

ISSN 1347-4588
UDC 531.43
629.7.07
656.71

独立行政法人
航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-1443

雪氷滑走路面摩擦係数測定装置の開発

外崎得雄・甲斐高志・上田哲彦

2002年5月

独立行政法人 航空宇宙技術研究所

NATIONAL AEROSPACE LABORATORY OF JAPAN

目次

1. はじめに	1
2. 摩擦係数の考え方	2
3. 摩擦係数測定装置	2
3-1 新しい測定装置の開発	3
3-2 構造の概略	3
3-3 装置の仕様	4
4. 摩擦係数の算出	5
4-1 数学モデル	5
4-2 摩擦係数の算出方法	5
4-3 計算プログラム	6
4-4 バネ力と垂直荷重の関係確認	6
4-5 内部摩擦係数	7
5. 測定試験結果と検討	7
5-1 測定試験	7
5-2 試験結果と検討	11
6. おわりに	12
参考文献	12
付録	12
付録1. 現用の路面摩擦係数測定装置	12
付録2. リターダ（電磁式減速装置）を用いた測定装置の検討	14
付録3. 数学モデルおよび摩擦係数計算式導出のためのプログラム	14
付録4. フレームの回転と計測輪の回転の関係	18

雪氷滑走路面摩擦係数測定装置の開発*

外崎 得雄*1, 甲斐 高志*2, 上田 哲彦*2

Research on a new device for measuring the snowy runway surface friction *

Tokuo Sotozaki * 1, Takashi Kai * 2, Tetsuhiko Ueda * 2

ABSTRACT

There has been a need to develop a simple measurement system which can continuously evaluate friction coefficients of a snowy and/or icy runway. A currently used standard proper ground-vehicle can measure continuously, but it is very expensive. On the other hand, a simple decelerometer on a common car with limited types of tires is used at airports where heavy snow is uncommon, but it cannot measure continuously. In response to the requirement, a new system that is easily installed on a usual car was developed, enabling the quick and continuous measurement of friction coefficients of snowy and/or icy runways.

Keywords :slippery runway, friction coefficient, measurement device

概 要

現在我が国では、雪氷滑走路面の摩擦係数測定に連続式と減速度式測定装置が公式な装置として使用されている。連続式測定装置は、測定は迅速であるが高価である。一方、減速度式測定装置は、安価で簡便な装置であるが、測定路面および測定車両に使用するタイヤに制限を受け、測定に多くの時間を要するなどの問題がある。

そこで、一般車両に取り付けて、連続して迅速に雪氷路面摩擦係数を測定できる簡便な装置の開発を行った。

1. はじめに

滑走路面上に付着した雪、氷、およびスラッシュ等は路面とタイヤ間の摩擦係数を大幅に低下させて¹⁾、制動時に航空機のオーバーランや、横風による滑走路からの逸脱などをまねくおそれが考えられる。そこで、空港管理者は、常に滑走路面上を良好な状態に維持し、必要に応じてエアラインへ路面の摩擦係数、滑走路状況の情報提供や、気象状況の変化に対応した情報を提供し、エアラインはそれらの情報や使用航空機の離着陸性能基準を考慮

した運航を行い常に航空機の安全運航に努め、航空機メーカーは、離着陸性能の良い航空機の改善に努力している。このような状況の中で共通して望まれることは、航空機制動性能と相関の良い路面の摩擦係数を得ることである²⁾。しかし、その背景には航空機とはタイヤの特性、荷重、速度、制動機構等の点で異なる地上測定計を用いざるを得ないと云う現実があり、得られる摩擦係数はあくまでも測定装置と路面との間のそれであって、航空機と路面との間の摩擦係数ではないことを考えれば、航空機と相関の良い摩擦係数を推定することが困難であるこ

* 平成 14 年 4 月 15 日受付 (received 15 April, 2002)

*1 元構造材料研究センター (retired, formerly Structures and Materials Research Center)

*2 構造材料研究センター (Structures and Materials Research Center)

とは容易に理解される。世界的にも、ここ数年来カナダ航空局、NASA等を中心とした雪氷路面の測定装置、測定試験、測定値の 準化等についての研究プロジェクト³⁾が続けられており、国際会議等も定期的で開催されている⁴⁾。我が国においても国土交通省航空局、運航会社および関係機関等が協力して調査研究活動が続けられている。

現在、我が国では雪氷滑走路面摩擦係数測定にSAAB社製のSFT (Surface Friction Tester) とTapley Meters社のTapley Meter が公式な装置として用いられている。SFTは、離着陸回数が多く降雪頻度の高い空港に配備されており、測定は迅速な装置であるが高価である。一方Tapley Meterは、簡便で安価な装置であるが、測定路面および測定車両のタイヤに制限を受ける、測定に多くの時間を要する等の問題がある。

空港およびエアラインの運航管理者の間では、これら2つの装置の利点をあわせ持つような、迅速に精度良く測定できる簡便な装置の開発が望まれてきた。そこで、航空宇宙技術研究所ではこの要望に沿うべく新たな装置の開発を行った。前輪駆動式一般車両の後輪に専用のホイールを取り付け、それに本装置を取り付け連続して迅速に摩擦係数の測定を行うものである。車両に対して構造的な改造を加えないため、ホイールを元に戻すことにより容易に車両の原状復帰ができる簡便な装置である。

2. 摩擦係数の考え方

タイヤと路面の間の摩擦係数は、図1に示すように車輪に掛かる地面反力の水平方向成分と垂直方向成分の比から求めることができる。一般に路面摩擦係数測定装置にはタイヤと路面との間に発生する最大滑り摩擦係数を求めるため計測輪に一定の滑り率を持たせてある。路面に対する計測輪の滑り率の定義は次の通りである。

$$\text{滑り率 (\%)} = \frac{\text{走行速度} - \text{計測輪周速}}{\text{走行速度}} (\times 100)$$

滑り摩擦係数は、計測輪の滑り率により変化し、最大

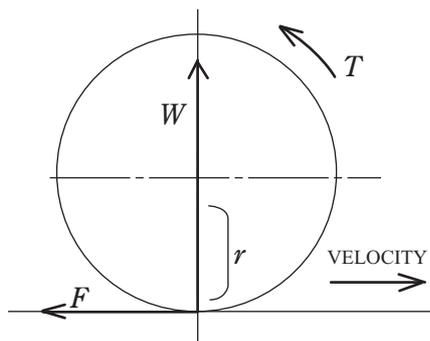


図1. 摩擦係数推定の原理

$$\mu = \frac{F}{W} = \frac{T}{rW}$$

μ : 摩擦係数

T : 制動トルク

W : 垂直方向成分

r : 車輪半径

$F=(T/r)$: 水平方向成分

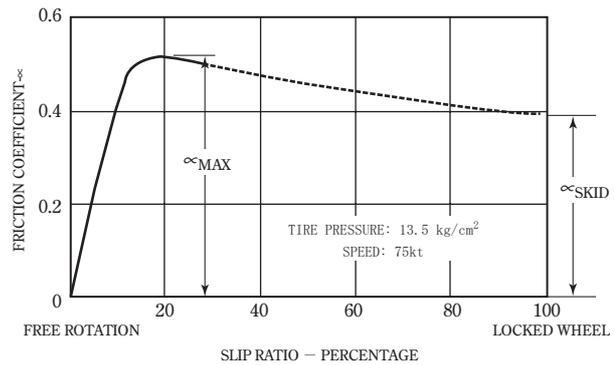


図2. 滑り率と摩擦係数の関係

滑り摩擦係数を生じる滑り率は、路面状態、タイヤの特性等により影響を受ける。滑り摩擦係数と滑り率の間には図2⁵⁾に示すような関係のある事が良く知られている。図中の横軸は滑り率で、零の点は車輪が移動速度と等しい周速でフリーロールしている状態、100の点は車輪がロックした状態で移動している事を示している。図中の曲線は、湿潤路面において滑り率を変化させた時のタイヤと路面の間に発生する摩擦係数の関係を示したもので、滑り率が約15%付近で最大滑り摩擦係数が発生していることがわかる。一般的な傾向として、摩擦係数の低い路面では比較的低い滑り率で最大滑り摩擦係数を生じ、摩擦係数の高い路面では比較的高い滑り率で最大滑り摩擦係数(以後、単に摩擦係数と云う)が生じる事が知られている^{6),7)}。

3. 摩擦係数測定装置

ICAOの第14付属書の補足⁸⁾には、「滑走路の摩擦状態の調査と報告についての統一的方法には運用上の必要性があるので、測定は可能な限り、滑走路全長に亘って最大摩擦を連続的に測定できる装置でなされるべきである。」と記されている。

現在世界的に見て、原理と機構の異なる測定装置が多くの国で使用されている。大別すると、滑り率を持った計測輪で路面の摩擦係数を連続して測定する装置と減速

度計を車両に搭載し車両に急制動を掛けたときの車両の減速度を測定する装置に分けられる。前者は、連続して迅速に摩擦係数の測定が可能な装置である。後者は、測定が点位置となるため長い時間滑走路を占有する事になり、また、走行速度が比較的低いため速度依存性の現れる路面では良い値が得られない。

