

ISSN 0389-4010

UDC 535.55

620.168

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-1085

光弹性被膜法のCFRPへの応用

越 出 慎 一

1990年10月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

光弾性被膜法の CFRP への応用*

越出慎一**

Application of the Birefringent-Coating Method to CFRP

by Shinichi KOSHIDE

ABSTRACT

The objective of this investigation is to analyze the stress and strain distributions along the boundary in structural parts of the composites, such as carbon-fiber reinforced plastics (CFRP), by the birefringent-coating method. However, there were some problems in using the method for strain analysis of CFRP, because appearances and mechanical properties of the materials were not suitable for such application.

In this investigation, the problems are solved by introducing the following experimental processes.

- (1) A process for viewing the isochromatic fringe patterns using the reflected light from the adhesive layer with which aluminium powder has been mixed.
- (2) A process for analysis of strain components by substituting the relation between the fringe order of the isochromatic fringe patterns and principal strain differences into the Poisson's ratio for an anisotropic material.

These processes were applied to strips of CFRP with a circular hole under tension as an experimental demonstration. In this paper, the adequacy of the method and the peculiarity of strain distributions in the strips of CFRP are discussed with reference to the results of the experiment. Strain values at a point on the circular hole boundary in the strip which were analyzed by the method and those which were analyzed by the moiré method almost agree. The agreement corroborates that either method is adequate for strain analysis. Strain distributions around the hole of the CFRP strips differ from these of isotropic materials such as metals. These distributions are also greatly influenced by the fiber-orientation-to-load-direction.

Stresses in the structural parts of composites can be determined from the strain distributions described above and the stress-strain relation for an anisotropic material. Stress distributions in the strip of CFRP with a circular hole are also shown as an ex-

* 平成2年7月13日 受付

** 機体部

ample. The appropriate results of the example are confirmed by agreement with the theoretical solutions for a composite plate with a circular hole under tension.

Moreover, the birefringent-coating method applies to stress and strain analysis for CFRP joint specimens under pin load. Analysis of the joint is very important to subassemblies of aircraft made of composites, because the bolted joint subjected to pin load is used to connect the subassemblies. The experimental results for the joint make it clear that the stress and strain distributions in composites under partial load are also different from those of isotropic materials. Fiber-orientation-to-pin-load-direction influences the stress and strain distributions in the CFRP joint.

1. 緒 言

複合材料、とくに炭素繊維強化の複合材料（CFRP）は比強度、比剛性ともに優れており、軽量化が重要な航空機あるいは宇宙用機器の構造にとって非常に効果的な材料であることは周知の通りである。しかしながら、顯著な異方性材料であること、材料特有の欠陥が存在することなどにより、強度的には非常に複雑な面をもっている。したがって、この材料の強度を評価するにあたっては、理論的あるいは数値的な解析とともに、実験的な解析も非常に重要である。

一般に、実験的な解析で直接得られる情報はひずみ成分あるいはこの分布である。また、複合材料部材のひずみ解析に対しては、電気抵抗ひずみ計を始め、各種の実験的な解析法の適用が試みられている¹。

筆者はこのような解析法の中で領域全面にわたるひずみ分布の解析が可能なモアレ法に注目し、この方法の非接触で行うことのできる一手法を考案して複合材料部材への適用に関する研究をしてきた^{2,3}。

この方法は部材表面に印刷した格子の干渉によるしまを利用してひずみ成分を解析する手段であり、格子に垂直な方向のひずみ成分の解析は容易で、この方向に関するひずみ分布を求めるのには非常に有効な方法である。しかし、例えば円孔縁のような曲線境界に沿ったひずみ分布を解析する場合には、格子に対して任意の方向のひずみ成分を求める形になり、解析の手順が複雑になるだけではなく精度も悪くなると言う難点がある。

このような観点から、ここではモアレ法と同様な

ある領域全面にわたるひずみあるいは応力分布の実験的な解析法の一つである光弾性法、とくに実構造部材の曲線境界に沿ったひずみ成分の解析が容易な光弾性被膜法の複合材料への応用に関する研究を行った。

光弾性被膜法はすでに金属材料の塑性域でのひずみ解析などに適用されている^{4,5}。一方、複合材料あるいは異方性材料に対しては、このような特性をもつ透明な材料の模型による透過光弾性法とともにガラス繊維の複合材料を対象とした光弾性被膜法に関する研究も行われている^{6~15}。この光弾性被膜法は構造部材の表面に接着した被膜上に現われる光弾性しま模様からこの部材のひずみを求める方法であるが、ここで観察される等色線しま模様は構造部材の主ひずみ差に関係している。このため、一方向からの入射光で得られた等色線しま模様だけでは、領域全面にわたり各々の主ひずみ成分を簡単に求めることができず、これに対しては、等傾線しま模様を観察して、せん断応力差積分法を適用する手法^{16,17}、あるいは異なった二つの方向からの入射光による等色線しま模様を観察する手法¹⁸などが行われている。これらの手法は異方性材料の場合に対しても同じように適用できるが、鮮明な等傾線しま模様の観察が難しいこと、あるいは正確な入射角で光を入射できるような精密な装置が必要であることなどのため、精度のよい結果を得るのは必ずしも簡単でない。しかしながら、自由境界では主方向が接線及び法線方向になるので、構造材料のポアソン比が既知であれば、等色線しま模様のみでも容易に各主ひずみ成分が求められ、このような場合に対しては有効なひず

みの解析法になる。

一方、複合材料、とくにCFRP部材への光弾性被膜法の適用にあたっては、部材の表面で反射する光で等色線しま模様を観察する方法であること、またこの材料の特性が繊維配向あるいは積層構成などにより変化して非常に複雑であることなどの条件により、自由境界に沿ったひずみ成分の解析と言えども必ずしも容易でなく、これらに関連した問題を解決する必要があった。そこで、まず本研究では金属の微粉末を混入した特別な接着剤を工夫し、構造部材と被膜との接着層で光を反射させて等色線しま模様を観察する方法を採用した。また、CFRPのような複合材料部材でも自由境界のようなところであればひずみ成分が求められるような、異方性材料のポアソン比を導入した解析法を提案した。さらに、これらの方法の妥当性を検討する目的でCFRP有孔帯板試験片による実験をした。とくに、本実験ではモアレ法の難点である曲線境界に対する適用例として、この試験片が引張を受けたときの孔縁に沿うひずみ分布の解析結果を示した。

前にも述べたように、光弾性被膜法はひずみに関する情報を求める手段であるが、構造材料の構成方程式と材料定数により、このひずみの情報を応力の情報に換算することができる。とくに、CFRPのような複合材料に対しては構成方程式がすでに示されている。したがって、ここで行った光弾性被膜法の結果から応力分布の解析も可能である。

本研究では、さらに上述の実験で得られたひずみあるいは応力分布に関する結果をモアレ法あるいは理論による解析結果と比較して、ここで考案あるいは導出した手法による光弾性被膜法が有効であることを実証した。また、この結果をふまえて、現在複合材料構造によく用いられているファスナー結合部分を単純化したCFRPピン結合の継手試験片に対する実験も行った。本実験でも、ピン荷重を受けたときのピン孔縁に沿うひずみ及び応力分布を解析した。この結果も複合材料ピン結合部分の強度を検討する上で光弾性被膜法が有効な方法であることを示した。

2. 光弾性被膜法による複合材料のひずみ解析

光弾性被膜法については、この研究がかなり以前

から行われており、これに関する多くの文献が出されているので^{4,5,7,16,17}、とくに本方法のひずみ解析原理に関する詳細については省略するが、基本的にはエポキシ樹脂などの被膜上に現れた複屈折による等色線しま模様がこの被膜のはられた構造材料の主ひずみ差と関係付けられることからひずみ成分を解析する。しかし、一方向からの光で観察された等色線しま模様のみでは主ひずみ差の情報が得られるだけで、主方向が既知のところ以外の各主ひずみ成分の分離ができない。このため、本方法により簡単にひずみ成分が解析できるのは自由境界のようなところに制限されてしまう。このような観点から、ここではとくに複合材料の円孔縁のような曲線自由境界に沿ったひずみ分布の解析に対して本方法を適用した。そこで、まずこの場合のひずみ分布の解析法について示す。

2.1 自由境界に沿ったひずみ分布の解析

いま、光弾性被膜の接着された構造材料部材表面に垂直に入射した光の反射による等色線しま模様が観察されたとすると、この模様と部材の面内の主ひずみ成分との関係は次式で与えられる。

$$\epsilon'_1 - \epsilon'_2 = \frac{1 + \nu_c}{2 t_c \beta} N \quad (1)$$

ここで、 ϵ'_1 、 ϵ'_2 は光弾性被膜法で決定される構造材料部材の主ひずみ成分、 t_c 、 ν_c 、 β は被膜の厚さ、ポアソン比、ひずみに関係した光弾性定数、 N は等色線しま次数である。

とくに、図1のような円孔縁などの曲線自由境界上の点を考ると、等方性材料ではこの接線及び法線の方向が主方向になり、式(1)は次のようになる。

$$\epsilon'_t - \epsilon'_n = \frac{1 + \nu_c}{2 t_c \beta} N_b \quad (2)$$

ここで、 ϵ'_t 及び ϵ'_n は構造材料の接線及び法線方向のひずみ成分、 N_b は境界における等色線しま次数である。

さらに、構造材料の主ひずみ方向に対するポアソン比が既知の場合は、接線方向のひずみ成分が

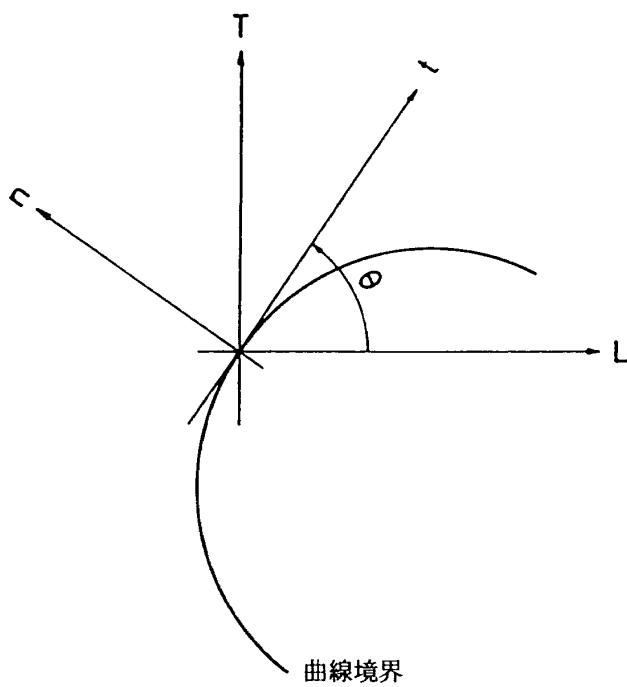


図 1 曲線自由境界における座標系

$$\epsilon'_t = \frac{1 + \nu_c}{2 t_c \beta (1 + \nu_s)} N_b \quad (3)$$

となる。

ここで, ν_s は構造材料の主ひずみ方向に対するポアソン比で, 一般に次のような形で表わされ, これから法線方向のひずみ成分も容易に求められる。

$$\nu_s = -\frac{\epsilon'_n}{\epsilon'_t} \quad (4)$$

本研究では, とくにこの方法を CFRP のような積層の複合材料にまで拡張して適用できるようにした。まず, このような複合材料は, 繊維方向に關係した弾性主軸方向では直交異方性材料として扱うことができるが, これ以外の方向に対しては一般的な異方性材料となる。このため, 図 1 の t 及び n の方向がこの弾性主軸方向に一致したところを除くと, 各方向の垂直ひずみ成分のみでなくせん断ひずみ成分も存在する。しかし, 被膜は等方性材料であり, この被膜と構造材料との接着が完全であると仮定すれば, 両材料の垂直ひずみ成分は等しいと考られる。したがって, ϵ'_t 及び ϵ'_n は複合材料に対しては主ひずみにならないが, 被膜では主ひずみになると仮定すれ

ば, 複合材料の接線方向ひずみ成分を求めるにも式(3)が使える。ただ, 等方性材料ではポアソン比が一定であるので, 上で述べた手順により接線の方向に關係なくひずみ成分が求められるが, 複合材料の曲線境界ではこの比が方向によって変化する。したがって, このような場合のポアソン比の値を決定しない限りひずみ成分は求められない。しかし, 図 1 に示したように複合材料の弾性主軸方向に関する L , T 座標系と境界に沿って変化する t , n 座標系とのなす角を θ , このときのポアソン比を $\nu_{s\theta}$ とすると, この値は θ の関数になる。また, この L 及び T の方向は, 例えは一方向繊維強化複合材料では繊維とこれに直角な方向, 直交積層複合材料では各繊維の方向となり, 積層理論から $\nu_{s\theta}$ は弾性主軸方向の材料定数を含む次式で表わすことができる。

$$\nu_{s\theta} = \frac{\frac{\nu_{STL}}{E_{SL}} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) + \left(\frac{1}{G_{SLT}} - \frac{1}{E_{SL}} \right) \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{\frac{1}{E_{SL}} \cos^4 \theta - \left(\frac{2\nu_{STL}}{E_{SL}} - \frac{1}{G_{SLT}} \right) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \frac{1}{E_{ST}} \sin^4 \theta} \quad (5)$$

ここで, E_{SL} , E_{ST} は複合材料の L 及び T 方向の縦弾性率, ν_{STL} は T 方向のひずみに対するポアソン比, G_{SLT} はせん断弾性率である。また, この各縦弾性率及びポアソン比は一般に繊維と樹脂の材料定数並びに含有率から計算で求めることも可能であるが, L 及び T 方向を軸とした単純試験片の試験, 例えは短冊型試験片の引張あるいは圧縮試験によっても容易に求められる。しかし, 薄板の場合などでは G_{SLT} の値をせん断試験により直接測定することが困難である。このため, 近似的ではあるが, 一般に複合材料のせん断弾性率を求める場合に適用されている次の式により, この G_{SLT} の値を決定する^{21, 22}。

$$G_{SLT} = \frac{E_{s45}}{2 (1 + \nu_{s45})} \quad (6)$$

ここで、 E_{s45} 及び ν_{s45} は複合材料の 45° 方向の弾性率及びポアソン比で、これらの値も 45° 方向を軸とした単純試験片の試験で容易に求められる。

