

# 埋め込み境界法における二次元薄翼表面での解析精度の検証

高木 亮治 (宇宙航空研究開発機構), 河合 宗司, 久谷 雄一, 玉置 義治 (東北大学)

## Verification of analysis accuracy on a two-dimensional thin airfoil surface in the immersed boundary method

TAKAKI Ryoji (JAXA), KAWAI Soshi, KUYA Yuichi, TAMAKI Yoshiharu (Tohoku Univ.)

### ABSTRACT

In the immersed boundary method used in the hierarchical cartesian grid method, the geometry shape needs to be modeled by an algorithm, etc., unlike the geometry-adaptive grid using general curvilinear coordinates, and it is necessary to discuss the analysis accuracy near the geometry surface. In this paper, we will report the verification results of the analysis accuracy on the surface of the two-dimensional thin airfoil (NACA4402).

### 1. はじめに

現在、我々のグループでは、スーパーコンピュータ「富岳」を用いた航空機の実フライトレイノルズ数におけるLES解析の実現に向けた研究開発を行っている<sup>1)</sup>。そこでの課題の一つが航空機の実機複雑形状に対する大規模計算格子の作成である。昨今、市販の計算格子作成ソフトウェアが整備され、単純な形状であれば比較的簡単に計算格子が作成できるようになったが、実用的な形状の多くは複雑な形状であり、そういった複雑形状への計算格子の作成は未だに困難である。更に数億点、数兆点規模の大規模計算格子を複雑形状の物体周辺に作成することは非常に困難である。超大規模な計算格子はもはや手作業で作成することは不可能であり、計算格子の自動生成が必須となる。このため、我々のグループでは、階層型等間隔直交格子法と埋め込み境界法 (Immersed boundary : IB) 法を組み合わせた手法を採用し、大規模計算格子の自動生成に取り組んでいる<sup>2,3)</sup>。

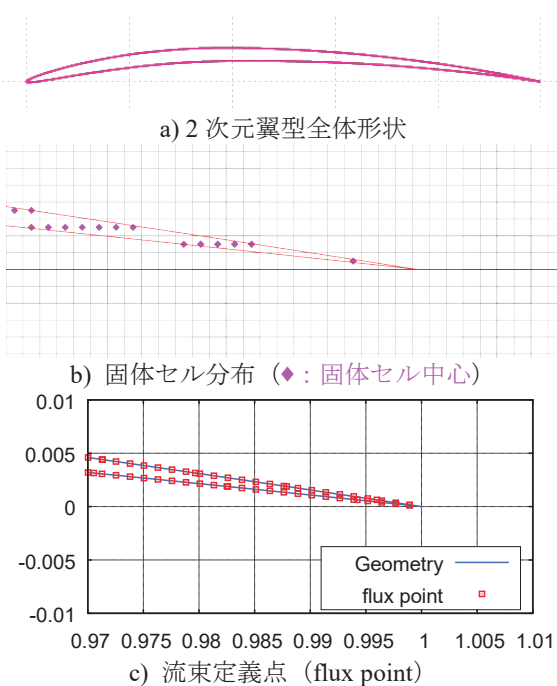
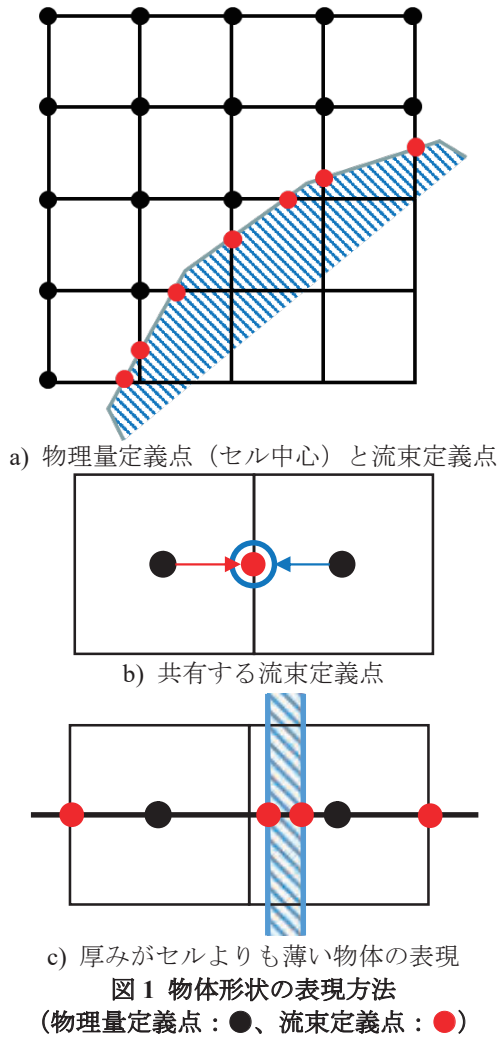
通常使われる物体適合格子では物体形状に沿った形で計算格子を作成するので、言わば、計算格子 (直接的には解析ソルバーの中で使われるメトリック) が物体形状を表現する。一方、直交格子法では直交格子の中に物体が存在するため、物体を解析ソルバー内でのアルゴリズムとして表現することになる。そのため、流れ場の計算はもとより、物体表面での物理量分布や物体に働く力を計算するための表面積分に関しても工夫が必要となる。最も簡易的な方法である階段状近似では、表面分布や表面積を正しく計算することができないため、新たな計算手法を提案した<sup>3)</sup>。今回、新たに提案した手法を用いて計算する圧力係数や摩擦係数の表面分布、更にはそれらを表面積分した空気力の精度検証を目的に二次元薄翼 (NACA4402) まわりの流れの解析を行った。得られた結果は、これまで一般的に使われている物体適合格子を用いた解析結果と比較し、提案手法の精度検証を行った。ここではこの比較結果について報告する。

