

(ANSSワークショップ2)「直交格子CFDワークショップ」(2)

直交格子法を用いた 極超音速流中の物体の空力加熱の簡易予測手法の検討

高橋俊 山田剛治 水野裕介 山下璃良威 (東海大)

2013CFDシンポ発表済

計算手法

支配方程式	2次元圧縮性Navier-Stokes方程式
離散化	有限体積法
非粘性流束	3次 MUSCL-Roe & 2次 Pseudo Skew-symmetric スイッチングスキーム
粘性流束	2次精度中心差分
時間積分	3次精度 TVD Runge-Kutta法
格子	完全等間隔直交格子
壁面境界	レベルセット法 & ゴーストセル (イメージポイント) 法

2013CFDシンポ発表済

非粘性流束計算法

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = \frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y}$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (\rho e + p)u \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + p \\ (\rho e + p)v \end{bmatrix}, \frac{\partial E}{\partial x} = \frac{E_{i+1/2} - E_{i-1/2}}{\Delta x}$$

$$E_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + \kappa T_x \end{bmatrix}, F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yx}u + \tau_{yy}v + \kappa T_y \end{bmatrix}$$

2013CFDシンポ発表済

スイッチングスキーム

$$E_{i+1/2} = (1 - \beta_{i+1/2}) E_{i+1/2, turbulent} + \beta_{i+1/2} E_{i+1/2, shock}$$

$$E_{i+1/2, turbulent} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}(\rho_i + \rho_{i+1})(u_i + u_{i+1}) \\ \frac{1}{8}(\rho_i + \rho_{i+1})(u_i + u_{i+1})^2 + \frac{1}{2}(p_i + p_{i+1}) \\ \frac{1}{8}(\rho_i + \rho_{i+1})(u_i + u_{i+1})(v_i + v_{i+1}) \\ \frac{1}{4}(\rho_i e_i + \rho_{i+1} e_{i+1} + p_i + p_{i+1})(u_i + u_{i+1}) \end{bmatrix} + \frac{1}{4} \chi(\rho_i + \rho_{i+1})(u_i + u_{i+1}) \begin{bmatrix} 0 \\ u_{i+1/2, R} - u_{i+1/2, L} \\ v_{i+1/2, R} - v_{i+1/2, L} \\ e_{i+1/2, R} - e_{i+1/2, L} \end{bmatrix}$$

$$E_{i+1/2, shock} = \frac{1}{2} [E_i + E_{i+1} + |A_{i+1/2, Roe}| (Q_{i+1/2, R} - Q_{i+1/2, L})]$$

$$\beta_{i+1/2} = \min(1, \phi_i + \phi_{i+1})$$

乱流場解像用
 低数値粘性Pseudo Skew-symmetricスキーム($\chi = 0.05$)
 衝撃波解像用Roe

Ducros型のスイッチングパラメータ
 (0 or 1 の整数) : 本研究では $\theta = 0.6$

$$\phi = \begin{cases} 0 & \frac{|\nabla \cdot u|^2}{|\nabla \cdot u|^2 + |\nabla \times u|^2 + \varepsilon} < \theta \\ 1 & \frac{|\nabla \cdot u|^2}{|\nabla \cdot u|^2 + |\nabla \times u|^2 + \varepsilon} \geq \theta \end{cases}$$

2013CFDシンポ発表済

スイッチングスキーム

$$E_{i+1/2} = (1 - \beta_{i+1/2})E_{i+1/2,turbulent} + \beta_{i+1/2}E_{i+1/2,shock}$$

A	全領域をスイッチングスキームで解く
B	物体の隣接セルをMUSCL-Roe その他の領域をスイッチングスキームで解く
C	全領域をMUSCL-Roeで解く

$$E_{i+1/2} = E_{i+1/2,shock} = \frac{1}{2} \left[E_i + E_{i+1} + |A_{i+1/2,Roe}| (Q_{i+1/2,R} - Q_{i+1/2,L}) \right]$$

