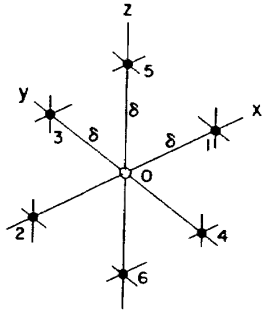
第8図に示す規則格子点0における(2)式および(3)式の差分近似式を次に作成する。格子間隔を δ とし近似精度を $O(\delta^2)$ とするとこれらの式は次の(6)および(7)で表わされる。

$$\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 + \phi_5 + \phi_6 - 6\phi_0 - \frac{1}{2 + (\gamma - 1)M_0^2} \times \{ (M_1^2 - M_2^2) \cdot (\phi_1 - \phi_2) + (M_3^2 - M_4^2) \cdot (\phi_3 - \phi_4) + (M_5^2 - M_6^2) \cdot (\phi_5 - \phi_6) \} / 4 = 0 \quad (6)$$

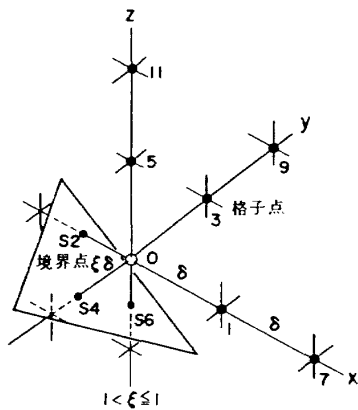
$$\frac{(\phi_1 - \phi_2)^2 + (\phi_3 - \phi_4)^2 + (\phi_5 - \phi_6)^2}{a_0^2 \cdot 4 \delta^2} = M_0^2 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2 \right)^{-1} \quad (7)$$

ただし超音速流域においては $\partial M^2 / \partial x$ の差分形が異なる。(6)式の場合 $\partial M^2 / \partial x = (M_1^2 - M_2^2) / 2\delta$ が使用されているが、超音速流域では $\partial M^2 / \partial x = (1.5 M_0^2 - 2M_1^2 + 0.5 M_2^2) / \delta$ が使用される。先に一様流速度で無次元化された $\partial \phi / \partial x$ 等の ϕ 自身の単位は長さになっている。一様流において考えれば、流れ方向に長さ1を増した場合 ϕ も同じ単位で1増加する。格子間隔 δ は基準長に対する量である。例えば物体長を基準長1とし δ をその100分の1にとった場合(6), (7)の近似精度のオーダーは 10^{-4} である。またこの場合は、 ϕ の基準量1に対してその精度が $O(10^{-4})$ を意味する。

不規則格子点における差分近似式には境界点距離が含まれる。第9図には、問題にする格子点0から各座標軸方向負の向きに各々格子間隔距離以内に境界点がある不規則格子点を示す。その境界



第8図 規則格子点



第9図 不規則格子点

点の符号を x, y, z 軸方向各々 S_2, S_4, S_6 とする。いま格子点 0 と境界点 S_2 の距離を $\xi\delta (0 < \xi \leq 1)$ とする。格子点 0 における x 軸方向に対する微分, $\partial\phi/\partial x$ および $\partial^2\phi/\partial x^2$ は近似精度を $O(\delta^2)$ とすると次式のとおり差分化される。

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_0 \cdot \delta = -\frac{3}{(1+\xi)(2+\xi)}\phi_{S_2} + \frac{2-\xi}{1+\xi}\phi_1 - \frac{1-\xi}{2+\xi}\phi_7 \quad (8)$$

$$\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}\right)_0 \cdot \delta^2 = \frac{6}{\xi(1+\xi)(2+\xi)}\phi_{S_2} - \frac{3-\xi}{\xi}\phi_0 + \frac{2(2-\xi)}{1+\xi}\phi_1 - \frac{1-\xi}{2+\xi}\phi_7 \quad (9)$$

$\partial M^2/\partial x$ に関しても(8)式と同様であり, 次の(10)で表わされる。

$$\left(\frac{\partial M^2}{\partial x}\right)_0 \cdot \delta = -\frac{3}{(1+\xi)(2+\xi)}M_{S_2}^2 + \frac{2-\xi}{1+\xi}M_1^2 - \frac{1-\xi}{2+\xi}M_7^2 \quad (10)$$

y および z 軸方向に対する ϕ および M^2 の微分の差分形も同様である。

物体遠方の境界上格子点における差分式には境界条件が加わる。後述計算例の場合, 使用境界条件は前後境界面上で $\partial\phi/\partial x=1$, 上下の境界面上で $\partial\phi/\partial z=0$ および左右の境界面上で $\partial\phi/\partial y=0$ である。格子点 0 を前方境界上の端でない場所にとった場合, x 軸方向負の向きの格子点 2 が存在しない。その場合格子点 0 における境界条件を点 2 を想定して差分形で表わすと, $(\partial\phi/\partial x)_0 = (\phi_1 - \phi_2)/2\delta = 1$ となる。これにより架空の点 2 における ϕ_2 は ϕ_1 を用いて表わせる。マッハ数に関する点 0 における微分は, 点 2 を用いないで次の形のものを用いる。

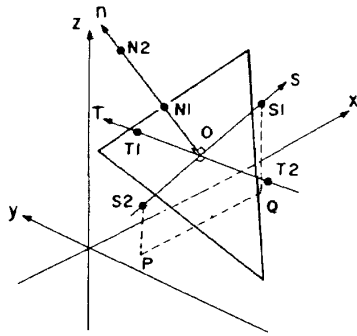
$$\left(\frac{\partial M^2}{\partial x}\right)_0 \cdot \delta = -\frac{3}{2}M_0^2 + 2M_1^2 - \frac{1}{2}M_7^2 \quad (11)$$

これにより(6)および(7)に相当する前方境界上の格子差分式が作られる。後方境界における差分式に関しては前方境界の場合と同様であるが, y 又は z 軸方向に後流不連続面の境界点があり得る。また上下左右の境界上においては $\partial\phi/\partial z=0$ または $\partial\phi/\partial y=0$ の条件が加わった差分式が上記と同様につくられる。

物体面上においては, その条件 $\partial\phi/\partial n=0$ を含んだ差分式が用いられる。ただし座標軸は場所によって異なる。第10図に示すように一つの三角面を考えそこに境界点に当る点 0 をとる。点 0 から三角面の法線方向 n をとる。同点をとおり法線に垂直でかつ xy 平面への投影線 (PQ) が x 軸に平行になる接線方向 S をつくる。さらに同点をとおり n および S に垂直なもう一つの接線方向 T をつくる。ここで物体面に沿った互に直交する座標における基礎方程式を考えてみる。その場合 $\partial\phi/\partial n=0$ はもとより $\partial^2\phi/\partial n^2=0$ も成り立つと考えられる。そこでこの座標 (S, T) で基礎方程式(2), (3)に相当する式をつくると次の(12)および(13)になる。

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial S^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial T^2} - \frac{1}{2+(\gamma-1)M^2} \left(\frac{\partial M^2}{\partial S} \cdot \frac{\partial\phi}{\partial S} + \frac{\partial M^2}{\partial T} \cdot \frac{\partial\phi}{\partial T} \right) = 0 \quad (12)$$

$$\left\{ \left(\frac{\partial\phi}{\partial S}\right)^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial T}\right)^2 \right\} / a_0^2 = M^2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{-1} \quad (13)$$

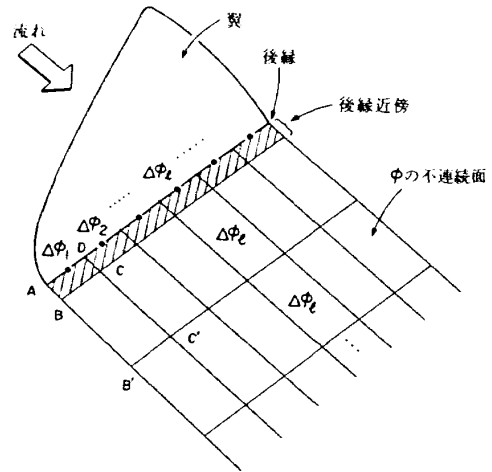


第10図 境界における法線等

(12)式は n 方向に ϕ が一定である前提の下に成立するものである。そのためにその前提を一般に満たさない逐次計算過程においての使用には向かない。そこで本解法においては物体上の ϕ は $\partial\phi/\partial n=0$ の条件から決め、 M はその条件の下で成立する(13)式により求める。その差分上の扱いは先の第10図に戻ると次のとおりである。まず格子点 0 から n に沿って δ および 2δ の距離に計算点 $N1$ および $N2$ をつくる。それらの点における ϕ の値を用いて $\partial\phi/\partial n$ を差分形で表わし、それがゼロになる ϕ_0 の値を物体境界条件 $\partial\phi/\partial n=0$ を満たす ϕ の値として求める。また同図のように S, T 方向に点 0 から $\pm\delta$ の距離に計算点 $S1, S2, T1$ および $T2$ をそれぞれつくる。それらの点における ϕ を用いて $\partial\phi/\partial S$ および $\partial\phi/\partial T$ の差分形をつくりその値を(13)式に入れて点 0 における M を求める。各軸方向にとった上記の計算点は一般には格子点または境界点に一致しない補間点である。そこにおける ϕ の値は周囲の格子点や境界点の値からの補間値として得られる。その値は一平面上にない四つの点における値から得られるものであり概略は付録Bで記載する。

3.3 後流不連続面

後流不連続面は物体形成の場合と同様に単位面により形成される。その形状は、翼等の後縁をもつ物体の断面形における後縁角の二等分線方向等に依存して形成される。¹¹⁾ 第11図に示す翼後縁から出る不連続面を例にとる。まず後縁に沿った辺 (AD) をもち、流れの下流へ向う辺 (AB, DC) の方向が翼断面の後縁角を二等分する方向をもつ単位面をつくる。定められた間隔でこのような単位面

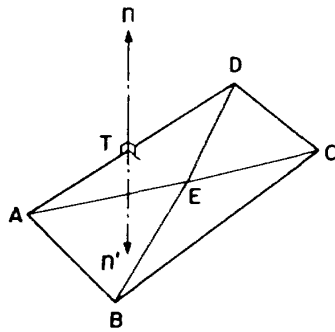


第11図 後流不連続面

を後縁に沿って並べる。さらにそれらに続く単位面を下流側へ並べる。そのとき単位面の流れ方向の辺 (BB', CC') の方向は、次第に一樣流方向に近づくようにとる。この単位面の配置を繰り返し後方境界まで到達させ、後方境界における単位面を一樣流 (x 軸) 方向と平行にとる。

後流不連続面上の ϕ の不連続値 $\Delta\phi$ は場所により異なる。ただし同一の単位面上においては同一の値をとり、流れ方向に隣接する単位面上でもその値は変わらない。後縁から出て後方境界まで続く一列の単位面上の同じ値をとる ϕ の不連続値は対応する後縁における値から供給される。先の第11図においては $\Delta\phi_1, \Delta\phi_2 \dots$ と示した。後縁に沿った単位面を、格子間隔に比べて粗にとって不連続面を形成した場合、これらの値は段階的な値をとる。すなわち、翼後縁上下面における ϕ のとび量は格子間隔単位で後縁に沿って連続であるが不連続面に移ったとたん段階的になる。その両値を緩衝する目的で後縁近傍の単位面 (同図斜線部分) を別に扱う。そこでは対応する $\Delta\phi$ の規制を与えない。

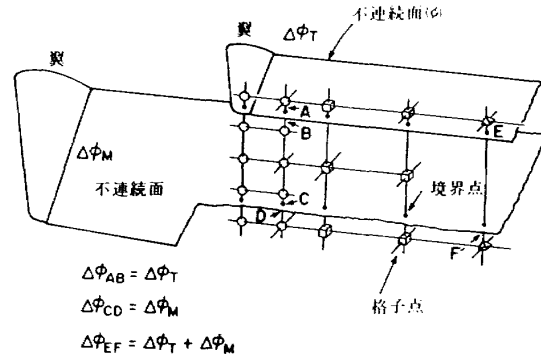
後流不連続面を形成し後縁に接する部分の単位面、例えば $ABCD$ を詳しく描くと第12図になる。その単位面における三角面 AED の後縁に沿った辺 AD の中点を T とする。点 T における三角面 AED の法線方向を n, n' とする。この n と n' は同一方向であるが向きが逆である。三角面 AED は、点 A, D を後縁点とする二つの翼断面形の後縁角を二等分する線 AB, DC に依存して作られている。



