

# 航空宇宙の剥離流への時間スケールに着目した乱流モデルの適用

松尾裕一, 阿部浩幸, 吉澤微  
宇宙航空研究開発機構

## Application of a turbulence model with emphasis on time-scale to separated aerodynamic flows

by

Yuichi Matsuo, Hiroyuki Abe and Akira Yoshizawa(JAXA)

### ABSTRACT

In this paper, we try to introduce the characteristic time scales intrinsic to turbulent separated flows into the RANS turbulence modeling, and propose a  $k - \varepsilon$  type model in which the turbulent eddy viscosity is modified by the correction factor based on the time scales. We also show pros and cons of the proposed model by applying it to the separated airfoil flows and the backward facing step flows.

### 1. はじめに

近年, 流体解析において, 計算機性能の向上とともに LES がいろいろな局面で使われるようになってきている. しかし, 実用的には未だ幾つかの問題点がある. i) 計算時間がかかりすぎる, ii) 壁面モデル, 熱流束モデル等が確立されてない, iii) 適切な初期条件, 入口条件の設定が必要, iv) 結果の適切な統計処理が必要, 等である. これに対し, 乱流モデルを用いる RANS は, 剥離や遷移がある場合に大きな課題があるとはいえ, 逆に上記のような問題はないので (経験と実績の点でも) 実用的有用性は未だ大きい.

このような点に鑑み, 本研究では, 剥離流に密接する特性時間スケール, 特に複合時間スケールを探し, 乱流モデリングを試みた. ここでは, バックステップ流れや翼流れに適用し有効性を検証した結果を報告する.

### 2. 剥離流における現行乱流モデルとその課題

RANS で使われている従来の乱流モデルでは, 勾配拡散モデルを使っているために, 剥離領域で乱流粘性が大きくなり過ぎ, 結果として, 剥離域自体が小さく予測されてしまうことが典型的な欠点であった[1]. 最近の航空宇宙の CFD においては, Spalart-Allmaras モデル, Menter の SST モデルがよく使われており, 剥離がある場合でも一定の結果を与えることが知られている[2]. しかし, これらのモデルの外観からは, そうした良い結果を与える原因を見極めることは難しい. 一方, Yoshizawa ら[3]は, 時間スケールに着目したモデルの構成法を提案している.

本研究では, 時間スケールの概念の取り込みやすさと, 代数モデル等の低次モデルでは一般的な議論をしにくいことから, 標準  $k - \varepsilon$  モデルを出発点としモデリングを展開することとする. また, 簡単のため, 以下の定式化は非圧縮

性流体の場合について述べる. 非圧縮性流体の平均流方程式は,

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (-R_{ij}) + \nu \nabla^2 U_i \quad (1)$$

$$\nabla \cdot U = 0$$

に従う. ここで  $R_{ij}$  はレイノルズ応力である. (その他の量の定義・用法は通常通り.)

レイノルズ応力のもっとも簡潔な表現である乱流粘性モデルは,

$$R_{ij} = -\nu_T S_{ij} + \frac{2}{3} K \delta_{ij} \quad (2)$$

と書ける. ここで,  $\nu_T$  は乱流粘性,  $K$  は乱流エネルギーであり, 平均速度歪テンソル  $S_{ij}$  は,

$$S_{ij} = U_{j,i} + U_{i,j} \quad (3)$$

で定義される. 物理空間での 1 時刻かつ 1 点の物理量で  $\nu_T$  を表現するとすれば, 乱流の統計理論 (TSDIA) [3]により  $\nu_T \propto K \tau$  である. ここに,  $\tau$  は乱流の特性時間スケールである.

$\tau$  として, エネルギーカスケードに関連する時間スケール

$$\tau_E = K/\varepsilon \quad (4)$$

を選べば, ( $\varepsilon$  は散逸率)

$$\nu_{TE} = C_{\nu E} \frac{K^2}{\varepsilon} \quad (5)$$

というよく知られた表現を得る. ここで,

$$C_{\nu E} = 0.09$$

と選ばれている. 乱流量は,

$$\frac{DK}{Dt} = -R_{ij} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \left( \nu + \frac{\nu_{TE}}{\sigma_K} \right) \frac{\partial K}{\partial x_i} \right) \quad (6)$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{K} \left( -R_{ij} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{K} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \left( \nu + \frac{\nu_{TE}}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right)$$