2.2 被膜による補強効果

光弹性被膜法では、被膜がはられた状態で構造材料のひずみを求めており、したがって、厳密にはこの被膜による補強効果が存在する。この効果は被膜に比べて構造材料の剛性が十分大きい場合は無視できる。しかし、両者の弾性率にそれ程差がない場合、構造材料が薄い場合などでは必ずしも無視できない。

この補強効果に関してはすでに Zandman らによって研究されている¹⁹。そこで、この結果を複合材料の境界におけるひずみの場合にまで拡張できると仮定して、次式のように表わす。

$$\begin{aligned} \epsilon_t - \epsilon_n &= \frac{1}{C_\theta} (\epsilon'_t - \epsilon'_n) \\ \frac{1}{C_\theta} &= 1 + \frac{t_c E_c (1 + \nu_{s\theta})}{t_s E_{s\theta} (1 + \nu_c)} \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 ϵ_t 、 ϵ_n は接線及び法線方向の真のひずみ成分、 t_s 、 $E_{s\theta}$ は構造部材の厚さ及び θ 方向の縦弾性率、 C_θ はこの方向の補強効果の修正係数である。

複合材料の場合には、式(7)における係数 C_θ の値が $E_{s\theta}$ 、 $\nu_{s\theta}$ を含んだ形になり、したがって θ の関数となる。しかしながら、 $\nu_{s\theta}$ はすでに式(5)で求められており、 $E_{s\theta}$ も次式で与えられるので、被膜による補強効果の修正が可能となる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{E_{s\theta}} &= \frac{1}{E_{sL}} \cos^4 \theta - \left(\frac{2 \nu_{sTL}}{E_{sL}} - \frac{1}{G_{sLT}} \right) \\ &\times \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \frac{1}{E_{sT}} \sin^4 \theta \end{aligned} \quad (8)$$

なお、ここでの方法は基本的に自由境界の $\nu_{s\theta}$ 及び $E_{s\theta}$ が決定できればひずみ成分の解析は可能であり、これに対してここでは積層理論で求められた値を利用している。ただ、積層構成により層間応力に起因したせん断ひずみが生じ、自由境界におけるこれらの値に影響を及ぼす可能性もある。また、この問題はかなり複雑で、厳密な解決をするためには今後の研究をまたねばならない。しかし、先に筆者が

行ったモアレ法の実験結果から、ここでの実験で扱っている CFRP 程度の薄い材料の場合はこの問題を無視してもさしつかえないものと判断された。

また、以上で示した手順により CFRP などの複合材料構造部材の曲線自由境界に沿った各ひずみ成分を被膜による補強効果も修正した形で決定できるが、実際にひずみ分布を求める場合には各点における $\nu_{s\theta}$ 、 $E_{s\theta}$ 、 C_θ を式(5)、(8)、(7)により計算をする必要があり、手計算ではかなり複雑となる。しかしながら、これに対しては簡単なプログラムとパーソナルコンピュータにより各点における計算を行うことができるので、ひずみ分布も容易に求められる。

3. CFRP 有孔帯板の円孔縁のひずみ分布解析

3.1 CFRP 有孔帯板の引張試験

光弹性被膜法によるひずみ解析の実験例として、引張荷重を受ける CFRP 有孔帯板の孔縁のひずみ分布を求めた。図 2 にはこの試験片の形状・寸法を示す。ここで扱った CFRP は表 1 に示した炭素繊維

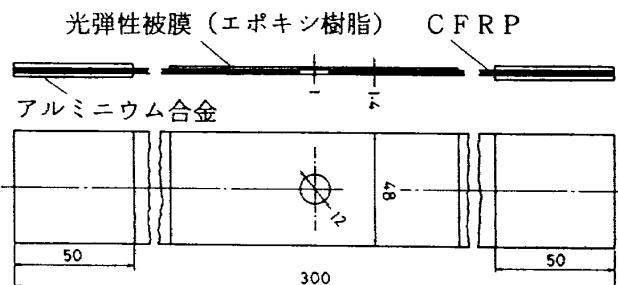


図 2 CFRP 有孔帯板試験片の形状・寸法

表 1 試験片用 CFRP 素材

炭素繊維 繊維タイプ	パイロフィル T-1 (三菱レーヨン)
引張強度	3530 MPa
引張の弾性率	235.4 GPa
伸度	1.5 %
樹脂	
耐熱エボキシ樹脂	#410

維とエポキシ樹脂による直交積層材料、すなわち繊維の方向が交互に直交する形で12枚のプリプレグを対称積層した材料である。この有孔帶板試験片には負荷方向に繊維の入った $0^\circ/90^\circ$ 試験片及びこの方向には繊維の入らない $\pm 45^\circ$ 試験片を用意した。一方、被膜材料には多硫化物（チオコール社：LP-3）を重量比で約30%含有した厚さ1mmのエポキシ樹脂（シェル化学：エピコート828）を使用した。

しかしながら、ここで扱っているCFRP材料は黒色でしかも多少粗い表面であるため、このままではこの表面でほとんど光を反射しない。そこで、被膜材料と同じ組成をもち、かつアルミニウム微粉末を混入したエポキシ樹脂を接着剤とし、これを用いて被膜をCFRP表面に接着して、接着層で光を反射させるような方法を適用した。この方法により、CFRPのような材料の場合でもかなり鮮明な等色線しま模様を観察することが可能になった。

さらに、有孔帶板の引張試験におけるひずみ分布を解析するには、CFRPの弾性主軸方向の材料定数及び被膜材料の材料定数と光弹性ひずみ感度を求めておく必要がある。そこで、まずこのCFRPの材料定数を $0^\circ/90^\circ$ 及び $\pm 45^\circ$ の繊維配向をもった短冊型試験片の引張あるいは圧縮試験により求めたが、これに関しては後の章の表3に示してある。また、被膜材料の材料定数も短冊型試験片の引張試験により求めた。しかし、光弹性ひずみ感度を決定するためには一般に被膜材料の短冊型試験片の引張、円板の圧縮、梁の曲げなどの検定試験法が用いられている。ここでは被膜法に用いる場合の被膜材料の等色線しま次数とひずみの関係を求める必要があり、この最も精確な測定が可能であると考えられたことから、被膜がはられた長方形断面梁の四点曲げ試験法を採用した。

この梁の試験片には厚さ8mmのエポキシ樹脂に、上で述べた厚さ1mmのエポキシ樹脂の被膜をやはりアルミニウム微粉末を混入したエポキシ樹脂接着剤で接着したもの用いた。したがって、この試験も接着層で反射する光を利用するため、試験片の一様曲げモーメントを受ける部分の等色線しま模様は反射式光弹性装置により観察した。この装置は有孔帶板試験片の実験に使用したものと同じであり、これ

についての詳細は後の図5に示してある。図3は梁試験片の形状・寸法と四点曲げ検定試験法及びこれで観察された等色線しま模様の例である。この梁試

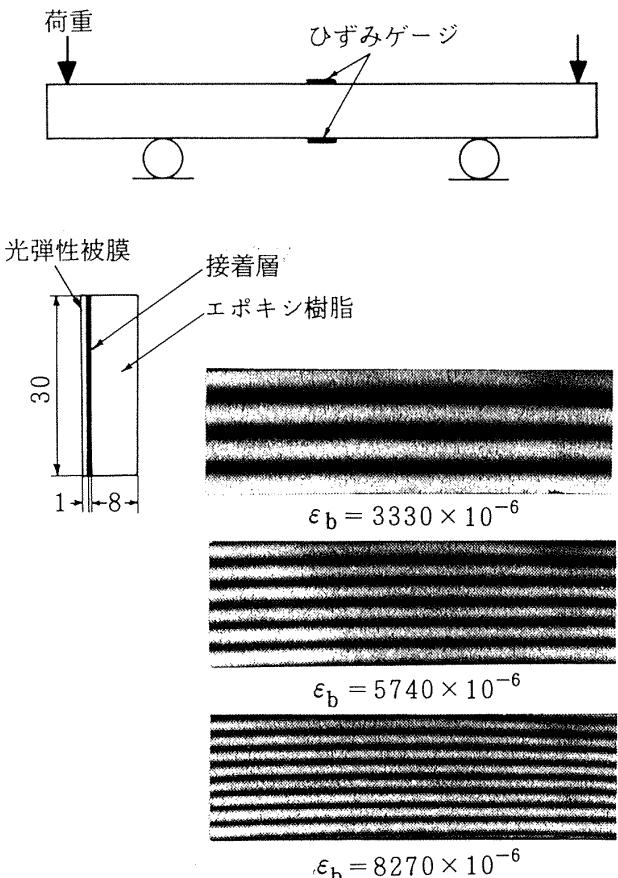


図3 四点曲げ検定試験片と等色線しま模様

験片の被膜材料、下地材料とも線型弾性材料であるとの条件を満たしていると考えられるので、各しま模様のしま間隔は等しくなる。したがって、最外部のしまと試験片上あるいは下端面までの距離を測定し、これと内部のしま間隔との比を求めることにより、端面における端数のしま次数が推定できる。一方、被膜、下地両材料の接着が完全であるとすれば、曲げを受けたときの両材料の端面におけるひずみは等しくなるので、下地材料端面にはられたひずみゲージの測定値から被膜端面のひずみが求められる。図4はこの試験で得られた端面でのひずみと等色線しま次数の関係である。この関係はほぼ直線になっている。表2には被膜材料の材料定数及び上述の検定試験による光弹性ひずみ感度の値を示す。なお、CFRPの材料定数、被膜の材料定数及び上述の光弹性ひずみ感度を求める各試験のひずみ測定には電気

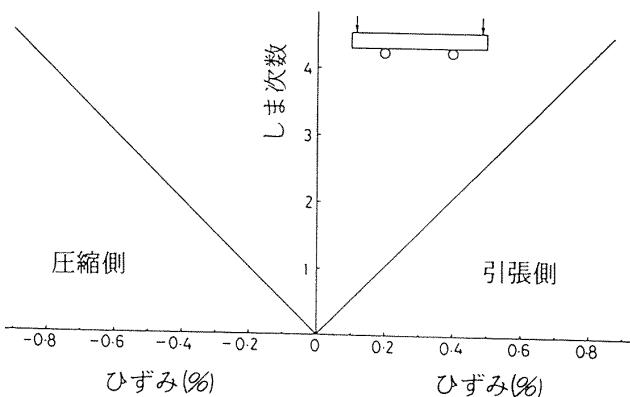


図4 被膜材料の等色線しま次数とひずみの関係

表2 被膜材料の材料定数と光弾性ひずみ感度

剛性率 (GPa)	ポアソン比	光弾性ひずみ感度
E_c 1.66	ν_c 0.41	β 2.075×10^2

抵抗ひずみ計を利用した。この測定は長さ5mm、抵抗120Ω、ゲージ率2.08の箔塑性ひずみゲージとデジタル形ひずみ計を用い、2ゲージ法で行った。

長方形断面梁の四点曲げによる検定試験及び有孔帶板の引張試験における等色線しま模様は、従来から用いられている標準型の反射式光弾性装置（理研計器：PA-7型）で観察したが、図5にはこの装置の外観及び光学系を示す。とくに、この等色線しま模様の観察に際しては、まず無負荷のときの試験片接着層から反射してくる光の強さを光電管で検出し、この出力が最小になるところを求ることによって、暗視野になるように光学系を調整した。さらに、負荷後の各荷重点のしま模様は35mm小型カメラ（キャノンF-1）とモータドライブシステムにより写真撮影して記録した。なお、本装置では入射光、反射光の両方を同時に試験片表面に対して垂直にすることとは不可能である。したがって、両方が垂直に近い状態になるように、この装置と試験片との間の距離をできるだけ大きくして（ここでは約5m）しま模様を観察した。しかし、かなり遠方でしま模様の観察をしているため、拡大撮影する必要があり、これに対しては望遠レンズ（キャノン300mmレンズ）と近接撮影装置を組み合せた撮影法を適用した。

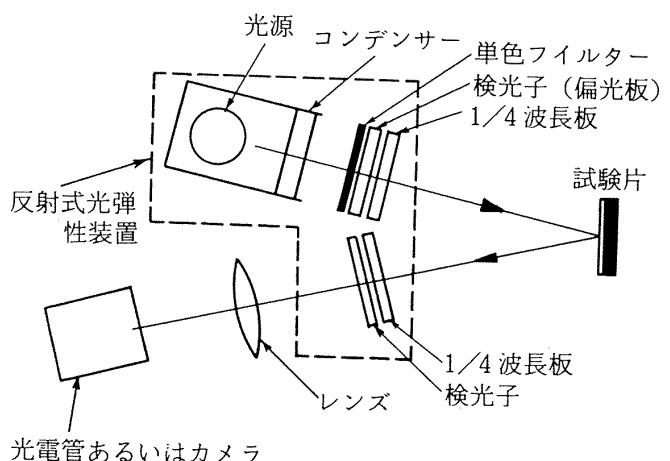
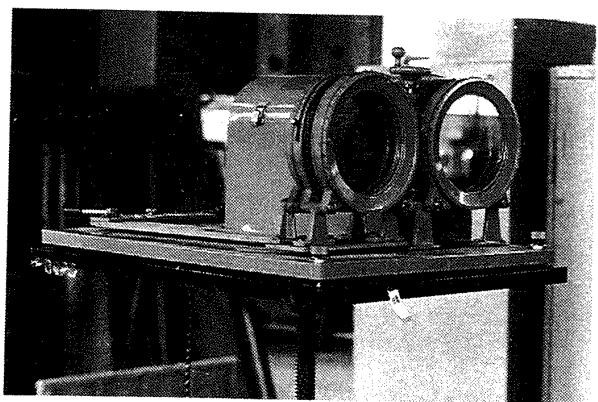