3-1 新しい測定装置の開発

現在我が国で使用されている雪氷路面の摩擦測定装置は高価であったり、測定車両に使用するスパイクタイヤが社会的情勢の変化により入手が困難になったなどの問題を抱えている。そこで、これら問題を解決することを目指してNALで新しい装置を開発することとした。開発に当たっては、上記 ICAO 付属書の補足に沿いつつ以下の点に留意した。

1. 連続測定が可能
2. 一定の滑り率で滑り摩擦係数が測定可能
3. 測定結果に経験の有無が影響しない
4. 測定車両からの影響を最小にする
5. 測定車両タイヤの制限を受けない
6. 測定結果をリアルタイム処理により迅速に求める
7. 測定装置が高価にならない
8. 専用の車両を必要としない

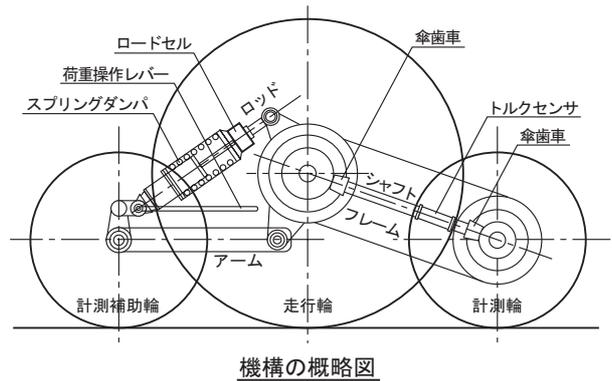
本装置は、一般の前輪駆動式車両の後輪に専用ホイールを介して取り付け、車両を一定速度で走行させ路面摩擦係数を連続して精度良く測定するものである。車両に改造を加えることのない簡便な装置構造のため、ホイールを元に戻すことで、車両の原状復帰が容易であり専用の車両を必要としない。一般車両に取り付けた状態の装置を図3に示す。

3-2 構造の概略

構造の概略を図4に示す。構造の構成は、計測補助輪、走行輪、計測輪、及び計測輪への垂直荷重負荷機構と滑



図3. 測定装置



機構の概略図

図4. 機構の概要

り率を持たせるための機構から成っている。計測輪への垂直荷重負荷機構は、走行輪と計測補助輪間のロッド部分中間に取り付けたコイルバネを用い、フレーム上端部に力を加える事により走行輪軸を回転中心としフレームを回転させて計測輪に下向き荷重を負荷するシンプルなものである。荷重負荷量はコイルバネ受けナットの回転でバネを伸縮させ調節し、その時の値はバネと直列に組み込んだロードセルで測定する。計測輪への荷重負荷のためにデッドウェイトを使用する他の装置に比べて機構重量の軽減となる。レバー操作によりワンタッチで垂直荷重の負荷と解除が可能な機構を組み込んだ。これにより、計測輪への所定量の荷重負荷と解除が容易と成るだけでなく、非測定時のタイヤ摩耗を防ぐことも可能となる。

計測輪に滑り率を与える機構を図5に示す。走行輪と計測輪の間に取り付けられたフレーム内の二組の傘歯車とシャフトを用いて走行輪の回転を計測輪に伝達する。このとき計測輪に与える滑り率は走行輪と計測輪の径、傘歯

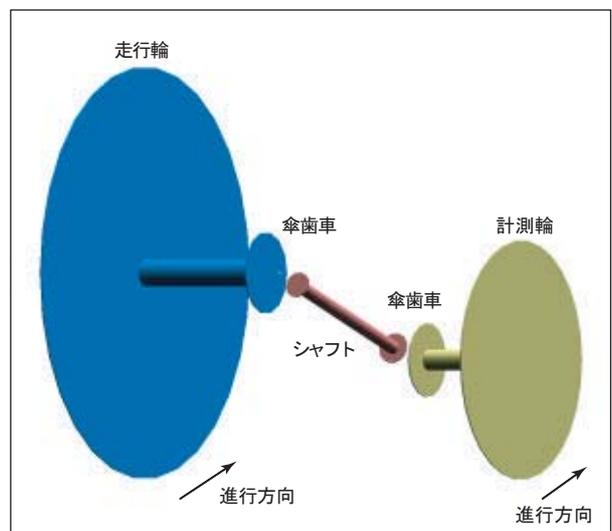


図5. 滑り率発生機構

車の歯数の選択により決まる。計測輪に滑り率を持たせることによりタイヤと路面の間に発生する摩擦力を、フレーム内のシャフトの振りとして、シャフトに組み込んだトルクセンサで計測する。以上により、荷重と滑り率の値が変更可能な摩擦係数測定装置の機構を構成した。

前述のように、滑り摩擦係数は滑り率の影響を受けて変化する。このような特性があるためICAOのAIRPORT SERVICES MANUAL⁵⁾には新しい測定装置が有すべき滑り率の基準として、湿潤路面の場合約15%が、雪氷路面の場合約10%が示されている。

本装置は、タイヤサイズと歯車の組み合わせにより7.9～16%の滑り率を実現できるが、基本的には雪氷路面の摩擦係数の測定を対象として約11.6%の滑り率を設定した。

本装置の計測輪位置は、走行輪（後輪）タイヤセンターから前方約380mm、外側約400mmとし、走行時後輪により排除される雪、スラッシュの影響を受けないようにしてある。

3-3 装置の仕様

仕様を以下に示す。

走行部

計測、計測補助用タイヤ (GOOD YEAR made in USA)

名称	サイズ	仕様
WIDE RIB FLIGHT SPECIAL II (AIRCRAFT TYRE)	5.00-5.6PLY	120 MPH TUBE TYPE

走行用タイヤ (トーヨータイヤ)

名称	サイズ	仕様
スタッドレスタイヤ	165R13"	8PLY
スタッドレスタイヤ	165R14"	8PLY

滑り率発生機構 (フレーム：リングギア2, ピニオンギア2, 回転伝達軸)

歯車の組み合わせ

車輪	すぐば 傘歯数				滑り率	
	ピニオン	リング	ピニオン	リング	13"	14"
走行輪	15	40				
計測輪			20	38	7.90	11.6
				39	10.3	13.8
				40	12.5	16.0

垂直荷重負荷機構 (ロッド：スプリング, ダンパ)

垂直荷重負荷解除機構 (レバーロック式)

合計重量 : 62.6 kgf (走行輪タイヤは含まない)

計測部 (共和電業)

センサー

センサ名称	数量	型名	定格容量
ロードセル	1	LCRS-2KNS24(歪ゲージ式)	2kN
トルク	1	F99-0295B(歪ゲージ式)	80Nm
回転数	3	MP-981型(電磁式)	2kHz (歯数:120枚)

計測部

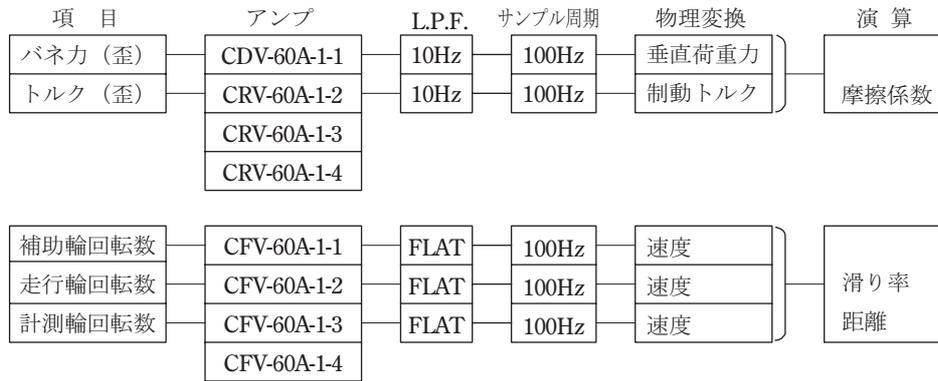
データ記録処理計 : EDX-1500A-16AD (共和電業)

ハードウェア	
入力チャンネル数	4ch. × 4 (max.)
アナログ	歪/電圧測定カード CDV-60A(4ch.) F/Vコンバータカード(CFV-60A(4ch))
	デジタル
サンプル方式	全チャンネル同時
サンプル周波数	10kHz(max.)
メモリー	シリコンファイル(64MB)
表示	TFTカラー液晶
インターフェイス	
プリンタ	セントロニクス準拠
CRT	VGA準拠
キーボード	106準拠
PCMCIA	PCMCIA準拠
SCSI	SCSI-2準拠
LAN	イーサネット 10BASE-T準拠
電源	AC85～264V, DC11～30V
耐震性	3G 5～55Hz
耐衝撃性	20G 11ms
サイズ・重量	360(W)×205(H)×300(D)・12kg
ソフトウェア	
測定チャンネル条件	チャンネル、レンジ、校正係数、単位等
測定条件	測定モード、サンプル周期、データ数、試験情報等
処理	FFT、四則演算等

計測部の電源 (松下電工)

