

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-1063

構造信頼性評価に対するファジイ情報の導入

—ファジイ・ベイジアン・アプローチ—

伊藤 誠 — ・ 板垣 浩

1990年 5月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

構造信頼性評価に対するファジイ情報の導入

— ファジイ・ベイジアン・アプローチ —*

伊藤 誠一** 板垣 浩***

APPLICATION OF FUZZY-BAYESIAN ANALYSIS TO STRUCTURAL RELIABILITY

By

Seiichi ITO and Hiroshi ITAGAKI

ABSTRACT

The purpose of this study is to develop the fuzzy-Bayesian approach for decisions on the proper inspection schedule needed to maintain structural reliability. It is pointed out that subjective information is often given in inspection results because of the fuzzy environment which arises from the inspectors' judgement. Therefore, it is difficult to make use of the fuzzy information under conventional statistical theories. In this study, an attempt is made to investigate the fuzzy information expressed in terms of linguistic variable and to consider the fuzzified Bayes' theorem in order to obtain posterior probability from the information. According to this approach, *a priori* uncertain parameters are estimated from the data collected during in-service inspections. Numerical examples are presented to demonstrate the effectiveness of fuzzy information which is useful for maintaining structural integrity.

概 要

構造物の耐損傷性を維持するため、構造検査で得られる統計的情報及びファジイ情報の双方を有効に利用できる構造信頼性評価法を提案した。ファジイ情報が信頼性解析にどの程度有効であるか、検査結果から疲労寿命分布および損傷発見確率に関する未知母数を推定する問題に本法を適用し、検討を加えた。その結果、ファジイ情報が情報としての価値を備えており、信頼性評価に有用であることが認められた。

記 号

-
- * 平成2年3月23日
 - ** 機体部
 - *** 横浜国立大学工学部

- A_{1i}, A_{2j} : 焦点要素
- A_K : 部分集合
- a, b, c : 疲労き裂長さ

$D(x)$: x なる長さのき裂発見確率	α	: 形状母数
$\bar{D}(x)$: き裂非発見確率	β	: 尺度母数
$\underline{F}, \underline{G}$: ファジイ集合, ファジイ事象	β_U, β_L	: β の上下限
F_{t_0}	: き裂発生分布関数	ΔT	: 検査間隔
f_{t_0}	: き裂発生確率密度関数	θ	: 未知母数
$g^{(0)}$: 事前分布	μ	: 帰属度関数
$g^{(1)}$: 事後分布	μ'_F, μ'_G	: $\underline{F}, \underline{G}$ に属する確信量
$g^{*(0)}$: ファジイ要因を考慮した事前分布	μ'_F, μ'_G	: $\underline{F}, \underline{G}$ に属さない確信量
h	: き裂分布	μ_{TOTAL}	: 矛盾量を考慮した最終的な帰属度関数
h^*	: 残存き裂分布	μ_ϕ	: 矛盾量
L_N	: 構造全体の尤度	ϕ	: 空集合
L_n	: 構造部位 n の尤度	ϕ_{TOTAL}	: すべての予盾量
M, τ	: き裂進展評価関数		
m	: き裂発見確率曲線における未知母数		
m_1, m_2	: 基本確率		
m_U, m_L	: m の上下限		
N	: 構造物中における同種構造部位の数		
n	: 部位番号		
P	: 確率		
P_D	: き裂発見確率		
P_{ND}	: き裂非発見確率		
p_D	: き裂発見確率密度関数		
q	: 推移確率		
R_{t_0}	: き裂発生に対する信頼度関数		
s	: 検査回数		
S, D	: 定数		
$\underline{S}, \underline{M}, \underline{L}$: ファジイ変数		
S, Π, Z	: 標準帰属度関数		
T_1, \dots, T_s	: 検査時刻		
t_0	: き裂発生時間		
t_1, t_2	: 時間		
V_F, V_G	: ベイグネス関数		
$\underline{V}_{FS}, \underline{V}_{GS}$: ベイグネス関数“SURELY”		
$\underline{V}_{FR}, \underline{V}_{GR}$: ベイグネス関数“ROUGHLY”		
V_{TOTAL}	: 矛盾量を考慮したベイグネス関数		
V_{TOTAL}^*	: 予盾量を考慮しないベイグネス関数		
X	: 統計的事象		
x	: 損傷の大きさ(き裂長さ)		
x_0	: 検査により発見可能な最小き裂長さ		
x_A, x_B	: 定数		
x_C	: フェイルセーフき裂長さ		

1. 緒言

構造物の信頼性解析で扱う不確実要因は、荷重とか材料強度のばらつきのように自然現象に起因する客観的なもの(randomness)と、統計的取り扱いの不可能な不確実性を有する定性的要因とに大きく分けることができる。十分に資料が収集されていれば、前者の客観的要因の性質は確率統計論を用いて評価できる。これに対して、後者の不確実要因は、多くの場合、人間の主観に基づき評価がおこなわれるので、ファジイ要因(fuzziness)として定義される。実構造物の安全性を論じる場合、情報不足、あるいは状況が複雑であるために専門技術者の意見・判断にゆだねられる項目も多く、これらのファジイ要因の評価は、構造信頼性における重要な課題となっている^{1),2)}。

1965年 Zadehにより提案されたファジイ理論は³⁾、このような人間の行動や思考過程に含まれるあいまいさを定量化し、数学的に表現しうる解析方法として各種の分野に応用されている。構造信頼性評価への最初の応用は Blockelyによりおこなわれ⁴⁾、そこでは主観的不確実さの構造信頼性に及ぼす影響を考慮し、破壊確率をファジイ集合で表現している。その後白石、古田、Yaoらにより構造工学全般にわたり拡張され^{5),6),7)} 現在では構造設計、安全性診断に対する実用化に向けて、いくつかの研究が試みられている^{8),9),10)}人間の持つ経験的事実を尊重し、これを定量的に評価の中へ取り入れることが、これらの研究に共通する特徴である。

一般に、構造物の安全性・信頼性の確保には、外的条件としての荷重や構造物の強度などの統計的性質を考慮した設計が必要であるとともに、運用期間中における構造検査が重要な役割を果たしている。適切な検査計画を得るためには、構造物における損傷の発生、内在する欠陥の拡大、損傷を発見できる能力などの構造破壊に直接係る多くの不確実要因を評価しなければならない。構造物の安全運用を保証する検査方針の設定には、確率統計論に基礎を置く信頼性工学の適用が不可欠である。

しかしながら、様々な理論が提案されている疲労寿命を例にみても明らかなように、これらの理論が実際の現象を必ずしもうまく説明できるものではなく、一般には従来から得られている資料に適合するモデルを採用し、評価を得ることになる。それゆえ、これらの評価には知識の欠如とか情報不足ゆえにモデル化における仮定や近似が入り込み、破壊力学あるいは統計的手法では解決できない不確実性が存在する。一方、構造運用中の検査結果は、フィールド・データとして検査方針の改善に役立つ有力な情報源であるが、検査結果には、測定機器の使用制限などによる不正確さ、検査者の主観的解釈など、経済的、時間的な制約に起因するあいまい性が含まれている。

従来より、構造信頼性評価においては、上記した統計的手法では扱いにくい不確実性に対し、経験に裏づけられた専門技術者の判断により評価をおこない、問題の解決をおこなってきた。このことは、主観的な要素を多分に含む情報が信頼性評価に重要な影響を与えることを示唆している。

このような背景から、本研究では、主観的あいまいさを定量的に評価し得るファジイ理論を構造物の健全性を維持する問題に適用し、構造検査で得られた統計的情報およびファジイ情報（あいまい情報）の双方を有効に利用できる構造信頼性評価方法を提案する。そして、ファジイ情報が構造信頼性維持にどの程度有効であるか、ファジイ・ベイズ理論を用い、構造検査結果から損傷要因の未知母数を推定する問題^{11),12)}を例として検討をおこなう。

2. ファジイ・ベイズ解析

2.1 ベイズの定理

現在、経済的背景から既存構造物の寿命延長が計られており、構造安全性の維持が重要な問題となっている¹³⁾。特に経年構造物は疲労欠陥、腐食などの損傷が潜在する可能性が高いため、致命的な構造破壊に至らぬよう、安全性確保に留意した構造運用管理が要求される。そこでは耐損傷設計に代表されるように、非破壊検査法による構造検査が、構造システムの望ましい安全性、信頼性を維持するうえで重要な役割を果たしている¹⁴⁾。

高信頼性を要求される構造物では、一般に繰り返しの検査がおこなわれる。そのような状況下での構造信頼性については、Yang, Shinozuka らにより詳細な検討がなされている^{15),16)}。しかし、これらの解析の中で得られる信頼度は運用開始以前に推定するいわば事前確率であり、検査結果や検査に基づく保守などの事実を考慮するものではない。したがって、事前に設定する各要因の確率分布および分布を定めた情報量によっては、結果の推定値に多くの不確実性が残る。それゆえ、このあいまい性を減じるためにはかなり多量の事前情報が必要となる。

これに対する有効な手法にベイズ解析がある¹⁷⁾。ベイズの方法は、統計的特性を事前に定めることができない不確実要因に対して、従来の経験などの主観的判断を導入することができる。ベイズの定理を以下に示す。

$$P(\theta_i | X) = P(X | \theta_i) \cdot P(\theta_i) / P(X) \quad (1)$$

$$P(X) = \sum_i P(X | \theta_i) \cdot P(\theta_i) \quad (2)$$

ここで、 $P(\theta_i)$ は推定すべき要因 θ 、または未知母数 θ の取りうる値に対する確信の度合いを示す主観確率であり、また $P(X)$ は事象 X の生起確率を示す。(1)式は事象 X が生じたことを知ったとき、その原因が θ_i となる確率を表す。すなわち、事前確率 $P(\theta_i)$ は統計的事象 X を得た後に事後確率 $P(\theta_i | X)$ となり、事象 X の起こる以前に持っていた確信の度合いが $P(\theta_i | X)$ に変化することを示している。また

