

ISSN 0389-4010
UDC 533. 6. 011. 3'
013. 2

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-1065

境界要素法を用いた亜音速流中の三次元揚力物体の
非定常空力特性の計算

柳 沢 三 憲 ・ 森 田 甫 之 ・ 巽 重 文

1990年5月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

境界要素法を用いた亜音速流中の三次元揚力物体の 非定常空力特性の計算*

柳 沢 三 憲** 森 田 甫 之*** 巽 重 文****

Calculations for Unsteady Aerodynamic Characteristics on a 3-D Lifting Body in Subsonic Flow Using Boundary Element Method

Mitsunori YANAGIZAWA, Toshiyuki MORITA and Shigefumi TATSUMI

ABSTRACT

A boundary element method of unsteady compressible potential flow around lifting bodies having arbitrary configurations and harmonic oscillation motions has been developed using Green's function. Morino described the form of the integral equation relating the perturbation potential and its normal derivative. The purpose of this paper is to present a new paneling and derivative technique which can be applied to any complex configuration for evaluating the derivative of unsteady velocity potential on the surface. Numerical results for a wing-store model are presented and compared to experimental results in a subsonic flow. Good agreement has been obtained between the two.

1. ま え が き

従来、航空機の飛行性能の解析やフラッタ計算等では非定常薄翼理論が多く用いられた。たとえば、揚力線理論、ダブレット格子法、揚力面理論、局所モーメント理論等がある。しかし、翼胴干涉や外部搭載物付き翼のように空力干涉の大きな場合に非定常薄翼理論を適用するのは難しく、これらの要求に対応できるパネル法による全機形態の非定常空力解析法が切望されていた。今回、グリーン関数法を用いた空力計算プログラムの開発を行ったので報告する。

本報告ではL. Morinoの方法¹⁾に従い、亜音速定常流におけるパネル法⁶⁾に準じて非定常空力計算を行った。その際、定常流と異なる点は、まず境界条件に振動モードが入るため若干複雑になり、また、非定常流のため後流渦面の積分が異なった

取り扱いになる。振動モードは汎用化を考えて任意の方向に回転軸が設定できるようにした。すなわち、Pitching, Flapping, Plunging モードの他に翼幅方向に斜めの軸に対する振動モードの非定常空力計算が可能である。つぎに、核関数の計算では、無次元振動数が小さいとき、距離と無次元振動数に関して Maclaurine 級数に展開して空力的影響係数を求めた。

これらの計算法の実証試験として外部搭載物付き低アスペクト比翼航空機を例として比較検討した。これらの実験は風速30m/Sから50m/S、無次元振動数 $k=0.65$ から1.3、レイノルズ数 $Re=1.6 \times 10^6$ から 2.8×10^6 の範囲で行われた。なお、模型は翼弦長40.5%の位置を軸としてピッチング振動させ、非定常圧力分布や動安定微係数の測定を行った。

2. 非定常空気の計算

境界要素法を用いて各種振動モードに対応した非定常空力計算を行った⁸⁾。即ち、Pitching, Flapping, Plunging, Rolling, Flapの振動等の各

* 平成2年3月29日受付

** 航空宇宙技術研究所 空力性能部

*** 航空宇宙技術研究所 構造力学部

**** 三菱重工株式会社 名古屋航空機製作所

種振動モードにおける非定常圧力分布および非定常空力係数などを求めた。これにより航空機や宇宙往還機等の飛行特性の解析に必要な動安定微係数の見積りが可能になった。特に、Pitching モードに対しては実証試験として外部搭載物付き低アスペクト比翼航空機について測定結果と比較検討した^{3,4)}。

2.1 亜音速非定常流に関する積分方程式

流れは非粘性で、初期回転はなく、等エントロピー的に変化する理想気体であると仮定する。

速度ポテンシャル Φ と擾乱速度ポテンシャル ϕ を次式の様に決める。

$$\Phi = U_{\infty}(x + \phi)$$

亜音速非定常速度ポテンシャルは次式のように与えられる。

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{a_{\infty}^2} \frac{d^2 \phi}{dt^2} = F \quad (1)$$

ここに $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_{\infty} \frac{\partial}{\partial x}$ であり、 $F(\phi_x, \phi_y, \phi_z, \phi_{xx}, \phi_{yy}, \phi_{zz}, \phi_{xt}, \phi_{xy}, \phi_{yz}, \phi_{zx}, \phi_{xt}, \phi_{yt}, \phi_{zt})$

の非線形項である。非同次の非定常擾乱速度ポテンシャルの方程式(1)からガリレー変換を用いて非定常ポテンシャルに関するグリーンの積分公式を得るがその過程の詳細は文献1)または付録を参照されたい。図1は航空機まわりの問題を形式化するための説明図である。ここに r は Q 点から P 点までの距離を表す。面積分は物体表面 σ_B と後流渦面 σ_w を包含する面と点 $P(x_*, y_*, z_*)$ を囲む面、すなわち流体領域 V と物体との境界面で行われる。この(1)式に微小振動を仮定すると付録(B.32)式から次の式になる。

$$\begin{aligned} 4\pi E(P_*)\phi(P_*) = & - \iint_{\sigma} \left\{ \frac{\nabla S}{|\nabla S|} [\nabla \phi]^{\theta} - \frac{U_{\infty}}{a_{\infty}^2} \frac{\partial x}{|\nabla S|} \left[\frac{d\phi}{dt} \right]^{\theta} \right\} \\ & \times \frac{d\sigma}{r_{\beta}} + \iint_{\sigma} \left\{ \frac{\nabla S}{|\nabla S|} \cdot \nabla \left(\frac{1}{r_{\beta}} \right) - \frac{U_{\infty}^2}{a_{\infty}^2} \frac{\partial x}{|\nabla S|} \frac{\partial}{\partial x} \right. \\ & \times \left(\frac{1}{r_{\beta}} \right) \left. \right\} [\phi]^{\theta} d\sigma - \iint_{\sigma} \left\{ \frac{\nabla S}{|\nabla S|} \cdot \nabla \theta - \frac{U_{\infty}}{a_{\infty}^2} \right. \\ & \times \left. \frac{\partial x}{|\nabla S|} \left(1 + U_{\infty} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \right\} \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} \right]^{\theta} \frac{1}{r_{\beta}} d\sigma \end{aligned} \quad (2)$$

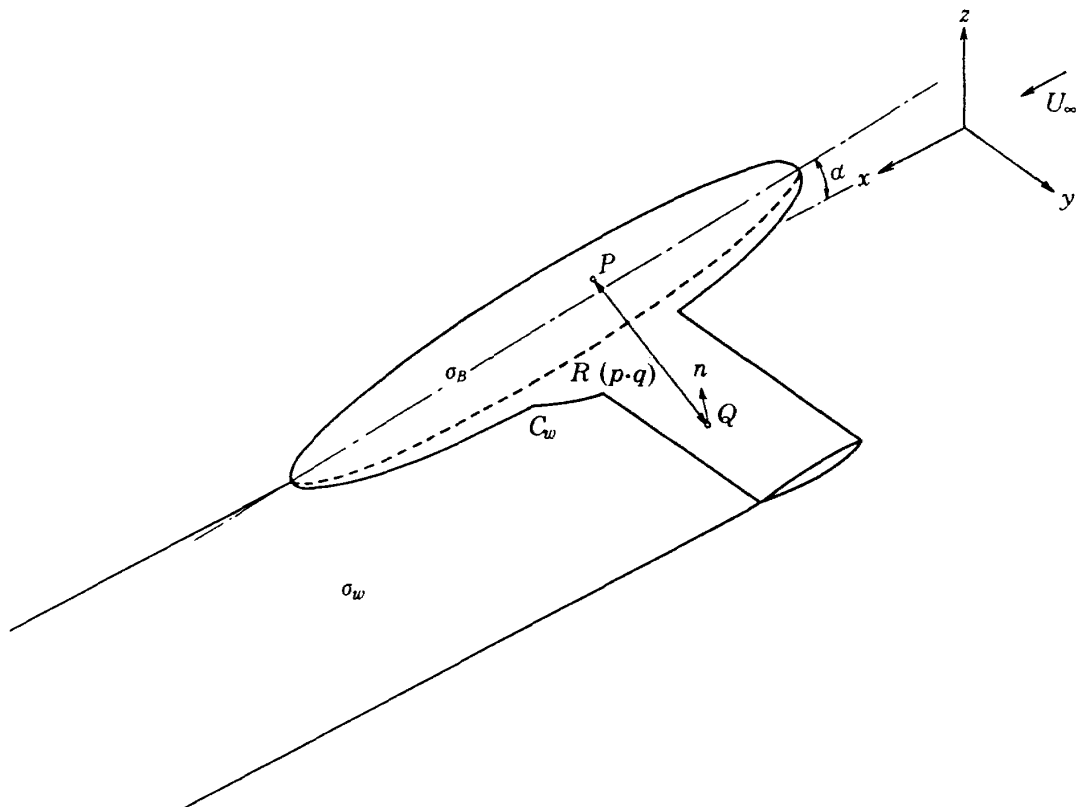


図1 模型の形式化

調和振動を仮定して、 $\phi = \tilde{\phi} e^{st}$, $t = t_* - \theta$ を代入すると

$$\begin{aligned} 4\pi E(P_*) \tilde{\phi}(P_*) = & - \iint_{\sigma} \left\{ \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial n} e^{-s\theta} - M_{\infty}^2 n_x \left(\frac{s}{U_{\infty}} \tilde{\phi} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} \right) e^{-s\theta} \right\} \frac{1}{r_{\beta}} d\sigma + \iint_{\sigma} \left\{ \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r_{\beta}} \right) \right. \\ & \left. - M_{\infty}^2 n_x \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r_{\beta}} \right) \right\} \tilde{\phi} e^{-s\theta} d\sigma - \iint_{\sigma} \left\{ \frac{\partial \theta}{\partial n} \right. \\ & \left. - M_{\infty}^2 n_x \left(\frac{1}{U_{\infty}} + \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \right\} s \tilde{\phi} e^{-s\theta} d\sigma \end{aligned} \quad (3)$$

さらに微少擾乱を仮定し、 $M_{\infty} n_x \approx 0$ とすると

$$\begin{aligned} 4\pi E(P_*) \tilde{\phi}(P_*) = & - \iint_{\sigma} \frac{\partial \tilde{\phi} e^{-s\theta}}{\partial n r_{\beta}} d\sigma \\ & + \iint_{\sigma} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r_{\beta}} \right) \tilde{\phi} e^{-s\theta} d\sigma - \iint_{\sigma} \frac{\partial \theta}{\partial n} s \tilde{\phi} \frac{e^{-s\theta}}{r_{\beta}} d\sigma \end{aligned} \quad (4)$$

結局、次式のような亜音速非定常流に関するGreenの積分式が得られる。

$$\begin{aligned} 4\pi E(P_*) \tilde{\phi}(P_*) = & - \iint_{\sigma} \left(\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial n} \right) \frac{e^{-s\theta}}{r_{\beta}} d\sigma \\ & + \iint_{\sigma} \tilde{\phi} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-s\theta}}{r_{\beta}} \right) d\sigma \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{ここに } \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial n} = \frac{1}{|FS|} \left(sS + U_{\infty} \frac{\partial S}{\partial t} \right) \frac{1}{U_{\infty}}$$

S は物体表面を表す式、 θ は時間遅れ、 s は複素数である。

$$r_{\beta} = \{(x - x_*)^2 + \beta^2 [(y - y_*)^2 + (z - z_*)^2]\}^{1/2} \quad (6)$$

$$\theta = \frac{1}{a_{\infty} \beta^2} \{r_{\beta} + M_{\infty}(x - x_*)\} \quad (7)$$

ここで Prandtl-Glauert 変換を施す。

$$X = \frac{x}{\beta}, \quad Y = y, \quad Z = Z \quad (8)$$

$$s_0 = \frac{s}{\beta a_{\infty}}, \quad \Phi = \phi, \quad \Omega = \frac{\omega}{\beta a_{\infty}} \quad (9)$$

$$R = \{(X - X_*)^2 + (Y - Y_*)^2 + (Z - Z_*)^2\}^{1/2} \quad (10)$$

(5)式は次のようになる。また、面積分も物理面 σ

から変換された面 Σ に変へる。

$$\begin{aligned} 4\pi E(P_*) \tilde{\phi}(P_*) = & - \iint_{\Sigma} \left(\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial N} \right) \frac{1}{R} e^{-s_0 [R + M_{\infty}(X - X_*)]} \\ & \times d\Sigma + \iint_{\Sigma} \tilde{\phi} e^{-s_0 M_{\infty}(X - X_*)} \frac{\partial}{\partial N} \left(\frac{e^{-s_0 R}}{R} \right) d\Sigma \end{aligned} \quad (11)$$

また、 $e^{-s_0 M_{\infty} X}$ を両辺に掛けると、

$$\begin{aligned} 4\pi E(P_*) \tilde{\phi}(P_*) e^{-s_0 M_{\infty} X} = & - \iint_{\Sigma} \left(\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial N} \right) \\ & \times \left(\frac{e^{-s_0 R}}{R} \right) e^{-s_0 M_{\infty} X} d\Sigma + \iint_{\Sigma} \tilde{\phi} e^{-s_0 M_{\infty} X} \\ & \times \frac{\partial}{\partial N} \left(\frac{e^{-s_0 R}}{R} \right) d\Sigma \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、 $\hat{\phi} = \tilde{\phi} e^{-s_0 M_{\infty} X}$ とおくと

$$\begin{aligned} 4\pi E \hat{\phi} = & - \iint_{\Sigma} \left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial N} \right) \frac{e^{-s_0 R}}{R} d\Sigma \\ & + \iint_{\Sigma} \hat{\phi} \frac{\partial}{\partial N} \left(\frac{e^{-s_0 R}}{R} \right) d\Sigma \end{aligned} \quad (13)$$

選点 (Collocation point) を物体表面にとり $E=1/2$, $S_0=i\Omega$ とし、後流渦面を分けて書くと

$$\begin{aligned} 2\pi \hat{\phi} = & - \iint_{\Sigma_B} \left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial N} \right) \frac{e^{-i\Omega R}}{R} d\Sigma + \iint_{\Sigma_B} \hat{\phi} \frac{\partial}{\partial N} \left(\frac{e^{-i\Omega R}}{R} \right) \\ & \times d\Sigma - \iint_{\Sigma_W} (\hat{\phi}_u - \hat{\phi}_l) \frac{\partial}{\partial N} \left(\frac{e^{-i\Omega R}}{R} \right) d\Sigma \end{aligned} \quad (14)$$

ここで、 \iint は積分のCauchyの主値を表わす。後流渦面は一樣流方向に平行で翼の後縁から発する渦糸で近似される。揚力物体では一般に翼の後縁における上下面の速度ポテンシャルは異なり、 $\phi_{T.E.u} \neq \phi_{T.E.l}$ であり、また、後流渦面の上下面において圧力差が存在しないというKuttaの条件から次式が導かれる。

$$(\hat{\phi}_u - \hat{\phi}_l)_{\text{wake}} = (\hat{\phi}_u - \hat{\phi}_l)_{T.E.} e^{-i\Omega M_{\infty}(X - X_*)} \quad (15)$$

(14)式は後流渦面のポテンシャル差の項のみにマッハ数 M_{∞} が表われるが、それ以外は全く M_{∞} に無関係の式になっている。

非定常境界積分方程式も定常流の場合と同様に境界選点法により離散化する。物体表面および後流渦面を四辺形要素 Σ_B , Σ_W に分割する。その際、

定常流と異なることは Σ_W をさらに流れ方向に小分割することである。Subpanel に分割する状況を図 2 に示す。(15) 式を (14) 式に代入し、後流渦面の積分を行うとき e の指数部に $(X-X_*)$ の項があるため、流れ方向に分割する必要がある。本プログラムでは 1 波長を 10 分割し、10 波長分すなわち 100 枚の Subpanel を付けて計算した。結局、(14) 式の積分方程式は物体表面のパネル数の自由度で離散化される。境界条件は定常流で行ったのと同様な仮定を用いる。

$$\frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial N} = \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial n} \quad (16)$$

$$[\delta_{hk} - \hat{C}_{hk} - \hat{W}_{hk}] \{\hat{\Phi}_k\} = [\hat{B}_{hk}] \left\{ \left(\frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial n} \right)_k \right\} \quad (17)$$

ここに、 \hat{C}_{hk} , \hat{W}_{hk} , \hat{B}_{hk} は複素数型の影響係数で、次式で示される。

$$\hat{C}_{hk} = \left[\frac{1}{2\pi} \iint_{\Sigma_B} \frac{\partial}{\partial N} \left(\frac{e^{-iQR}}{R} \right) d\Sigma \right]_{P=P_k} \quad (18a)$$

$$\hat{B}_{hk} = \left[\frac{-1}{2\pi} \iint_{\Sigma_B} \frac{e^{-iQR}}{R} d\Sigma \right]_{P=P_k} \quad (18b)$$

$$\hat{W}_{hk} = \left[\frac{\pm 1}{2\pi} \iint_{\Sigma_W} e^{-iQ/M_\infty (X-X_*)} \frac{\partial}{\partial N} \times \left(\frac{e^{-iQR}}{R} \right) d\Sigma \right]_{P=P_k} \quad (18c)$$

である。

空力的影響係数 (18) 式を計算する際、 h, k が一致するときは特異積分になり、このまま数値積分すると効率が非常に悪く成るので、文献 2) を参考に QR の値に応じて次のように分ける。

① $QR \geq 1$ の場合

$$\hat{C}_{hk} = \left[\frac{1}{2\pi} e^{-iQR} (1 + iQR) \iint_{\Sigma_B} \frac{\partial}{\partial N} \left(\frac{1}{R} \right) d\Sigma \right]_{P=P_k} \quad (19a)$$

$$\hat{B}_{hk} = \left[\frac{-1}{2\pi} e^{-iQR} \iint_{\Sigma_B} \frac{1}{R} d\Sigma \right]_{P=P_k} \quad (19b)$$

$$\hat{W}_{hk} = \left[\frac{\pm 1}{2\pi} e^{-\frac{iQ}{M_\infty} (X_k - X_*) - iQR} (1 + iQR) \iint_{\Sigma_W} \frac{\partial}{\partial N} \left(\frac{1}{R} \right) d\Sigma \right]_{P=P_k} \quad (19c)$$

無次元振動数が小さいとき QR に関して Maclaurine 級数に展開して次式のように求める。

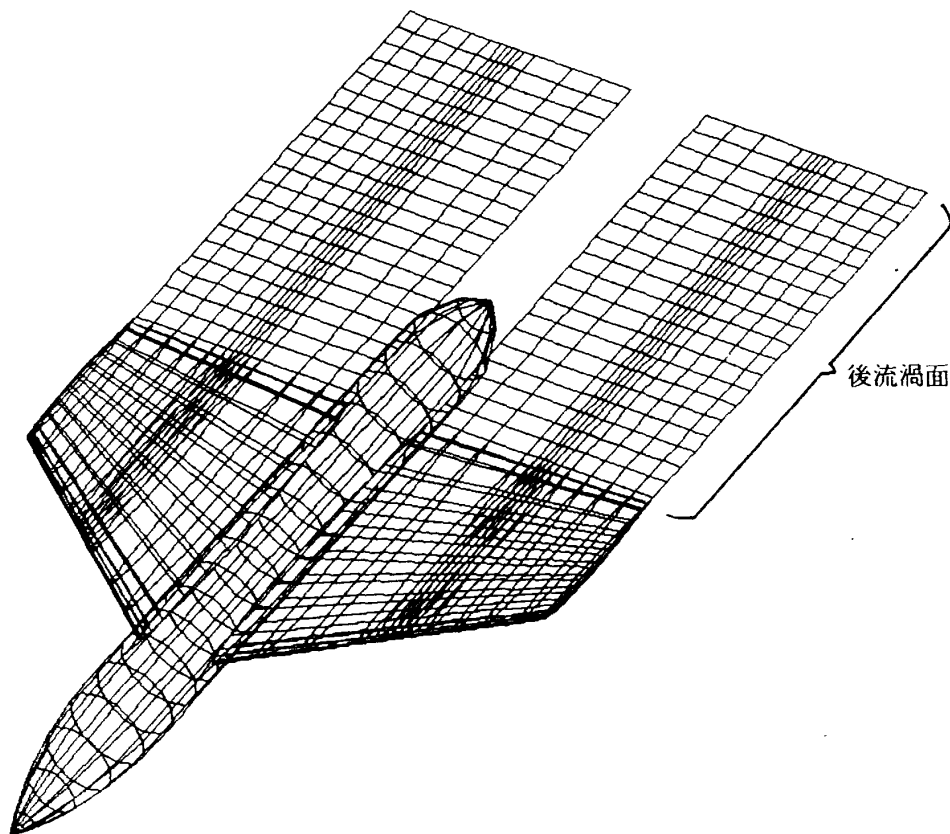


図 2 模型および後流渦面の離散化

② $QR < 1$ の場合

$$\hat{C}_{hk} = \left[\frac{1}{2\pi} \left\{ \iint_{\Sigma_B} \frac{\partial}{\partial N} \left(\frac{1}{R} \right) + \iint_{\Sigma_B} \left(\frac{Q^2}{2} - i \frac{Q^3 R}{3} - \frac{Q^4 R^2}{6} \right) \frac{(-R \cdot N)}{R} d\Sigma \right\} \right]_{P=P_k} \quad (20a)$$

$$\hat{B}_{hk} = \left[\frac{-1}{2\pi} \left\{ \iint_{\Sigma_B} \frac{1}{R} d\Sigma - \iint_{\Sigma_B} \left(-iQ - \frac{Q^2 R}{2} + i \frac{Q^3 R^2}{6} \right) d\Sigma \right\} \right]_{P=P_k} \quad (20b)$$

$$\hat{W}_{hk} = \left[\frac{\pm 1}{2\pi} \left\{ \iint_{\Sigma_W} \frac{\partial}{\partial N} \left(\frac{1}{R} \right) d\Sigma + \iint_{\Sigma_W} \left[-\frac{\alpha^2}{2} + \alpha\beta - \frac{\alpha^2 \beta}{6} + i \left(\beta - \alpha - \frac{\alpha^2 \beta}{2} + \frac{\alpha^3}{6} \right) \right] \cdot \frac{1(-R \cdot N)}{R^2} d\Sigma \right\} \right]_{P=P_k} \quad (20c)$$

ただし, $\alpha = \left(\frac{X_h - X_k}{M_\infty} + R \right)$, $\beta = QR$ である。

(17)式の右辺の $(\partial\Phi/\partial n)$ は微小擾乱の仮定を用い, 非定常の場合も定常と同様の近似を行っているが非定常の場合, この境界条件は振動モードによりそれぞれ計算する必要がある。航空機の運動を定常状態の周りに微小調和振動していると仮定し, 物体表面の動く速度を V_B とし, 物体表面の外向き単位法線ベクトルを n , 変動法線ベクトル Δn

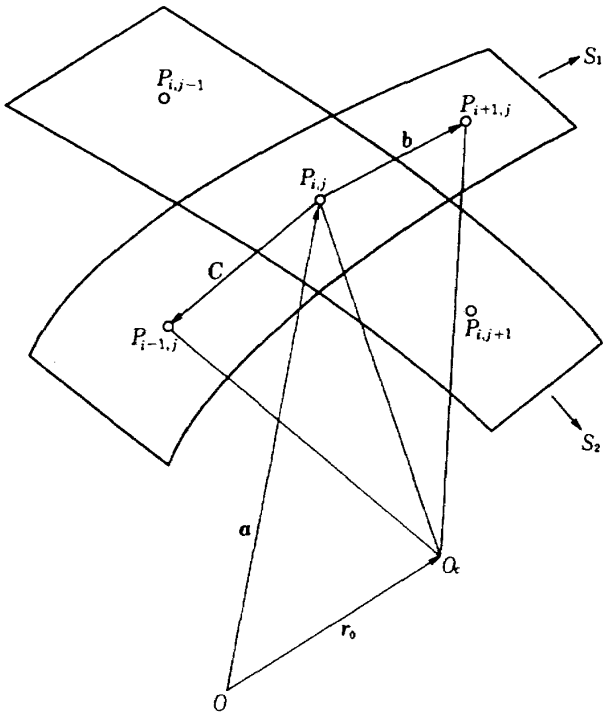


図3 物体表面に沿う微分

(t) とする。

$$\vec{n}(t) = \vec{n} + \Delta \vec{n}(t) \quad (21)$$

物体表面の時間変動に対して流体が物体表面に沿うと仮定し, 境界条件について非定常項を記述すると

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial n} \right)_u = \{ \vec{V}_B \cdot (\vec{n} + \Delta \vec{n}) - \vec{U}_\infty \cdot \Delta \vec{n}(t) \} \frac{1}{U_\infty} \quad (22)$$

一般に, 任意の回転軸回りの回転は次式で表わせる。すなわち図4に示すように翼が任意の軸 \vec{L}_1 のまわりに θ だけ回転したとき, 任意の点 \vec{R} の新しい座標を表す。

$$\begin{aligned} \vec{R} = & \vec{R}_1 + \vec{L}_1 \frac{\vec{L}_1 \cdot \vec{L}_2}{|\vec{L}|^2} + \vec{L}_3 \cos \theta \\ & + \frac{\vec{L}_1 \times \vec{L}_2}{|\vec{L}_1 \times \vec{L}_2|} |\vec{L}_3| \sin \theta \end{aligned} \quad (23)$$

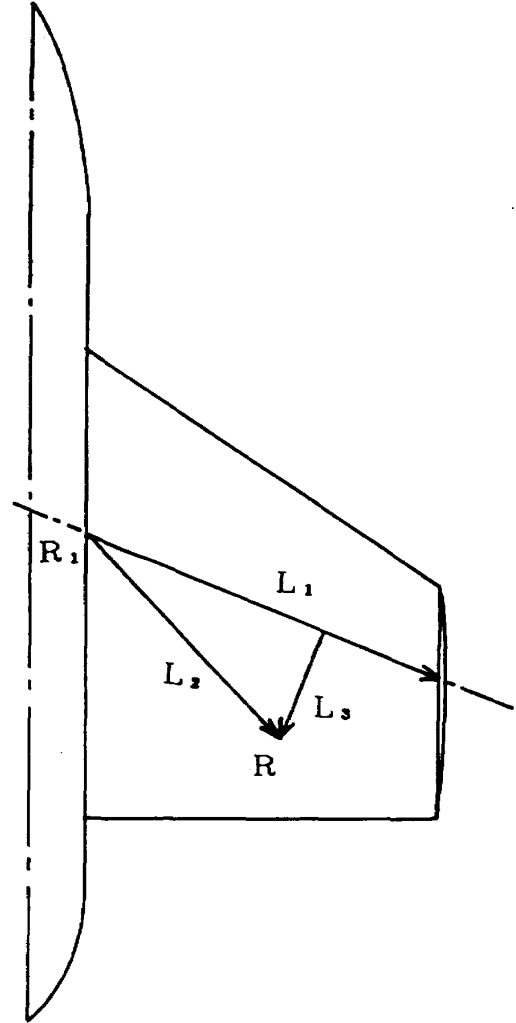


図4 回転軸まわりの変位

ここで、 L_1 は回転軸のベクトル、 R_1 は L_1 の始点の位置ベクトル、 L_2 はある点と始点を結ぶベクトル、 L_3 は回転軸に垂直なベクトル、 θ は回転角である。(23) 式から V_B , Δn を求め、(22) 式へ代入し境界条件を決める。

2.2 速度ポテンシャルの微分

得られた擾乱速度ポテンシャルを物理空間座標で微分し、非定常圧力係数を求める。本方法では翼の後縁や広域的領域の境界付近の微分が簡単に行え、パネルの中心での非定常圧力が得られ、しかも計算時間が非常に速いのが特徴である。

隣り合う連続する三つのパネルのポテンシャルについて、その変化は表面距離 s に関して二次式で表されると仮定して、微分を行う (図 3)。非定常流では

$$\bar{\phi} = \hat{\phi} e^{i\Omega/MX} = as^2 + bs + c \quad (24)$$

a , b , c は二次曲線の係数で三点の速度ポテンシャルから計算して求められる。詳細は文献6)を参照。

s_1 , s_2 方向の微分は

$$\bar{\phi}_{s1} = 2a_1s_1 + b_1 \quad (25a)$$

$$\bar{\phi}_{s2} = 2a_2s_2 + b_2 \quad (25b)$$

次に、点 P における s_1 , s_2 方向の接線単位ベクトルは次のようにして求める。隣り合う三点が一直線上に並んでいる場合の接線単位ベクトルは

$$\vec{\lambda} = \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} \quad (26)$$

また、隣り合う三点が直線に並んでいない場合は、その三点を通る円を考える。円の中心の位置ベクトル \vec{r}_0 , P 点の位置ベクトル \vec{a} , P_{ij} と $P_{i-1,j}$ のベクトルを \vec{c} , P_{ij} と $P_{i+1,j}$ 間を \vec{b} とする。 \vec{r}_0 はベクトル \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて次のように書ける。

$$\vec{r}_0 = \vec{a} + s_c \vec{b} + t_c \vec{c} \quad (27a)$$

ここに

$$s_c = \frac{(\vec{b}^2 - \vec{b} \cdot \vec{c}) \vec{c}^2}{2(\vec{b}^2 \vec{c}^2 - (\vec{b} \cdot \vec{c})^2)} \quad (27b)$$

$$t_c = \frac{(\vec{b} \cdot \vec{c} - \vec{c}^2) \vec{b}^2}{2((\vec{b} \cdot \vec{c})_2 - \vec{b}_2 \vec{c}_2)} \quad (27c)$$

したがって、 P_{ij} 点における接線単位ベクトル $\vec{\lambda}$

は \vec{r}_0 , \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} および \vec{n}_n , \vec{n}_r を用いて、次のように表わされる。

$$\vec{\lambda} = \vec{n}_n \times \vec{n}_r \quad (28)$$

ここで、 \vec{n}_n は三点を通る円に垂直なベクトルであり、 \vec{n}_r はその円の中心から P_{ij} 点へ向かう半径方向のベクトルである。

$$\vec{n}_n = \frac{\vec{b} \times \vec{c}}{|\vec{b} \times \vec{c}|} \quad (29)$$

$$\vec{n}_r = \frac{\vec{a} - \vec{r}_0}{|\vec{a} - \vec{r}_0|} \quad (30)$$

結局、 s_1 , s_2 方向のそれぞれの接線単位ベクトル $\vec{\lambda}_1$, $\vec{\lambda}_2$ は

$$\vec{\lambda}_1 = \frac{\vec{b}_1}{|\vec{b}_1|}, \quad \vec{\lambda}_2 = \frac{\vec{b}_2}{|\vec{b}_2|} \quad (31a)$$

三点が直線の場合 (31a)

$$\vec{\lambda}_1 = \vec{n}_{n1} \times \vec{n}_{r1}, \quad \vec{\lambda}_2 = \vec{n}_{n2} \times \vec{n}_{r2} \quad (31b)$$

三点が曲線の場合 (31b)

パネル P に接し、 s_1 方向に \vec{e}_1 をとり、 s_1 に直角方向を \vec{e}_2 とする直交化を行う。それぞれの方向の微分は次の式で表わされる。

$$\bar{\phi}_{e1} = \bar{\phi}_{s1} / U_\infty \quad (32a)$$

$$\bar{\phi}_{e2} = \frac{1}{1 - (\vec{\lambda}_1 \cdot \vec{\lambda}_2)^2} \{ \bar{\phi}_{s2} - (\vec{\lambda}_1 \cdot \vec{\lambda}_2) \bar{\phi}_{s1} \} (1/U_\infty) \quad (32b)$$

非定常の場合、(17) 式を解くことにより非定常擾乱速度ポテンシャルが得られる。擾乱速度ポテンシャル ϕ から圧力係数を求めるには定常流の手順と同じ方法を取る。圧力およびポテンシャルの式は

$$C_p = \hat{C}_p e^{i\Omega T} \quad (33)$$

$$\bar{\phi} = \hat{\phi} e^{i\Omega(T + M_\infty X)} \quad (34)$$

ただし、 $\Omega = \omega / (a_\infty \beta)$, $T = a_\infty \beta t$ である。 \hat{C}_p は圧力係数の複素振幅で次のように表わされる。

$$\hat{C}_p = \frac{-2}{\beta} e^{-ik\beta X} \frac{\partial}{\partial X} (\hat{\phi} e^{ik/\beta X}) \quad (35)$$

結局、圧力係数は次式で表わされる。

$$\hat{C}_p = \frac{-2}{\beta} \{ \bar{\phi}_{e1} \vec{\lambda}_1 \cdot \vec{i} + \bar{\phi}_{e2} (\vec{\lambda}_1 - (\vec{\lambda}_1 \cdot \vec{\lambda}_2) \vec{\lambda}_1) \cdot \vec{i} \} e^{-ik\beta X} \quad (36)$$

ここに \vec{i} は X 方向の単位ベクトルであり, $\vec{\lambda}_1, \vec{\lambda}_2$ はそれぞれ s_1, s_2 方向の単位ベクトルである。

3. 定常および非定常空気の測定

非定常パネル法の検証のため外部搭載物付き半載模型を用いて低速域における空力特性を測定した。即ち, 非定常圧力分布の測定と縦揺れ動安定微係数の測定を行い, 前記パネル法との比較を行った。

3.1 風洞

単回路横型のゲッチンゲン型風洞でその測定部の断面は $2 \times 2\text{m}^2$ の正方形で, 長さは 4m であるところの当所の突風風洞を使用した。その風速は常用 3m/S から 50m/S で, 最大 67m/S が可能である。測定部の中央の動圧分布の測定から判断して, 風洞壁には約 50mm の境界層領域があることが分かった。

3.2 風試模型

供試模型は図5に示すように外部搭載物付き低

アスペクト比翼航空機の半載模型である。この半載模型は胴体は風洞壁に固定されており, 主翼より先の部分がピッチング振動するような構造である。主翼の翼型は NACA65A006 で縦横比が 2 の翼である。また, 翼幅(Exposed Span) 位置 320mm のところにパイロンおよびタンクが付いた形状である。この翼を電磁加振装置に装着し 40.5% 翼弦位置の斜めの軸まわりにピッチング振動させた。