を解くことで決定される。モデル定数は、例えば

$$\sigma_k=1.4, \quad \sigma_\varepsilon=1.4, \quad C_{\varepsilon 1}=1.5, \quad C_{\varepsilon 2}=1.9$$

が用いられる。実際の計算では、さらに壁面等の補正が必要になることに注意する。

### 3. 剥離に関連する特性時間スケール

#### 3.1 標準 $k-\varepsilon$ モデルにおける特性時間スケール 選択の欠陥

標準  $k-\varepsilon$  モデルは、その簡便性ゆえ多くの流れに適用され、諸々の欠陥が明らかにされている。それらは、

- (a) レイノルズ応力の乱流粘性表現
- (b) 乱流粘性のモデリング

のいずれか、あるいは双方に帰せられる。モデルの欠陥の一例として、加速による乱流強度の評価を上げることができる。式(2)(3)(5)より

$$R_{xx} = \frac{2}{3} K \left( 1 - 3C_{\varepsilon 1} \frac{K}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial x} \right) \quad (7)$$

となるが、平均流が  $x$  方向に急加速されるときは、同方向の乱流強度  $R_{xx}$  の正値性は保証されない。また、減速されるときは同量を過大に評価する傾向にある。これらの原因は特性時間の選択、すなわち式(4)に帰せられる。

#### 3.2 歪時間スケールと渦度時間スケール

式(4)の  $\tau_E$  は、乱流量より構成される時間スケール（エネルギーカスケード時間スケール）であるが、平均流に関連する代表的時間スケールとして歪時間スケールと渦度時間スケール、すなわち

$$\tau_s = 1/\sqrt{S_{ij}^2}, \quad \tau_\Omega = 1/\sqrt{\Omega_{ij}^2} \quad (8)$$

がある。ここで、

$$\Omega_{ij} = U_{j,i} - U_{i,j} \quad (9)$$

で定義される。上式は、 $\tau_E$  とともに乱流の一つの性質を表す特性時間スケールであり、本研究では「単一時間スケール」と呼ぶことにする。

#### 3.3 剥離効果に密接する複合時間スケール

式(8)は、平均速度の非一様性より生じる時間スケールであるが、剥離現象との関連性は明確ではない。剥離が発生すると、翼面での剥離泡に象徴されるように渦運動が発生する。式(8)の  $\tau_\Omega$  はこれと関連する時間スケールではあるが、剥離と密接する圧力勾配に関連する情報は陽的には含まれていない。本研究では、圧力に結びついた時間スケールを探し、これと  $\tau_\Omega$  を同時に含む「複合特性時間スケール」の構成を目指す。平均速度方程式より、圧力  $P$  はポアソン方程式

$$\nabla^2 P = -\frac{\partial U_j}{\partial x_i} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial^2 R_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} = -\frac{1}{4} (S_{ij}^2 - \Omega_{ij}^2) - \frac{\partial^2 R_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (10)$$

に従う。典型的な壁面に沿う流れは発達した溝乱流である。この場合、2つの顕著な特徴がある。一つは、速度歪テンソル  $S_{ij}$  と渦度テンソル  $\Omega_{ij}$  に関するものであり、

$$S_{ij}^2 - \Omega_{ij}^2 = 0 \quad (11)$$

が成立する。このとき式(10)は

$$\nabla^2 P = -\frac{\partial R_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (12)$$

となる。もう一つの特徴は、主流速度の決定に重要な役割を演ずるレイノルズ応力のシア成分にある。同成分は平均流方程式には  $\partial R_{xy}/\partial y$  の形で現れるが、 $x$  方向の一様性より  $\partial^2 R_{xy}/\partial x \partial y = 0$  となる。その結果、壁面に流れが沿う溝乱流などでは、 $\nabla^2 P$  が小さくなる。剥離のない境界層乱流においても同様な状況が近似的に成立する。剥離を起こす流れでは、この状態は破れる。さらに、 $R_{ij}$  は剥離点近傍では  $x$  と  $y$  の双方に依存するため  $\partial^2 R_{ij}/\partial x_i \partial x_j \neq 0$  となる。