$P(\theta_i | X)$ は次の情報に対する事前確率でもある。したがって、情報が得られる度に(1)式を順次繰り返すことで精度の高い θ の推定値が得られる。

このようにベイズの方法では、主観的情報の導入による情報不足の克服、ならびに客観的情報のフィードバックが、従来の統計的手法と大きく異なる特徴である。図1に示すように、事前の情報および検査結果を解析に反映させることのできるベイズの方法は、構造信頼性に対する有効な評価方法であり、その重要性が認識されている^{18)~22)}。

2.2 ファジィ・ベイズ則

本研究では耐損傷設計の概念に従い、構造部位の疲労損傷に焦点を絞る。そして構造安全性を維持するために定期検査を行い、損傷部材が発見されればそれを修理または交換するモデルを想定する。疲労損傷は確率要因であるが、その母数のうちで事前に決められない不確実なものを、検査結果からベイズの定理を用いて推定し、それを利用して将来の検査計画を作成することを考える²³⁾。

検査の目的は重大事故に結びつく強度劣化型損傷を早期に発見し、部材補修・交換などの適切な処置を施すことにより構造安全性を高いレベルで維持することにある。また検査で得られた結果は同種構造物の運用あるいは設計に反映させることができ、大規模構造物のような少量生産品に対しては有益な情報源となる。

しかしながら構造検査で得られる情報は常に明確であるとは限らない。これらの情報の中には技術者の経験とか直感などの主観的要因が介在し、あいまいさを本質に含むものもある。たとえば目視検査では、検査時の環境によっては損傷程度を正確に把

握することが難しく、検査者の定性的な評価に依存せざるをえない場合がある。すなわち“大きさa mmの損傷が発見された”という情報ではなくて“小さな損傷を発見した”とか、あるいは“非常に小さなき裂が発見された”など、情報が数値で与えられない場合である。(1)式のベイズの定理から明らかなように、損傷の大きさが数量化されてなければ、事前確率 $P(X | \theta_i)$ を計算できないので、これらのあいまいな情報を直接にはベイズ解析で取り扱うことは不可能となる。そこで、上述の漠然とした表現をファジィ集合で表し、言語変数として扱う。すなわち情報として、 $\mu_{\underline{F}}(x)$ なる帰属度関数で定義されたファジィ集合： \underline{F} を考慮する。ここで x は損傷の大きさを表す。そして、未知母数 θ の事後確率 $P(\theta_i | \underline{F})$ を得るために、ファジィ情報 \underline{F} も対応できるように、ベイズの定理を拡張する(図1)。ファジィ事象の確率の定義²⁴⁾より、条件付き確率 $P(\underline{F} | \theta_i)$ は帰属度関数 $\mu_{\underline{F}}(x)$ を用いて、(3)式で表される。

$$P(\underline{F} | \theta_i) = \sum_x \mu_{\underline{F}}(x) \cdot P(x | \theta_i) \quad (3)$$

これより、ファジィ事象 \underline{F} の生起確率は次式になる。

$$\begin{aligned} P(\underline{F}) &= \sum_x \sum_i \mu_{\underline{F}}(x) \cdot P(x | \theta_i) \cdot P(\theta_i) \\ &= \sum_x \mu_{\underline{F}}(x) \cdot P(x) \end{aligned} \quad (4)$$

(3), (4)式より、ファジィ情報 \underline{F} を得た場合の θ の事後確率は次式から求まり、この式をファジィ・ベイズ則と称する²⁵⁾。

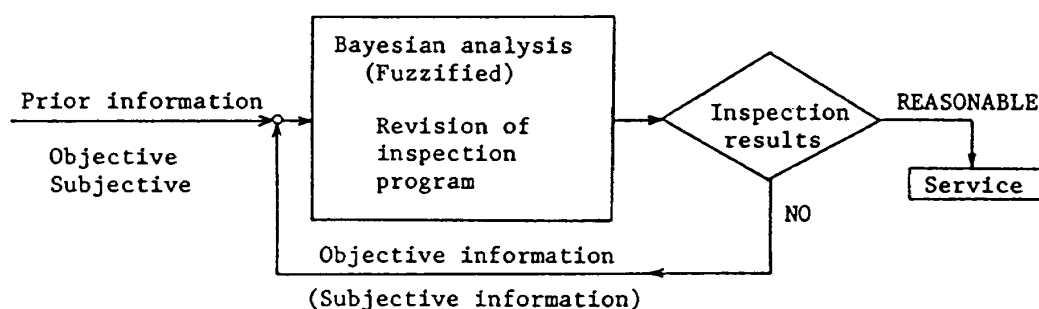


図1 ベイズ構造信頼性解析

$$P(\theta_i | \tilde{F}) = \sum_x \mu_{\tilde{F}}(x) \cdot P(x | \theta_i) \cdot P(\theta_i) / P(\tilde{F}) \quad (5)$$

損傷の大きさ x が明らかであれば、上式の帰属度関数 $\mu_{\tilde{F}}(x)$ は対応する x で 1、他の x で 0 のクリस्पな値を取り、この場合(5)式は従来のベイズの定理 (1)式) を表すことになる。

Yaoらは構造信頼性の問題を、解析で扱う情報源により四つに大きく分類している(図2)²⁶⁾。図よ

り明らかなように、従来の統計的手法に有効である情報はCase 1であり、Case 3の情報が事前の主観確率を利用できるベイズ解析法に対応する。しかしCase 4に示すように、実際の問題では確率・統計的でない不確実性が必然的に含まれ、事前および運用中に収集された情報にあいまいさが存在するのを避けることはできない。これに対して、上述したファジイ・ベイズ法はすべてのCaseの情報を評価でき、より実情に即した解析法であるといえよう。

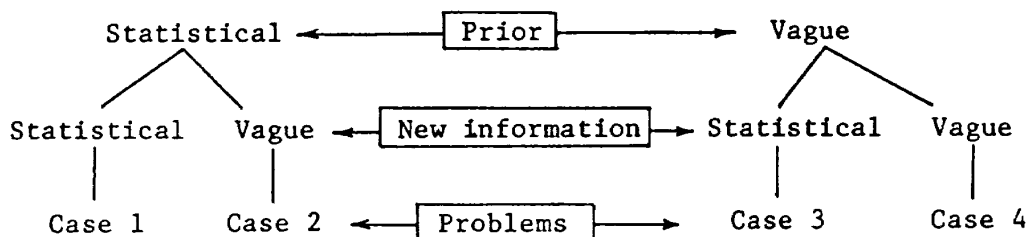


図2 情報の流れ Yaoら²⁶⁾

3. 損傷要因

ここでは疲労損傷に関する要因について以下に示す仮定を設けた。

- (1) 構造物には、統計的に独立である同種の構造危険部位が N 個所存在し、それぞれの部位に一つの疲労き裂が発生する。
- (2) 運用開始後、すべての構造部位は定期検査を受ける。そして疲労き裂が発見された場合には、その構造部位の補修あるいは部材交換が施され、構造部位の疲労強度特性は初期の状態に復帰する。
- (3) 構造部位の過去の検査履歴はすべて既知である。
- (4) 疲労き裂はフェイル・セイフ長さ x_c 以上には進展しないとす。そして構造部位の残留強度を理想化し、構造部位の破壊はないと考える。
- (5) 疲労き裂の発生 (TTCI: time to crack initiation) : 検査により発見可能な最小き裂長さ x_0 の疲労き裂の発生する時間 t_0 の確率分布は、次式の 2 母数ワイブル分布におく。

$$f_{t_0}(t_0 | \beta) = \alpha / \beta (t_0 / \beta)^{\alpha-1} \exp\{- (t_0 / \beta)^\alpha\} \quad (6)$$

TTCIに関する未知要因を尺度母数 β とする。したがって、(6)式は未知母数 β の条件付きワイブル確

率密度関数を意味する。簡単化のため、形状母数 α については既知とした。TTCIの分布関数は次式で与えられる。

$$F_{t_0}(t_0 | \beta) = 1 - \exp\{- (t_0 / \beta)^\alpha\} \quad (7)$$

- (6) き裂発見確率 (POD: probability of detection) : 次式に示すき裂発見確率を用いる。

$$D(x | m) = \begin{cases} [(x-x_0)/(x_B-x_A)]^m, & x_A \leq x \leq x_B \\ = 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

$$\bar{D}(x | m) = 1 - D(x | m)$$

ここで、 x_A, x_B は定数である。TTCIの場合と同様に、関数形は与えられているが、そのうちのパラメータ m が不確実要因であると考え。

- (7) 疲労き裂進展: 疲労き裂進展特性を評価するために種々の提案がなされているが、ここでは進展挙動を確率過程に捉える方法を考慮した。その一例として、ある時刻におけるき裂長さの分布、あるいはあるき裂長さに至るまでの寿命分布などを簡潔に記述できる非定常ポアソンモデル²⁷⁾を用いた。これによると、時刻 $t_2 > t_1$ におけるき裂長さ x の確率特性が次式により定められる。

$$q(x; t_2 | x_1; t_1) = \exp \{-M(x-x_1)\} \cdot$$

$$\{-M(x-x_1)\}^{t_2-t_1-1} \cdot \tau(x-x_1) / (t_2-t_1-1)! \quad (9)$$

上式において、 $M(x), \tau(x)$ はそれぞれ(10)式より与られる。図3に示すように、(10)式は原モデルの初期き裂長さ x_0 を任意長さ x_1 に置き換えたものである。

$$\begin{cases} M(x) = S \cdot \exp\{-D \cdot (x_1 - x_0)\} \cdot [1 - \exp\{-D \cdot (x - x_1)\}] \\ \tau(x) = d\{M(x)\} / dx \end{cases} \quad (10)$$