胴体部形状は全長 1750mm , 全幅 200mm の回転対称体で頭部と尾部は Tangent Ogive である。タンク形状は全長 856.7mm , 最大幅 107.6mm の回転体である。圧力測定孔は翼面上に 96 点, タンク表面に 32 点設定し, 非定常圧力センサは 3 点設定した。また, 加速度センサは翼面上に 2 点, タンクの先端に 2 点設定した。主翼には翼幅方向に 6 断面, タンクには子午線方向の 3 断面に圧力孔を設けた。図 7a は翼上面内側の配管状態を示し, 図 7b は翼の内部の配管および配線状態を示す。

電磁加振装置は半載模型用動的天秤で図6に示す構造になっており, 永久磁石の磁界の間に, 十字バネとジュラルミン製の腕木とコイルを組合わ

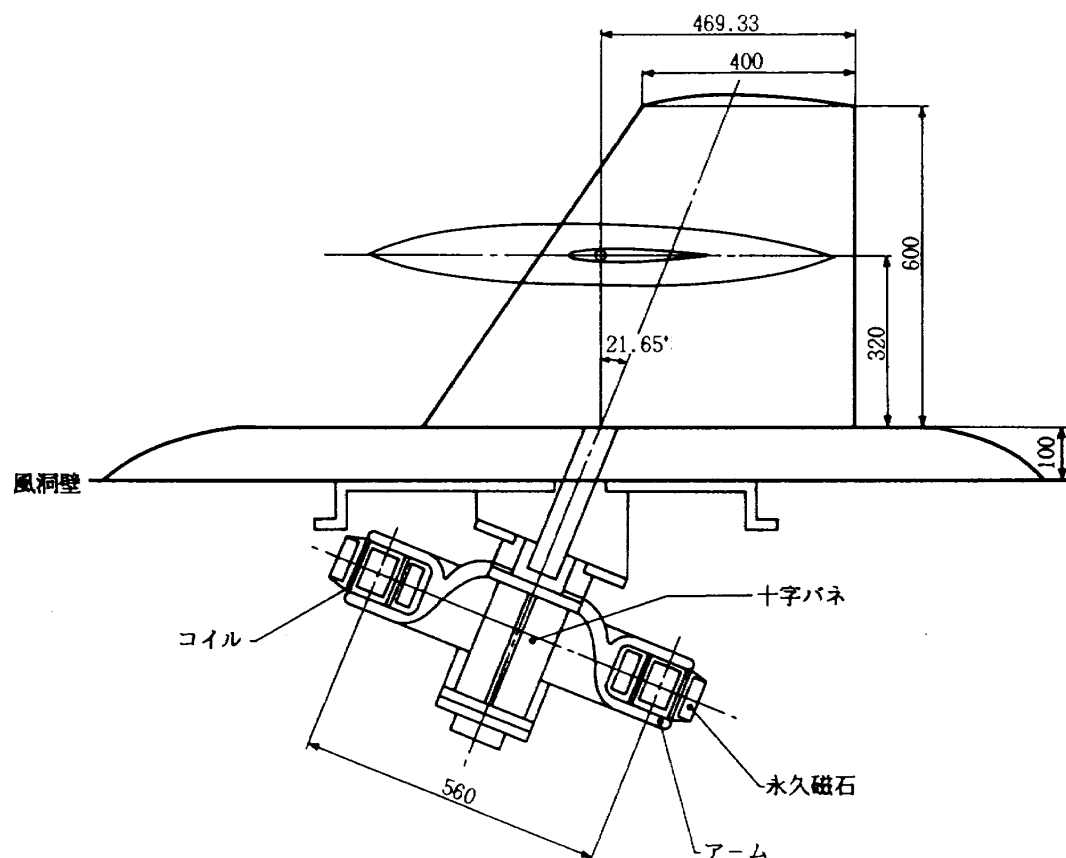


図5 半載模型と電磁加振装置

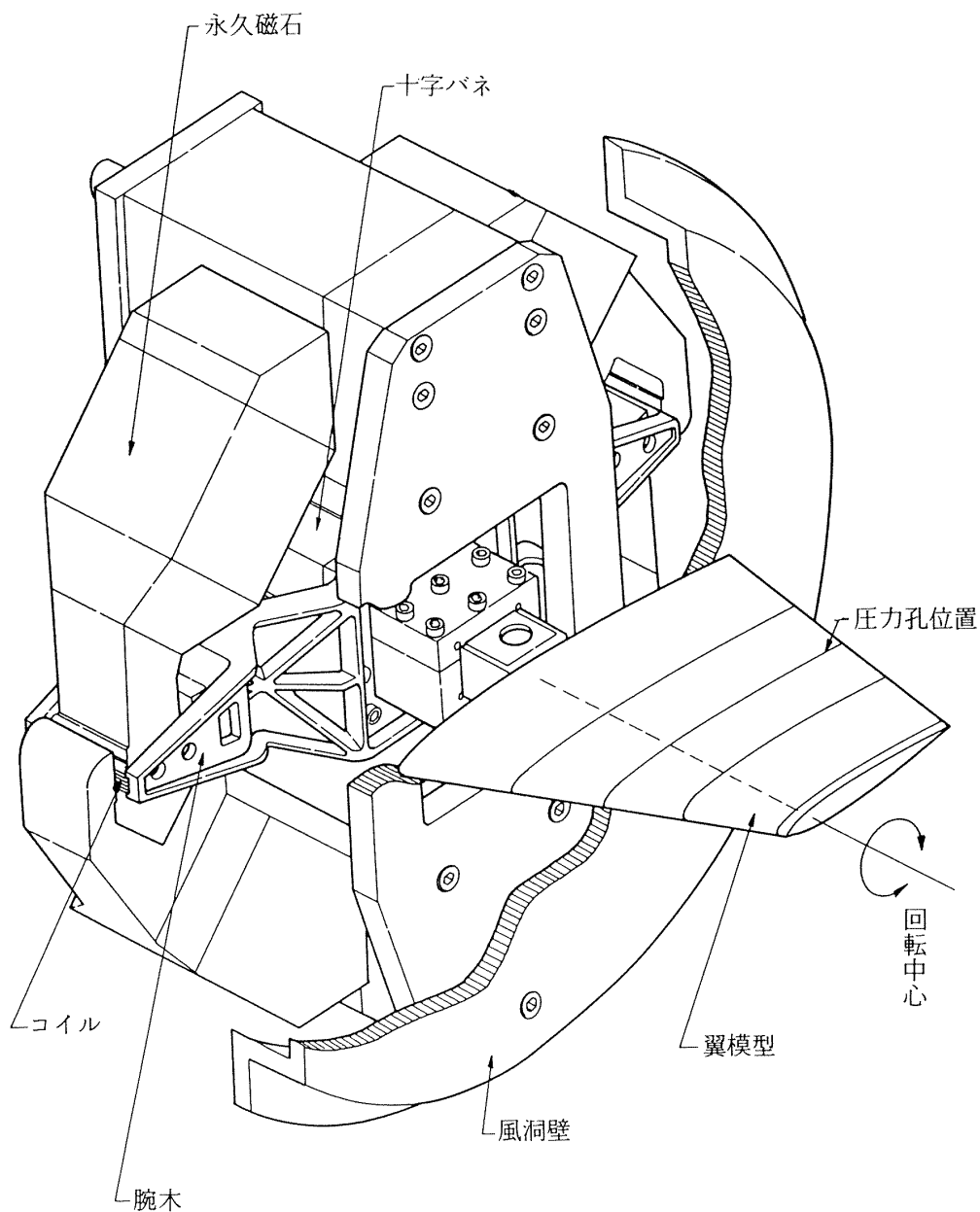
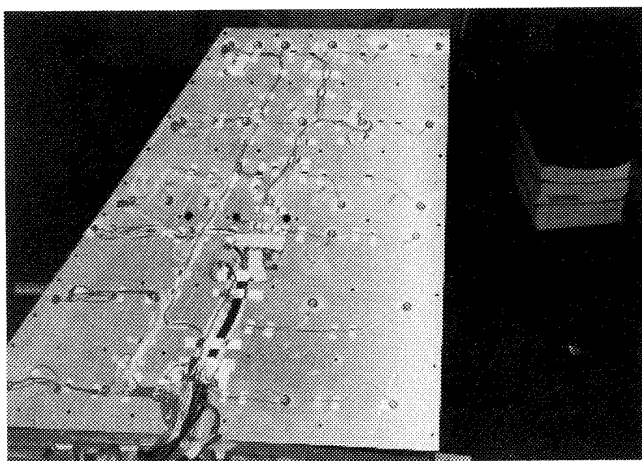
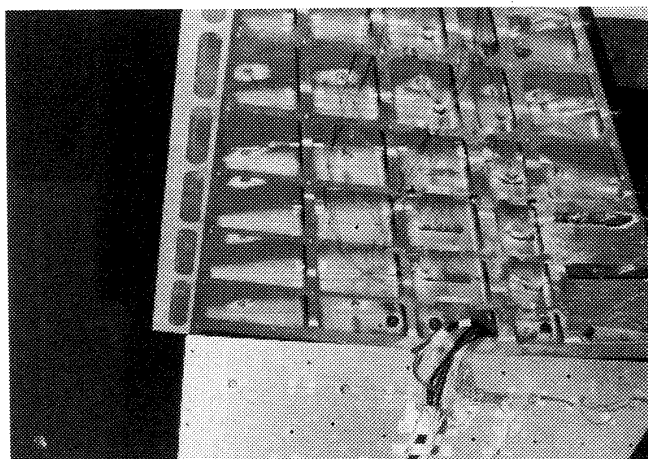


図 6 電磁加振装置の鳥瞰図



a



b

図 7 翼面内部の配管系

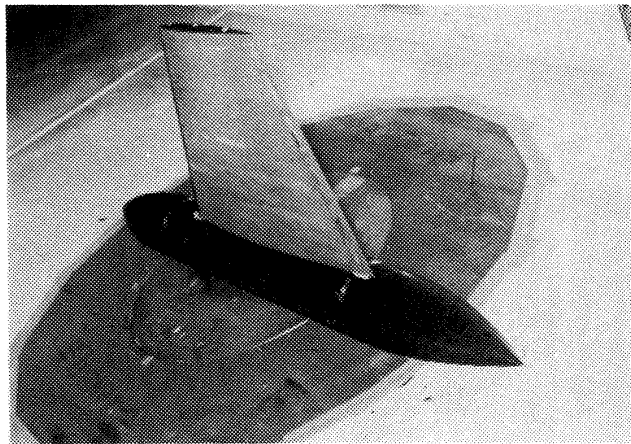
せた構造である。コイルに励起電流を流すと十字バネのバネ定数と模型の質量で決まる固有振動で自励振動を行う。従って、振動数を変化させるにはバネを交換しなければならない。

風洞測定部に装着した様子を図8に示す。図8aはタンク無し模型で、図8bはタンク付模型である。

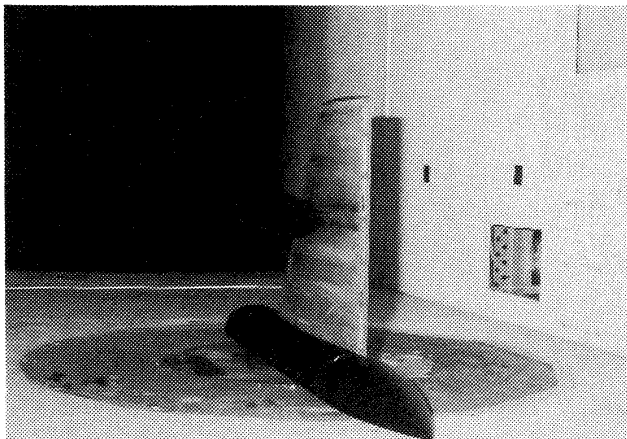
3.3 非定常圧力および動安定微係数の測定方法

3.3.1 Tube-Scanivalve 法による計測法

変動圧力測定には埋込み型の圧力変換器を用いて直接測定する方法と Tube-Scanivalve 法がある。この Tube-Scanivalve 法は直接測定法と比較して圧力変換器等の台数が少なくて済み経済的な方法である。しかし、得られた測定値をさらにチューブの伝達関数で補正しなければならない。内径1



a 翼のみ



b タンク付き

図8 翼洞半載模型

mmφで長さ1200mmの静止空気中におけるチューブの動特性を図9に示す。

調和振動的な非定常圧力の測定方法の概略を説明する。Fourier 解析はその定義に従い次のように書ける。

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt = X_R + jX_I \quad (37)$$

今、迎角 $\alpha(t)$ における埋込み型 (in situ) 圧力の信号を $C_{pi}(t)$ 、Scanivalve の圧力の信号を $C_{ps}(t)$ とするとそれぞれ Fourier 変換して

$$\alpha(t) \rightarrow \alpha' + j\alpha'' \quad (38)$$

$$C_{pi}(t) \rightarrow C_{pi}' + jC_{pi}'' \quad (39)$$

$$C_{ps}(t) \rightarrow C_{ps}' + jC_{ps}'' \quad (40)$$

ここで、迎角に対する変動圧力係数を $C_{p\alpha}' + jC_{p\alpha}''$ と定義すると

$$C_{p\alpha}' + jC_{p\alpha}'' = \frac{C_{pi}' + jC_{pi}''}{\alpha' + j\alpha''} = \frac{C_{ps}' + jC_{ps}''}{\alpha' + j\alpha''} \times \frac{C_{pir}' + jC_{pir}''}{C_{psr}' + jC_{psr}''} = \frac{C_{ps}' + jC_{ps}''}{\alpha' + j\alpha''} \cdot \frac{1}{G_{tu}} \quad (41)$$

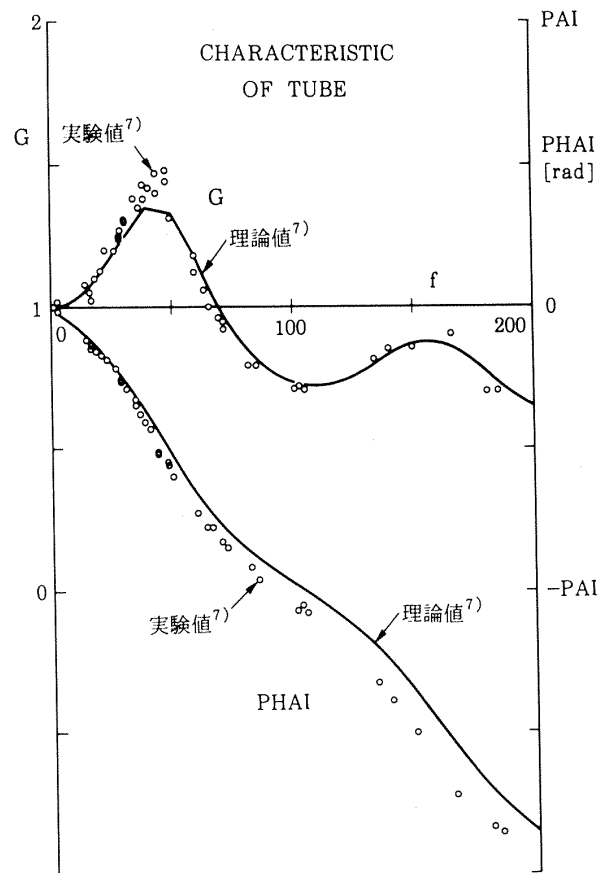


図9 配管系の周波数特性

ここで、 C_{pir} , C_{psr} は参照点(Reference point)における埋込み型変換器と Scanivalveの変換器の圧力係数をそれぞれ表わす。したがって、 G_{tu} は参照点におけるチューブの伝達関数に当たる。Tube-Scanivalve法で翼面上の圧力を測定した場合、迎角に対する圧力の位相差と振幅の補正を行わなければならないが単に(41)式のように全点の測定値に複素数 $1/G_{tu}$ を掛けるだけで補正することが出来る。

3.3.2 動安定微係数の測定

自由振動法による動安定微係数の測定法について述べる。十字バネで支持されている模型の振動系の運動方程式は次式で表わせる。

$$I\ddot{\alpha} + C_0\dot{\alpha} + K_0\alpha = M_{\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + M_{\alpha}\alpha \quad (42)$$

(42)式に減衰振動の解 $\theta = \alpha e^{(\mu + i\omega)t}$ を代入し、実数部と虚数部に分けて表わすと

$$I(\mu^2 - \omega^2) + (C_0 - M_{\dot{\alpha}})\mu + (K_0 - M_{\alpha}) = 0 \quad (43)$$

$$2I\mu\omega + (C_0 + M_{\dot{\alpha}})\omega = 0 \quad (44)$$

一方、静止空気中で振動させた場合は、

$$I(\mu_0^2 - \omega_0^2) + C_0\mu_0 + K_0 = 0 \quad (45)$$

$$2I\mu_0\omega_0 + C_0\omega_0 = 0 \quad (46)$$

但し、 μ_0 , ω_0 は静止空気中における減衰率および角振動数を表わす。今、減衰項が角振動数と比較し小さいと仮定すれば、 $\mu_0 \ll \omega_0$

$$\omega_0 = \left(\frac{K_0}{I}\right)^{1/2}, \quad \mu_0 = \frac{-C_0}{2I} \quad (47)$$

気流中では

$$-I\omega^2 + K_0 - M_{\alpha} = 0 \quad (48)$$

$$2I\mu + C_0 + M_{\dot{\alpha}} = 0 \quad (49)$$

従って、

$$-M_{\alpha} = I(\omega^2 - \omega_0^2) \quad (50)$$

$$-M_{\dot{\alpha}} = 2I(\mu - \mu_0) \quad (51)$$

と求められる。また、減衰係数 $\mu = -\delta f$ で、対数減衰率 δ と周波数 f との積で表わせる。ここで、 I は模型の慣性能率、 K_0 はバネ定数、 α は迎角、 μ は減衰係数、 ω は角振動数である。今回使用した模型のバネ系は板厚4.0mm のものを用いた。表1。また、加振アームを含む模型の慣性能率はタンク付き翼で $0.6276 \text{ Nms}^2/\text{rad}$ であり、タンク無し翼で 0.3824 である(表2)。

表1 バネ定数

板厚(mm)	
2.0	418.44 (Nm/rad)
3.0	1044.99
4.0	2785.57
5.0	4418.28

表2 模型の慣性モーメント

模 型	慣性モーメント
タンク無し翼	0.3824 (Nms ² /rad)
タンク付き翼	0.6276

4. 計算および測定結果の考察

亜音速流で圧縮性の影響を考慮した積分方程式(14)を用いて、外部搭載物付低アスペクト比翼航空機の各種空気を測定し理論値との比較を行った。非定常圧力測定法では新しく tube-scanivalve 法を採用した。図10はタンク付翼模型のパネル化の様子を示した。パネル総数は1672枚である。

4.1 定常圧力分布について

図11にタンク無しで迎角 $\alpha = 0.0^\circ$ の定常圧力分布を示した。翼型は対称翼を使用しているので翼の上下面の圧力は一致している。しかし、タンク付きでは同じ迎角でタンクとパイロンの空力干渉を受け翼の下面の圧力が負圧側に大きく偏った値を示している(図12)。この空力干渉は翼根および翼端へかなり広範囲に影響を及ぼしていることが分かる。これらの事情を理論値は良く表わしている。しかし、パイロンの内翼側の二点において測定値の方が理論値より負圧側で大きい値を示している。これは主翼とパイロンの相対的位置により激み点流となり、この付近で bubble が発生し剥離流となっていることが予想される。この現象は非定常圧力分布にも見られる。

次にタンク面上の圧力分布を見ると実際の測定点の位置は後ろから見て時計回りに $\theta = 60.0^\circ$, 180.0° , 300.0° にある。しかし、パネルの分割の都合で $\theta = 45.0^\circ$, 165.0° , 315.0° のところにプロットした。外翼側と内翼側で負圧のピーク値を比較

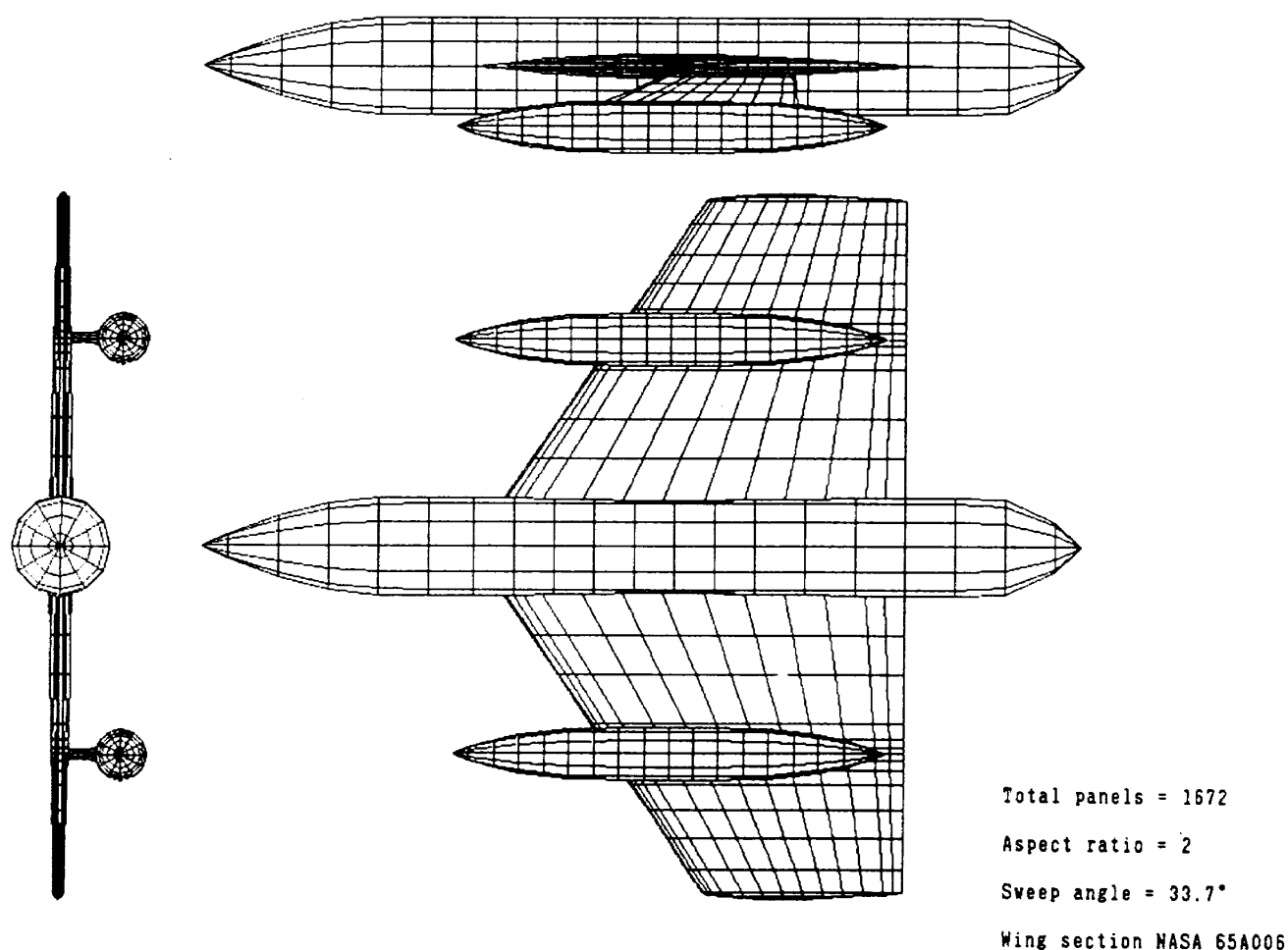


図10 Wing-Store Modelのパネル化

すると内翼側がやや大きいことが認められる。これらの傾向を理論値はよく表わしている(図12)。

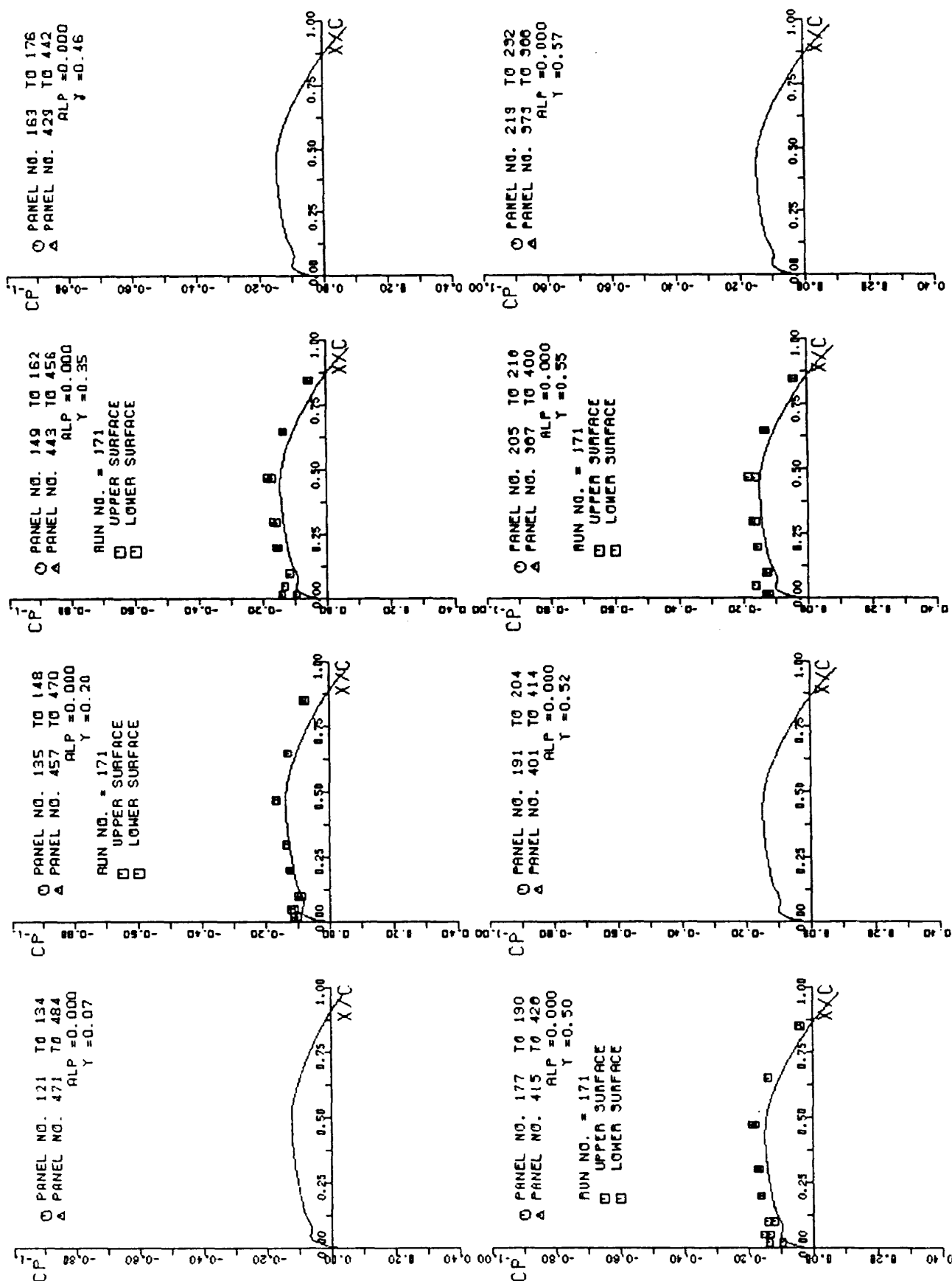
図13, 図14は迎角 $\alpha=2.5^\circ$ でタンクの有無による翼面上の圧力分布を示している。図14aではタンク付きでパイロンの位置は $\eta=0.53$ である。したがって、空力干渉により $\eta=0.35$ から $\eta=0.68$ ぐらいの範囲に渡って、その影響が伝播しているのが観測される。また、タンク上の圧力分布は前方の部分が圧力の高い方へ移動している。おおむね、理論値との一致は良いことが分かる(図14b)。

さらに、図15, 図16は迎角 $\alpha=-4.8^\circ$ におけるタンクの有無による圧力分布の変化を見たものである。図15の $\eta=0.87$ を見ると翼端渦による負圧が観測される。パネル法における固定の後流面の設定ではこのような翼端渦による効果は期待できないようである。図16aはタンク付の翼面の圧力分

布を示したものであるがパイロンとタンクの空力干渉により下面の $\eta=0.5, 0.55$ に負圧のピークが見られる。また、 $\eta=0.87$ には翼端渦によるずれが見られるのは図15と同じである。次に、タンク面上の圧力分布であるが $\theta=45.0^\circ, 165.0^\circ, 315.0^\circ$ に測定値と共にプロットしてある(図16b)。この図から内翼側で負圧のピーク値があり、この傾向は迎角 $\alpha=2.0^\circ$ のときと同様である。

4.2 非定常圧力分布について

半載模型を翼弦位置40.5%の回転軸回りにピッチング振動させた。胴体部は風洞壁に固定し、翼、パイロンおよびタンクの部分のみが可動にしてある(図5)。このように斜めの軸回りの振動モードは純粹のピッチング・モードにフラッピング・モードが重畳された振動になる。

図11 クリーン翼の定常圧力分布 ($\alpha=0.0$ 度)

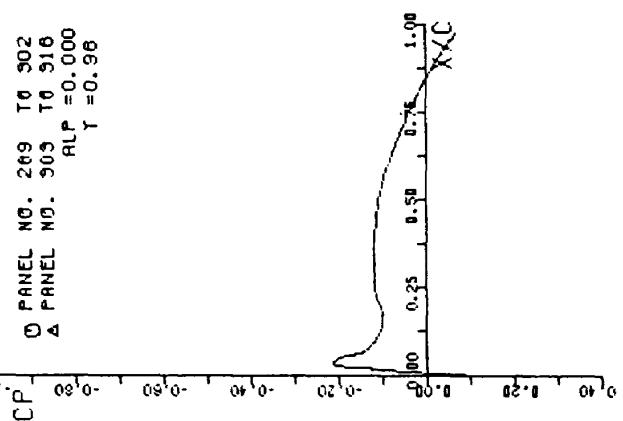
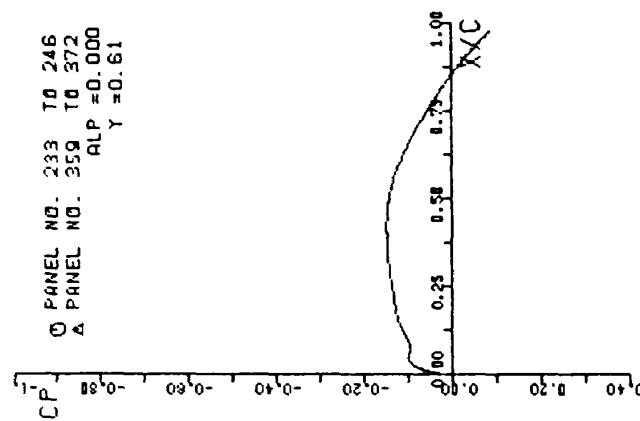
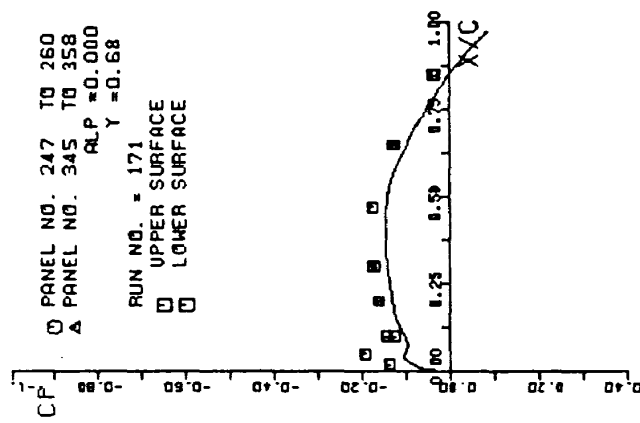
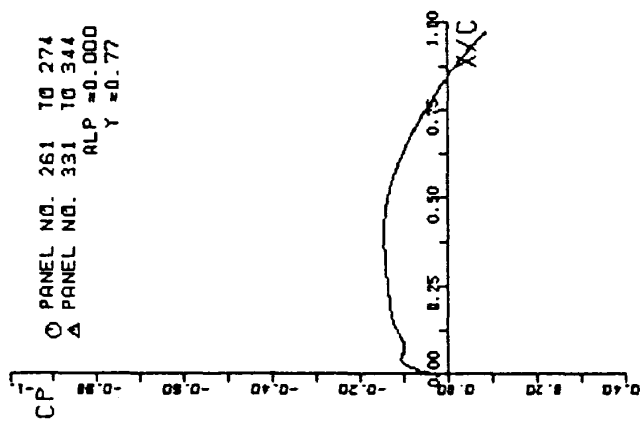
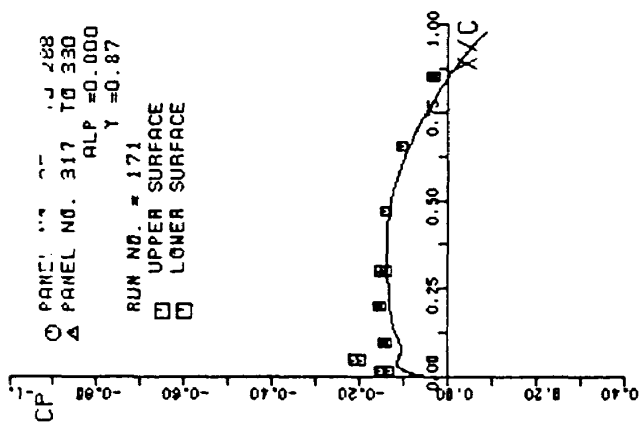
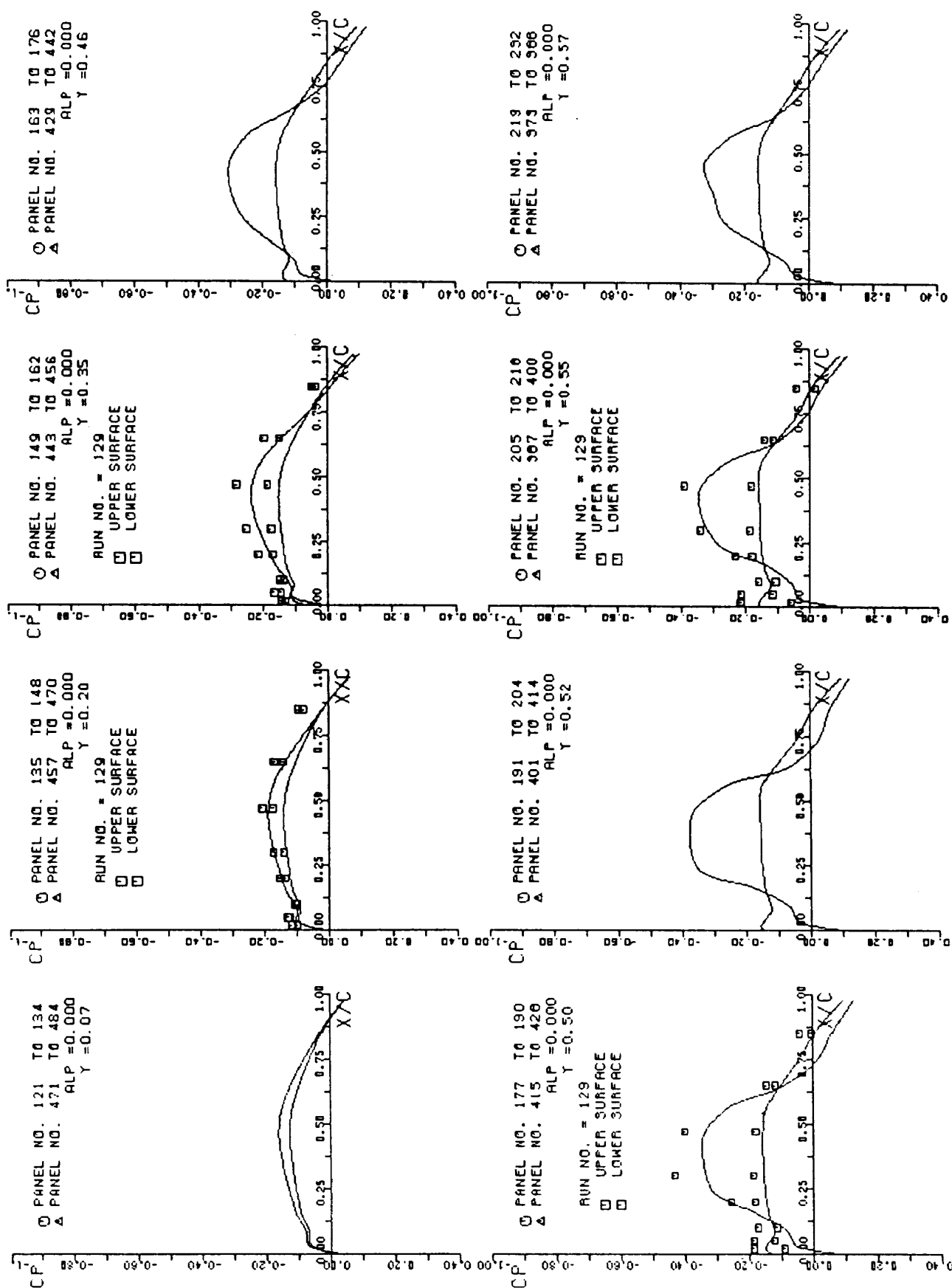


