

# 超音速ジェットの影響に及ぼす攪乱速度成分の影響

渡辺 大輔(富山大)

## Effect of the disturbance velocity component on jet diffusion in a supersonic jet

WATANABE Daisuke (Univ. of Toyama)

### ABSTRACT

The three-dimensional compressible Navier-Stokes equations are numerically solved to study effect of the velocity component of inflow disturbance on receptivity of helical mode in a supersonic round jet at high convective Mach numbers. Initial disturbances with only  $u_r$ ,  $u_\theta$  and  $u_z$  velocity components are compared. The numerical results show that the inflow disturbance of the only  $u_r$  component is easily accepted into the jet as the helical mode than the case of the only  $u_\theta$  component and  $u_z$  component without azimuthal wave number dependency. In addition, the magnitudes of the pressure fluctuations emitted from the jet are approximately equal when the diffusion start time of the jet is the same. There are less dependence of initial condition's velocity component in the jet sound field.

### 1. はじめに

ジェットが超音速では、ノズル背後に形成されるショックセルなどの衝撃波に起因するスクリーチ音、さらに高マッハ数のジェットではマッハ波が生じるなど、亜音速ジェットに比べ大きな騒音が発生する。高マッハ数のジェット騒音を支配するマッハ波は、ジェットせん断層に起こる超音速で進行する不安定波が音源であり、せん断層の急速な拡大により低減できることが予測されている。

これまで我々は、 $M = 2.0$ ,  $Re = 2000$ のジェットにおいて、線形安定性解析から求めた固有関数を用い、同一振幅かつ回転方向が異なる第三ヘリカルモード（周方向波数 $m = \pm 3$ ）を組み合わせた攪乱（ヘリカルモードペア）をランダム攪乱により励起されたジェット上流に加えた場合、ランダム攪乱のみを上流から与えたケースと比べ半径 $r = 45r_0$ において約3dB程度圧力変動レベルが低下するとともに、この位置での半径方向減衰率も低い値を示すことを確認している<sup>2)</sup>。この手法を実際のジェットへ適用する場合、固有関数の速度3成分を全てノズル部に加えるにはノズル部に複雑な機構が必要となる。そこで本研究では、流入部に与える第三ヘリカルモードを構成する速度成分を制限した単一速度成分のみを流入攪乱として与えたDNSを実行し、どの速度成分が最も効率的にヘリカルモードをジェットに受容させることができるかを調査する。

### 2. 計算方法

直接数値シミュレーションにおいて支配方程式は円筒座標系で記述された圧縮性ナビエ・ストークス方程式である。無次元化は、ジェットの中心速度  $U_j$ 、ジェット半径  $r_0$ 、ジェット周囲の密度 $\rho_\infty$ および粘性係数 $\mu_\infty$ によって無次元化し、レイノルズ数は、

$$Re = \frac{U_j r_0}{\mu_\infty} \quad (1)$$

である。ジェット(top-hat jet)の層流速度分布は Freund 等<sup>3)</sup>と同様に tanh 型のジェット速度分布を与えた。

$$U(r) = \frac{U_j}{2} \left\{ 1 - \tanh \left[ \frac{1}{4\delta_0} \left( \frac{r}{r_0} - \frac{r_0}{r} \right) \right] \right\} \quad (2)$$

ここで、 $\delta_0$  はせん断層厚さのパラメータである。図 1 に $\delta_0 = 0.08$ のジェット速度分布を示す。また、温度分布(図 1)はプラントル数  $Pr = 1$  として Crocco-Busemann の関係式を用いた。

$$\bar{T}(r) = M_j^2 \frac{\gamma - 1}{2} \frac{(U_j U(r) - U(r)^2)}{U_j} + \frac{T_\infty (U_j - U(r))}{U_j} + \frac{T_j U(r)}{U_j} \quad (3)$$

ここで、 $M = U_j/c_\infty$  であり  $c_\infty$  はジェット周囲の音速である。本研究では  $T_j/T_\infty = 1.0$  とした。