なお、き裂進展特性を表すパラメータ S, D は実験から定められる。

(8) ファジイ事象：本研究では、ファジイ事象として検査により発見されたき裂の長さがいまいである場合を取り扱う。これらの事象を三つの言語変数：“SMALL, MEDIUM, LARGE” で表し、図4に示すように対応する帰属度関数をそれぞれ $\mu_S(x), \mu_M(x), \mu_L(x)$ とすると、大きさ“ a ”なる損傷の“SMALL” に属する度合いは $\mu_S(a)$ ，“MEDIUM” に属する度合いは $\mu_M(a)$ となる。したがって、検査で得られた情報は、長さが既知であるき裂発見の事象、き裂非発見の事象、そして“SMALL, MEDIUM, LARGE” なる長さのき裂を発見したというファジイ事象からなる。

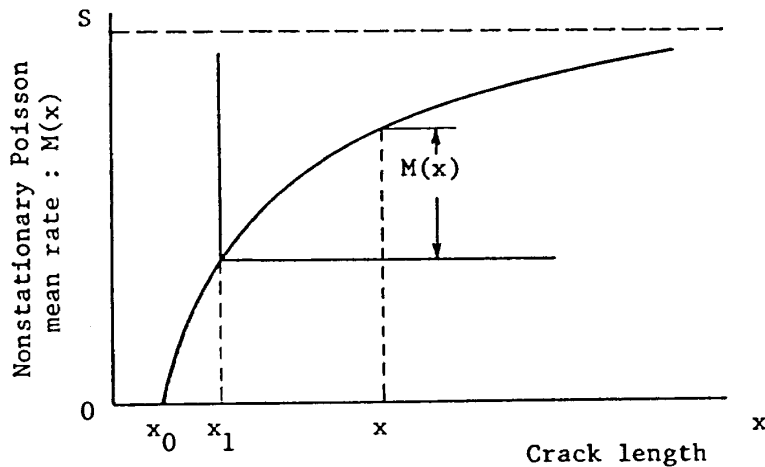


図3 平均き裂進展率

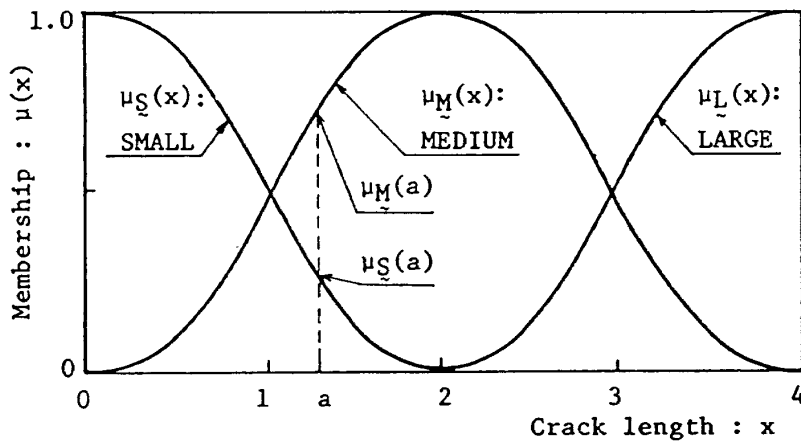


図4 損傷の大きさに対する言語変数と帰属度関数

4. 検査モデルの定式化

4.1 検査で得られる事象の生起確率

前節においては、構造疲労に関する危険個所を一つの構造部位で代表させ、この部位の疲労き裂の発

生と進展を定義した。ここでは図5に示すように、損傷を有する構造部位が ΔT の等間隔で繰り返し検査を受ける場合について、各検査時で生起する事象の確率を求める。そして、これらの事象確率からベイズ解析に必要な尤度を求め、母数推定をおこなう。

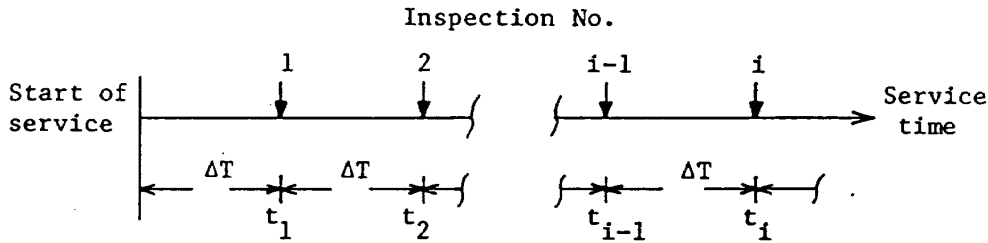


図5 構造検査

(1) 統計的事象

運用開始後、あるいは部材補修後、構造部位が時刻 $t_i (= i \cdot \Delta T)$ で i 回目の検査を受ける場合、検査後に生起する事象はき裂を発見した場合と発見できなかった場合の事象から構成される²⁸⁾。これらの生起確率は以下のように求めることができる。

i 回目検査前におけるき裂の分布： $h(x; t_i)$ は、疲労き裂の発生および進展の評価である(6)、(9)式、そして $(i-1)$ 回目検査まで発見できずに残存したき裂分布： $h^*(x; t_{i-1})$ を用いて(11)式のように書ける。

$$h(x; t_i | \beta, m) = \int_{t_{i-1}}^{t_i} q(x; t_i | x; t_{i-1} | x_0; 0) \cdot f_{t_0}(t_0 | \beta) dt_0 + \int_{x_0}^{xc} q(x; t_i | x; t_{i-1}) \cdot h^*(x; t_{i-1} | \beta, m) dx \quad (11)$$

これから、 x なる長さのき裂を発見できる確率、 i 回目検査におけるき裂発見確率および非発見確率を導けば、次のようになる。

$$P_D(x; t_i | \beta, m) = h(x; t_i | \beta, m) \cdot D(x | m) \quad (12)$$

$$P_D(t_i | \beta, m) = \int_{x_0}^{xc} h(x; t_i | \beta, m) \cdot D(x | m) dx \quad (13)$$

$$P_{ND}(t_i | \beta, m) = \int_{x_0}^{xc} h(x; t_i | \beta, m) \cdot \bar{D}(x | m) dx + R_{t_0}(t_i | \beta) \quad (14)$$

ただし、(7)式より、 $R_{t_0}(t_i | \beta) = 1 - F_{t_0}(t_i | \beta)$ である。そして、 i 回目の検査後に残存するき裂の分布関数が次式に書ける。

$$h^*(x; t_i | \beta, m) = h(x; t_i | \beta, m) \cdot \bar{D}(x | m) \quad (15)$$

(2) ファジイ事象

以上の各式は統計的事象の生起確率を示す。これに対してファジイ事象 \underline{F} の生起確率は、(4)式の定義から、対応する帰属度関数 $\mu_{\underline{F}}(x)$ および (12) 式の x なるき裂を発見できる確率を用いて、次式で与えられる。

$$P_D(\underline{F}; t_i | \beta, m) = \int_{x_0}^{xc} \mu_{\underline{F}}(x) \cdot h(x; t_i | \beta, m) \cdot D(x | m) dx \quad (16)$$

なお上式までの定式化においては、各事象の生起確率を $(i-1)$ 回目検査までき裂が発見されないという条件付きで求めている。したがって、き裂分布関数の基準化をここでは考慮しない。

4.2 母数推定

構造検査で得られた結果を用い、TTCIの尺度母

数 β と POD 曲線の指数 m を推定する。ある構造部位 n において、過去に s 回 (時刻: T_1, T_2, \dots, T_s) すべてファジイ事象であるき裂が発見され、部材交換がなされた場合を考える。この部位が i 回目検査時にファジイ事象のき裂を発見した際の尤度は(16)式を用いて、次式になる。

$$L_n(i|\beta, m) = P_D(\underline{F}; T_1|\beta, m) \cdot P_D(\underline{F}; T_2 - T_1|\beta, m) \cdot \dots \cdot P_D(\underline{F}; T_i - T_s|\beta, m) \quad (17)$$

一方、 i 回目検査でき裂非発見の場合の尤度は、上式の右辺最終乗数を(14)式で置き換えることにより、次式で与えられる。

$$L_n(i|\beta, m) = P_D(\underline{F}; T_1|\beta, m) \cdot P_D(\underline{F}; T_2 - T_1|\beta, m) \cdot \dots \cdot P_{ND}(T_i - T_s|\beta, m) \quad (18)$$

なお、ある検査結果の事象がファジイ事象ではなく、損傷の大きさが明らかな場合には(16)式の代わりに(12)式を用いて尤度を求めれば良い。

構造全体の尤度は、検査した部材のき裂発見と非発見に対応して、(17)または(18)式を選択し、また構造

部位の独立性から、次式で表される。

$$L_N(i|\beta, m) = \prod_{n=1}^N L_n(i|\beta, m) \quad (19)$$

ここで、未知母数に対する事前分布を $g^{(0)}(\beta, m)$ と置けば、ファジイ・ベイズ則より、 i 回目検査後の未知母数の事後分布は次式で与えられる。

$$g^{(i)}(\beta, m) = L_N(i|\beta, m) \cdot g^{(0)}(\beta, m) / \int_{\beta_L}^{\beta_U} \int_{m_L}^{m_U} (\text{Numerator}) \, dm \, d\beta \quad (20)$$