名称	型番	入力電圧	出力電圧	容量	重量
ポータブル電源	EZ710	DC12V	AC100V	100VA	6.0 kgf

測定データの系統図を以下に示す。



計測系統図

4. 摩擦係数の算出方法

摩擦係数は上述のように計測輪に作用する地面反力の水平成分と垂直成分の比で求められるが、これらを直接計測することは困難なため、まず、装置の数学モデルを作成し、次に、センサにより計測される物理量と地面反力との関係とそのモデルを用いて記述し、それで定まる式を最終的に計測装置に組み込んで摩擦係数を算出した。

4-1 数学モデル

はじめにいくつかの仮定をおく。補助輪は基本的に自由回転しているので、地面との摩擦による水平力は考慮せず、いわばバネの踏ん張りを支える機能のみを果たすとする。走行輪は地面を確実にグリップ（滑り率ゼロ）し、シャフトを介して、計測輪を所定の滑り率になるよう回転させているとする。路面に凹凸はなく、走行は一定で滑らかであるとする。

物理現象として力とモーメントの流れは次のようである。すなわち、図6に示すモデルにおいて、滑り率ゼロで回転している走行輪が2組の傘歯車とシャフトを介して所定の滑り率となるよう計測輪を駆動している。この計測輪は正の滑り率をもって回転しているため接地点の動きは地面より遅れており、その結果、地面から水平方向後ろ向きに摩擦力 F を受けることになる。この摩擦力は計測輪車軸回りのモーメント T を生じ、それと釣り合うように傘歯車から受ける力 Q が変化し、それに伴ってシャフトのトルク U が変化する。（これは走行輪へ伝わり、最終的には地面摩擦に抗して装置全体を前進させるために必要な力 S の増加として認識されることになる。）

4-2 摩擦係数の算出方法

一方、実際に計測されるのはバネの力 P とシャフトの

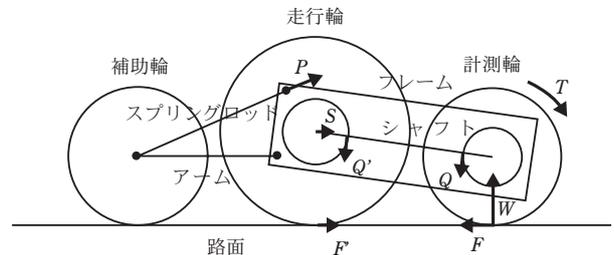


図6. 装置のモデル概要

トルク U （正確には後述するように計測輪トルク T ）であり、これらから摩擦係数を求める手順を同じく図6に基づき説明すると次のようになる。

まず、バネの力と計測輪に生じる地面反力の関係を求める。静止状態で計測輪接地点にかかる荷重 W は計測輪の自重とバネの力 P による押し下げ力の和で、これらはいずれも垂直荷重であり、

$$W = kP + m \quad (k, m \text{ は定数})$$

という形に書ける。ところが、走行状態ではこれに地面摩擦力 F （水平方向）が加わることになり、この力により車軸回りに生じるモーメント T をうち消すために傘歯車の接点に下向き荷重 Q がかかり、その結果、計測輪に生じる垂直地面反力 W が増加し、これが F にフィードバックされるというメカニズムとなる。定常走行に達した状態を考えると、水平方向地面反力 F を $F = \mu W$ とおくことにより、垂直地面反力を、バネの力 P と摩擦係数 μ を用いて

$$W = (a + bP) / (c + d\mu) \quad (a, b, c, d \text{ は定数})$$

と記述することができる。

次に、シャフトのトルクと計測輪に生じる水平地面反力との関係であるが、これはシャフトの計測輪側傘歯車の半径と計測輪の半径から単純に定まり、水平反力をシャフトのトルクで記述することができる。実際には、静荷重試験により較正されているシャフトのトルク U と計

測輪の車軸回りトルク T との関係を用いて、計測輪車軸回りのトルク T が計測値として出力されており、これを用いれば、水平反力は、計測輪の半径を R として、

$$F=T/R$$

と書ける。

最後に、以上2つの力の比を作り、それが摩擦係数となることから摩擦係数に関する1次方程式

$$F/W=(T/R)/((a+bP)/(c+d\mu))=\mu$$

が導かれ、これを解くことによりバネの力と計測輪のトルクから摩擦係数を計算する式

$$\mu=(cT/R)/(a+bP-dT/R)$$

が求まる。

4-3 計算プログラム

上記数学モデルを数式処理言語Mathematicaを用いて作成した。装置をいくつかの構成要素に分け、それらが伝達し合う力を各接点において一律機械的に定義した上で、それら要素における力とモーメントの釣り合い式、各接点における力の釣り合い式を記述し、作用反作用の式を付加することによって、最終的に摩擦係数を記述する式を導出した。作成したMathematicaプログラムを付録に示す。

4-4 バネ力と垂直荷重の関係確認

上で述べたバネの力と計測輪に生じる垂直地面反力との関係を確認するために、車輪の下に荷重計をおいて垂直荷重を直接計測した。後述の走行試験に用いたのと同じ前輪駆動車の後輪の一つに本装置を取り付け、走行輪、計測輪、補助輪の3つのタイヤの下にプレートタイプの荷重計を置き、装置の付いていない残りの3つの通常タイヤの下には荷重計と同じ厚さの板を敷いて高さをそろえた上で、ロッドのバネ力を変化させて、3つの荷重計の出力を記録した。ほとんどバネ力のかかっていない状態からコイルバネ受けナットを回して徐々にバネ力を上げていき、ある値に達した後、逆にバネ力を下げていくサイクルで計測した。6回行って、再現性は良好であった。

計測輪と補助輪の垂直荷重に関して一例を図7に示す。最初、バネ力を上げて垂直荷重の増えない不感帯があり、その後は線形に増加し、バネ力を下げるときに再び不感帯が現れ、それから線形に減少するというヒステリシスが存在していることがわかる。バネ力を下げていく部分を直線近似したものと、前述した数学モデルに具体的な寸法、重量を与えて定まる表現式とが良く一致する事が確認できた。

ヒステリシスが生じる原因は以下のように考えられる。フレーム内の傘歯車のかみ合いや軸受け部分にわずかな

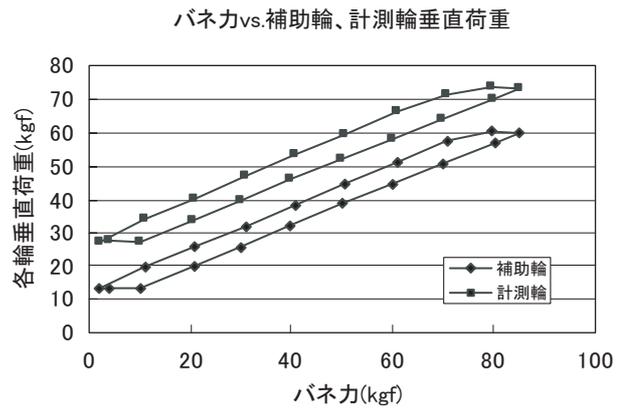


図7. バネ力と補助輪、計測輪垂直荷重の関係

がガタや局所的な当たり及び摩擦 (さらにはタイヤトレッド面のずれ) があり、バネ力を上げていったときに、これらガタ等が無かったとした場合に生じる走行輪車軸等の高さ変化が吸収されてしまうため、ガタ等が無くなるまでは高さが変わらず、タイヤの下に敷いた荷重計出力にも変化が現れない。その後はバネ力を上げるに従い走行輪車軸位置が上がっていき、垂直荷重に変化が現れる。また、それに伴いフレームが走行輪車軸を中心にして下向きに回転し、このとき計測輪は止まっている走行輪に対して滑り率で決まる分だけ車が後進するときの方向に回転 (以後、後進回転と呼ぶ) する。

一方、フレームが回転する分だけ計測輪車軸位置は後方に移動するため、それを差し引いた正味の変位量は後方への移動となる。その結果、荷重計表面とタイヤとの間には摩擦力が生じ、これは計測輪を後進回転させようとするトルクとして作用する (量的な検討について付録に示す)。逆に、バネ力を下げていく場合は、ガタ等が反対側に落ち着くまでは垂直荷重は変化せず、その後は計測輪に前進回転トルクがかかる状態で垂直荷重が下がっていく。

以上は垂直荷重測定時のヒステリシスのメカニズムに関する考察であるが、実際に走行して路面の摩擦係数を計測しているときは、路面との摩擦により計測輪には前進回転のトルクがかかり続けるので、ヒステリシスの下り側の状態にあることになる。従って、摩擦係数計算には下りの状態を表現している数学モデルから定まる式を用いた。路面の凹凸等により装置が振動し一時的に後進回転トルクがかかってヒステリシスの上り側の状態になることはあるとしても、路面との摩擦により直ぐに下りの状態に復帰するので、ヒステリシスの幅の分だけ不確定性があると考えする必要はないと考えられる。