図5 反射式光弾性装置の外観と光学系

一方、この模様は超高压水銀灯とG-1フィルタによる、波長546.1nm(緑色)の単色光で観察したが、光源の強さが必ずしも十分でなかったので、高感度のフィルム(Kodak:Tri-Xpan)を使用して写真撮影をした。

3.2 実験結果と検討

図6にはCFRP有孔帶板の引張試験における等色線しま模様の例を示す。本図の左側2枚の写真的しま模様は0°/90°試験片、右側2枚の写真的しま模様は±45°試験片の場合で、各々2段階の荷重点における模様である。これらのしま模様の間には顕著な違いが示されている。しかし、0°/90°試験片と±45°試験片とでは強度的に差があるため、前者に比べて後者の荷重はかなり低い値になっている。したがって、同一の荷重点における比較ではないが、各試験片のしま模様の形状は荷重が変化しても同じ傾向を示していることから、この模様の違いは纖維配向に依存していると考えられる。

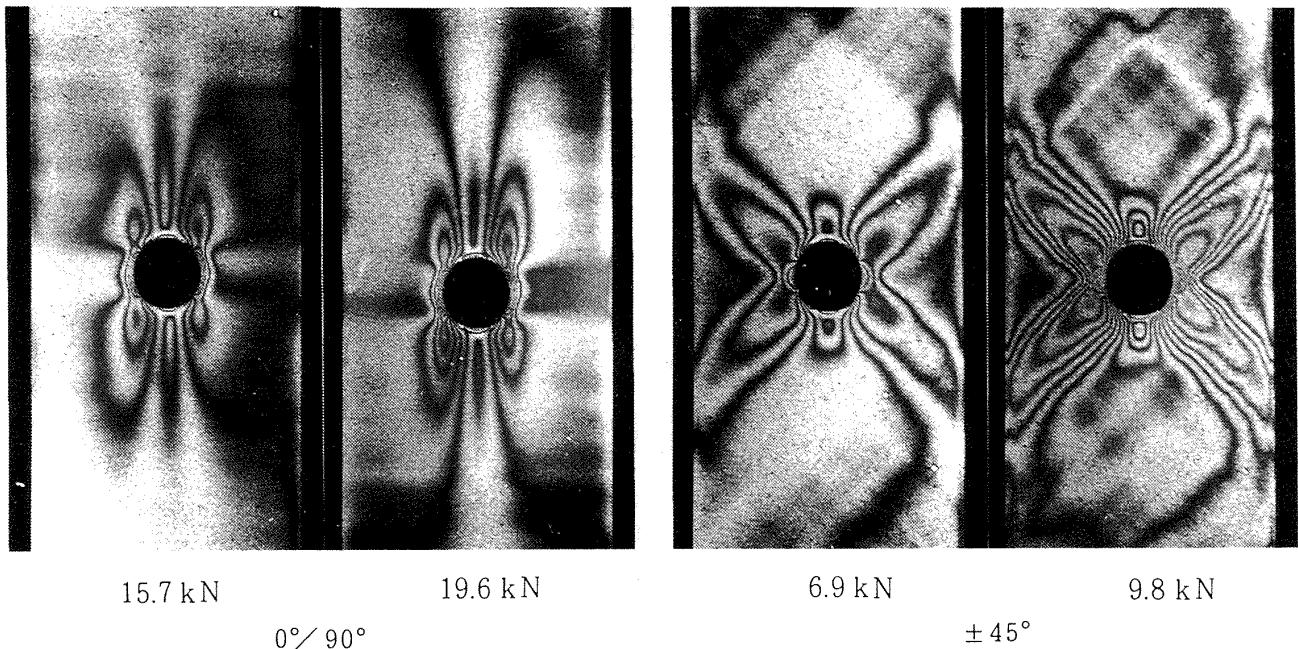


図 6 CFRP 有孔帯板試験片の引張試験における等色線しま模様

さらに、先に示した諸材料定数から、ここで実験における被膜の補強効果の修正係数 C_θ を求め θ に対してプロットしたものを図 7 に示す。この係数

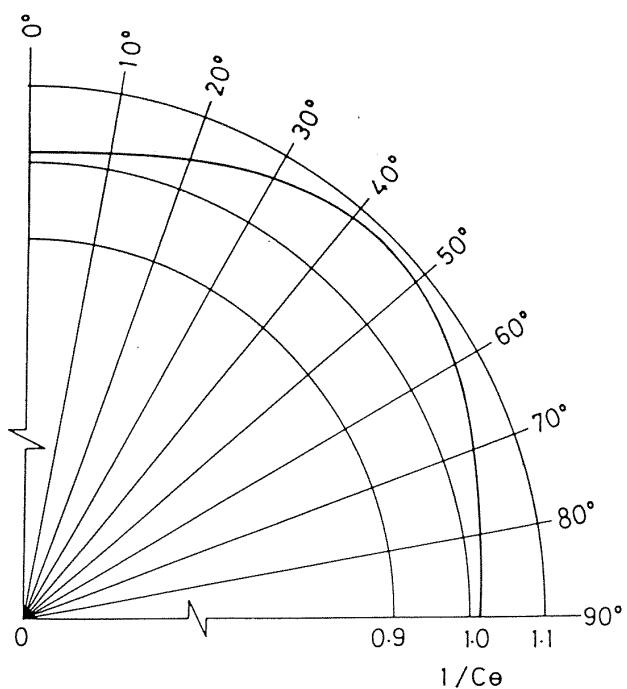


図 7 被膜による補強効果の修正係数

の値は 1 に比べてそれ程大きくはならないが、 θ により変化する様子がわかる。

表 3(a), (b) は有孔帯板試験片の円孔縁における各点で計算された接線方向ひずみの値を示した例であり、図 8 はこれらをプロットして求めた接線方向ひずみの分布である。 $0^\circ / 90^\circ$ 試験片と $\pm 45^\circ$ 試験片とでは荷重あるいは応力がかなり異なっているが、ひずみの値はほぼ同じ程度になっている。また、この図では $0^\circ / 90^\circ$ 試験片のひずみ分布が y 軸に対称にならず、円孔と x 軸の交点から少し離れた孔縁でのひずみが最大になるような形になっている。上述の交点のところでは 0° 方向の纖維が切断されていない。このために、少し離れたところよりもこの点のひずみが小さくなつたと考えられ、モアレ法で得られた結果と傾向は一致している。一方、 $\pm 45^\circ$ 試験片ではこの非対称性ははっきりと現われておらず、幾分分布が乱れているものの、これは試験片製作上の寸法誤差あるいは試験片材料の纖維配向や樹脂状態のわずかなばらつきが原因であると思われる。

また、これらの分布図では円孔と x 及び y 軸の交点における接線方向ひずみをモアレ法で得られた値と比較してある。ここでのモアレ法は、 x 及び y 軸に平行な直交格子を用いた場合であるため、円孔縁ではこれらの軸と円孔との交点における接線方向ひずみは容易に求められるが、これ以外の孔縁上では格子線の回転を考慮しなければならず、簡単な方法

表 3(a) 有孔帶板孔縁の接線方向ひずみの解析例

0° / 90°		load 15.69 kN	stress 247.7 MPa	
測定点	N _b	θ (°)	1/C _θ	ε _t (%)
1	6	5.9	1.062	1.082
2	6	22.2	1.017	1.532
3	5	34.9	1.067	0.894
4	4	42.5	1.080	0.704
5	3	47.5	1.089	0.525
6	2	52.2	1.088	0.350
7	1	60.1	1.087	0.175
8	0	63.8	-	0.000
9	1	68.5	1.060	-0.182
10	2	74.2	1.045	-0.377
11	2	111.2	1.035	-0.400
12	1	116.7	1.051	-0.186
13	0	123.1	-	0.000
14	1	127.8	1.069	0.178
15	2	132.6	1.085	0.351
16	3	136.6	1.089	0.525
17	4	142.5	1.089	0.700
18	5	147.2	1.081	0.880
19	6	182.6	1.073	0.992
20	6	210.3	1.015	1.578
21	5	216.2	1.076	0.821
22	4	220.4	1.084	0.647
23	3	226.4	1.089	0.482
24	2	233.6	1.089	0.321
25	1	237.9	1.085	0.161
26	0	242.1	-	0.000
27	1	246.1	1.064	-0.169
28	2	251.4	1.050	-0.355
29	2	290.2	1.030	-0.994
30	1	295.6	1.055	-0.174
31	0	303.2	-	0.000
32	1	303.2	1.074	0.165
33	2	313.7	1.083	0.325
34	3	318.1	1.090	0.482
35	4	325.0	1.090	0.643
36	5	331.3	1.084	0.810

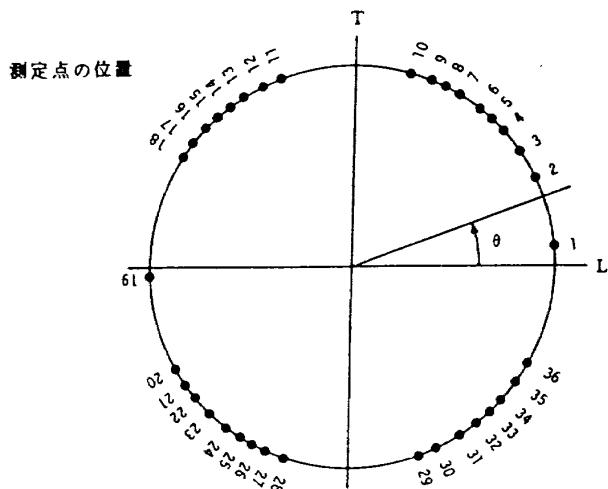
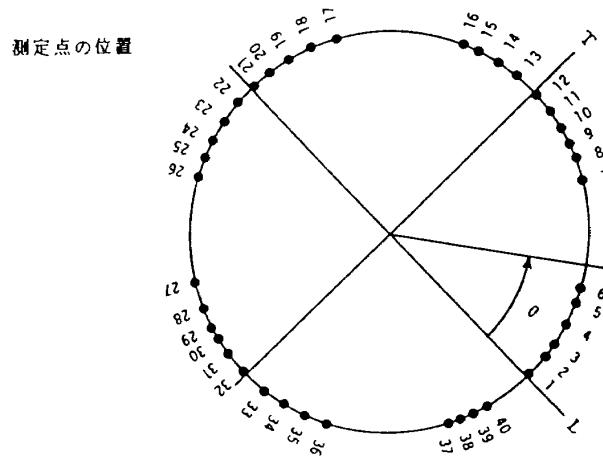


表 3(b) 有孔帶板孔縁の接線方向ひずみの解析例

$\pm 45^\circ$		load 6.87 kN	stress 102.8 MPa	
測定点	No.	θ (°)	$1/C_\theta$	ϵ_t (%)
1	2	0.7	1.014	0.555
2	3	7.0	1.017	0.742
3	4	12.5	1.026	0.862
4	5	18.9	1.041	0.968
5	6	26.0	1.058	1.095
6	7	30.5	1.068	1.251
7	7	61.2	1.064	1.262
8	6	67.7	1.049	1.123
9	5	72.2	1.038	0.982
10	4	77.5	1.026	0.862
11	3	82.9	1.018	0.740
12	2	88.6	1.014	0.553
13	1	96.8	1.017	0.428
14	0	102.9	-	0.000
15	1	110.2	1.044	-0.191
16	2	115.0	1.056	-0.367
17	2	152.0	1.063	-0.362
18	1	160.0	1.043	-0.191
19	0	166.1	-	0.000
20	1	173.3	1.018	0.249
21	2	178.6	1.014	0.553
22	3	185.4	1.016	0.773
23	4	196.6	1.035	0.799
24	5	198.0	1.038	0.979
25	6	203.4	1.052	1.113
26	7	209.3	1.066	1.256
27	7	239.7	1.068	1.256
28	6	254.5	1.049	1.121
29	5	253.1	1.036	0.994
30	4	257.0	1.027	0.853
31	3	262.5	1.021	0.695
32	2	269.0	1.014	0.554
33	1	277.7	1.019	0.243
34	0	284.5	-	0.000
35	1	291.0	1.045	-0.189
36	2	297.6	1.062	-0.362
37	2	333.7	1.059	-0.364
38	1	337.0	1.051	-0.186
39	0	341.1	-	0.000
40	1	345.8	1.043	0.191