直接数値シミュレーションは一波長分の線形不安定波の非線形発達を調べるため、ジェット主流方向に周期境界条件を課した時間発展計算とした。空間の離散化に対し非線形項を含む移流項には、マッハ波を安定に捕らえるため高波数帯に数値粘性を持つ 5 次精度散逸コンパクトスキーム<sup>4)</sup> (境界では 3 次精度)を用い、粘性項に 6 次精度中心コンパクトスキーム<sup>5)</sup> (境界では 4 次精度)を用いた。図 2 は計算領域であり、ジェット初期半径  $r_0$  を基準長さとし、 $0 < x < \lambda_x (= (2\pi/\alpha)r_0$ : 不安定波 1 波長分),  $0 < r < 30r_0$ ,  $0 < \theta < 2\pi$  とし、格子数は  $N_x \times N_r \times N_\theta = 140 \times 200 \times 128$  を用いた。半径方向には格子伸長を行い、半径方向最小格子間隔は  $dr = 0.045r_0$  である。また、半径方向の選点は中心を跨ぎ格子点を配置し (中心に最も近い点は  $r = dr/2$ )、中心付近では周方向にフーリエ変換による Low-pass フィルターを用い周方向波長が  $\lambda_\theta < 2dr$  となる振幅を除去した。境界条件は、境界における音波や渦の通過に伴う音波等の反射を可能な限り抑えるため半径方向に強制的な流出境界<sup>6)</sup>を用い ( $28r_0 < x < 30r_0$ )、また周方向には周期境界条件を用いた。また、時間発展には 4 次精度 Runge-

Kutta 法を用い時間ステップは計算安定性から  $dt=0.02$  とした.

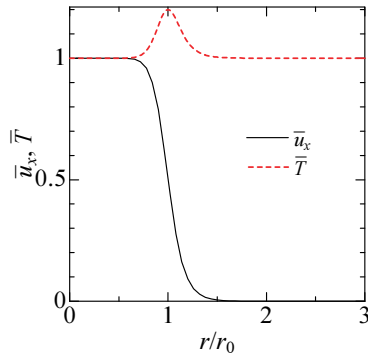


Fig.1 Jet mean velocity and temperature.

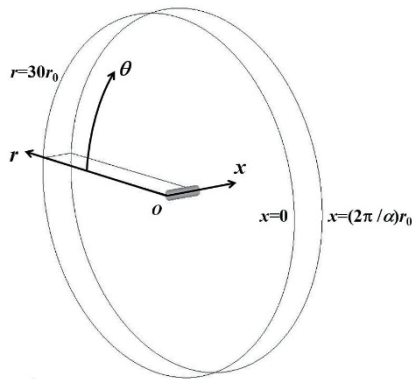


Fig.2 Computational box of DNS.

### 3. 初期攪乱

本研究では、初期攪乱を線形安定性解析から求めた速度 3 成分を含むヘリカルモードの固有関数分布で与えたケースおよび単一速度成分 ( $u_r, u_\theta, u_x$ ) のみをそれぞれ初期攪乱として与えたケースを比較した. このとき、ヘリカルモードは絶対値が等しい正負の異なる周方向波数  $m>0$  および  $m<0$  を同時に与えたペアケース ( $m=\pm 1, \pm 2, \pm 3$ ) として DNS の初期攪乱とした.

固有関数を与えたケースでは、初期線形攪乱は次式で表される.

$$\tilde{\mathbf{d}}_m = \sum_m A_m \hat{\mathbf{d}}_m(r) \exp[i\{\alpha x + m\theta\}]. \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{d}=(u_r, u_\theta, u_x, \rho, p)$ であり、 $\hat{\mathbf{d}}$  は固有関数を表し各値の分布を図 3 に示す.  $\alpha$  は主流方向波数,  $m$  ( $=\dots-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$ ) は周方向波数であり  $|m| \geq 1$  はヘリカルモードを表す. また、 $A_m$  は振幅の大きさを決めるパラメータである.

単一成分のみのケースでは、速度変動を以下のように  $\sin$  波として与え半径方向の位相は一定とした.

$$\tilde{u}_i = \sum_m A_i \phi(r) \sin[\alpha x + m\theta]. \quad (5)$$

ここで  $\phi(r)$  は振幅分布であり、

$$\phi(r) = \exp[-25(r/r_0 - 1)^2], \quad (6)$$

と与え、固有関数の  $u_x$  成分に近い分布とした (図 3).