この計測輪、補助輪のデータに、走行輪荷重および3輪の合計荷重をあわせてプロットしたものを図8に示す。バネ力の増加に伴って、装置の3輪の合計荷重が少し上

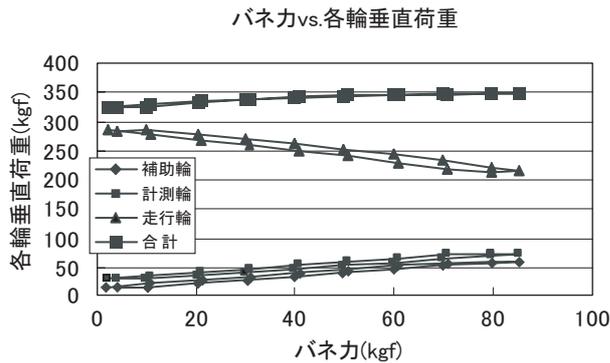


図8. バネ力と各輪垂直荷重の関係

昇していることがわかる。走行輪が上下に変位しないと仮定すれば、これら3輪の合計荷重はバネ力を変えても変化しないはずであるが、実際にはバネ力を増やすことにより走行輪軸(右後輪軸)がわずかながら浮き上がり、そのため左前輪と右後輪軸とが分担する車体重量が増加し、結果として、右後輪軸に取り付けられている装置の3輪の合計荷重が増加したと思われる。

4-5 内部摩擦係数

計測輪周速は走行時走行輪周速に比べて常に滑り率の値だけ遅くなっている。計測輪と路面との間に摩擦力が発生すると計測輪が走行輪の周速に近づく方向に回転伝達軸が振られ、その量は、摩擦力の大きさに比例し、軸に貼付したトルクセンサ(歪ゲージ)により知ることができる。

路面とタイヤ間に発生する摩擦が無い場合、計測輪はフリーロールの状態となり、回転伝達軸にはタイヤと路面の摩擦力による振りの発生は無い。しかし、実際には、回転伝達軸のトルクセンサは歪ゲージより下流側の内部摩擦により発生するトルクを検出する。(これは、計測輪の回転と反対方向に働くもので、路面とタイヤ間に発生するトルク出力とは逆向きとなる。)このため、装置のトルクセンサ出力には、タイヤと路面間に発生する摩擦力と、装置内部摩擦力が含まれる事になる。

トルクセンサ出力=タイヤと路面間に発生する摩擦力+装置内部摩擦力

従って、路面摩擦を正確に測定するためには装置の内部摩擦が分かっているなければならない。そこで、内部摩擦試験機を製作して装置の内部摩擦を測定した。装置の写真を図9に示す。摩擦係数測定装置の各車輪間の相対関係を測定状態に保ち、測定輪に地面摩擦力の掛からない状態にして走行輪軸を電気モーターで回転させ、装置のシャフトを介して計測輪を回転させた時のトルク出力を測定した。測定は、走行速度換算で、約10km/h間隔で60km/h迄行った。0km/h～60km/hの間を5回往



図9. 内部摩擦試験機

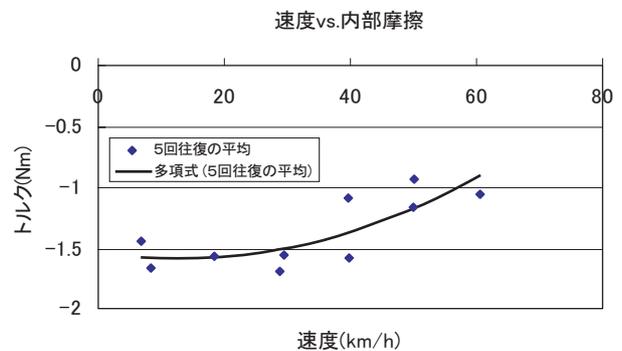


図10. 内部摩擦の計測

復させて取得したデータの平均値を図10に示す。結果を見ると走行速度10～30km/h付近が最大で、これより大きな速度域では摩擦が減少する事が分かる。(この現象は、一般的に歯車の回転速度上昇と軸受けに発生する摩擦損失の関係⁹⁾について云えることである。なお、往復させて速度0に戻した時、平均すると-0.1程度のドリフトが残っていたが、図中へのプロットは省略した。)図中に示す曲線はプロットしてあるデータを二次多項式で最小二乗近似したもので、この曲線を用いて速度と内部摩擦力の関係を表現し、計測されるシャフトトルクから内部摩擦分を差し引いたうえで摩擦係数を計算した。

5. 測定試験結果と検討

5-1 測定試験

平成11年度に本装置の走行部とセンサ部の製作を終了し、日本航空学園の乾燥路面状態において、一般車両(NISSAN AVENIR: 14" TYRE, HONDA PARTNER 13" TYRE)の後輪に本装置を取り付けて走行時の安定性、操縦性の確認を目的に試験を実施した。走行輪タイヤサイズ13" 滑り率(以下S.R.と略記)12.5%と14" S.R.16.0%

について最高走行速度約70km/h まで行い、いずれも安定な走行性、操縦性を確認した。乾燥路面上の測定装置を図 11 に示す。

湿潤路面については、平成12年12月25日、日本自動車研究所の滑り易い試験路において測定試験を行った(測定車種はNISSAN AVENIR)。測定は、A (アスファルト特殊路)、G (グラノリシック・コンクリート研磨路)、C (コンクリート研磨路) の3種類の摩擦係数の異なる路面について、それぞれ2種類の滑り率で行った。滑り率は、走行輪サイズ14”を用いて11.6%と13.8%とした。その際、測定は試験路側面よりスプリンクラで路面に散水を行いながら進められた(但し、A路面の試験では前方の視界の妨げとなるため走行直前にスプリンクラを停止した状態で測定した)。また、C路面において、3



図 11. 乾燥路面上の摩擦係数測定装置

種類の測定輪垂直荷重 (25kgf, 35kgf, 45kgf) について計測を行った。測定速度はいずれも 60km/h とした。測定時の様子を図 12 に、測定結果を表 1 に示す。

雪氷路面については、平成13年1月22日～25日の間、新千歳空港のエプロン、誘導路を用いて、アイスバーン、グルーピング路面上新雪、圧雪、新雪の路面状態について行った(使用車種は日本自動車研究所と同じ)。測定時の装置の条件は、滑り率は11.6%、垂直荷重は35kgf (一部垂直荷重のバネ力無し、ダンパ無し)で行った。測定時の様子を図 13 に、結果を表 2 に示す。なお、この時はSFT はじめ ASFT, Grip Tester が同じ路面を計測した。(ASFTは、牽引型の連続式摩擦係数測定装置で測定原理



図 12. 湿潤路面測定の様子

表 1. 湿潤路面摩擦係数測定結果

試験番号	ファイル名	S.R. (%)	輪荷重 (kgf)	路面の種類	摩擦係数 (μ)
1	394A3100	13.8	35	アスファルト特殊 研磨 (A)	0.57
	394A3101	13.8	35		0.61
	394A3102	13.8	35		0.60
2	394G3100	13.8	35	グラノリシック コンクリート研磨 (G)	0.18
	394G3101	13.8	35		0.21
	394G3102	13.8	35		0.23
3	394C3100	13.8	35	普通コンクリート 研磨 (C)	0.30
	394C3101	13.8	35		0.33
	394C3102	13.8	35		0.36
4	384A3100	11.6	35	アスファルト特殊 研磨 (A)	0.63
	384A3101	11.6	35		0.55
	384A3102	11.6	35		0.55
5	384G3100	11.6	35	グラノリシック コンクリート研磨 (G)	0.24
	384G3101	11.6	35		0.23
	384G3102	11.6	35		0.27
6	384C3100	11.6	35	普通コンクリート 研磨 (C)	0.43
7	384C2100	11.6	25	普通コンクリート 研磨 (C)	0.44
8	384C4100	11.6	45	普通コンクリート 研磨 (C)	0.46

表 2. 雪氷路面摩擦係数測定結果 (1/2)

年月日 H.13	番 号	時 間	測定場所	天気	路 面		温 度		摩擦係数 μ
					状 態	雪厚 mm	大気 ($^{\circ}$ C)	路面 ($^{\circ}$ C)	
1/23	0123-000	09:23	エプロン	晴	Dry Snow	5	-6	-6	0.17
	0123-001	09:28							0.20
	0123-002	09:35							0.18
	0123-003	09:37							0.22
	0123-004	09:43							0.18
	0123-005	09:45							0.19
	0123-006	10:10							0.22
	0123-007	10:17							0.29
	0123-008	10:22	エプロン	晴	ICE		-3	-3	0.12
	0123-009	10:27							0.03
	0123-010	10:30							0.04
	0123-011	10:33							0.06
	0123-012	10:43							0.07
	0123-013	11:10	エプロン	晴	ICE		-3	-3	0.06
	0123-014	11:12							0.09
	0123-015	11:15							0.06
	0123-016	11:31							0.05
	0123-017	14:02	67 Spot	晴	Dry Snow	4	-4	-4	0.22
	0123-018	14:05							0.23
	0123-019	14:08							0.22
	0123-020	14:10							0.23
	0123-021	14:23							0.20
	0123-022	14:25							0.24
	0123-023	14:29							0.22
	0123-024	14:31							0.22
	0123-025	14:46	68 Spot	晴	Dry Snow (新雪)	40	-4	-2	0.06
	0123-026	14:50							0.08
	0123-027	15:03							0.08
	0123-028	15:08							0.07
	0123-029	15:20							0.22
	0123-030	15:22					-4.5	-3.5	0.26
	0123-031	15:28	66 Spot	晴	Dry Snow	8			0.19
	0123-032	15:30				5			0.26
	0123-033	15:43				8			0.22
	0123-034	15:45				5			0.25
	0123-035	15:49				8			0.23
0123-036	15:51				5			0.26	
1/24	0124-000	9:53	M T/W GRV	晴	Dry Snow	3	-9	-1.5 ~ -5.7	—
	0124-001	10:15			(With ICE)				—
	0124-002	10:18				5			—
	0124-003	10:35	J T/W GRVD		Compacted				0.25
	0124-004	10:37			(Snow)				0.24
	0124-005	10:41							0.23
	0124-006	10:42							—
0124-007	10:49							0.25	