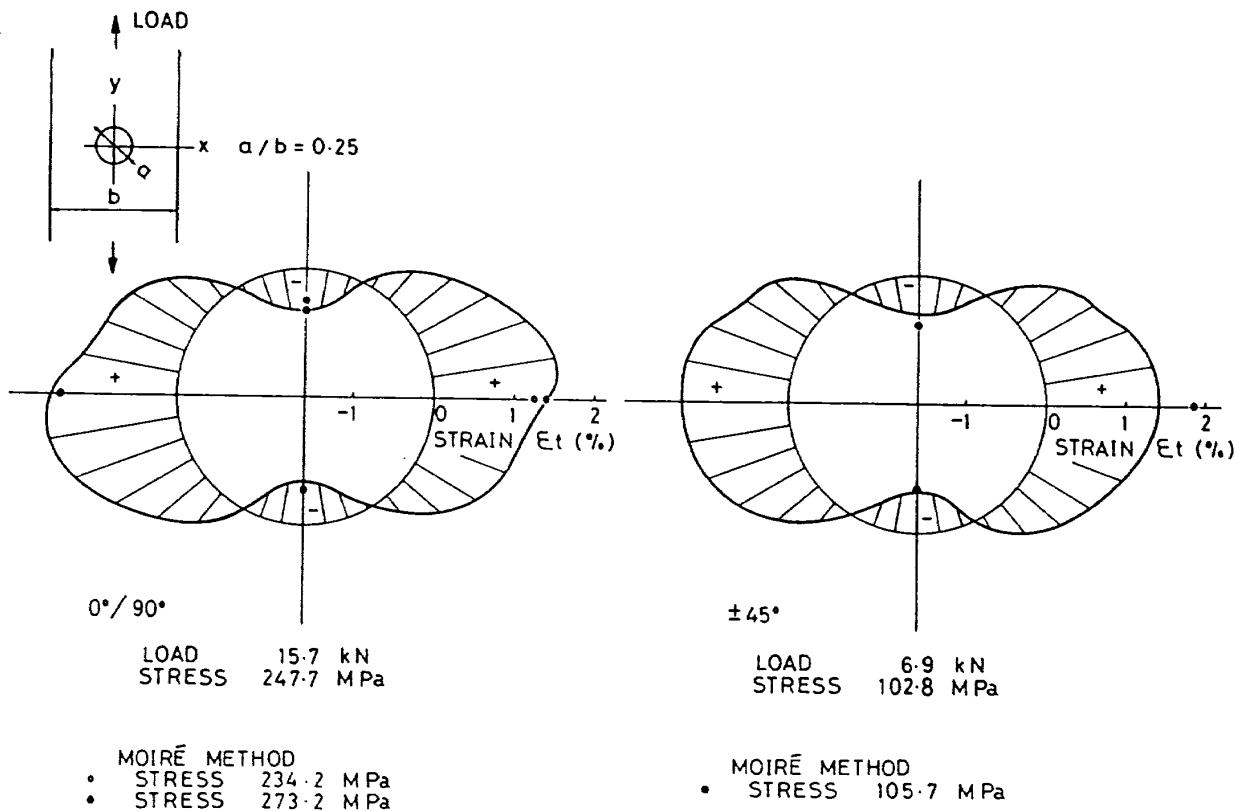


図 8 有孔帶板孔縁の接線方向ひずみ分布の解析例

では正確な接線方向ひずみの値が求まらない。なお、この回転を考慮した解析は可能であるが、精度のよい結果は期待できない。このようなことから、とくにこの交点の値だけを比較した。

さらに、この図 8 は素材及び纖維配向は同じでも全く別の試験片による光弾性被膜法とモアレ法の結果を比較している。このため、荷重の大きさは同じであるが、各試験片の初期の断面積には多少差があり、孔のない断面のところで算出した公称応力 σ_0 の値が $0^\circ / 90^\circ$ の試験片では 247.7 MPa と 234.2 MPa 、また $\pm 45^\circ$ の試験片では 102.8 MPa と 105.7 MPa の場合で、わずかではあるが違っている。したがって、全く同一の条件で得られた結果の比較ではなく、また光弾性被膜法の結果は厳密には後で検討するように、被膜と CFRP のポアソン比の違いなどの影響を無視しているため、これによる誤差も含まれた値である。

しかし、図 8 では x 軸との交点における接線方向の引張りひずみ、 y 軸との交点における接線方向の圧縮ひずみ両方ともこの二つの方法で得られたものにはそれ程大きな違いは示されていない。これらの

ことから、この図のひずみ分布はほぼ妥当なものであり、また上述のポアソン比の違いなどの影響による誤差はあまり大きくないものと推定される。

3.3 ひずみ分布解析の問題点

本研究での光弾性被膜法による自由境界に沿ったひずみ分布の解析に際しては、次のような仮定をした。

- (1) 被膜材料の自由境界に沿った主ひずみは、この境界の接線及び法線の方向である。
- (2) 下地の構造材料の接線及び法線方向のひずみは被膜材料の同じ方向のひずみに等しい。
- (3) 下地の構造材料の境界における法線方向ひずみは、接線方向ひずみにその点でのポアソン比を掛けて負にしたものに等しい。
- (4) 被膜材料のポアソン比は、下地の構造材料のポアソン比に支配される。

一般に下地の構造材料が CFRP のような複合材料の場合、纖維方向に関係した弾性主軸方向以外では異方性材料になり、垂直ひずみ成分のみでなくせん断ひずみ成分も存在する。前にも述べたように、

光弹性被膜法における等色線しま次数は主ひずみ差に関係している。したがって、被膜の主方向が複合材料の弾性主軸方向と一致しないところでは先に示した式(2)が複合材料に対して厳密には成立せず、この方法のひずみ解析への適用に問題がある。

しかしながら、表面の自由境界では接線方向の垂直応力成分のみが存在すると考えれば、被膜上ではこの方向の応力が主応力になり、上の(1)の仮定を満足し、被膜上のひずみ成分が決定できる。さらに、被膜と下地の構造材料との接着が完全であれば(2)の仮定も満足する。したがって、表面の自由境界のひずみであれば、複合材料の場合であっても 2.1 節で示した方法によりひずみ成分の解析ができる。

一方、前述の仮定(4)の条件は下地の構造材料と被膜材料のポアソン比が等しいとした扱いである。しかし、CFRP 直交積層材料のような複合材料は後の図12で示したように、ポアソン比が方向によって著しく変化する。このため、等方性である被膜材料のポアソン比との間には差が生じ、とくにこの差が境界における等色線しま次数に影響を及ぼす。この問題に対しては、すでに Dally と Alfrevich により検討されている²⁰。彼等の研究では、ガラス繊維 (GFRP) 一方向材料短冊型試験片の引張の例により、構造材料のポアソン比が被膜材料に比べて小さい場合は、このポアソン比の差とともに被膜材料の厚さもしま次数に影響を与えることが報告されている。

この他、ここではひずみ分布の解析にあたって被膜を複合材料の片面のみにはってあるので、これによる曲げの問題がある。また、各試験片の円孔はドリルにより加工した。この加工法では、孔縁にわずかではあるが層間はく離のような損傷を生じる可能性がある。したがって、この損傷の部材強度への影響も検討しなければならない。さらに、ここでは各方向に対する応力とひずみの関係は線型であり、材料定数は θ のみに依存するとしている。しかし、例えば繊維方向あるいはこれと垂直な方向以外の方向の引張応力を受ける場合は、単純な短冊型試験片でもこの引張方向が主方向にならず、せん断変形の影響を受け、応力とひずみの関係が非線型になる。

以上で述べたように、光弹性被膜法により複合材

料の自由境界におけるひずみ分布の高精度な解析をするにあたってはまだ解決しなければならない問題が多くあり、今後これらの各問題に対しての詳細な研究が必要である。しかし、モアレ法で得られたひずみと比較した結果、両者には顕著な差がない。したがって、これらに起因する誤差はあまり大きくはないものと予想され、とくに厳密な結果を必要としない場合であれば本方法が十分適用できるものと考えられる。

4. 応力分布の解析

本研究で適用した光弹性被膜法は、基本的に部材表面のひずみに関する情報を得る手段であり、積層複合材料では表面層のひずみのみが直接求められる。薄い材料で曲げなどの面外変位がなく面内変位のみが生じ、また各層での接着が完全であるとすれば、このひずみが断面全体にわたり等しいと考えられる。したがって、扱っている複合材料の面内の応力とひずみの関係、すなわちこの場合の構成方程式における材料定数を求めれば、光弹性被膜法で解析されたひずみから応力あるいはこの分布を知ることができる。そこで、まず強度解析の対象として取り上げた、CFRP のような繊維強化積層複合材料に対して導出されている構成方程式並びに材料定数について述べる^{21,22}。

さらに、前の引張を受ける CFRP 有孔帶板のひずみ分布の解析例にこの材料定数を適用して得られた応力分布について示す。とくに、実際に求めた孔縁に沿う接線方向の応力分布については同じような積層複合材料について行われた理論解析による応力分布と比較して、ここで得られた結果の妥当性を検討した。

4.1 積層複合材料の構成方程式と材料定数

扱っている繊維強化複合材料は一方向繊維で構成されるプリプレグを積層した薄板の材料でしかも応力とひずみの関係が線型であるとの仮定が成り立つものとする。一般にこの種の構造用積層材料は製造時の硬化過程での熱的変化による面外変形を防ぐために対称積層され、さらに繊維方向に関係した弾性主軸をもつような形に作られている。この主軸は例え

ば一方向積層材料では纖維とこれに直交する方向、直交積層材料では直交した各纖維の方向となり、この方向の構成方程式は次のように与えられる。

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_L \\ \epsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \tau_{LT} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

ここで、 $\epsilon_L, \epsilon_T, \gamma_{LT}$ は弾性主軸 L , T 方向の垂直ひずみ成分及び $L T$ 面のせん断ひずみ成分、 $\sigma_L, \sigma_T, \tau_{LT}$ はこれに対応した応力成分である。

また、係数 S_{pq} ($p, q = 1, 2, 6$) は次のような弾性主軸に関する材料定数で表示される。

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{1}{E_{SL}}, \quad S_{12} = -\frac{\nu_{SLT}}{E_{SL}} = -\frac{\nu_{STL}}{E_{ST}} \\ S_{22} &= \frac{1}{E_{ST}}, \quad S_{66} = \frac{1}{G_{SLT}} \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、 E_{SL} 及び E_{ST} は L 及び T 方向の縦弾性率、 G_{SLT} はせん断弾性率、 ν_{SLT}, ν_{STL} は L 及び T 方向に負荷されたときの横方向のひずみに対するポアソン比である。

しかしながら、図 9 に示したような、弾性主軸と θ なる角度をもった任意の直交座標系 x, y の場合に対しては、一般に異方性材料として扱わなければならず、構成方程式は次式の形になる。

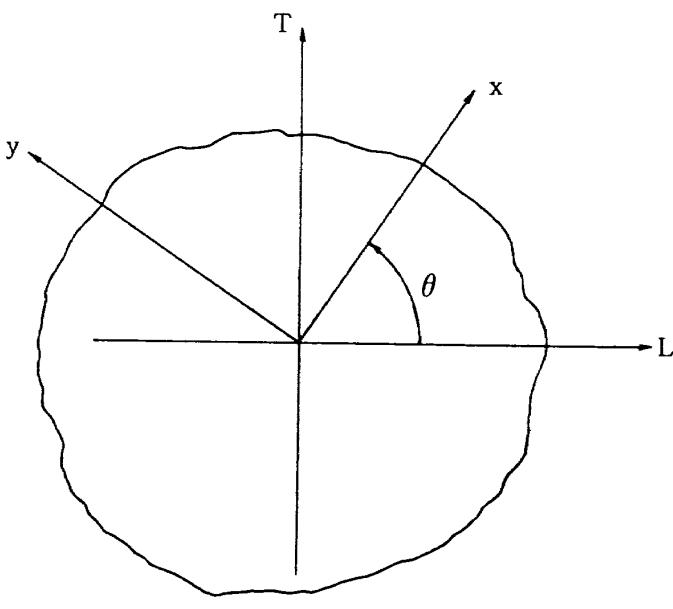


図 9 弹性主軸と任意の直交座標系

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & G_{26} \\ C_{16} & G_{26} & C_{66} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

ここで、 $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$ は x, y 座標系に関するひずみ成分、 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ はこれに対応した応力成分である。

また、この式の係数 C_{pq} ($p, q = 1, 2, 6$) は

$$\begin{aligned} C_{11} &= S_{11} \cos^4 \theta + (2S_{12} + S_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta \\ &\quad + S_{22} \sin^4 \theta \\ C_{12} &= S_{12} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \\ &\quad + (S_{11} + S_{22} + S_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta \\ C_{22} &= S_{11} \sin^4 \theta + (2S_{12} + S_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta \\ &\quad + S_{22} \cos^4 \theta \\ C_{16} &= (2S_{11} - 2S_{12} - S_{66}) \cos^3 \theta \sin \theta \\ &\quad - (2S_{22} - 2S_{12} - S_{66}) \cos \theta \sin^3 \theta \\ C_{26} &= (2S_{11} - 2S_{12} - S_{66}) \cos \theta \sin^3 \theta \\ &\quad - (2S_{22} - 2S_{12} - S_{66}) \cos^3 \theta \sin \theta \\ C_{66} &= 2(2S_{11} + 2S_{22} - 4S_{12} - S_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta \\ &\quad + S_{66} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \end{aligned} \quad (12)$$

で与えられる。

さらに、弾性主軸以外の任意な x 方向の応力 σ_x のみがかかる場合には、式(11)より、

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= C_{11} \sigma_x \\ \epsilon_y &= C_{12} \sigma_x \\ \gamma_{xy} &= C_{16} \sigma_x \end{aligned} \quad (13)$$

となる。したがって、 σ_x のみが作用している場合でも ϵ_x, ϵ_y なる垂直ひずみ成分のみでなくせん断ひずみ成分 γ_{xy} が生じる。また、この x 方向に関する縦弾性率及びポアソン比は

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon_x}{\sigma_x} &= \frac{1}{E_{sx}} = C_{11} \\ -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} &= \nu_{sxy} = -\frac{C_{12}}{C_{11}} \end{aligned} \quad (14)$$

となり、これらの式は先の式(10)及び式(12)を式(14)に代入することによって次の形で表わすことができる。

$$\frac{1}{E_{sx}} = \frac{1}{E_{SL}} \cos^4 \theta - \left(\frac{2\nu_{SLT}}{E_{SL}} - \frac{1}{G_{SLT}} \right)$$

$$\times \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \frac{1}{E_{ST}} \sin^4 \theta$$

$$\frac{\nu_{SLT}}{E_{SL}} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \quad (15)$$

$$+ \left(\frac{1}{G_{SLT}} - \frac{1}{E_{SL}} - \frac{1}{E_{ST}} \right) \cos^2 \theta \sin^2 \theta$$

$$\nu_{Sxy} = \frac{\frac{1}{E_{SL}} \cos^4 \theta - \left(\frac{2\nu_{SLT}}{E_{SL}} - \frac{1}{G_{SLT}} \right) \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{\frac{1}{E_{ST}} \sin^4 \theta}$$