2013CFDシンポ発表済

ゴーストセル法

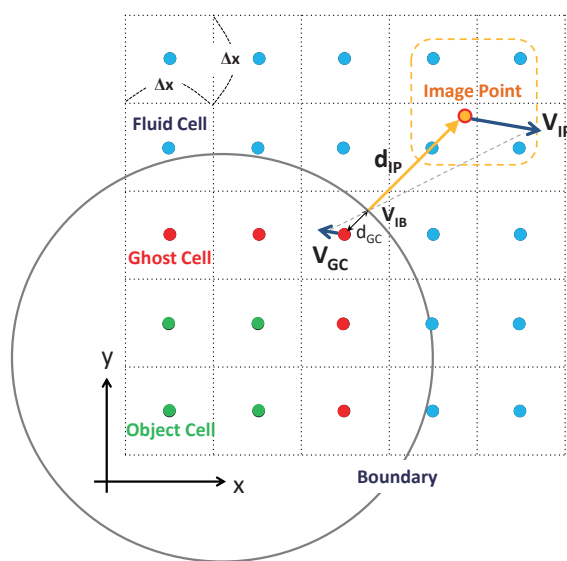
速度線形変化仮定

$$V_{GC} = V_{IP} - \frac{d_{IP} + d_{GC}}{d_{IP}} (V_{IP} - V_{IB})$$

$$\rho_{GC} = \rho_{IP}$$

$$p_{GC} = p_{IP}$$

- イメージポイントにバイリニア内挿
- プローブ長 $d_{IP} = 1.75dx$

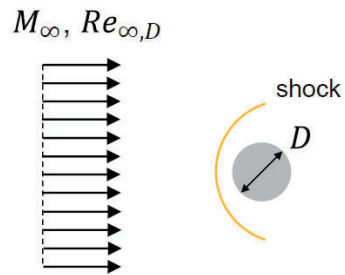


レイノルズ数 Re_{∞} の設定について



- 代表長は円柱の直径 D とする

$$Re_{\infty,D} = \frac{\rho_{\infty} \cdot U_{\infty} \cdot D}{\mu_{\infty}}$$



©JAXA松山様

2

主流条件



M_{∞}	$Re_{\infty,D}$	U_{∞} , m/s	T_{∞} , K	P_{∞} , Pa	D , mm	T_w , K
1.5	10^3	529.80	310	318.04	10	310
	10^4			3180.4	10	
	10^5			31804	10	
	10^5			3180.4	100	
	10^3			98.822	10	
3	10^4	882.42	215	988.22	10	215
	10^5			9882.2	10	
	10^5			988.22	100	

©JAXA松山様

3

主流条件



M_∞	$Re_{\infty,D}$	$U_\infty, \text{m/s}$	T_∞, K	P_∞, Pa	D, mm	T_w, K
	10^3			19.838	10	
5	10^4	1003.0	100	198.38	10	100
	10^5			1983.8	10	
	10^5			198.38	100	
7	10^3	1087.7	60.0	6.2986	10	100
	10^4			62.986	10	
	10^5			629.86	10	
	10^5			62.986	100	