表 2. 雪氷路面摩擦係数測定結果 (2/2)

年月日 H.13	番 号	時 間	測定場所	天 気	路 面		温 度		摩擦係数 μ
					状 態	雪厚 mm	大気 ($^{\circ}$ C)	路 面 ($^{\circ}$ C)	
H.13	0124-008	10:50	56,57 Spot	晴	Dry Snow	3	-5		0.21
	0124-009	10:54							—
	0124-010	14:03							0.33
	0124-011	14:05							0.32
	0124-012	14:12							0.35
	0124-013	14:15							0.26
	0124-014	14:25							0.32
	0124-015	14:28							0.27
	0124-016	14:36							0.32
	0124-017	14:38							0.29
1/25	0125-000	9:39	68 Spot	曇	ICE		-7		0.01
	0125-001	9:52	K T/W	曇	Compacted (Snow)	4	-5		0.00
	0125-002	10:12							0.01
	0125-003	10:23							0.03
	0125-004	11:41							0.22
	0125-005	11:42							0.24
	0125-006	11:47							0.21
	0125-007	11:48							0.21
	0125-008	11:59							0.20
	0125-009	12:02							0.20
	0125-010	12:06							0.18
	0125-011	12:07	0.19						
	0125-012	15:44	66,67,68 Spot	曇					* 0.18
	0125-013	15:45	* 0.22						
	0125-014	15:46	* 0.21						
	0125-015	15:48	* 0.24						
	0125-016	15:50	0.28						
	0125-017	15:50	0.29						
	0125-018	15:54	0.27						
	0125-019	15:55	0.27						
	0125-020	15:59	* 0.22						
	0125-021	16:01	* 0.21						
0125-022	16:21	65,66 Spot						0.28	

*: バネ力無し (ダンバ無し, 自重のみ 23kgf)



図13. アイスバーン路面測定の様子

は SFT と同一である。計測輪と路面の間に発生する摩擦力を走行輪と計測輪の間にある回転伝達軸に掛かる振りトルクとして計測し、垂直荷重との比から摩擦係数を推定する。滑り率は約 13%，装置重量は約 450 kgf である。また、Grip Tester は、ASFT と同様に牽引型の連続式摩擦係数測定装置である。計測輪と路面の間に発生する摩擦力を計測輪を支持する軸に掛かる曲げモーメントとして計測し、垂直荷重との比から摩擦係数を推定する。滑り率約 15%，装置重量は約 85kgf で小型軽量なタイプである。）

5-2 試験結果と検討

装置の特性を把握する目的で、日本自動車研究所の滑り易い試験路の A, G, C3 種類の摩擦係数の異なる路面において滑り率を変化させて測定試験を行った。結果を図 14 に示す。同図をみると A 路面では S.R. 11.6% の時 μ は 0.55~0.63 (平均 0.58), S.R. 13.8% の時 μ は 0.57~0.61 (平均 0.59) となり、若干 S.R. 13.8% の方が高い、G 路面では S.R.11.6% の時 μ は 0.23~0.27 (平均 0.25), S.R.13.8% の時 μ は 0.18~0.23 (平均 0.21) となり、S.R. 11.6% の方が高く、C 路面では S.R.11.6% の時 μ が 0.43~0.46 (平均 0.44), 13.8% の時 μ は 0.30~0.36 (平均

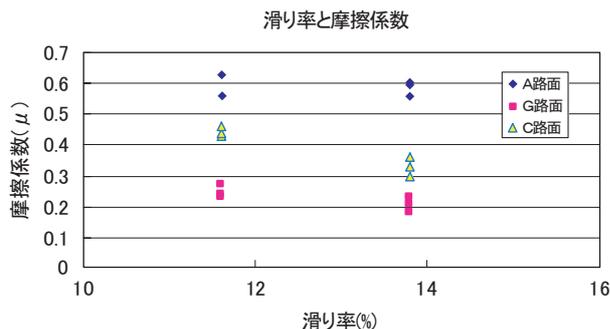


図 14. 滑り率と摩擦係数の関係

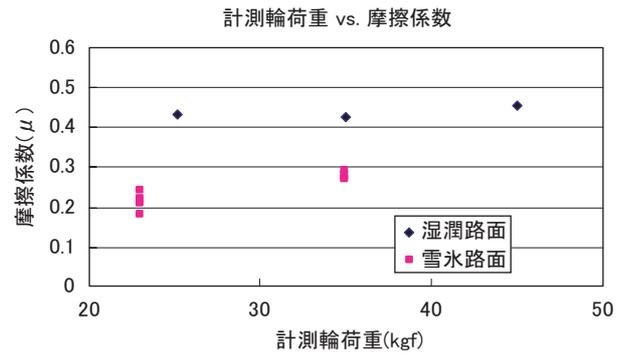


図 15. 垂直荷重と摩擦係数

0.33) であり、S.R. 11.6% の方が高くなっている。この結果から μ と滑り率の関係を見ると、 μ の平均値が 0.6 付近の路面では S.R. 11.6% よりも 13.8% の方が僅かに高く、 μ の値が 0.2~0.4 付近の路面では逆に S.R. 11.6% の方が 13.8% より高くなっており、一般的に云われている傾向が現れている。

次に、垂直荷重の大きさによる影響を調べるため、湿潤路面 (C 路面) において垂直荷重を 25kgf, 35kgf, 45kgf と変化させた時の測定試験結果を図 15 に示す。同図を見ると、湿潤路面の場合、データ量は少ないが μ の値のバラツキは小さく、荷重の変化に伴う μ の変化の傾向は見られない。この範囲では荷重変化が路面摩擦 μ に与える影響は小さいことが分かる。また、参考として、雪氷路面において垂直荷重を 23kgf, 35kgf とした時の結果を同じく図 15 に示す。23kgf の時の摩擦係数がばらついてはいるが、これは垂直荷重を出来るだけ小さくするためにロッドのレバーをリリースしてバネ力 0 (従って、ダンパ無し) としたことによりトルク出力が減少して S/N が悪化し、また路面の凹凸を直接拾ったことによるものである。

新千歳空港で行われた雪氷路面における測定結果を図 16 に示す。この測定は同じ路面のほぼ同じ箇所について種類の計測装置 (SFT, ASFT, Grip Tester, NAL 装置)

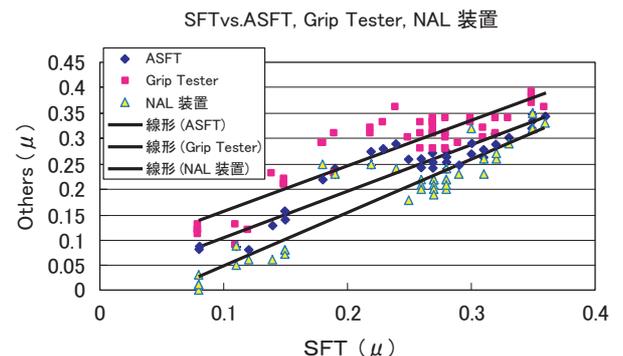


図 16. 雪氷路面における SFT と他装置の摩擦係数の相関

を用いて行ったもので、同図は、現在我が国で滑走路の摩擦係数測定に使用されている 準的な測定装置 SFT の測定結果に対する他の測定装置の測定結果の相関を比較して示すものである。図中の直線は、各装置による測定値の一次回帰直線であり、その式と決定係数 R^2 の値は以下の通りである。

$$\begin{aligned} \text{ASFT} &= 0.9061 \cdot \text{SFT} + 0.0152, & R^2 &= 0.8985 \\ \text{Grip Tester} &= 0.8890 \cdot \text{SFT} + 0.0682, & R^2 &= 0.8188 \\ \text{NAL 装置} &= 1.0548 \cdot \text{SFT} - 0.0585, & R^2 &= 0.8711 \end{aligned}$$

上式で、傾きが 1、定数項が 0、決定係数 R^2 が 1 であれば SFT と全く一致することになる。傾きについてみると、ASFT、Grip Tester が 0.90 前後であるのに対し NAL 装置は 1.05 と少し大きめであるものの 1 より近い値を示している。定数項に関しては、NAL 装置が低めに出ていることが分かる。決定係数で見ると、ASFT は SFT の牽引バージョンであるため 0.89 と良い値を示すのは当然といえる。NAL 装置は Grip Tester より大きい値を示し、ASFT に近いものとなっている。即ち、NAL 装置は全体的に低めに出るものの、回帰直線の傾きは SFT に最も近く、決定係数も ASFT に次ぐ値を示していることが分かる。