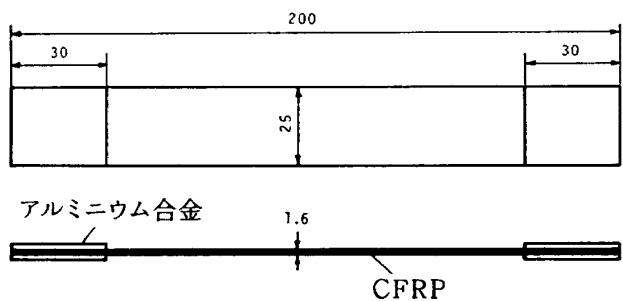
$$+ \frac{1}{E_{ST}} \sin^4 \theta$$

なお、前章では円孔縁のような曲線自由境界に沿った接線及び法線による t , n 座標の表示をした。この境界上の t , n 軸は弾性主軸に対して角度 θ だけ変化した x , y 軸と考えられる。したがって、一方向応力のみを受けたときでも接線及び法線方向のひずみ ϵ_t , ϵ_n 以外にせん断ひずみ γ_{tn} が生じることになる。また、直交積層材料では E_{SL} と E_{ST} が等しくなる。したがって、この場合の接線方向に関する弾性率及びポアソン比は E_{sx} , ν_{sxy} を同様で用いた記号 $E_{s\theta}$, $\nu_{s\theta}$ に置き換えたものとなり、式(15)は前の式(5)及び式(8)と同じになる。

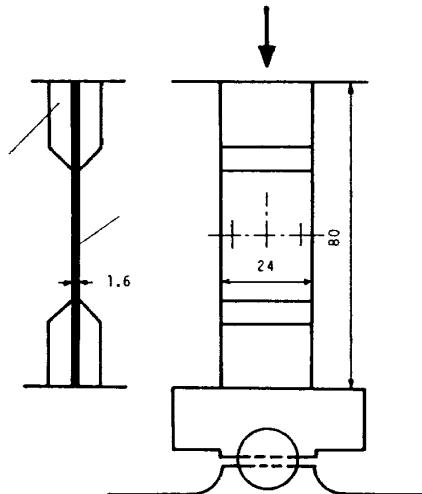
4.2 CFRP 有孔帶板の応力分布解析

前の図 8 には光弹性被膜法により求めた CFRP 有孔帶板の円孔縁に沿う接線 (t) 方向のひずみ分布を示したが、このひずみ分布と前述の式(15)で示される弾性定数から応力分布を得ることができる。ただし、この式(15)では扱っている CFRP 直交積層材料の弾性主軸及び 45° 方向の弾性率並びにポアソン比をあらかじめ知っておくことが必要である。ここでは、これらの値を $0^\circ / 90^\circ$ 及び $\pm 45^\circ$ の短冊形試験片の引張あるいは圧縮試験により求めた。一般に複合材料試験片の引張試験では試験機にチャックされる部分での破損が生じる。このため、例えばここで試験で採用した図10(a)のように、アルミニウム合金などの薄板をはり付けてこのチャックされる部分での破損を防がなければならないが、それ以外にはとくに考慮する必要はなく、適当な長さの試験片で試験をすることができる。一方、圧縮試験では板状の試験

片を用いているため座屈が問題になる。図10(b)にはここで行った圧縮試験の試験片と装置を示したが、



(a) 引張試験用試験片



(b) 圧縮試験用試験片と試験装置

図10 短冊型試験片と試験装置

できるだけ座屈が起きないようにするために短く幅の広い形の試験片を採用した。しかし、このような試験片では断面全体が一様な圧縮応力になるように配慮する必要がある。そこで、まずこの図のように球座を介して負荷する治具を製作した。さらに、試験片の表面及び裏面の左右両側にひずみゲージをはり、予備的に低荷重をかけ、4枚のゲージで測定されるひずみが同程度の値になるように試験片の位置や方向を調整した後、荷重をかけると言う手段でこの圧縮試験を行った。

図11は引張、圧縮両試験で得られた各繊維配向試験片の応力とひずみの関係である。 $0^\circ / 90^\circ$ 試験片の場合はこの関係がほぼ直線になっているが、炭素繊維の引張特性及び素材を製作するときに荷重(0°)

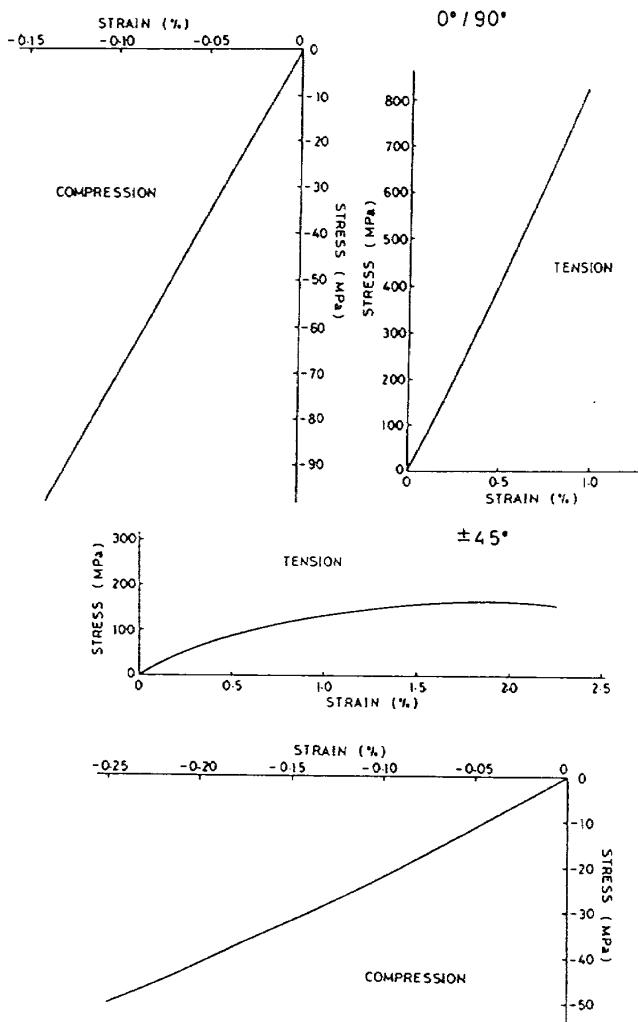


図11 短冊型試験片で得られた応力とひずみの関係

方向繊維のわずかなゆるみが避けられないため、この関係が引張の場合には上向に、圧縮の場合には下向にわずかに曲った曲線となる。しかし、 $\pm 45^\circ$ 試験片ではいずれの試験に対しても応力とひずみの関係が直線になるのはひずみが小さい場合だけで、ひずみが大きくなると繊維間のずれによるせん断変形をともなうために非線型となる。また、短冊型の試験片では幅に比べて長さが大きくなっているので、このせん断変形は繊維と繊維を結合している樹脂の結合強さにも依存していると考えられる。これに対し圧縮試験は最終的な破損が座屈に支配されてしまうため、比較的低い応力領域のデータしか得られない。したがって、図11の圧縮試験による応力とひずみの曲線は座屈する前の領域のもので、この曲線が著しく非線型となるところまでは示すことができず、応力、ひずみとも引張の場合の1/10の目盛になっ

ている。

表4にはこの短冊型試験片で得られた材料定数を示す。本表の各値は引張、圧縮とも各々3本の試験片による値の平均値で、全て応力とひずみの関係がほぼ直線になっている領域のデータから最小自乗法により求めたものである。 $0^\circ / 90^\circ$ 試験片の場合で

表4 CFRP 直交積層材料の材料定数

繊維配向	継弾性率 (GPa)	ポアソン比
$0^\circ / 90^\circ$	$E_{SL} = E_{ST}$ 引張 82.14 圧縮 77.62	$\nu_{SLT} = \nu_{STL}$ 引張 0.03 圧縮 0.06
$\pm 45^\circ$	E_{S45} 引張 21.48 圧縮 20.80	ν_{S45} 引張 0.72 圧縮 0.75

も上で述べたように、この応力とひずみの関係がわずかではあるが非線型になるので、引張試験で求めた弾性率と圧縮試験で求めた弾性率とでは若干差が生じ、とくに高い応力のところで求めた値は引張の場合の方が圧縮の場合より多少大きくなる。また、図12はこの各値を式(15)に代入して得られた θ に対する E_{Sy} ($E_{S\theta}$)、 ν_{Sxy} ($\nu_{S\theta}$) の変化の様子である。この曲線も引張と圧縮の場合とでは多少違っている。ここで行った円孔縁に沿う応力分布の例では引張のみでなく圧縮の領域も存在する。したがって、このような場合の圧縮の領域では表4の圧縮試験で得られた値と式(15)より各方向の弾性率並びにポアソン比を決定し、これを用いて応力を求めなければならない。

図13には、解析例として円孔縁に沿った接線方向の応力分布について示す。この図は孔のないところの初期断面と荷重から求めた公称応力 σ_0 で規準化した孔縁の接線方向応力 σ_t / σ_0 の分布である。この場合も直交積層材料の $0^\circ / 90^\circ$ 及び $\pm 45^\circ$ の試験片のものを示してあるが、接線方向応力分布は繊維配向によって異なる様子が示されている。

一方、複合材料有孔無限板が一方向の引張を受けた場合の孔縁の接線方向応力に対して Creszczuk が理論的な解析を行っている²⁴。この解析結果を利用すると、直交積層材料のように試験片素材の繊維が 0° 方向と 90° 方向に入っている場合には、ある角度 θ における規準化された接線方向応力成分 σ_t / σ_0

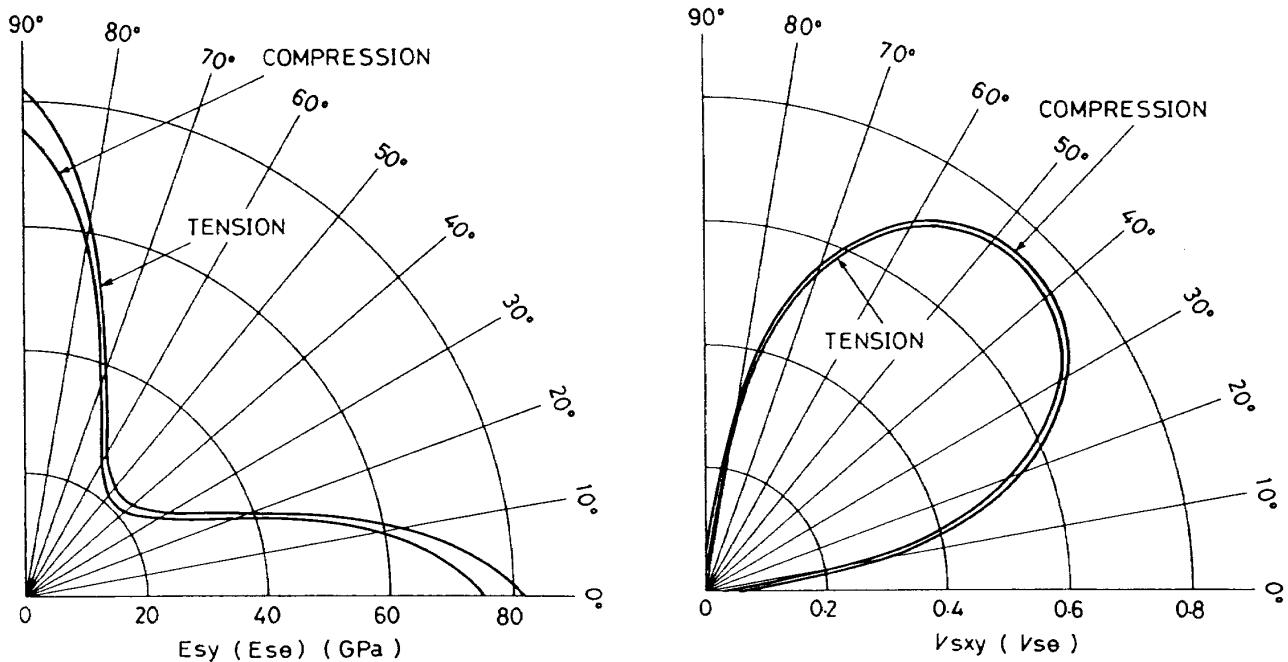


図12 方向による縦弾性率とポアソン比の変化

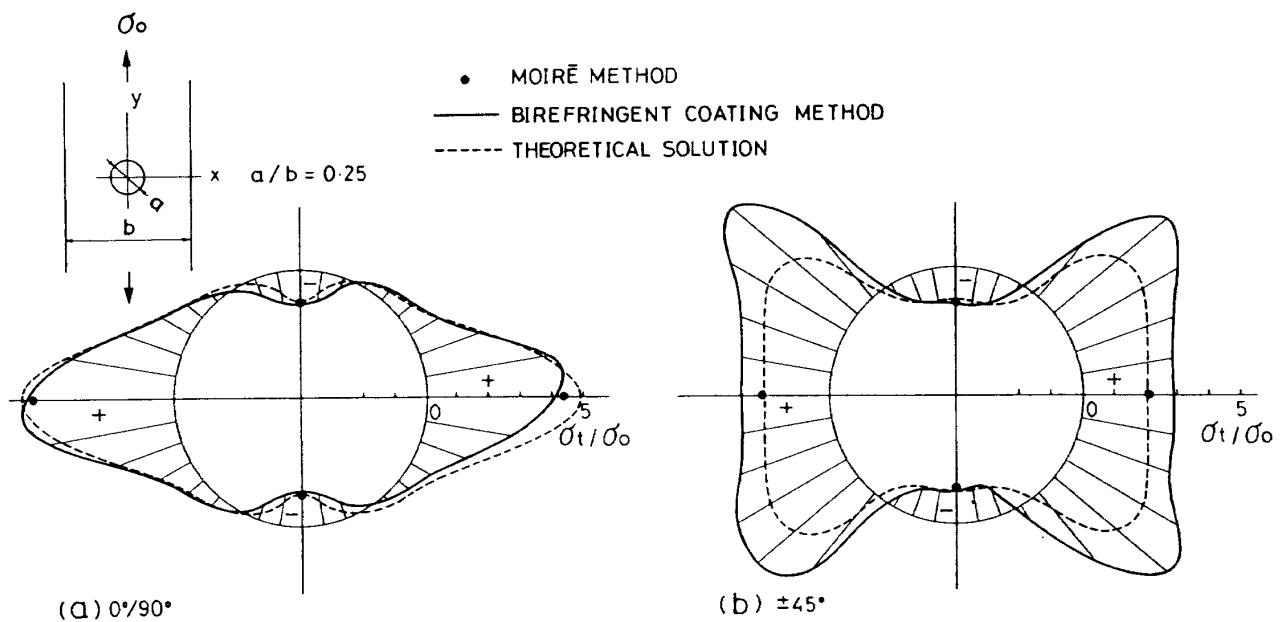


図13 有孔帯板孔縁の接線方向応力の分布

σ_0 が次の式で表わせる。

(1) $0^\circ / 90^\circ$ 試験片の場合

$$\frac{\sigma_t}{\sigma_0} = \frac{1}{A_{s\theta}} \left[(1+\eta_1)(1+\eta_2)(1+\eta_1 + \eta_2 - \eta_1\eta_2 - 2\cos 2\theta) \right] \quad (16)$$

$$A_{s\theta} = (1 + \eta_1^2 - 2\eta_1 \cos 2\theta)(1 + \eta_2^2 - 2\eta_2 \cos 2\theta)$$