上の議論により、剥離流における平均流  $U$  や  $R_{ij}$  の特性が  $\nabla^2 P$  に反映していることがわかる。また、剥離が発生するときは壁面に沿う流れに比べて空間スケールの大きい構造が生じる。非圧縮性流体では圧力  $P$  は楕円型方程式に支配される非局所的量であり、剥離に伴う構造を表すのに適した因子の一つと考えられる。これより剥離における圧力効果にかかわる時間スケールとして  $\nabla^2 P$  を用いて

$$\tau_P = \frac{1}{\left( \left( \nabla^2 P \right)^2 \right)^{1/4}} \quad (13)$$

を導入する。壁面に沿うようなシア流れからのずれを特徴づける量として、本研究で用いた  $\nabla^2 P$  ではなく  $S_{ij}^2 - \Omega_{ij}^2$  そのものに着目したモデリングとして Abe ら[4]のものがあ

る。以上をまとめると、剥離を特徴づける時間スケール  $\tau_{\Omega P}$  は、 $\tau_\Omega$  と  $\tau_P$  の双方に依存する複合時間スケールであり、

$$\tau_{\Omega P} = F\{\tau_\Omega, \tau_P, \tau_E\} \quad (14)$$

という汎関数形となる。ここで、式(4)の  $\tau_E$  は、式(14)にあるように幾つかの単一時間スケールの長短を測るための「基準時間スケール」として導入されている。圧力関連時間スケール  $\tau_P$  が  $\tau_E$  に比べて長いときは、平均流は式(11)に近い状態にあり、 $\tau_s$  や  $\tau_\Omega$  そのものよりその重要性は低下する。（この状態では、 $\tau_s$  と  $\tau_\Omega$  を区別する必要はない。）この条件を満足する汎関数形として

$$\tau_{\Omega P} = \tau_\Omega \left( \frac{\tau_P}{\tau_E} \right)^2 \quad (15)$$

を導入する。ここで、指数 2 は、以下で与えられる統合された時間スケールが  $\nabla^2 P$  に関して解析的になるために課せられている。

### 3.4 特性時間スケールの統合と乱流粘性モデル

乱流の特性時間スケールとして  $\tau_E, \tau_S, \tau_\Omega, \tau_{\Omega P}$  の 4 スケールを考える．これらを，関係

$$\frac{1}{\tau^n} = \frac{1}{\tau_E^n} + C_S \frac{1}{\tau_S^n} + C_\Omega \frac{1}{\tau_\Omega^n} + C_{\Omega P} \frac{1}{\tau_{\Omega P}^n} \quad (16)$$

により統合する．ここで  $C_S$  などは正係数である．この段階では指数  $n$  として任意の正整数が可能であるが，弱い非平衡性に対する TSDIA の理論的結果との整合性より  $n=2$  となる[3]．よって，統合ないし繰りこまれた時間スケールは

$$\tau = \frac{K/\varepsilon}{\Lambda} \quad (17)$$

となる．時間スケール補正係数  $\Lambda$  は

$$\Lambda = \sqrt{1 + C_S \left(\frac{K}{\varepsilon} S_{ij}\right)^2 + C_\Omega \left(\frac{K}{\varepsilon} \Omega_{ij}\right)^2 + C_{\Omega P} \left(\frac{K}{\varepsilon} \Omega\right)^2 \left(\frac{K^2}{\varepsilon^2} \nabla^2 P\right)^2} \quad (18)$$

で定義される．ここで， $\Omega_{ij}^2 = 2\Omega^2$  を用いた．式(15)で  $\tau_P/\tau_E$  の指数として 2 を用いたことにより式(18)の  $\Lambda$  が  $\nabla^2 P$  に関して解析的となっている．

式(17)を  $\nu_T \propto K\tau$  に適用すると， $C_\nu$  を定数として

$$\nu_T = C_\nu \frac{K^2/\varepsilon}{\Lambda} \quad (19)$$

となる．式(18)において  $C_{\Omega P}$  に関連する部分を除くと，弱い非平衡状態，すなわち

$$\frac{\tau_E}{\tau_S} = \frac{K}{\varepsilon} \sqrt{S_{ij}^2} \ll 1, \quad \frac{\tau_E}{\tau_\Omega} = \frac{K}{\varepsilon} \sqrt{\Omega_{ij}^2} \ll 1 \quad (20)$$

の条件下では

$$\nu_T = C_\nu \frac{K^2}{\varepsilon} \left( 1 - \frac{1}{2} C_S \left(\frac{K}{\varepsilon} S_{ij}\right)^2 - \frac{1}{2} C_\Omega \left(\frac{K}{\varepsilon} \Omega_{ij}\right)^2 + \dots \right) \quad (21)$$