上述した推定の手順を図 6 の流れ図にまとめる。

4.3 事前分布の設定

未知母数に関する事前の情報が得られない場合には、それぞれの母数に対する確信の度合いを一様とした次の事前分布を用いる。ただし、 β と m は統計的に独立であるとする。

$$g^{(0)}(\beta, m) = 1/(\beta_U - \beta_L) \cdot 1/(m_U - m_L), \quad \beta_L \leq \beta \leq \beta_U, \quad m_L \leq m \leq m_U \quad (21)$$

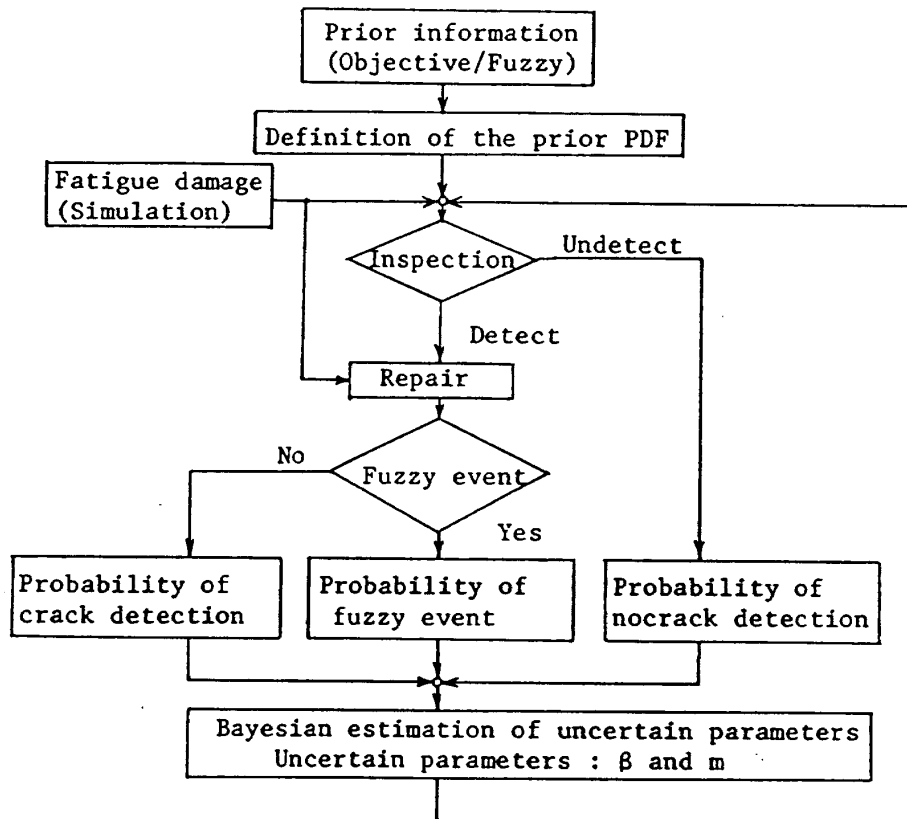


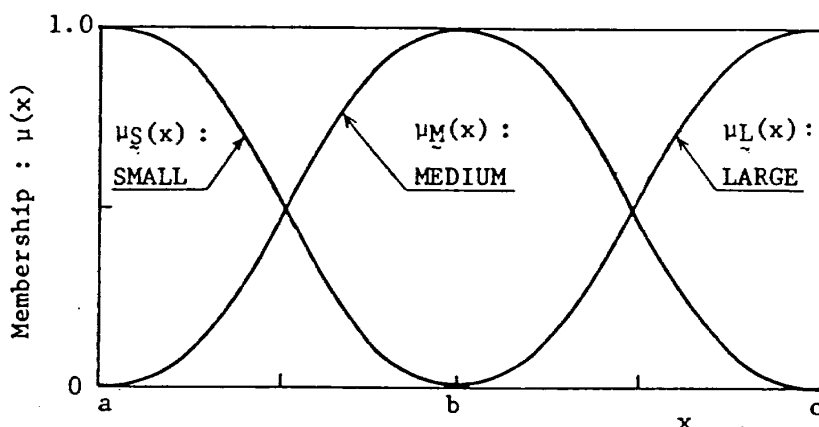
図 6 母数推定手順

他方、従来の知識とか経験などの主観的・定性的な情報を入手できる場合には、これらの情報をファジイ評価して事前分布に反映させることが可能である。すなわち、未知母数に関するいくつかのファジイ要因に対し言語変数を用いてその特性を表す。そして、これらの要因を統合することにより、未知母数に対する確信の度合いを事前分布として定量的に表現することができる。ここでは、ファジイ要因の帰属度関数の設定において、その帰属度を漠然と評価する場合を想定し、ベイグネス（漠然性）を用いたファジイ要因結合法¹⁰⁾を導入する。ベイグネスは、帰属度関数自身にあいまいさを持たせた拡張ファジイ表現の一つである。以下にその概要を述べる。図7に示すように、不確実要因の帰属度関数を確信量とベイグネスに分ける。

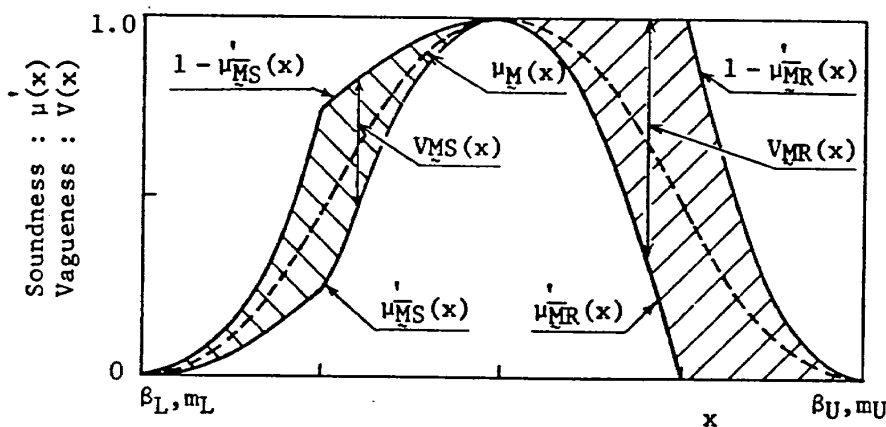
$$\begin{cases} \mu_{\tilde{F}}(x) = \mu_{\tilde{F}'}(x) + 0.5 \cdot V_{\tilde{F}}(x) \\ \mu_{\tilde{F}'}(x) = \mu_{\tilde{F}}(x) + 0.5 \cdot V_{\tilde{F}}(x) \\ \mu_{\tilde{F}}(x) + \mu_{\tilde{F}'}(x) + V_{\tilde{F}}(x) = 1 \end{cases} \quad (22)$$

(22)式では、 $\mu_{\tilde{F}}(x) = 1 - \mu_{\tilde{F}'}(x)$, $\mu_{\tilde{F}'}(x)$: x の \tilde{F} に属する確信量, $\mu_{\tilde{F}}(x)$: x の \tilde{F} に属さない確信量, $V_{\tilde{F}}$: ベイグネス関数, をそれぞれ表す。確信量とベイグネスで記述されたファジイ要因を統合する方法として、ここではDempsterの結合則²⁹⁾を応用する。これは独立な証拠から推論された不確実要因を統合し、整合しない証拠の存在を矛盾量として扱う方法であり、次式で定義される。

$$m(A_k) = \frac{\sum_{A_{1i} \cup A_{2j} = A_k} m_1(A_{1i}) \cdot m_2(A_{2j})}{\{1 - \sum_{A_{1i} \cap A_{2j} = \phi} m_1(A_{1i}) \cdot m_2(A_{2j})\}} \quad (23)$$



1. 言語変数による事前評価



2. 確信量とベイグネス (“MEDIUM”の例)

図7 ファジイ要因の評価

上式で、 m_1, m_2 は基本確率、 A_{1i}, A_{2j} は焦点要素と呼ばれる。②式に示したファジイ要因 \underline{F} と別のファジイ要因 \underline{G} とを結合する場合、積事象 $\{\mu_{\underline{F}}' + \mu_{\underline{F}}' + V_{\underline{F}}\} \cdot \{\mu_{\underline{G}}' + \mu_{\underline{G}}' + V_{\underline{G}}\}$ を考慮して③式を適用すれば、④式が得られる。これを図示すると図8になる。

	$\mu_{\underline{F}}'$	$\mu_{\underline{F}}'$	$V_{\underline{F}}$
$\mu_{\underline{G}}'$	$\mu_{\underline{F}}' \cdot \mu_{\underline{G}}'$	*	$\mu_{\underline{G}}' \cdot V_{\underline{F}}$
$\mu_{\underline{G}}'$	*	$\mu_{\underline{F}}' \cdot \mu_{\underline{G}}'$	$\mu_{\underline{G}}' \cdot V_{\underline{F}}$
$V_{\underline{G}}$	$\mu_{\underline{F}}' \cdot V_{\underline{G}}$	$\mu_{\underline{F}}' \cdot V_{\underline{G}}$	$V_{\underline{F}} \cdot V_{\underline{G}}$

図8 Dempsterの結合則

$$\begin{cases} \mu_{\underline{F} \cdot \underline{G}}' = \mu_{\underline{F}}' \cdot \mu_{\underline{G}}' + \mu_{\underline{F}}' \cdot V_{\underline{G}} + V_{\underline{F}} \cdot \mu_{\underline{G}}' \\ \mu_{\underline{F} \cdot \underline{G}}' = \mu_{\underline{F}}' \cdot \mu_{\underline{G}}' + \mu_{\underline{F}}' \cdot V_{\underline{G}} + V_{\underline{F}} \cdot \mu_{\underline{G}}' \\ V_{\underline{F} \cdot \underline{G}} = V_{\underline{F}} \cdot V_{\underline{G}} + \mu_{\phi} \\ \mu_{\underline{F} \cdot \underline{G}} = \mu_{\underline{F} \cdot \underline{G}}' + V_{\underline{F} \cdot \underline{G}} / 2 \end{cases} \quad (24)$$