第12図 後縁近傍の不連続面の一部

翼上下面に沿った流れが後縁に達しそこを回り込まないで後方に流れ去ると仮定する。その場合翼面上下面の方向のほぼ中間に当る三角面 AED の少くとも辺 AD に近い部分においては流れがこの三角面に沿うとして近似できる。そこで後縁直後に位置する点 T においては、 $\partial\phi/\partial n=0$ および $\partial\phi/\partial n'=0$ の条件を与える。それにより上面側の速度ポテンシャル ϕ_U を求め同様に下面における値 ϕ_L を求める。この両値の差 $\Delta\phi = \phi_U - \phi_L$ が単位面 $ABCD$ の後方へ続く単位面上で与えられる ϕ のとび量である。後流不連続面上の境界点は同位置の上下面で対になっている。上面の境界点における ϕ_U の値は n 方向にとられた二点における ϕ の延長値として求める。下面においても n' 方向に沿って同様にとられる計算点における値から ϕ_L が決められる。この両値 ϕ_U, ϕ_L はその差が対応する後縁で得られた ϕ のとび量 $\phi_U - \phi_L = \Delta\phi$ になるように修正される。そのとき、 ϕ_U と ϕ_L の値は上下面法線方向の ϕ の一階微分が等しくなるように調整される、 $(\partial\phi/\partial n)_U = (\partial\phi/\partial n')_L$ 。

後流不連続面は翼等の後縁から流れの下流側に出て後方に設けられた境界まで達する。物体から離れるに従って格子間隔を一律に粗にとったとき、幅の狭い後流不連続面は粗い格子では捕えられない場合が生じる。例えば第13図に示すように主翼と尾翼の後縁から出る二枚の後流不連続面を例にとる。物体近くで格子が細かい場合（○印）、両不連続面は区別され、それぞれ A, B および C, D と対境界点が形成される。しかし格子が粗くなる場合（□印, △印）、不連続面の対境界点の機能がなくなる。これら为了避免するためには後流不連

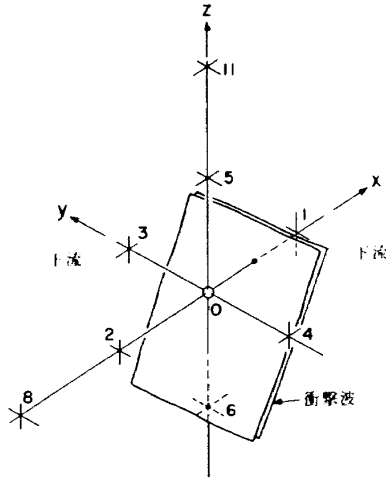


第13図 後流不連続面と格子間隔

続面近くにおいても、物体からの距離にかかわらず格子を細かくすればよい。しかし後の計算例においては粗い格子における場合、複数の後流不連続面を一括して捕えるものとする。同図で例えれば、尾翼から出る不連続面上面の点 E における上下面の ϕ のとび量を $\Delta\phi_T$ とする。また主翼の場合の不連続面下面の点 F におけるとび量を $\Delta\phi_M$ とする。点 E と F は異なった不連続面上の点であり位置も異なる。この点 E と F を粗い格子（△印）においては対境界点と見做し、その二点間の ϕ のとび量を $\Delta\phi_T + \Delta\phi_M$ で与える。同図□印に示すように両不連続面間の一つの格子線上に一つの格子点がある場合も同様である。

3.4 衝撃波の扱い

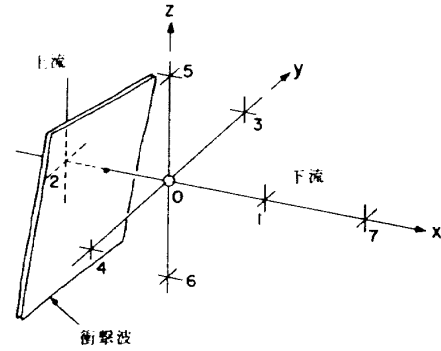
先に記述した衝撃波捕捉法の差分計算における具体的な扱いの概略は次のとおりである。一格子点に注目し隣接点に相対番号を付けた第14図を例にとる。点0における速度成分を u_0, v_0, w_0 とする。他も同様であるが例えば u_0 は $u_0 = (\partial\phi/\partial x)_0 = (1.5\phi_0 - 2\phi_2 + 0.5\phi_8)/\delta$ と表わされる。次に同点における流れ方向を (α_0, β_0) で表わす。この α_0 は流れ方向と $x-z$ 平面のなす角であり、 β_0 は同方向の $x-y$ 平面投影線と $x-z$ 平面となす角である。これらは速度成分を用いて $\tan\alpha_0 = w_0/\sqrt{u_0^2 + v_0^2}$ および $\tan\beta_0 = v_0/u_0$ と与えられる。一方第14図における点0の下流の点1に視点を移す。第15図は同下流点を中心（点0）に相対番号を付けたものである。この場合の点0における速度成分 (u_0, v_0, w_0) の u_0 は $u_0 = (-1.5\phi_0 + 2\phi_1 - 0.5\phi_7)/\delta$ と表わされる。他の成分も同様である。これらの値



第14図 衝撃波上流側の格子点

から同図点0における流れ方向(α_0, β_0)を同様に算出する。以上のとおり格子間隔を隔てた上流下流二点における流れの方向を求め付録Aに記した計算法に従って両方向の差(ふれの角)を求める。そして上流側マッハ数とふれの角から波の角を算出する。これらの値を利用して上記二点間の衝撃波有無を判断する。

上記行程において衝撃波が有り得ると判断された場合次の行程により適正位置か否かの判断をする。まず先の第15図において上流側の点2におけるマッハ数 M_2 から(5)式により下流側の点0でとるべきマッハ数 M を求める。この M から点0においてとるべき速度を(3)式から求める。それを $\sqrt{u^2+v^2+w^2}$ と書く。これと同点0において示す速度成分 u_0, v_0, w_0 と比べる。そのとき $v \equiv v_0, w \equiv w_0$ において u と u_0 を比較する。もし数値計算精度の範囲内において $u \equiv u_0$ のとき、点0においてとるべきマッハ数(M)と現にその点にて示すマッハ数(M_0)が等しく二点間(点0と点2)に仮定した衝撃波位置が適切であると判断される。次にもし $u > u_0$ のとき、 $M > M_0$ であり上流側の M_2 が小さいことを意味する。この場合衝撃波は上記二点間になく点0より更に下流側にあるべきと判断する。そして点0におけるマッハ数として上流側の延長値、例えば $M_0 = 2M_2 - M_8$ を与える。これにより次の計算過程で衝撃波が下流へ移動した状態で捕捉される。 $u < u_0$ の場合も、衝撃波移動向きが逆になるが同様である。



第15図 衝撃波下流側の格子点

3.5 計算行程

本節においては、計算手順や計算処理など数値計算実行上の全般にわたる補足的な記述を行う。まず物体の形状は一般に分割して与えられる。例えば後の計算例の航空機の場合、主翼、水平垂直尾翼はそれぞれ独立にスパン方向に並ぶ断面形から作られる。それぞれの部分の相対位置が関係付けられて全体として一つの航空機形状を形成する。次に物体の角度を迎角、偏角および回転角の三つで表現する。迎角(α_p)は、物体基準軸が一樣流方向にとられている場合、上流側に向いて物体頭部を上下に垂直に振る角度である。偏角(α_r)は基準軸方向にかかわらず上流側に向いて頭部を左右に水平に振る角度である。回転角(α_R)は物体基準軸を回転軸にした回転角度である。物体角度と連動して後縁直後の後流不連続面部分の角度も変えられる。

角度がとられた物体およびそれに関連して形成された後流不連続面に対して、直方体形状の計算領域が設定される。物体から境界面までの距離は通常物体長の6~8倍程度で十分である。それは少くとも遷音速流の範囲では、物体の流れへの影響またその逆は、物体から離れるに従って急速に減衰するからである。例えば物体後流に一般に生じる渦による物体周辺の誘導速度を例にとる。それを、胴体長と同じ翼端幅をもつ物体の場合を馬蹄形渦で試算してみる。それによると物体から胴体長の6~8倍の距離範囲にある渦によるものが物体近くに及ぼす誘導速度の大部分を占めている。格子間隔も物体の影響が大きい物体近くでは小さく、それが小さい遠方では大きくとられる。これ

は従属変数の変化量と差分近似精度の兼ねいで決まる。

計算領域が設定されたら ϕ および M に計算の初期値として一様流の値を与える。 M の値は一様流マッハ数を一律に与え、 ϕ の値は物体から一様流(x 軸)方向に格子間隔1で測った距離が与えられる。例えば物体長を100とし物体中央部から前方および後方境界までの距離がそれぞれ500の場合を例にとる。物体中央を座標原点とし前方境界では $\phi=-500$ 、後方では $\phi=500$ が与えられる。両境界間の ϕ の初期値は y, z 座標に依らず x 座標値のみで配分される。この例の場合、先の方境界上の定数 c_0 は $c_0=-500$ である。物体および後流不連続面上の境界点にも初期値が与えられる。マッハ数は一様流の値であり、 ϕ はその境界点の x 軸座標値である。

流れ計算に先立って格子点には種類ごとに符号が付けられる。例えば規則格子点にはすべて1、後方境界面の端を除いた格子点には2、また計算に不必要な点には0等である。さらに不規則格子点および境界点にもそれぞれ符号(通し番号)が付けられる。不規則格子点の番号に対応して、境界点の存在する向きと距離が境界点番号と共に準備される。そして境界点番号に対応しては、その点における法線方向、同方向上の補間点位置の値がそれぞれ用意される。またこの補間点に関しては、その近傍でとるべき格子点位置とそこにおける値に係る補間係数値が予め用意される。これらの格子点、境界点および補間点に関する情報を使用して計算が実行される。

計算は反復計算であり逐次的に境界条件を満たす ϕ および M の値を求めるものである。計算を進める格子点の順序は、 z, y, x 軸の順にそれぞれ正の向きに進み次に同順で負の向きに戻るものである。格子点における計算が一往復した後境界点における値が計算される。

流れの中に超音速領域が出現する場合、数値計算上の収束性の理由から差分形の一部を変更する必要が生じる。この流れの状態により変わる差分形を、衝撃波前後における場合も含めて第1表に整理して示す。亜音速領域においては ϕ および M

第1表 流れ状態による差分形

流れ場 従属変数	超音速領域	衝撃波近傍		亜音速領域
		直前	直後	
ϕ および $\partial\phi/\partial x^2$	中心差分	上流片側差分	下流片側差分	中心差分
$\partial M/\partial x$	上流片側差分	上流片側差分 (M_1)	衝撃波 関係 ($M_1 - M_2$)	中心差分

の微分の差分形はすべて中心差分である。超音速領域においては ϕ に関してすべて中心差分であるが M に関しては上流依存型差分形である。衝撃波直前の ϕ と M および直後の ϕ に関しては、それぞれ片側差分形を使用する。衝撃波直後の M に関しては衝撃波関係式からその値が決められる。

反復計算過程においては ϕ の最大変動量を常に把握し、その値が物体基準長に対する格子間隔(すなわち δ)の二乗以下になったと判断したとき反復計算を打ち切る。計算結果としては各格子点および境界点における ϕ と M の値が得られる。このうちの M の値から後述計算例に示す圧力分布(C_p)等が得られる。例えば翼面の圧力分布は翼面境界点における M から算出される C_p を上下面別々に直線で結んで表示される。また空間内の等マッハ数線は、指定した平面内にある格子点と境界点における M の値を用いて、それらの等高線を求めて描かれる。衝撃波は格子間隔単位で不連続であるが、上記等高線を描く場合は格子の中間部までそれぞれの値が延長されて描かれる。後述の計算結果の三次元表現は、先の格子形成に関連して、平面と直線の方程式が使われて計算処理される。