を得る．式(21)の括弧内の第 2, 第 3 項は TSDIA で得られた結果と一致する．このことは，式(16)の統合において  $n=2$  が要請されることを意味する．また，TSDIA から  $C_S \gg C_\Omega$  が示唆される．これより  $\Lambda$  として

$$\Lambda = \sqrt{1 + C_S \left(\frac{K}{\varepsilon} S_{ij}\right)^2 + C_{\Omega P} \left(\frac{K}{\varepsilon} \Omega\right)^2 \left(\frac{K^2}{\varepsilon^2} \nabla^2 P\right)^2} \quad (22)$$

を採用する．定数  $C_{\Omega P}$  に関連する部分は複雑であり，統計理論から式(22)におけるような情報を得ることは現時点では達成されていない．式(19)(22)のモデル定数は，溝乱流などにより

$$C_\nu = 0.12, \quad C_S = 0.015 \quad (23)$$

と決定される[3]．以上述べたモデルを，ここでは修正時間スケールモデルと呼ぶことにする．

### 4. いくつかの剥離流への適用事例

上述の修正時間スケールモデルを実際の剥離流れ解析に適用するには，まずは壁面補正が必要である．本研究では，明・笠木の低レイノルズ数型モデル[5]の補正関数

を用いた．これは，既存のソルバーに既に実装されていたことに因る．流れのソルバーとしては，一般的な圧縮性流れのものを低マッハ数 (0.3 程度) で用いた．すなわち，二次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式を，空間方向は，MUSCL 補間で高次精度化した Roe のリーマン解法を用いて有限体積的に離散化し，時間方向は LUADI 法を用いて陰的に定常解を求めるというものである．

まず，剥離していない場合に式(11)の成立や式(12)において実際に  $\nabla^2 P$  が小さくなっているかどうかを確認するために，NACA633018 翼まわりの付着流を解いた．格子は，351×121 の C 型を用い，翼面上に 180 点を配置した．壁面の最小格子幅は  $y^+ < 1$  程度とした．図 1 にマッハ数分布，図 2 に上面の局所摩擦係数  $C_f$  の分布を示した．図 2 では，Baldwin-Lomax モデル (BL)，標準 k- $\varepsilon$  モデル (SKE)，本修正時間スケールモデル (MKE) を比較した．全般にわたり，ほぼ同様の分布が得られており，(ここには示していないが) 式(9)や式(10)の妥当性も確認された．前縁付近に，MKE においても，よどみ点付近の渦粘性の減少による  $C_f$  の低下が見られる．これも MKE モデルの付随的な特徴である．

次に，剥離点の位置が予め決まっているバックステップを過ぎる流れを解き，MKE モデルの特性を調べた．条件は Driver らの実験[6]に合わせている．この場合，SKE モデルでは，再付着点が実験に比べ短くなることが知られている．図 3 は，SKE と MKE で計算された剥離域の大きさを比較したものであり，MKE では剥離域がやや大きく捉えられ，再付着点が伸延しているのがわかる．

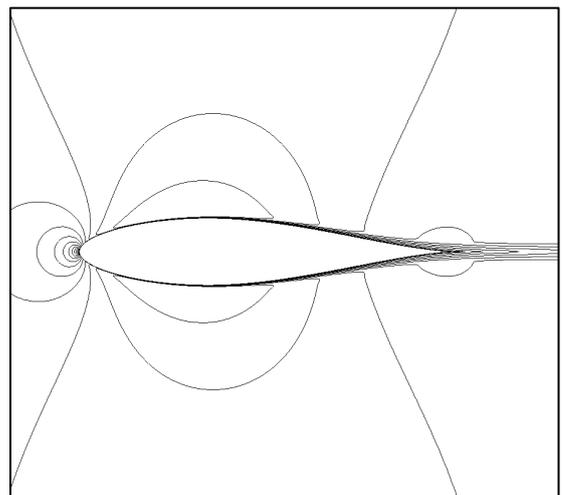


図 1 NACA633018 翼まわりの付着流の解析結果 (マッハ数分布,  $M_\infty=0.17, \alpha=0^\circ, Re=5.8M$ )