図11 つづき

図12a タンク付き翼の翼面上の定常圧力分布 ($\alpha=0.0^\circ$)

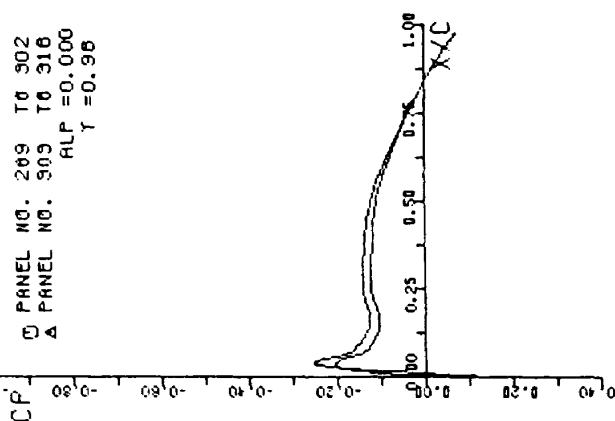
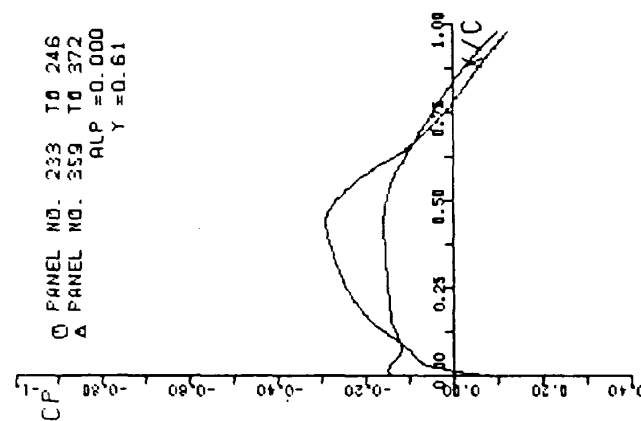
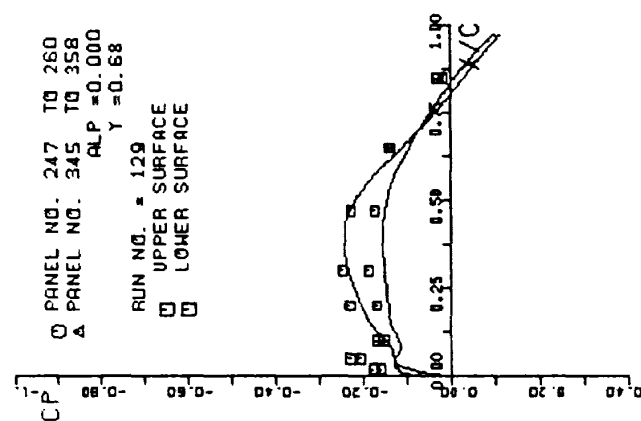
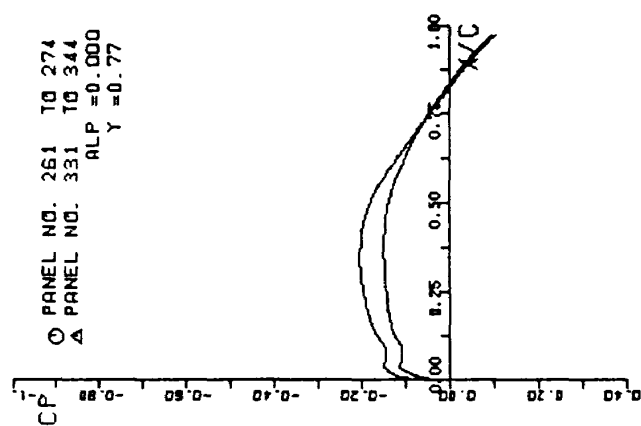
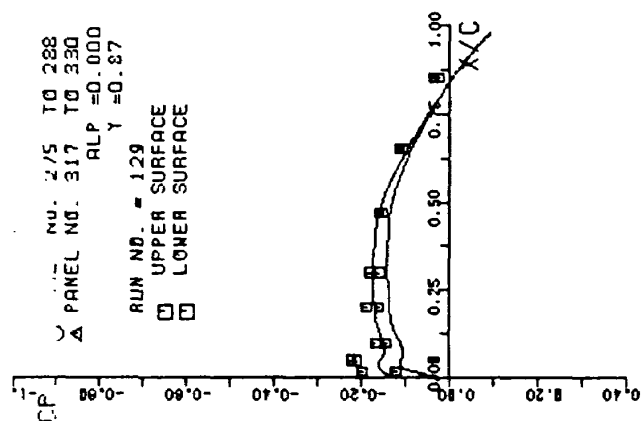
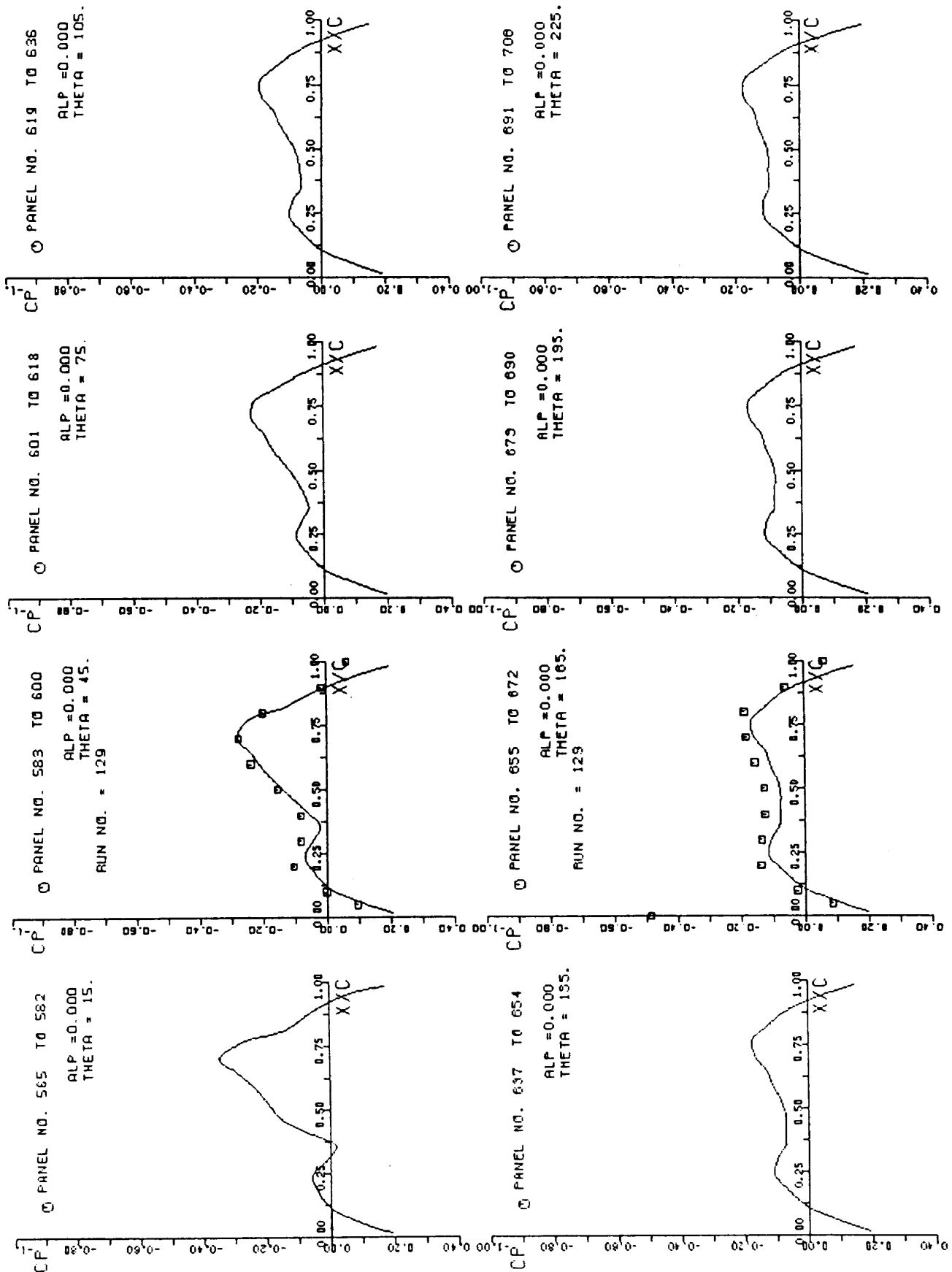


図12a つづき

図12b タンク付き翼のタンク面上の定常圧力分布 ($\alpha=0.0$ 度)

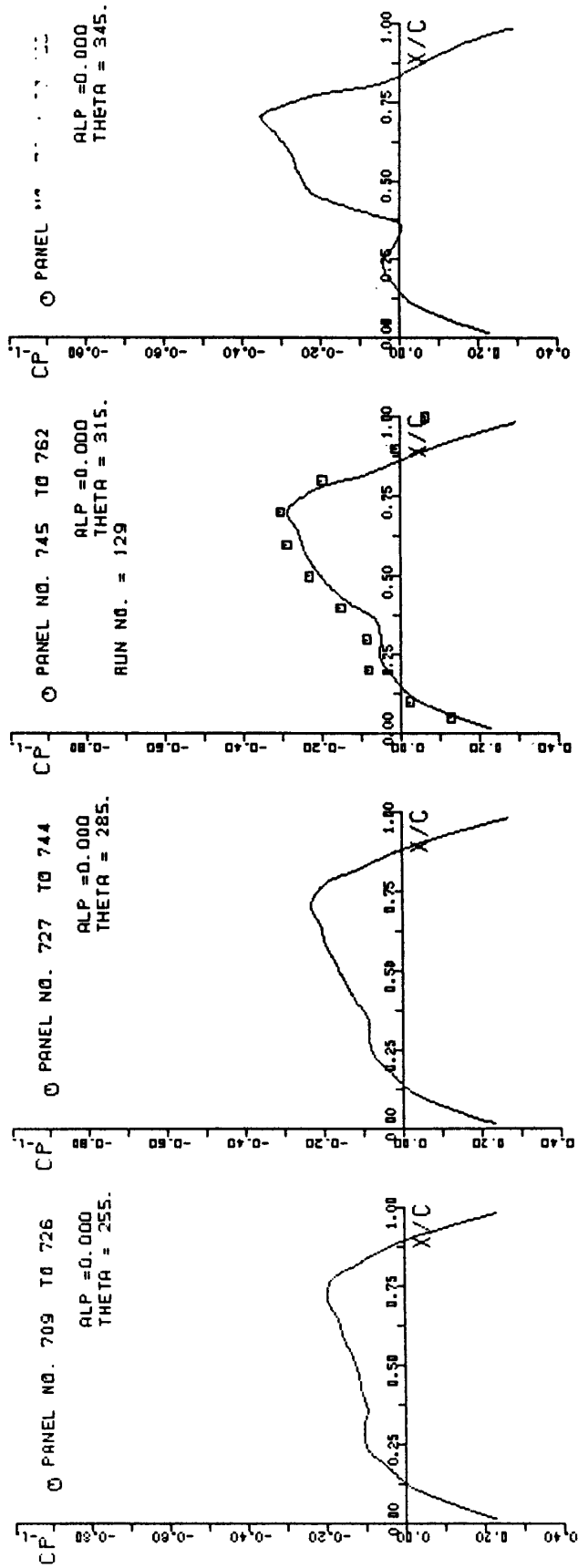
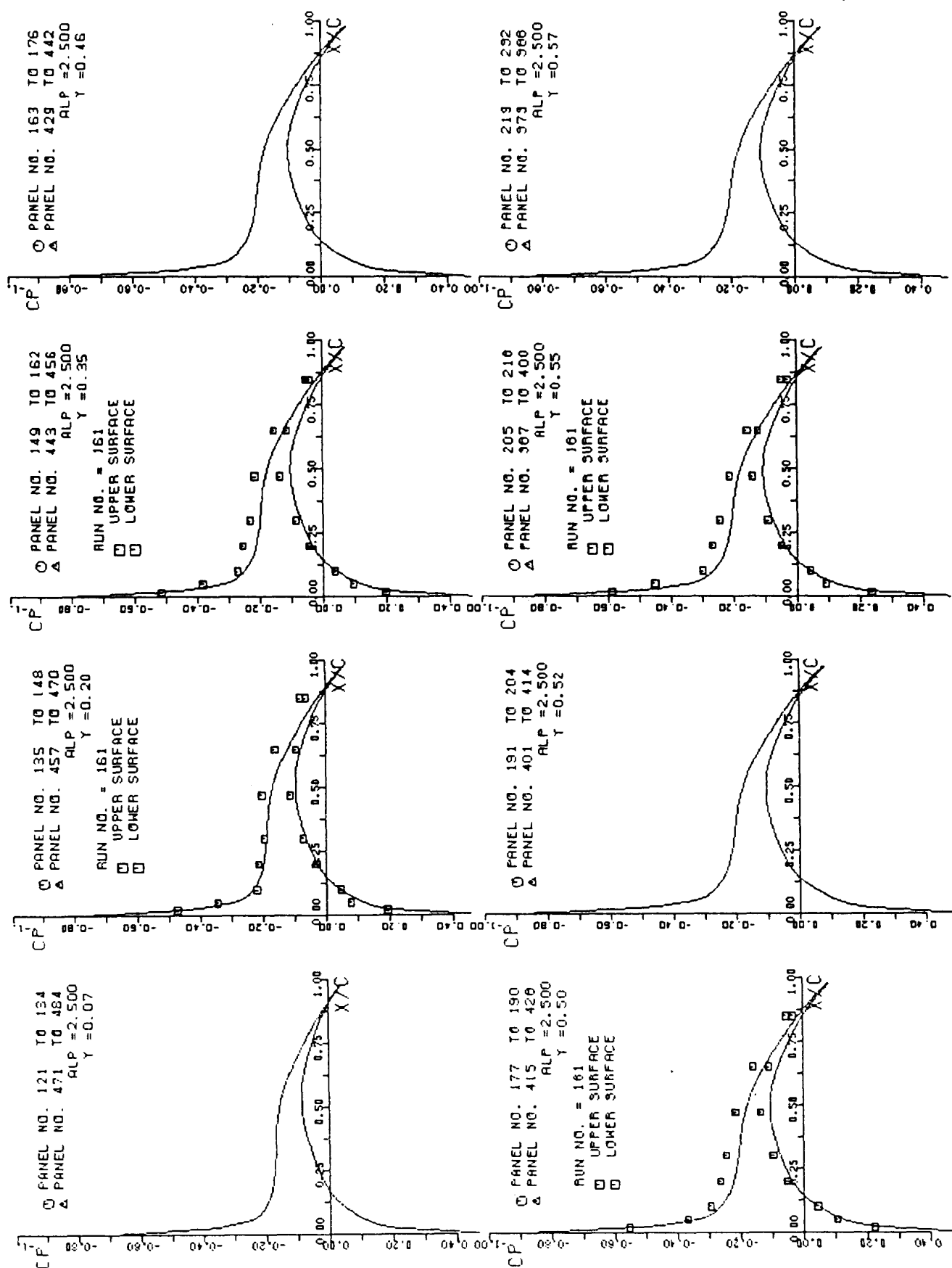


図12b つづき

図13 クリーン翼の定常圧力分布 ($\alpha = 2.5^\circ$)

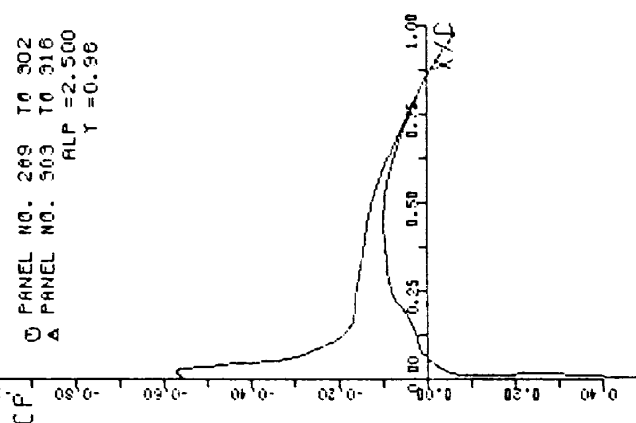
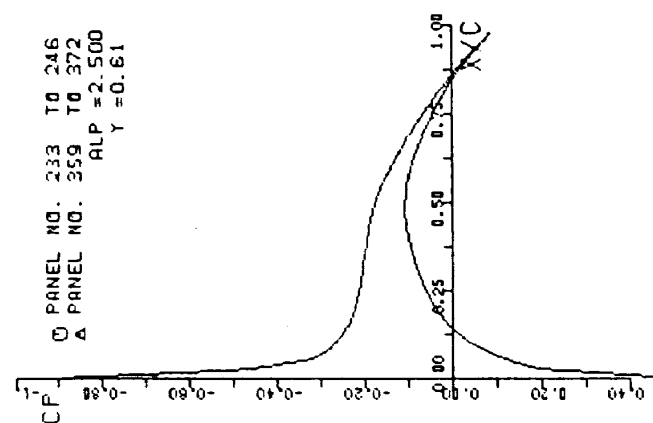
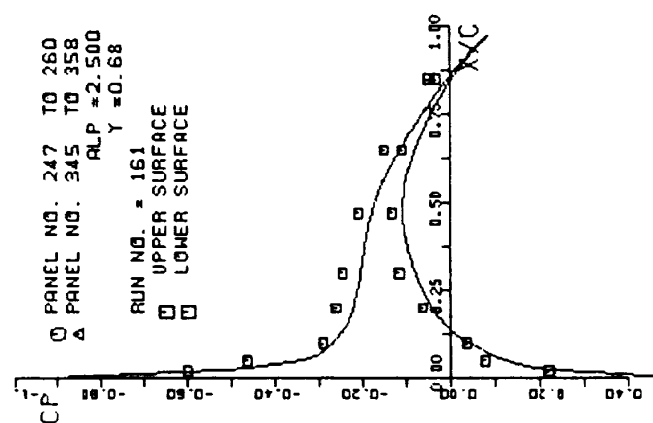
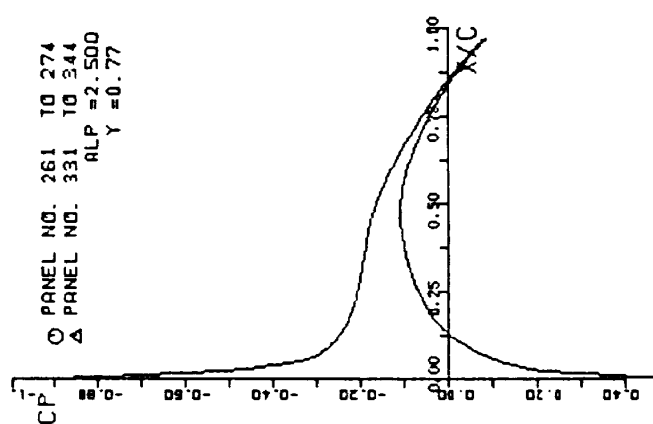
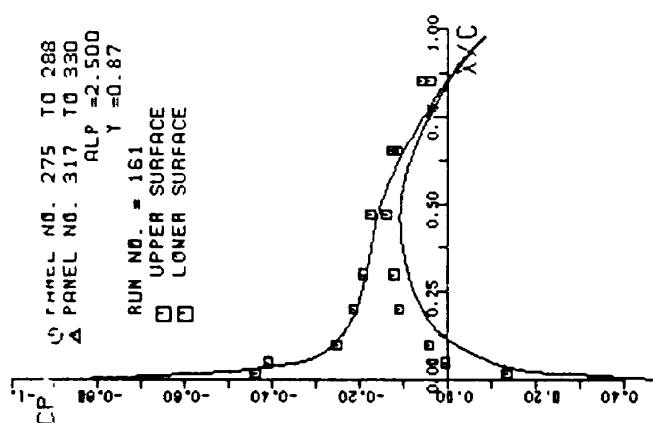
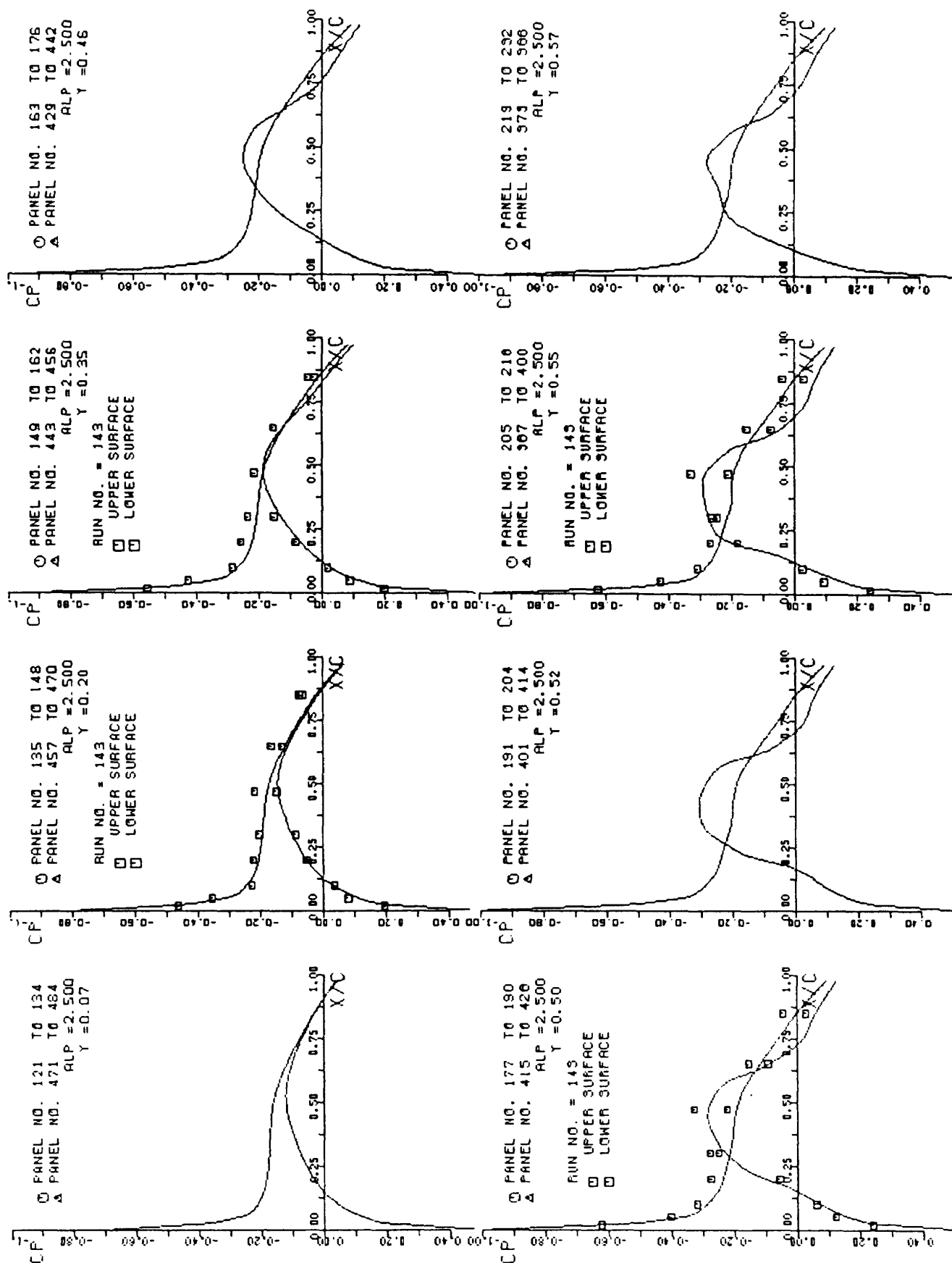


図13 つづき

図14a タンク付き翼の翼面上の定常圧力分布 ($\alpha = 2.5^\circ$)

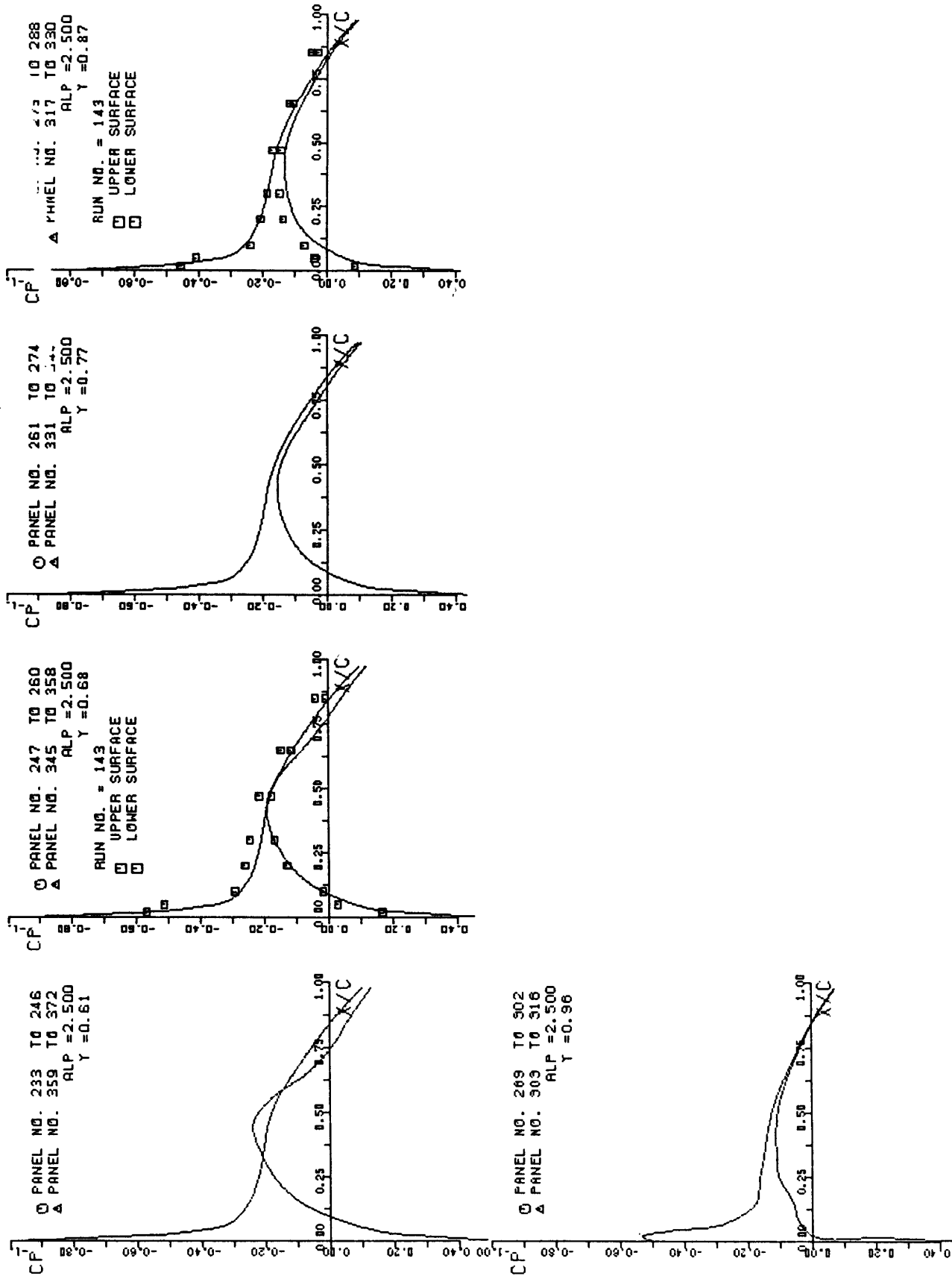
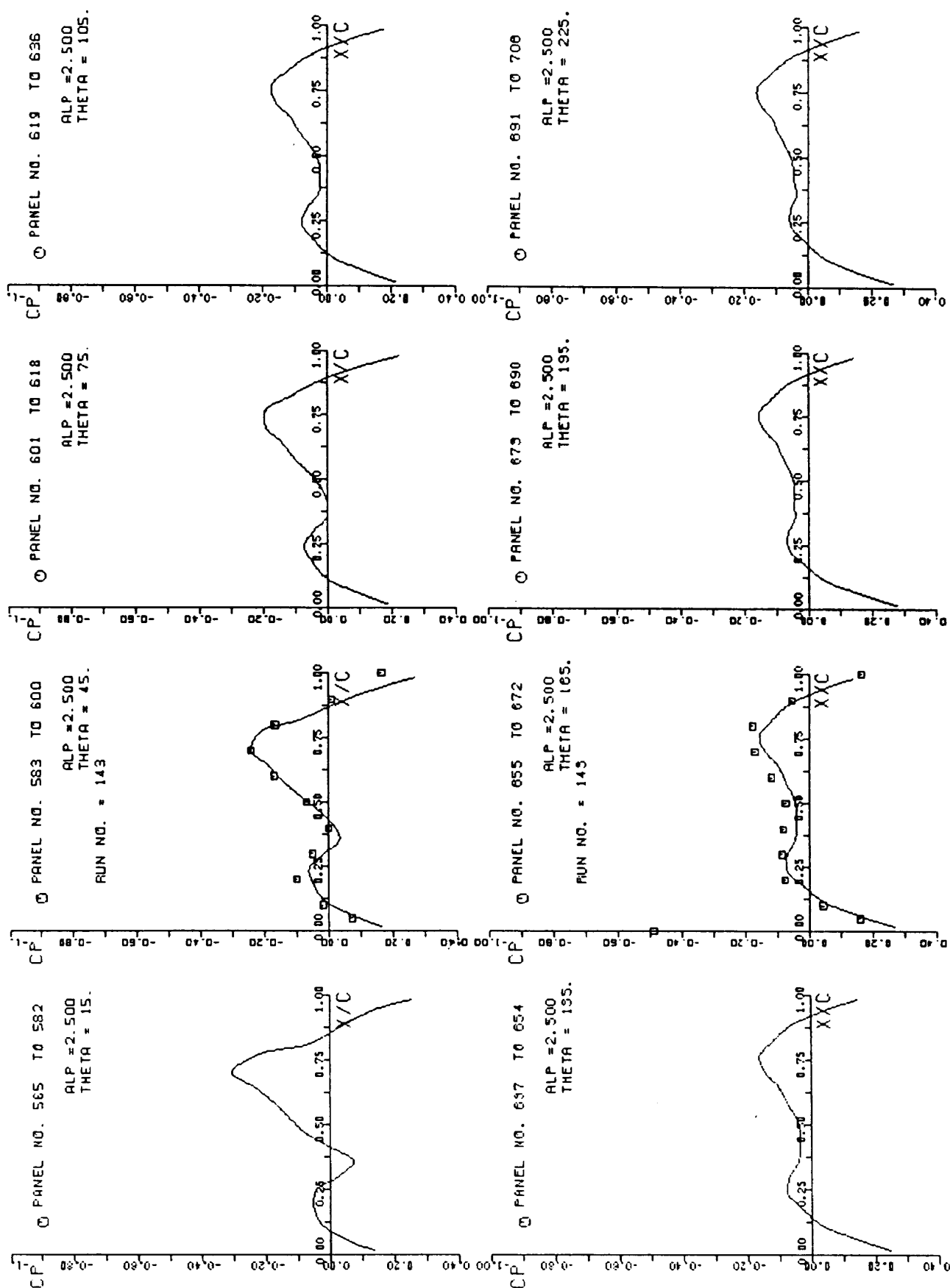