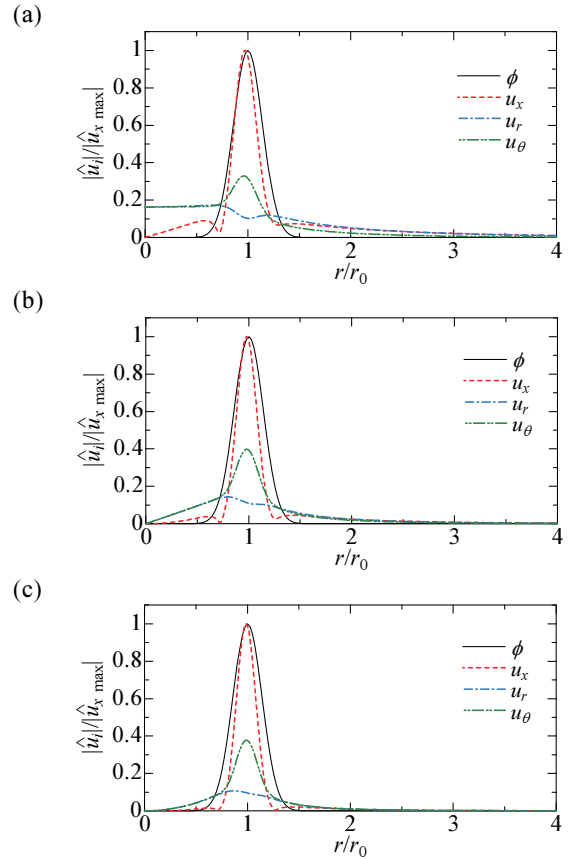


Fig.3 Eigen functions of (a)  $m=1, \alpha=1.02$  (b)  $m=2, \alpha=1.29$  and (c)  $m=3, \alpha=1.40$  for  $M=2.0$  and  $Re=2000$ .

この初期攪乱の  $m=\pm 3$  の  $r/r_0=1$  における  $x-\theta$  断面の分布を図 4(a)に示す. ただし、図には  $x$  方向に 3 波長分を示した. 図から分かるように  $m=\pm 3$  の場合、速度分布は周方向に 6 つの領域に分かれており、周方向に隣り合う領域の位相は  $\pi$  ずれた正負の互い違いの分布となる.

また、ジェット主流方向波数  $\alpha$  は、 $M=2.0, Re=2000$  において周方向波数  $m$  のヘリカルモードが最大の線形成長率を示す付近の値を設定した ( $m=1: \alpha=1.02, m=2: \alpha=1.29, m=3: \alpha=1.40$ ). 固有関数ケース(EF)の初期振幅は図 3 に示した固有関数分布から、最も固有関数振幅の最大値が大きい  $u_x$  成分を基準とし、この最大値がジェット速度の 2% となるよう  $A_m$  を設定した. また、単一成分のケース ( $u_r, u_\theta, u_x$ ) では、 $A_v$  を固有関数の最大値がジェット速度の 2% になるよう与えた. ただし、ヘリカルモードペアとして与えた場合、正負の  $m$  のモードが重なり合うため図 4(a)に示した断面図における振幅は  $A_m$  の 2 倍となっている.

さらに、初期攪乱としてジェットノズル部において周方向に並んだ小さなノズルより中心方向に噴き出した速度場 ( $u_r$  成分のみ) を模擬した 3 つの条件を与えた. 1 つ目は、時間的に定常な吹き出し(NS) (本シミュレーションは時間発展計算のため、時間  $t$  を  $x$  方向と見なししている) であり、2 つ目は吹き出しを同位相の周期的な変動として吹き出したケース(NSP), 3 つ目はヘリカルモードペアを模擬し、隣り合う小さなノズルからの吹き出す位相を  $\pi$  ずらした互い違いの吹き出