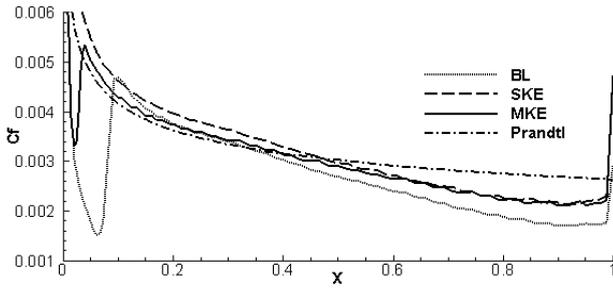


図2 上面の局所摩擦係数の分布

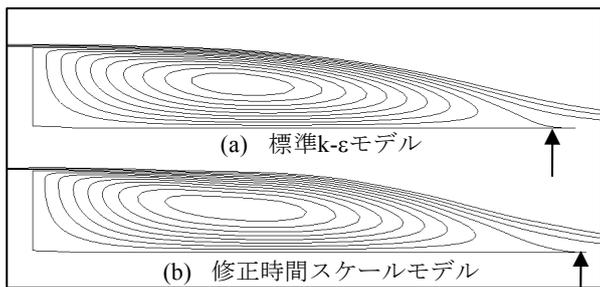
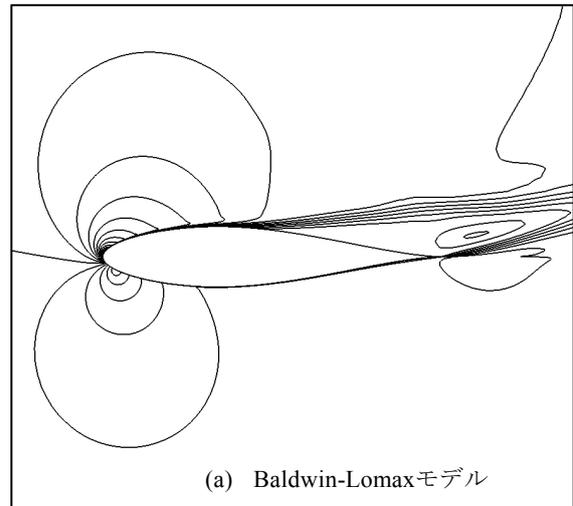
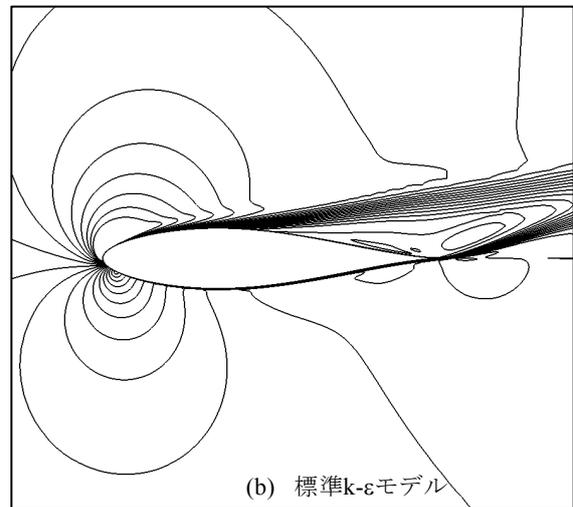


図3 バックステップ流れにおける剥離域の比較 ( $M_\infty=0.05, Re=4,5000$ )