図14a つづき

図14b タンク付き翼のタンク面上の定常圧力分布 ($\alpha=2.5$ 度)

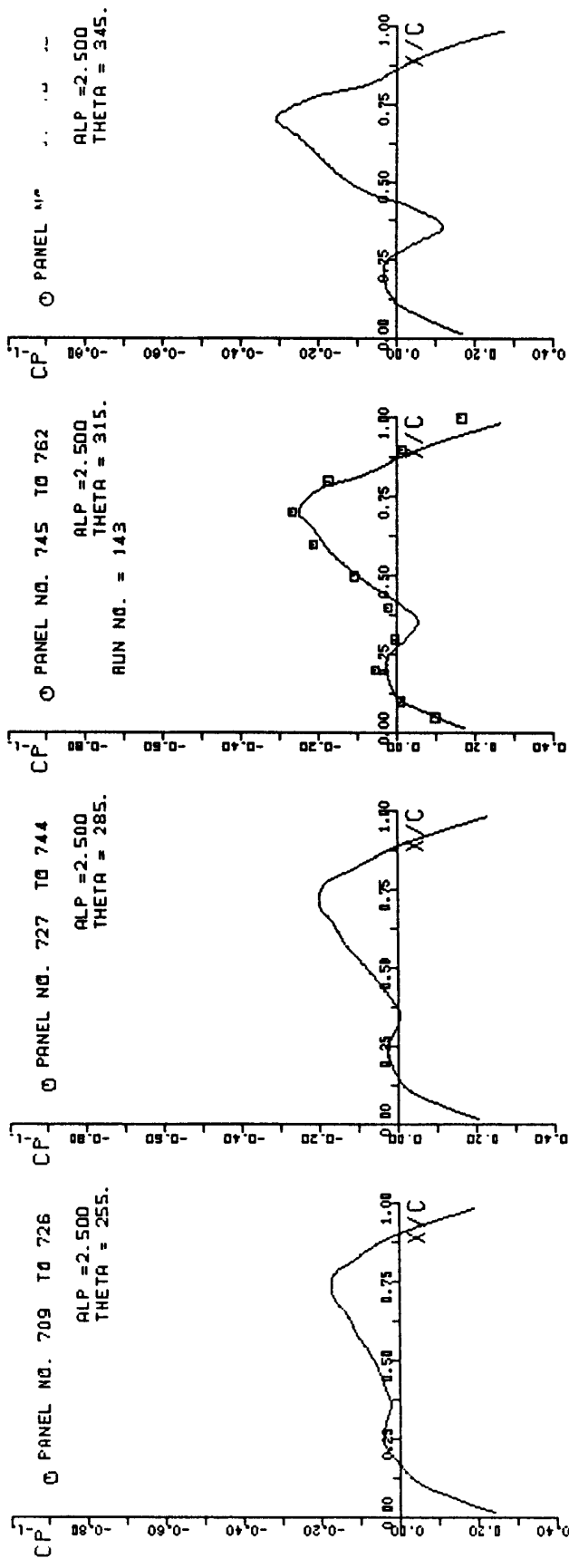
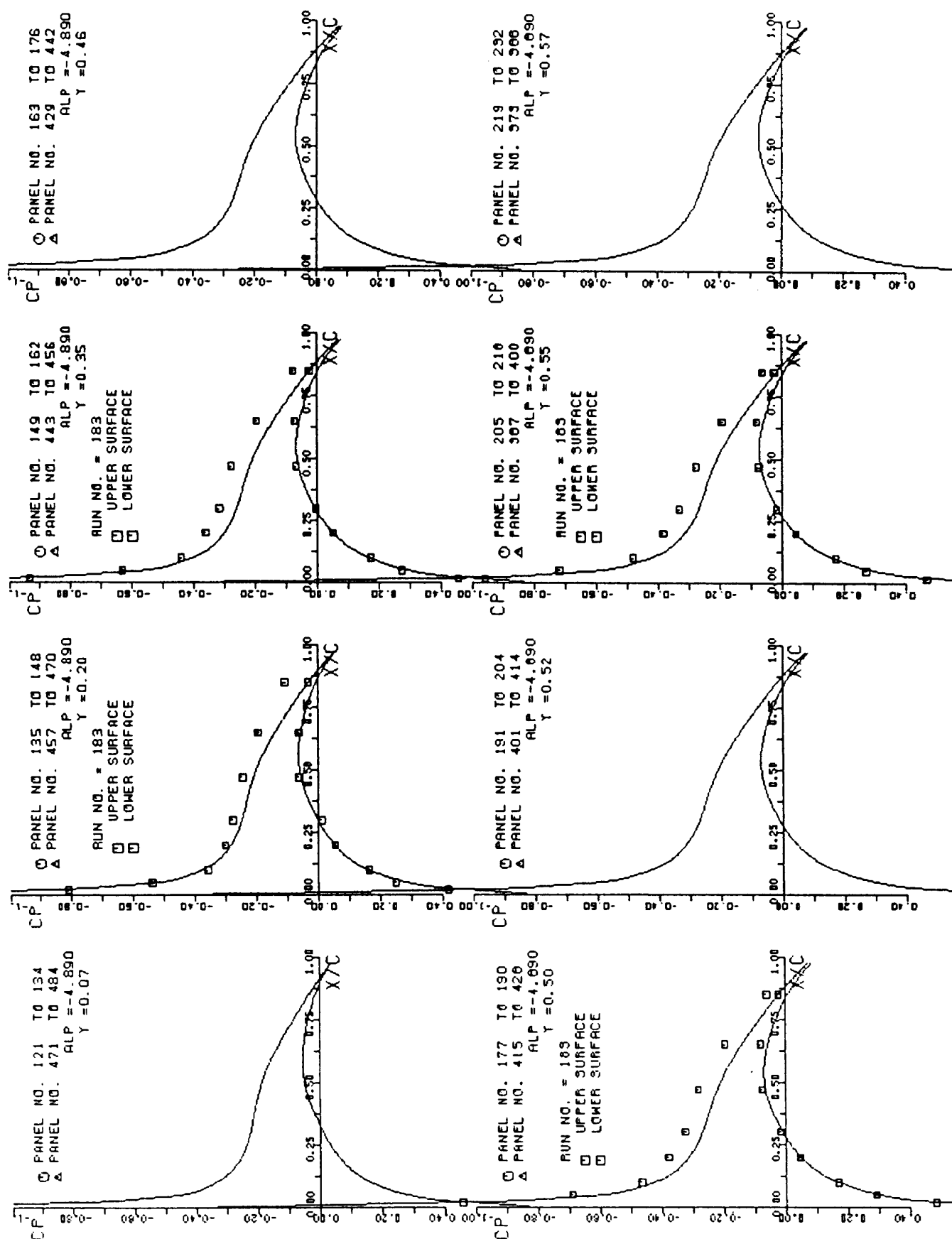


図14b つづき

図15 クリーン翼の定常圧力分布 ($\alpha = -4.89^\circ$)

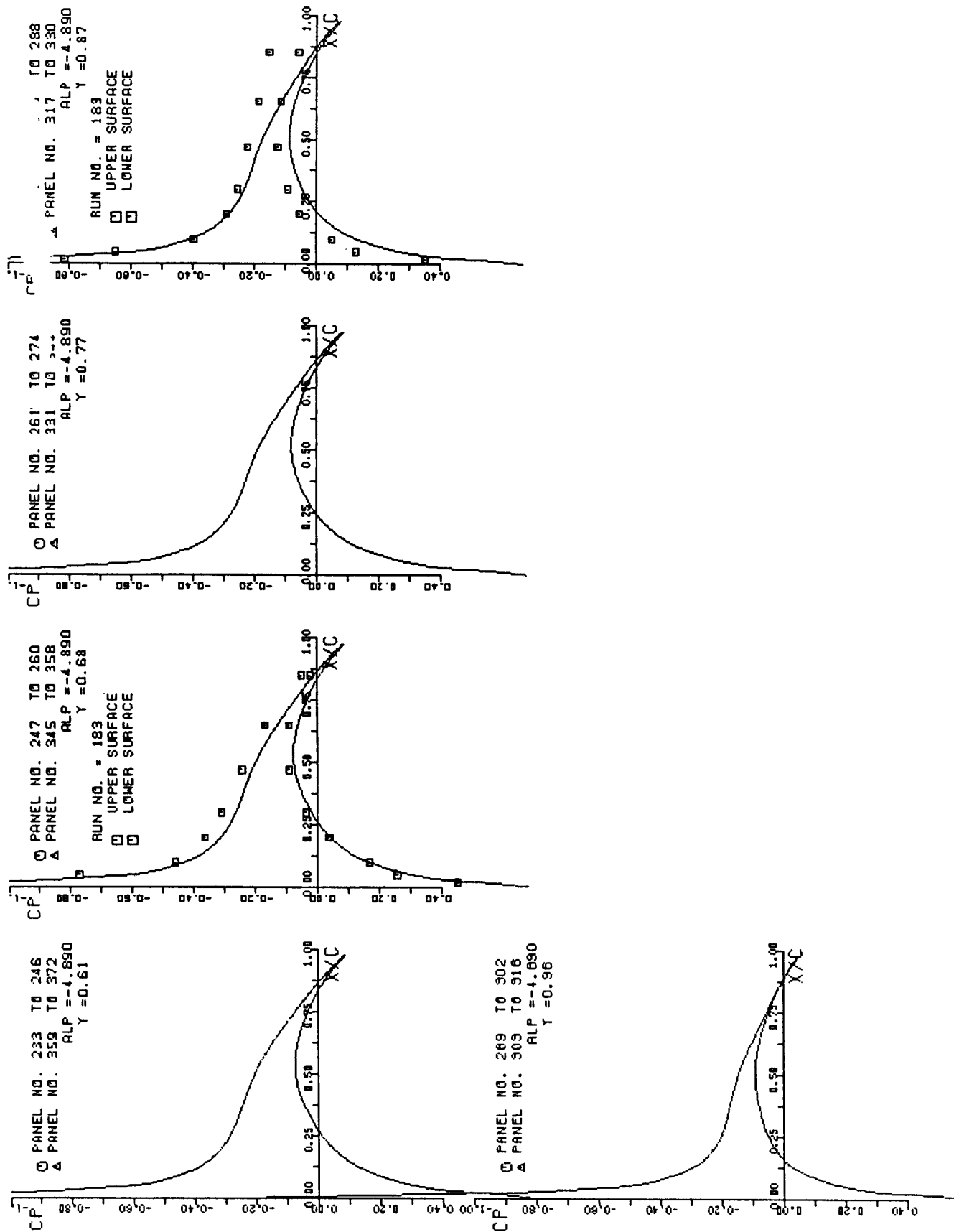
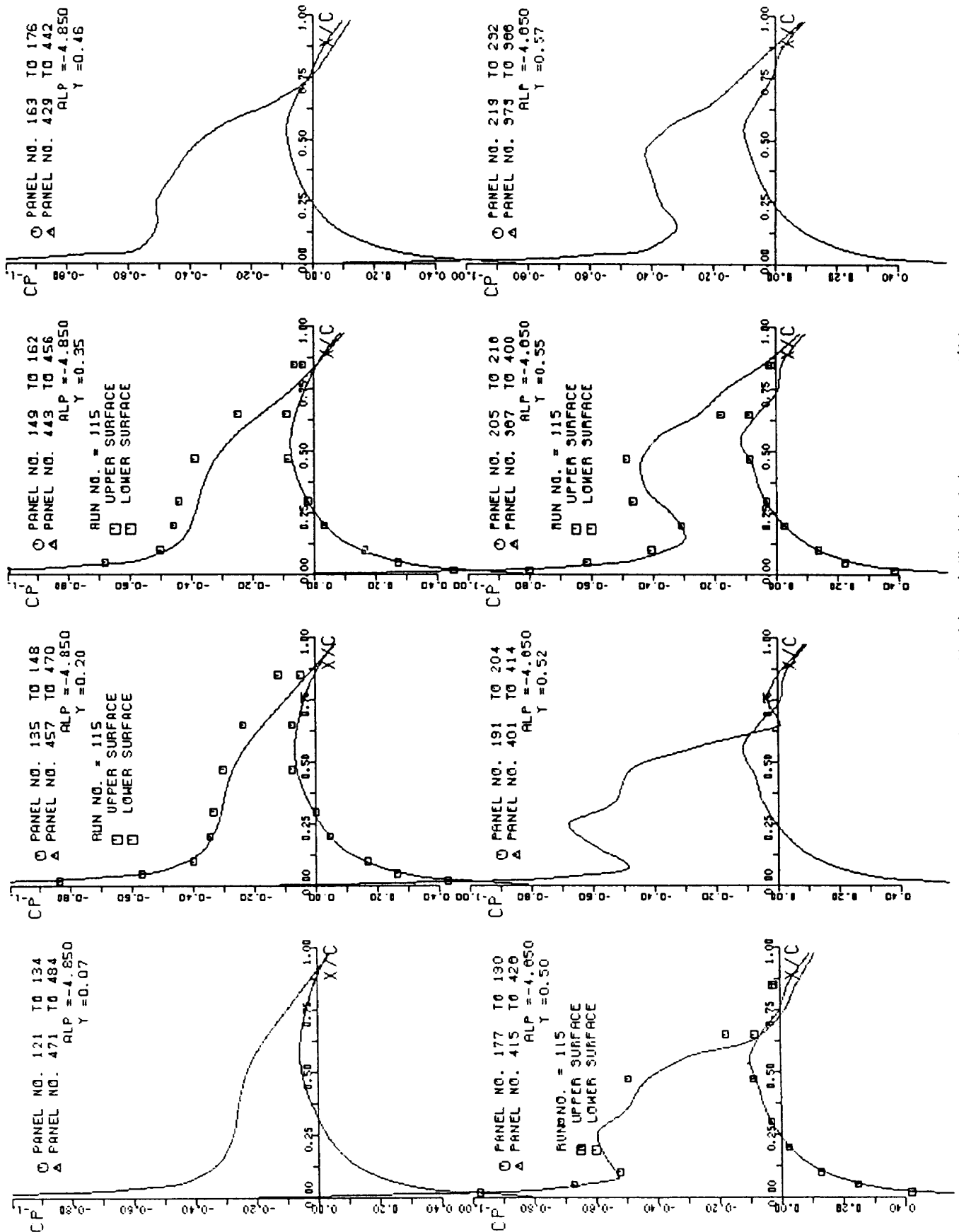


図15 つづき

図16a タンク付き翼の翼面上の定常圧力分布 ($\alpha = -4.85^\circ$)

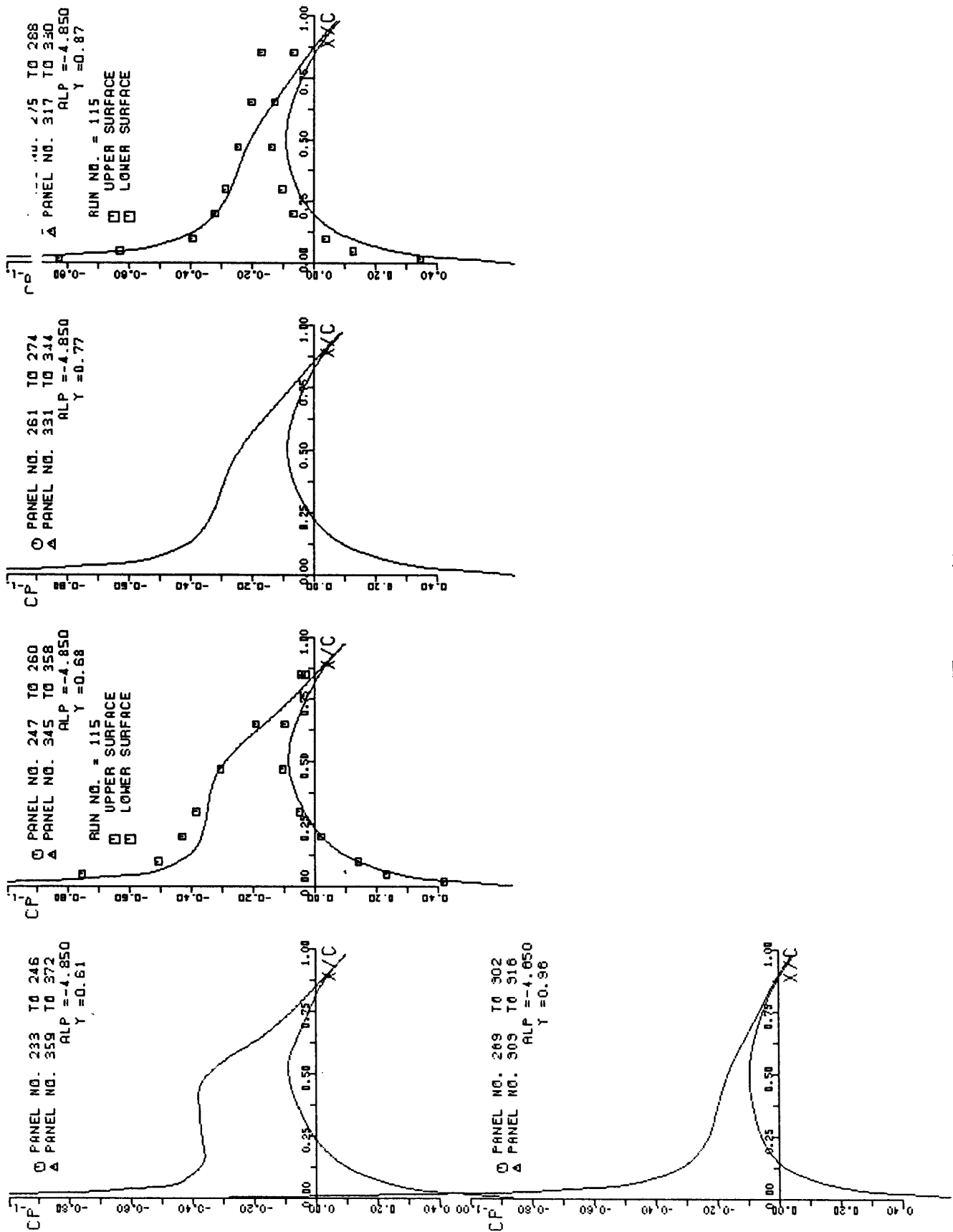
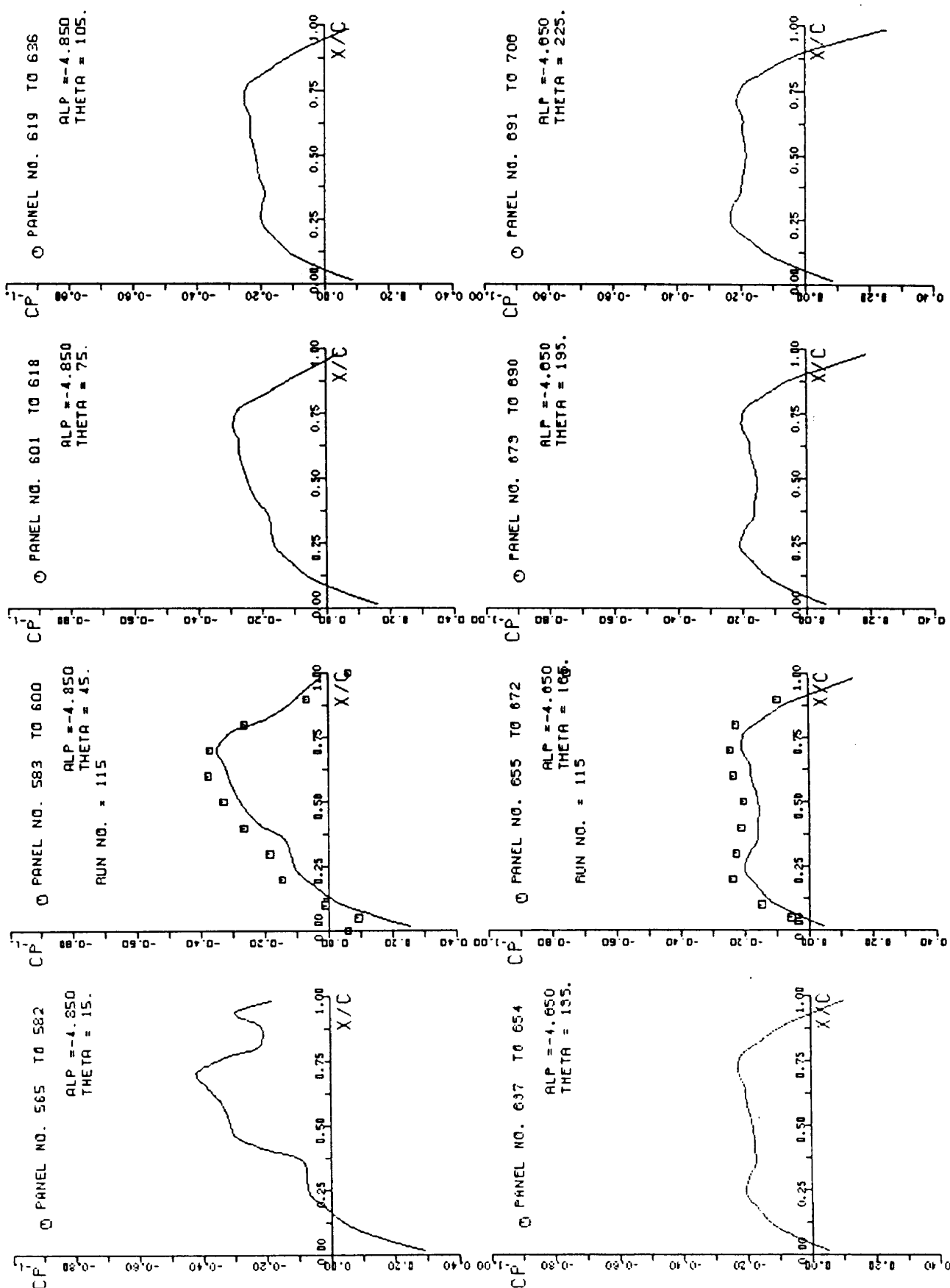


図16a つづき

図16b タンク付き翼のタンク面上の定常圧力分布 ($\alpha = -4.85$ 度)

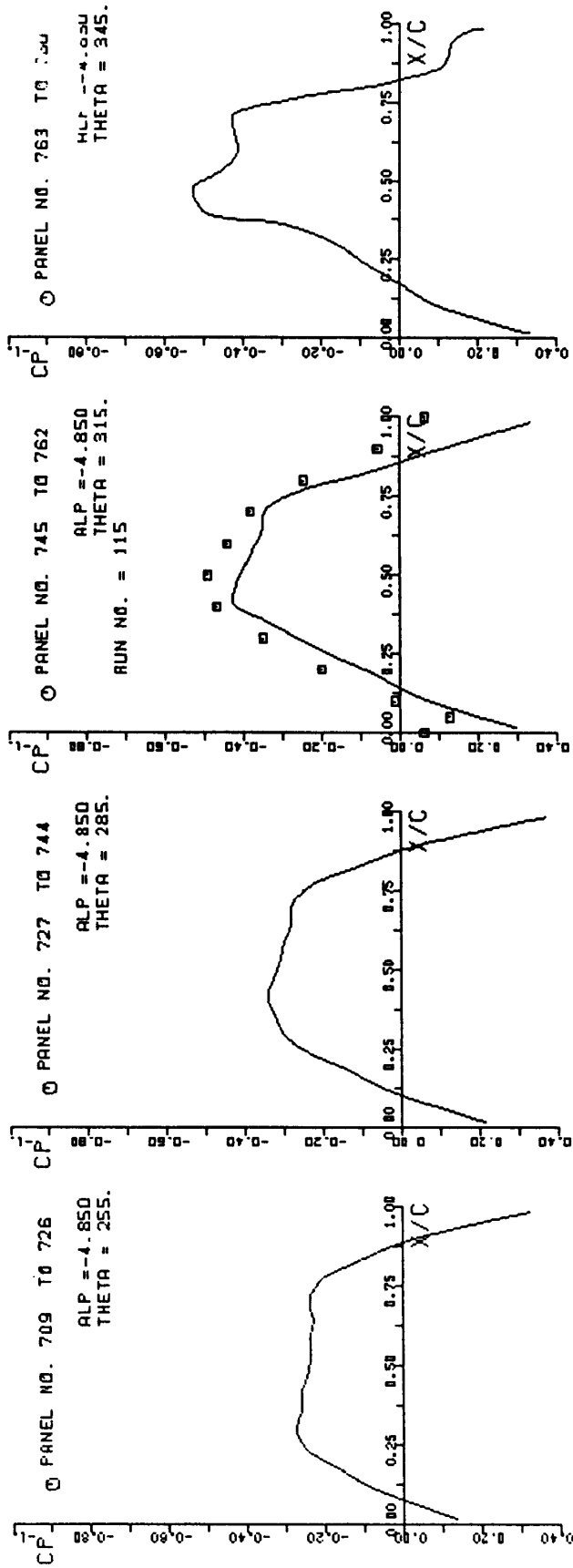


図16b つづき

tube-scanivalve 法では管の動特性による補正を気流中における管の伝達関数を用いる。したがって、翼面に直接埋込み型の圧力センサと同じ位置の管を通した圧力センサの信号比から気流中の管の伝達関数を求めた。今回の場合、翼弦 10% のところにこの参照点を設け、その前後に比較のため直接埋込み型の圧力センサを置き補正が正しく行われているかどうかを検証した(図17)。

実験条件としてマッハ数 $M=0.12$ 、無次元振動数 $k=0.65, 0.82, 0.88$ 、レイノルズ数 $Re=2.8 \times 10^6$ で試験した。図18, 図19は $\alpha=0.0^\circ$ で $k=0.65$ の場合の非定常圧力分布をタンクの有無によりプロットしたものである。低速の場合、十字バネのバネ定数が一定でも風速により無次元振動数を変化させることが出来る。図18は翼の上面と下面の圧力を併記したもので、翼幅方向 $\eta=0.07$ から 0.96 まで連続的にプロットした。測定値との比較は $\eta=0.2, 0.35, 0.5, 0.55, 0.68, 0.87$ の 6 半翼幅の位置で行った。タンクなしの場合、翼型が対称翼のため上下面の非定常圧力分布も理論値と測定値共に対称形になっていることが分かる。一方、タンク付では $\eta=0.53$ にパイロンとタンクがあるため、下面でその影響が著しく表われている。パイロンより内翼側では圧力変動が翼のみと比べて大きく、外翼側では逆に小さいことが理論値と測定値の両方から言える。全般的には良い一致を示しているが詳細に見ると $\eta=0.50, 0.55$ における下面の実数部の値に測定値との差異が認められる。

次に、タンク上の非定常圧力分布を図19b に示した。 $\theta=45.0^\circ, 165.0^\circ, 315.0^\circ$ に測定値との比較をプロットしたが、外翼側 ($\theta=45.0^\circ$) と内翼側 ($\theta=315.0^\circ$) を見ると内翼側の変動圧が大きいことが分かる。理論値と測定値との対応も非常に良く実数部と虚数部ともにその傾向を良く表わしている。図20から図23までに $k=0.82, 0.88$ の場合について、上記と同様の結果をプロットした。

4.3 動安定微係数について

半載模型の胴体部は風胴壁に固定され、主翼とタンクの部分が回転振動をする(図5)。この際、電磁加振器の励起電流を切るとこの振動系の固有

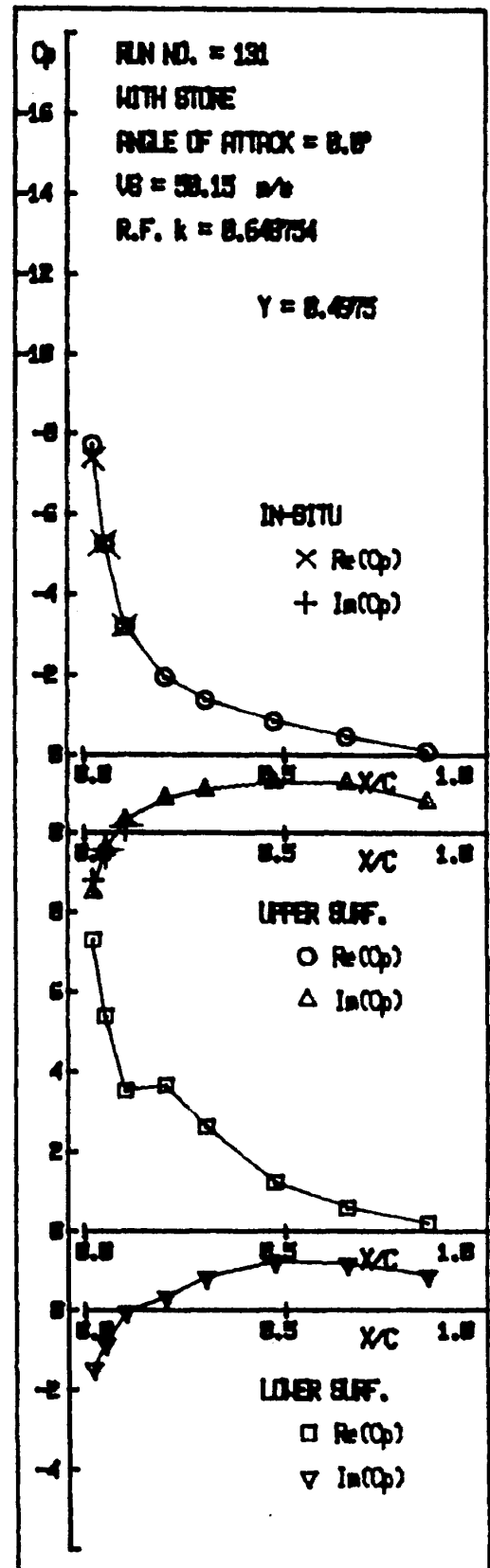
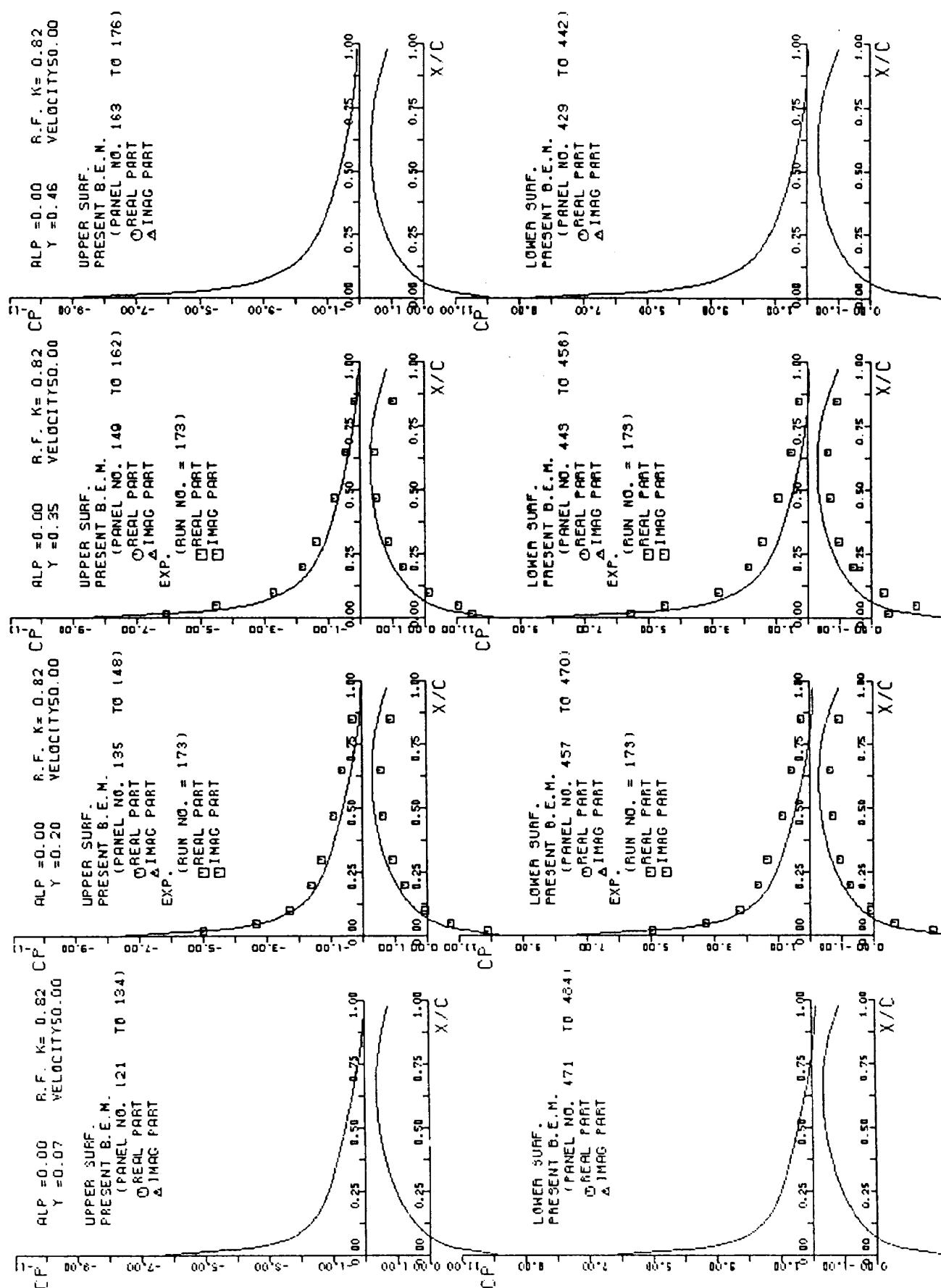


図17 埋込型と Tube-Scanivalve 法の比較

振動数で自由振動に入り、減衰振動をする。この測定法では気流中と静止空気中で同様に自由振動を行い、それぞれの振動数と減衰率を求める。(33), (34) 式を用いて動安定微係数が求められる。

図18 クリーンな翼の非定常圧力分布 ($\alpha=0.0$ 度, $k=0.82$)