図中の * 印の部分は、積事象における矛盾量を示す空集合 μ_{ϕ} である。多数要因の結合にあたり、矛盾量の取り扱い³⁰⁾ に注意して本式を順次適用すれば、最終的に次式が得られる。

$$\begin{cases} \mu_{\text{TOTAL}} = \mu'_{\text{TOTAL}} + V_{\text{TOTAL}} / 2 \\ V_{\text{TOTAL}} = V^*_{\text{TOTAL}} + \phi_{\text{TOTAL}} \end{cases} \quad (25)$$

ここで、 V^*_{TOTAL} は矛盾量を最初から考慮しない結合結果におけるベイズネスであり、 ϕ_{TOTAL} は結合の過程で生じるすべての矛盾量を表している。なお③式の分母は、この矛盾量を除いて確率の正規化をおこなうものである。尺度母数 β に対して⑤式を適用し、得られた結合結果を μ_{β} と書けば、事前分布 $g^{*(0)}(\beta)$ が次のように得られる。

$$g^{*(0)}(\beta) = \mu_{\beta}(\beta) / \int_{\beta} (\text{Numerator}) d\beta \quad (26)$$

POD の未知要因 m の事前分布も同様の手順でファジイ要因の結合ができ、これを $g^{*(0)}(m)$ と記す。そして β と m の独立の仮定から、最終的に事前結合確率密度関数が次式で表せる。

$$g^{(0)}(\beta, m) = g^{*(0)}_{\beta}(\beta) \cdot g^{*(0)}_m(m) \quad (27)$$

$$\beta_L \leq \beta \leq \beta_U, \quad m_L \leq m \leq m_U$$

5. 計算結果とその検討

5.1 数値例

計算に用いた諸要因の値を表1に示す。議論の簡単化のため、単位はすべて無次元化した。先にも述べたように、推定する不確実要因はTTCIの尺度母数 β と PODの指数 m を考慮し、他の要因の特性値は既知とする。仮定した β と m の真実値に基づき、

表1 計算例に用いた諸要因の値

<ul style="list-style-type: none"> • Fatigue crack initiation Shape parameter : α Scale parameter : β (to be estimated) True value (unknown) : β_T Assumed range of β (Flat prior) Lower limit : β_L Upper limit : β_U 	<p>4.0</p> <p>1.0</p> <p>0.6</p> <p>1.4</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Fatigue crack propagation Initial crack length : x_0 Fail-safe crack length : x_c Parameter of Poisson process model S D 	<p>0.4</p> <p>4.0</p> <p>66.0</p> <p>0.06</p>
<ul style="list-style-type: none"> • NDI detectability X_A X_B m True value(unknown) : m_T Assumed range of m (Flat prior) Lower limit : m_L Upper limit : m_U 	<p>0.4</p> <p>4.5</p> <p>0.3</p> <p>0.02</p> <p>0.58</p>
• Fleet size : N	25
• Inspection interval : ΔT_I	0.15
• Design life : T_D	1.5

疲労き裂の発生と進展, そして検査の実施についてシミュレーションをおこない, 構造運用情報としての検査結果を得た。また発見されたき裂の大きさがあいまいであるファジィ事象の発生には, 次式を用いてシミュレーションをおこなった。

$$\mu_{\underline{S}}(x) + \mu_{\underline{M}}(x) + \mu_{\underline{L}}(x) = 1. \text{ for all } x \quad (28)$$

すなわち, ここではファジィ情報源の直交性を仮定し, あるき裂長さ x に対していずれのファジィ事象が生起するかは, 図4のそれぞれの帰属度関数の割合に従って決定される。

図4の損傷の大きさを表すファジィ集合, および図7の事前情報のファジィ要因を特性づける帰属度関数には, 次式に示す S, Π, Z と呼ばれる標準関数を用いた。

$$S(x:b,c) = \begin{cases} 0, & x \leq b \\ 2\{(x-b)/(c-b)\}^2, & b \leq x \leq (b+c)/2 \\ 1-2\{(x-b)/(c-b)\}^2, & (b+c)/2 \leq x \leq c \\ 1, & x \geq c \end{cases}$$

(LARGE)

$$\Pi(x:a,b,c) = \begin{cases} S(x:a,b), & x \leq b \\ 1 - S(x:b,c), & x \geq b \end{cases}$$

(MEDIUM)

$$Z(x:b,c) = 1 - S(x:a,b) \quad (29)$$

(SMALL)

疲労き裂の発生分布とき裂発見確率曲線を図9, および図10に示す。それぞれの図中の実線は仮定した真実値に基づく曲線であり, また破線は, 真の値が存在すると仮定した未知母数の推定範囲を表している。表1に示すように, それぞれの上下限値を $\beta_U = 1.4, \beta_L = 0.6$, そして $m_U = 0.58, m_L = 0.02$

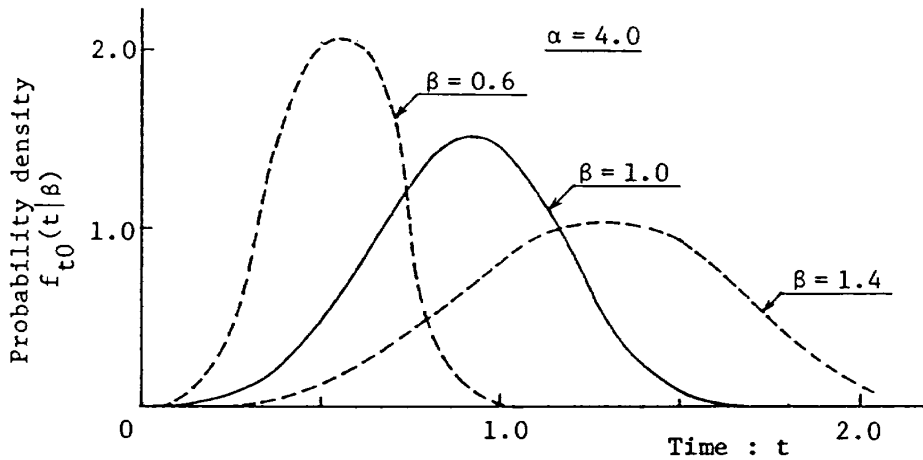


図9 疲労き裂発生分布

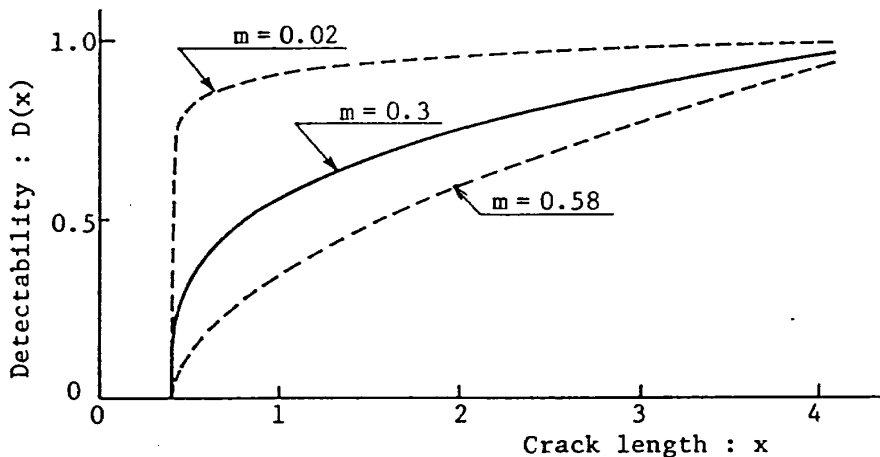


図10 き裂発見確率

におき、真実値が中央に位置するように設定した。実際にはこのような設定は期待できないが、後述するように、一様分布を仮定した事前分布とファジイ評価を与えた事前分布に対する母数推定の比較をおこなうため、上記の理想的な設定範囲を考慮してい

る。図11に疲労き裂進展のシミュレーション結果を示す。なお、本計算例では、き裂進展寿命とき裂発生寿命の比の期待値がほぼ0.4~0.8であり、実構造物の設計における値に比較してやや大きめの設定とした。

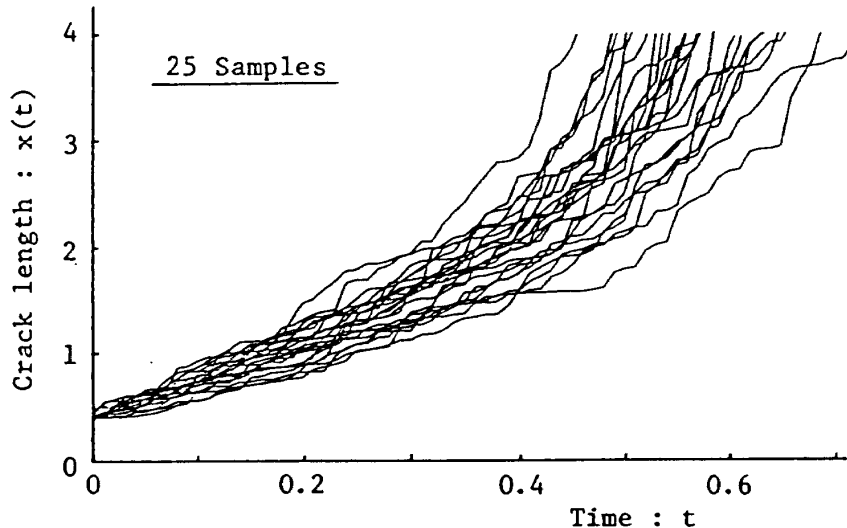


図 11 疲労き裂進展の例

5.2 推定結果

統計的情報を用いた未知母数の推定と比較して、ファジイ情報により求めた推定がどの程度有効であるかを調べるため、2.2に述べた四つのCase情報源を考慮して母数推定をおこなった。図12は、第4.7.10回目検査後に求めた β と m の事後結合確率密度関数の一例を示す。本例では未知母数に関する事前情報の無い場合を仮定し、事前分布には②式の一様分布を用いた。図12.1は、発見したき裂長さが明らかである場合の結果であり、これはCase 1の情報源に相当する。図12.2は、発見したき裂長さがあいまい、すなわちファジイ情報を使用した場合の結果であり、対応する情報源はCase 2となる。これらの図は、統計的情報のほうが真実値に集中する度合いが多少大きい、双方ともモード値(最頻値)はほぼ等しく、ファジイ情報であっても良好な推定ができることを示している。標本数50のシミュレーションにより得た β と m のモードの平均値と標準偏差を表2に示し、表3にはひずみ度、とがり度を示す。本結果からも図12と同様の結論が得られ、統計的情報の場合と比較してあまり差の無いことがわかる。

