

直交格子ベースの全速度対応 Euler ソルバーの開発

橋場道太郎 (東北大院), 佐々木大輔 (東北大工), 中橋和博 (東北大工)

Development of Cartesian-Mesh Based Euler Solver for All-Speed Flow

by

Michitaro Hashiba, Daisuke Sasaki and Kazuhiro Nakahashi (Tohoku University)

ABSTRACT

An all-speed scheme, SLAU(Simple Low-dissipative AUSM) was implemented into the cartesian mesh Euler solver using Building-Cube Method for a flow-field with a wide range of speeds. Its validation was conducted with ONERA M6 wing and ROBIN (ROTer Body INteraction) fuselage.

1. 緒言

過去 40 年余りにわたり, 数値流体力学 (CFD : Computational Fluid Dynamics) は計算機性能の向上に伴い, めざましい発展を遂げてきた. CFD による流体計算手法の発展に付随して, 流体計算に用いられる格子もまた変化してきた. 現在では複雑形状物体周りの流れを計算する際には, 非構造格子を用いるのが一般的である. しかしながら非構造格子においては, その格子生成には未だに多くの時間と労力を必要とし, また高次精度化が難しいといった欠点がある. こうした観点から, 近年では格子生成が容易で, かつ計算効率も優れている直交格子法が再び注目されている.

Building Cube 法(BCM)は Nakahashi が提案した, マルチブロック構造を用いた直交格子法である[1]. BCM では計算空間が多数の cube と呼ばれる立方体に分割され,

それぞれの cube で独立に計算が行われる. さらに cube のサイズを局所的に変更することにより, 等間隔直交格子の単純さを保ちつつ局所的に解像度を上げることが可能である. また, 直交格子を用いるため複雑な形状物体にも容易に格子生成が可能である. しかし, その単純さを保つために物体表面も階段状で表現されるため, 曲面を持つ物体で精度を高めるには多数の格子点が必要となる. 図 1 に示したのは, ONERA M6 翼に BCM の格子と当研究室で開発した非構造格子ソルバー TAS-code[2](Tohoku university Aerodynamic Simulation code)で使用する格子を張ったものである. 計算空間内の全格子点数は BCM で約 3900 万点に対し, TAS で約 180 万点である. 壁面の解像度を上げるためにこの BCM の格子幅を半分にするを考えると, 全格子点数は $2^3=8$ 倍となり, 計算時間が大幅に増加する.

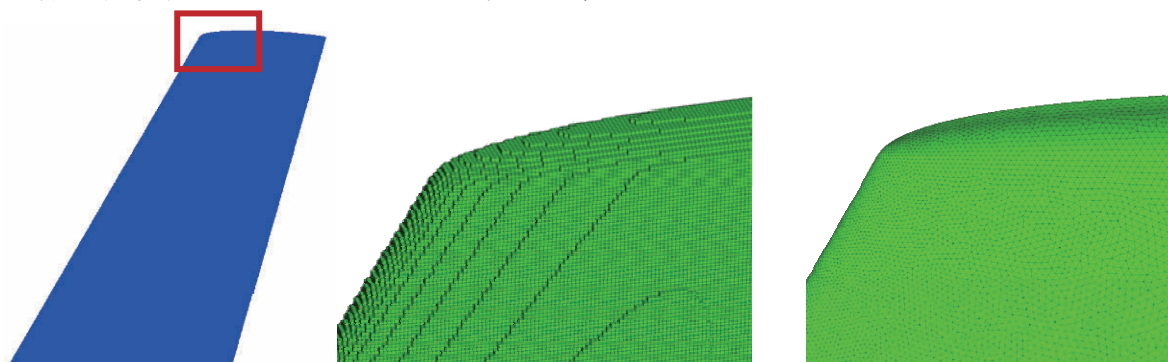


図 1 : M6 翼(左)に生成した BCM の格子(中)と TAS の格子(右)

一般流体機械とは異なり, 航空機の翼等では滑らかな表面を計算上でも正確に表現する必要があり, 階段表現は現在の計算機能力では実用化の観点で難がある. 曲面を精度よく表現するために, 壁面近傍には非構造格子やグリッドレス, あるいはカットセルや Immersed Boundary Method 等何らかの処理方法の導入を必要とする必要がある.