なお、上述したように装置の内部摩擦は計測輪に地面反力が掛からない状態で測定されているのに対し、実際の走行時には地面反力により軸受けや歯車が増加し、内部摩擦も大きくなっていると考えられる。NAL 装置の計測結果が全体的に低めに出ている原因はここにあると思われる。

6 おわりに

雪氷滑走路面の摩擦係数を精度良く連続して測定できる簡便な測定計を目指して開発を行い、この装置に対して乾燥路面における走行時の安定性、操縦性の確認試験と雪氷路面における摩擦係数測定試験を実施した。その結果、装置の走行安定性と操縦性に問題のないことを確認し、また、雪氷路面において現用の装置と同時に測定試験を行い、良好な相関が得られる事を確認した。但し、NAL 装置の測定結果は全体に低めに出る傾向を示した。

一般車両に構造的な改造を加えることなく簡便に測定を可能にする装置としての基本的機構の開発を終了したと考えている。なお、この装置については特許出願中(出願番号：平 11-366897) である。

この装置にたいし操作性の改良と軽量化を図ると共に、更に雪氷路面における測定試験を実施し、装置の信頼性を増すことにより、実用化の可能性を持つ装置であると考えている。

謝 辞

航空輸送技術研究センターおよび関係各位には、新千歳空港での試験に際して便宜を図っていただきました。また、SFT 等の測定結果を提供していただき、使用することを承諾していただきました。ここに明記し、感謝いたします。

参考文献

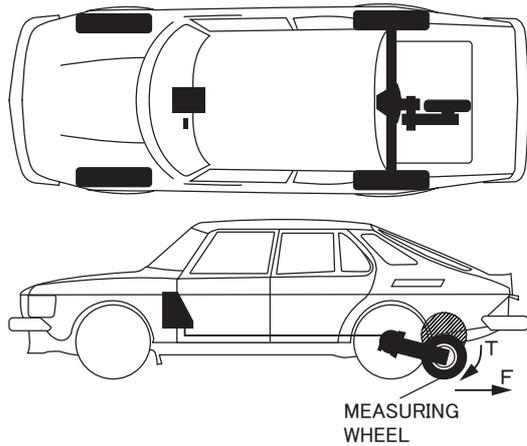
- 1) NAL TR-576: 滑走路面のすべり評価法に関する研究 (第 1 報) - DBV・製作と基礎実験 - 1979,6 山根皓三郎, 上田哲彦, 外崎得雄, 小野幸一, 竹内和之
- 2) 久保哲也, 他: 湿潤および雪氷滑走路における運航上の諸問題, 日本航空宇宙学会誌, Vol.25, No.282, 1977 年 7 月
- 3) JWRFP: Overview of the Joint Winter Runway Friction Measurement Program
- 4) IMAPCR'99: 2nd International Meeting of Aircraft Performance on Contaminated Runways 2-4 November 1999 Montreal, Quebec, Canada July, 1999
- 5) ICAO Airport Service Manual (Doc9137-AN/898), Part 2 Pavement Surface Conditions
- 6) ESDU Part III of the series, Item No.71026 FRICTION AND RETARDING FORCES ON AIRCRAFT TYRES PART II: ESTIMATION OF BREAKING FORCE October, 1971
- 7) 湿潤滑走路の安全基準に関する調査研究報告書 運輸省航空局 昭和 45 年 11 月
- 8) INTERNATIONAL STANDARDS AND RECOMMENDED PRACTICES, AERODROMES, ANNEX 14 TO THE CONVENTION ON INTERNATIONAL CIVIL AVIATION, EIGHTH EDITION -MARCH 1983
- 9) 成瀬長太郎: 歯車の基礎と設計 1997 養賢堂

付 録

付録 1. 現用の路面摩擦係数測定装置

現在我が国では滑走路面の摩擦係数測定に SFT, Tapley Meter, ML-Mu-Meter 等が使用されている。SFT は雪氷路面及び湿潤路面の測定等に、Tapley Meter は雪氷路面測定に、ML-Mu-Meter は路面のゴム付着等による汚れの状態調査を主目的とした湿潤路面の測定に使用されており、その概要は次の通りである。

SFT (Surface Friction Tester): 前輪駆動式車両の後輪に車輪軸を設け、その直後に配置された測定輪を備え、後輪軸からのチェーン駆動により公称値約 13% の一定滑り率が与えられ、同時に 1,400N の垂直荷重と、測



図付1. Surface Friction Meter

定輪に生じる制動トルクと左後輪の回転数から摩擦係数、測定速度および走行距離が速やかに計算される。最大摩擦係数を連続的に測定する測定計である。概要を図付1に示す。

測定方法は、車両を一定速度で走行させ測定箇所より少し手前で運転席のボタン操作により測定輪を地面に下ろし連続して測定する。一回の走行により、滑走路全長にわたる摩擦係数の連続記録と3区分毎の平均値、100m毎の平均測定速度等が内蔵のコンピュータにより計算され、測定日時および滑走路番号と同時にドット・プリンタにより出力されるため、測定所要時間が短く、測定操作、キャリブレーション、その他の取り扱いも簡単である。

装置は、特別な車両として製造するため高価となる。測定可能な路面状態は、湿潤、圧雪、氷盤などである。

Tapley Meter : 振り子式の機械的な減速度計である。感知した最大減速度に目盛りがホールドする仕組みを持ち、オイル・ダンパにより時定数が0.7秒に保たれ

ている。

測定方法は、車両重量1～2トンのスノータイヤ付き車両に装着して、測定地点の若干手前でクラッチペダルを踏み速度計が20km/hを指した時、車輪がロックするように急ブレーキを掛け、完全にロックした後1秒以内にブレーキを解放し、緩やかに停止し、ロック時の目盛りの数値を読みとる。この操作を滑走路全体につき繰り返して行う。我が国では、昭和52年度から使用されている。概要を図付2に示す。

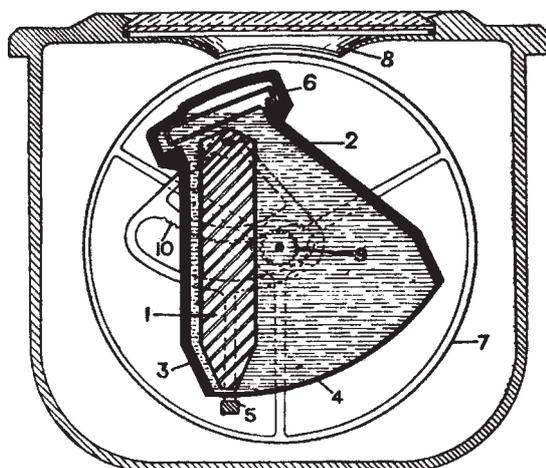
装置は、簡便で、比較的安価である。凍結および浅い積雪路面では比較的良好な値を示すが、摩擦係数に速度依存性の現れる湿潤およびスラッシュ状態では使用できない。タイヤは航空機のものとは極めて異なる。計測に時間を要する。局所的な場所の摩擦測定値となる。

測定者の熟練度による影響、車両のサスペンションの硬さの影響、Tapley Meter 装着位置の影響、等を受け易い。また、測定車両のタイヤに制約がある。

ML-MU-Meter : 進行方向に互いに7.5°の開き角をもって取り付けられた2個の測定輪を60km/h一定速度で牽引し測定用タイヤの横滑り摩擦力を連続的に測定する測定計である。測定用タイヤには、内圧70kPaのスムースタイヤが760Nの垂直荷重で使用されており、摩擦係数はアナログ・チャートの連続記録、デジタル記録等出力される。

概要を図付3に示す。

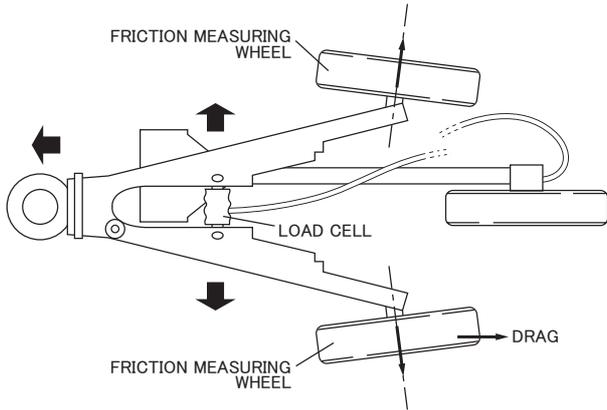
測定は、深い新雪の場合、他の測定計に比べて極端に低い摩擦係数を示す傾向が見られるため、我が国では雪氷滑走路における制動効果の測定には使用されていない。湿潤滑走路面の測定および路面の整備、調整に使用されている。電気的機構を組み込んだ装置が市販されている。



構造

1. 振り子
2. 振り子支持棒
3. OIL DAMPER用ケース
4. ケース底板 (薄い黄銅板)
5. 電機子
6. L粘度補正装置
7. 表示目盛り
8. 表示窓
9. ピニオン・ギア
10. ラック・ギア