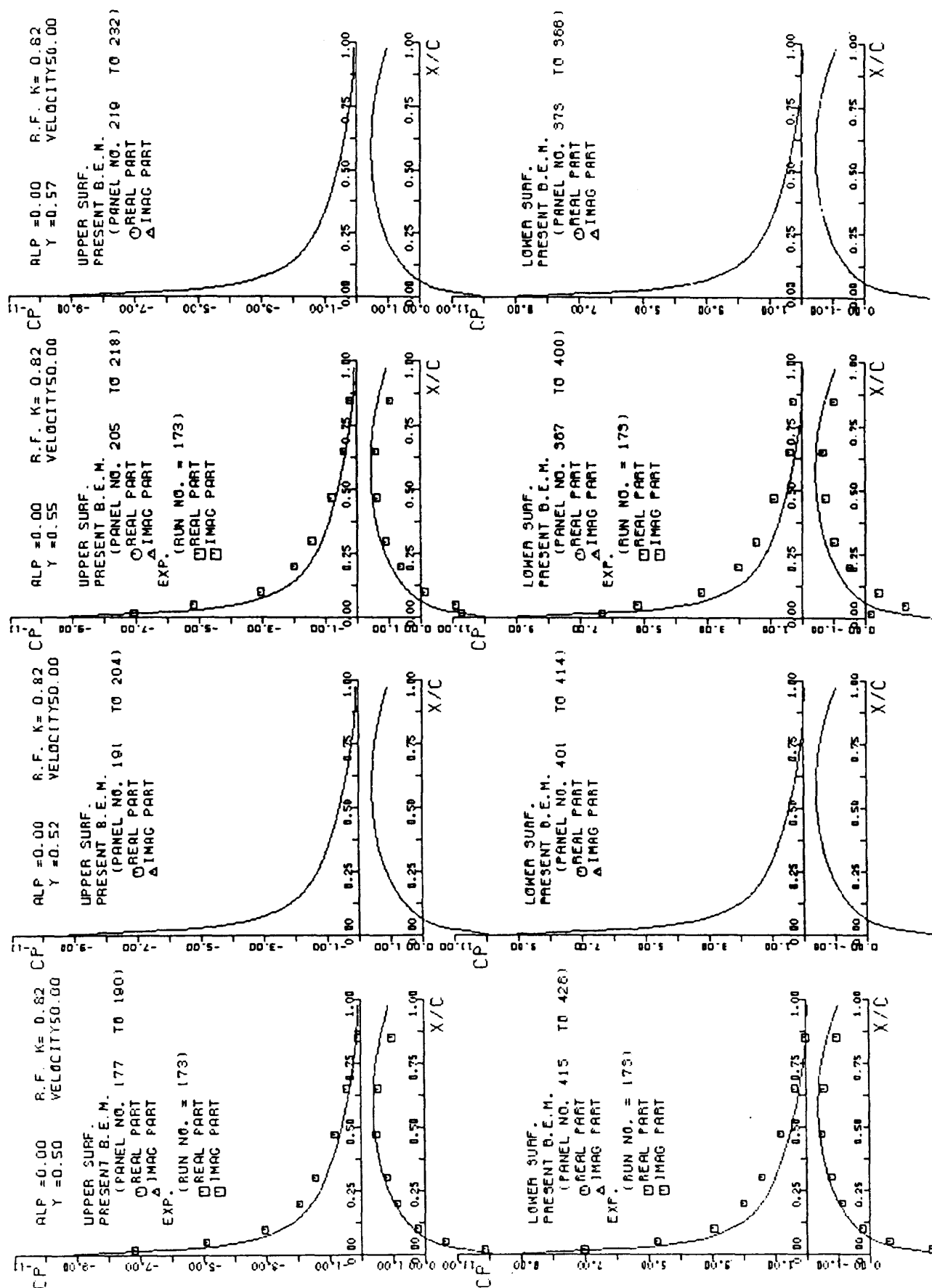


図18 つづき

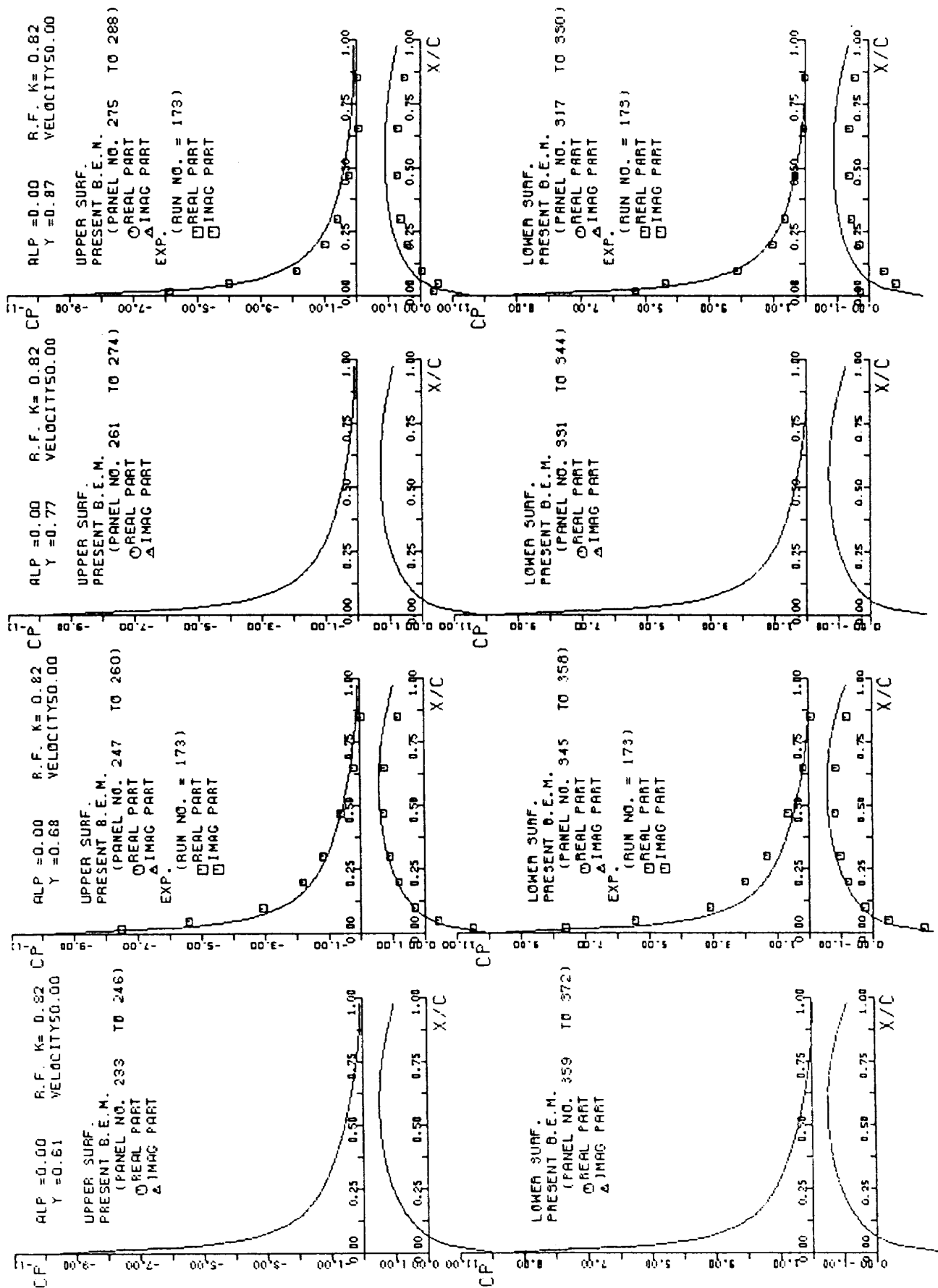


図18 つづき

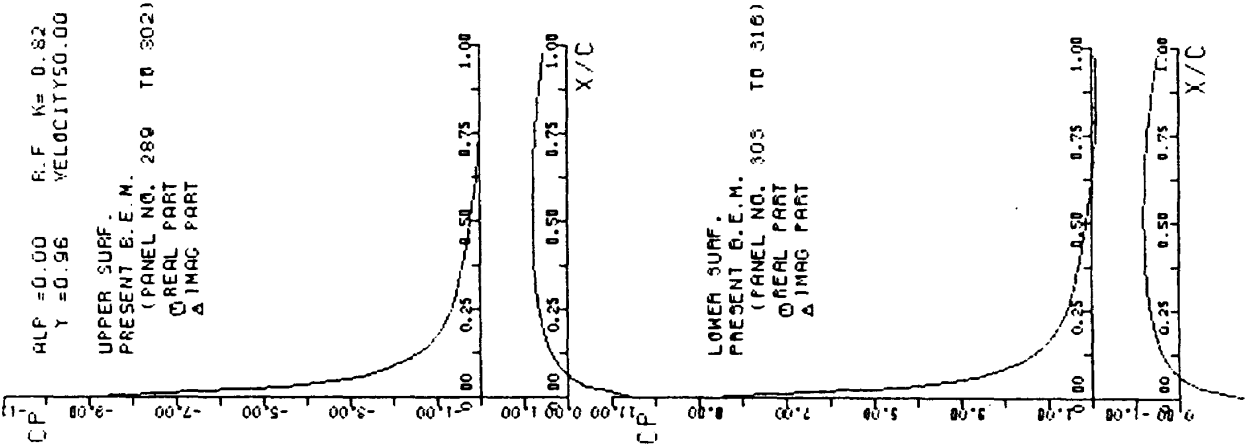
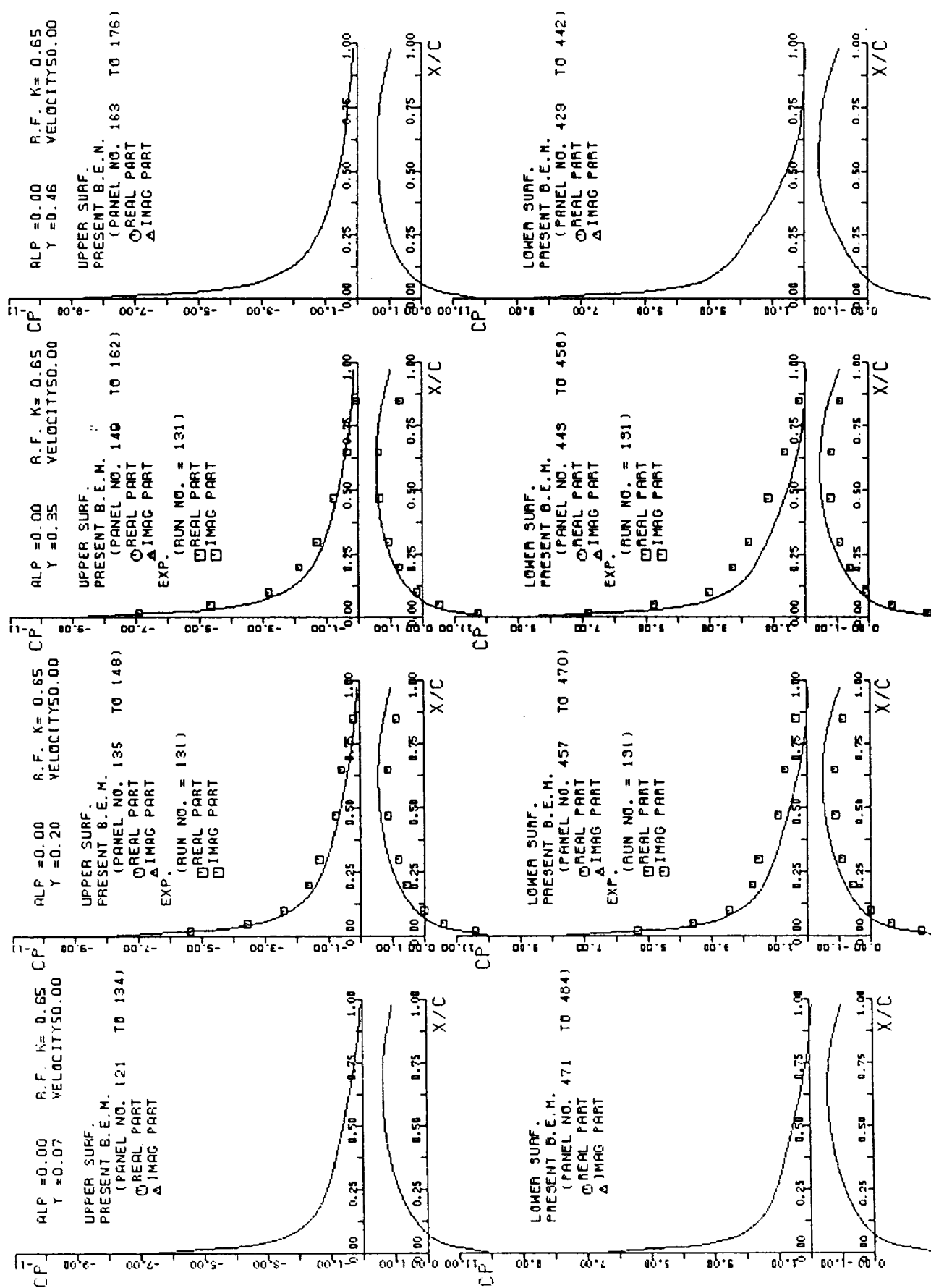


図18 つづき

図19a タンク付き翼の翼面上の非定常圧力分布 ($\alpha=0.0$ 度, $k=0.65$)

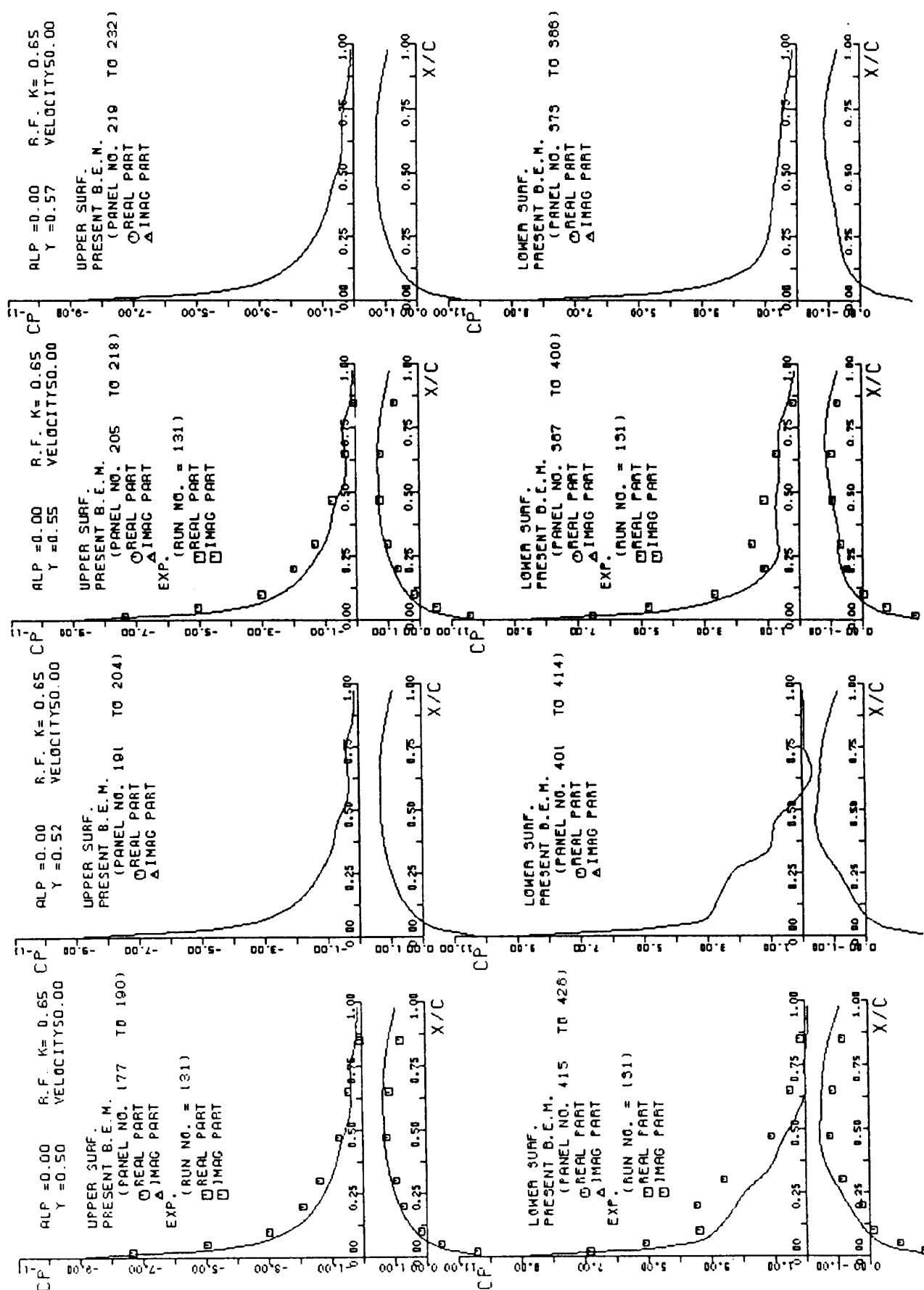


図19a つづき

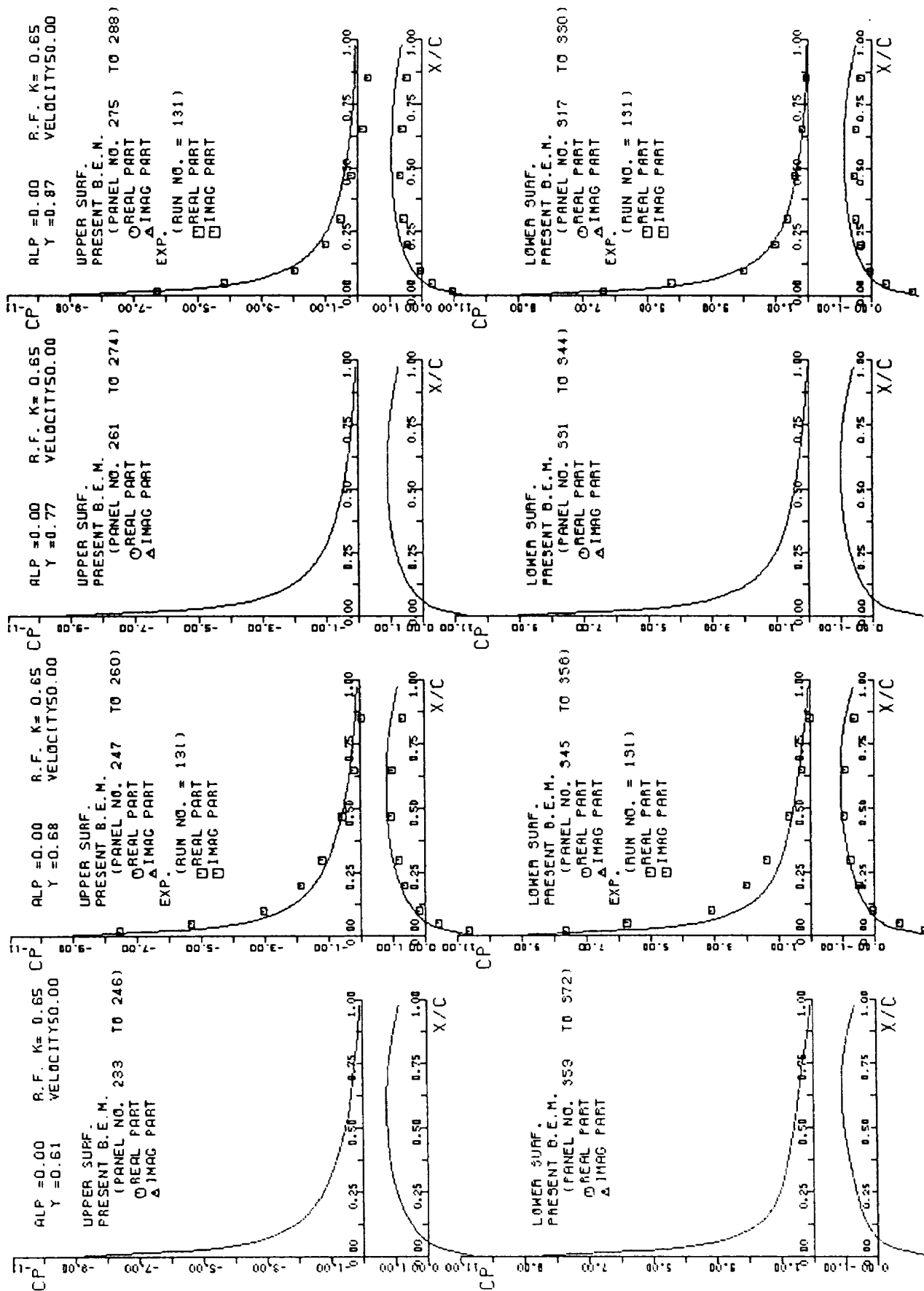


図19a つづき

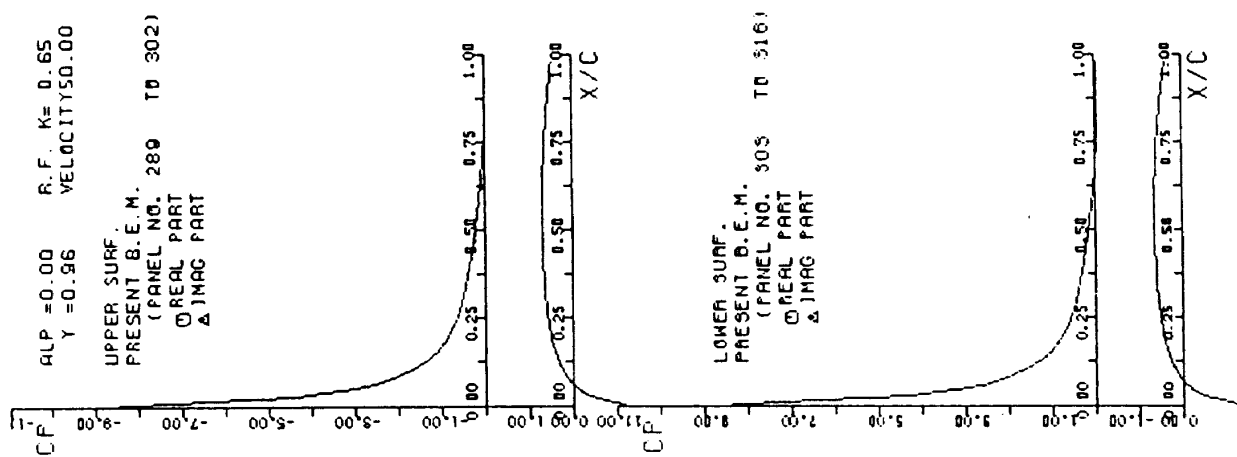
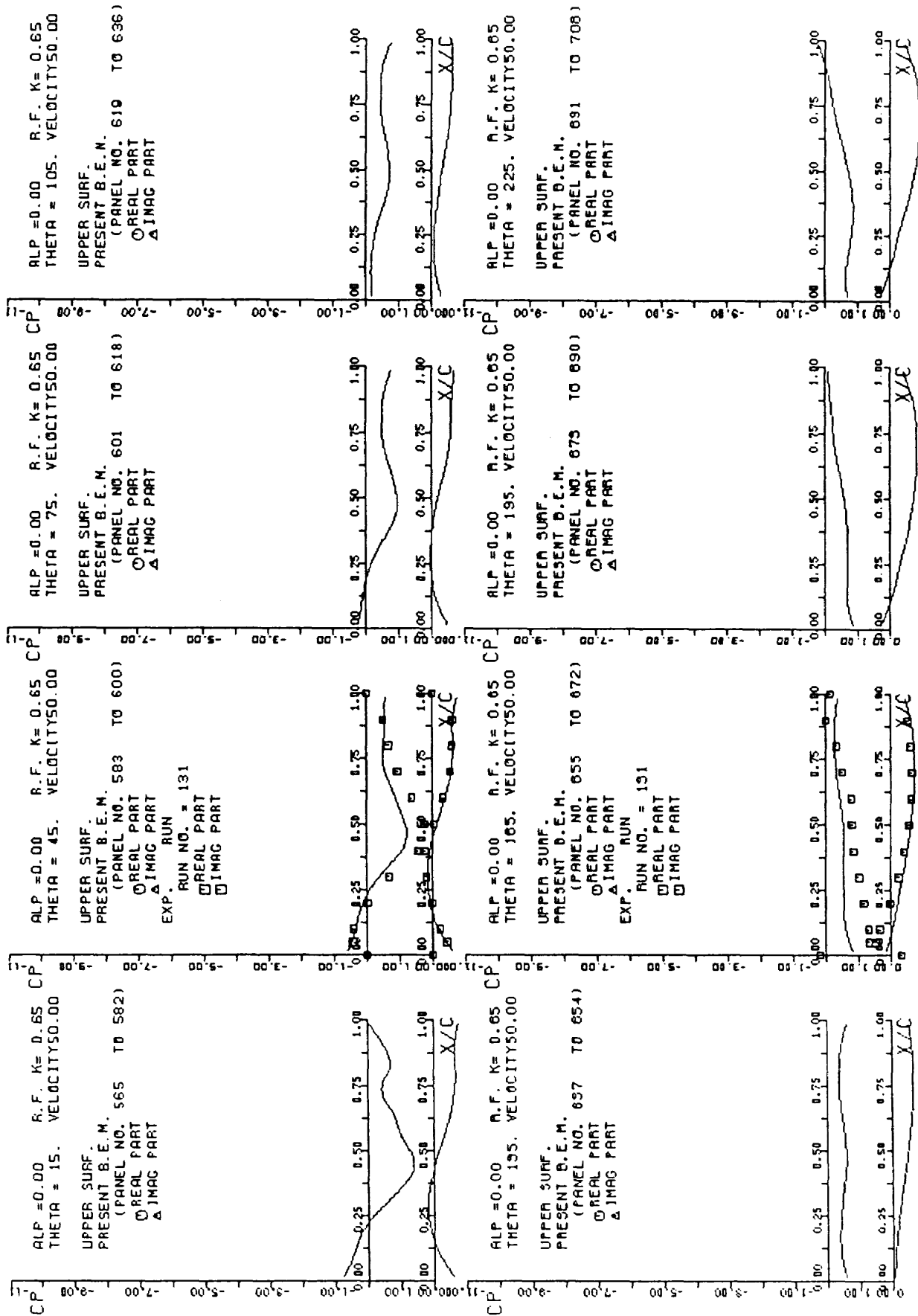


図19a つづき

図19b タンク付き翼のタンク面上の非定常圧力分布 ($\alpha=0.0$ 度, $k=0.65$)

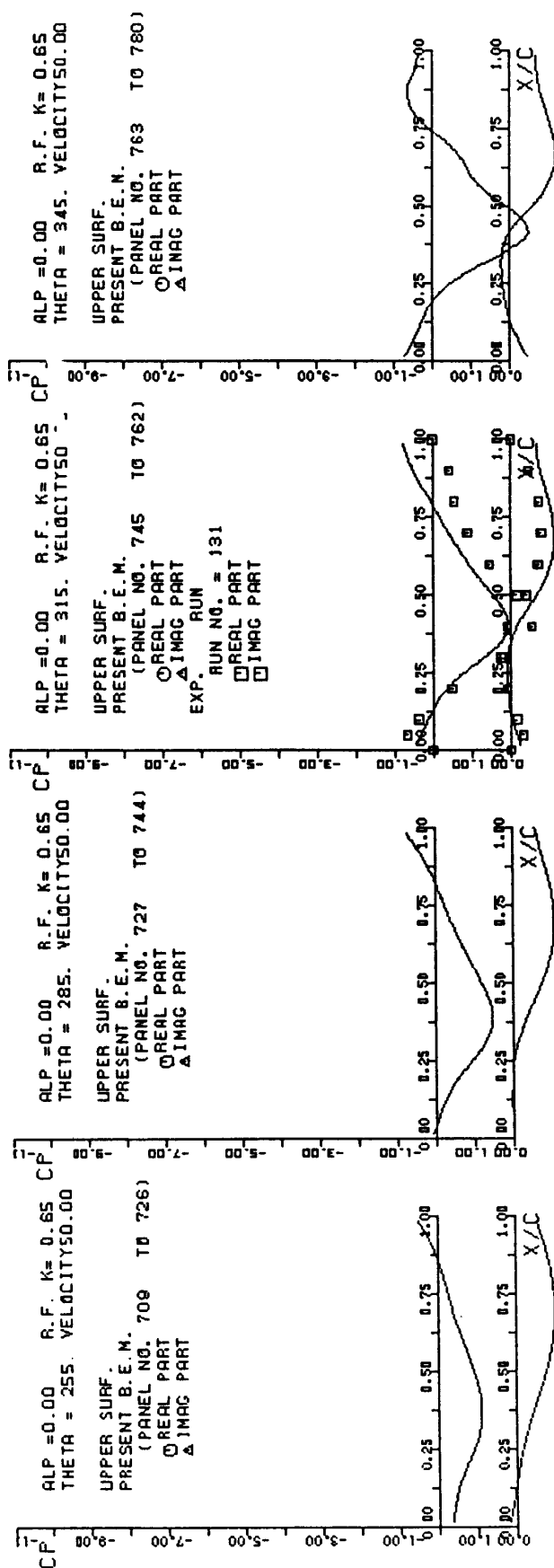
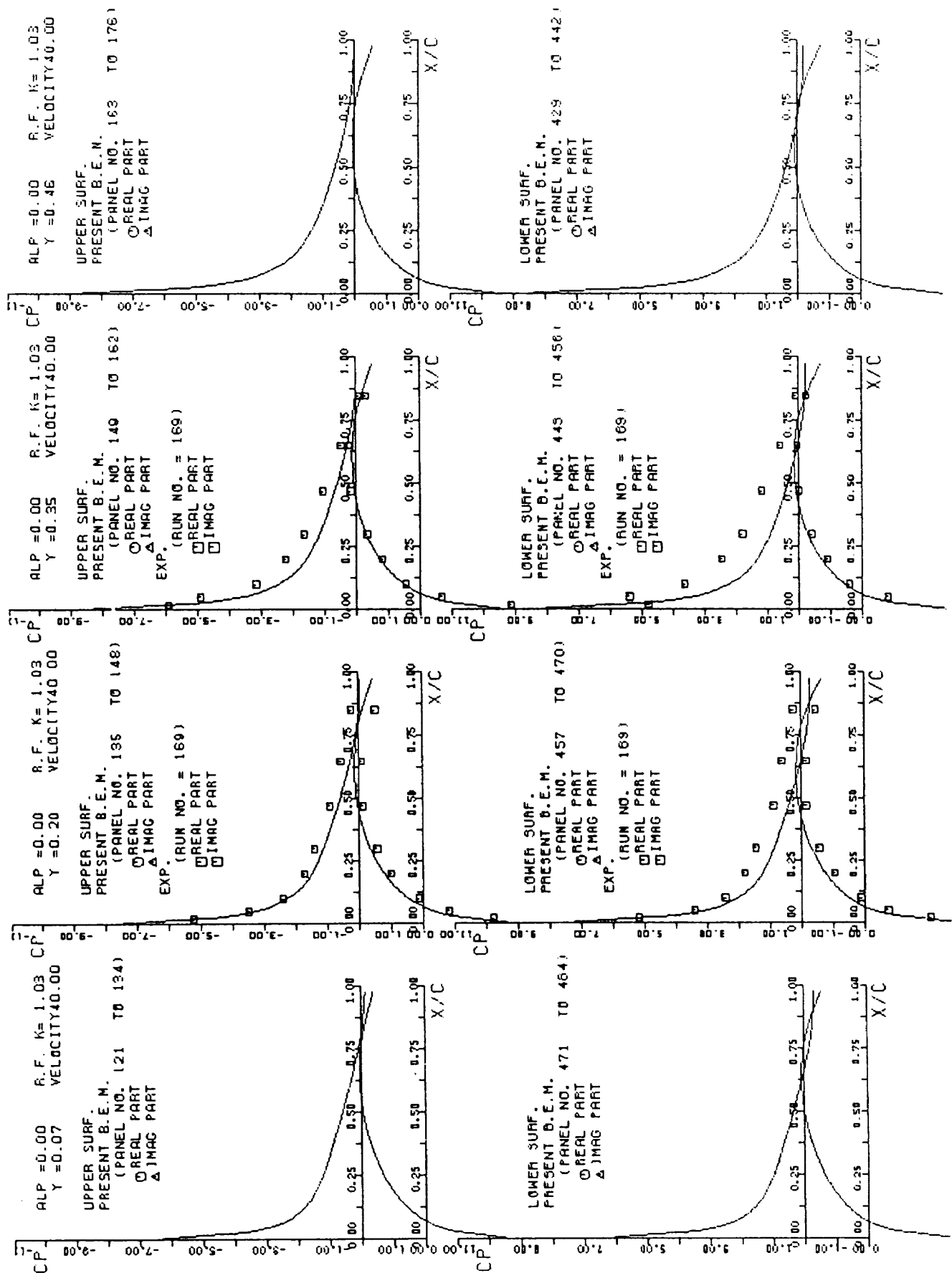


図19b つづき

図20 クリ ンな翼の非定常圧力分布 ($\alpha=0.0$ 度, $k=1.03$)