4. 計算結果

本解法の数値計算は、航空宇宙技術研究所にある電子計算機(FACOM M780)を使用して行われる。計算対象物体は、翼単体、翼胴結合体および全機形態航空機の三種類である。それはONERA M6翼¹²⁾、RAE翼胴結合¹³⁾およびTF-8A航空機¹⁴⁾である。いずれも風洞実験データが備っているものであり、その形状座標値も周知のものである。特に初めの二つは数多くの数値解法において比較対象にされているものである。本解法の計算結果

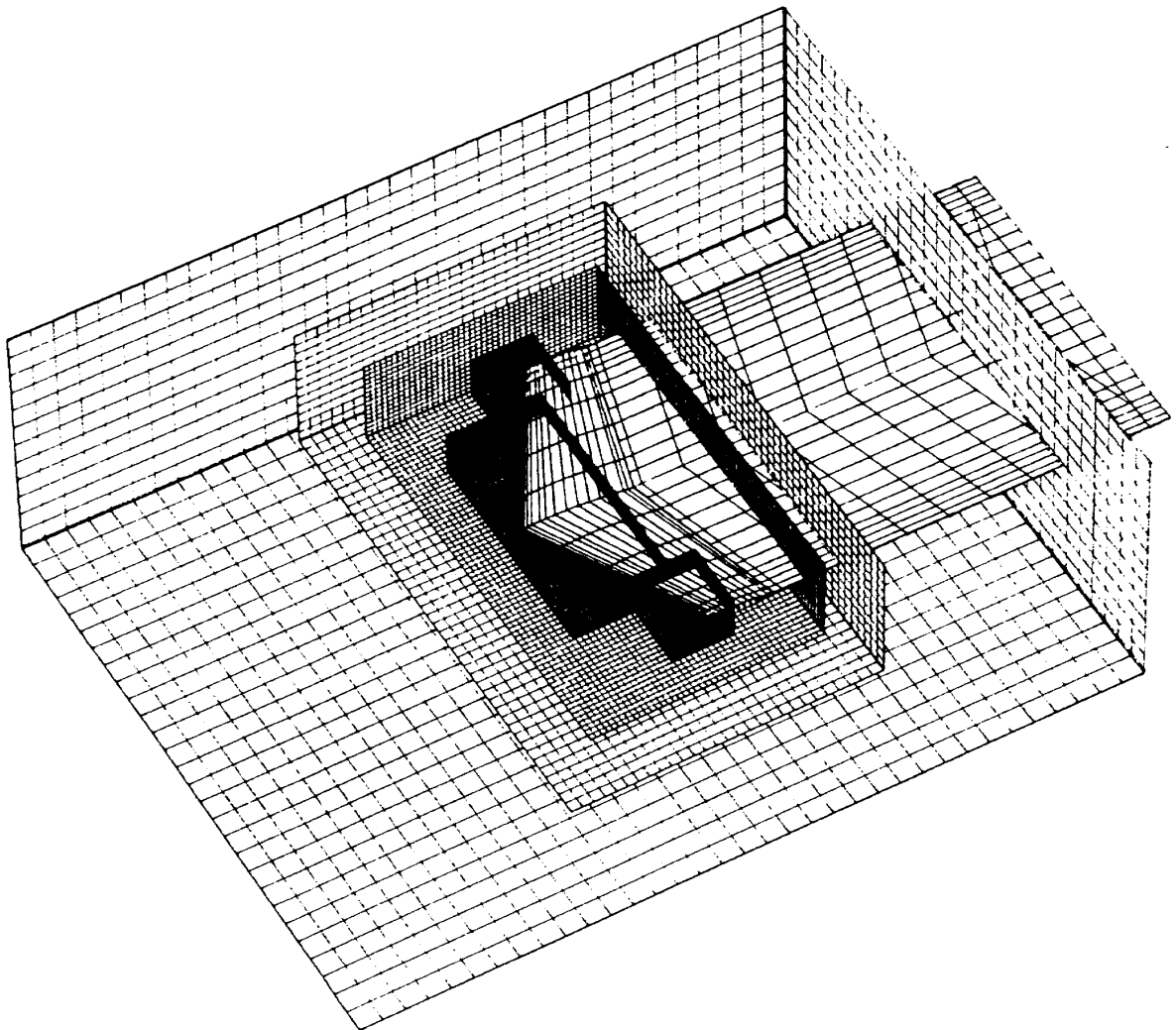
は上記三種類の物体実験値と比較対照される。本解法で扱う流体にはエントロピー増加および粘性が無く現実の流れとは異なっている。そのため実験値との比較も定性的な範囲内である。なお二次元流における本解法結果と他数値解法結果との比較は既に行われている⁹⁾。

計算例(1)

計算対象とする形状はONERA M6翼である。同翼実験模型の主な寸法は、中央翼弦長0.806m、先端付近の翼弦長約0.453m、半翼幅1.2mおよび前縁後退角 30° である。一様流方向にとった翼断面形は相似形の対称翼型であり厚み比9.8%のものである。実験の使用風洞測定部の寸法は断面高さ1.77m、幅1.75mおよび長さ5.40mである。これらの模型等の寸法および翼断面形座標値さらに後に使用する実験結果等の詳しい内容は文献12)

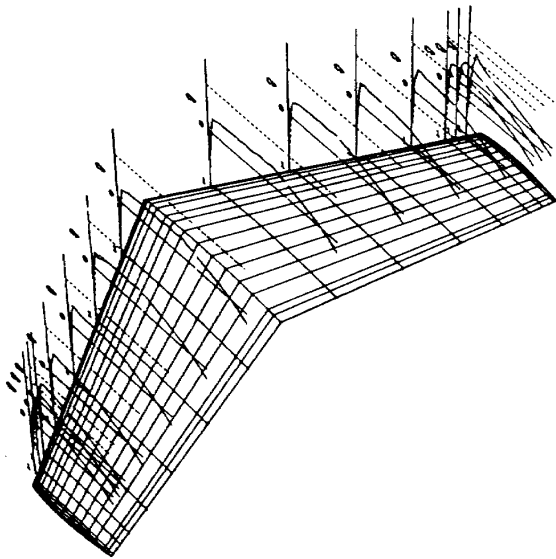
に記載されている。

上記の模型寸法等を基に計算に用いる翼を単位面で形成する。実験模型の翼は右側半分であるが本計算例においては左右対称の翼形状とした。それに伴って、風洞測定部を模擬する直方体計算領域の大きさも左右の幅を本来の二倍にとった。翼の大きさと計算領域の広さの関係および格子間隔の異なる格子領域の配置の様子を第16図に示す。同図中最も粗な格子領域が計算領域の範囲であり、それと翼との位置関係は風洞測定部と翼模型との関係とはほぼ同じである。格子間隔は翼の近く、特に翼前縁付近では小さくとられ翼から離れるに従って大きくとられている。最も密な格子の間隔は中央部の翼弦長を40等分し、翼端付近を約24等分する割合である。格子間隔は外側の格子領域に移るに従って二倍ずつ増加し、本例では四段階の8倍までとられている。



第16図 翼と格子領域

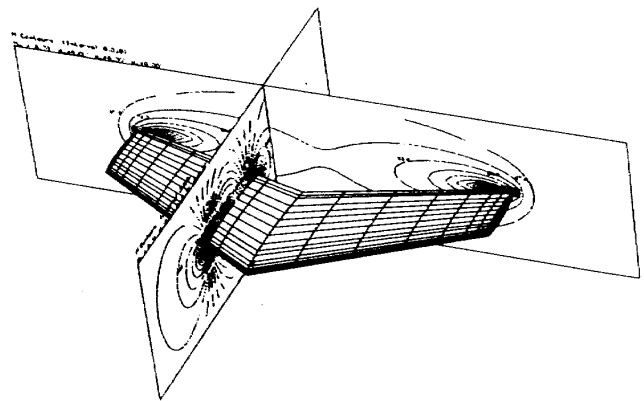
計算結果の表現をここでは主に翼面上の圧力分布および空間内等における等マッハ数線分布で行う。第17図は一様流マッハ数0.7, 迎角 0° の場合の計算結果の翼上下面における圧力係数(C_p)分布である。合計14断面の圧力分布が示されているが左右対称位置であり, それらの位置は実験模型の圧力測定位置に対応している。圧力分布は上面におけるものが実線, 下面のそれは破線で描かれてい



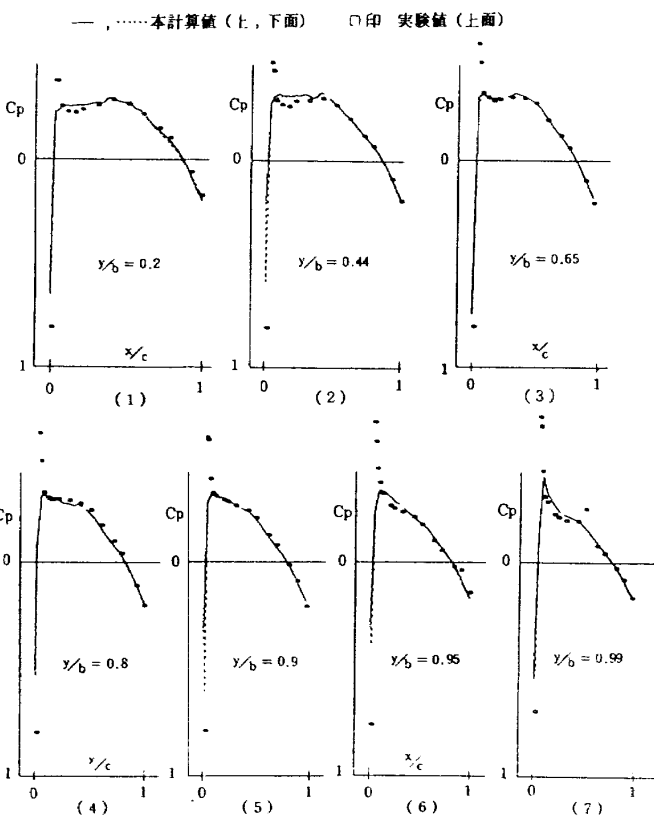
第17図 翼面圧力分布, $M_\infty=0.7, \alpha=0^\circ$

る。同じ破線でも同図中各断面の横軸に平行に引かれているものは音速における C_p の値(C_p^*)を示す。

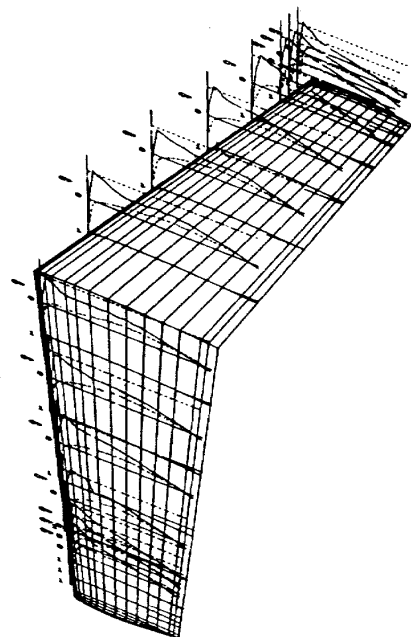
$M_\infty=0.7, \alpha=0^\circ$ の場合と計算結果と実験値の圧力分布の比較を第18図に示す。共に翼上面の値であり, 実線が計算値を示し○印が実験値を示す。前縁付近の格差が比較的大きいところもあるが総じて分布の傾向が合っている。第19図にはそのときの周辺マッハ数分布を示す。前例の場合から迎角を $\alpha=3^\circ$ にとったときの圧力分布を第20図に示す。そのときの実験値との比較を第21図に示す。次に $M_\infty=0.92, \alpha=0^\circ$ の場合の翼上下面 C_p 分布を第22図に示す。中央付近の断面の翼弦長85%付近から翼端近くの断面の翼弦長60%付近にかけて