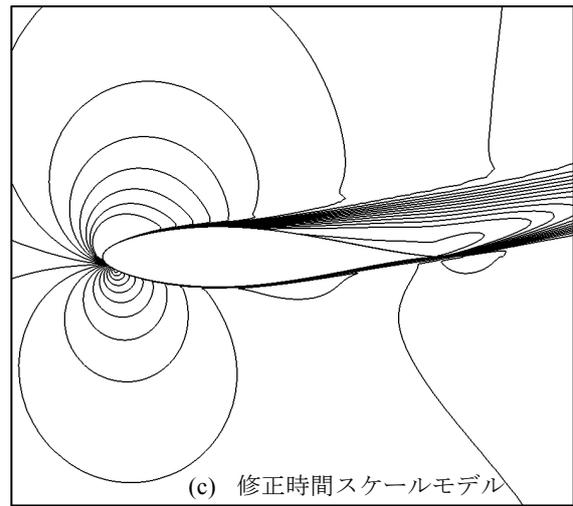
さらに、NACA63,018翼まわりの高迎角の剥離流を解いた結果を示す。この翼型は、揚力特性が最大揚力角で穏やかに下降する後縁失速型と呼ばれる高迎角での失速特性を有する。この翼型を用いたのは、もっと薄い前縁失速型の場合のように、剥離点が遷移や Short bubble の影響を受けるのを避けるためでもある[7]。格子には、図1の計算と同じものを用いた。図4はマッハ数分布、図5は表面圧力係数の分布をBL, SKE, MKEの各モデルと実験[8]とで比較したものである。マッハ数の剥離域の中の分布に多少の差は見られるものの、モデル間に大きな差は見られない。一方、図6は乱流粘性の分布を比較したものである。Baldwin-Lomaxモデルでは、乱流粘性を壁からの関数で指定するので、ややおかしい分布になっている。SKEとMKEで比較すると、SKEでは前縁付近まで数値の大きな乱流粘性の分布が見られるが、MKEでは剥離域の中だけに滑らかな分布が見られる。剥離域の大きさが変わるところまでは至っていないが、補正係数(22)の効果が表れている。図7は、迎角に対する揚力係数の変化を示したものである。迎角として、4, 8, 12, 14, 15, 16, 18度の計算を実行した結果をプロットしている。モデルによる若干の相違が見られるが、失速付近の  $C_L$  の挙動は十分には捉えられていない。



(a) Baldwin-Lomaxモデル



(b) 標準k-εモデル



(c) 修正時間スケールモデル

図4 NACA633018翼まわりの剥離流の解析結果 (マッハ数分布,  $M_\infty=0.17, \alpha=16^\circ, Re=5.8M$ )

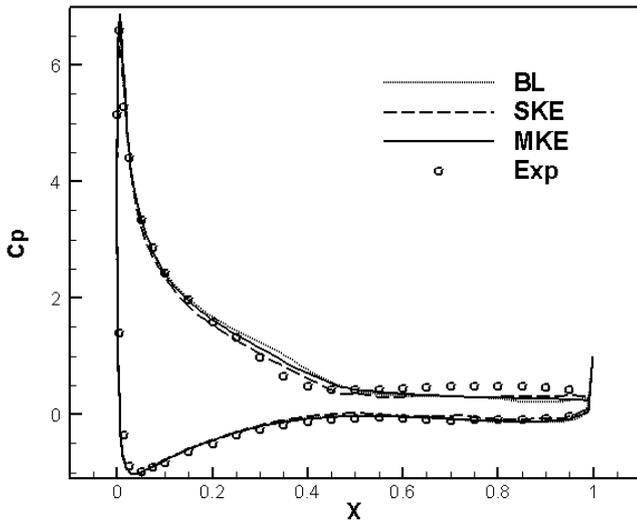


図 5 表面圧力係数の分布の比較

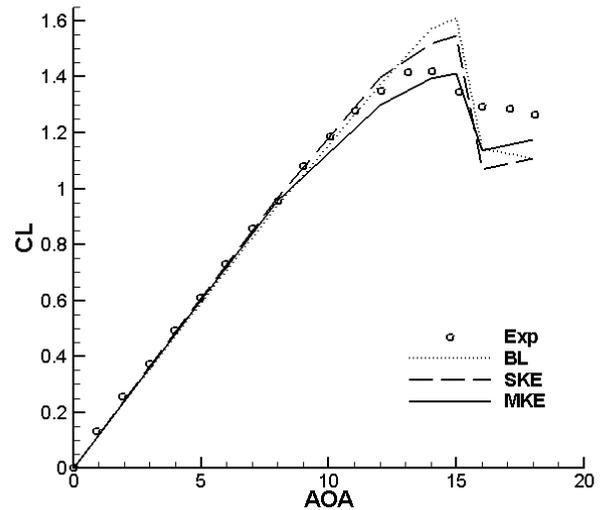
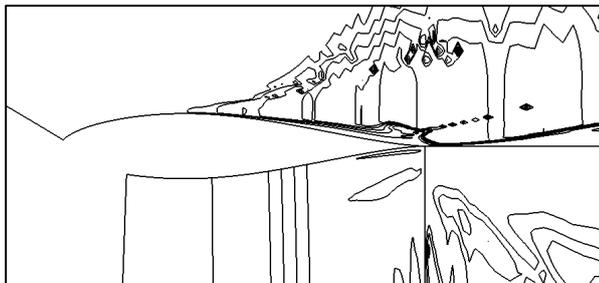
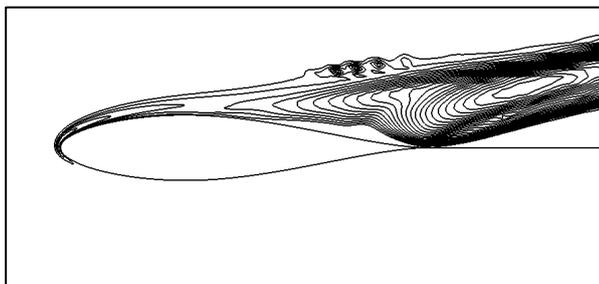