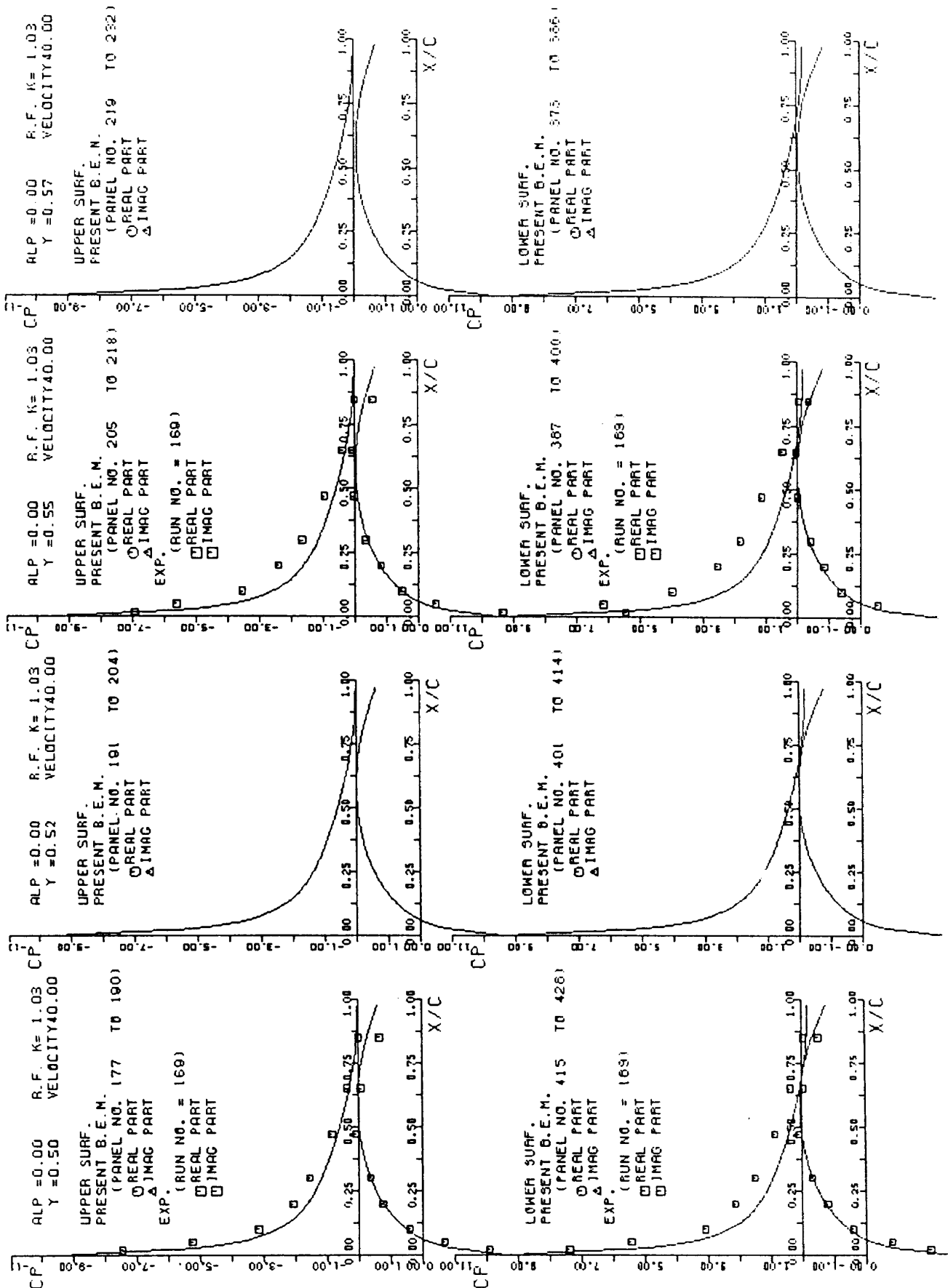


図20 つづき

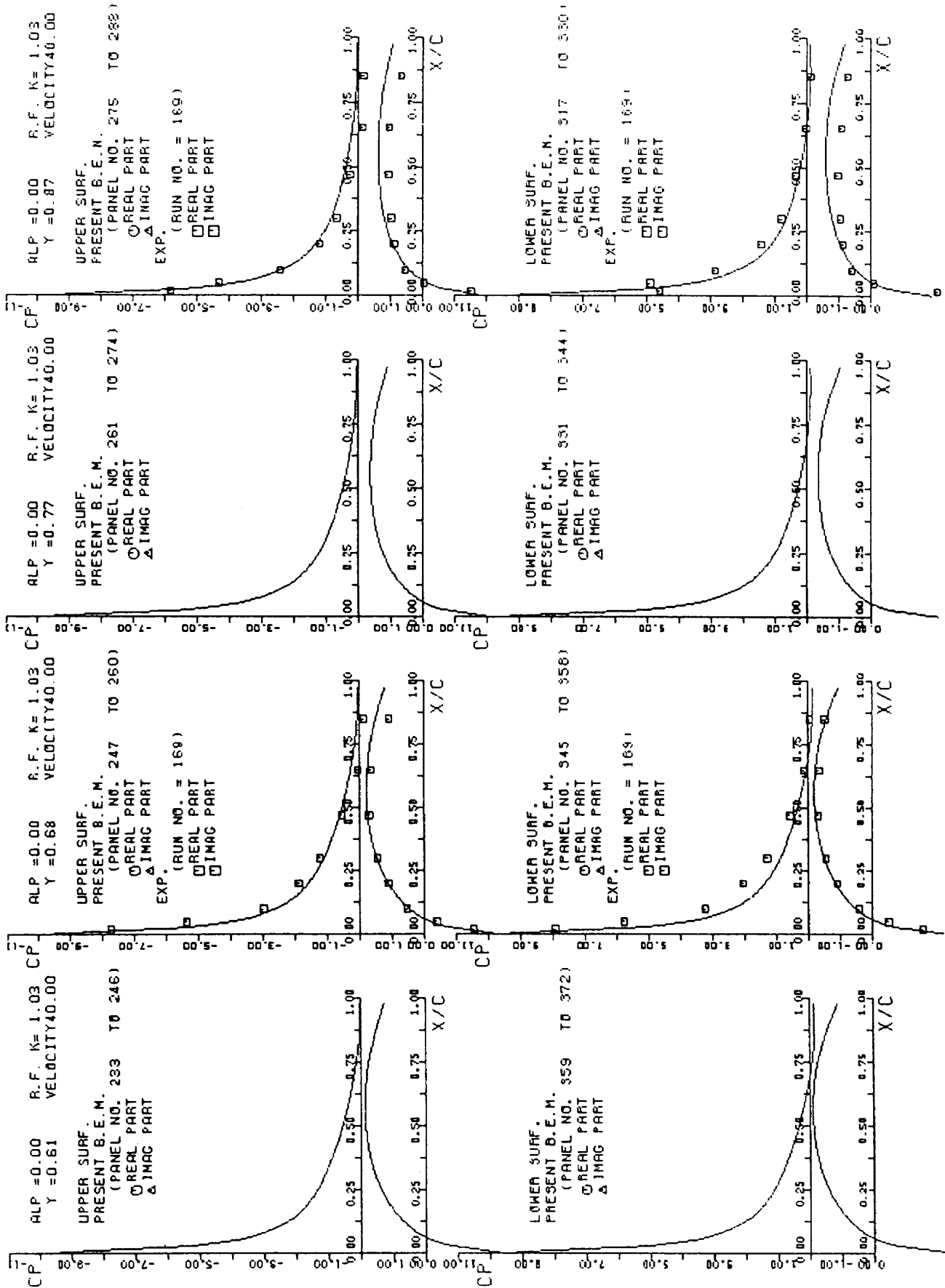


図20 つづき

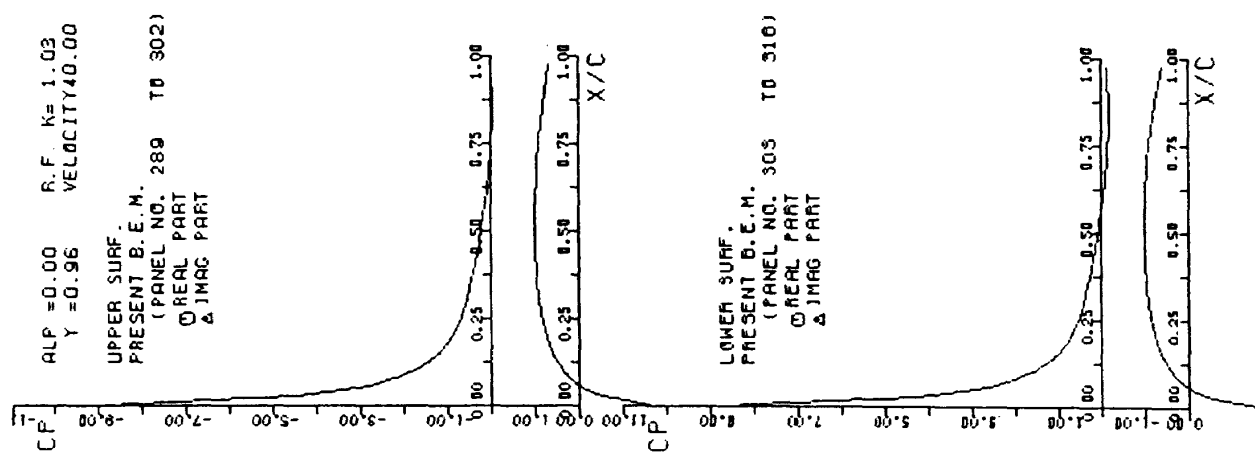
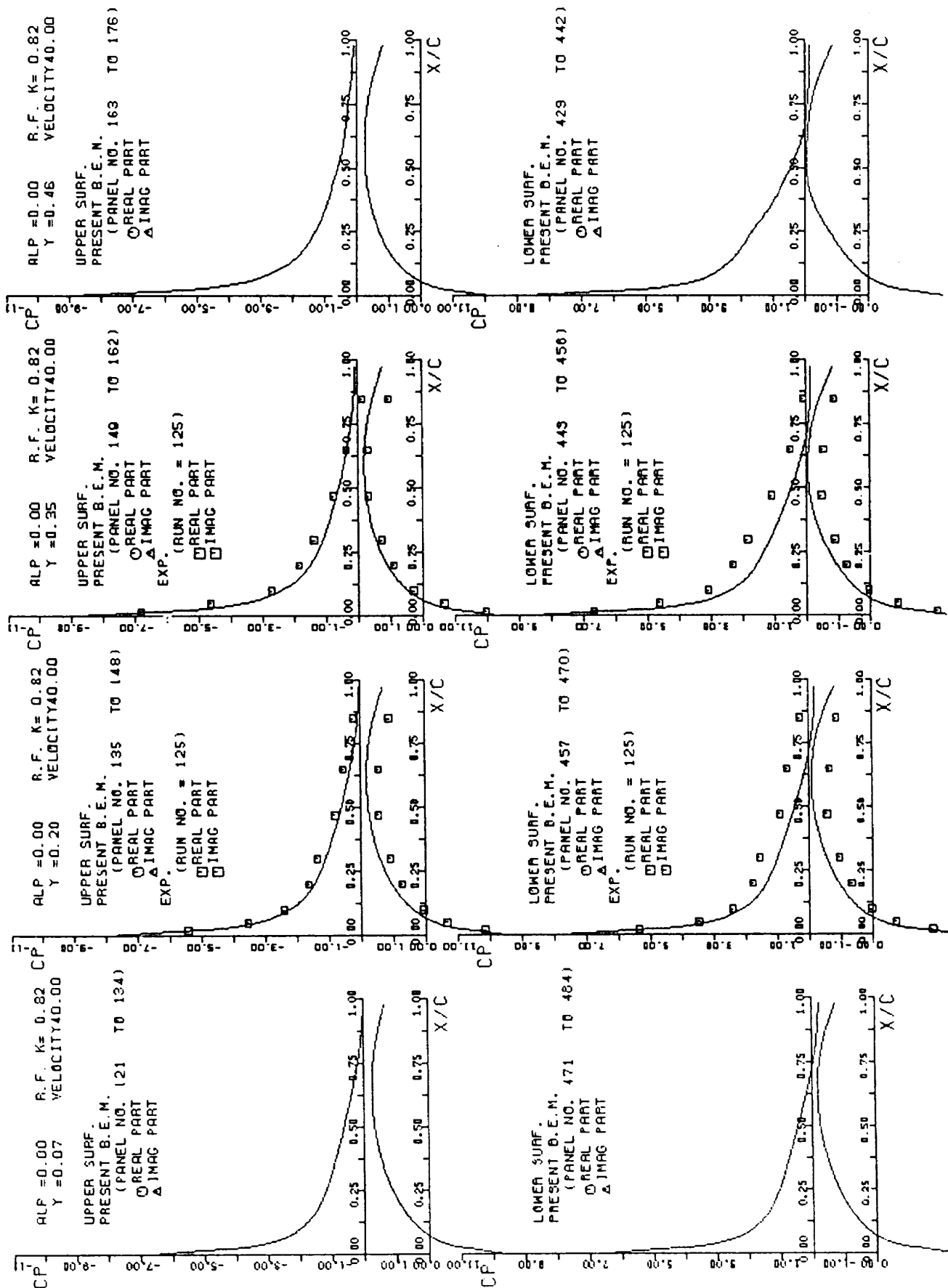


図20 つづき

図21 a タンク付き翼の翼面上の非定常圧力分布 ($\alpha=0.0$ 度, $k=0.82$)

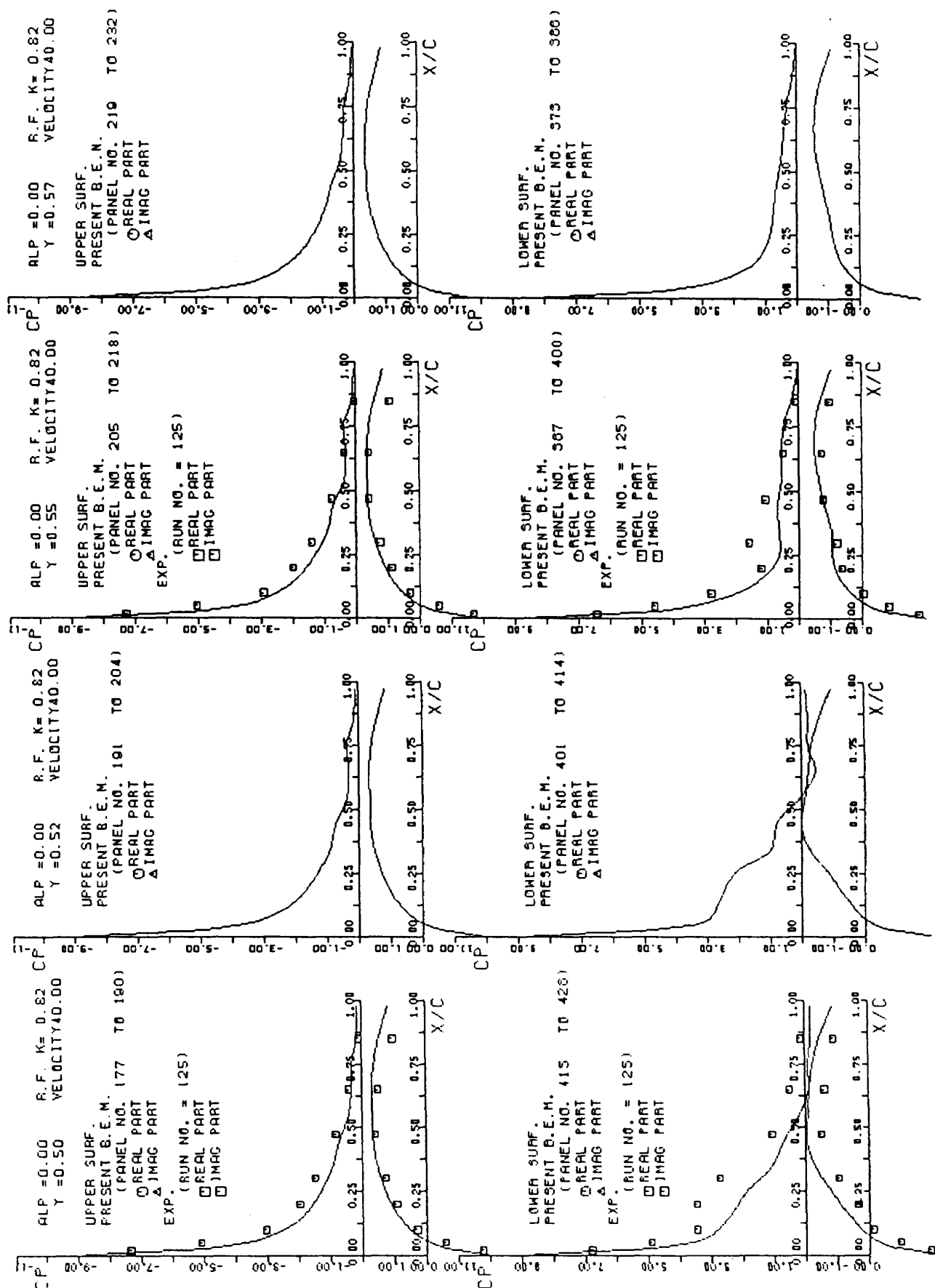


図21a つづき

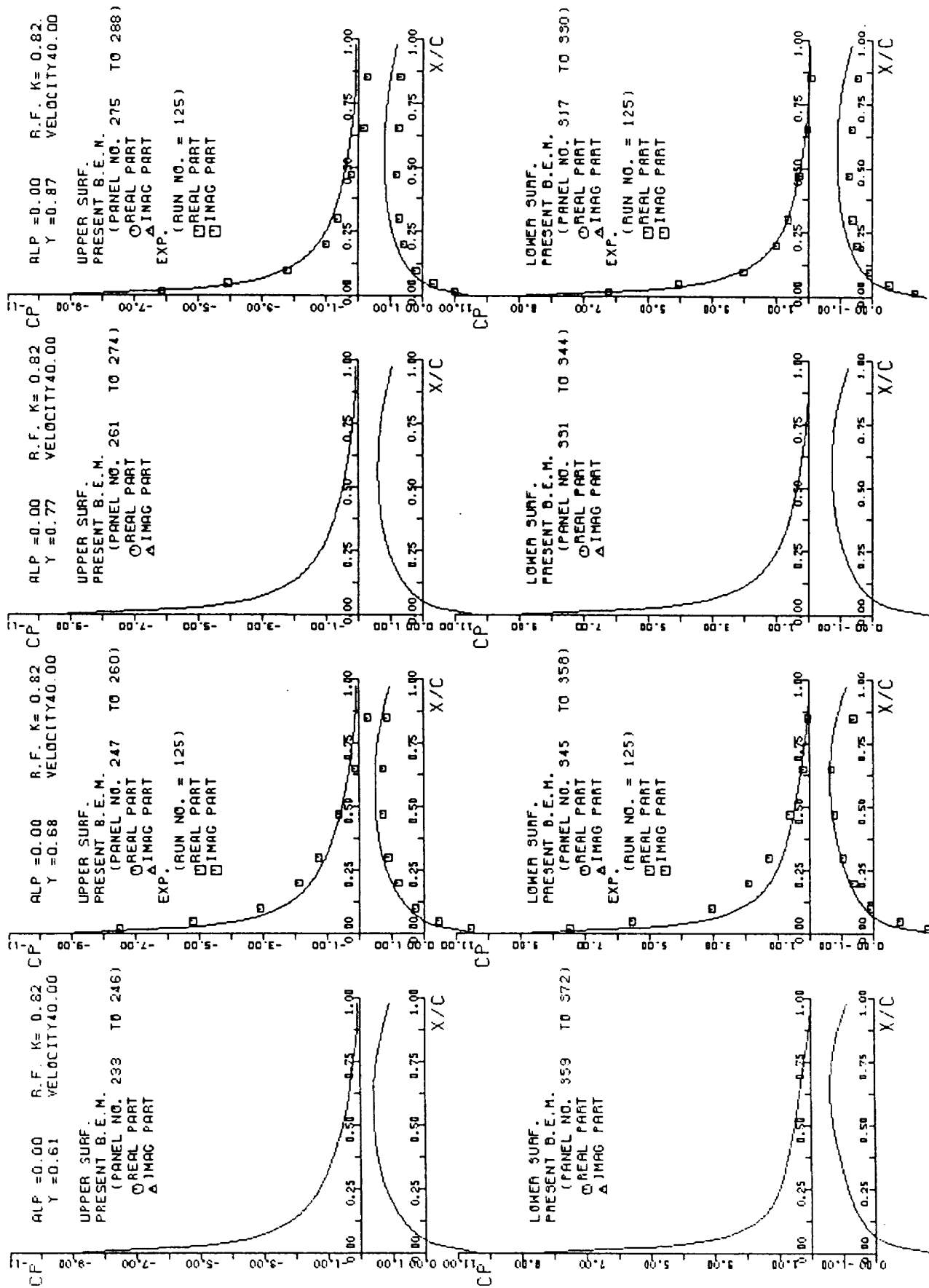


図21a つづき

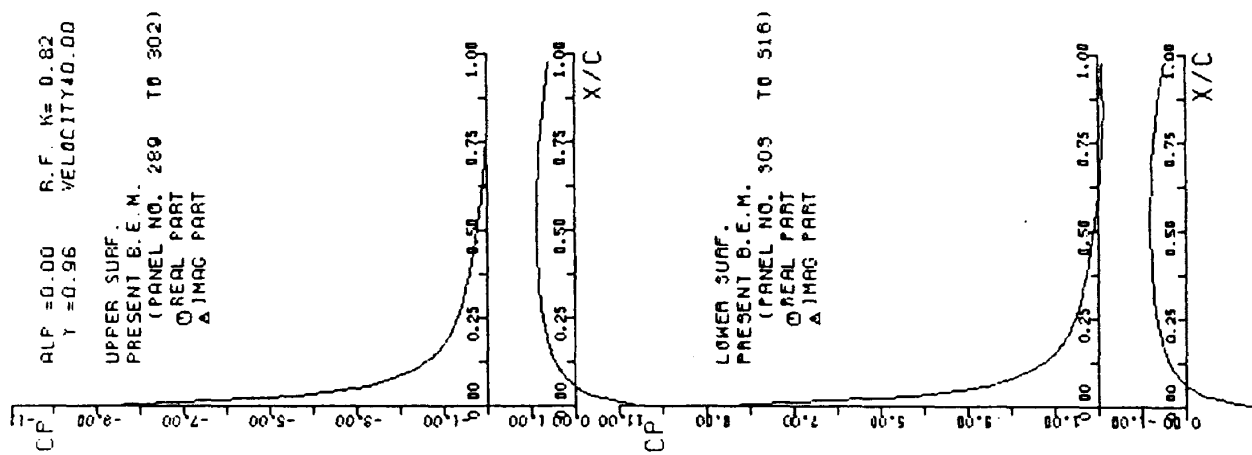
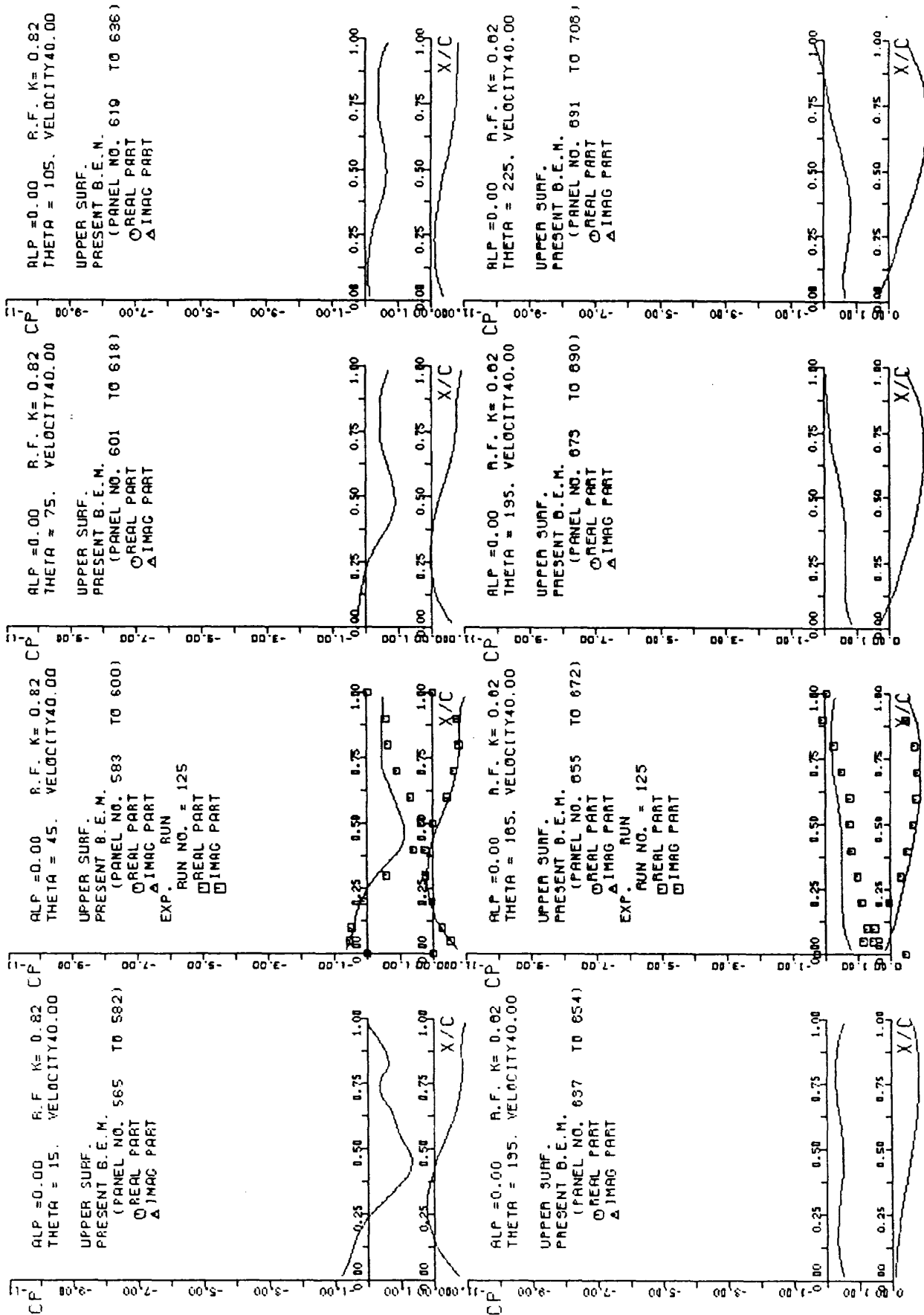


図21a つづき

図21b タンク付き翼のタンク面上の非定常圧力分布 ($\alpha=0.0$ 度, $k=0.82$)

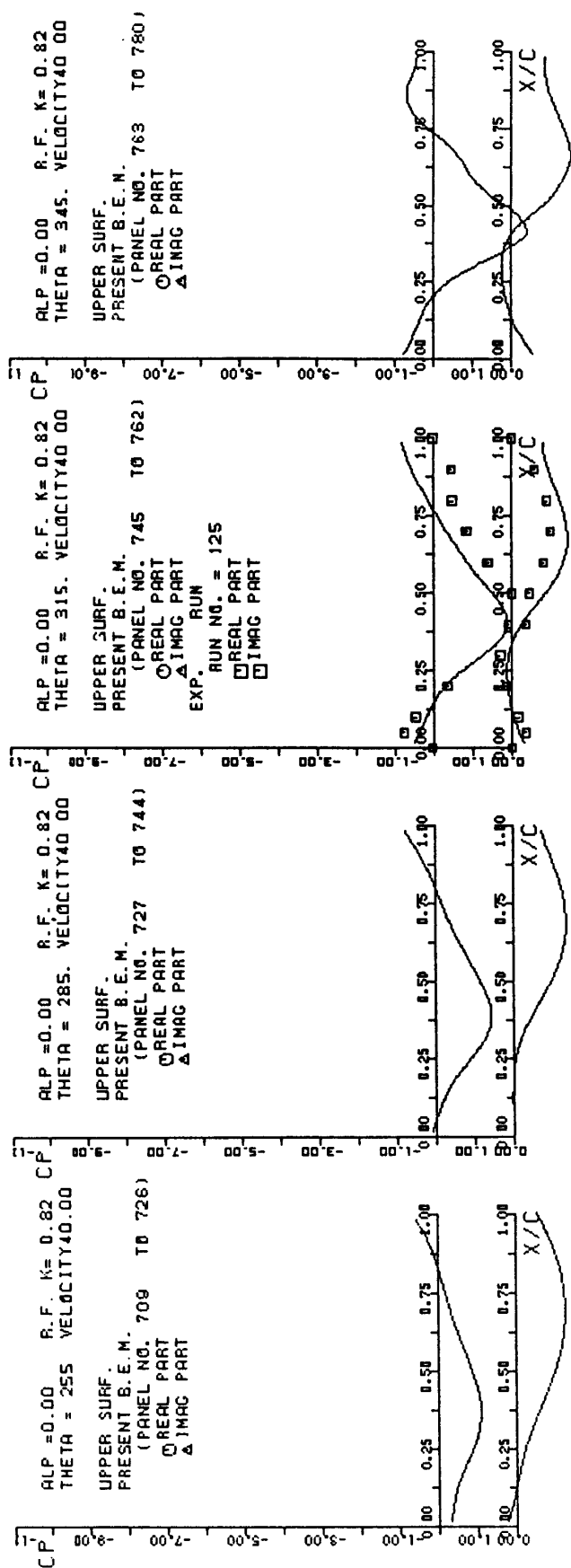
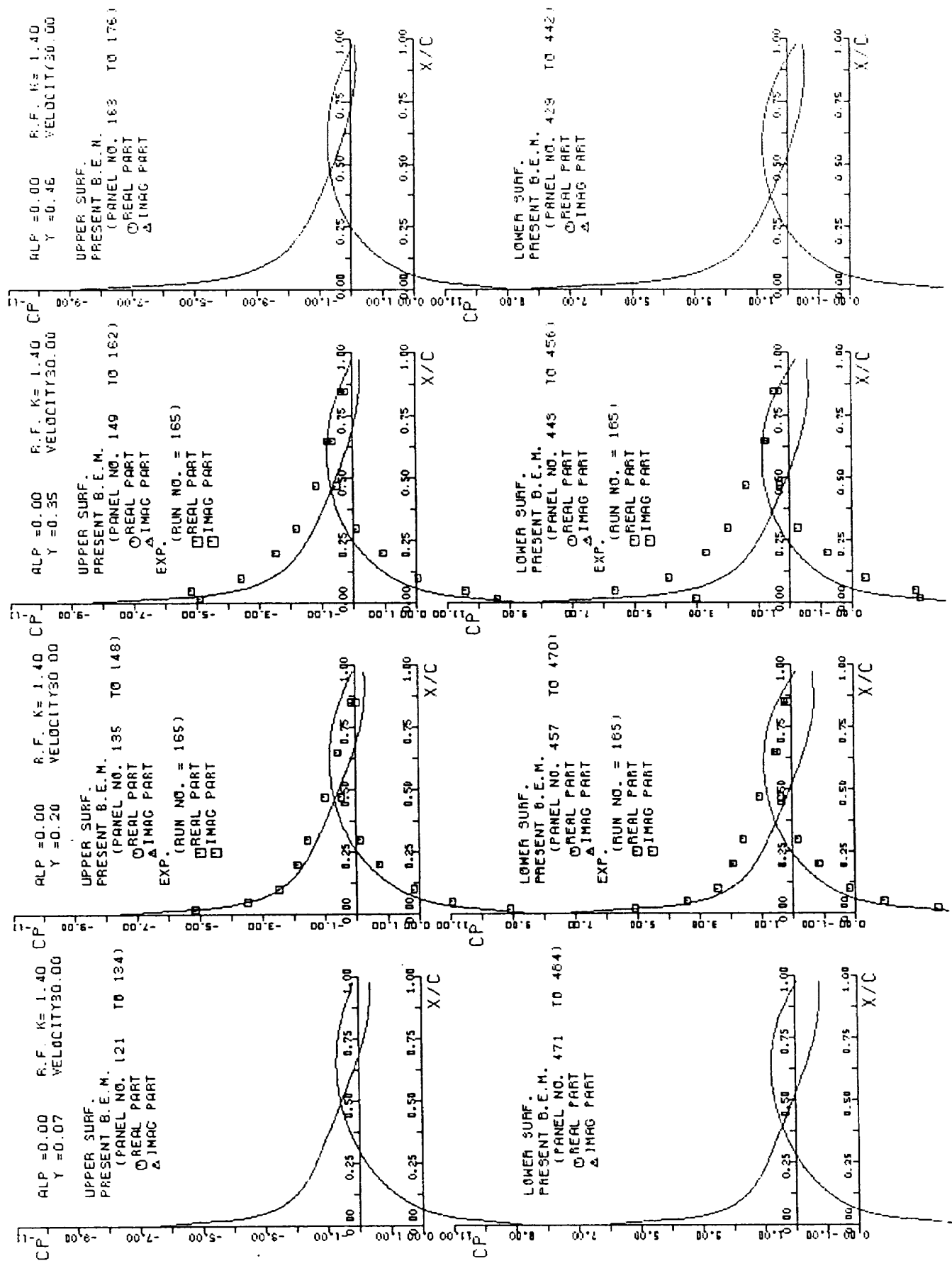


図 21 b つづき

図22 クリーンな翼の非定常圧力分布 ($\alpha=0.0^\circ$ 度, $k=1.40$)