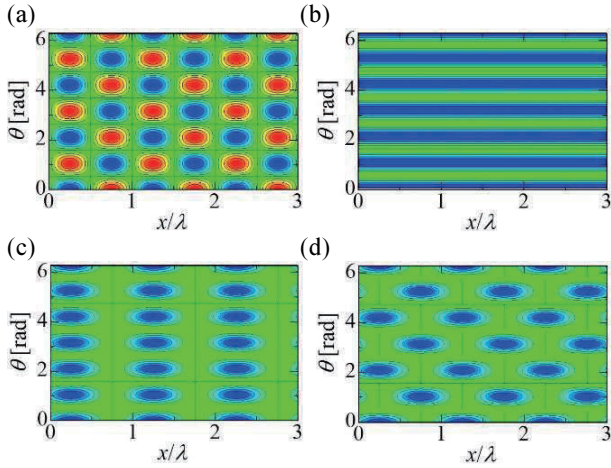


Fig.4 Distribution of initial velocity disturbance at  $r=1$  for (a) Eq.(5)  $m=\pm 3$ , (b) Eq.(7) NS  $n=6$ , (c) Eq.(8) NSP  $n=6$  and (d) NAP  $n=6$ .

し(NAP)である．図 4(b, c, d)はそれぞれ  $n=6$  の場合の NS, NSP, NAP ケースの初期攪乱分布である．NS ケースの初期攪乱分布は、

$$\tilde{u}_r = -A_{Nv} \phi(r) [\cos(n\theta) + 1]/2, \quad (7)$$

と与え、NSP ケースは、

$$\tilde{u}_r = -A_{Nv} \phi(r) [\cos(n\theta) + 1] [\sin(\alpha x) + 1]/4, \quad (8)$$

と与えた．ここで  $n$  は周方向波数であり、 $A_{Nv}$  は振幅を表す．NAP ケース(図 4d)は NSP ケースの隣り合う

吹き出しを  $x$  方向に  $\pi$  らし与えた．この NAP ケースは図 4(a)に示した  $m=\pm 3$  のヘリカルモードペアの速度分布を中心方向への負の値のみの変動としたものとほぼ一致する．

#### 4. 計算結果

初めに固有関数ケース(EF)と単一速度成分ケース( $u_r, u_\theta, u_x$ )の比較を行った．図 5 は主流方向および周方向に平均されたジェット平均速度最大値の 1%となる半径の時間変化であり、振幅 2% ケースを比較した．ただし、 $m=\pm 3$  は固有関数ケースの 5% ケースを合わせて図示している．どのケースも  $t < 20$  の範囲では攪乱なしの層流とほぼ同じ変化を示すが、 $t > 20$  付近より初期攪乱に応じた違いが見られる． $m=\pm 1$  では、固有関数を初期攪乱としたケースが最も早くジェットの拡散が生じており、次に  $u_r$  成分ケース、さらに遅れて  $u_\theta$  と  $u_x$  が続いている．また、 $m=\pm 2$  では、 $u_r, u_\theta$  固有関数、 $u_x$  の順に拡散が生じている．これら  $m=\pm 1$  と  $m=\pm 2$  の比較では、ジェットの拡散に対する初期攪乱の速度成分の影響はそれほど大きくはない．一方、 $m=\pm 3$  では、振幅 2% の  $u_r$  と  $u_\theta$  成分のみのケースの拡散が、固有関数 5% ケースと同程度の約  $t = 20$  から拡散しており、それに対し  $u_x$  成分の拡散は大きく遅れ固有関数 2% ケースとほぼ同じ約  $t = 35$  から拡散している．どの周方向波数のヘリカルモードペアにおいても  $u_r$  成分の初期攪乱が最も拡散を促進しており、 $u_x$  ケースは拡散が遅く他の速度成分と比べジェットへの受容性は相対的に低い傾向を示した．