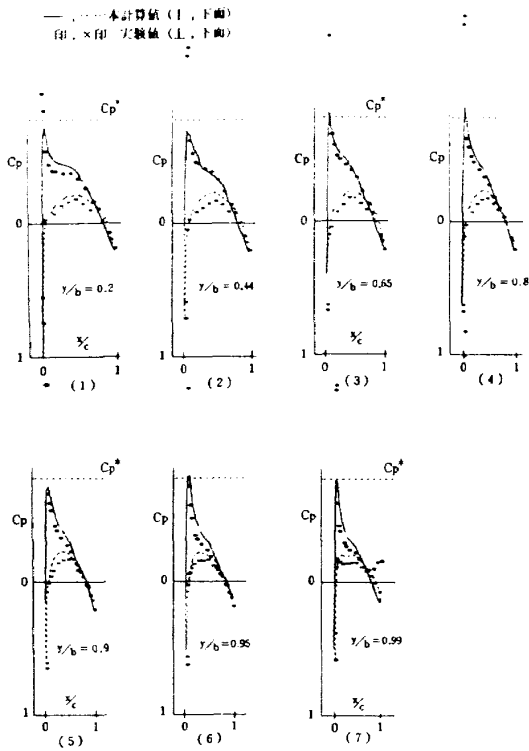
第19図 等マッハ数線の分布, $M_\infty=0.7, \alpha=0^\circ$



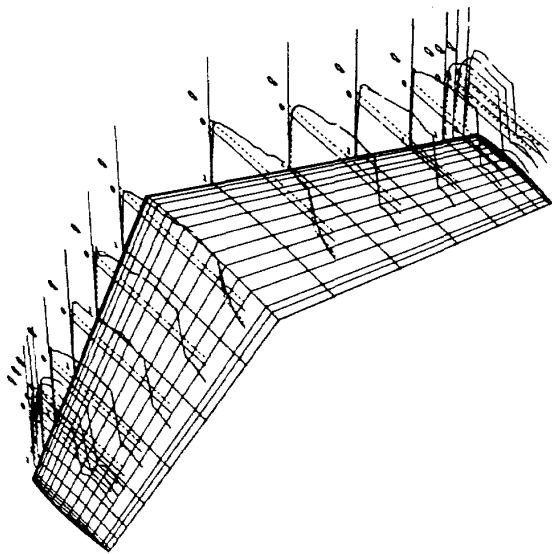
第18図 圧力分布の比較, $M_\infty=0.7, \alpha=0^\circ$



第20図 翼面圧力分布, $M_\infty=0.7, \alpha=3^\circ$

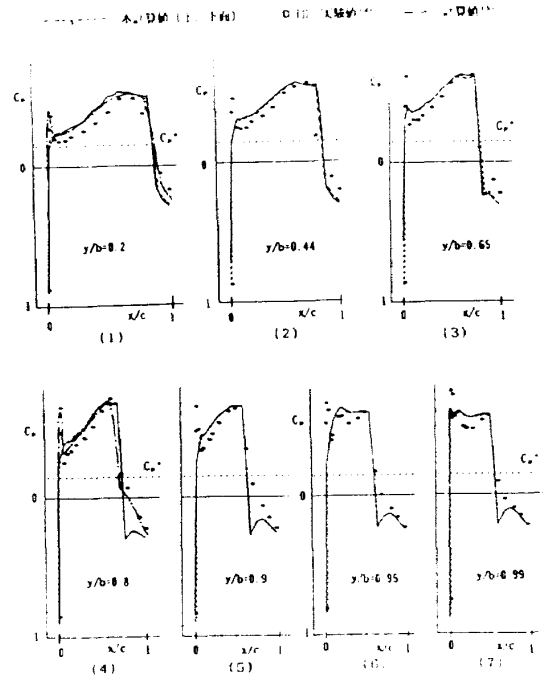


第21図 圧力分布の比較, $M_\infty=0.7$, $\alpha=3^\circ$

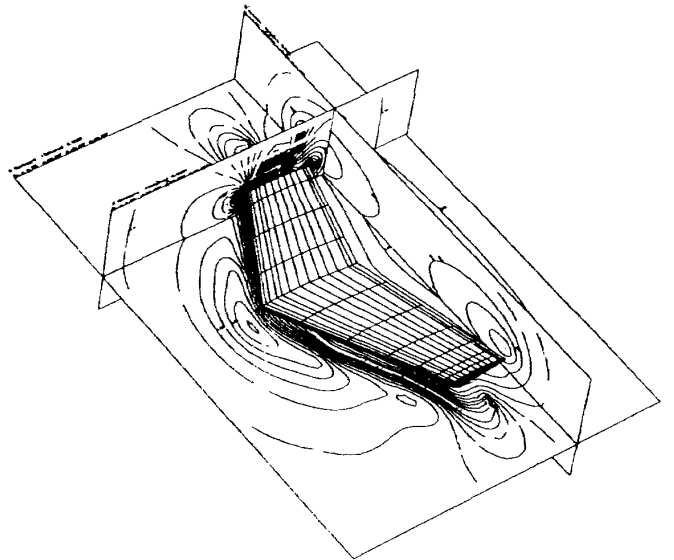


第22図 翼面圧力分布, $M_\infty=0.92$, $\alpha=0^\circ$

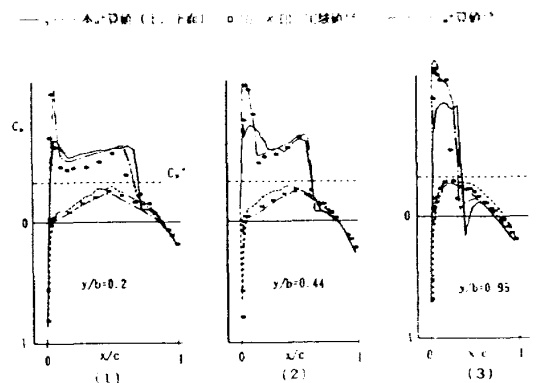
衝撃波による C_p 分布の変化が見られる。第23図は計算と実験値の圧力分布である。両者の差異は小さくないが、衝撃波位置は概して合っている。なお $y/b=0.2$ および $y/b=0.8$ の分布図には他計算値¹⁵⁾の結果も併記した。第24図には翼周辺の互に直交する三つの平面内の等マッハ数線の分布を示す。衝撃波は等マッハ数線の不連続として表わされている。同分布線の直線状の余白部分は格子間隔が変わる部分である。本計算例に用いた格子配



第23図 圧力分布の比較, $M_\infty=0.92$, $\alpha=0^\circ$



第24図 等マッハ数線の分布, $M_\infty=0.92$, $\alpha=0^\circ$



第25図 圧力分布の比較, $M_\infty=0.84$, $\alpha=3^\circ$

分では、格子密度が不十分であると考えられる計算例をあえて第25図に示す。それは、 $M_\infty=0.84$ 、 $\alpha=3^\circ$ の場合本計算結果と、実験値および他計算値との比較の一部である。強い衝撃波の位置は概して実験値等から大きく離れていない。しかし前縁付近の比較では大きく離れている。

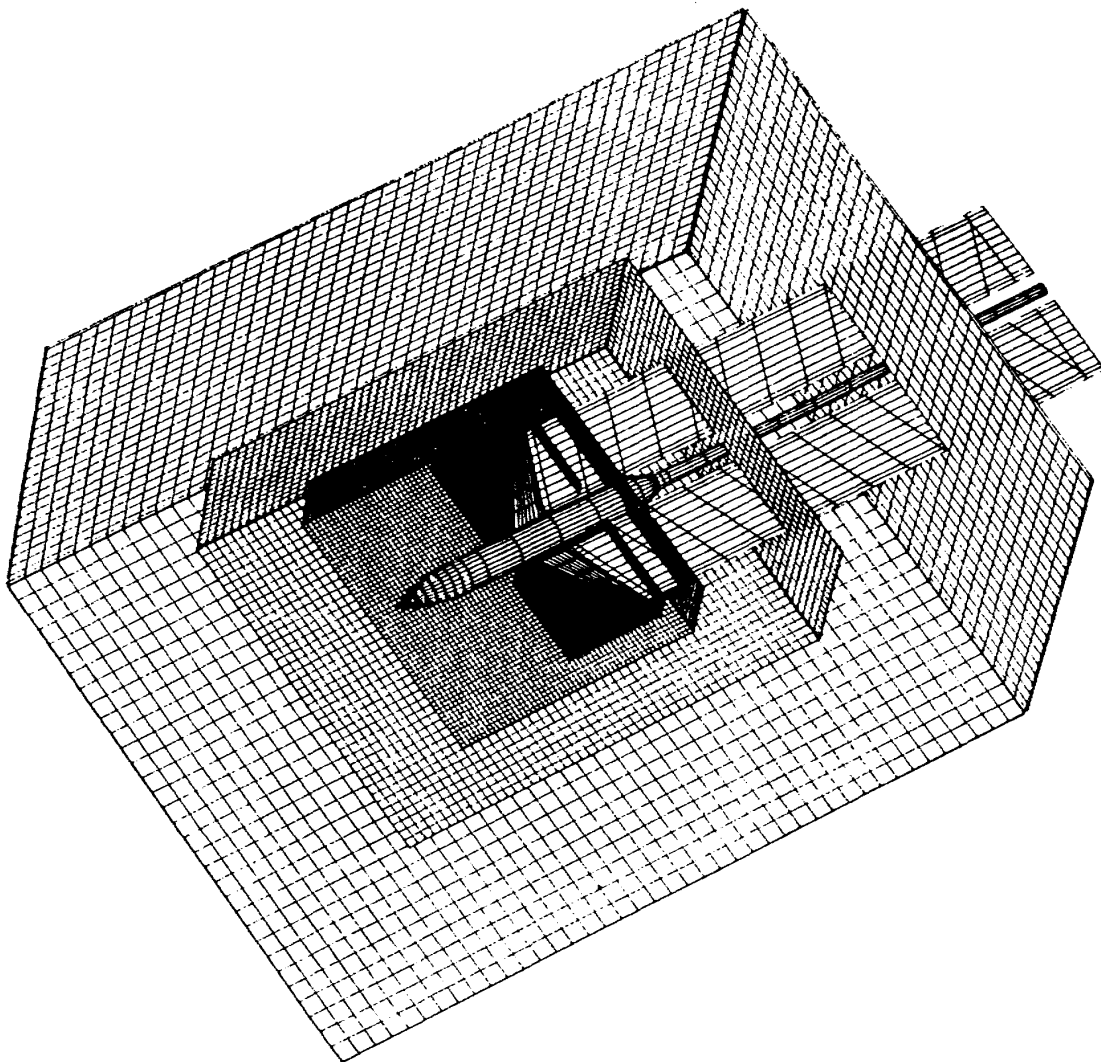
計算行程を大別すると、格子形成、流れ計算および作図処理である。本計算例で迎角がゼロでない場合を例にとれば、計算所要時間の概数は次のとおりであった。格子形成に約3分、流れ計算に20~30分、作図処理に約2分である。

計算例(2)

本計算例の対象物体はRAE翼胴結合体である。同物体の実験模型の形状および寸法の概要は次のとおりである。長さ1.27m、最大径0.152mの回転

体形状の胴体中央部に左右一対の翼が取り付けられている。その翼の半翼幅は胴体中央軸から0.457mであり、中央部翼弦長は0.229m、先端部翼弦長は0.076mである。翼は後退角をもちその角度は、翼弦長50%の線上で 30° である。一様流方向の翼断面形は上下対称であり厚み比は9%である。実験に使用された風洞測定部の寸法は、高さ1.83m、幅2.43mおよび長さ2.8mである。これらの模型等の寸法は文献(13)に記載されているものであり、翼型座標値および実験値も同様である。

上記資料に基づき数値計算用に翼胴結合体の外形を単位面で形成する。同物体を形成する四辺形の単位面の総数は約800枚である。第26図には、同物体とその後流不連続面および計算領域とそこを構成する計算格子領域を描いた。物体の大きさと計算領域の広さの割合は、同翼胴模型と風洞測

