# 絶縁体を入れた水素 MPD スラスタの局所最適化

# Local Optimization of the Discharge Chamber Shape with long insulator for a hydrogen MPD Thruster

○阿部赳之(日大・院)・田内思担(総研大)、中根昌克(日大)、船木一幸(宇宙航空研究開発機構)

○Takayuki Abe(Nihon University) • Shitan Tauchi(SOUKENDAI) • Masakatsu Nakane (Nihon University) • Ikko Funaki (JAXA)

## Abstract (概要)

An MPD thruster can be a main thruster for a deep space exploration mission because of its high thrust density and specific impulse. Because the thrust efficiency of an MPD thruster is not so high however, it is not in the practical stage. One of the methods of improving thrust efficiency is optimization for the shape of its discharge chamber. We optimized discharge chamber shape with the following 4 conditions; using a short cathode, inserting an insulator to the anode, having long straight section, and applying high discharge current. As a result, we found that most of the current could be kept inside the nozzle, the ion slip parameter did not so increase, and the energy loss was suppressed. Therefore, the shape with a long straight part a long insulator is considered to be an excellent design guideline for MPD thrusters.

#### 記号の説明

- B: 磁束密度ベクトル E: 雷場ベクトル Eh.vib.e: 重粒子・振動・電子エネルギ 単位テンソル I: 電流密度ベクトル i: ボルツマン定数 k: ns,e: s 種粒子電子の数密度 p: 圧力 pe: 電子圧力 並進エネルギ - 電子エネルギ間の緩和項  $Q_{tr-e}$ : 電子エネルギ - 振動エネルギ間の緩和項  $Q_{e-vib}$ : Qtr-vib: 並進エネルギ - 振動エネルギ間の緩和項 Q<sup>h</sup>diss: 解離による重粒子の損失エネルギ Ofdiss: 解離による電子の損失エネルギ 電離による電子の損失エネルギ  $Q^{e_{ion}}$ : イオンスリップパラメター Sion: 並進・振動・電子温度  $T_{tr,vib,e}$ : 時間 t: 平均流速ベクトル u: ホールパラメター  $\beta_e$ : 並進・回転・振動・電子の熱伝導係数 λtr.rot.vib.e 真空の透磁率  $\mu_0$ : 質量密度  $\rho$ : *ρ*: s 種の生成率
- *σ*: 導電率
- τ: 粘性テンソル
- F: 推力
- *m*: 推進剤流量
- P: 放電電力
- ue: 出口流速
- J: 放電電流值
- V: 放電電圧値

## 1. はじめに

MPD スラスタ (Magneto-Plasma Dynamic Thruster; MPDT) は電気推進機の 1 種である.他の電気推進機と比べ,比較 的高い推力密度・比推力を持ち,構造が単純であるという ような特徴を備えている.また大電力投入が可能であるこ とから,将来の深宇宙 探査や大規模軌道間物資輸送におけ る主推進機として期待されている.しかし推進効率が低い うえ,熱による電極の損耗や大電力供給のための電源がな いなどの問題がある.そのため実用化には至っておらず, これらを改善するための研究が進められている.

我々の研究対象としている自己誘起磁場型 MPD スラス タ(Self Field MPDT; SF-MPDT)は、図1のように、棒状 の陰極とそれを囲むノズルを兼ねた陽極とで構成される. 作動原理は、スラスタ内に流入する推進剤を陰極と陽極間 のアーク放電によって加熱・電離し、陰極周りに発生する 自己誘起磁場によるローレンツ力によって推力を得る<sup>1)</sup>. さらにノズルによる空気力学的推力も同時に得られる.推 進効率は、電流経路などの放電室内部の流れ場に依存する. 我々は、最適化手法を用いて推進効率を最大化する放電室 形状の設計指針を得ることを目指している.



Fig. 1 MPD thruster diagram.