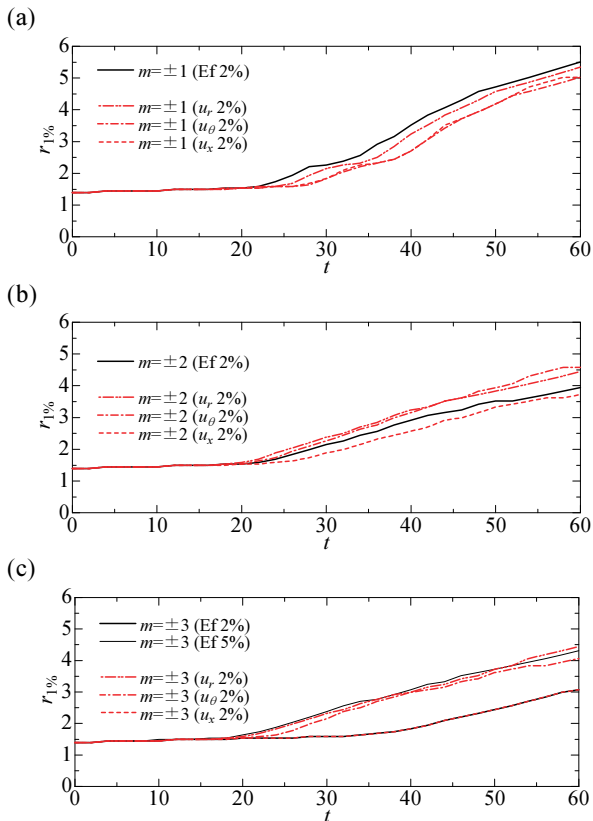


Fig. 5 Time development of 1% radius for (a)  $m=\pm 1$ , (b)  $m=\pm 2$  and (c)  $m=\pm 3$ .

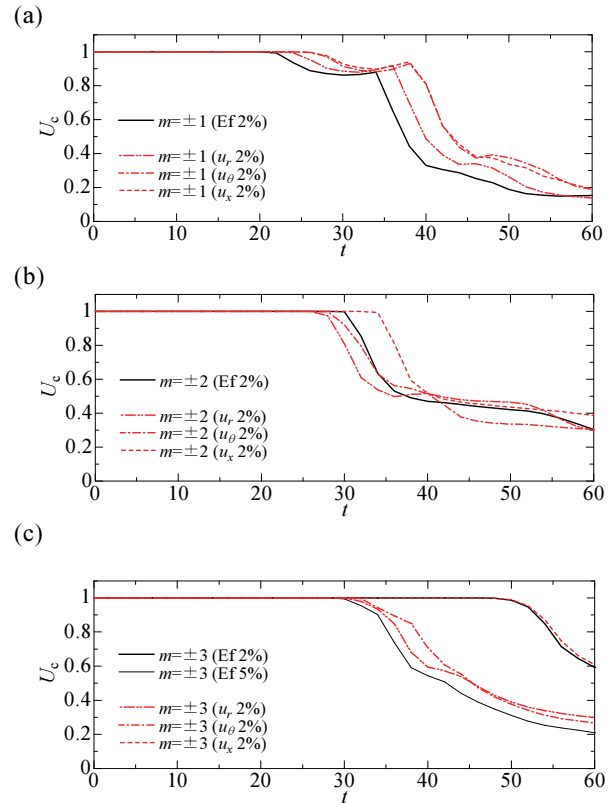


Fig. 6 Time development of jet centerline velocity for (a)  $m=\pm 1$ , (b)  $m=\pm 2$  and (c)  $m=\pm 3$ .

図 6 にジェット中心速度の時間変化を示す。この中心速度が  $U_c < 1$  となる時刻はジェットのポテンシャルコアが消失する時刻に対応する。ポテンシャルコアが消失する時刻もジェットの 1% 半径の拡大と同様の傾向を示している。  $m=\pm 1$  と  $m=\pm 2$  において、振幅 2% ではポテンシャルコアの消失はおおよそ  $t=30$  付近となっている。一方、  $m=\pm 3$  の中心速度の変化でも振幅 2% の  $u_r$  と  $u_\theta$  成分ケースは振幅 5% の固有関数ケースと同じ約  $t=30$  付近から中心速度が低下し、  $u_x$  ケースのみが約  $t=50$  と振幅 2% の固有関数ケースと同時刻から低下している。

図 7 に初期攪乱として与えた各モードの半径方向に積分された速度振幅の発達を示す。図に示した速度振幅  $\|\hat{\mathbf{u}}\|$  は次式で表される。

$$\|\hat{\mathbf{u}}\|(t, \alpha, m) = \int_0^{Lr} \sqrt{\hat{u}_i(t, \alpha, r, m) \hat{u}_i^*(t, x, r, m)} 2\pi dr \quad (i=x, r, \theta) \quad (9)$$