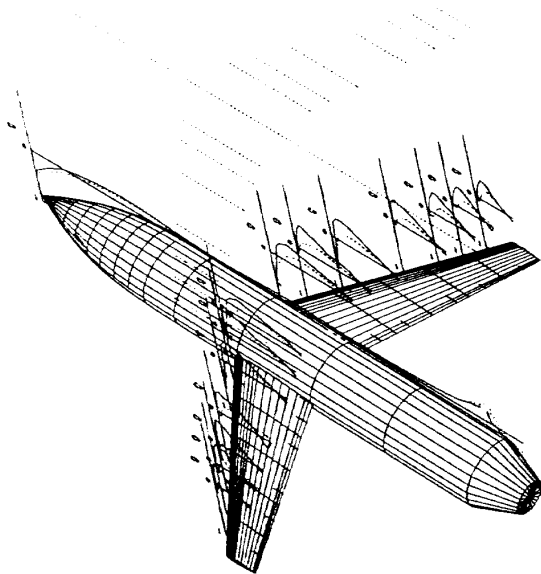


第26図 翼胴結合体と格子領域

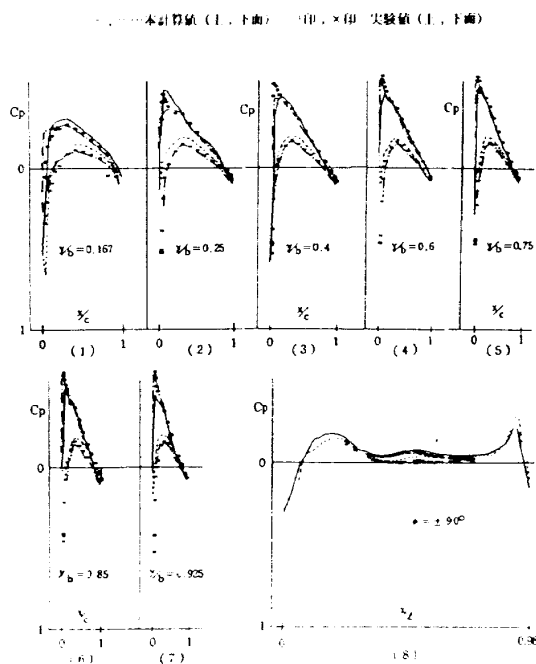
定部との関係とはほぼ同じにとられている。後流不連続面は本計算例の場合、翼に関してはその後縁から出し、胴体に関しては後端部から筒状に出した。後流不連続面上の翼端および翼付根付近から続く部分においては ϕ のとび量の変化が激しいと予想される。そのためその部分では同図で判るとおり後流不連続面の形成単位面を密にとった。計算格子は左右両翼部分で密にとり、物体から離れるに従って粗にとった。最も密な格子領域の格子間隔は胴体長を約120等分する割合である。ま

たその格子は翼付根付近を約20等分、翼端付近を約8等分する割合である。

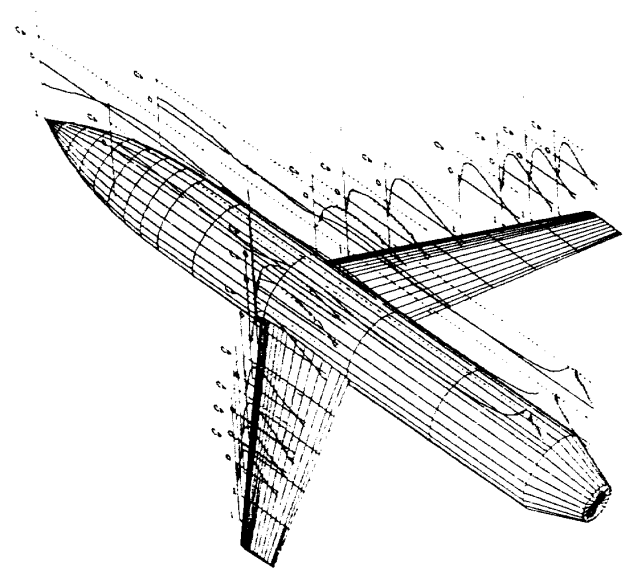
一様流マッハ数 $M_\infty=0.4$ 、迎角 $\alpha=2^\circ$ の場合の翼および胴体上の計算結果の圧力分布を第27図に示す。第28図にはそのときの圧力分布を実験値および他計算値¹⁶⁾と比較した結果を示す。次に $M_\infty=0.8$ 、 $\alpha=0^\circ$ の計算結果の圧力分布を第29図に示す。また同分布の実験値等との比較を第30図に示



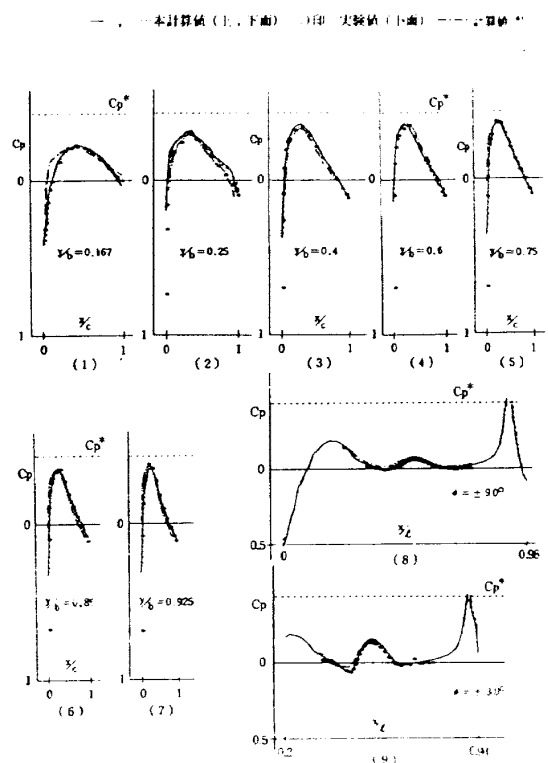
第27図 翼胴面の圧力分布, $M_\infty=0.4$, $\alpha=2^\circ$



第28図 圧力分布の比較, $M_\infty=0.4$, $\alpha=2^\circ$



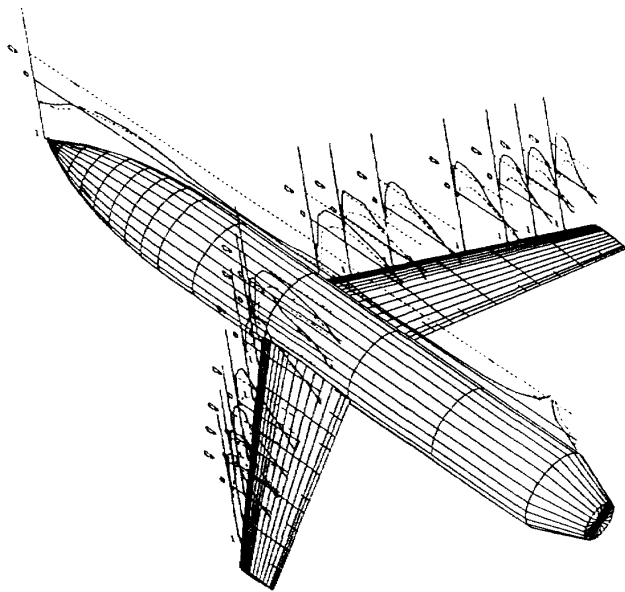
第29図 翼胴面の圧力分布, $M_\infty=0.8$, $\alpha=0^\circ$



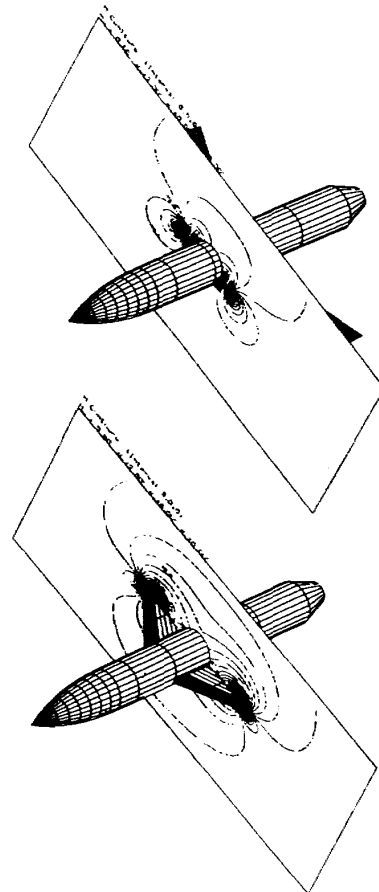
第30図 圧力分布の比較, $M_\infty=0.8$, $\alpha=0^\circ$

す。前例の場合と同様に本計算例は全域が亜音速流の場合であり、その比較は前縁付近に不十分なところがあるが概して合っている。前例から迎角をとった $M_\infty=0.8$, $\alpha=2^\circ$ の場合の圧力分布を第31図に示す。計算値と実験値の圧力分布を翼部に関して比べたものが第32図(1)~(7)である。同図(8),(9)は胴体部の圧力分布である。これらの図中の一点鎖線は他解法による計算値である。第33図お

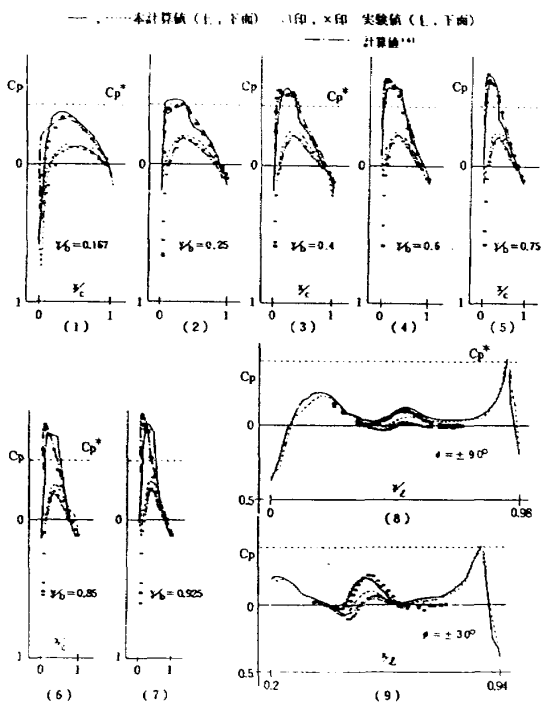
よび第34図には流域にとったいくつかの平面上の等マッハ数線分布を描いた。等高線の間隔はそれぞれ0.01である。第35図および第36図には $M_\infty=0.9$, $\alpha=0^\circ$ の場合の圧力分布の概要および同分布の実験値等との比較を示す。また第37図および第38図には $M_\infty=0.9$, $\alpha=1^\circ$ の場合の圧力分布お



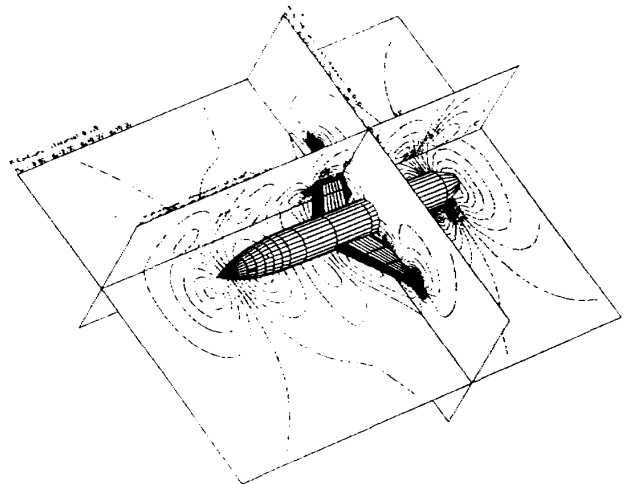
第31図 翼胴面の圧力分布, $M_\infty=0.8$, $\alpha=2^\circ$