(2) $\pm 45^\circ$ 試験片の場合

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_t}{\sigma_0} &= \frac{1}{A_{s\theta}} \left\{ (1+\eta_1)(1+\eta_2)(1+\eta_1 + \eta_2 - \eta_1\eta_2 - 2\cos 2(\theta-45^\circ)) \right. \\ &\quad \left. - 2[\eta_1 + \eta_2 - (1-\eta_1\eta_2)\cos 2(\theta-45^\circ)] \right. \\ &\quad \left. - 2[\eta_1\eta_2 - 1]\sin 2(\theta-45^\circ) \right\} \quad (17) \end{aligned}$$

$$A_{s\theta} = [1 + \eta_1^2 - 2\eta_1 \cos 2(\theta-45^\circ)][1 + \eta_2^2 - 2\eta_2 \cos 2(\theta-45^\circ)]$$

ここで、

$$\eta_1 = \frac{\left\{ \left(\frac{E_{ST}}{2G_{SLT}} - \nu_{STL} \right) + \left[\left(\frac{E_{ST}}{2G_{SLT}} - \nu_{STL} \right)^2 - \frac{E_{ST}}{E_{SL}} \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}} - 1}{\left\{ \left(\frac{E_{ST}}{2G_{SLT}} - \nu_{STL} \right) + \left[\left(\frac{E_{ST}}{2G_{SLT}} - \nu_{STL} \right)^2 - \frac{E_{ST}}{E_{SL}} \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}} + 1} \quad (18)$$

$$\eta_2 = \frac{\left\{ \left(\frac{E_{ST}}{2G_{SLT}} - \nu_{STL} \right) - \left[\left(\frac{E_{ST}}{2G_{SLT}} - \nu_{STL} \right)^2 - \frac{E_{ST}}{E_{SL}} \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}} - 1}{\left\{ \left(\frac{E_{ST}}{2G_{SLT}} - \nu_{STL} \right) - \left[\left(\frac{E_{ST}}{2G_{SLT}} - \nu_{STL} \right)^2 - \frac{E_{ST}}{E_{SL}} \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}} + 1}$$

である。

前の図13にはここで扱っているCFRPの弾性主軸方向の材料定数を上の各式に入れて求めた応力分布との比較も示してある。 $0^\circ / 90^\circ$, $\pm 45^\circ$ いずれの試験片の場合も光弾性被膜法及びこの理論解析両方から得られた応力分布は同じ形状となっている。しかし、 $\pm 45^\circ$ の試験片の場合の応力値は両者から得られた結果に差が生じている。この差については、つきの点が最も大きな原因と考えられる。まず、この実験による応力分布は各方向の応力とひずみの関係は線型であり、 E_s あるいは $E_{s\theta}$ が θ のみによって変化すると仮定した式(15)から求められている。一方、この理論解析は変位が小さいものと仮定して行われている。したがって、この実験ではひずみが大きくなる領域でこの関係が非線型になるため、このようにして求められた応力は真の値よりも大きくなる。さらに、図13では孔縁とx及びy軸の交点のところでモアレ法により得られた値も示してある。とくに、引張のひずみが大きくなる $\pm 45^\circ$ 試験片の孔縁とx軸の交点のところのモアレ法により得られた値は非線型性を考慮して求めたものであるため²⁵、理論解析で得られた値とほぼ一致している。また、ここでは有限幅の帯板に対する実験値と無限板に対する理論値との比較をしている。繊維方向(0° 及び 90°)以外の方向の応力とひずみの関係は帯板、無限板いずれの場合も非線型になるが、幅の条件が違うためにこの非線型の度合も異なってくる。のことから、応力とひずみの関係が非線型になる領域をもつ場合にはこの非線型性も考慮する必要がある。

その他、この応力の実験値と理論値との差に対しては、前の章で述べたように光弾性被膜法を積層複合材料のひずみ解析へ適用した場合にはいくつかの

問題があり、これらも多少関係しているものと思われる。

5. CFRP ピン結合継手への応用

CFRPのような複合材料の光弾性被膜法によるひずみあるいは応力解析の実用的な応用例として、ピン荷重を受ける結合部材、とくにここではピン結合二重重ね合せ継手の強度解析を行った。本章ではこの研究について示す。

現在、航空機や宇宙機器構造への複合材料化が進んでいることについてはすでに述べたが、この材料による構造は結合部分に問題があるため、一体構造として成形されることが多い。しかし、まだ完全に一体化することは不可能であり、とくにこの結合部分にはファスナー結合、すなわち小さなボルトによる機械的な結合法が用いられている。したがって、この基本的な要素であるピン結合継手の強度特性を明らかにすることは、複合材料構造結合部分の強度を評価する上で重要である。なお、等方性材料のこのようなピン結合継手に対する理論的な解析、あるいは光弾性法、光干渉法などの実験的な研究はすでに行われており^{26~30}、さらに直交異方性である木材のピン結合部材の応力解析に対してモアレ法が応用されている³¹。また、筆者もこのようなCFRP継手試験片のひずみ及び応力解析にモアレ法を適用して、等方性材料の場合とはこれらの分布が著しく違っていることを示した³²。

しかしながら、モアレ法ではピン孔縁のひずみ分布あるいは応力分布が十分な精度で得られないと言う問題があり、さらにこの孔縁の分布は等方性材料あるいは直交異方性材料とは言え木材などとは著しく違っていることが予想された。そこで、ここではとくに光弾性被膜法を適用してCFRP継手試験片のピン孔縁のひずみ分布並びに応力分布の解析を行ない、この結果から継手の強度に関する検討をした。

5.1 CFRP 二重重ね合せ継手の実験

この実験で扱ったCFRP二重重ね合せ継手の試験片は、有孔帯板のひずみ分布解析の実験で扱ったものと同一の直交積層材料で製作されたものである。とくに、本実験では光弾性被膜法によりますピン孔

縁に沿うひずみ分布を解析し、さらにこの結果を利用して応力分布を解析した。なお、この場合も繊維配向により強度特性の異なることが予想されたため、ピン荷重の方向に繊維の入った $0^\circ / 90^\circ$ とこの方向に繊維の入らない $\pm 45^\circ$ の二通りの繊維配向をもつ試験片を用意した。

図14にこの場合の試験片を示す。本試験片は2枚のCFRP板とその間にはさまれたアルミニウム合金の板をアルミニウム合金製のピンで結合された形になっている。このCFRP板のピン孔は複合材料用の特殊な刃形をもつ超硬ドリル（ハイロックドリル）により加工した。一方、ピンは各試験片毎にCFRP板の孔径に合わせて、細心の注意を払って製作し、ピン孔に滑らかに入り、かつ孔縁との間にできる限りすき間がないような状態で結合できるようにした。また、この試験片のCFRP板の表面に被膜を接着したが、被膜の材料、接着法などは前述の有孔帯板引張試験の場合と全く同じである。したがって、ひずみあるいは応力の解析にあたっては前の表2で示した被膜と表4で示したCFRPの材料定数を使用した。

さらに、ここで行なった実験では、上述の試験片の上下両端の部分を万能試験機（島津RES10型）に取付けて引張ることによりピン荷重を加えたが、この場合の等色線しま模様の観察装置、観察方法、記録方法などは前の有孔帯板引張試験のときのものと同様である。しかし、ピン荷重を受ける場合は、この孔縁が自由境界になっていない。すなわち、この縁におけるひずみ分布はピン荷重による法線方向の応力を考慮して解析する必要がある。

5.2 実験結果と検討

5.2.1 実験結果

ここでは、まず負荷されたピン荷重がCFRP継手の2枚の板に均等にかかっていると仮定し、また次式のようにペアリング応力 σ_b を孔の投影された断面積に一様に作用する平均応力として表し、この値により各実験結果を整理した。

$$\sigma_b = \frac{W}{2ta} = \frac{P}{ta} \quad (19)$$

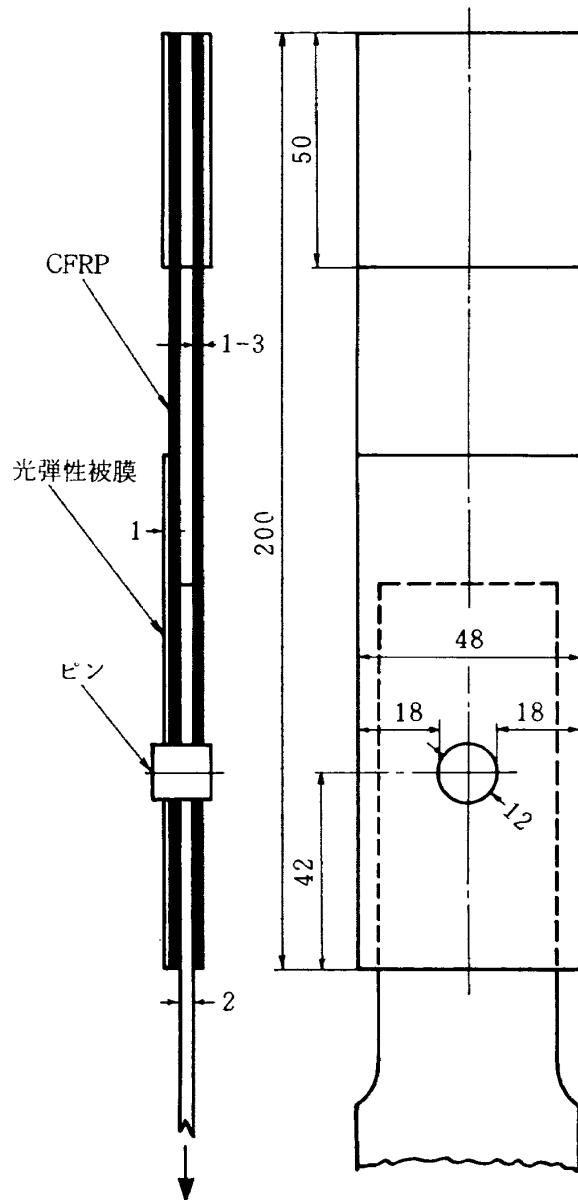


図14 CFRP二重重ね合せ継手試験片の形状・寸法

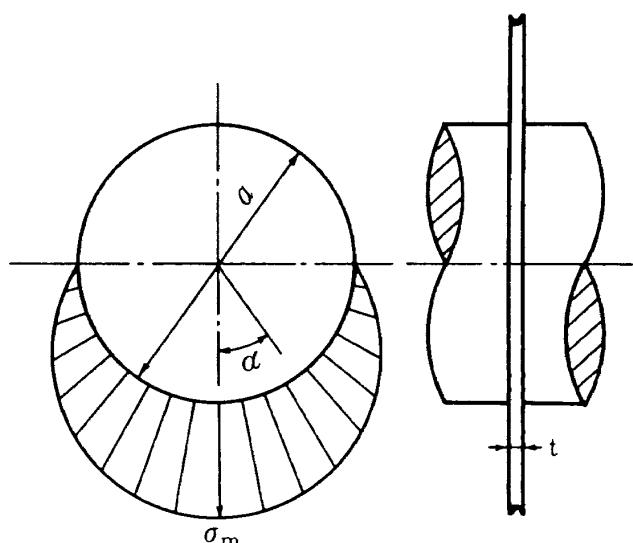


図15 ピン荷重による半径方向応力の分布

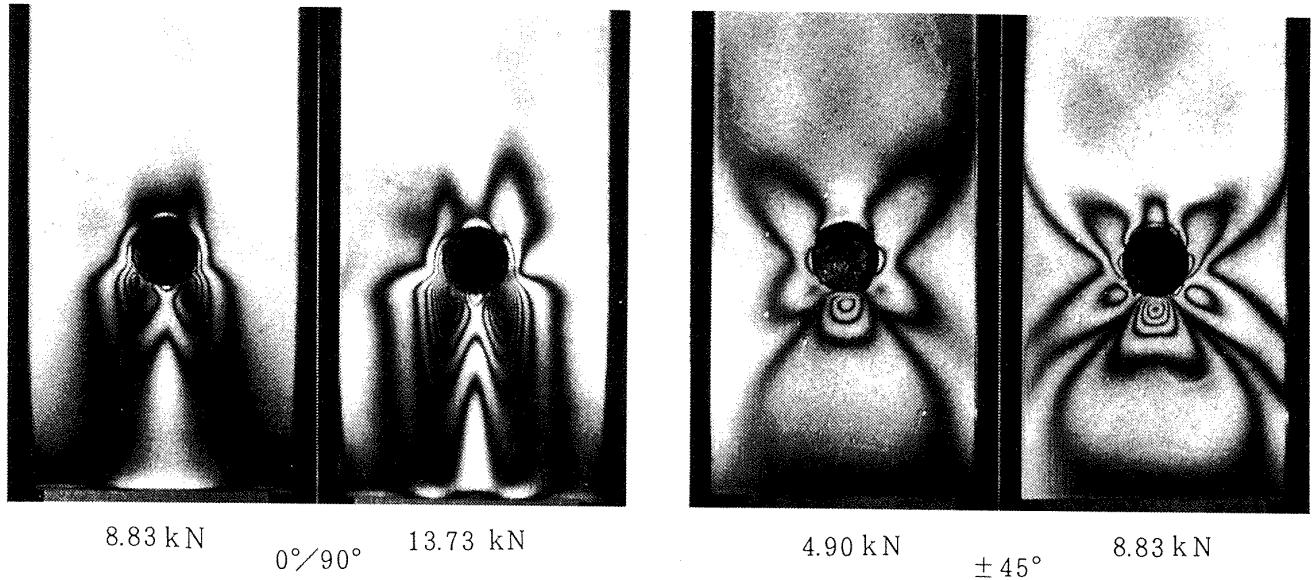


図16 ピン荷重を受けた継手試験片の等色線しま模様

ここで、 W は試験片全体にかかるピン荷重、 P は1枚の板にかかる荷重、 t は板の厚さ、 a はピンの孔径である。

また、板の幅及び孔縁から端面までの距離が a に比べて大きいとすると、このような場合の半径方向ベアリング応力 σ_r は図15のような形に分布し、次の式で表わすことができる。

$$\sigma_r = \sigma_m \cos \alpha \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \right) \quad (20)$$