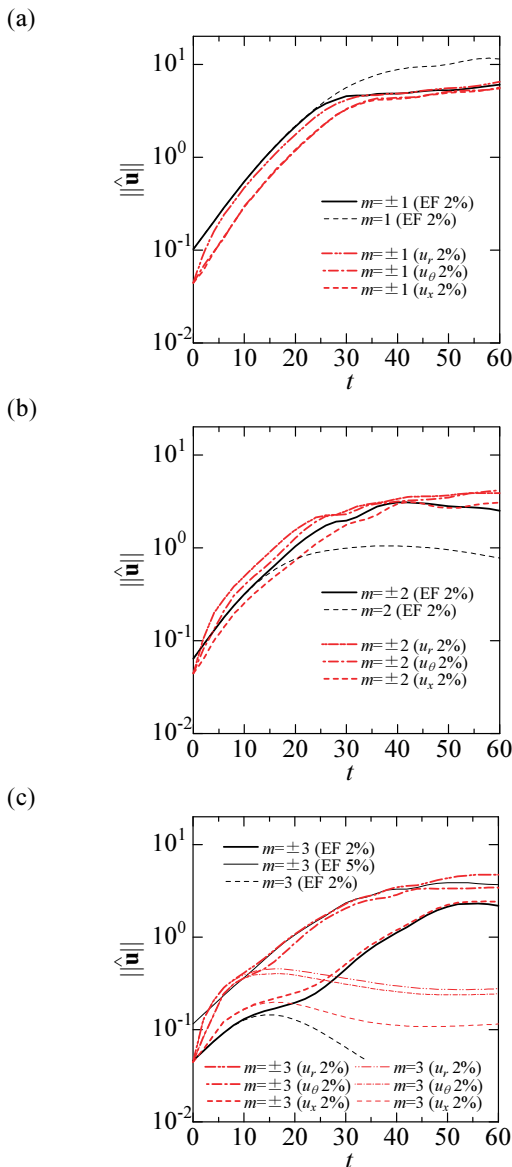


Fig.7 Development of mode's velocity vector amplitude  $\|\hat{\mathbf{u}}\|(t, \alpha, m)$  for (a)  $m=\pm 1$ , (b)  $m=\pm 2$  and (c)  $m=\pm 3$ .

ここで、  $\hat{u}_i(t, \alpha, r, m)$  は主流方向と周方向の 2 次元フーリエ変換で得られた振幅であり、\* は複素共役を表す。図より、  $m=\pm 1, \pm 2, \pm 3$  のケースにおいて  $t < 10$  では  $u_r$  ケースが線形増幅する固有関数ケース(EF)と比較し高い振幅増幅率を示していることが分かる。また、  $m=\pm 2, \pm 3$  の  $u_\theta$  ケースも線形増幅より高い増幅率で振幅が大きくなっている。この高い増幅率は、図 7(c) に合わせて示したそれぞれの速度成分を単一のヘリカルモードとして与えた ( $m=3$ ) ケースの増幅が、ヘリカルモードペア ( $m=\pm 3$ ) のケースと  $t < 10$  の範囲において一致している。このことから、この急激な振幅増幅はヘリカルモードペアとした際の正負の  $m$  のモードの干渉ではなく、単一のヘリカルモードとして受容される際に生じていることが分かる。これらの結果より、単一の速度成分を初期攪乱とした場合、  $u_r$  成分が最もヘリカルモードとしてジェットに受容されやすいことが分かる。

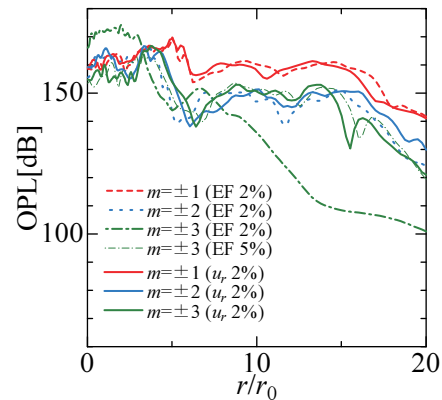


Fig. 8 Radial profile of overall pressure fluctuation level [dB] at  $\theta=0^\circ$  and  $t=60$ .