一方, 圧縮性ソルバーを用いて低速を含む広範囲な Mach 数域の計算を行う方法の研究が行われ, その一つとして嶋[3]により非粘性流束計算法 SLAU(Simple Low-dissipative AUSM)が提案されている. SLAU は数値粘性を Mach 数に応じて制御することで, 低 Mach 数でも数値誤差を小さくした計算法であり, 高山ら[4]は TAS-code に SLAU を導入して有効性を確認し, さらにヘリコプター周りの計算に適用している.

本研究は, BCM に曲面壁の対応策を導入する前段階として, BCM を用いた 3 次元直交格子 Euler ソルバー[5]

に広範囲な Mach 数域に対応できる非粘性流束計算法 SLAU を導入し, その有用性を検証して将来的な計算に備えるものである.

SLAU を導入した BCM の有用性を確かめるため, ONERA M6 翼を用いた遷音速流れと, ROBIN 胴体を用いた低 Mach 数流れについて計算を行い, 実験値と比較する. また, 非構造格子ソルバーとも計算を比較するため, TAS でも計算を行い結果を比較する.

2. 数値解析法

2.1 Building-Cube 法

BCM は, ブロック構造の直交格子を用いた高解像度の計算手法である[1,6-7]. BCM では格子生成, 流体解析ソルバーのアルゴリズム, そして後処理の単純性を保つために等間隔直交格子を採用している. これらの単純性や, それに伴ったメモリ使用量の低減は将来の大規模計算に向けてより重要となっていくことが予想される. 従来の直交格子法の主な問題点は, アルゴリズムの複雑

さを伴うことなく局所的な流れ場にどのように格子を対応させるかであった。BCM では、流れ場を cube と呼ばれる立方体領域に分割する。各 cube の大きさは物体形状および流れ場の特徴による直交格子の適合細分化によって決定され、cube 内には等間隔直交格子である cell が存在する。図 2 に ONERA M6 翼型周りに生成した BCM 格子を示す。すべての cube は同数の cell を持つので、数値計算の解像度は cube のサイズによって決定される。

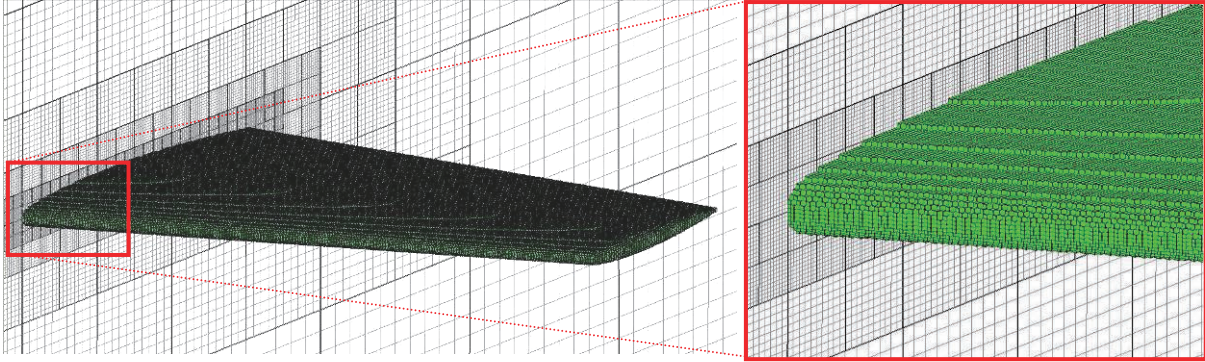


図 2 : ONERA M6 翼型周りの BCM 格子拡大図

2.2 計算法

3次元圧縮性 Euler 方程式,

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

を直交格子上で cell 節点有限体積法で解く。ここで、 \mathbf{Q} は保存量ベクトル、 \mathbf{F} は非粘性流束ベクトルであり、 k 番目の cube の格子幅を Δx_k とすると離散式は、

$$\frac{\partial \mathbf{Q}_i}{\partial t} = -\frac{1}{\Delta x_k} \left[\sum_{j(i)} \mathbf{F}_{ij} \cdot \mathbf{n}_{ij} \right] \quad (2)$$