#### 2. 研究背景および目的

梶川<sup>2</sup>)は推進剤に水素を使い放電電流 6kA と 9kA の 2 通 りで最適化を行った.また,田内<sup>3</sup>)は水素推進剤で 12kA の 高電流域で最適化を行った.この放電電流値は、後述する 設計変数における MPD スラスタの理論臨界電流値が 12 kA 付近であることから決定された.実際には熱問題や作動 限界の問題等があり性能最大とならないが,理論臨界電流 値付近のような大電流領域では,低電流領域の場合と異な る放電室形状の設計指針が得られると考えられる.

一方,後藤<sup>4</sup>は,絶縁体を入れた場合には放電室の設計 指針が変わることが示されている.我々は絶縁体を入れた 高電流域での最適形状には,ストレート部を長くとる形状 と短くする形状の2つの傾向があることを示した<sup>5</sup>.

そこで、今回はストレート部を長く固定する条件で最適 化を行い、電流がスラスタ外に出にくくなり効率向上に寄 与しているのかについて得ることを研究目的とした.

#### 3. 流れ場のモデリング

本研究では、佐藤が制作したプログラムのを使用している. 放電室内の流れ場のモデルは以下の仮定を用いる.

- ・プラズマ流を電磁流体として扱う
- ・流れは2次元軸対称流とする
- ・化学種は、水素分子(H2)
   ・水素原子(H)
   ・水素イオン(H+)
   ・電子(e-)の4種を考慮
- ・熱伝導と粘性を考慮する
- ・3 温度非平衡モデル(並進温度・振動温度・電子 温度)とする
- ・ホール効果・イオンスリップを考慮する
- ・シース電圧を 45 V で一定とする
- ・壁面は並進温度と振動温度のみを等温条件とする 制限等温条件とした
- ・推進剤は水素
- ・推進剤流量は 0.4 g/s

- ・入口電子温度は600K,入口重粒子温度は600K
- ・入口解離度は0.01,入口電離度は0.001

#### 4. 支配方程式

支配方程式には以下の電磁流体方程式を用いる.

・質量保存則

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \left( \rho \mathbf{u} \right) = 0 \tag{1}$$

・各化学種保存則

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_s \mathbf{u}) = \rho_s \qquad (\mathbf{s} = \mathbf{H}, \mathbf{H}^+)$$
(2)

·運動量保存則

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \left( \rho \mathbf{u} \mathbf{u} + p \mathbf{I} \right) = \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}$$
(3)

・重粒子エネルギ保存則

$$\frac{\partial E_{h}}{\partial t} + \nabla \cdot \left[ (E_{h} + p) \mathbf{u} \right]$$

$$= p_{e} \nabla \cdot \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot (\mathbf{j} \times \mathbf{B}) + \frac{S_{ion}}{\sigma |\mathbf{B}|^{2}} (\mathbf{j} \times \mathbf{B})^{2} + \nabla \cdot (\lambda_{vib} \nabla T_{vib}) \quad (4)$$

$$+ \nabla \cdot \left( (\lambda_{rr} + \lambda_{rot}) \nabla T_{ir} \right) + \nabla \cdot (\tau \mathbf{u}) - Q_{rr-e} + Q_{e-vib} - Q_{diss}^{h}$$

・電子エネルギ保存則

$$\frac{\partial E_{e}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(E_{e}\mathbf{u}\right) = -p_{e}\nabla \cdot \mathbf{u} + \nabla \cdot \left(\lambda_{e}\nabla T_{e}\right) + \frac{\mathbf{j}^{2}}{\sigma} + Q_{tr-e} - Q_{e-vib} - Q_{diss}^{e} - Q_{ion}^{e}$$
(5)

・振動エネルギ保存則

$$\frac{\partial E_{vib}}{\partial t} + \nabla \cdot \left( E_{vib} \mathbf{u} \right)$$

$$= \nabla \cdot \left( \lambda_{vib} \nabla T_{vib} \right) + Q_{tr-vib} + Q_{e-vib} - Q_{diss}^{h}$$
(6)