ここで、 σ_m は最大半径方向応力である。

この式は複合材料の場合に対しても同じように適用されている³³。二重重ね合せ継手試験片の場合は1枚の板にかかる荷重 P が

$$\frac{W}{2} = P = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sigma_r \cos \alpha t \frac{a}{2} d\alpha \quad (21)$$

となり、これに式(20)を代入して、

$$P = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sigma_m \cos^2 \alpha t \frac{a}{2} d\alpha = \frac{\pi}{4} \sigma_m t a \quad (22)$$

となる。したがって、 σ_m は次のような形で求められる。

$$\sigma_m = \frac{4P}{\pi t a} = \frac{2W}{\pi t a} \quad (23)$$

さらに、式(19)と式(23)より、

$$\sigma_m = \frac{4}{\pi} \sigma_b \quad (24)$$

なる関係が得られる。すなわち、 σ_m はベアリング応力 σ_b を $4/\pi$ 倍したものになっている。

一方、図16には光弾性被膜法により直交積層材料の $0^\circ / 90^\circ$ 及び $\pm 45^\circ$ 試験片に対して得られた等色線しま模様の例を示す。この場合も基本的に前2.1節で示したように、被膜上のひずみを求め、この被膜と CFRP 部材との接着が完全で、両者のひずみが等しいと仮定することによって、このCFRP部材の孔縁のひずみ分布を解析する。しかし、ピン荷重を受けている孔縁は自由境界ではないため、この縁におけるひずみ成分は観察された等色線しま模様から前に示したような方法で決定することができない。そこで、ここでは以下の手順でこの解析をした。

まず等色線しま模様と被膜の主応力について考え、この被膜にかかる半径方向の応力を前の式(20)と同じ形の次の式で表す。

$$\sigma_{cr} = \sigma_{cm} \cos \alpha \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \right) \quad (25)$$

ここで、 σ_{cr} 及び σ_{cm} は被膜の半径方向ベアリング応力及び最大半径方向応力である。

つぎに、被膜のはられた方の CFRP 部材ではピン荷重と最大半径方向応力が次のような関係になっていると考える。

表 5(a) ピン孔縁の接線方向ひずみの解析例

$0^\circ / 90^\circ$ pin load 8.83 kN bearing stress σ_b 266.4 MPa

測定点	N _b	θ (°)	σ_{cr} (MPa)	σ_{ct} (MPa)	$1/C_\theta$	ϵ_t (%)
1	1	39.3	0	2.68	1.075	0.208
2	0	51.4	0	0	-	0
3	1	62.0	0	- 2.68	1.045	- 0.202
4	1	116.5	0	- 2.68	1.056	- 0.204
5	0	131.3	0	0	-	0
6	1	149.7	0	2.68	1.060	0.205
7	2	177.2	0	5.36	1.014	0.392
8	3	196.6	1.78	6.23	1.033	0.527
9	4	210.2	3.09	7.62	1.063	0.682
10	4	233.4	4.84	5.88	1.072	0.621
11	3	240.5	4.95	2.71	1.060	0.394
12	2	255.5	5.86	- 0.51	1.027	0.161
13	2	264.6	6.07	- 0.71	1.015	0.148
14	2	281.6	5.97	- 0.61	1.024	0.156
15	2	296.5	5.44	- 0.08	1.054	0.181
16	3	306.4	4.92	3.09	1.072	0.414
17	4	316.3	4.34	6.38	1.077	0.646
18	4	320.5	3.83	6.89	1.074	0.666
19	3	336.0	2.96	5.06	1.049	0.487
20	2	376.0	0.36	5.00	1.015	0.378

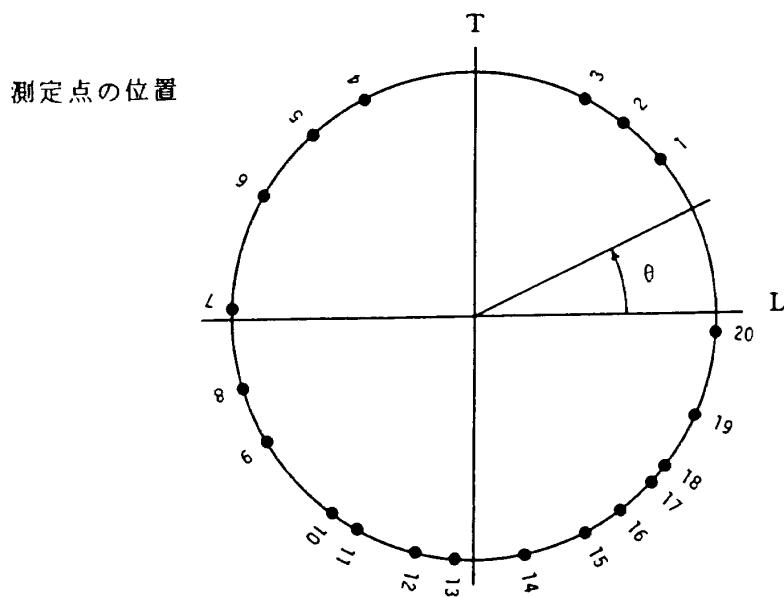
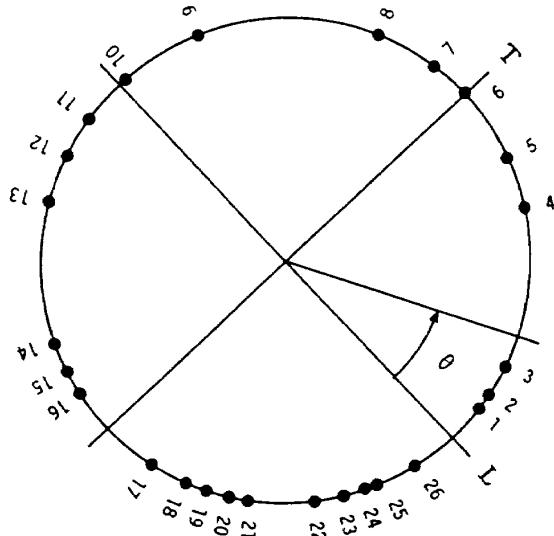


表 5(b) ピン孔縁の接線方向ひずみの解析例

 $\pm 45^\circ$ pin load 8.83 kN bearing stress σ_b 269.2 MPa

測定点	N_b	θ (°)	σ_{cr} (MPa)	σ_{ct} (MPa)	$1 / C_\theta$	ϵ_t (%)
1	2	9.5	12.49	17.85	1.022	- 0.109
2	2	12.6	10.70	16.05	1.033	- 0.371
3	3	20.5	8.19	16.20	1.049	0.269
4	3	59.4	0	8.01	1.064	0.617
5	2	71.6	0	5.35	1.038	0.401
6	1	90.3	0	2.68	1.020	0.192
7	0	99.4	0	0	-	0
8	1	114.5	0	- 2.64	1.047	- 0.202
9	1	158.0	0	- 2.64	1.048	- 0.203
10	0	177.5	0	0	-	0
11	1	190.4	0	2.68	1.016	0.196
12	2	200.3	0	5.35	1.039	0.402
13	3	212.3	0	8.01	1.065	0.618
14	3	246.5	9.07	17.09	1.041	0.229
15	2	253.6	11.75	17.11	1.025	0.080
16	2	259.5	12.84	18.20	1.020	- 0.123
17	2	283.6	18.32	23.68	1.024	- 0.345
18	1	292.7	20.22	22.90	1.045	- 0.633
19	2	298.0	20.66	26.02	1.051	- 0.450
20	3	303.6	21.24	29.25	1.062	- 0.275
21	4	308.0	21.79	32.50	1.072	- 0.085
22	4	323.7	21.89	32.61	1.074	- 0.098
23	3	330.7	21.62	29.63	1.068	- 0.293
24	2	336.0	21.09	26.45	1.057	- 0.472
25	1	338.9	20.24	22.92	1.046	- 0.634
26	2	348.6	18.82	24.18	1.027	- 0.367

測定点の位置



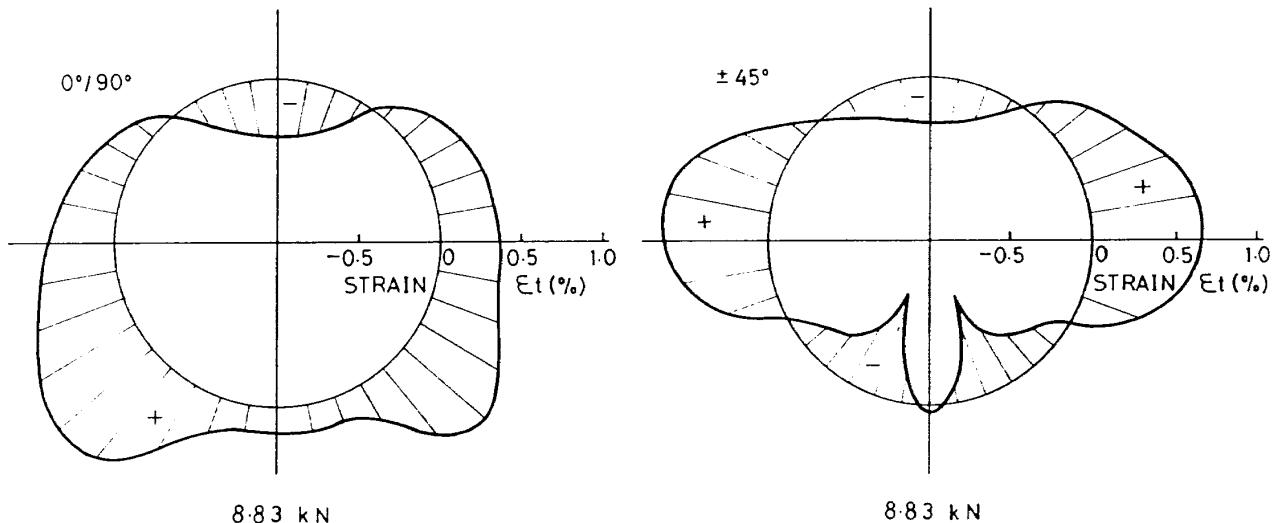


図17 ピン孔縁の接線方向ひずみの分布

$$P = \frac{\pi}{4} (\sigma_m t_s + \sigma_{cm} t_c) a \quad (26)$$

また、CFRPと被膜のひずみ成分が等しいとして、

$$\frac{\sigma_m}{E_{sm}} = \frac{\sigma_{cm}}{E_c} \quad (27)$$

となる。ここで、 E_{sm} は CFRP の最大半径方向応力の方向の弾性率である。

したがって、式(26)及び式(27)から被膜上の最大半径方向応力 σ_{cm} が求まり、これを式(25)に代入すれば被膜の孔縁における応力 σ_{cr} が決定できる。さらに、円孔縁では半径方向が前の章の主方向の一つである法線 (n) 方向と一致し、すなわち σ_{cr} は法線方向応力になる。このため、被膜上で観察される等色線しま模様の孔縁に沿ったところのしま次数 N_b は、この上の接線方向応力 σ_{ct} との σ_{cr} との差に関係することになるので、 σ_{ct} の値が得られる。そこで、被膜が等方性の線型弾性材料であるとすれば、これに対応した被膜上の接線方向ひずみ ϵ_{ct} は次式で求められる。

$$\epsilon_{ct} = \frac{1}{E_c} (\sigma_{ct} - \nu_c \sigma_{cr}) \quad (28)$$

また、CFRP板の孔縁に沿った接線方向ひずみ成分 ϵ'_t は ϵ_{ct} に等しいと仮定しているので、これが求められる。しかし、ここでも得られたひずみ成分に

は被膜による補強効果が含まれているので、2.2節の式(7)を適用してこの値を修正する。

上で述べた手順により孔縁各点のひずみ成分を求めればこれに沿ったひずみ分布が得られる。表5は先の図16のしま模様から計算したひずみの値の例である。また、図17はこれらをプロットして求めたひずみ分布である。これらの図のしま模様及びひずみ分布は二つの繊維配向による相違を示すために、0°/90° 試験片、±45° 試験片とも同じ荷重点、したがってペアリング応力 σ_b の値がほぼ同じ大きさの場合を比較してある。