となる。ただし、 $j(i)$ は検査体積の立方体の 6 面を意味し、 \mathbf{n}_{ij} はその検査体積の各面における単位法線ベクトルである。非粘性流束は近似リーマン解法の HLLEW[8] 及び SLAU[3] で評価し、cell 境界の基礎変数は 3 次精度 MUSCL を用いた。ただし、全 cube 境界では 1 次精度である。また、時間積分には LUSGS 陰解法を用いた。

アルゴリズムの単純さを保つため、物体表面は階段状に表現する。図 3 に示すような階段状表現の例を用いて境界条件の取り扱いを以下に示す。緑が真の物体、赤線で囲まれた領域が物体 cell である。

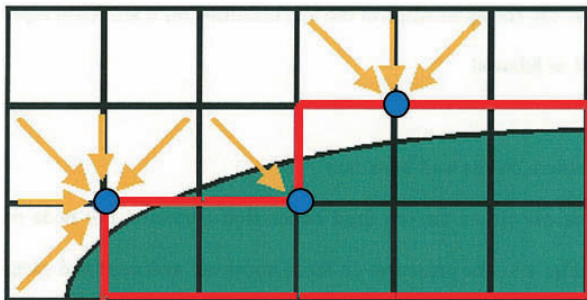


図 3 : 物体境界の階段状表現

1) 境界 node の圧力

境界 node に隣接する流体 node の計算を終えた後、それらの圧力を平均してその境界 node の圧力とする。

BCM では、局所的に cube のサイズを変えることにより複雑な形状も取り扱うことができ、流れ場の特徴に合わせた格子解像度で計算することが可能である。また、すべての cube は同数の cell を持つことから計算コストがみな同じとなり、計算の並列化も容易となる、単純な等間隔直交格子を採用していることからデータの後処理も単純化され、将来的な大規模計算にも適用できると考えられる。

2) 境界 node におけるすべり速度 V_t

隣接する流体 node からの速度を平均して境界 node の速度 \mathbf{V} とする。次に

$$\mathbf{V}_t = \mathbf{V} - \mathbf{n}(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) \quad (3)$$

より境界 node のすべり速度 \mathbf{V}_t を得る。ここで、 \mathbf{n} は物体の CAD データより得られる単位法線ベクトルである。

3) 境界 node の密度 ρ

全エンタルピーを用いて密度 ρ は以下の式で表される。

$$\rho = \frac{\gamma p}{\gamma - 1} \left[H_0 - \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) \right] \quad (4)$$

$$H_0 = \frac{1}{2} u^2 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} \quad (5)$$

ただし、 H_0 は全エンタルピー、 γ は比熱比である。

4) 境界 node の全エネルギー e

以下の式より境界 node の全エネルギー e を得る。

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2 + w^2) \quad (6)$$

3. 検証計算

広範囲な Mach 数域に対応した非粘性流束計算法である SLAU を導入した BCM の有用性を確かめるため、遷音速流れと亜音速流れについて HLLEW と SLAU を用いて計算を行い比較する。また、BCM と非構造格子ソルバーを比較するため、TAS[2] を用いて Euler 計算を行う。

3.1 ONERA M6 翼周りの定常流れ

遷音速域において HLLEW と SLAU を比較するため、ONERA M6 翼周りの計算を一樣流 Mach 数 0.84、迎え角 3.06° で行った。また、非構造格子ソルバーとも比較するため、TAS を用いて同条件で計算を行った。なお、

TAS のスキームは HLLEW を用いている．BCM の全格子点数は約 3900 万点である．最小格子幅は、翼長さを 1 として 2.04×10^{-3} である．

図 4 に BCM の SLAU による ONERA M6 翼上面の圧力係数(C_p)分布を示す．これより、 λ 型の衝撃波を捕らえていることが分かる．翼面に示す線はそれぞれ、44%、65%、80%、90% semi-span の位置であり、各断面上の C_p 分布を図 5 に示す．