### 2. 物体形状の表現と表面積分手法<sup>3)</sup>

#### 2.1. 物体形状の表現

通常の物体境界適合格子法では物体表面に沿った形で計算格子を生成するため、計算格子は流体領域のみ存在し物体を内包しない。一方、直交格子法では流体領域と物体とを区別せず、計算空間全体に直交格子を作成するため、物体を内包することになる。そのため、計算の際には物体形状を何らかのアルゴリズムで表現することになる。埋め込み境界法は、もともとは適切な外力を設定することで、物体が存在する影響を流れ場に取り込む手法であるが、ここではより一般的に、物体形状を表現するアルゴリズムの総称として捉えることとする。

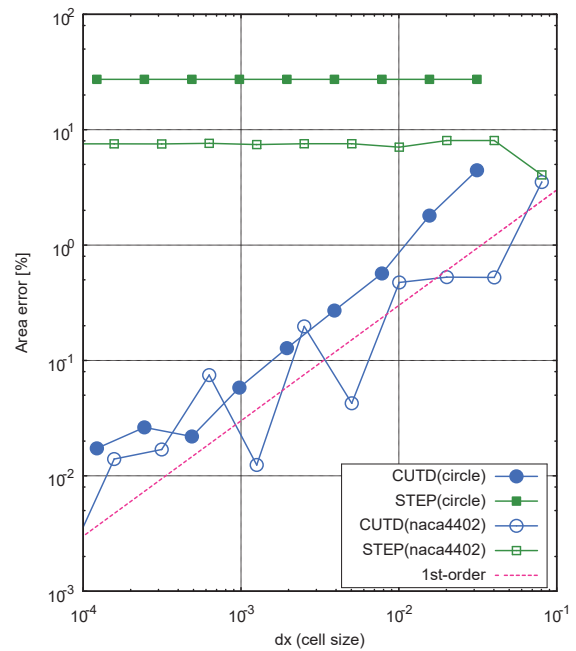
我々の手法では図1a)で示す様に、隣接する物理量定義点 (セル中心) を結ぶ直線と物体表面 (2次元の場合は線、3次元の場合はポリゴンで表現) の交点に流束定義点を設定し、流束定義点で、壁を考慮した対称条件により流束を設定することで物体を表現している。この手法の利点として、セルよりも薄い物体でも取り扱う事ができる事が挙げられる。セルよりも薄い物体が存在した場合、所謂固体セルが確保できない状況が発生するなど、通常の埋め込み境界法では取り扱いが難しいが、ここで用いている手法では、セル中心を結ぶ線と物体との交点を流束定義点として利用し、かつ図1b)で示す様に、両隣のセルで共有する流束を別々 (赤●、青○) に計算している。壁がない領域では、流束の計算量とメモリ量が単純に2倍になり無駄な計算をすることになるが、固体セルが定義できない領域でも、図1c)で示す様に物体を表現することが可能となる。この手法を用いることで、NACA4402など薄翼の後縁も図2で示す様に、ある程度粗い格子でも形状を表現できるようになる。



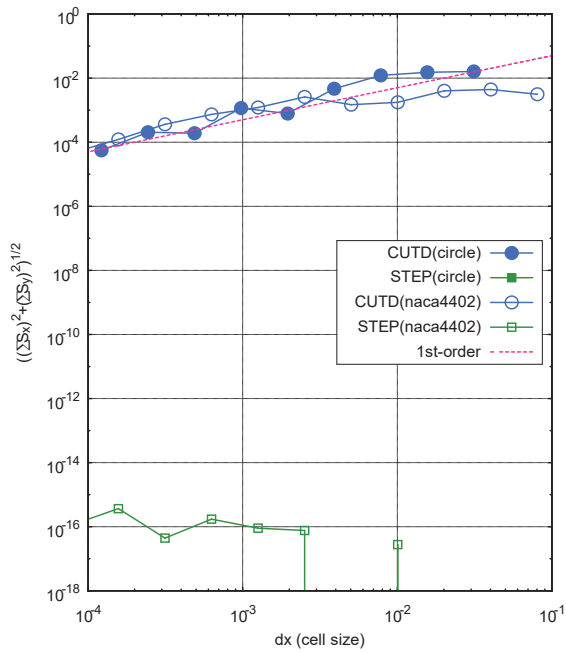
### 2.2. 表面積分手法

物体に働く力を計算するためには、物体表面に働く力を表面積分する必要がある。直交格子法+埋め込み境界法では、物体形状をアルゴリズムで表現するために表面積分にも工夫が必要となる。ここで用いる手法では、流束を物体表面で定義しており、計算で用いる流束を直接積分することが可能である。一方、各流束定義点での面積要素をどう評価するかが問題になる。物体形状を階段状に近似し、それに基づいて積分を計算する方法が最も簡単であるが、フラクタル性のために格子サイズをいくら細かくしても、正しい表面積には収束しない。そのため、ここでは階段状近似ではなく面の傾斜情報を活用する手法を用いている。