一般化されたオームの方程式

$$\mathbf{j} = \sigma \left( \mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} \right) - \frac{\beta_e}{|\mathbf{B}|} \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \frac{S_{ion}}{|\mathbf{B}|^2} \left( \mathbf{j} \times \mathbf{B} \right) \times \mathbf{B}$$
(7)

・誘導方程式

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B})$$

$$= -\nabla \times \left[ \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla \times \mathbf{B} + \frac{1}{\mu_0 e n_e} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} \right] \qquad (8)$$

$$+ \nabla \times \left[ \frac{S_{ion}}{\mu_0 \sigma |\mathbf{B}|^2} ((\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} \right]$$

・状態方程式

$$p = \sum_{s} n_{s} k T_{tr} + n_{e} k T_{e} \left( s = \mathbf{H}_{2}, \mathbf{H}, \mathbf{H}^{+} \right)$$
(9)

**4.1 イオンスリップ効果** 中性粒子とイオンの混在する空間において, ローレンツ力によりイオンは加速されるが中性粒子は加速されない.このため両者に速度差が生じ, 磁場との相互作用で電流が誘起される.この現象はイオンスリップ効果と呼ばれる.

この効果を表すのが、式(4)の右辺第二項,式(7)の右辺第 三項,式(8)の左辺第二項のイオンスリップ項である.このう ちイオンスリップパラメターは

$$S_{ion} = (1 - \alpha)^2 \beta_e \beta_{in} \tag{10}$$

で与えられる.ただし, α:電離度, β:ホールパラメターと する. 一般にホールパラメターは流体密度が薄いと大きく なるため,電離度が低く,流体密度が薄いとイオンスリッ プ効果が強くなる.

#### 5. 最適化問題の定式化

評価関数は電気推進機の推進性能指標の一つである推進 効率 η とする。推進効率 η は(11)式で定義される.

$$\eta = \frac{\dot{m}u_e^2}{2P} = \frac{F_a^2 u}{2\dot{m}P} = \frac{F_a^2 u}{2\dot{m}JV}$$
(11)

設計変数と制約条件は Fig. 2, Table 1, Table 2 に示す. Fig. 2 における黒太線部分が今回入れた絶縁体部である.

また、Table 1 の設計変数範囲から得られる理論臨界電流 値が 11~15 kA であるため,放電電流値は 14 kA と設定し た.



Fig. 2 Discharge chamber shape.

Table	1	Design	variab	les
raute	1	Design	varia0.	IUO

Inlet anode radius <i>r</i> <sub>in</sub> , mm	$25 \leq r_{in} \leq 50$
Outlet anode radius <i>r</i> <sub>out</sub> , mm	$25 \leq r_{out} \leq 175$

Table 2 Constant parameters and constraints.

Cathode length $L_c$ , mm	25 (fixed value)	
Cathode radius $r_c$ , mm	20(fixed value)	
Discharge chamber overall length $L_a$ ,	200 (fixed value)	
mm		
Anode insulator Lin,mm	80	
Diverging angle $\theta$ , deg	$0 \leq \theta \leq 35$	
Straight section length L <sub>st</sub> , mm	140	

#### 4. 最適化手法

5.1 応答曲面法を用いた最適化 最適化手法には、サン プル点群から設計変数と評価値の関係(本研究では放電室 形状と推進効率の関係)を近似式で表現する応答曲面法を 採用した.この近似式に最適化手法を適用し、CFD 解析を 行う場所を決定することでその回数を減らし、最適化に必 要な計算時間の削減している.本研究ではサンプル点同士 を補間するように近似式を作成する Kriging モデル<sup>¬</sup>を採 用した.このモデルは測定や計算の誤差が少ない場合に適 している.