4.3節で述べたように、未知母数に関する主観的・定性的な傾向が事前に得られた場合、これらをファジイ化して、定量的な形で事前分布に反映させることが可能である。ここでは、 β と m に対する評価項目の一例として次の要因を想定し、Dempsterの統合則を適用して、事前結合分布を求める。

- β_a : 同種構造部位の設計経験(荷重に関する知識等)
- β_b : 構造部位の製作過程(工程管理等)
- β_c : 構造部位の運用環境(悪環境に晒される可能性)
- m_a : 構造部位を検査できる環境
- m_b : 検査員の能力
- m_c : 検査に要する時間、費用等の経済的な背景

表4~5に上記要因の言語変数による評価例を挙げる。例えば、 β_a の“SMALL”は、要因 β_a の尺度母数 β に対する評価として“ β を小さく考える”を表し、 β の推定に対して安全側の評価を与える。一方、 m_b の“SMALL”は、発見確率を事前に大きく見積もることになり、危険側の評価をおこなう。ま

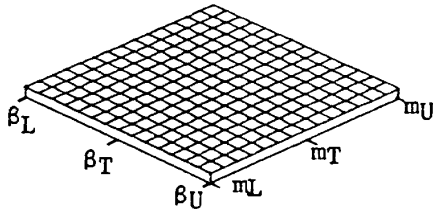
たベイズ関数には次式の二種類を考慮し、それぞれのをあいまいさを“SURELY”，“ROUGHLY”と記す（図7）。

$$V_{FR}(x) = \begin{cases} 2 \cdot \{1 - \mu_F(x)\}, & \mu_F(x) \geq 0.5 \\ 2 \cdot \mu_F(x), & \mu_F(x) \leq 0.5 \end{cases} \quad (30)$$

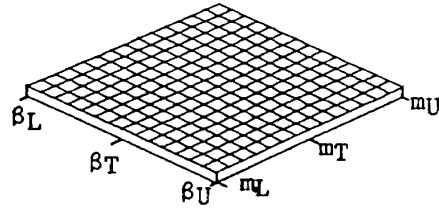
$$V_{FS}(x) = \begin{cases} 1 - \mu_F(x), & \mu_F(x) \geq 0.5 \\ \mu_F(x), & \mu_F(x) \leq 0.5 \end{cases}$$

(SURELY)

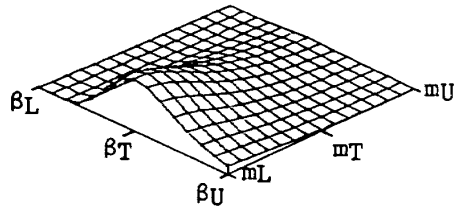
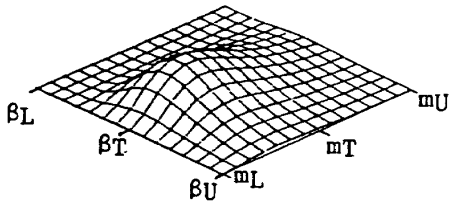
以上のように、定性的要因を言語変数を用いて評価できるのがファジイ評価の大きな特徴である。



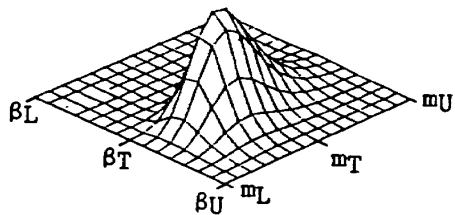
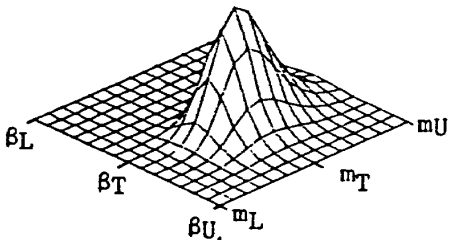
(1) Prior density



(2) Posterior density after the 4th inspection



(3) Posterior density after the 7th inspection



(4) Posterior density after the 10th inspection

1. Objective information (Case 1)

2. Fuzzy information (Case 2)

図12 事前、事後結合確率密度関数（事前分布：一様分布）

表 2 未知母数推定結果 (平均値, 標準偏差, 変動係数)

Parameter	Inspection No.	Mean		Standard deviation		COV	
		OI	FI	OI	FI	OI	FI
β	4	1.17	1.17	0.14	0.14	0.12	0.12
	7	1.13	1.13	0.08	0.09	0.07	0.07
	10	1.02	1.02	0.06	0.06	0.06	0.06
m	4	0.28	0.26	0.14	0.15	0.51	0.58
	7	0.27	0.26	0.08	0.10	0.28	0.37
	10	0.31	0.34	0.06	0.08	0.19	0.23

OI : Objective information
 FI : Fuzzy information

表 3 ひずみ度, とがり度

Parameter	Inspection No.	Skewness		Kurtosis	
		OI	FI	OI	FI
β	4	0.10	0.10	2.45	2.45
	7	0.08	0.07	2.84	2.82
	10	0.10	0.06	3.15	3.08
m	4	0.06	0.04	2.21	2.16
	7	0.27	0.25	3.05	2.87
	10	0.14	0.10	3.09	2.89

OI : Objective information
 FI : Fuzzy information

表 4 事前分布のファジイ評価 (適切な設定)

	β			m		
	β_a	β_b	β_c	m_a	m_b	m_c
μ_β	\underline{M}	\underline{M}	\underline{M}	\underline{M}	\underline{M}	\underline{M}
V_β	S	S	S	S	S	S

\underline{S} : SMALL R : ROUGHLY
 \underline{M} : MEDIUM S : SURELY
 \underline{L} : LARGE

表 4 の定性的要因をファジイ評価して, (2)式の結合則から求めた事前分布を図 13.1, 図 13.2 の(1)に示す。ここで, “SMALL”, “MEDIUM”, “LARGE”

表 5 事前分布のファジイ評価

1 安全側の設定

	β			m		
	β_a	β_b	β_c	m_a	m_b	m_c
μ_β	\underline{S}	\underline{S}	\underline{M}	\underline{M}	\underline{L}	\underline{L}
V_β	S	S	S	S	S	S

2 危険側の設定

	β			m		
	β_a	β_b	β_c	m_a	m_b	m_c
μ_β	\underline{M}	\underline{L}	\underline{L}	\underline{S}	\underline{S}	\underline{M}
V_β	S	S	S	S	S	S

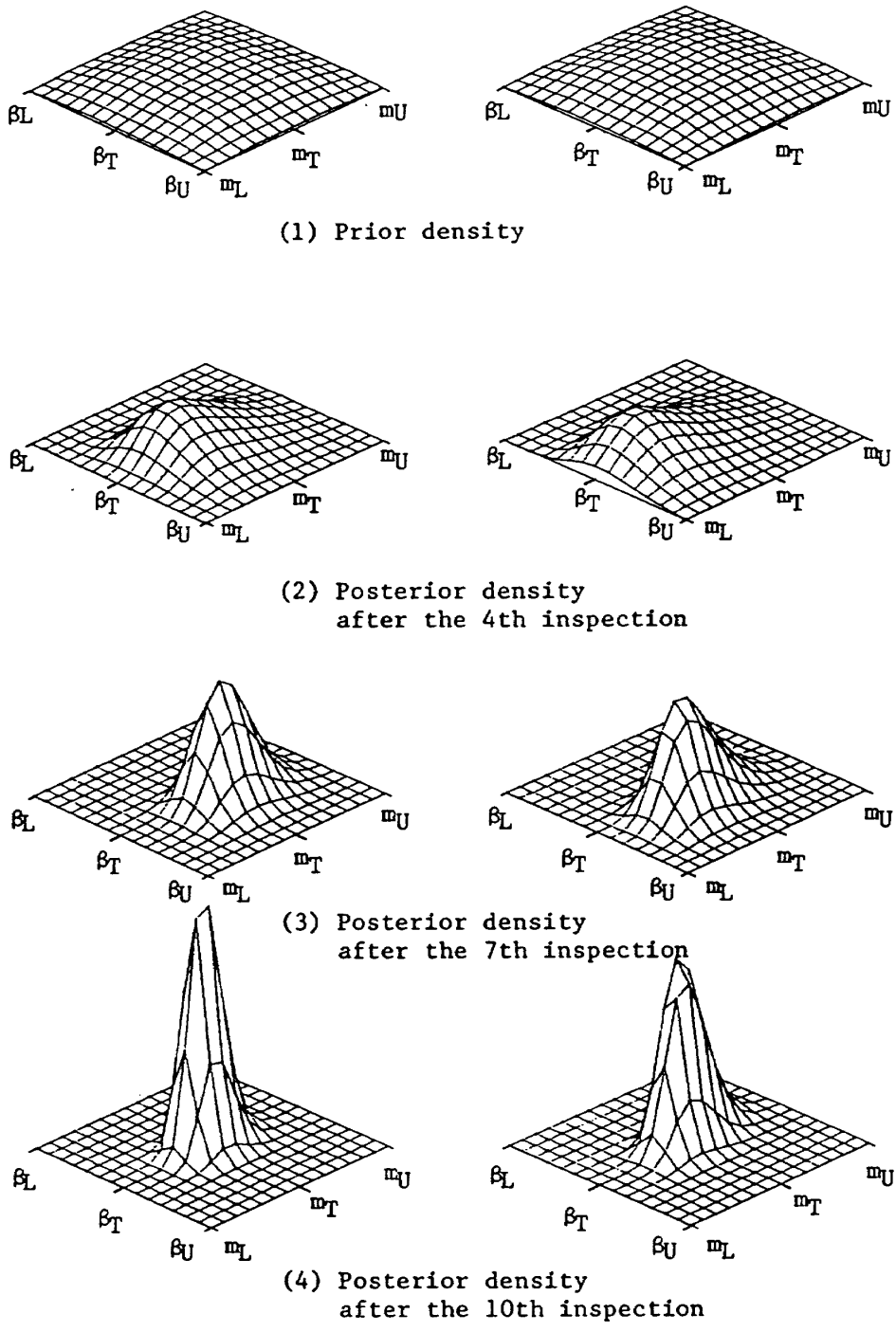
\underline{S} : SMALL R : ROUGHLY
 \underline{M} : MEDIUM S : SURELY
 \underline{L} : LARGE