面積要素を考える際に必要となる要件として、格子を細かくしていくと表面積が正しい値に収束する、面積要素ベクトルの和が0になる(物体が閉じている)の2点が必要となる。表面積分の検証として、2次元形状として円(circle)および薄翼(NACA4402)での検証結果を図3に示す。この図でSTEPは階段状近似を行ったもの、CUTDが壁の傾斜を考慮した提案手法である。STEPは、計算格子サイズを小さくしても誤差が0に収束しない(面積が正しい値に収束しない)が、CUTDは1次のオーダーで収束することがわかる。一方、面ベクトルの和に関しては、STEPでは原理的に0となるが、実際マシン0の結果となった。CUTDは1次のオーダーで収束することがわかる。



a) 表面積分



b) 面ベクトルの和

図 3 2次元形状での表面積等の検証結果

3. 表面分布および表面積分の検証

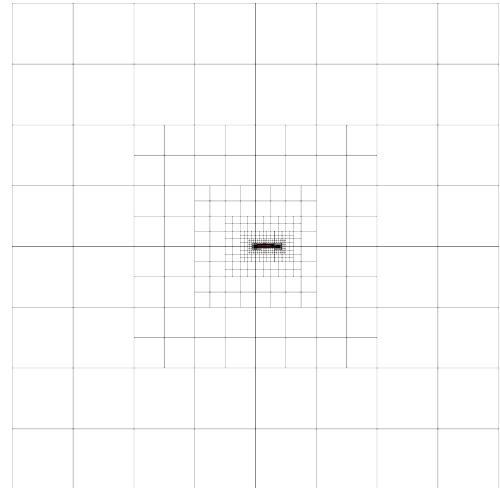
圧力係数や摩擦係数の表面分布、それらを表面積分して得られる力に関して、これまで一般的に使われている物体適合格子を用いた解析結果との比較検証を行った。

3.1. 解析条件

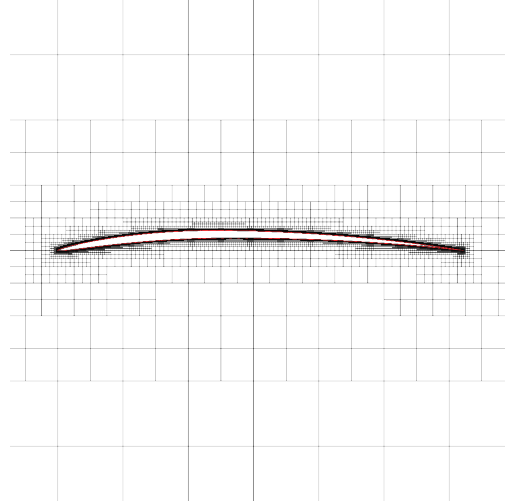
解析対象は2次元の薄翼 (NACA4402) とし、乱流モデルなど他要因の影響を避けるため低速 (マッハ数は 0.1)、低レイノルズ数流れ ( $10^3$ ) とした。比較対象としたのは通常の物体適合格子を用いた解析 (UPACS を利用) <sup>4)</sup> である。以後、ここで用いる直交格子と埋め込み境界法を用いた手法を BCM と呼称する。

BCM で用いた計算格子 (ブロック配置) の例を図 4 に示す。BCM では計算領域を四分木で分割し、階層構造を構築していくが、階層構造の階層レベルを Level で表す。Level が大きいほど階層が深く、最小格子幅が小さく、全体のセル数が増加することとなる。それぞれのブロックは  $16 \times 16$  のセルに分割している。

解析条件を表 1 に示す。この表でセル数に着目すると、BCM のセル数は UPACS に比べかなり大きいことがわかる。これは、BCM では等方的にセルを細かくするが、UPACS では必要に応じてアスペクト比の大きなセルを利用できるからである。ちなみに、計算領域の大きさ (表では遠方境界) は、セル数の違いにあまり影響を与えない。実際、BCM で遠方境界を UPACS 並み (-100 ~ 100) かつ最小格子幅を  $0.97 \times 10^{-4}$  とした場合 (Level 17)、セル数は 210 万点となり、BCM (Level 14) とほぼ同じセル数となった。物体適合格子に比べて格子点数が大きくなってしまうのは BCM の大きなデメリットであり、後程言及する。



a) 全体



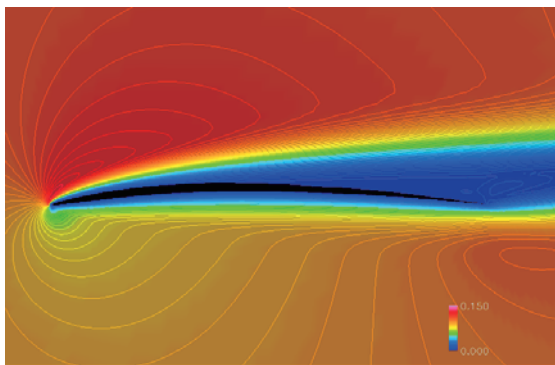
b) 翼近傍

図 4 NACA4402 まわりに配置された BCM のブロック (Level 14)