5.2 初期サンプルの選択 応答曲面法ではサンプル点 から任意の位置における評価値を予測するため、予め設計 変数の全領域を網羅し、解空間の特徴をなるべく詳細に捉 えるようなサンプル点の配置が望まれる.本研究では良い サンプル点を求めることが期待できる Latin Hypercube Sampling<sup>8)</sup>を用いた.

5.3 大域的最適化 Kriging モデルで作成した近似式よ り得られる解空間は多峰的になる可能性がある. そのため 作成した近似式に対して大域的最適化を行う必要がある. 本研究ではその手法として差分進化<sup>7)</sup> (Differential Evolution: DE) を採用した.

5.4 サンプル点の追加 一般的に初期サンプルのみで 高精度の近似式を作成することは困難であるため、本研究 では近似式から DE 操作によって選ばれた最適解を新たな サンプル点とし CFD 解析を行う. それによって得られた結 果を追加のサンプルとして、再び初期サンプルとともに近 似式を作り直し、再度 DE 操作により最適解を探す. この 過程を繰り返し、近似式の精度を高めながら最適化を進め る逐次近似最適化を行う.

#### 6. 結果と考察

CFD 解析を行った 58 形状についての放電電圧に対する 推進効率性能値を Fig. 3 に示しその電力内訳を Fig. 4 に示 す.



Fig. 3 Variation in thrust efficiency with discharge voltage.



#### Fig. 4 Each of Discharge Energy with discharge voltage.

Fig. 3 をみると Case1, Case2 とつけたところに効率の山が来ているということが見て取れる.また Fig. 4 を見ると 電圧が上がるほど空気力学的推力が下がり電磁気学的推力 が支配的になるという傾向が見て取れる.

しかし Case1 の付近では空気力学的推力が比較的強くこ のことから Case1 と Case2 では違うノズル内の流れ場とな っている可能性が高い.そこで,2つの形状 Case1 と Case 2 に注目し,Table 3 にその形状のパラメタを示し形状を Figs. 4,5 に示す.

Table .3 Nozzle parameters of cases 1 and 2



Fig. 5 Nozzle shape of Case2.

この二つの形状について, Figs. 6,7 に磁場分布, Figs. 8,9 に出口方向の流速, Figs. 10, 11 にイオンスリップパラメタ 一分布を表す. また Table 4 には 2 形状の性能値について 示す.

なお, Figs. 6-11 において外側の赤線は陽極を, 内側の赤 線は陰極を, 外側のオレンジ線は絶縁体を, 流れ場内の黒 線は電流線を示している.

Table 4 Performances of cases 1 and 2.

	Case 1	Case 2
Total thrust $F_{total}$ , N	21.9	23.7
Aerodynamic thrust $F_{aero}$ , N	6.60	2.75
Electromagnetic thrust $F_{mag}$ , N	15.3	21.0
Specific impulse <i>I</i> <sub>sp</sub> , s	5582	6055
Discharge voltage V, V	116.1	135.5
Thrust efficiency $\eta$ , %	36.8	37.1



Fig. 6 Magnetic field with discharge of Case1.



Fig. 7 Magnetic field with discharge of Case2.



Fig. 8 Flow velocity with discharge of Case1.



Fig. 9 Flow velocity with discharge of Case2.



Fig. 10 Ion slip parameters with discharge of Case1.



Fig. 11 Ion slip parameters with discharge of Case2.

Figs. 6,7 より,絶縁体を入れたことによってストレート 部でのみ磁場が強くなっており,ストレート部では電磁気 学的加速を行い,開き部では熱を速度に変えるという役割 分担を行えるということがわかる.また電流線は Case 1 で はあまり張り出さしていないが, Case 2 は大きく張り出し, およそ 40%程度の電流がスラスタ外に出てしまっている. これは,高電圧となることで電気的抵抗が高い部分まで電 流が流せてしまうことを意味している.一般に下流出口付 近では推進剤濃度が薄くなることから電気抵抗が高くなる ため,電流が下流に張り出すと放電電圧が高くなる.これ は Table 4 にもその傾向は示されている.ただし、ストレ ート部長さを長くすることで,陽電極がすべてストレート 部にある状態となっている.このため,少なくとも陽極近 辺では半径方向にのみ電流が流れ出るため,開口部に電極 がある場合に比べ,放電室外への電流張り出しを低減させ ていると考えられる.