第33図 空間内の等マッハ数線分布, $M_\infty=0.8$, $\alpha=2^\circ$



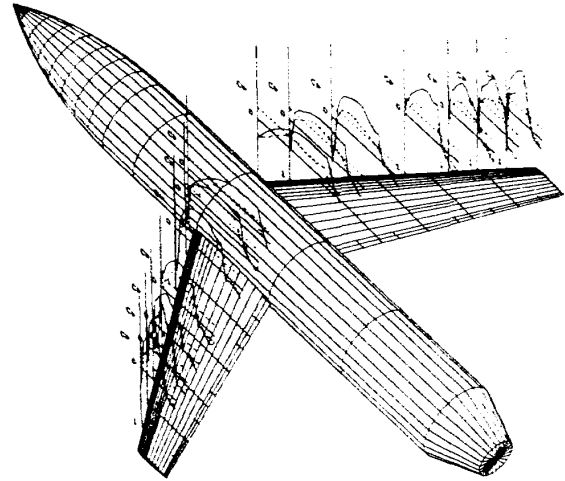
第32図 圧力分布の比較, $M_\infty=0.8$, $\alpha=2^\circ$



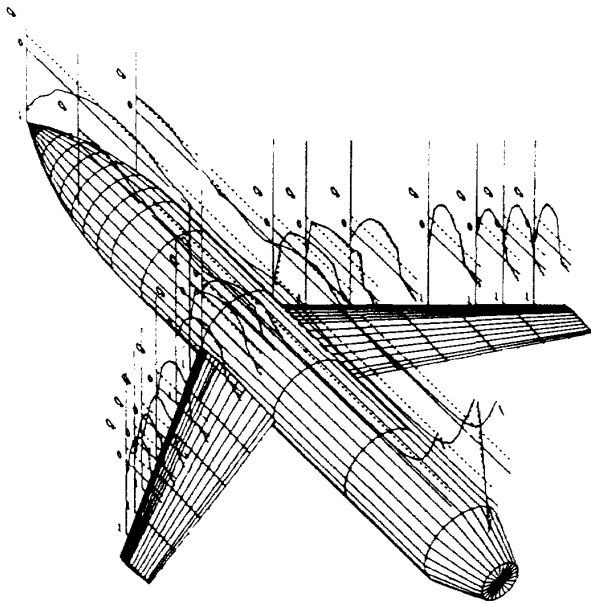
第34図 等マッハ数線の分布, $M_\infty=0.8$, $\alpha=2^\circ$

よび同分布の比較を同様に示す。そして第39図および第40図には $M_\infty=0.9$, $\alpha=1^\circ$ の場合の翼胴周辺等マッハ数線分布を示す。

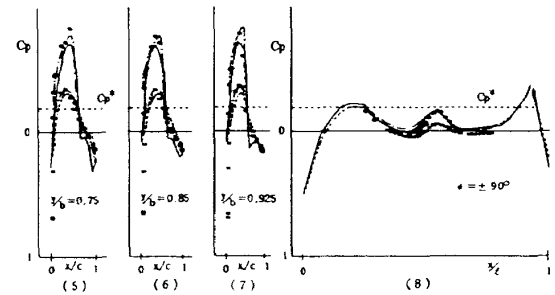
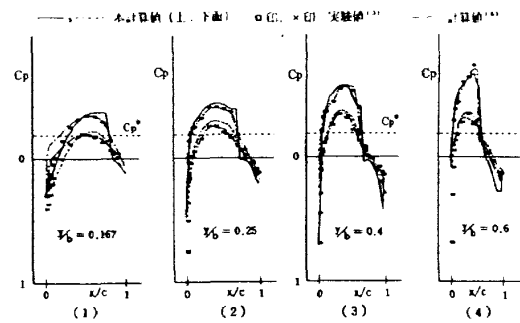
本計算例の場合に要した計算時間は、格子形成に3分、流れ計算に30~40分前後である。



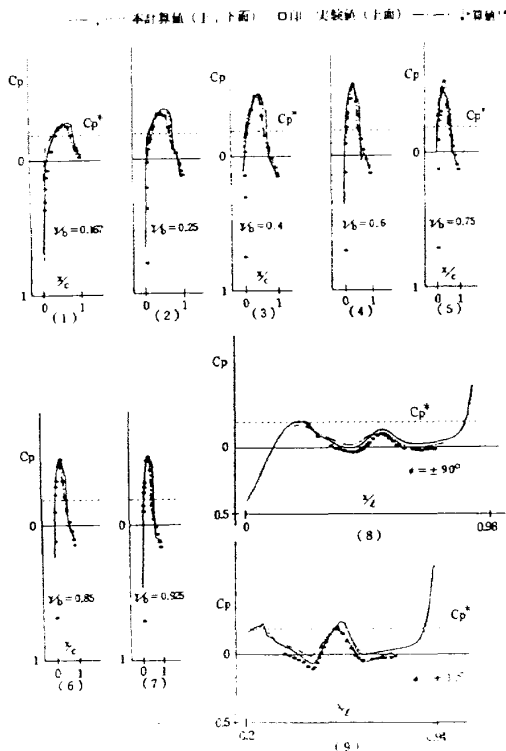
第37図 翼胴結合体の翼面圧力分布, $M_\infty=0.9$, $\alpha=1^\circ$



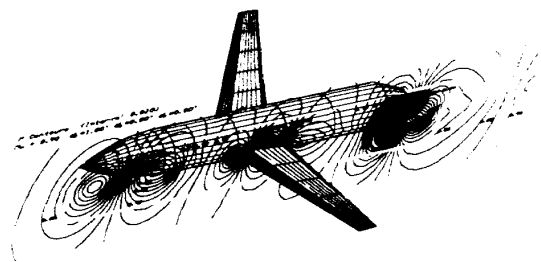
第35図 翼胴面圧力分布, $M_\infty=0.9$, $\alpha=0^\circ$



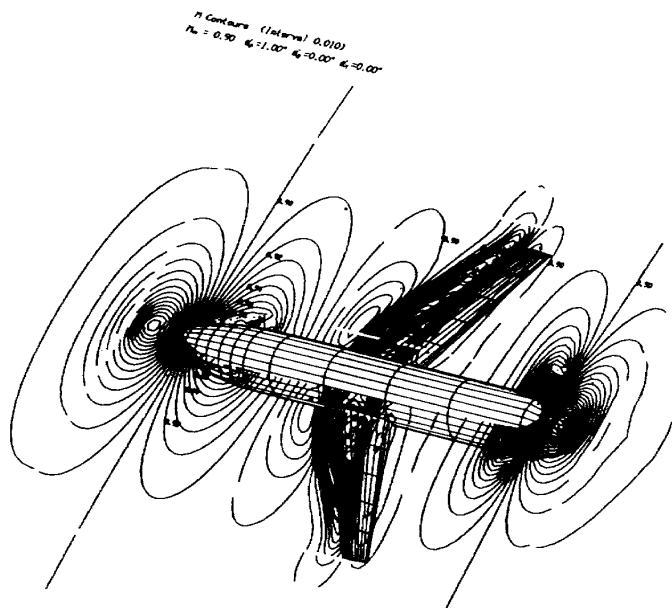
第38図 圧力分布の比較, $M_\infty=0.9$, $\alpha=1^\circ$



第36図 圧力分布の比較, $M_\infty=0.9$, $\alpha=0^\circ$

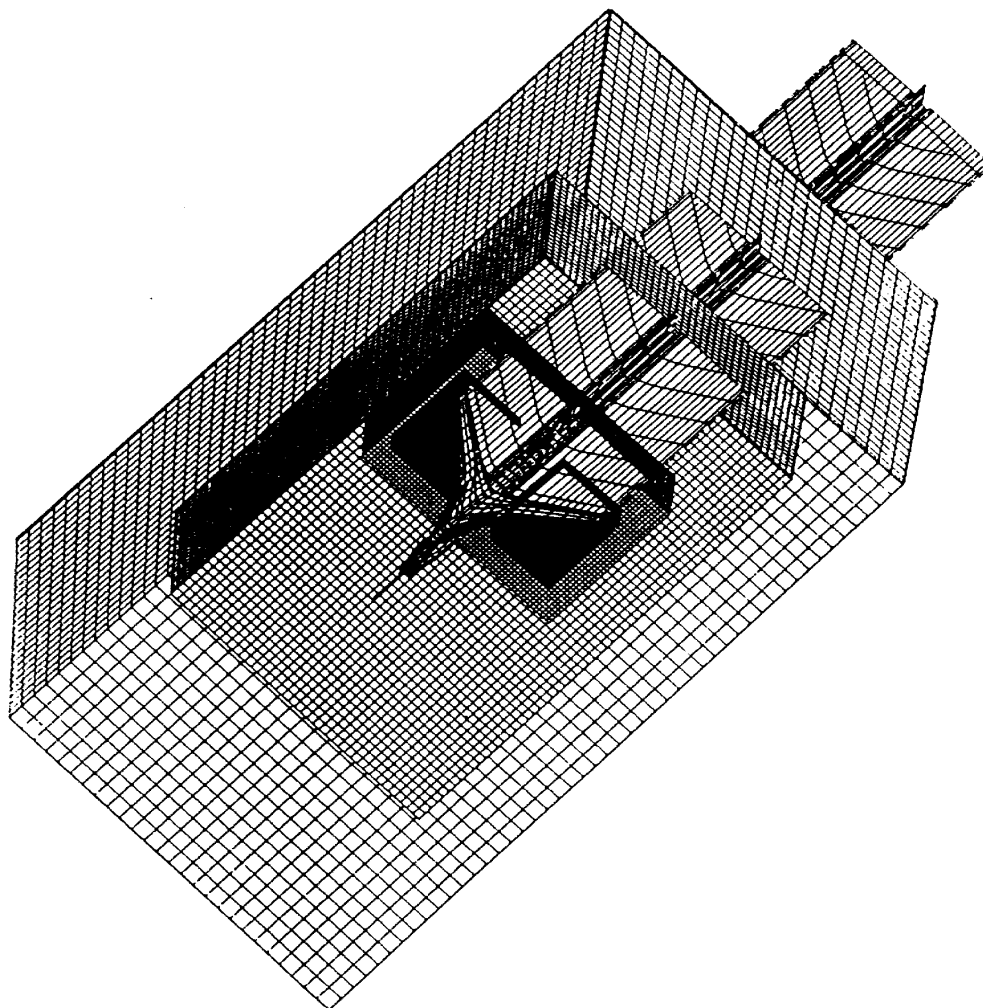


第39図 等マッハ数線分布, $M_\infty=0.9$, $\alpha=1^\circ$

第40図 等マッハ数線分布, $M_\infty=0.9$, $\alpha=1^\circ$

計算例(3)

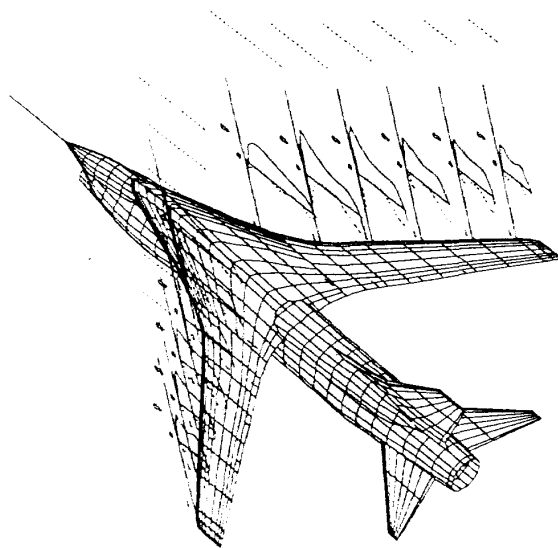
本計算例の対象物体は、胴体に主翼、水平尾翼および垂直尾翼が付いた形状である。機種名はTF-8Aでありその形状および実験模型寸法の概要は次のとおりである。模型の胴体主要長さは約1.40mであり頭部には空気吸入口を型取った部分と操縦室部分がある。中央部はエリヤー・ルールに基づき細くなり、後半部で再び太くなり後部には噴気口を型取った部分がある。胴体中央部には翼幅1.14mの主翼が付けられ胴体後部には翼幅0.48mの一对の水平尾翼がある。また胴体後部に高さ約0.3mの垂直尾翼が取り付けられている。主翼は胴体付根付近で翼弦長が約0.5mあり翼端のそれは0.09mである。主翼には後退角があり前縁が 44° 、後縁が 38° である。水平尾翼および垂直