図 5 を見ると、BCM でも TAS でも前方・後方衝撃波の位置を実験値より後方に捕らえているのが分かる．この原因の 1 つは Euler 計算のためと考えられる．実際の流れ場では境界層が発達して排除厚さ分だけ翼断面形状が変形した状態となり、これが衝撃波発生位置に大きな影響をもたらすからである．

まず、BCM の 2 つのスキームを比較する．HLLEW と SLAU の間に差はほとんど見られないことから、SLAU は遷音速流れにおいて有用であると言える．次に、BCM と TAS を比較する．後方衝撃波の位置は両者でよく一致するが、BCM は TAS に比べ前方衝撃波の位置がやや後方に移動している．図 5 のどの断面を見ても前縁の C_p ピーク値が BCM では捕らえきれていないことが分かる．前縁部の曲率の大きな領域では階段状表現のために、その部分での流れの加速が十分に捕らえられていないためと考えられる．前方衝撃波はこの前縁部の加速により引き起こされる．より細かな格子を用いて前縁の解像度が上がれば衝撃波の位置は TAS の結果に近づくだろう．ただし、格子を細かくした時の格子点数の増加を考えると、直交格子に曲面壁の修正法の導入が現実的だろう．

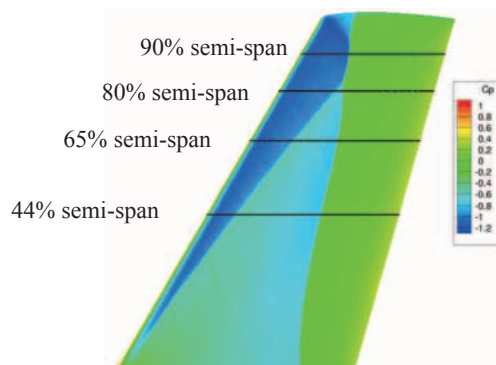


図 4 : BCM の SLAU による M6 翼上面の圧力係数(C_p)分布

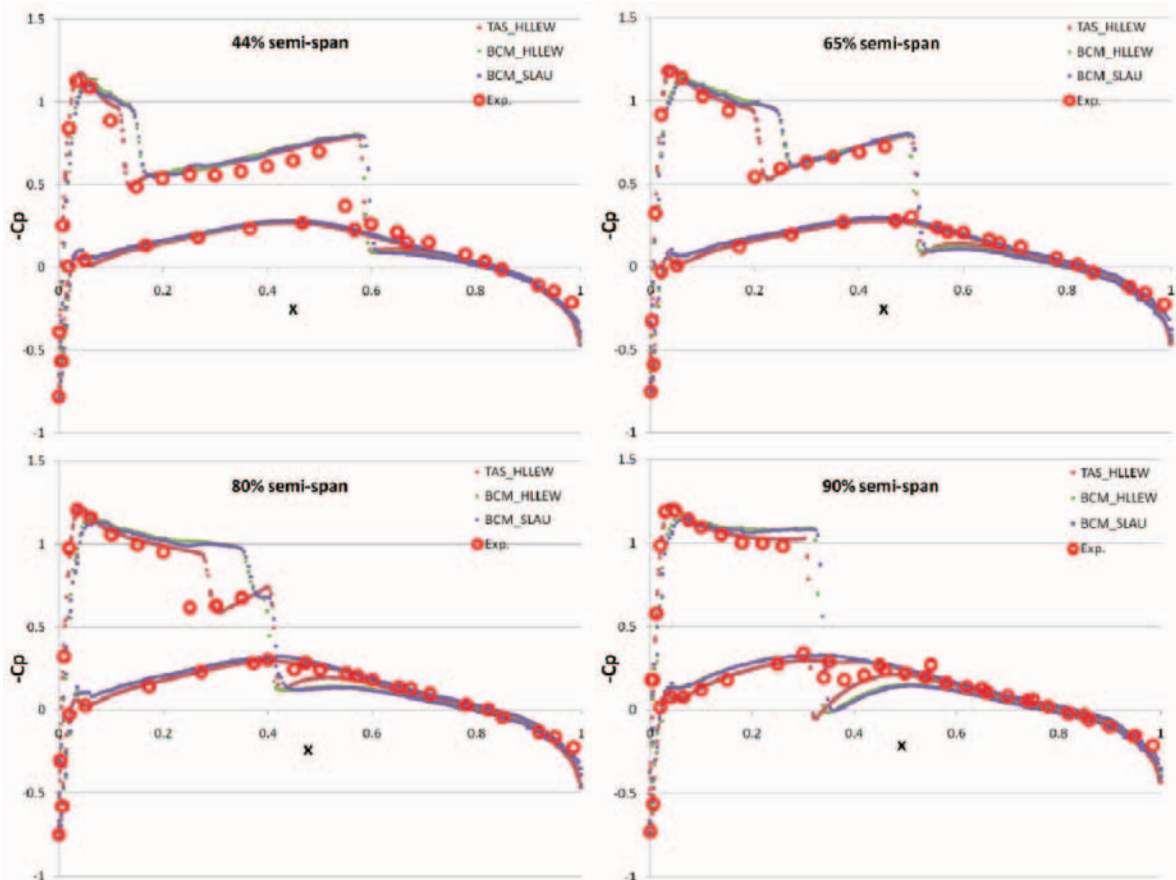


図 5 : M6 翼の 44%、65%、80%、90% semi-span 断面における C_p 分布

3.2 ROBIN 胴体周りの定常流れ

低 Mach 数域において HLEW と SLAU スキームを比較するため、ROBIN 胴体周りの計算を一様流 Mach 数 0.062, 迎え角 0° で行った。また、TAS と BCM ソルバーを比較するため、TAS を用いて同条件で計算を行った。なお、TAS のスキームは SLAU を用いている。BCM の全格子点数は約 2500 万点である。最小格子幅は胴体長さを 2 として 6.89×10^{-3} である。

ROBIN(ROuter Body Interaction)モデル[9-10]は、NASA によりヘリコプター周りの流れ場として定常・非定常流ともに空力データが計測されているモデルであり、その概観を図 6 に示す。風洞実験では図中に示した断面上の C_p 値が計測されている。図 7 に計算に用いた格子の拡大図を示す。

図 8 に BCM の SLAU による ROBIN 胴体周りの圧力係数 (C_p) 分布を示す。表面に示す線は図 6 に示したものと同一であり、これらの断面における C_p 分布を図 9 に示す。

まず、BCM の 2 つのスキームを比較する。図 9 を見ると、BCM_HLEW は C_p 値が大きく振動しているのが分かる。BCM_SLAU では、多少の圧力振動があるものの前者に比べれば良好な結果を得ている。これより、SLAU は低 Mach 数流れにおいて有効であると言える。

次に、BCM_SLAU と TAS_SLAU を比較する。特に ROBIN の前方断面で、BCM は TAS に比べて C_p 値が大きい。ROBIN 前部は全体で最も曲率の大きな箇所であり、その部分での流れの加速が十分に捕らえられていないためと考えられる。一方、胴体前部以外は BCM と TAS で結果が良く一致している。この箇所は曲率が小さく、物体の階段状表現の影響がそれほど顕著ではないためと考えられる。ONERA M6 翼の場合と同じように、より細かな格子を用いることで TAS の結果に近づくものと思われる。ただし、格子点数が急激に増加するため、やはり曲面壁の修正法の導入が現実的である。