Figs. 8,9を見ると、どちらの形状とも流速が高くないと ころに電流が流れていることが見て取れる.しかし Case2 は Case1 に比べると比較的流速が高いところにも電流が流 れていることがうかがえる.ここで、式(7)(一般化された オームの法則)をみると、右側第一項は電流に速度と磁場 の外積であらわされる逆起電力の項である.このことから Case 2 は逆起電力が高くなり、その結果放電電圧の大きく なっていると考えられる.

最後に, Figs. 10,11 にイオンスリップパラメター分布を 示す.イオンスリップパラメターがストレート部で高くな っているものの,この高いところには電流線が3本程度と あまり流れていない.絶縁体を導入しない場合においては, 出口付近に発生するイオンスリップパラメターの大きい部 分に多くの電流が流れており,それがノズルで回収できず、 エネルギ的なロスにつながっていた<sup>2),3</sup>.これを回避でき たことが,効率上昇に寄与したと考えられる<sup>5)</sup>.これは, 過去の Princeton 大の Benchmark スラスタ<sup>9</sup>など,推進薬に できるだけ多くのエネルギを投入すべく,なるべく陽極・ 陰極間を離すべきという設計指針とは異なり,できる限り ロスを少なくする設計指針となっているといえる.

#### 7. 結論

長い絶縁体を挿入し、ストレート部を長く固定した条件 下で最適化を行い、以下の知見を得ることができた.

- ・陽極ストレート部長さを長くし、絶縁体を挿入すること により、電流の大半を放電室内のストレート部分にとど めることができた.
- ・電流の大半を放電室内にとどめられたということは、推進剤流速が高くなる放電室後半開口部にはあまり電流が流れていないことを示しており、逆起電力に起因するエネルギロスを低減させている。
- イオンスリップ効果の面でも、イオンスリップパラメタ
   ーが大きくなる部分を抑制しており、エネルギ的なロス
   を低減させている.
- ・結果として、絶縁体を入れたストレート部が長い形状は エネルギロスを低減させる設計指針であり、MPD スラス タの設計指針としては優良なものであると考えられる。

#### 参考文献

1) 栗木恭一, 荒川義博: 電気推進ロケット入門, 東京大 学出版会, 2003.

2) 梶川恵広:複数の作動電流値における水素 MPD スラスタの放電室形状最適化,日本大学修士論文,2015.
 3)田内思担:水素を推進剤とする自己誘起磁場型 MPD スラスタの放電室形状最適化,日本大学卒業研究報告書

2016.

4)後藤拓也:絶縁体を配置した放電室形状の最適化,日本大学卒業研究報告書,2013.

5) 阿部赳之,他:絶縁体を入れた水素 MPD スラスタの放 電室ノズル形状最適化への影響,第 63 回宇宙科学技術連 合講演会講演,徳島市, 2019.

6) 佐藤博紀:水素 MPD スラスタ内部における電磁流体 のモデリングと数値シミュレーション,総合研究大学院大 学博士論文,2013.

7) 伊藤稔,他:関数値最適化のための Particle Swam Optimization, Differential Evolution,実数値遺伝的アルゴリズ ムの探索性能に関する検討,甲南大学紀要.理工学 編,52,pp.125-135,2005.

8) A. Olsson,他: On Latin hypercube sampling for structural reliability analysis, Structural Safety, Volume 25, Issue 1,pp. 47-68, 2003.

9) Choueiri Edgar, Ziemer John : Quasi-Steady Magnetoplasmadynamic Thruster Performance Database ,Journal of Propulsion and Power - J PROPUL POWER, 17,pp. 967-976, 2001.