第41図 航空機と格子領域

尾翼も共に $20^{\circ} \sim 30^{\circ}$ の後退角をもつ。主翼の一樣流方向の断面形は上下非対称であり、場所により翼型形状および厚み比が異なる。風洞測定部寸法は、高さおよび幅共に2.2mであり、長さが4.3mである。翼断面座標値等の詳しい内容は文献14)に記載されている。なお胴体断面形状は同文献には断面図の列として記載されている。そのため後に示す形状の形成にはそれらの断面図から読みとった座標値を用いた。

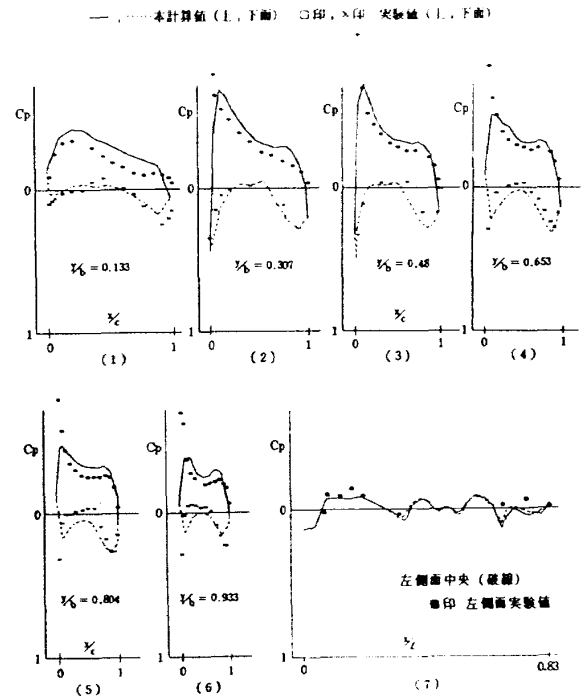
上記資料により本計算例に使用するために単位面で航空機外形を形成する。形成単位面の総数は、物体内部に入った部分も含めおおよそ1600である。後流不連続面は主翼左右の後縁から出るもの、水平尾翼の左右の後縁、垂直尾翼の後縁および胴体の後尾から出るものである。胴体部に予想される循環は胴体部後端から出る筒状後流不連続面により作られる。水平・垂直尾翼および胴体の後流不連続面は、その位置関係からつながった形状である。第41図には、航空機と後流不連続面および計算領域と格子領域を示す。航空機の位置および大きさと計算領域の広さの割合は、同航空機模型と風洞測定部との関係と同じである。格子領域は五部分に分け、格子間隔は四段階にとった。最も密な格子領域は左右の主翼を覆う部分に一对とりその格子間隔は胴体長を約140等分する割合である。またその格子は主翼付根付近($y/b=0.2$)を約20等



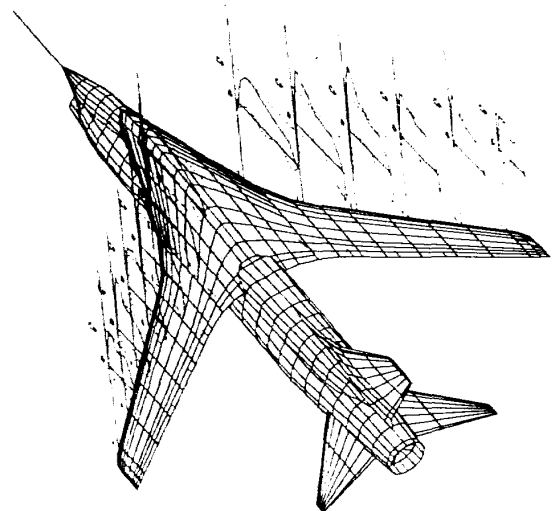
第42図 航空機翼面の圧力分布, $M_{\infty}=0.5, \alpha=4^{\circ}$

分し主翼先端付近を約8等分する割合である。

計算結果として $M_{\infty}=0.5, \alpha=4^{\circ}$ の場合の主翼断面圧力分布を第42図に示す。右翼断面位置は模型静圧孔測定位置に対応している。計算値と実験値の圧力分布を比較したものが第43図である。実線および破線が計算値であり□印および×印が実験値のそれぞれ上下面の値を示す。ただし同図(7)に関しては■印が胴体左側面中央位置における実験値を示す。主翼に関する比較では分布の傾向がほぼ合っていることがわかる。第44図および第45図には $M_{\infty}=0.8, \alpha=4^{\circ}$ の場合の圧力分布の概要と同分布の比較を示す。また第46図および第47図

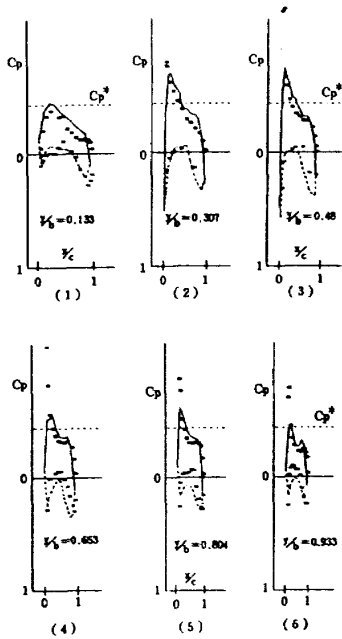


第43図 圧力分布の比較, $M_{\infty}=0.5, \alpha=4^{\circ}$

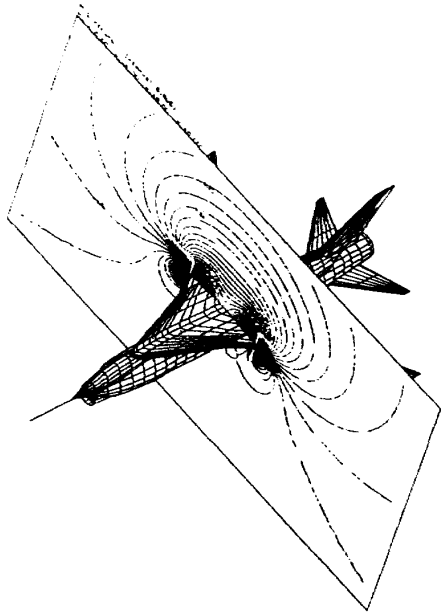


第44図 主翼面の圧力分布, $M_{\infty}=0.8, \alpha=4^{\circ}$

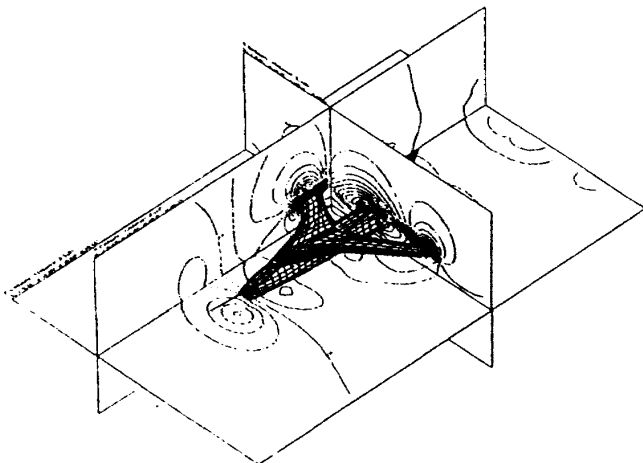
—, 本計算値 (上, 下面), ○, ×印 実験値 (上, 下面)



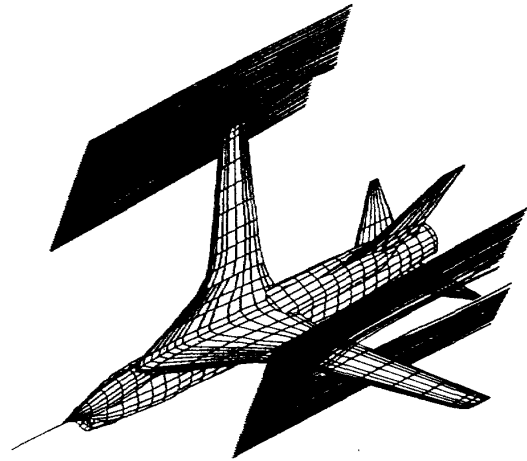
第45図 圧力分布の比較, $M_\infty=0.8$, $\alpha=4^\circ$



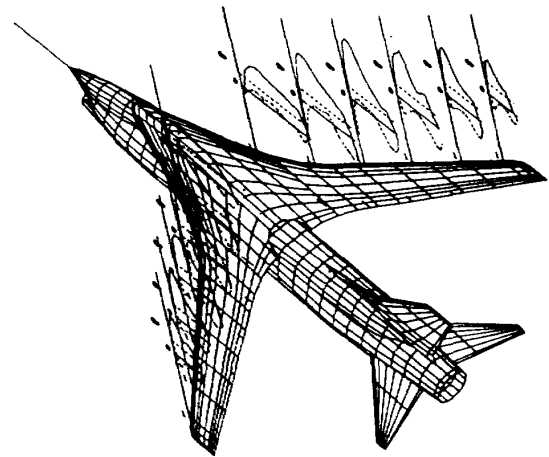
第46図 等マッハ数線分布, $M_\infty=0.8$, $\alpha=4^\circ$



第47図 等マッハ数線分布, $M_\infty=0.8$, $\alpha=4^\circ$

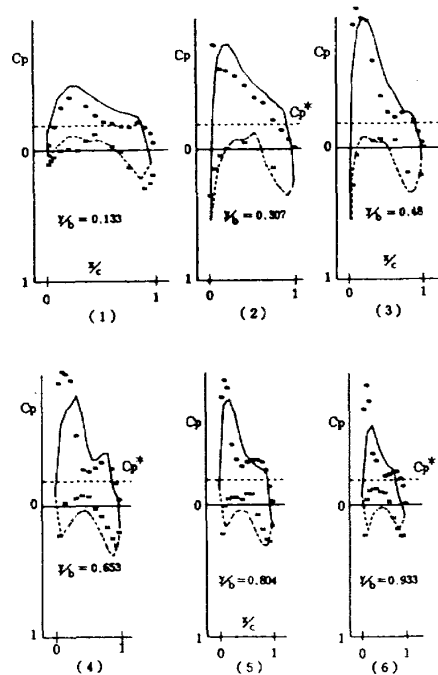


第48図 主翼周辺を通る流線の一部, $M_\infty=0.8$, $\alpha=4^\circ$



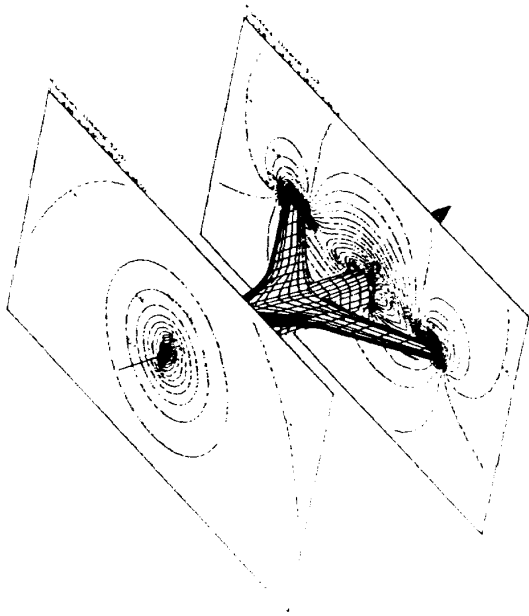
第49図 主翼面の圧力分布, $M_\infty=0.9$, $\alpha=4^\circ$

—, 本計算値 (上, 下面) ○印, ×印 実験値 (上, 下面)