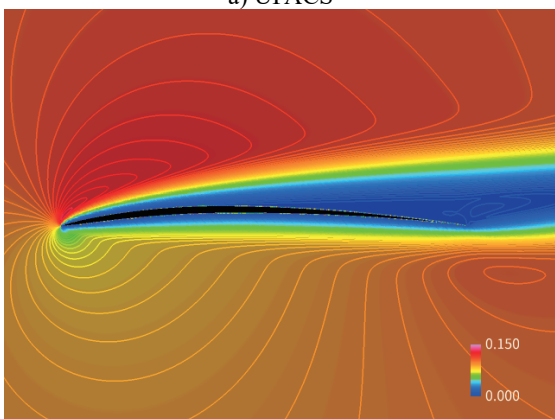
表 1 解析条件

	BCM (Level14)	UPACS
遠方境界	-10.3 ~ 10.3	-100 ~ 100
最小格子幅	$0.79 \times 10^{-4}$	$1.0 \times 10^{-4}$
セル数	250 万	2 万
マッハ数	0.1	
迎角	8 度	
レイノルズ数	$10^3$	

図 5 に BCM と UPACS の解析結果を比較した一例を示す。それぞれマッハ数分布を示している。全体的な流れ場に関して、BCM と UPACS とで同様の結果が得られていることがわかる。



a) UPACS



b) BCM (Level14)

図5 解析例の比較 (マッハ数分布)

3.2. 形状再現性

BCMのアルゴリズムの違いによる物体形状再現性の違いを図6に示す。STEPが形状を階段状に近似したもの、CUTDが提案手法である。

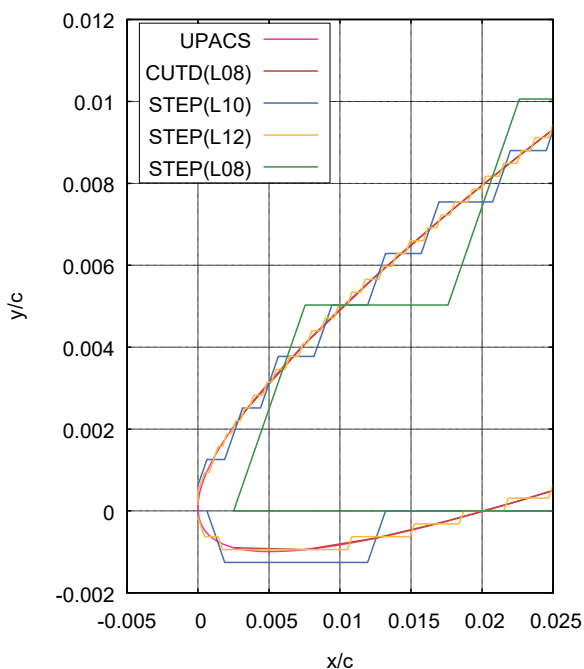
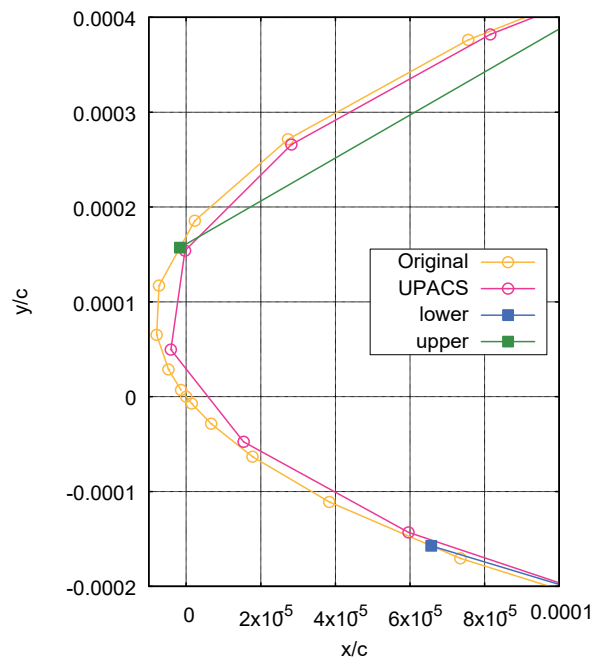