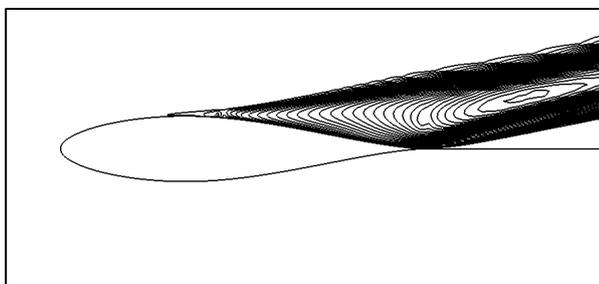
図 7 迎角に対する揚力係数の比較



(a) Baldwin-Lomaxモデル



(b) 標準k-εモデル



(c) 修正時間スケールモデル

図 6 乱流粘性の分布の比較

### 5. 考察とまとめ

本研究で提案した修正時間スケールモデルを幾つかの剥離流れに適用した結果をまとめてみると、補正係数(22)の導入により、剥離域で乱流粘性が過大評価されなくなる効果は得られた。剥離点が明確なバックステップの場合は、そのことが再付着点の伸延につながった。一方、剥離点が圧力勾配などで決まる翼の場合には、剥離域での乱流粘性が小さくなる傾向にはあるものの、剥離域の拡大といった大きな変化にはつながらなかった。これは等方的な乱流粘性を用いていることのある意味で限界であり、レイノルズ応力の非等方性の考慮等の別の観点でのモデリングの導入が必要と思われる。しかしながら、時間スケールの導入とそれに伴う補正係数の考え方が、剥離域の特徴を表す何らかの指標として使えることがわかったのは本研究の成果といえる。そのあたりの知見を活用しつつ、今後は、乱流粘性の評価の高精度化、非等方性効果の組み入れ等を行って行きたいと考えている。

### 参考文献

- [1] 松尾, 吉澤: 翼流れの大迎角剥離予測における RANS 乱流モデルの特性と改良, 第 37 回流体力学講演会講演集, 2005, pp.203-206.
- [3] Eliasson, P., and Peng, S.-H., "Influence of Turbulence Modelling and Grid Resolution in Computations of the DPW-4 CRM Configuration," *AIAA Paper 2010-1416*, 2010.
- [3] Yoshizawa, A., Nishizima, S., Shimomura, Y., Kobayashi, H., Matsuo, Y., Abe, H., and Fujiwara, H., "A new methodology for Reynolds-averaged modeling based on the

- amalgamation of heuristic-modeling and turbulence-theory methods,” *Physics of Fluids*, **18**, 035109, 2006.
- [4] Abe, K., Kondoh, T., and Nagano, Y., “On Reynolds-stress expressions and near-wall scaling parameters for predicting wall and homogeneous turbulent shear flows, *Int. J. Heat Fluid Flow*, **18**, 1997, pp.266-282.
- [5] 明, 笠木 : k-ε乱流モデルに対する新たな提案とその評価 (第1報, モデルの開発), 日本機械学会論文集 (B編), 54巻, 507号, 1988, pp.3003-3009.
- [6] Driver, D. M., and Seegmiller, H.L., “Features of a Reattaching Turbulent Shear Layer in Divergent Channel Flow, *AIAA Journal*, Vol.23, No.21985, pp.163-170.
- [7] 廣瀬 : 飛行機の空気力学の基礎的課題, *ながれ* 22, 2003, pp.23-28.
- [8] McCullough, G.B., and Gault, D. E., “Examples of Three Representative Types of Airfoil-Section Stall at Low Speed,” NACA TN-2502, 1951.