図付2. Tapley Meter



図付 3. ML-Mu-Meter

付録 2. リターダ（電磁式減速装置）を用いた測定装置の検討

測定装置の開発に当たり、今回開発した装置と共にリターダを用いた装置の開発を検討した。その機構の概要は、後輪ホイールの片方に車軸を延長する形でスピンドルを取り付け、ボールベアリングを介して計測輪を支えるアームを取り付ける。この時、スピンドル側にはリターダの回転体部を取り付け、スピンドルから計測輪に滑り率を与え、それにより発生する力を力変換器により電気信号に変える。一方、アーム側にはリターダの固定体部を取り付ける事により、ホイールに制動力を与え、その反力として計測輪に地面に垂直荷重を加えることが出来る。この制動力を同じく電気信号に変え、これらの信号をトランスミッタ、あるいは有線により、演算装置に伝え、計測輪の自重を考慮して摩擦係数を連続的に算出記録するものである。

本装置は、雪氷路面の測定を意図としているもので、装置には水や埃の付着は避けられないが、リターダはそれらを嫌うこと、温度上昇によりトルク出力が変動する事、トルク出力の測定が困難なこと、今回の仕様によるホイールの回転数ではトルク出力が不足する事などにより検討を中止した。

付録 3. 数学モデルおよび摩擦係数計算式導出のためのプログラム

数学モデルの作成においては、どの部分がどこから受ける力かを系統的に表現する必要があるため、以下のような方法をとった。まず、装置を走行輪、計測輪、補助輪、フレーム、シャフト、アーム、スプリングロッドの7つの要素に分け、それらと車体および路面との間で力を伝達し合う点（接点と呼ぶことにする）を定めて番号を振っておく。次に、便宜的に接点も物理的実体であると見なして、接点が要素から受ける力および要素が接点から受ける力の両者に対して平等に機械的に名前を付

ける。そして、各要素に関して力の和がゼロ、および力のつくるモーメントの和がゼロとなること、各接点に関して力の和がゼロになることを上記の力の名称を用いて記述する。また、作用反作用の原理を同様に記述する。最後に、具体的な寸法や質量等の条件を追加すると数学モデルが完成する。これを Mathematica のプログラムとして解くことにより、例えば計測輪に生じる垂直地面反力をバネの力（の水平成分）と摩擦係数で記述することができる。

プログラム中の変数は以下に示すルールに従って記述してある。各要素を表す記号および接点位置については、図付 4 を参照されたい。

変数名の記述方法

1. 関係

$x_{①②}$: 「接点①の x - 接点②の x 」

$y_{①②}$: 「接点①の y - 接点②の y 」

$len_{①②}$: 「接点①と接点②の間の距離」

$the_{①②}$: 「接点①と接点②を結ぶ直線が水平線となす角度」

$phi_{①②}$: 「ある共通接点と接点①を結ぶ直線と同じ共通接点と接点②を結ぶ直線がなす角度」

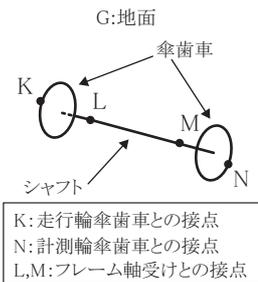
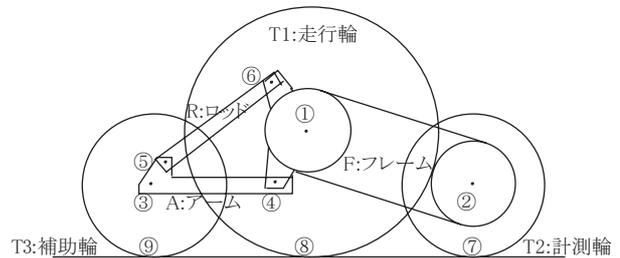
なお、承認図から読みとった接点間 差には末尾に "o" を付けて x_{81o}, y_{81o} のように表し、タイヤ寸法を変えても変化しない部材長さ等を計算するために用いている。

2. 力

$f_{①②③}$: 「①が②から受ける力の③方向成分」

①, ②にはいるのは接点番号, 要素名

接点番号: 1~9, K, L, M, N の計 13 個



(シャフト部を斜め方向から見たもの)

図付 4. 装置の要素及び接点の定義

要素名：T1（走行輪），T2（計測輪），T3（補助輪），C（車体），F（フレーム），S（シャフト），A（アーム），R（ロッド），G（地面）の計9個

③にはいるのは h（水平），v（垂直）の2個

3. 例

$$(1) x_{81}=0: \text{「接点⑧の } x \quad - \text{ 接点①の } x \quad = 0 \text{」}$$

$$(2) y_{81}=-r_1: \text{「接点⑧の } \quad - \text{ 接点①の } \quad = \quad - \text{ (走行輪半径)」}$$

(3) f_{T1h} : 「接点①が走行輪から受ける力の水平方向成分」

(4) f_{T11h} : 「走行輪が接点①から受ける力の水平方向成分」

(5) f_{T27v} : 「計測輪が地面から受ける力の垂直方向成分」

(6) f_{R5h} : 「ロッドが接点⑤から受ける力の水平方向成分」

この記法を使うと，計測輪に生じる垂直地面反力 W は f_{T27v} ，同じく水平反力 F は f_{T27h} ，バネの力の水平成分は f_{R5h} となる。また，摩擦係数は μ で表している。

プログラム中で用いられる単位は，長さ [mm]，角度 [rad]，力および重量 [kgf] である。

以下にプログラムを示す。

(* === FrictionMeter5(1222).txt === *)

(* -- Input Parameter -- *)

(* r1=301.5 (* 走行輪半径 : 301.5 for R13Tyre *) *)

r1=314.2 (* 走行輪半径 : 314.2 for R14Tyre *)

r2=175 (* 計測輪半径 *)

r3=175 (* 補助輪半径 *)

gam1=15 (* 歯数 *)

gam2=20

rho1=45 (* 歯数 *)

rho2=38 (* 40, 39, 38 *)

f1Cv=-316.6 (* 走行輪にかかる車体重量 *)

wT1v=-20.12 (* 走行輪重量 *)

wT2v=-5.44 (* 計測輪重量 *)

wT3v=-5.14 (* 補助輪重量 *)

wFv=-43.56 (* フレーム重量 *)

(* -- Original Geometric Data 承認図より -- *)

x81o=0

y81o=-301.5

x72o=0

y72o=-175

x93o=0

y93o=-175

x21o=379.6

y21o=-126.5

x41o=-60.8

y41o=-126.5

x61o=-79.4

y61o=116.4

x43o=319.6

y43o=0

x53o=39.7

y53o=62.4

x65o=260.4

y65o=181

yoxo=y21o/x21o

xK1o=55.5

yK1o=yoxo*xK1o

xL1o=88.3

yL1o=yoxo*xL1o

xM1o=293.6

yM1o=yoxo*xM1o

xN1o=328

yN1o=yoxo*xN1o

(* -- Constant Lengths and Angles -- *)

len12=400.1

the12o=ArcTan[y21o/x21o]

len14=.Sqrt[x41o^2+y41o^2]

the14o=ArcTan[y41o/x41o]-Pi

phi42=the14o-the12o

len16=.Sqrt[x61o^2+y61o^2]

the16o=ArcTan[y61o/x61o]+Pi

phi62=the16o-the12o

len34=319.6

the34o=0

len35=.Sqrt[x53o^2+y53o^2]

the35o=ArcTan[y53o/x53o]

phi54=the35o-the34o

len1K=xK1o/Cos[-the12o]

len1L=xL1o/Cos[-the12o]

len1M=xM1o/Cos[-the12o]

len1N=xN1o/Cos[-the12o]

(* -- Geometric Data -- *)