の帰属度関数には図 4 と同じ標準関数, (2)式を用いた (図 7)。図 13 は, この事前分布を基に母数推定をおこなった結果である。本結果は事前分布の評価が妥当である場合を想定しており, 図 12 と比較して, 真実値への集中度が早い時期から認められる。表 6, 7 の事後分布より得た統計量からもその傾向が把握できる。

これまでの考察においては, 事前分布の推定範囲

の予測が適切である例を述べた。しかし、事前のあいまいな環境の中で、常に良好な設定をおこなえるとは限らない。運用途中において、推定値に偏りが認められれば、事前分布の範囲設定の再検討が必要である。そこで次に、事前分布の設定が安全側、ならびに危険側である両極端な場合を想定し、

母数推定がどのようにおこなわれるかを検討した。表 5.1 は、範囲設定が真実値に比べて安全側である例を示し、その推定結果を図 14 に示す。後半の検査（5 回目）以降における β の推定はほぼ良好であるが、ファジィ情報からの m の推定は妥当とは言い難い。これは、 β の真実値が大きいために



1. Objective information (Case 3)

2. Fuzzy information (Case 4)

図 13 事前、事後結合確率密度関数（事前分布：ファジィ評価）

表 6 未知母数推定結果 (平均値, 標準偏差, 変動係数)

Inspection No		Mean		Standard deviation		COV	
Parameter		OI	FI	OI	FI	OI	FI
β	4	1.14	1.14	0.13	0.13	0.11	0.11
	7	1.12	1.12	0.08	0.08	0.07	0.07
	10	1.02	1.02	0.06	0.06	0.06	0.06
m	4	0.28	0.27	0.12	0.13	0.44	0.47
	7	0.27	0.26	0.07	0.09	0.27	0.33
	10	0.31	0.33	0.06	0.07	0.18	0.21

OI : Objective information

FI : Fuzzy information

表 7 ひずみ度, とがり度

Inspection No		Skewness		Kurtosis	
Parameter		OI	FI	OI	FI
β	4	0.27	0.26	2.49	2.48
	7	0.15	0.14	2.79	2.77
	10	0.12	0.07	3.26	3.17
m	4	0.13	0.09	2.03	1.95
	7	0.36	0.43	3.17	3.01
	10	0.17	0.14	3.17	2.91

OI : Objective information

FI : Fuzzy information

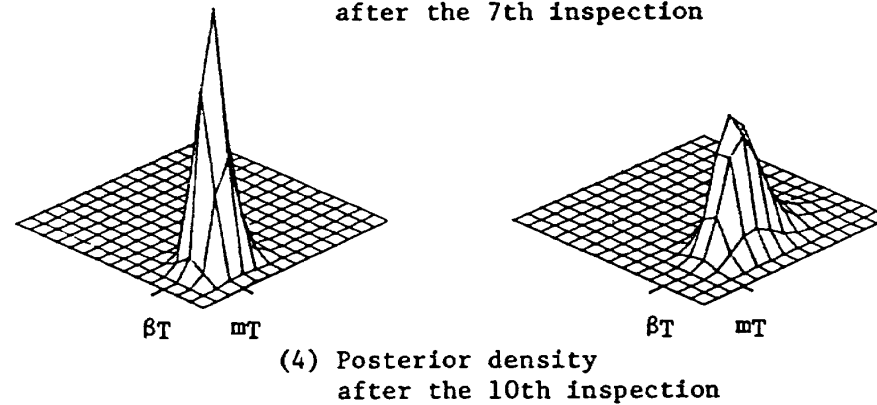
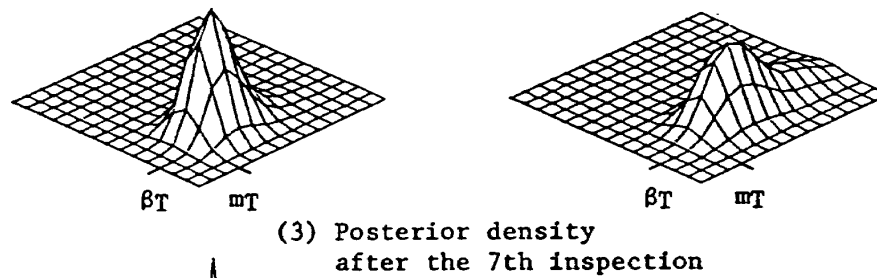
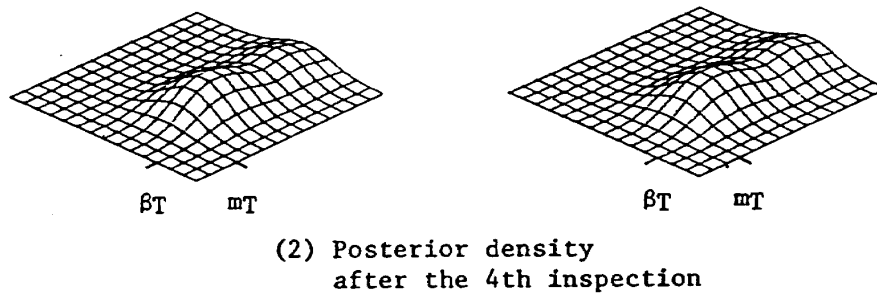
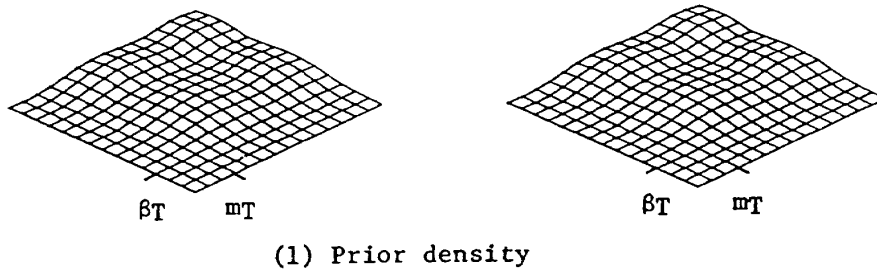
損傷発生および損傷発見の事象が少なく, mに関する情報不足によるものである。これに対して危険側の設定 (表 5.2) の推定結果を図15に示す。フィールド・データが多いために, 統計的情報とファジイ情報との推定における差はあまり認められない。本結果は, ファジイ情報でも十分良好な推定がおこなえることを示している。図14, 15ともに, 事前分布の設定が正しい図12, 13と比較して, 推定値の真実値への集中の程度はそう劣るものではない。また, モードの正しい方向への移動が早期からみられる。これは, 事前分布設定の誤りが, 運用経験により比較的早く修正されることを表している。

6. 結 言

構造安全性の評価において, 構造物に加わる荷重, 構造強度の劣化などの自然現象に起因する要因の評価は, 耐損傷設計に見られるように破壊力学の進歩と確率統計論の導入により定量的におこなえるようになった。しかし材料強度, 破壊の形態などに関する知識の欠如, また実験環境と実構造物の運用環境の差で明らかのように, 情報不足ゆえに経験を有する技術者の判断に頼らざるを得ない領域もある。構造物の破壊事故において, その原因として人的要因の占める割合は決して少なくはなく, 過去の運用経験の資料がない, あるいは得られない場合など, 工学者の判断の重みは大きいものとなる。

これらの背景から, 本研究では構造物の健全性を維持するために, 構造運用で得られる統計的情報およびあいまいな情報を同時に解析できるファジイ・ベイズ信頼性解析法を提案した。この方法を不確実要因の母数推定問題へ適用し, 構造信頼性評価に対する本解析法の有効性を検討した。以上の考察で得られた結果をまとめると次のようになる。

- (1) 工学者の経験に基づく知見・判断を言語変数を用いてファジイ化することにより, 定性的な要因を明確な形で取り扱えるようになる。
- (2) ファジイ・ベイズ則の導入により, あいまい性を含んだ情報を定量的に信頼性評価へ反映させることが可能になる。