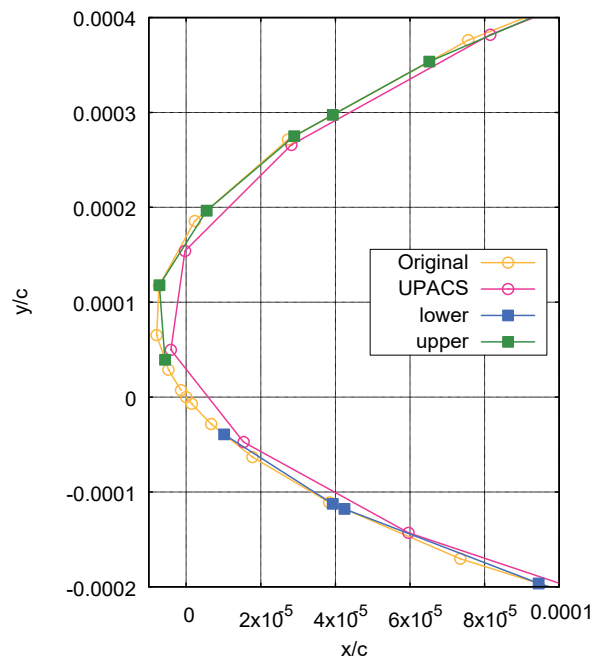
図6 前縁付近での形状再現性の比較

この図はコード長2%の前縁付近の形状再現性を示

しているが、STEPでは常にセル面で物体形状を表現するので、セルサイズが比較的大きい場合、精度良く物体形状を再現することができていないことが分かる。Level8 (図ではL08) はもとより、Level12 (図ではL12) でもSTEPは形状再現性に難が見られる。一方CUTDはLevel8でもUPACSの形状と良く一致している。なお、CUTDでも若干の問題があり、その状況を図7で示す。



a) Level12、最小格子幅： $\Delta x=0.31 \times 10^{-3}$



b) Level14、最小格子幅： $\Delta x=0.79 \times 10^{-4}$

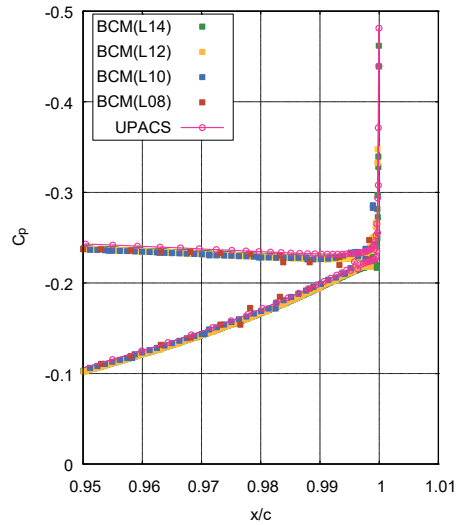
図7 CUTDにおける前縁付近の形状再現性

BCMでは、空間を自動的に分割するため、物体形状の特徴線などにセルの位置をぴったりと合わせることは通常はできない。そのため、この図7で示す様に、前

縁の場所はピンポイントで再現することができず、最終的にはセルサイズに応じて離散的に形状を再現することになる。エラー！参照元が見つかりません。a)で示すLevel12では、特に下面において、翼前縁が正確に表現できていない。Level14まで格子を詰めると、UPACSとほぼ同じ形状再現性となることがわかる。なお、UPACSも元の形状からの若干ずれが認められる。

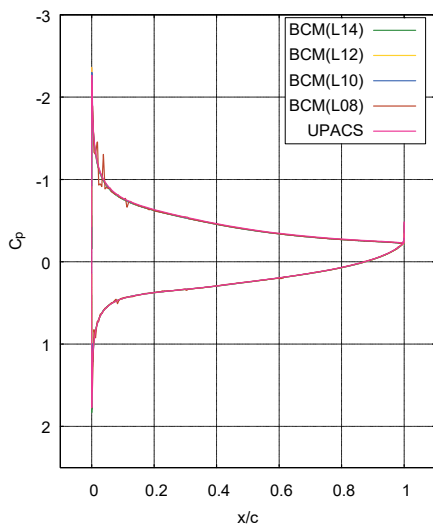
### 3.3. 表面物理量分布の比較

図8に表面圧力係数 ( $C_p$ ) 分布を、図9に表面摩擦係数 ( $C_f$ ) 分布をそれぞれBCMとUPACSで比較したものを示す。図では全体的な分布と前・後縁付近を拡大したものを示している。なお、BCMではCUTDを用いている。BCMでは、Level8において前縁上面の圧力係数分布でスパイク状の振動が若干見られるが、全体的な分布としてはUPACSの結果と非常に良く一致している。前・後縁付近を拡大しても、圧力係数、摩擦係数ともに、Level8でBCMとUPACSで若干差が見られるが、Level10以上では非常に良く一致していることがわかる。