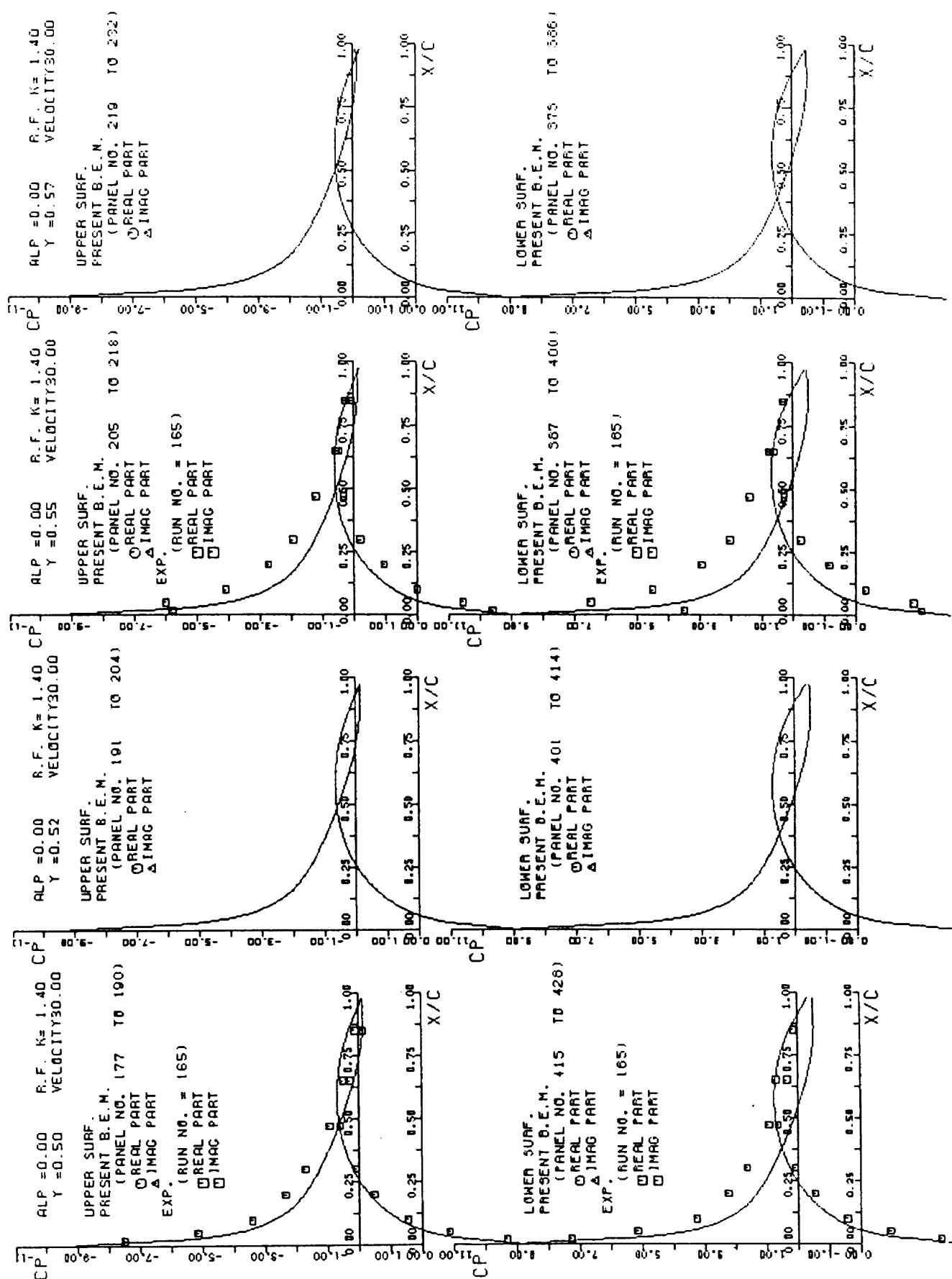


図22 つづき

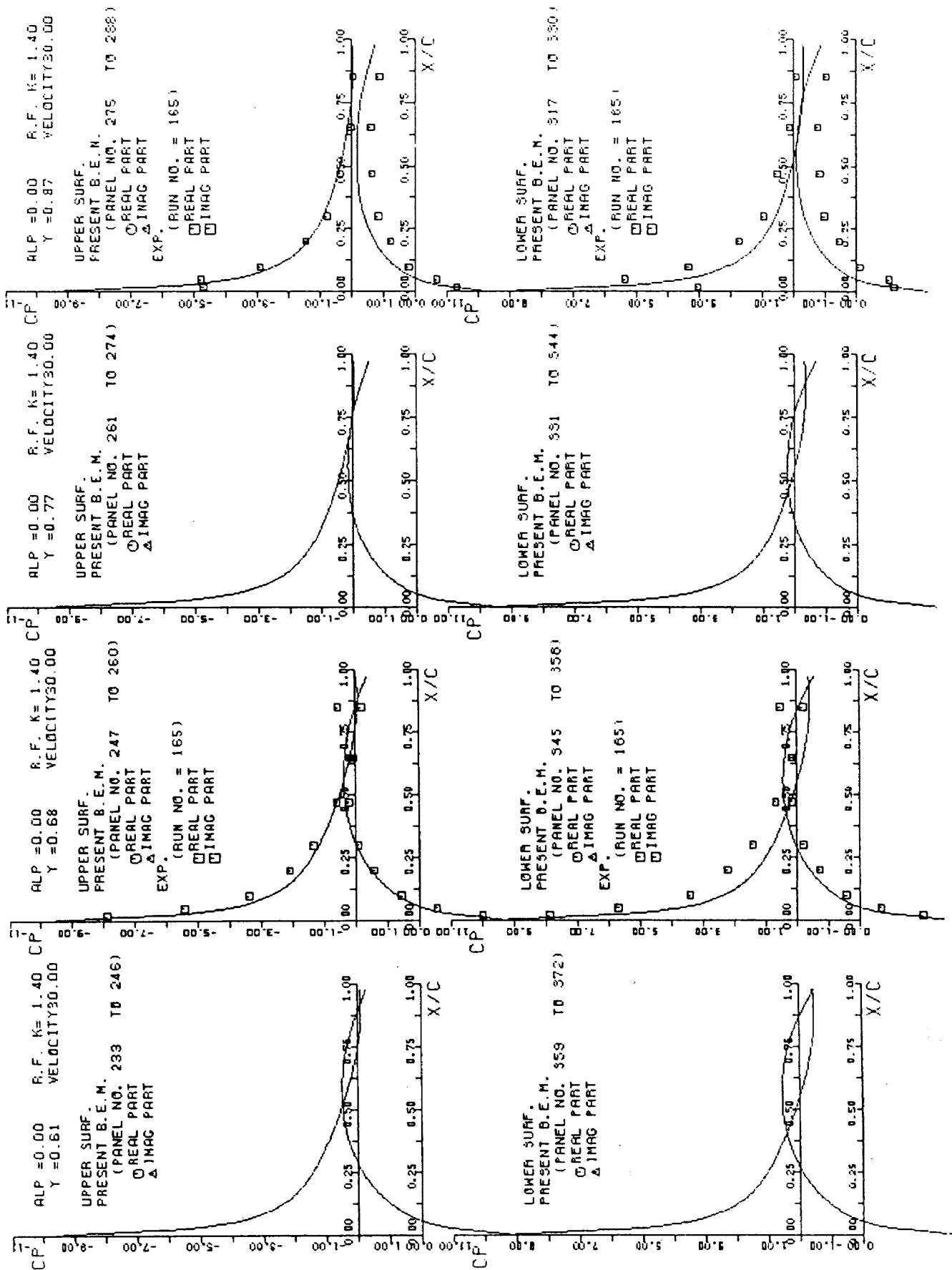
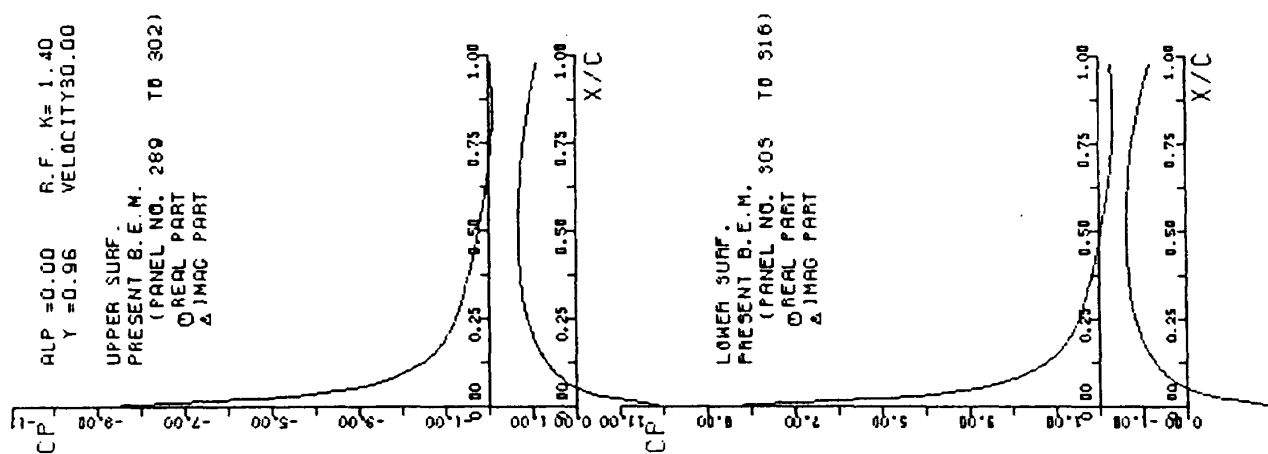
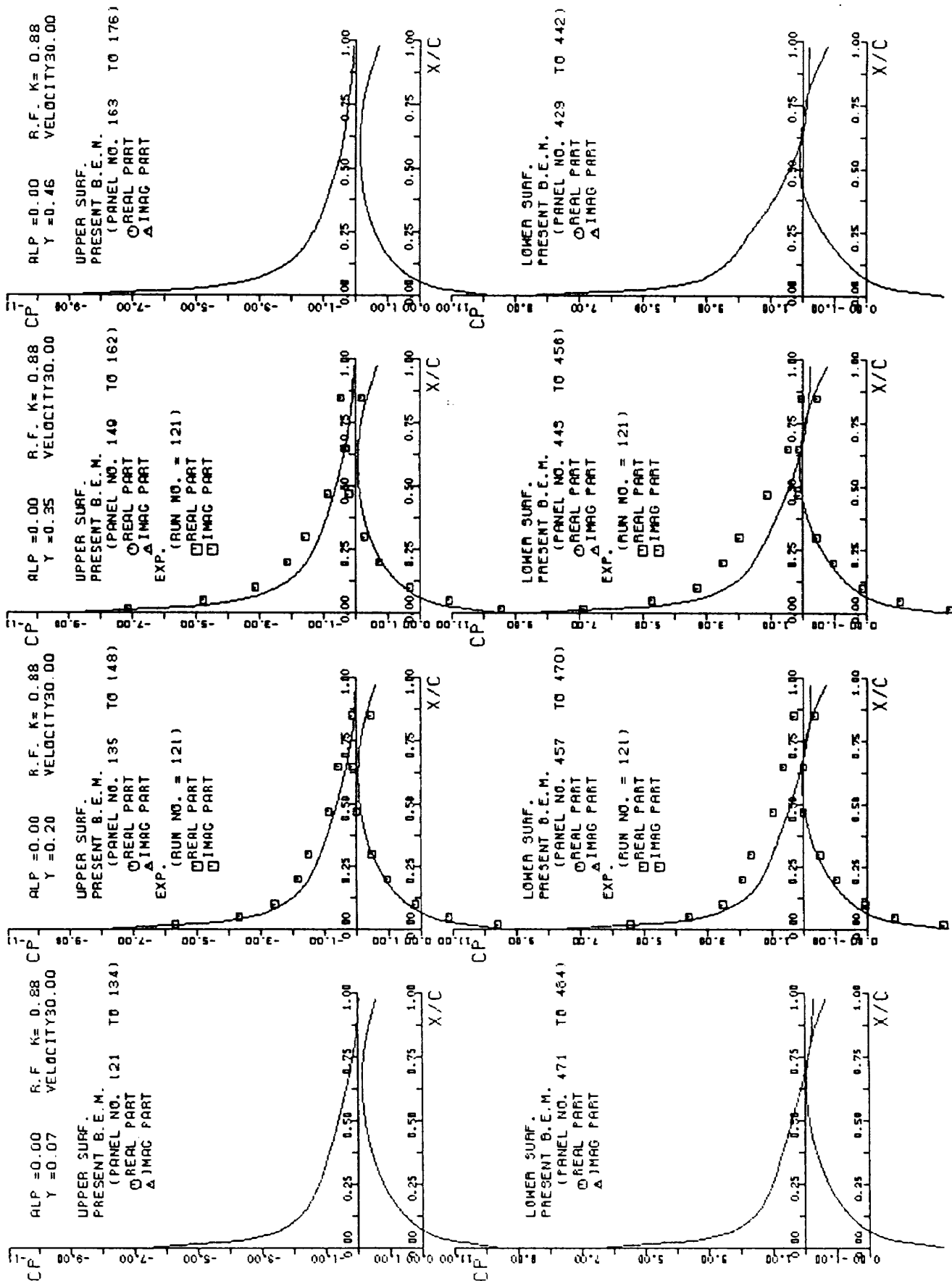


図22 つづき



図23a タンク付き翼の翼面上の非定常圧力分布 ($\alpha=0.0$ 度, $k=0.88$)

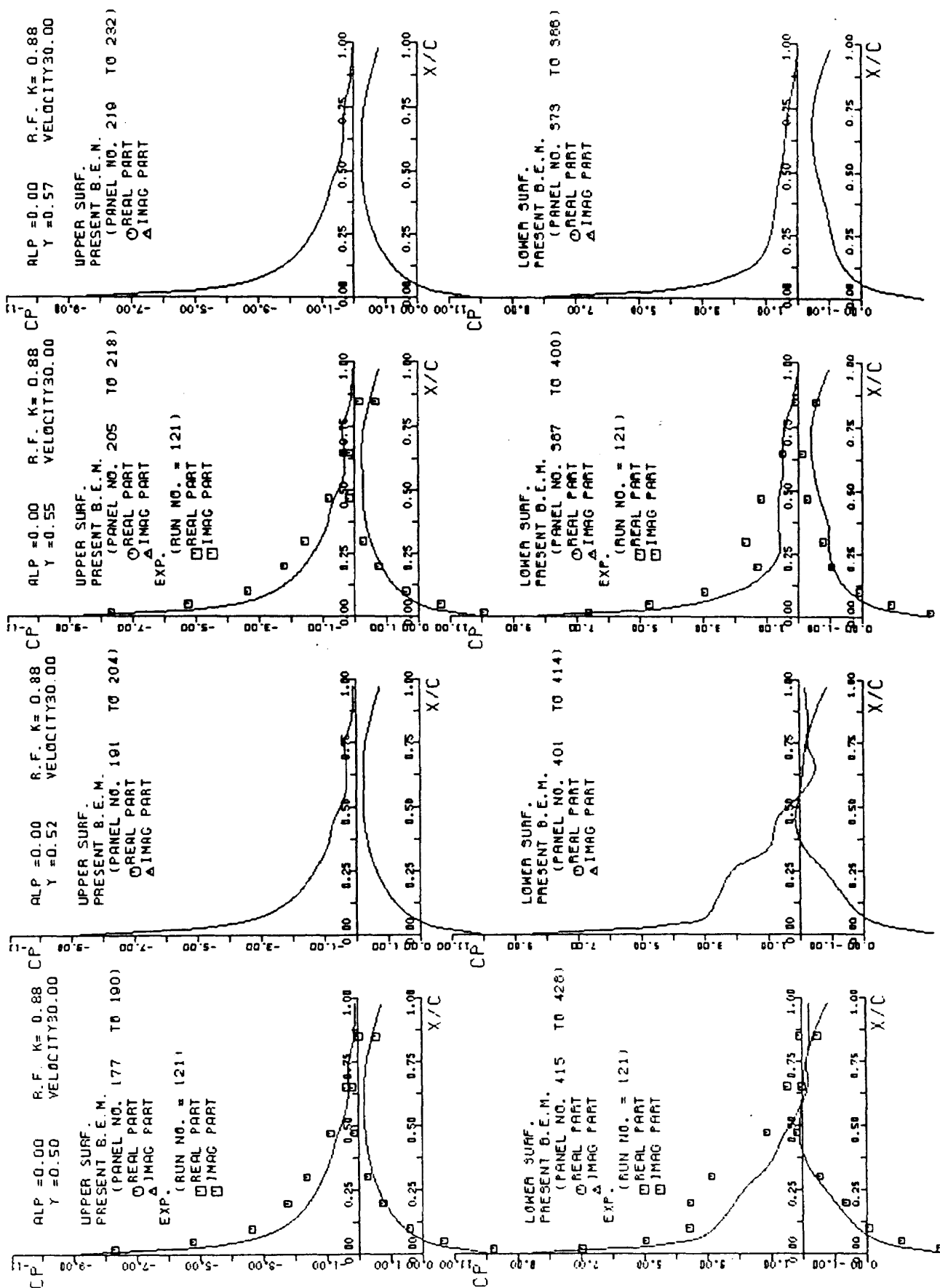


図 23 a つづき

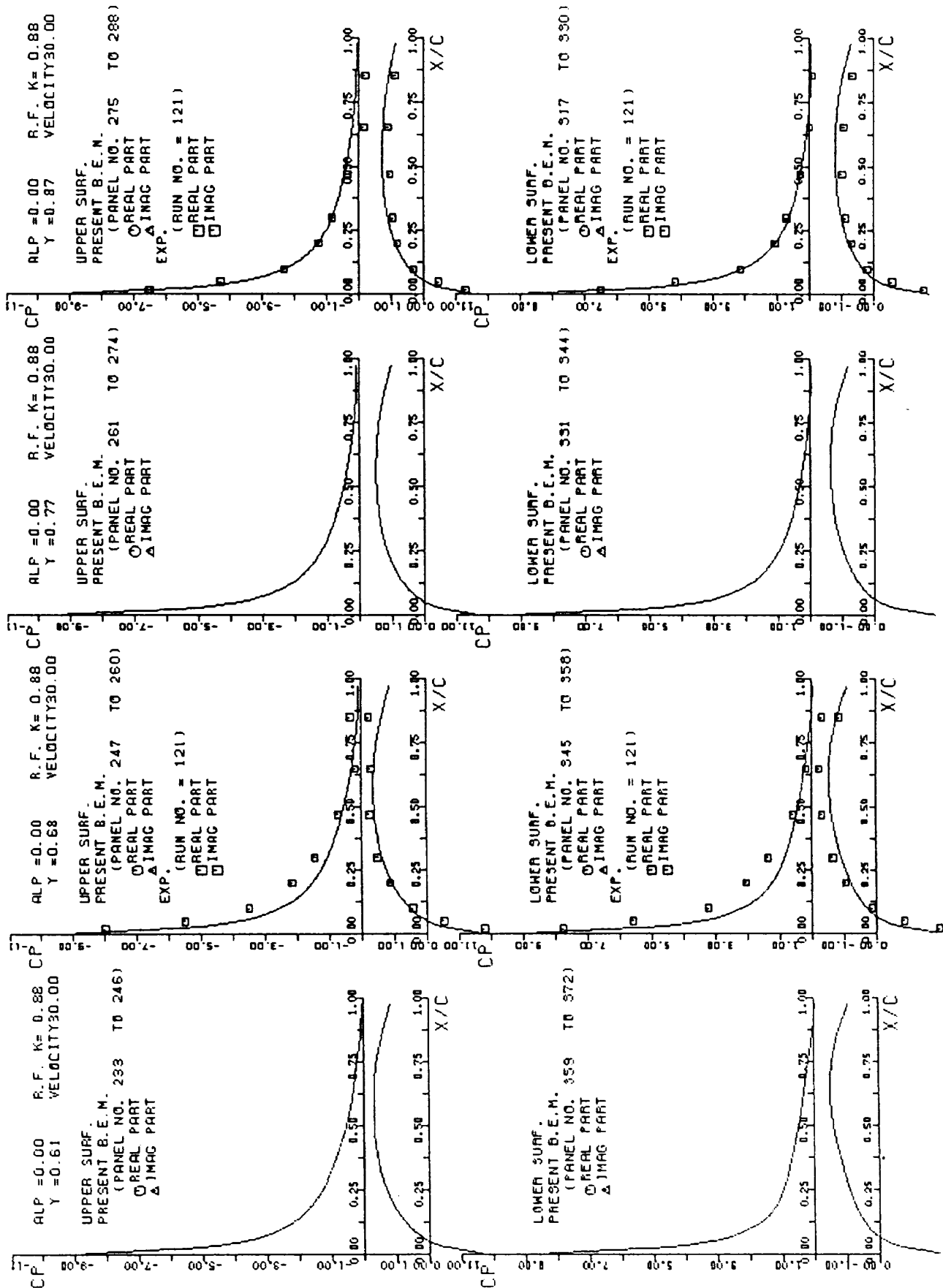
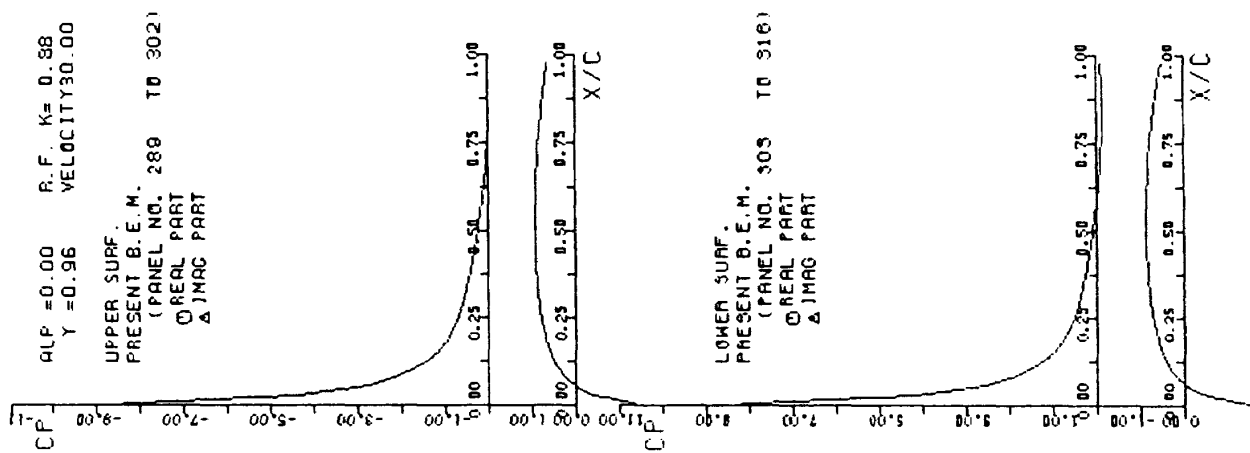
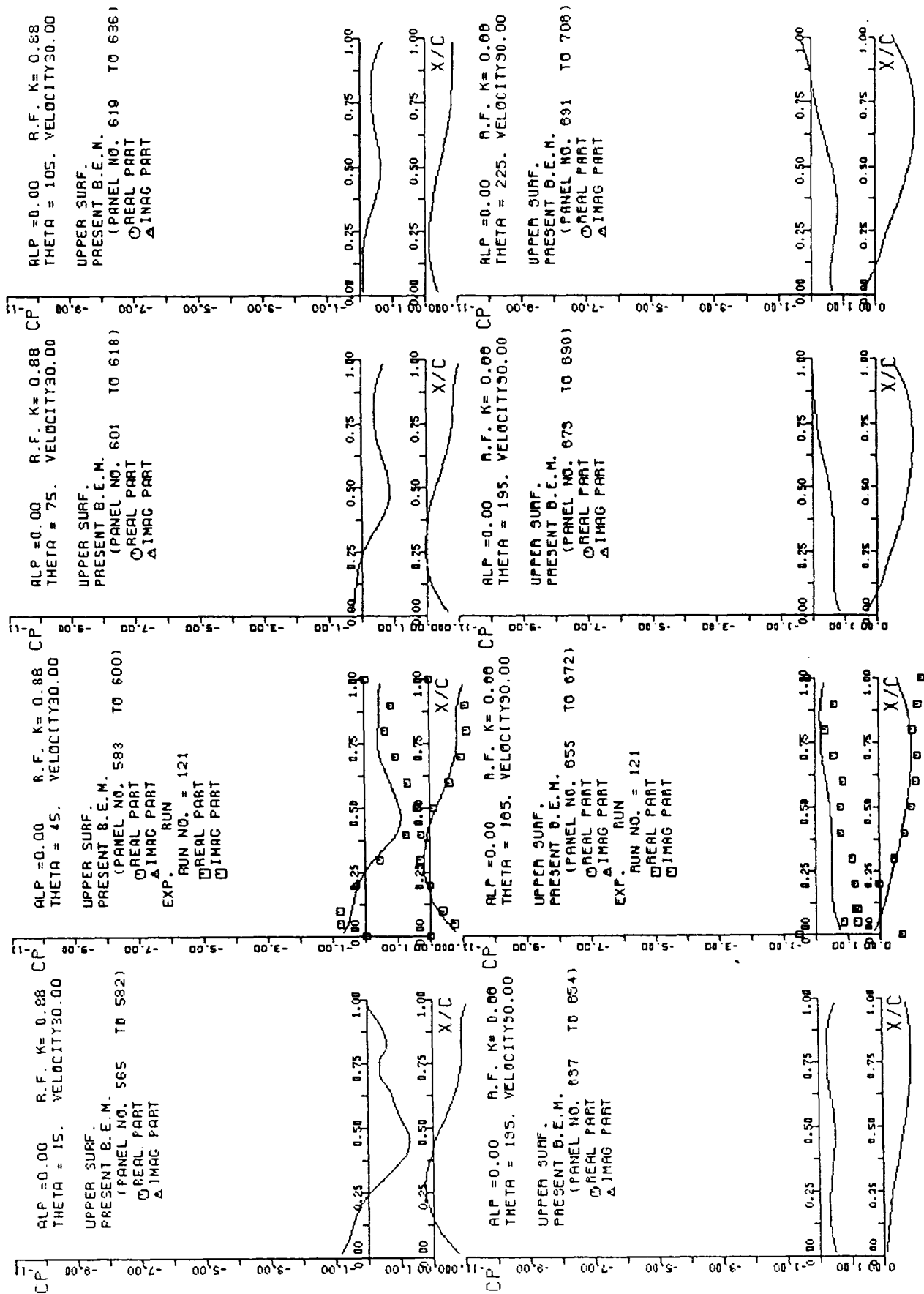


図23a つづき



図23b タンク付き翼のタンク面上の非定常圧力分布 ($\alpha=0.0$ 度, $k=0.88$)

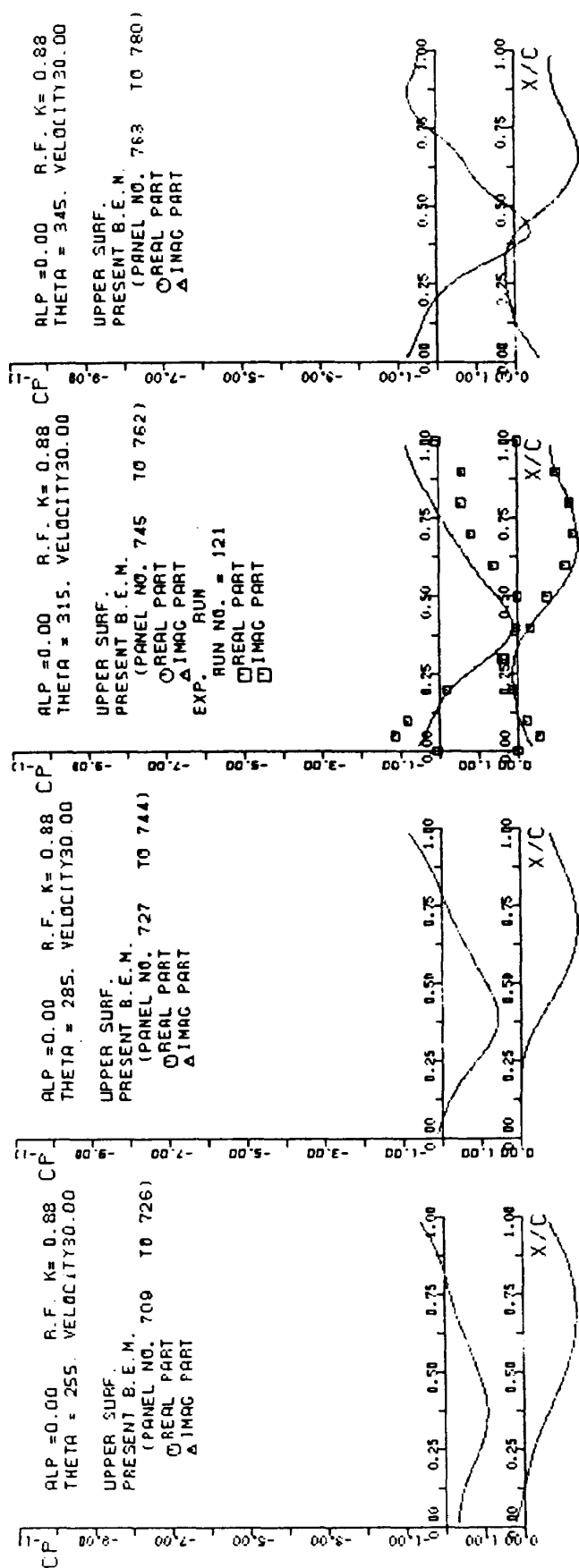
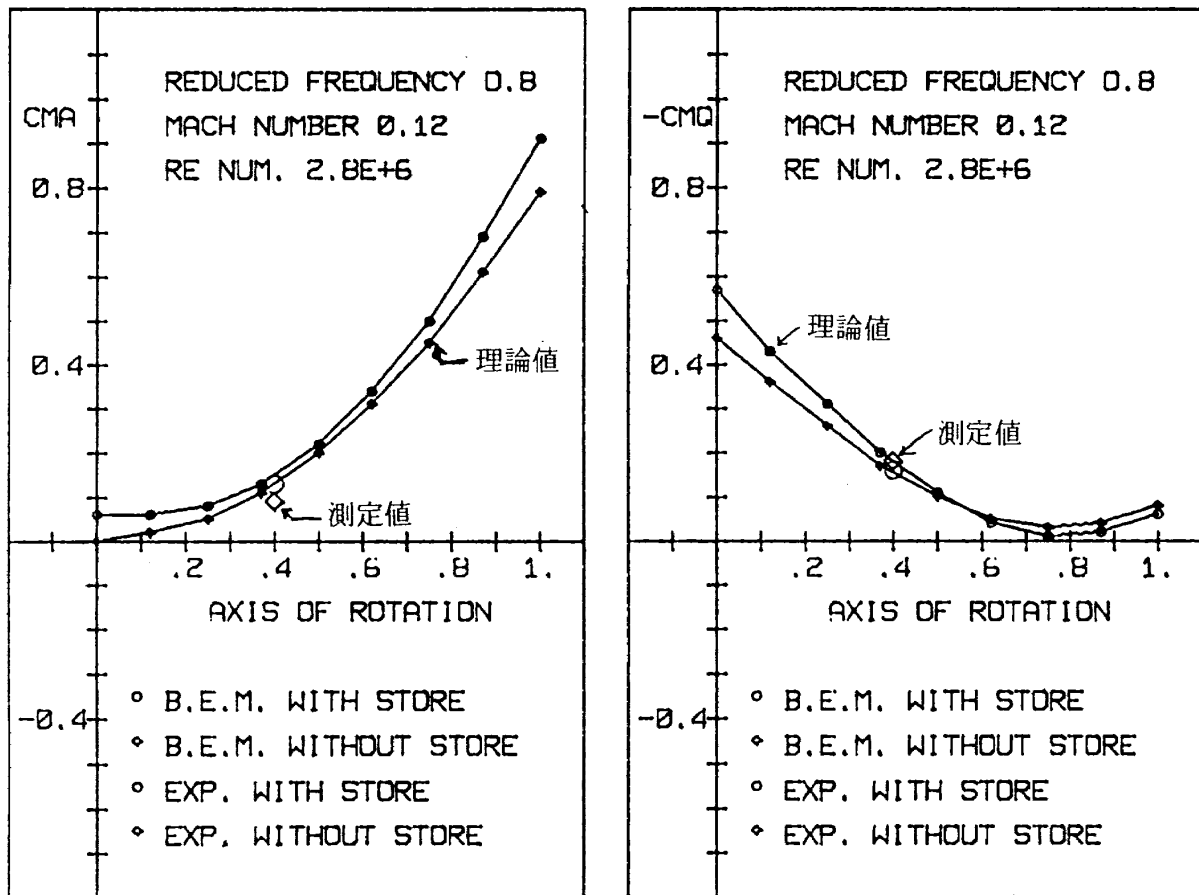


図23 b つづき

図24 動安定微係数 ($Cm\alpha$, $Cm\dot{q}$)

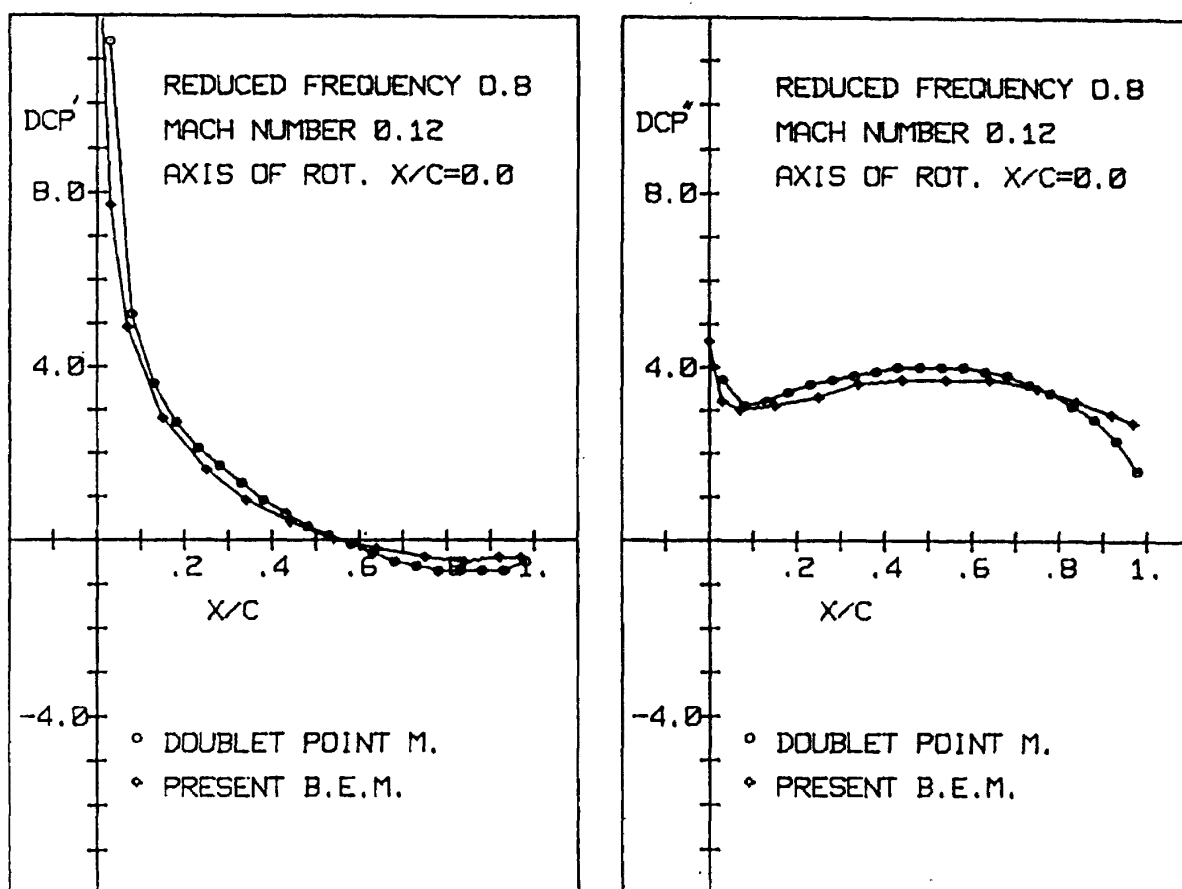
理論計算では回転軸が前縁に平行な場合を $X_0 = 0.0$ とし、後縁に平行な場合を $X_0 = 1.0$ として回転軸の位置の関数として動安定微係数を求めた。マッハ数 $M=0.12$ 、無次元振動数 $k=0.8$ の場合の静的安定微係数 $Cm\alpha$ と動安定微係数 $Cm\dot{q}$ を求め、図24に示した。測定値の回転中心は $X_0 = 0.405$ である。 $Cm\alpha$ および $Cm\dot{q}$ とともに理論値と一致していることが分かる。無次元振動数が小さい場合 $k < 0.2$ は回転中心の変化に対して $Cm\alpha$ は線形的に変化するが大きい場合 $k=0.8$ では図24に示すように二次曲線的に変化する。この理由は回転軸が斜めのため振動モードにピッチングとフラッピングの二つのモードが重畳される結果圧力分布の実数部で後縁に近いところで負の部分が表われモーメントが直線的に変化しないことが分かった。表3には無次元振動数に対する動安定微係数を示したものである。