1. Objective information

2. Fuzzy information

図 14 事前, 事後結合確率密度関数 (事前分布: 安全側の設定)

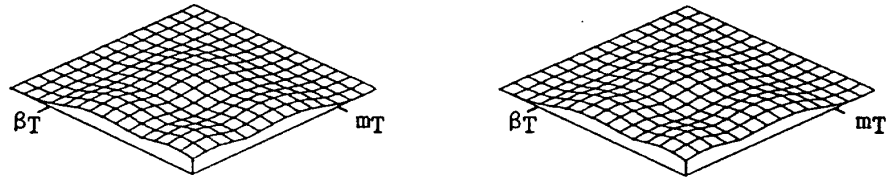
(3) あいまいなために軽視されていた情報も、構造信頼性評価に有効に利用することができ、厳密な情報を得た場合と比較しても劣らない。

(4) 本方法は、損傷発見の事象に限らず、あいまいな事象の生起確率が定義されれば、他にも応用が可能である。また、あいまいな事象のあいまいな

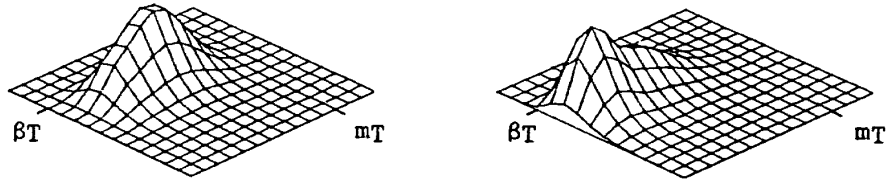
生起、すなわち、ファジイ事象のファジイ確率を情報源として拡張することも可能である。

謝 辞

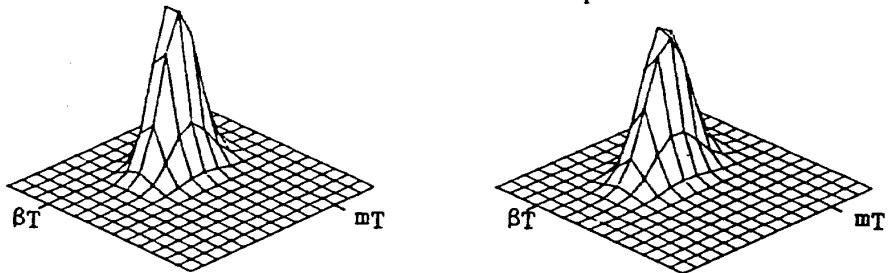
本研究に際し、有益な御討論と助言をいただきました機体部実機強度研究室の朝田洋雄室長に深く感



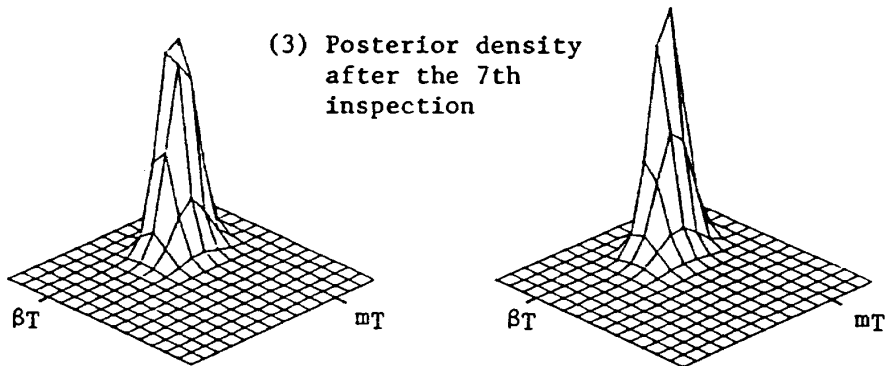
(1) Prior density



(2) Posterior density after the 4th inspection



(3) Posterior density after the 7th inspection



(4) Posterior density after the 10th inspection

1. Objective information

2. Fuzzy information

図 15 事前, 事後結合確率密度関数 (事前分布: 危険側の設定)

謝致します。

参 考 文 献

1. 寺野寿朗: あいまい工学の提唱, 日本機械学会誌 Vol.77, No.662, 1974, pp. 38~43.
2. 古田均: 構造物のファジィ診断, 日本機械学会誌 Vol.90, No.827, 1987, pp. 31~35.
3. L.A.Zadeh: Fuzzy set, Information and Control, Vol.8, 1965, pp. 338~353.
4. D.I.Blockley: Predicting the likelihood of structural accidents, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part 2, Vol.59, 1975, pp. 659~668.
5. 白石成人, 古田均, 池島賢治: 信頼性解析法へ

- のファジイ理論の適用に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, No 325, 1982, pp. 1~10.
6. 白石成人, 古田均, 橋本光行: ファジイ多基準分析に基づく構造物の健全性評価, システムと制御, Vol.28, No7, 1984, pp. 475~482.
 7. James T.P. Yao and Furuta, H.: Probabilistic treatment of fuzzy events in civil engineering, Probabilistic Engineering Mechanics, Vol.1, No1, 1986, pp. 58~64.
 8. 藤本由紀夫, 永井欣一: あいまい推論法の構造部材検査への適用について, 日本造船学会論文集, No 162, 1987, pp. 523~531.
 9. 牛込博康: 構造物のファジイ信頼性解析における帰属度関数の実験的研究, 構造物の安全性および信頼性に関する国内シンポジウム, JCOS SAR' 87, Vol. 1, 1987, pp. 399~404.
 10. 宮本文穂, 益成一朗, 西村昭: コンクリート橋診断エキスパートシステムの開発と実用化, 第9回設計における信頼性工学シンポジウム, 1989, pp. 178~183.
 11. 板垣浩, 伊藤誠一: 構造信頼性評価に対するファジイ情報の導入, 日本航空宇宙学会, 第30回構造強度に関する講演会講演集, 1988, pp. 174~177.
 12. Ito, S. and Itagaki, H.: Application of fuzzy Bayesian analysis to structural reliability, Proceedings of ICOSAR'89, the 5th International Conference on Structural Safety and Reliability, Vol. 3, 1989, pp. 1771~1774.
 13. Goranson, U.G. and Rogers, J. T.: Element of damage tolerance verification, Proceedings of the 12th ICAF Symposium, 1983, pp. 1.8/1~1.8/50.
 14. 上山忠夫: 構造信頼性, 日科技連信頼性工学シリーズ第8巻, 日科技連, 1984.
 15. Yang, J.N. and Trapp, W. J.: Reliability analysis of aircraft structures under random loading and periodic inspection, AIAA Journal, Vol. 12, No 12, 1974, pp. 1623~1630.
 16. Shinozuka, M.: Development of reliability-based aircraft safety criteria: An Impact Analysis, AFFDL-TR-76-31, 1976.
 17. 岡村弘之, 板垣浩: 強度の統計的取り扱い, 破壊力学と材料強度学区講座6, 培風館, 1976.
 18. 板垣浩, 小川鉄夫, 山本聡: 疲労寿命分布の確率分布推定法について (ベイジアンアプローチ), 日本造船学会論文集, No 139, 1977, pp. 263~268.
 19. 朝田洋雄, 伊藤誠一: ベイズの定理を用いた3母数ワイブル分布の母数推定, 第28回応用力学連合講演会講演論文抄録集, 1978, pp. 241~242.
 20. Shinozuka, M., Itagaki, H. and Asada, H.: Reliability analysis of structures with latent cracks, Proceedings of the US-Japan Cooperative Seminar, East-West Center, Honolulu, Hawaii, 1981, pp. 237~247.
 21. Asada, H., Itagaki, H. and Ito, S.: Effects of sampling inspection on aircraft structural reliability, Proceedings of ICOSAR'85, the 4th International Conference on Structural Safety and Reliability, Vol.1, 1985, pp. I-87~I-96.
 22. Fujimoto, Y., Itagaki, H., Ito, S., Asada, H. and Shinozuka, M.: Bayesian reliability analysis of structure with multiple components, Proceedings of ICOSAR'89, the 5th International Conference on Structural Safety and Reliability, Vol.3, 1989, pp. 2143~2146.
 23. 板垣浩, 山本規雄: 船体構造部材の検査に関するベイジアン信頼性解析, 日本造船学会論文集, No 158, 1985, pp. 565~570.
 24. 水本雅晴: ファジイ理論とその応用, サイエンス社, 1988.
 25. 浅居喜代次, 田中英夫, 奥田徹示, C.V.

- Negoita, D.A. Ralescu: あいまい理論入門, オーム社, 1998.
26. Colin B. Brown and James T.P. Yao : Fuzzy set and structural engineering, Journal of Structural Engineering, Vol.109, No 5, 1983, pp. 1211~1225.
27. Wen-Fang Wu : On the Markov approximation of fatigue crack growth, Probabilistic Engineering Mechanics, Vol.1, No 4, 1986, pp. 224~233.
28. 板垣浩, 伊藤誠一, 朝田洋雄: ベイズの定理を用いた構造検査間隔の設定, 日本航空宇宙学会, 第18回年会講演会講演集, 1987, pp.57~58.
29. 石塚満: Dempster & Shafer の確率理論, 日本電子通信学会誌, Vol.66, No 9, 1983, pp. 900~903.
30. 市川昌弘, 柿沼和彦, 杉山剛夫: 構造信頼性評価へのファジイ理論の応用 - 複数の評価の結合について -, 第8回設計における信頼性工学シンポジウム, 1988, pp. 81~86.

航空宇宙技術研究報告 1063号

平成 2 年 5 月 発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺東町 7 - 44 - 1
電話 三鷹(0422)47-5911(大代表) 〒182
印刷所 株式会社実業公報社
東京都千代田区九段南 4 - 2 - 12

Printed in Japan