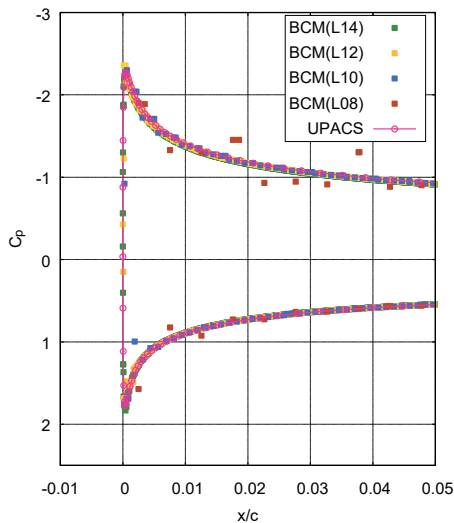


c) 後縁付近

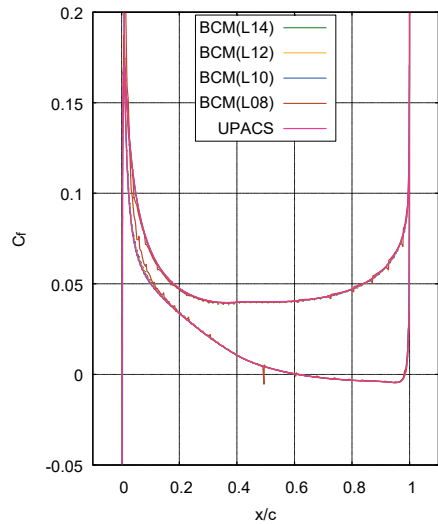
図8 表面圧力係数 ( $C_p$ ) 分布の比較



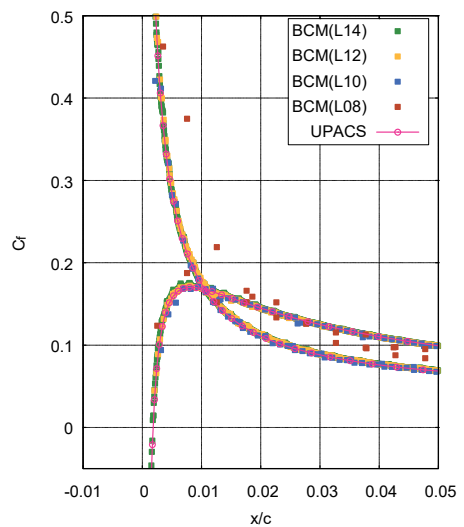
a) 全体



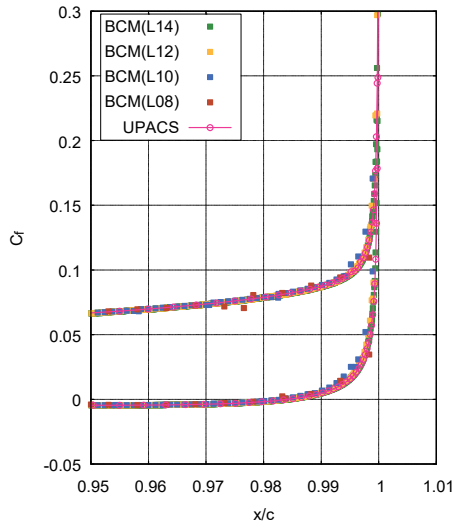
b) 前縁付近



a) 全体



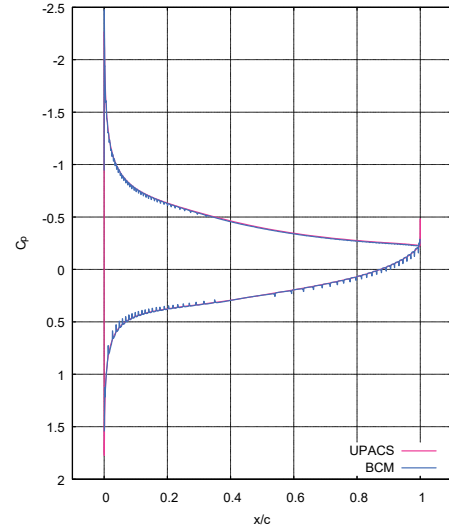
b) 前縁付近



c) 後縁付近

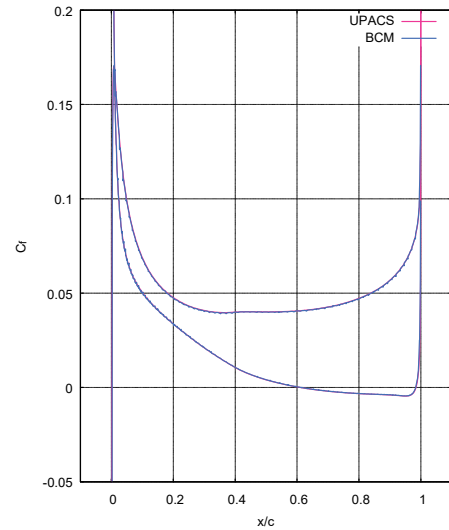
図9 表面摩擦係数 (Cf) 分布の比較

表面圧力係数分布、表面摩擦係数分布をBCMのCUTDとSTEPとで比較した結果を、それぞれ図10および図11に示す。ここで示しているのはLevel10での結果である。圧力係数に関しては、STEPで微小な振動が見られる他はCUTDとSTEPで非常に良い一致を示している。一方、摩擦係数に関しては、STEPで大きな振動が見られる。この振動は、階段状近似における形状の切り替え点（離散的な変化）で発生している。実際に確認をしていないが、図から判断すると、振動を平均して得られる分布はCUTDと同じ分布と思われる。