5.2.2 実験結果の検討

図16及び図17より、この場合も観察された等色線しま模様及びピン孔縁に沿うひずみ分布が二つの試験片、すなわち 0°/90° 試験片と ±45° 試験片とではかなり違っていることがわかる。

筆者はモアレ法により求めた x あるいは y 軸に沿う y 方向のひずみ分布及び応力分布を先の報告で示したが³²、この場合には一方向の弾性率 E_{sy} が既知であれば各点での応力が求められ、したがってひずみ分布と応力分布は同じ形になる。しかし、孔縁ではこの縁に沿って弾性率が変化する。この場合でも弾性率は前の4.1節の式(15)で与えられるので応力分布も求められるが、ひずみ分布とは違った形になる。図18は図17のひずみ分布に対応する孔縁に沿った接

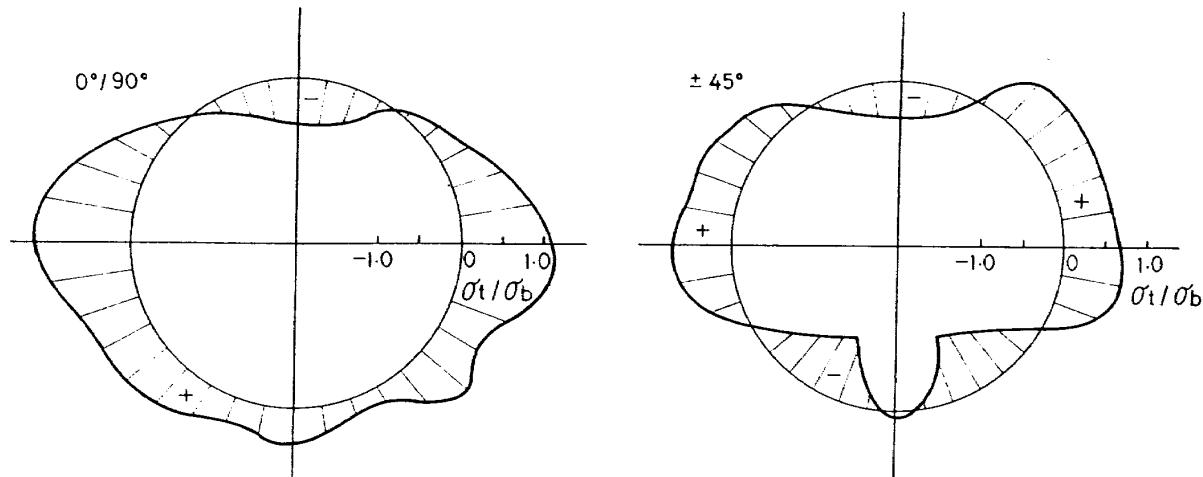


図18 ピン孔縁のベアリング応力で規準化した接線方向応力の分布

線方向の応力分布である。ここでも接線方向の応力 σ_t を σ_b で規準化した σ_t / σ_b で表示してある。

図17及び図18では、 $0^\circ/90^\circ$ 試験片と $\pm 45^\circ$ 試験片とで孔縁の接線方向のひずみ分布、応力分布ともかなり違っていることが明らかにされており、とくに $\pm 45^\circ$ 試験片では纖維方向と接線方向が一致するところで強度が急に高くなるため、ひずみ、応力両方ともこの付近に特異点が存在するような形の分布になっていることも示されている。また、いずれの試験片もこれらの分布は非常に複雑な形になっている。孔縁のピンとの接触部分では場所によって纖維方向が変化し、材料特性もやって行く。ピン孔加工のときには小さな領域ではあるが損傷の生じることを避けることができない²³。したがって、この分布の形から接触の状況、孔加工のときの損傷などにより孔縁の条件がきわめて複雑になっていることも推定できる。

さらに、ここでは各試験片の破損に対する検討を加えておく。この実験では、いずれの試験片も最終的にピン荷重による圧縮で孔縁が崩壊する、いわゆるベアリング破損をした。とくに、この破損は荷重が単純に増加して行き、ある臨界の荷重に達すると瞬間に起きるので、試験中にこれを予測することは困難であった。本研究で扱った各試験片で得られた実験データでは、破損時の最大半径方向応力 σ_m が $0^\circ/90^\circ$ 、 $\pm 45^\circ$ 両試験片の場合ともかなりばらついている。また、 $0^\circ/90^\circ$ 試験片では 0° 方向纖維間のずれのために孔両側の接線に沿ったせん断変

形を生じることがモアレ法によるしま模様で確認されていたが³²、この変形は最終的な破損にほとんど影響を与えていない。さらに、上で示したように破損のときの σ_m の値は $0^\circ/90^\circ$ 試験片の方が $\pm 45^\circ$ 試験片よりも若干高くなる傾向がみられる。しかし、この値は孔縁における損傷、ピンとの接触などの諸条件に左右されると考えられ、同じ纖維配向でもかなりばらつき、条件によっては $0^\circ/90^\circ$ 試験片の方が低い場合もあり、ここで扱った試験片においてもいくつかそのような例があった。

前の図14より、この実験で扱った継手試験片では試験片端面までの距離とピン孔径との比が全て 42/12、すなわち 3.5 である。とくに、この比が小さい $0^\circ/90^\circ$ 試験片の場合ではピン荷重により、孔両側の縦方向接線に沿ったせん断破損をする可能性があるが、3.0 以上では、纖維配向にはあまり関係なくここで示したようなベアリング破損が生じるものと類推される。現在、複合材料構造ファスナー結合部分では、一般にこの比が桁部材で 2.0~2.5、外板で 3.0 以上になっている。このようなことから、実際のファスナー結合部分でもピン荷重を受けるような状態が十分予想されるので、ベアリング破損がまず問題になるものと思われる。

6. 結 言

本研究では、まず CFRP のような複合材料部材の境界におけるひずみあるいは応力分布解析へ光弾性被膜法を応用するための実験法及び解析法を導出

した。また、これらの方法の妥当性を検証する実験例として、引張を受ける CFRP 有孔帯板の孔縁におけるひずみ及び応力分布の解析を行い、以下のような結果が得られた。

(1) 構造材料の異方性を考慮した等色線しま模様からのひずみ解析法及びこの結果と複合材料の構成方程式を基にした応力解析法により、CFRP のような複合材料部材の境界におけるひずみ並びに応力の成分が求められ、とくに境界各点のこれらの成分をパーソナルコンピュータを利用して計算すれば、これに沿ったひずみ、応力両方の分布が容易に求められる。

(2) ここで実験例で得られたひずみあるいは応力分布はモアレ法及び理論解析の結果との比較により、妥当なものであることが確認された。また、CFRP のような複合材料ではこれらの分布が荷重方向と繊維方向の関係により異なることは予想されていたが、これを具体的な分布曲線として示すことができた。

さらに、これらの結果をふまえて、複合材料構造の機械的な結合部を単純化した、ピン継手試験片のピン孔縁のひずみ並びに応力分布の解析に本方法を応用した。この場合には孔縁にピン荷重がかかるため、この縁を自由境界として扱うことができない。これに対しては、孔縁の法線方向応力が半径方向ベアリング応力として与えられている分布になると仮定して解析できることを示した。

以上の各応用例から、光弾性被膜法による解析が CFRP のような複合材料部材の場合にも有効であることが明らかになった。しかしながら、本方法は容易に観察できる等色線しま模様が主ひずみ差と関係するため、これを分離する必要から各ひずみ成分が簡単に求められるのは境界に沿ったところなどに限られてしまう。一方、モアレ法は曲線境界に沿ったひずみ分布の解析などには必ずしも適した方法でないが²、使用している格子線に直交した方向のひずみ成分は簡単に求めることができる。このことから、より複雑な場合のひずみあるいは応力分布の解析には、この両方法を併用することが期待される。

最後に、本研究報告をまとめるにあたり、種々のご指摘をいただいた機体部、多田保夫部長に感謝の意を表します。また、本研究を遂行するにあたっては、機体第二部、青木由雄技官（現構造力学部）、浜口泰正技官（現機体部）及び機体第一部、野口義男技官（現機体部）に試験片の製作などに協力していただいた。さらに、東海大学研修生、戸巻隆氏（現日本 IBM）には各実験に協力していただいた。これら諸氏にも感謝の意を表します。

参考文献

1. 越出慎一；繊維強化複合材料のひずみ測定、機械の研究, 41(9), 1012-1018, (1989)
2. 越出慎一；モアレ法による剛性の高い構造部材のひずみ分布解析、非破壊検査, 27(8), 487-492, (1978)
3. 越出慎一；モアレ法による炭素エポキシ複合材料有孔帯板のひずみ解析、日本機械学会論文集, 51(461) A, 264-267, (1985)
4. 河田幸三；構造要素の降伏の実物光弾塑性学的研究について、東京大学航空研究所集報, 1(5), 320-363, (1959)
5. 倉元真実、国尾 武；新しい光弾性被膜材料の性質と円孔周辺の塑性応力値、非破壊検査, 18(7), 292-297, (1969)
6. 林 卓夫；等価異方性板を用いる平面応力の実験、日本機械学会論文集（第1部）, 26(170), 1320-1326, (1960)
7. 林 卓夫；光弾性被膜法に関する二、三の問題について、日本機械学会論文集, 30(218), 1199-1206, (1964)
8. 林 卓夫；光弾性法による異方性板の応力解析(I), 非破壊検査, 21(8), 492-497, (1972)
9. 林 卓夫；光弾性法による異方性板の応力解析(II), 非破壊検査, 21(10), 631-636, (1972)
10. Sampson, R. C. ; A Stress-optic Law for Photoelastic Analysis of Orthotropic Composites, Experimental Mechanics, 10(5), 210-215, (1970)
11. Prabhakaran, R., Dally, J. W.; The Application of Photo-orthotropic Elasticity, The Journal of Strain Analysis, 7(5), 210-215, (1970)

12. Cernosek, J.; On Photoelastic Response of Composites, *Experimental Mechanics*, 15(9), 354-357, (1975)
13. Prabhakaran, R.; The Interpretation of Isoclinics in Photo-orthotropic-elasticity, *Experimental Mechanics*, 16(1), 6-10, (1976)
14. Chandrashekara, K., Abraham Jacob, K., Prabhakaran, R.; Towards Stress Freezing in Birefringent Orthotropic Composite Models, *Experimental Mechanics*, 17(8), 317-320, (1977)
15. Daniel, I. M., Koller, G. M., Niiro, T.; Development and Characterization of Orthotropic-birefringent Materials, *Experimental Mechanics*, 24(2), 135-143, (1984)
16. 辻二郎, 西田正孝, 河田幸三; 光弾性実験法, 日刊工業新聞社, (1965)
17. Zandman, F., Redner, S. S., Dally, J. W.; *Photoelastic Coatings*, Society for Experimental Stress Analysis, (1977)
18. Hung, Y. Y., Pottinger, M. G.; An Improved Oblique-incidence Technique for Principal-strain Separation in Photoelastic Coatings, *Experimental Mechanics*, 20(5), 170-173, (1980)
19. Zandman, F., Redner, S. S., Riegner, E. I.; Reinforcing Effect of Birefringent Coating, *Experimental Mechanics*, 2(2), 55-64, (1962)
20. Dally, J. W., Alfierich, I.; Application of Birefringent Coatings to Glass-fiber-reinforced Plastics, *Experimental Mechanics*, 9(3), 99-102, (1969)
21. Jones, R. M.; *Mechanics of Composite Materials*, Scripta Book Co. Washington, D. C., (1975)
22. 植村益次, 安宅信行, 福田博, 辻吾一; CFRP構造強度計算の実際, 強化プラスチック協会, (1984)
23. 越出慎一; 孔あけ加工による損傷を受けた複合材料ピン継手の強度, 非破壊検査, 36(8), (1987)
24. Greszczuk, L. B.; Stress Concentrations and Failure for Orthotropic and Anisotropic Plates with Circular Openings, *ASTM STP 497*, 363-381, (1984)
25. 越出慎一; CFRP直交積層材料の応力とひずみの関係, 非破壊検査, 37(9A), 855-856 (1988)
26. 西田正孝; 丸孔の応力集中に関する光弾性的研究(第1報), 科学研究所報告, 25(9), 295-305, (1945)
27. 西田正孝; 丸孔の応力集中に関する光弾性的研究(第2報), 科学研究所報告, 28(1), 30-43 (1952)
28. 西田正孝, 本堂実; 丸孔の応力集中に関する光弾性的研究(第3報), 科学研究所報告, 30(2), 1-15, (1954)
29. Hyer, M. W., Liu, D. H.; Photoelastic Determination of Stress in Multiple-pin Connector, *Experimental Mechanics*, 23(3), 249-256, (1983)
30. Nishida, M., Saito, H.; Stress Distribution in a Semi-infinite Plate Due to a Pin Determined by Interferometric Method, *Experimental Mechanics*, 6(5), 273-279, (1966)
31. Wilkinson, T. L., Rowlands, R. E.; Analysis of Mechanical Joints in Wood, *Experimental Mechanics*, 21(11), 408-414, (1981)
32. Koshide, S.; Investigation of the Pin Joints in Composites by Moiré Method, *Experimental Mechanics*, 26(2), 113-118, (1986)
33. Collings, T. A., Beauchamp, M. T.; Bearing Deflection Behaviour of a Loaded Hole in CFRP, *Composites*, 15(1), 33-38, (1984)

航空宇宙技術研究所報告1085号

平成2年10月発行

発行所 航空宇宙技術研究所

東京都調布市深大寺東町7-44-1

電話 三鷹(0422)47-5911(大代表) 〒182

印刷所 株式会社 実業出版社

東京都千代田区九段南4-2-12