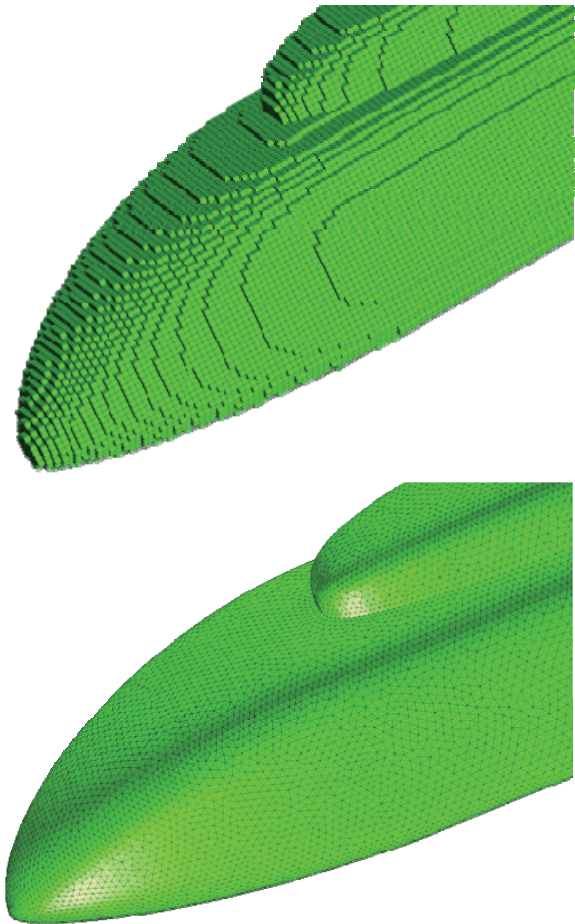


図 7 : BCM の格子(上)と TAS の格子(下)