初期攪乱の違いによるジェットから放射される圧力変動を調べた結果を図 8 に示す。図 8 は  $t=60$  の  $\theta=0^\circ$  における圧力変動レベルの半径方向分布である。図中で比較しているケースは、図 5 において約  $t=20$  から拡散を示す固有関数ケース ( $m=\pm 1$  EF2%,  $m=\pm 2$  EF2%,  $m=\pm 3$  EF5%) と振幅 2% の  $u_r$  成分のみのケースである。ただし、  $m=\pm 3$  のみ固有関数 2% ケースも併せて示している。拡散時刻を揃えた場合、同じ周方向波数の初期攪乱を比較すると、固有関数とした場合と  $u_r$  成分のみとした場合では、両者の圧力変動レベルはほぼ同程度であり、初期攪乱の速度成分の影響は小さいことが確認できる。また、超音速の位相速度を持つ  $m=\pm 1$  の圧力変動レベルは、音速付近の位相速度を持つ  $m=\pm 2, \pm 3$  ケースと比較し 10dB 程度高い値を示している。

次に、初期攪乱としてジェットノズル部から中心方向に小さなノズルより噴き出した速度場を模擬したケースを吹き出し速度振幅  $A_{Nv}$  を変化させ比較した。ここでは、前述の単一速度成分のみのケースにおいて最も受容性が高かった  $u_r$  成分のみを比較した。図 9 は平均速度最大値の 1% となる半径の時間変化であり、図 9(a, b) はそれぞれ  $n=4$  (ノズル数 4) および  $n=6$  のケースを示した。図より、ノズル数  $n$  によらず、ヘリカルモードペアと似た速度変動を与えた互い違いの吹き出しの NAP ケースが最も拡散を促進し、次いで同位相の NSP ケースとなり、定常な吹き出しの NS ケースは 20%



の吹き出し振幅を与えても拡散への影響は小さい結果となった。この結果は図 10 に示した中心速度の変化も同様の結果を示した。これらのことから、ジェットの拡散を目的にヘリカルモードペアをジェットに与える際に、中心方向へ向けた少数の小さなノズルからの吹き出しのみでも効果が期待できることが確認された。

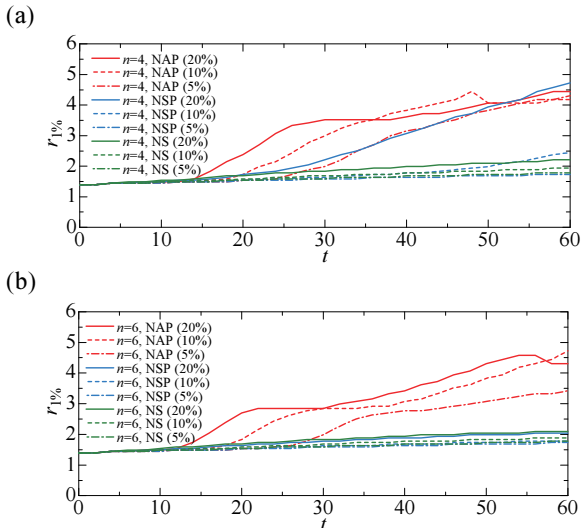


Fig. 9 Time development of 1% radius for (a)  $n=4$  and (b)  $n=6$ .

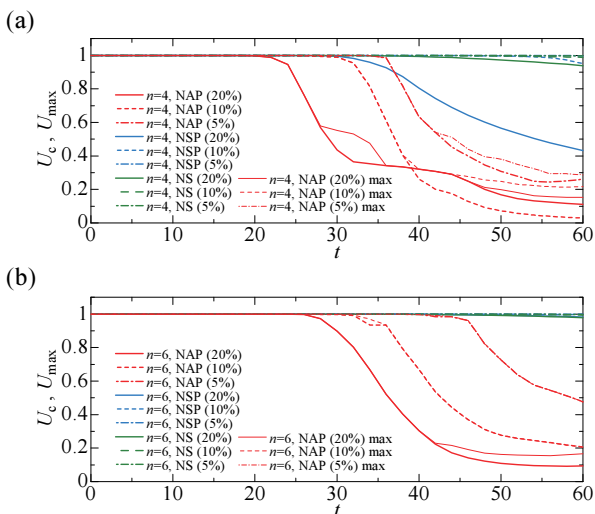


Fig. 10 Time development of jet centerline velocity for (a)  $n=4$  and (b)  $n=6$ .