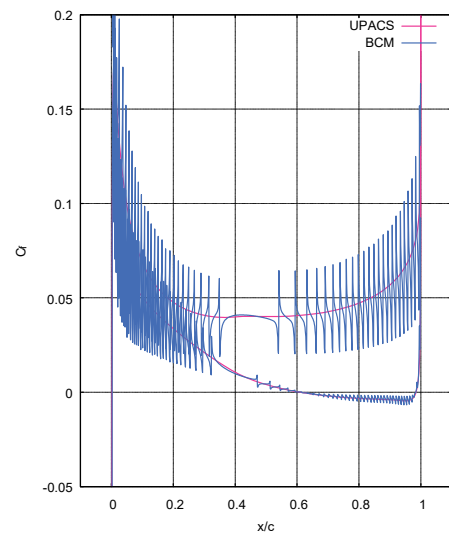


b) STEP

図10 BCM手法の違いによる表面圧力係数分布の差

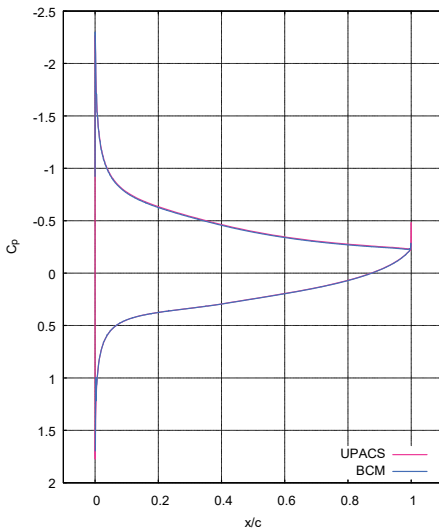


a) CUTD



b) STEP

図11 BCM手法の違いによる表面摩擦係数分布の差



a) CUTD

3.4. 表面積分値の比較

x軸方向の力(Fx)、y軸方向の力(Fy)をBCMとUPACSで比較した結果を図12に示す。BCMのLevelとしてはLevel6,8,9,10,11,12,13,14がプロットされている。図12の横軸は次元当たりのセル数=(総セル数)<sup>1/2</sup>であり、右に行くほど、セル数が増加、Levelが増加、最小格子幅が減少となる。Levelの増加に伴い、BCMの積分力(FxとFy)はUPACSのそれに、一様ではないが収束していることがわかる。BCMの最小格子幅がUPACSのそれとほぼ同じ大きさになるのがLevel14であり、その辺りでBCMの積分力とUPACSの積分力がほぼ一致する状況が見られる。ちなみに、Level14では形状の表面積自体の計算誤差は0.0017%であり、面積計算の誤差が積分力に与える影響は非常に小さいと考えられる。積分力FxおよびFyから求めたCl(揚力係数)、Cd(抵抗係数)の値を、Level14のBCMとUPACSとで比較した結果を表2に示す。Clの差が0.17%、Cdの差は1.6%で比較的良く一致していると考えられる。物体形状の再現性も含め、同程度の最小格子幅によりBCMとUPACSとで同程度の結果が得られた。

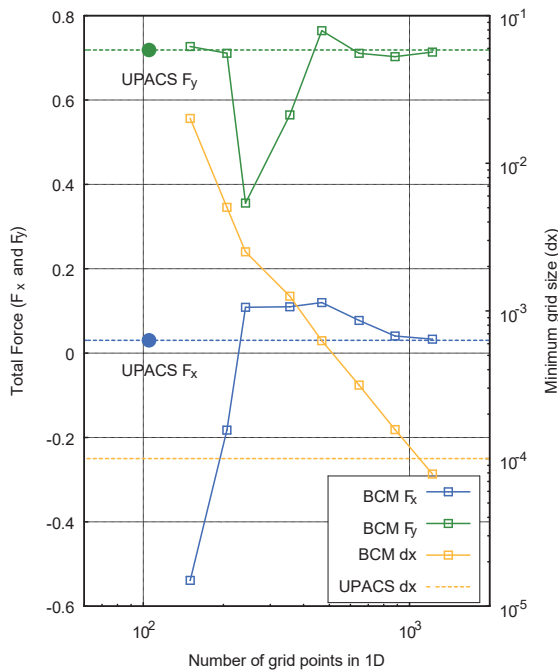


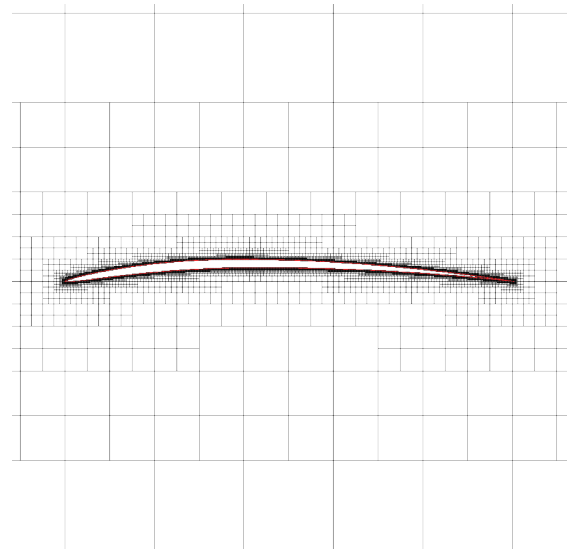
図 12 格子点数と表面積分力の関係

表 2 Cl, Cd の比較

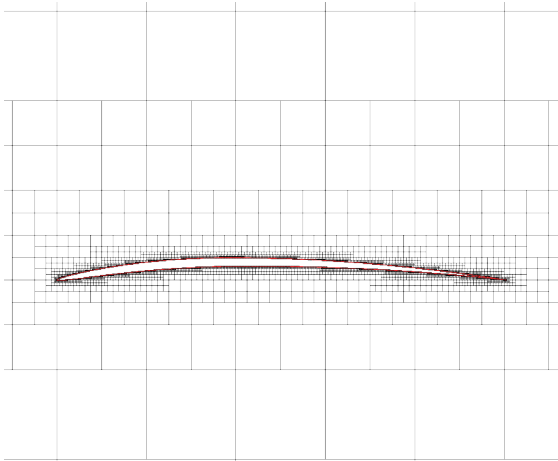
	Cl (差)	Cd (差)	最小格子幅
BCM (L14)	0.7061 (0.17%)	0.1322 (1.6%)	$0.79 \times 10^{-4}$
UPACS	0.7073	0.1301	$1.00 \times 10^{-4}$