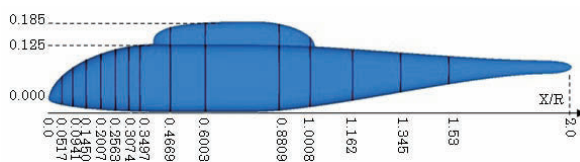


図 6 : 風洞実験で胴体表面 C_p 値が計測されている断面

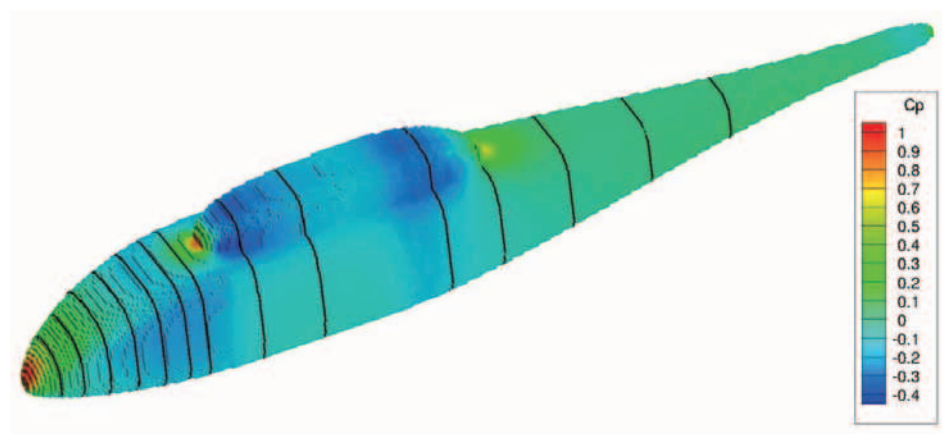