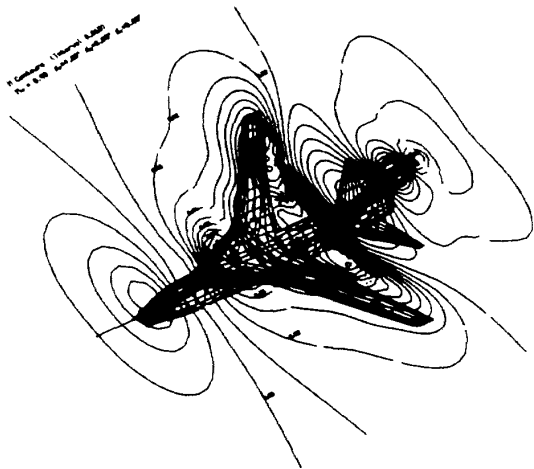


第50図 圧力分布の比較, $M_\infty=0.9$, $\alpha=4^\circ$

にはそのときの航空機周辺の等マッハ数線分布（計算値）を示す。さらに第48図には主翼端付近および主翼片側中央付近を通る流線の一部を示す。次の例として $M_\infty=0.9$, $\alpha=4^\circ$ の計算結果の圧力分布を第49図に示す。そのときの実験値との比較を第50図に示す。また航空機周辺のいくつかの平面内の等マッハ数線の分布を第51図および第52図に示す。本計算例の場合の計算所要時間は、格子形成に約5分、流れ計算に約40~60分であった。



第51図 等マッハ数線の分布,
 $M_\infty=0.9$, $\alpha=4^\circ$



第52図 等マッハ数線の分布,
 $M_\infty=0.9$, $\alpha=4^\circ$

5. む す び

本報告内容を関連項目別に分けて挙げると、基礎方程式と差分計算物体と計算格子、境界条件と後流不連続面、衝撃波捕捉および計算行程と計算例である。各項目ごとの考察などまとめは次のとおりである。

流れの基礎方程式として主副の二従属変数に関する連立方程式を用いた。そのうちの一式を主変数に関する見掛上線形にして解を逐次的に求める方法をとった。その結果、計算の収束性が保て、超・亜音速域を問わず大部分の差分形に変化がなく物理直交格子における計算処理の煩雑さの多くを回避できた。

流れ計算対象の物体外形を微小三角面の集合として表わす外形形成法を用いた。また計算格子は互に直交する直線群から生成される物理直交格子を用いた。そして空間内の平面と直線の方程式を駆使して物体・格子干渉計算法を用いた。その結果、物体近傍の不規則格子点に係わる差分計算に必要な位置や距離情報を容易に得ることができた。また主翼、尾翼および胴体等を備えた複雑な形態の航空機を流れ計算対象に容易にすることができた。

計算領域を一樣流方向と平行および垂直な面をもつ直方体形状の内部領域とした。上記平行面上および物体上で流れが沿う条件、垂直面上で一樣流方向速度成分を規制する条件を与えた。これにより風洞測定部内の流れを模擬する条件を与えることができ、循環がある流れにも対応できた。次に後縁があり揚力をもつ物体に対してはその後縁位置に依存した後流不連続面を設けた。それを速度ポテンシャルの不連続面として物体外形と同様に微小三角面で形成した。そしてその面では対応する後縁の後縁条件を満足するような条件を与えた。これにより主翼、尾翼等各翼について同不連続面を独立に設置でき、揚力をもつ複雑な形状物体に対応できた。

衝撃波を格子間隔単位の不連続面として扱った。衝撃波の捕捉は、計算過程における局所流れ方向の変化とマッハ数変化を把握し衝撃波関係式から

判断されて行われた。その結果比較的粗い格子においても衝撃波を不連続として捕えることができた。また本衝撃波捕捉法の導入が流れ数値計算の収束性に支障がないことが分った。

数値計算実行例として三次元翼、翼胴結合体および全機形態航空機の三種類の物体に対する遷音速流計算を試みた。各例ともに物体と計算領域の寸法の割合を模型と風洞測定部の同割合とほぼ同じにとった。そして本計算結果と風洞実験値との比較を行った。その結果、衝撃波に関して自然現象が示す滑らかさに欠けるがその位置がほぼ合っていて捕捉法がほぼ妥当であろうことが推定できた。

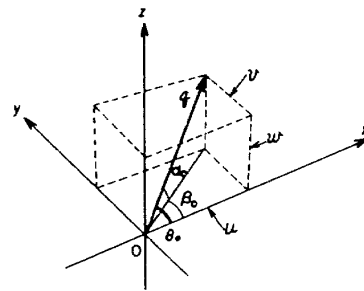
計算行程全般に言及すれば、物体外形および格子の形成は容易であり差分近似式に必要な格子点情報の収集も容易であった。しかし衝撃波捕捉法の簡略化および精度向上に必要な計算速度の高速化を目的とする計算法改善の課題が今後に残る。

謝 辞

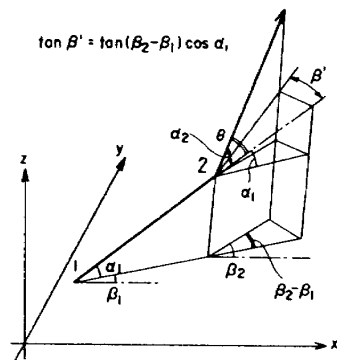
本解法に関する貴重なご意見を東京大学の佐藤淳造教授から賜った。ここに謹んで謝意を表す。

付録 A 二つの流れのなす角

説明の便宜上第A1図に示すように x, y, z 軸原点の流速を q とし各軸の速度成分を u, v, w とする。各速度成分は $u = \partial\phi/\partial x, v = \partial\phi/\partial y, w = \partial\phi/\partial z$ と速度ポテンシャルから得られる。原点における流れ方向の xy 平面となす角を α_0 とする。その方向線の xy 平面への投影線と x 軸とのなす角を β_0 とする。また流れ方向と x 軸とのなす角を θ_0 と書くことにする。各角度を速度成分で表わすと $\tan \alpha_0 = w/\sqrt{u^2 + v^2}, \tan \beta_0 = v/u$ および $\tan \theta_0 = \sqrt{v^2 + w^2}/u$ となる。これにより α_0, β_0 から $\tan^2 \theta_0 = \tan^2 \alpha_0 + \tan^2 \alpha_0 \cdot \tan^2 \beta_0 + \tan^2 \beta_0$ の関係が得られる。この θ_0 は原点における流れ方向と x 軸、すなわち一様流方向となす角であり、一様流に対するふれの角である。一様流方向とは異なる二つの流れ方向のふれの角を算出するには、どちらか一方を基準として上記の α_0, β_0 に当る角度を求めればよい。第A2図に示すように位置1における流れ方向 θ_1 の成分を (α_1, β_1) 、位置2におけるそれ θ_2 を (α_2, β_2) とする。位置1における方向を基準にして先の α_0 に相当する角



第A1図 流れの方向と速度成分

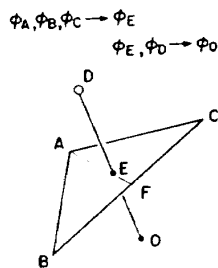


第A2図 二つの流れ方向の差

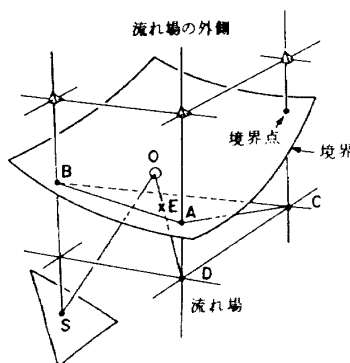
度を α' と書くと、それは $\alpha' = \alpha_2 - \alpha_1$ である。そのとき β_0 に相当する角を β' とすると $\tan \beta' = \tan(\beta_2 - \beta_1) \cos \alpha_1$ で与えられる。その関係は、同図の位置 1 における流れ方向を先の第 A1 図の x 軸方向と見做して考えれば判る。この α' 、 β' を用いて先の場合と同様に θ_1 と θ_2 の間のふれの角 θ が算出される。

付録 B 補間計算

一般に格子点および境界点と異なる補間点における ϕ 等の値は近くの格子点や境界点における値から補間される。第 B1 図において点 O を格子点および境界点上にない任意位置の点とする。点 O に近い点のうち流れ場にある格子点等で一平面上にない四つの点 A, B, C, D をとる。その内の三つの点 A, B, C で決まる平面と点 O と D で決まる直線からその交点 E を求める。同平面上の直線 AE と BC の交点を F とする。点 B, C における値 ϕ_B, ϕ_C から ϕ_F を求め ϕ_F と ϕ_A から ϕ_E を求める。そして ϕ_E と ϕ_D から点 O における値 ϕ_O を求める。これらはすべて単純な直線配分計算である。次に具体的な場合を想定した第 B2 図に例をとる。物体等の境界点 S の法線上にとられた点 O が他の物体境界内



第 B1 図 一平面上にない四つの点



第 B2 図 境界付近における補間

部に位置した場合とする。点 O に近い境界点として A, B と格子点 C, D をとる。この中の三点、例えば点 A, B, C の座標値から平面の方程式を作る。残りの点 D と点 O の座標値から直線の方程式が作られる。両式の交点 E が決められる。これらの点の位置関係を用いて点 O における ϕ 等の値が格子点および境界点における値から決められる。同図は点 O が流れ場外に位置する特別な例があるが、通常は点 O は流れ場内にあり周囲の四点は格子点である。

文 献

- 1) H. W. Emmons : The Numerical Solution of Compressible Fluid Flow Problems, NACA TN-932 (1944).
- 2) 中村 : 複数翼をすぎる二次元非圧縮ポテンシャル流の緩法による計算, NAL TR-309 (1973).
- 3) L. A. Carlson : Transonic Airfoil Flow Field Analysis using Cartesian Coordinates, NASA CR-2577 (1975).
- 4) C. W. Boppe : Computational Transonic Flow about Realistic Aircraft Configurations, AIAA Paper 78-104 (1978).
- 5) L. L. Erickson, M. D. Madson, and A. C. Woo : Application of the TRANAIR Full-Potential Code of Complete Configurations, ICAS-86-1.3.5 (1986).
- 6) U. G. Nävert and Y. C. Sedin : Transonic Computations about Complex Configurations using Coupled Inner and Outer Flow Equations, ICAS-86-1.3.4 (1986).
- 7) 中村 : 衝撃波を不連続面とした遷音速流数値解法, 第19回流体力学講演会 (1987).
- 8) M. Nakamura : Numerical Design of a Shockless Transonic Quasi-Aircraft, Jour. Phys. Soc. Japan, Vol.52, No.8 (1983).
- 9) 中村 : 衝撃波関係を強制した遷音速流数値解法, NAL TR-997 (1988).
- 10) H. W. Liepman and A. Roshko : Elements of Gasdynamics, John Wiley & Sons, Inc.,

- New York (1960).
- 11) 中村：航空機周辺物理直交格子の形成, NAL TR-956 (1987).
 - 12) V. Schmitt and F. Charpin: Pressure Distributions on the ONERA-M6-WING at Transonic Mach Numbers, AGARD-AR-138 (1979).
 - 13) D. A. Treadgolf, A. F. Jones and K. H. Wilson : Pressure Distribution Measured in the RAE 8ft×6ft Transonic Wind Tunnel on RAE Wing 'A' in Combination with an Axi-Symmetric Body at Mach Numbers of 0.4, 0.8 and 0.9, AGARD-AR-138 (1979).
 - 14) C. D. Harris and D. W. Bartlett : Pressure Distributions Measured on a NASA Supercritical-Wing Research Airplane Model, AGARD-AR-138 (1979).
 - 15) 石黒：遷音速翼まわり完全ポテンシャル流の数値解析, NAL TR-731 (1982).
 - 16) 石黒：翼胴結合体まわり非粘性圧縮流の数値解析, NAL TR-881 (1985).

航空宇宙技術研究所報告1008号

昭和63年12月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺東町7丁目44番地1
電話三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182
印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川2-27-12

Printed in Japan