ほぼ同程度の結果が得られているBCM (Level14) とUPACSとで、解析に用いたセル数を比較する。UPACSと比較すると、BCMは次元当たり10倍の格子点数を用いていることになる。これは単純に計算領域を最小格子幅まで分割する際の問題である。UPACSでは、特に

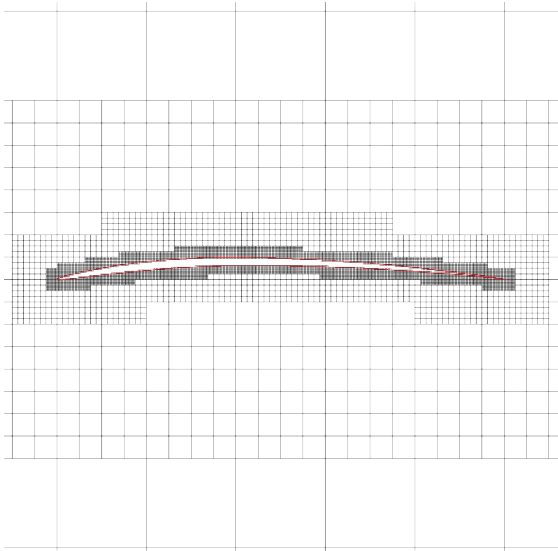
今回のようにRANS的な解析では、非等方的なアスペクト比の大きなセルを利用できる。また、隣接セル間でサイズ比を自由に設定できる、物体まわりでも場所(前・後縁と中間領域など)に応じてセルのサイズを変えられるなど、効率良くセルを分布させることができ、結果的にセル数を削減することができている。一方、BCMでは等方的なセルで分割する点、ブロック内は同じ大きさのセルを分布させる点、ブロック間でサイズ比を2に固定している点、物体周りを全て最小セルで覆うなど、ある意味分割に対する制約が大きくセル数が増大する原因となっている。ただ、境界層の壁面極近傍 ( $y \leq 0.1$ 程度) の非等方的な内層乱流をモデル化し、境界層の大部分を占める比較的等方的な外層乱流をLESとして準直接的に解像する壁面モデルLESなど高レイノルズ数の乱流解析などでは、少なくとも、物体付近では等方的なセルが必要となり、BCMとは親和性が高いと考えている。また若干ではあるが、図13で示す様に、ブロック分割の工夫(隣接ブロックの分割制御の緩和、十六分木の利用など)により、最小格子幅は保ったまま、ある程度のセル数の削減は可能である。しかしながら、セル数を削減する場合、物体近傍のセル密度を下げることで、解析精度の低下をもたらす場合がある。そのため最終的には解析精度との兼ね合いとなる。総セル数は同じにして図13c)の様に物体近傍のセル密度をある程度の範囲で確保する方が良い場合もあると考えられる。



a) 標準的分割 ( $\Delta x = 0.97 \times 10^{-4}$ 、210万セル)



b) 隣接ブロックの分割制限 ( $\Delta x=0.97 \times 10^{-4}$ 、122万セル、物体近傍のセル密度が低下)



c) 十六分木 ( $\Delta x=1.9 \times 10^{-4}$ 、210万セル、物体近傍のセル密度が向上)

図 13 分割手法の違いによるブロック配置の差

#### 4. おわりに

複雑形状への大規模計算格子の自動生成の実現を目指して、階層型等間隔直交格子法と埋め込み境界法を組み合わせた手法における表面付近の物理量分布並びに表面積分の計算手法に関して検証を行った。一般的な物体適合格子を用いた解析結果と比較することで、物体形状の再現精度を確保し、物体適合格子と同程度の最小格子幅での解析を行うことで、同程度の解析結果が得られことがわかった。今回の結果は一例に過ぎないが、別途開催される直交格子WS等、引き続き比較検証例を積み上げて行くことで、本手法の信頼性を確認していきたいと考えている。

#### 謝辞

本研究は文部科学省が主導するポスト「京」重点課題、およびスーパーコンピュータ「富岳」成果創出加速プログラムの元で実施した。また実際の計算には宇

宙航空研究開発機構スーパーコンピュータJSS2を用いた。

#### 参考文献

- (1) スーパーコンピュータ「富岳」成果創出加速プログラム 領域③産業競争力の強化 “航空機フライト試験を代替する近未来型設計技術の先導的実研究(代表：河合宗司)”，  
<https://www.r-ccs.riken.jp/jp/fugaku/promoting-researches>
- (2) 柴田他，“階層型直交格子法における流束ベース壁面境界条件の検討”，第49回流体力学講演会/第35回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, 1D14, 2017.
- (3) 高木他，“階層型等間隔直交構造格子を用いた高速・高精度乱流解析プログラムの開発”，第51回流体力学講演会/第37回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム論文集, pp165-171, JAXA-SP-19-007, 2020.
- (4) 高木，“低レイノルズ数流れにおけるNACA4402翼空力特性解析”，日本航空宇宙学会論文集, Vol. 54, No. 631, pp367-373, 2006.