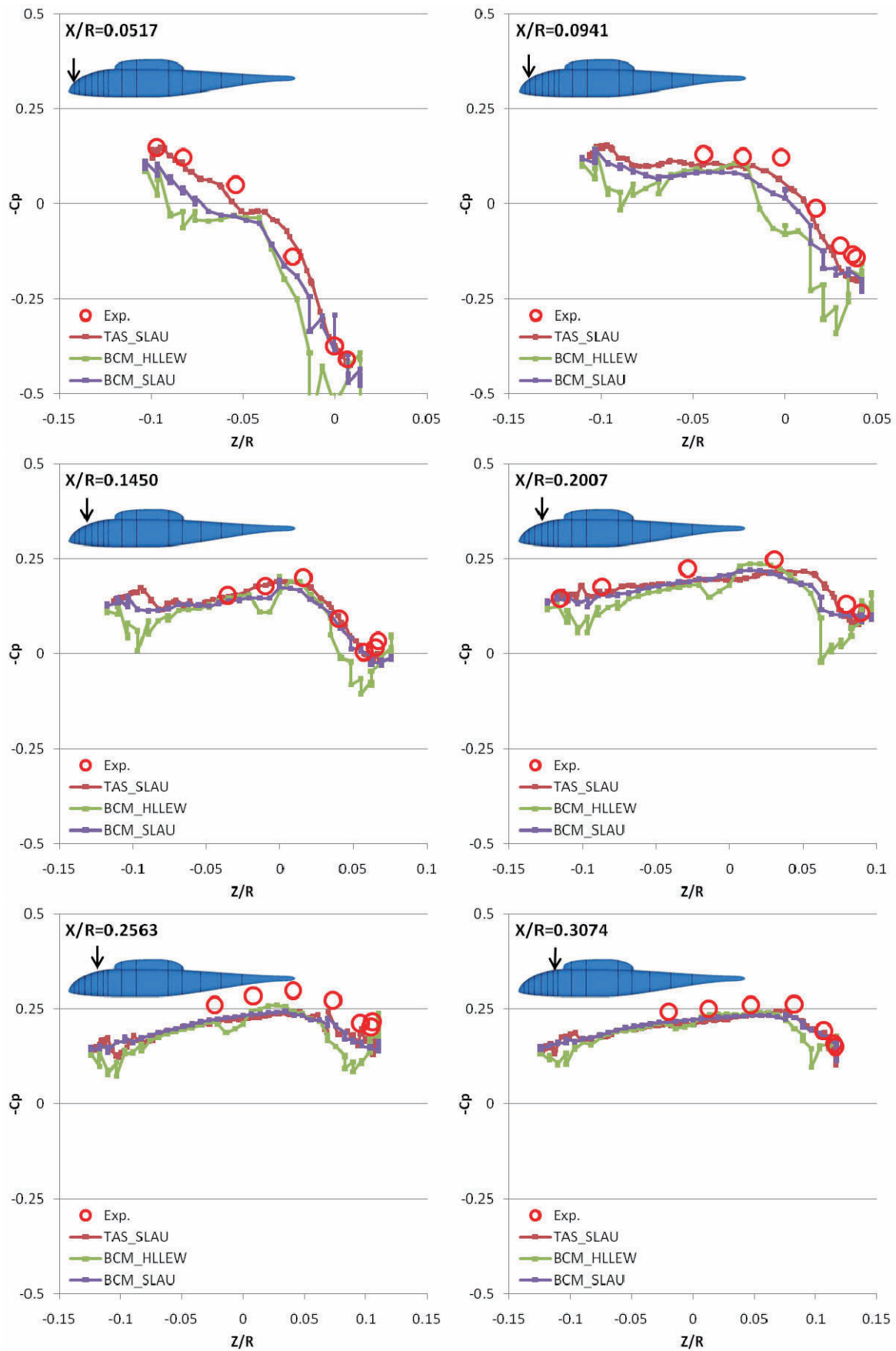
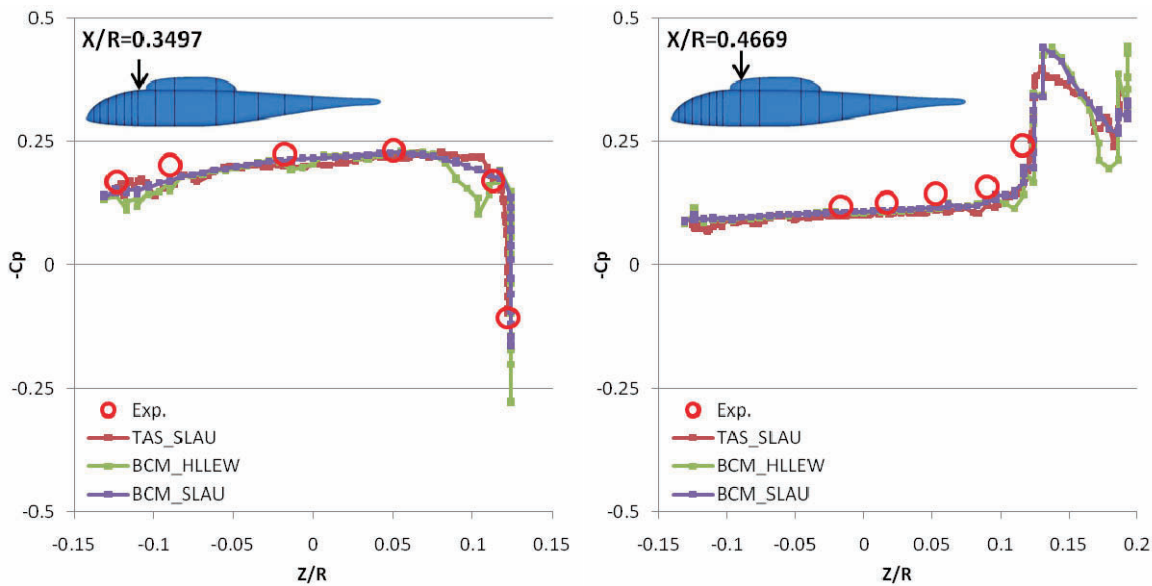