x81=0

y81=-r1

x72=0

```

y72=-r2
x93=0
y93=-r3
the12=ArcSin[(r2-r1)/len12]
x21=len12*Cos[the12]
y21=len12*Sin[the12]
the14=the12+phi42
x41=len14*Cos[the14]
y41=len14*Sin[the14]
the16=the12+phi62
x61=len16*Cos[the16]
y61=len16*Sin[the16]
the34=ArcSin[-(y81-y41-y93)/len34]
x43=len34*Cos[the34]
y43=len34*Sin[the34]
the35=the34+phi54
x53=len35*Cos[the35]
y53=len35*Sin[the35]
x65=x61-x53+x43-x41
y65=y61-y53+y43-y41
xK1=len1K*Cos[the12]
yK1=len1K*Sin[the12]
xL1=len1L*Cos[the12]
yL1=len1L*Sin[the12]
xM1=len1M*Cos[the12]
yM1=len1M*Sin[the12]
xN1=len1N*Cos[the12]
yN1=len1N*Sin[the12]
xN2=xN1-x21
yN2=yN1-y21

{
(* -- 各節点での力の釣り合い -- *)
f1T1h+f1Ch+f1Fh==0,
f1T1v+f1Cv+f1Fv==0,
f2T2h+f2Fh==0,
f2T2v+f2Fv==0,
f3T3h+f3Ah==0,
f3T3v+f3Av==0,
f4Fh+f4Ah==0,
f4Fv+f4Av==0,
f5Ah+f5Rh==0,
f5Av+f5Rv==0,
f6Rh+f6Fh==0,
f6Rv+f6Fv==0,
f7T2h+f7Gh==0,
f7T2v+f7Gv==0,

f8T1h+f8Gh==0,
f8T1v+f8Gv==0,
f9T3h+f9Gh==0,
f9T3v+f9Gv==0,
fKT1h+fKSh==0,
fKT1v+fKSv==0,
fLFh+fLSh==0,
fLFv+fLSv==0,
fMFh+fMSh==0,
fMFv+fMSv==0,
fNT2h+fNSh==0,
fNT2v+fNSv==0,

(* -- 力の方向に関する条件 -- *)
fKSh*x21+fKSv*y21==0,
fLSh*x21+fLSv*y21==0,
(* fMSh*x21+fMSv*y21==0, *)
fNSh*x21+fNSv*y21==0,

(* T1 *)
fT11h+fT18h+fT1Kh==0,
fT11v+fT18v+fT1Kv+wT1v==0,
x81*fT18v-y81*fT18h+xK1*fT1Kv-yK1*fT1Kh==0,

(* T2 *)
fT22h+fT27h+fT2Nh==0,
fT22v+fT27v+fT2Nv+wT2v==0,
x72*fT27v-y72*fT27h+xN2*fT2Nv-yN2*fT2Nh==0,
fT27h==mu*fT27v,

(* T3 *)
fT33h+fT39h==0,
fT33v+fT39v+wT3v==0,
x93*fT39v-y93*fT39h==0,
(* fT39h==0, *)

(* Frame *)
fF1h+fF2h+fF4h+fF6h+fFLh+fFMh==0,
fF1v+fF2v+fF4v+fF6v+fFLv+fFMv+wFv==0,
x21*fF2v-y21*fF2h+x41*fF4v-y41*fF4h+x61*fF6v-
y61*fF6h+(* mF1+mF2+ *)
xL1*fFLv-yL1*fFLh+xM1*fFMv-yM1*fFMh+x21*wFv/
2==0,

(* Shaft *)
fSKh+fSLh+fSMh+fSNh==0,
fSKv+fSLv+fSMv+fSNv==0,

```

```

xK1*fSKv-yK1*fSKh+xL1*fSLv-yL1*fSLh+xM1*fSMv-
yM1*fSMh+xN1*fSNv-yN1*fSNh==0,
(* m2T2/m1T1==rho2/rho1*gam1/gam2, *)
gam1*fSKv==gam2*fSNv,

(* Arm *)
fA3h+fA4h+fA5h==0,
fA3v+fA4v+fA5v==0,
x43*fA4v-y43*fA4h+x53*fA5v-y53*fA5h==0,

(* Rod *)
fR5h+fR6h==0,
fR5v+fR6v==0,
x65*fR6v-y65*fR6h==0,

(* -- Reciprocity -- *)
f1T1h+fT11h==0,
f1T1v+fT11v==0,
f1Fh+fF1h==0,
f1Fv+fF1v==0,
f2T2h+fT22h==0,
f2T2v+fT22v==0,
f2Fh+fF2h==0,
f2Fv+fF2v==0,
f3T3h+fT33h==0,
f3T3v+fT33v==0,
f3Ah+fA3h==0,
f3Av+fA3v==0,
f4Fh+fF4h==0,
f4Fv+fF4v==0,
f4Ah+fA4h==0,
f4Av+fA4v==0,
f5Ah+fA5h==0,
f5Av+fA5v==0,
f5Rh+fR5h==0,
f5Rv+fR5v==0,
f6Rh+fR6h==0,
f6Rv+fR6v==0,
f6Fh+fF6h==0,
f6Fv+fF6v==0,
f7T2h+fT27h==0,
f7T2v+fT27v==0,
f8T1h+fT18h==0,
f8T1v+fT18v==0,
f9T3h+fT39h==0,
f9T3v+fT39v==0,
fKT1h+fT1Kh==0,

fKT1v+fT1Kv==0,
fKSh+fSKh==0,
fKsv+fSKv==0,
fLFh+fFLh==0,
fLFv+fFLv==0,
fLSh+fSLh==0,
fLSv+fSLv==0,
fMFh+fFMh==0,
fMFv+fFMv==0,
fMSh+fSMh==0,
fMSv+fSMv==0,
fNT2h+fT2Nh==0,
fNT2v+fT2Nv==0,
fNSh+fSNh==0,
fNSv+fSNv==0
(*
m1T1+mT11==0,
m1F+mF1==0,
m2F+mF2==0,
m2T2+mT22==0,
m3T3+mT33==0
*)
(* fR5==Sqrt[fR5h^2+fR5v^2] *)
);
equations=%

(*
(* Make Table for Plot *)
s={{}}
Do[ {
  sol=Sort[Solve[equations]],
(* pfT27v=Position[sol,fT27v]+{{0,0,1}},
  pfR5v=Position[sol,fR5v]+{{0,0,1}},
  values=Extract[ sol,{ Flatten[pfT27v],Flatten[pfR5v] }
],
  s=Flatten[{s,{{ Sqrt [fR5h^2+values [[2]]^2},values
[[1]] }} },1]
*)
  v1=Extract[sol,Position[sol,fT27v]+{{0,0,1}}][[1]],
  v2=Extract[sol,Position[sol,fR5v]+{{0,0,1}}][[1]],
  s=Flatten[ { s, {{Sqrt[fR5h^2+v2^2],v1}} },1]
},
{fR5h,0,82.11,8.211} ]
s=Rest[s]
*)
sol=Solve[equations];

```

```

sol=Sort[Flatten[sol]];

variables=Table[sol[[i,1]],{i,1,98}];

newvariables=Delete[variables,Position[variables,mu]];

newvariables=Delete[newvariables,Position[newvariables,fr5h]];

newvariables=Append[newvariables,ft27h];

newvariables=Append[newvariables,ft27v];

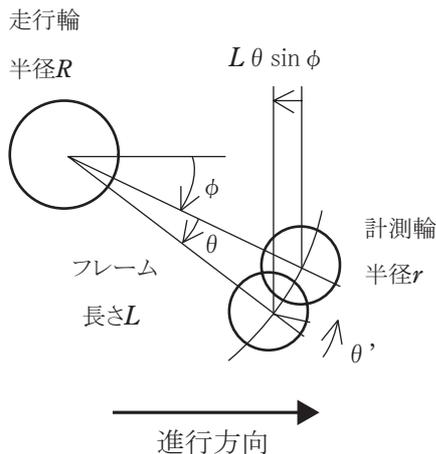
newvariables=Sort[newvariables];
sol=Solve[equations,newvariables];
sol=Sort[Flatten[sol]];
sol[[92,1]]
sol[[92,2]];
Expand[%]
(* END *)
    
```

付録 4. フレームの回転と計測輪の回転の関係

図付5に走行輪と計測輪との位置関係を模式的に示す。向かって右側が走行時の進行方向である。見易くするためタイヤ半径はフレーム長に比べて小さくしてある。初期状態において走行輪車軸と計測輪車軸を結ぶ線分(フレームに対応)が水平線となす角度を ϕ とする。

実際にはそこから走行輪車軸を上方へ変位させるが、考えやすくするため、走行輪車軸を固定してフレームが走行輪車軸を中心にして下方に回転した状態を考える。フレームが微小な角度 θ だけ下方に回転すると、走行輪はフレームに対して θ だけ後進回転することになり、傘歯車の伝達機構でつながっている計測輪はフレームに対して θ' だけ後進回転する。このとき走行輪のタイヤ半径 R 、計測輪のタイヤ半径 r 、滑り率 s との間には

$$(R\theta - r\theta') / (R\theta) = s$$



図付 5. フレームと計測輪の回転

の関係が成り立つ。計測輪の地面に対する(後進回転の)回転角は $\alpha = \theta' - \theta$ となる。計測輪の接地部分は地面に対して前方に $r\alpha$ だけ周転しているが、一方、フレームが角度 ϕ の初期位置から θ だけ回転したことにより、計測輪車軸は後方に $L\theta \sin \phi$ だけ変位するため、正味の前方への変位量はこれらの差 $r\alpha - L\theta \sin \phi$ で表される。具体的に $R = 314.2\text{mm}$, $r = 175\text{mm}$, $s = 0.116$, $L = 400.1\text{mm}$, $\phi = 18.4^\circ$ の値を使ってこの変位量を計算すると、

$$\begin{aligned}
 & r\alpha - L\theta \sin \phi \\
 &= (175(1.59 - 1) - 400.1\sin 18.4^\circ) \theta \\
 &= -23\theta
 \end{aligned}$$

となり、フレームが下方に θ だけ回転すると計測輪接地部分は地面に対して後方に移動することがわかる。このため計測輪は地面から進行方向を向いた摩擦力を受けることになり、この摩擦力は計測輪を後進回転させるトルクとして作用する。

逆に、フレームが走行輪車軸を中心にして上方に回転する場合は、状態が上記の計算で θ を逆符号にしたものとなり、フレームが上がるに従って計測輪には地面摩擦力により前進回転させるトルクが働くことになる。