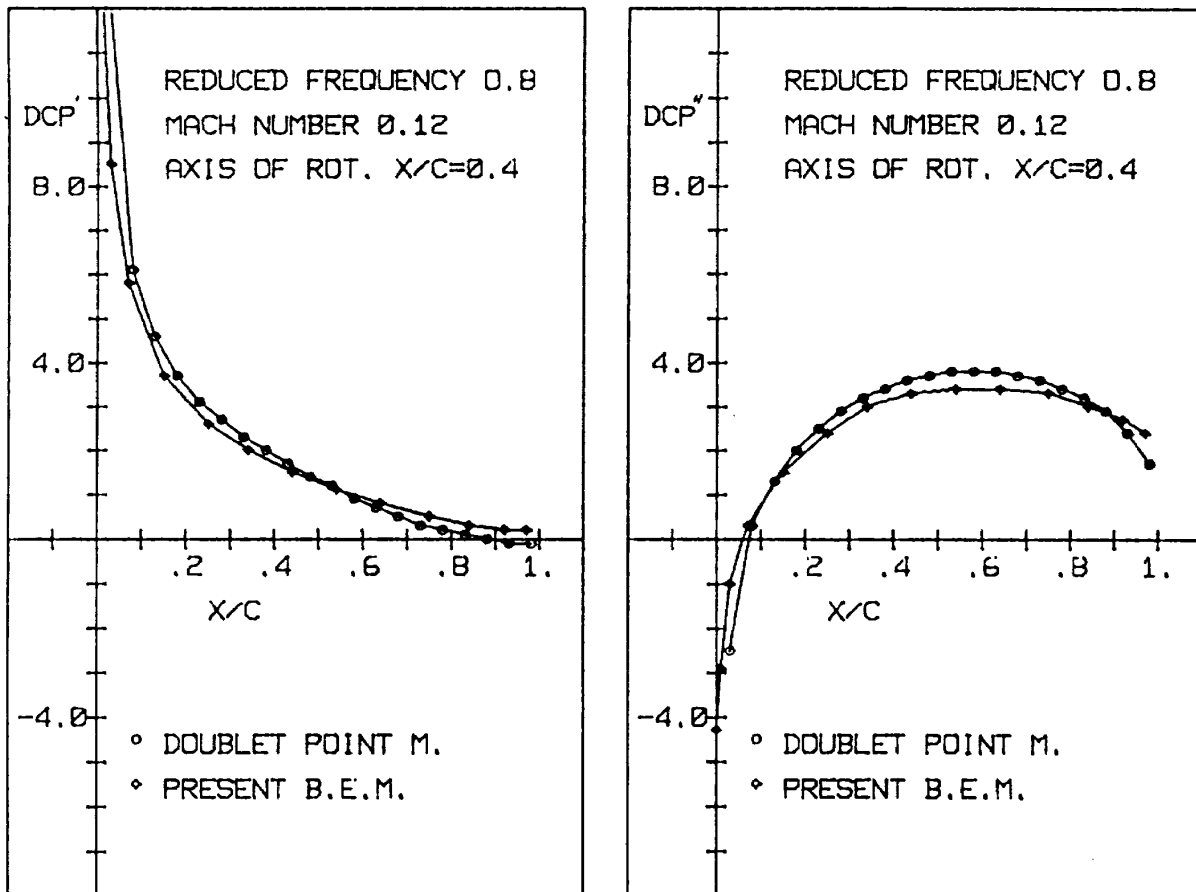
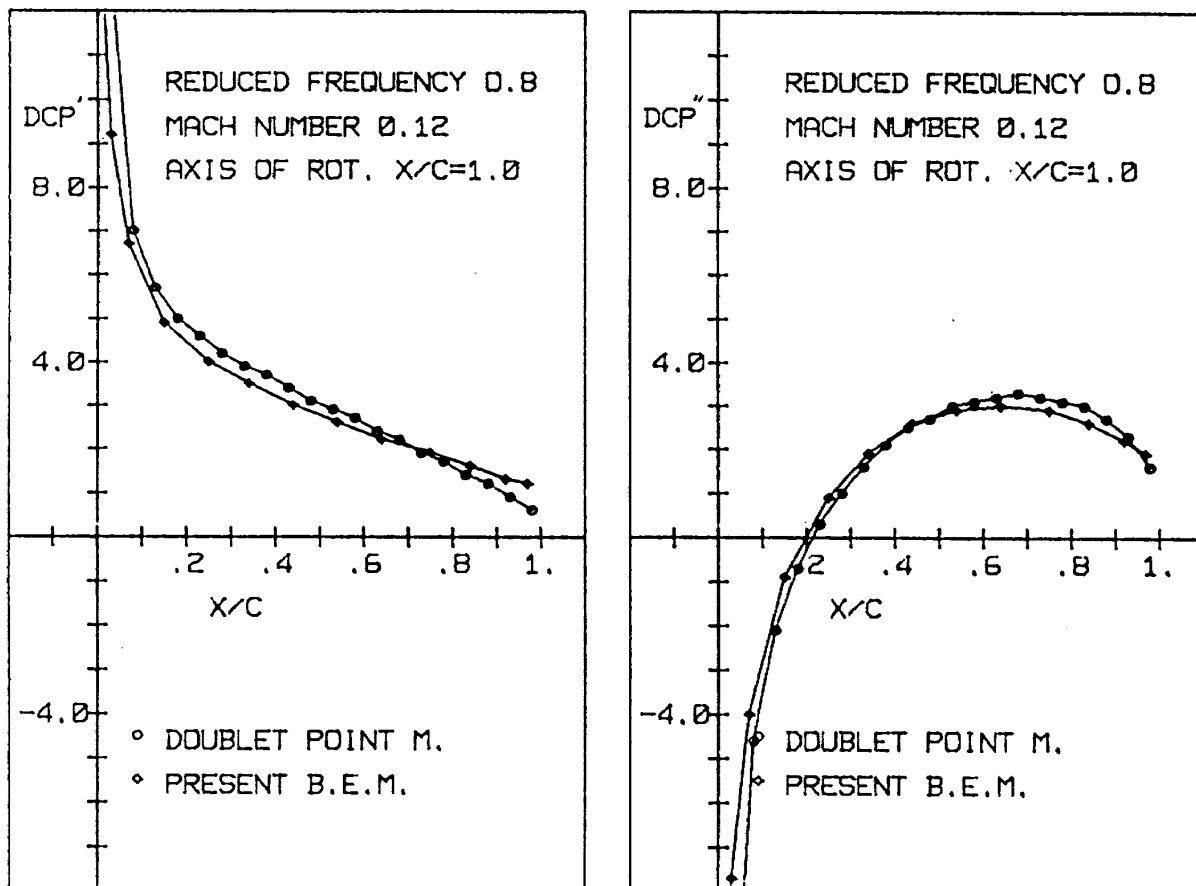
4.4 Doublet Point 法との比較

図25は半翼幅位置40%における非定常圧力分布を Doublet Point 法⁵⁾と本方法との比較を行ったものである。図25aは $X_0 = 0.0$ のときの圧力分布である。 $\Delta C_p'$ は翼弦長60%以上では負の値を示しているのが特徴である。 $\Delta C_p''$ は前縁から後縁まで正の値である。図25bは $X_0 = 0.4$ のときの圧力分布であり、 $\Delta C_p'$ は前縁の付近で負の値でやや不安定になっている。図25cではこの傾向はさらに強くなり、 $\Delta C_p'$ の翼弦長20%より前方で負の値を示し不安定になっている。これらの傾向は両者ともに表われており、Doublet Point 法との対応は非常に良いことが分かった。

表 3 自由振動法による空力的減衰係数の測定値

	迎角(deg.)	無次元振動数	風速 (m/s)	空力的スティフネス	ダンピング
タンク付翼	0.0	0.882	30.	0.2693	-0.3274
	0.0	0.656	40.	0.3054	-0.3510
	0.0	0.523	50.	0.2416	-0.3991
	2.5	0.879	30.	0.3005	-0.3161
	2.5	0.654	40.	0.3187	-0.3317
	2.5	0.518	50.	0.3091	-0.3647
タンクなし翼	0.0	1.136	30.	0.1530	-0.3293
	0.0	0.847	40.	0.2009	-0.3606
	0.0	0.672	50.	0.2207	-0.3699
	2.5	1.135	30.	0.1534	-0.2933
	2.5	0.848	40.	0.1759	-0.3251
	2.5	0.671	50.	0.2403	-0.3439

図25a Doublet Point 法との比較 ($X_0=0.0$)

図25b Doublet Point 法との比較 ($X_0=0.4$)図25c Doublet Point 法との比較 ($X_0=1.0$)

5. 結 論

全機形態に働く非定常空気を境界要素法を用いて計算し本方法の信頼性や精度の評価を行ったもので、以下に要約する。

- ① 亜音速流中でピッチング・モードで振動しているときの非定常空力特性が精度良く求められた。
- ② 非定常流における後流渦面やその放出線の設定方法を明らかにした。
- ③ 三次元物体のパネル化は定常流の数値モデルがそのまま使える。
- ④ 非定常圧力分布を積分することにより動安定微係数等を求められる。
- ⑤ Doublet Point 法など他の理論との比較して整合性が良い。

本研究により汎用化プログラムの有用性を示した。応用面として、外部燃料タンクとスペース・シャトルとの地面効果等があるような非定常問題や構造解析用有限要素法のプログラムと結合して空力弾性問題にも適用できる。この汎用化プログラムの開発には三向ソフトウェア開発株式会社の渡辺恵子、瀬口由紀両氏の努力により完成した。

6. 参考文献

- 1) Morino, L ; Steady, Oscillatory and Unsteady Subsonic and Supersonic Aerodynamics-Production Version (SOUSSA-P1, 1)-Volume I, Theoretical Manual, NASA CR-159130 (1980)
- 2) 鈴木真二, ほか 2 名 ; 境界要素法とモード解析法による構造体の振動音響解析, 機械学会論文集 52-473C (昭61) p.310
- 3) 柳沢三憲, 森田甫之, 巽 重文 ; 境界要素法による全機形態の非定常空力計算, 航技研特別資料 SP-8 (1987,11), p.91
- 4) 谷岡忠幸, 児玉 優, 巽 重文 ; 外部搭載物付き航空機の非定常空力推算法の開発, 三菱重工技報, Vol.25, No.3, 1988
- 5) Ueda, T. and Dowell, E. H. ; "A New Solution Method for Lifting Surfaces in

Subsonic Flow", AIAA Journal, Vol.20, March 1982, pp.348-355.

- 6) 柳沢三憲 ; 境界要素法を用いた亜音速流中の三次元揚力物体の空力特性の計算, 航技研報告, TR-835, 1984年 9 月
- 7) 菊地一雄, 柳沢三憲 ; 圧力測定系における管の応答特性, 航技研資料 TM-475, 1982年10月
- 8) 柳沢三憲 ; 非定常空力計算とその応用, 航技研昭和63年度公開研究発表, 63年10月
- 9) Morino, L. ; A general Theory of Unsteady Compressible Potential Aerodynamics NASA CR-2464 Dec. 1974
- 10) Morse, P. M. and Feshbach, H. ; Methods of Theoretical Physics McGraw-Hill Book. Co. Inc. pp.834-856

7. 記 号

A_1, A_2	: パネル内の ξ, η 方向の単位ベクトル
a, b, c	: ベクトル, 図 3 を参照
a, b, c	: 二次式の係数
B_{hk}	: 空力的影響係数
C	: 翼弦長
c_0	: 構造減衰
C_p	: 圧力係数
C_F	: 空気力のベクトル
C_{hk}	: 空力的影響係数
C_{ps}	: スキャニバルブの圧力係数
C_w	: 後流渦放出線
$E(p)$: 領域関数
\vec{e}_1, \vec{e}_2	: パネル面内で直交する単位ベクトル
G	: グリーン関数
i, j, k	: x, y, z 方向の単位ベクトル
K_0	: バネ定数
k	: 無次元振動数 $k = \omega T_R / (2U_\infty)$
L	: 直線を表わすベクトル
R_1	: 直線の始点を示す位置ベクトル
L_1	: 回転軸のベクトル

L_2	: 始点から R の点の直線方向を示すベクトル	X_R	: $X(f)$ の実数部
L_3	: L_1 に垂直で R 点に向うベクトル	X_I	: $X(f)$ の虚数部
M_∞	: 一様流のマッハ数	X, Y, Z	: 変換された直交座標系
M	: 振動モード	x, y, z	: 物理空間の直交座標系
N	: 変換された空間におけるパネルの単位法線ベクトル	X_*, Y_*, Z_*	: 変換された座標系における選点の位置
\vec{n}	: 物理空間のパネルの単位法線ベクトル	x_*, y_*, z_*	: 物理空間の選点の位置
\vec{n}_n	: 円板の単位法線ベクトル ($P_{i-1,j}, P_{ij}, P_{i+1,j}$ の三点を通る円で、その中心を O_c とする)	α	: 迎角又は $\alpha = \left(\frac{X_h - X_k}{M_\infty} + R \right)$
\vec{n}_r	: 円板の半径方向の単位ベクトル	β	: 圧縮性パラメータ $\beta = (1 - M_\infty^2)^{1/2}$ 又は $\beta = \mathcal{Q}R$
R	: 変換された空間の二点間の距離	γ	: 比熱比
r	: 物理空間における二点間の距離	δ_{hk}	: Kronecker のデルタ
q	: 動圧	δ	: 対数減衰率
r_e	: 基準点の位置ベクトル	η	: 半翼幅で無次元化した翼幅方向の位置 (図に於いて η を Y で表示)
S	: 複素数	$\vec{\lambda}_1, \vec{\lambda}_2$: 物体面の局所的勾配
S_0	: $S/a_\infty\beta$	μ	: 減衰係数
S_R	: 基準面積	μ_0	: 静止空気中の減衰係数
s_c	: 係数	ξ, η	: パネル内の局所座標
T	: 無次元時間 $T = a_\infty\beta t$	ρ	: 空気の密度
T_R	: 基準長	Σ_B	: 変換された空間の物体表面
\vec{t}_R	: 基準点周りの単位ベクトル	σ_B	: 物理空間の物体表面
t_c	: 係数	ϕ	: 擾乱速度ポテンシャル
U_∞	: 一様流の速度	\mathcal{Q}	: 無次元角振動数 $\mathcal{Q} = \omega/(a_\infty\beta)$
W	: 空力的影響係数	ω	: 角振動数
$X(f)$: Fourier 変換後の信号	ω_0	: 静止空気中の角振動数

付録 1 亜音速非定常ポテンシャル流の Green 関数

非定常ポテンシャル流の Green 関数は次式の解として与えられる。

$$\nabla^2 G - \frac{1}{a_\infty^2} \frac{d^2 G}{dt^2} = \delta(x-x_*, y-y_*, z-z_*, t-t_*) \quad (\text{A.1})$$

$$(\text{A.2})$$

無限遠で, $G=0$

ここに δ は Dirac の delta 関数で次の式を満足する。

$$\begin{aligned} \iiint F \delta dv dt &= \iiint F(x, y, z, t) \delta(x-x_*, y-y_*, z-z_*, t-t_*) dx dy dz dt \\ &= F(x_*, y_*, z_*, t_*) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

(A.1) 式の亜音速の場合の解は次式で与えられる。

$$G = \frac{-1}{4\pi r_\beta} \delta(t-t_* + \theta) \quad (\text{A.4})$$

ここに

$$r_\beta = [(x-x_*)^2 + \beta^2 \{(y-y_*)^2 + (z-z_*)^2\}]^{1/2} \quad (\text{A.5})$$

$$\theta = \frac{1}{a_\infty \beta^2} \{r_\beta + M_\infty(x-x_*)\} \quad (\text{A.6})$$

である。(A.4) 式は Galilean 変換を用いて得られる。詳細は付録 3 を参照のこと。

付録 2 Green の定理

(1)式が成り立つ様な空間 V を考えると, この V は物体 V_B および後流渦 V_W によって占められる体積を除いた全物理空間を示す。ここで, 領域関数 E を定義する。

$$V \text{ 内では, } E(x, y, z, t) = 1 \quad (\text{B.1})$$

$$V_B + V_W \text{ 内では } = 0 \quad (\text{B.2})$$

E の不連続な表面, 即ち $V_B + V_W$ で形成される表面 Σ を考え, その式を

$$S(x, y, z, t) = 0 \quad (\text{B.3})$$

とする。表面 Σ は次の 2 つの部分から成立っている。

$$\Sigma_B ; S_B(x, y, z, t) = 0 \quad (\text{B.4})$$

$$\Sigma_W ; S_W(x, y, z, t) = 0 \quad (\text{B.5})$$

S_B は物体表面を表わし, S_W は後流渦面を表わす。

(1)式に Green 関数 G を乗じ, また (A.1) 式に ϕ を乗じたものを減ずると次式が得られる。

$$G \cdot \left(\nabla^2 \phi - \frac{1}{a_\infty^2} \frac{d^2 \phi}{dt^2} \right) - \phi \cdot \left(\nabla^2 G - \frac{1}{a_\infty^2} \frac{d^2 G}{dt^2} \right) = GF - \phi \delta \quad (\text{B.12})$$

次の恒等式, すなわち,

$$\nabla \cdot (a \nabla b) = \nabla a \cdot \nabla b + a \nabla^2 b$$

$$\frac{d}{dt} \left(a \frac{db}{dt} \right) = \frac{da}{dt} \frac{db}{dt} + a \frac{d^2b}{dt^2}$$

等を利用して (B.12) 式は

$$\nabla \cdot (G \nabla \varphi - \varphi \nabla G) - \frac{1}{a_\infty^2} \frac{d}{dt} \left(G \frac{d\varphi}{dt} - \varphi \frac{dG}{dt} \right) = GF - \varphi \delta \quad (\text{B.13})$$

(B.13) 式の全体に E を乗じ、四次元で積分を行うと次の様になる。

$$\iiint_{-\infty}^{\infty} E \left[\nabla \cdot (G \nabla \varphi - \varphi \nabla G) - \frac{1}{a_\infty^2} \frac{d}{dt} \left(G \frac{d\varphi}{dt} - \varphi \frac{dG}{dt} \right) \right] dv dt = \iiint_{-\infty}^{\infty} E (GF - \varphi \delta) dv dt \quad (\text{B.14})$$

次に、任意関数を g とすると

$$\iiint_{-\infty}^{\infty} E g dv = \iiint_V g dv$$

したがって、(B.13) 式は次式のように V 空間の積分になる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt \iiint_V \left[\nabla \cdot (G \nabla \varphi - \varphi \nabla G) - \frac{1}{a_\infty^2} \frac{d}{dt} \left(G \frac{d\varphi}{dt} - \varphi \frac{dG}{dt} \right) \right] dv = - \iiint_{-\infty}^{\infty} E (GF - \varphi \delta) dv \quad (\text{B.15})$$

また、 $g(\pm\infty) = 0$ に対して次の関数が成立つ。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial g}{\partial t} dt = g(\infty) - g(-\infty) = 0 \quad (\text{B.16})$$

$$\iiint_V \frac{\partial g}{\partial x} dv = \oint_{\sigma} g \mathbf{n} \cdot \mathbf{i} d\sigma = \oint_{\sigma} g \frac{\partial s}{\partial x} \frac{1}{|\nabla s|} d\sigma \quad (\text{B.17})$$

任意のベクトル \mathbf{a} について、

$$\iiint_V \nabla \cdot \mathbf{a} dv = \oint_{\sigma} \mathbf{a} \cdot \mathbf{n} d\sigma = \oint_{\sigma} \mathbf{a} \cdot \frac{\nabla s}{|\nabla s|} d\sigma \quad (\text{B.18})$$

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla s}{|\nabla s|} \quad (\text{B.19})$$

\mathbf{n} は物体外向の法線ベクトルである。物体側から流体側の向きを正とする。

(B.16) から (B.18) 式を用いて、(B.15) 式はさらに書き換えられる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \oint_{\sigma} \left[\nabla s \cdot (G \nabla \varphi - \varphi \nabla G) - \frac{U_\infty}{a_\infty^2} \frac{\partial s}{\partial x} \left(G \frac{d\varphi}{dt} - \varphi \frac{dG}{dt} \right) \right] \frac{d\sigma}{|\nabla s|} dt = \iiint_{-\infty}^{\infty} E (GF - \varphi \delta) dv dt \quad (\text{B.20})$$

上式が、圧縮性ポテンシャル流の方程式に対する Green の定理である。Dirac の delta 関数の定義を用いて、(B.20) 式を変形すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} E(P_*) \varphi(P_*, t_*) &= \int_{-\infty}^{\infty} \oint_{\sigma} \left[\nabla s \cdot (G \nabla \varphi - \varphi \nabla G) - \frac{U_\infty}{a_\infty^2} \frac{\partial s}{\partial x} \cdot \left(G \frac{d\varphi}{dt} - \varphi \frac{dG}{dt} \right) \right] \frac{d\sigma}{|\nabla s|} dt \\ &+ \iiint_{-\infty}^{\infty} E G F dv dt \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

亜音速の場合の Green 関数は (A.4) 式より

$$G = \frac{-1}{4\pi r_\beta} \delta_\theta \quad (\text{B.22})$$

ここに

$$\delta_\theta = \delta(t - t_* + \theta) \quad (\text{B.23})$$

次に, (B.21) と (B.22) 式から,

$$\begin{aligned} 4\pi E(P_*)\varphi(P_*, t_*) = & - \int_{-\infty}^{\infty} \oint \left[\nabla s \cdot \nabla \varphi - \frac{U_\infty}{a_\infty^2} \frac{\partial s}{\partial x} \frac{d\varphi}{dt} \right] \frac{1}{r_\beta} \delta_\theta \frac{d\sigma}{|\nabla s|} dt \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} \oint \left[\nabla s \cdot \nabla \left(\frac{1}{r_\beta} \right) - \frac{U_\infty^2}{a_\infty^2} \frac{\partial s}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r_\beta} \right) \right] \varphi \delta_\theta \frac{d\sigma}{|\nabla s|} dt \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} \oint \left[\nabla s \cdot \nabla \delta_\theta - \frac{U_\infty}{a_\infty^2} \frac{\partial s}{\partial x} \frac{d\delta_\theta}{dt} \right] \varphi \frac{1}{r_\beta} \frac{d\sigma}{|\nabla s|} dt + \iiint_V F \frac{1}{r_\beta} dv \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

また,

$$\nabla \delta_\theta = \frac{\partial \delta_\theta}{\partial t} \nabla \theta \quad (\text{B.25})$$

$$\frac{d\delta_\theta}{dt} = \frac{\partial \delta_\theta}{\partial t} \left(1 + U_\infty \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad (\text{B.26})$$

(B.16) から (B.20) 式より次式が得られる。

$$\begin{aligned} 4\pi E(P_*)\varphi(P_*, t) = & - \int_{-\infty}^{\infty} \oint \left(\nabla s \cdot \nabla \varphi - \frac{U_\infty}{a_\infty^2} \frac{\partial s}{\partial x} \frac{d\varphi}{dt} \right) \frac{1}{r_\beta} \delta_\theta \frac{d\sigma}{|\nabla s|} dt \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} \oint \left[\nabla s \cdot \nabla \left(\frac{1}{r_\beta} \right) - \frac{U_\infty^2}{a_\infty^2} \frac{\partial s}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r_\beta} \right) \right] \varphi \delta_\theta \frac{d\sigma}{|\nabla s|} dt \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} \oint \left[\nabla s \cdot \nabla \theta - \frac{U_\infty}{a_\infty^2} \frac{\partial s}{\partial x} \left(1 + U_\infty \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \right] \frac{1}{r_\beta} \frac{\partial \delta_\theta}{\partial t} \frac{d\sigma}{|\nabla s|} dt + \iiint_V F \frac{1}{r_\beta} dv \end{aligned} \quad (\text{B.27})$$

また, 一般の関数 f に対して次式が成り立つ。

$$\iiint_V f \frac{\delta_\theta}{|\nabla s|} dv dt = \oint_\sigma [f]^\theta \frac{d\sigma}{|\nabla s|} \quad (\text{B.28})$$

$$\iiint_V f \frac{\partial \delta_\theta}{\partial t} \frac{1}{|\nabla s|} dv dt = - \oint_\sigma \left[\frac{\partial f}{\partial t} \right]^\theta \frac{d\sigma}{|\nabla s|} \quad (\text{B.29})$$

ここに $[\]^\theta$ は時刻 $t = t_* - \theta$ に於ける値を示している。

$$\text{即ち, } [\]^\theta = [\]|_{t=t_*-\theta} \quad (\text{B.30})$$

$$\theta = \frac{1}{a_\infty \beta^2} [r_\beta + M_\infty (x - x_*)] \quad (\text{B.31})$$

(B.24) を用いて (B.21) は次の様書き直される。

$$\begin{aligned} 4\pi E(P_*)\varphi(P_*, t_*) = & - \oint_\sigma \left\{ \nabla s [\nabla \varphi]^\theta - \frac{U_\infty}{a_\infty^2} \frac{\partial s}{\partial x} \left[\frac{d\varphi}{dt} \right]^\theta \right\} \frac{1}{r_\beta} \frac{d\sigma}{|\nabla s|} \\ & + \oint_\sigma \left\{ \nabla s \cdot \nabla \left(\frac{1}{r_\beta} \right) - \frac{U_\infty^2}{a_\infty^2} \frac{\partial s}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r_\beta} \right) \right\} [\varphi]^\theta \frac{d\sigma}{|\nabla s|} \\ & - \oint_\sigma \left\{ \nabla s \cdot \nabla \theta - \frac{U_\infty}{a_\infty^2} \frac{\partial s}{\partial x} \left(1 + U_\infty \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \right\} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right]^\theta \frac{1}{r_\beta} \frac{d\sigma}{|\nabla s|} - \iiint_V F \frac{1}{r_\beta} dv \end{aligned} \quad (\text{B.32})$$

① 亜音速定常流の Green 関数

(B.27) 式で時間微分を零にすると定常流の場合に帰着される。

$$4\pi E(P_*)\varphi(P_*) = - \oint_{\sigma} \left[\nabla_s \cdot \nabla \varphi - M_\infty^2 \frac{\partial s}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] \frac{1}{r_\beta} \frac{d\sigma}{|\nabla s|} \\ - \oint_{\sigma} \left[\nabla_s \cdot \nabla \left(\frac{1}{r_\beta} \right) - M_\infty^2 \frac{\partial s}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r_\beta} \right) \right] \varphi \frac{d\sigma}{|\nabla s|} - \iiint_V F \frac{1}{r_\beta} dv \quad (\text{B.33})$$

② 非圧縮流の Green 関数

非圧縮流では、次式で示される。

$$4\pi E(P_*)\varphi(P_*) = - \oint_{\sigma} \nabla_s \cdot \nabla \varphi \frac{1}{r} \frac{d\sigma}{|\nabla s|} + \oint_{\sigma} \nabla_s \cdot \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \varphi \frac{d\sigma}{|\nabla s|} - \iiint_V F \frac{1}{r} dv \quad (\text{B.34})$$

付録 3 Galilean 変換

文献 9) を引用すると非定常ポテンシャル流の Green 関数を得るには、Galilean 変換を用いる。(C.1) 式のような非同次の非定常ポテンシャル流の方程式をここに書き表す

$$\nabla^2 \varphi - \frac{1}{a_\infty^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} - U_\infty \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \varphi = Q(x, y, z, t) \quad (\text{C.1})$$

今、一樣流に固定された座標系を ξ, η, ζ, τ とすると基準座標系との関係を示す Galilean 変換は

$$x = \xi + U_\infty \tau, \quad y = \eta, \quad z = \zeta, \quad t = \tau \quad (\text{C.2})$$

逆変換は

$$\xi = x - U_\infty t, \quad \eta = y, \quad \zeta = z, \quad \tau = t \quad (\text{C.3})$$

となる。

微分形は、

$$\frac{\partial}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial x}, \quad \frac{\partial}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial \zeta} = \frac{\partial}{\partial z}, \quad \frac{\partial}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial}{\partial x} \quad (\text{C.4})$$

であるから、(C.1) 式は次の様に変換される。

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} - \frac{1}{a_\infty^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tau^2} = F_0(\xi, \eta, \zeta, \tau) \quad (\text{C.5})$$

ここに $F_0(\xi, \eta, \zeta, \tau) = Q(\xi + U_\infty \tau, \eta, \zeta, \tau)$

(C.5) 式の解は文献 10) より次式のように与えられる。

$$\varphi(\xi_*, \eta_*, \zeta_*, \tau_*) = \frac{-1}{4\pi} \iiint_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\rho} [F_0]^\theta d\xi d\eta d\zeta \quad (\text{C.6})$$

ここに

$$\rho = [(\xi - \xi_*)^2 + (\eta - \eta_*)^2 + (\zeta - \zeta_*)^2]^{1/2} \quad (\text{C.7})$$

$$[F_0]^\theta = [F_0]_{\tau = \tau_* - \theta} \quad (\text{C.8})$$

(C.1) 式の解を得るため (C.6) 式を元の変数 x, y, z, t で表わす。

$$x - x_* = \xi - \xi_* + U_\infty(\tau - \tau_*) = \xi - \xi_* - M_\infty \rho$$

$$y - y_* = \eta - \eta_*$$

$$z - z_* = \zeta - \zeta_*$$

$$t - t_* = \tau - \tau_* = -\theta = -\frac{\rho}{a_\infty} \quad (\text{C.9})$$

(C.8) 式を考慮してその逆変換は

$$\begin{aligned}\xi - \xi_* &= x - x_* + M_\infty \rho = \frac{1}{\beta^2} (x - x_* \pm M_\infty r_\beta) \\ \eta - \eta_* &= y - y_* \\ \zeta - \zeta_* &= z - z_* \\ \tau - \tau_* &= t - t_* = -\frac{\rho}{a_\infty} = \frac{-1}{a_\infty \beta^2} [r_\beta \pm M_\infty (x - x_*)] = -\theta\end{aligned}\quad (\text{C.10})$$

ここに

$$r_\beta = \{(x - x_*)^2 + \beta^2 [(y - y_*)^2 + (z - z_*)^2]\}^{1/2}$$

今、亜音速の場合を考えると、 $M < 1$ だから、

$$M_\infty |x - x_*| < r_\beta \quad (\text{C.11})$$

(C.11) 式を用いて (C.10) 式の絶対値の記号をはずすと

$$\rho = \frac{1}{\beta^2} [r_\beta \pm M_\infty (x - x_*)] \quad (\text{C.12})$$

(C.9) 式の第 1 式と (C.10) の第 1 式、(C.12) 式を用いて、

$$x - x_* = \frac{1}{\beta^2} [(x - x_*) \pm M_\infty r_\beta] - M_\infty \frac{1}{\beta^2} [r_\beta \pm M_\infty (x - x_*)] \quad (\text{C.13})$$

(C.13) 式は上側の + 符号が用いられる時のみ成立する。従って亜音速の場合の逆変換は

$$\begin{aligned}\xi - \xi_* &= \frac{1}{\beta^2} [(x - x_*) + M_\infty r_\beta] \\ \eta - \eta_* &= y - y_* \\ \zeta - \zeta_* &= z - z_* \\ \tau - \tau_* &= t - t_* = \frac{-1}{a_\infty \beta^2} [r_\beta + M_\infty (x - x_*)] = -\theta\end{aligned}\quad (\text{C.14})$$

この変換は参照点 (x_*, y_*, z_*, t_*) の座標系において、(C.6) 式を表すために使う。したがって、

$$\begin{aligned}\varphi(x_*, y_*, z_*, t_*) &= \iiint \frac{-1}{4\pi\rho} \Gamma_0|_{\tau=\tau_*-\theta} d\xi d\eta d\zeta = \iiint \frac{-1}{4\pi\rho} [Q]_{t=t_*-\theta} \frac{1}{|J|} dx dy dz \\ &= \iiint \frac{-1}{4\pi r_\beta} [Q]^\theta dx dy dz\end{aligned}\quad (\text{C.15})$$

ここに

$$[Q]^\theta = [Q]_{t=t_*-\theta} = Q(x, y, z, t_* - \theta) \quad (\text{C.16})$$

であり、 J は変換の Jacobian で次式で与えられる。

$$J = \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\xi, \eta, \zeta)} = \frac{\rho - M_\infty(\xi - \xi_*)}{\rho} \quad (\text{C.17})$$

$$|J| = \frac{r_\beta}{\rho}$$

(C.15) 式は亜音速の場合の Green 関数が次式で表わされることを示す。

$$G = \frac{-1}{4\pi r_\beta} \delta(t - t_* + \theta) \quad (\text{C.18})$$

航空宇宙技術研究所報告1065号

平成2年5月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺東町7丁目44番地1
電話三鷹(0422) 47-5911(大代表)〒182
印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川2-27-12

Printed in Japan