図 11 は  $t=60$  の  $\theta=0^\circ$  における圧力変動レベルの半径方向分布である。図中に示したケースは、図 9 において約  $t=20$  から拡散を示す固有関数ケース ( $m=\pm 1$  EF2%,  $m=\pm 2$  EF2%,  $m=\pm 3$  EF5%) と振幅 10% の NAP のケースである。単一速度成分の比較と同様に拡散開始時刻が同じであれば、 $5r_0 < r < 15r_0$  の範囲でのジェットから放射される圧力変動レベルは固有関数ケースとほぼ等しいことが分かる。しかし、NAP ケースの初期速度場は単一ケースよりも非平衡な状態のため、 $t=0$  より音波として放射される非平衡成分が大きいと、 $r < 20r_0$  の範囲（早い時刻に放射された圧力変動が分布）では、固有関数や単一速度の  $u_r$  ケースより高い値を示した。

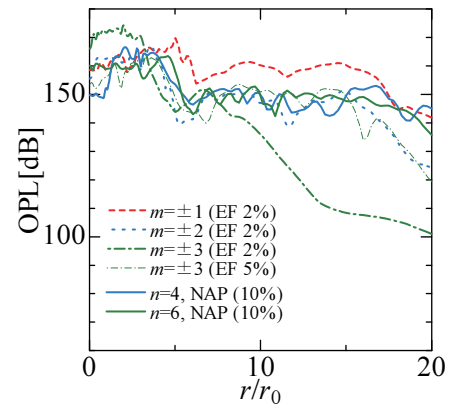


Fig. 11 Radial profile of overall pressure fluctuation level [dB] at  $\theta=0^\circ$  and  $t=60$ .

## 5. まとめ

超音速ジェットから放射されるマッハ波低減を目的に  $M=2.0$ ,  $Re=2000$  における超音速円形ジェットの時間発展 DNS を実行し以下のことを確認した。

- ・初期攪乱を単一速度成分のみとした場合、半径方向速度攪乱が最もヘリカルモードとしてジェットに受容されやすい。
- ・ヘリカルモードペアをジェットに加える際、中心に向けた半径方向の吹き出しでもジェットに受容される。ただし、加える振幅は正負の半径方向への吹き出しと比べ大きな振幅が必要となる。
- ・音速付近の位相速度を持つ  $m=\pm 2$ ,  $m=\pm 3$  では、ジェットから放射される圧力変動は、初期攪乱の速度成分によらず、拡散開始時刻が同じであればほぼ等しい大きさでジェットから放射される。

## 謝辞

本計算は、東京大学情報基盤センターのスーパーコンピュータを使用させて頂きました。また、本研究は文部科学省科学研究費(課題番号: 15K05787)の補助を受けたことを記し感謝の意を示します。

## 参考文献

- (1) SEINER, J. M., and KREJSA, E., "Supersonic Jet Noise and the High-Speed Civil Transport", *AIAA Paper*, No. 89-2358(1989).
- (2) 渡辺大輔 & 前川 博, "超音速平面乱流ジェットの音響場に対する斜め不安定モードの影響", 日本機械学会論文集 B 編 72, 724, (2006), 2878-2885.
- (3) FREUND, J. B., LELE, S. K. and Moin, P., "Numerical Simulation of a Mach 1.92 Turbulent Jet and Its Sound Field", *AIAA J.* Vol. 38, No. 11 (2000), pp.2023-2031.
- (4) DENG, X., MAEKAWA, H. and SHEN, C., "A Class of High Order Dissipative Compact Schemes", *AIAA Paper*, No. 96-1972(1996).
- (5) LELE, S. K., "Compact Finite Difference Schemes with Spectral-like Resolution", *J. Comput. Phys.* Vol.103(1992), 16-42.
- (6) FREUND, J. B., "Proposed Inflow/Outflow Boundary Condition for Direct Computation of Aerodynamic Sound", *AIAA J.* Vol. 35, No. 4 (1997), pp.740-742.