図 8 : BCM の SLAU による ROBIN 胴体周りの圧力係数(C_p)分布

図 9(a) : 実験断面における ROBIN 胴体表面 C_p 分布

図 9(b)：実験断面における ROBIN 胴体表面 C_p 分布

4. 結言

圧縮性 Euler ソルバー BCM に広範囲な Mach 数域に対応できる非粘性流束計算法 SLAU を導入し、ONERA M6 翼と ROBIN 胴体で検証計算を行った。

ONERA M6 翼周りの計算では、断面 C_p 分布を比較し、BCM において HLLEW と SLAU の間に差異がほとんど無いことを確認した。このことから、遷音速域における SLAU の有用性を示せた。また、非構造格子ソルバー TAS と計算結果を比較し、BCM では前方衝撃波の位置が TAS と比べて後方に捕らえており、BCM の最小格子幅が十分でないことが原因と考えられた。

ROBIN 胴体周りの計算では、断面 C_p 分布を比較し、BCM において HLLEW は非物理的な C_p 値の振動が見られたが、SLAU ではそのような傾向はほとんど見られず良好な結果を得た。これより、低 Mach 数流れにおける SLAU の有用性が示せた。また、非構造格子ソルバー TAS と計算結果を比較し、ONERA M6 翼と同じように BCM の階段状表現による差異が見られた。

両計算において、BCM の最小格子幅をさらに小さくして格子密度を増せばこれらは改善すると思われるが、格子点数の増加とそれによる計算時間を考えると、壁境界の改善が必要であろう。

参考文献

- [1] Nakahashi, K., and Kim, L. S., "Building-Cube Method for Large-Scale, High Resolution Flow Computations," AIAA Paper 2004-0423, 2004.
- [2] Nakahashi, K., Ito, Y., and Togashi, F., "Some challenges of realistic flow simulations by unstructured grid CFD," *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, Vol.43, pp.769-783, 2003.
- [3] 嶋英志, "AUSM 族全速度スキームと前処理付き陰解法," 第 22 回 数値流体力学シンポジウム, 東京, 2008.
- [4] 高山央貴, 佐々木大輔, 中橋和博, 田辺安忠, 齊藤茂, "非構造格子法と構造格子法のカップリングによるヘリコプター周りの数値計算," 第 23 回 数値流体力学シンポジウム, 仙台, 2009.

- [5] L. S. Kim, 高密度格子を用いた流体数値計算法に関する研究, 東北大学博士論文, 2004.
- [6] Nakahashi, K., "High-Density Mesh Flow Computations with Pre-/Post-Data Compressions," AIAA paper, 2005-4876, 2005.
- [7] Nakahashi, K., Kitoh, A., and Sakurai, Y., "Three-Dimensional Flow Computations around an Airfoil by Building-Cube Method," AIAA paper, 2006-1104, 2006.
- [8] Obayashi, S. and Guruswamy, G. P., "Convergence Acceleration of a Navier-Stokes Solver for Efficient Static Aeroelastic Computations," *AIAA Journal*, Vol.33, No.6, pp.1134-1141, 1995.
- [9] Carl E. Freeman and Raymond E. Mineck, "FUSELAGE SURFACEPRESSURE MEASUREMENTS OF A HELICOPTER WIND-TUNNEL MODEL WITH A 3.15-METER DIAMETER SINGLE ROTOR," NASA Technical Memorandum 80051, March 1979.
- [10] Raymond E. M. and Susan A. G., "Steady and Periodic Pressure Measurements on a Generic Helicopter Fuselage Model in the Presence of a Rotor," NASA TM 2000 210286, 2000.