©JAXA松山様

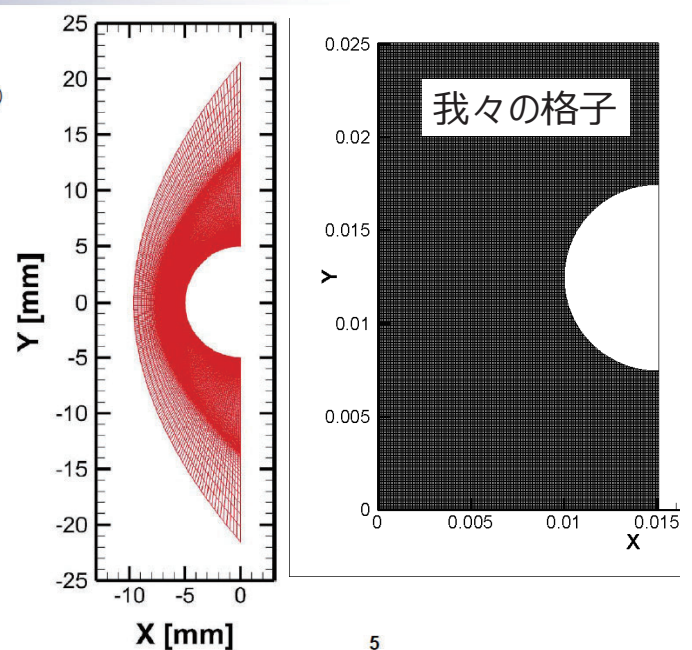
4

計算格子 ©JAXA松山様



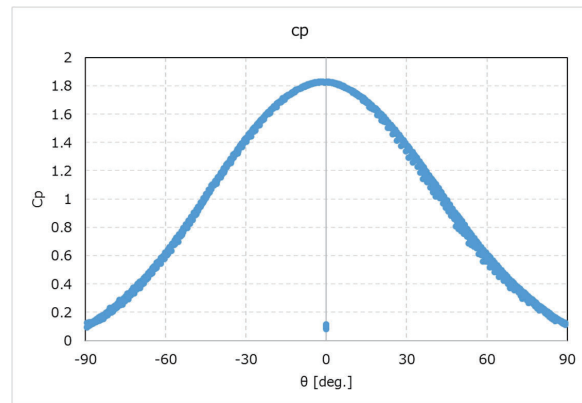
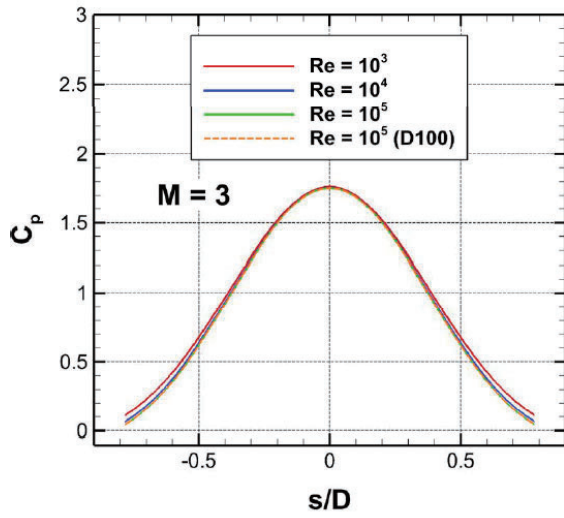
- 200 × 200 セル (10 × 200 セル × 20 ブロック)
- 円柱壁面上の格子幅 : $\Delta r_{\text{wall}} = D \times 10^{-4}$
- 解適合により衝撃波面へ格子を集中

- 240x400セル
- $\Delta x = 6.25 \times 10^{-3} D$
- 等間隔直交格子



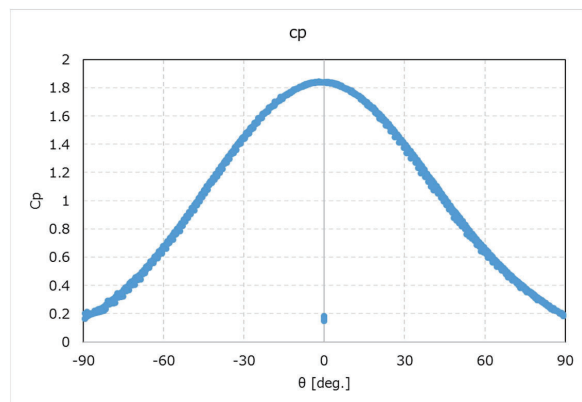
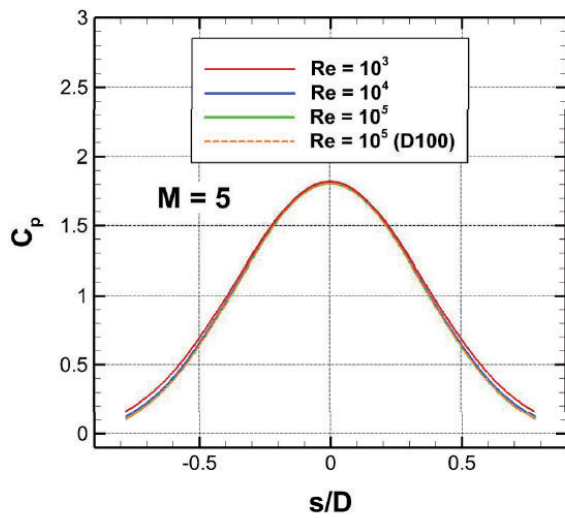
5

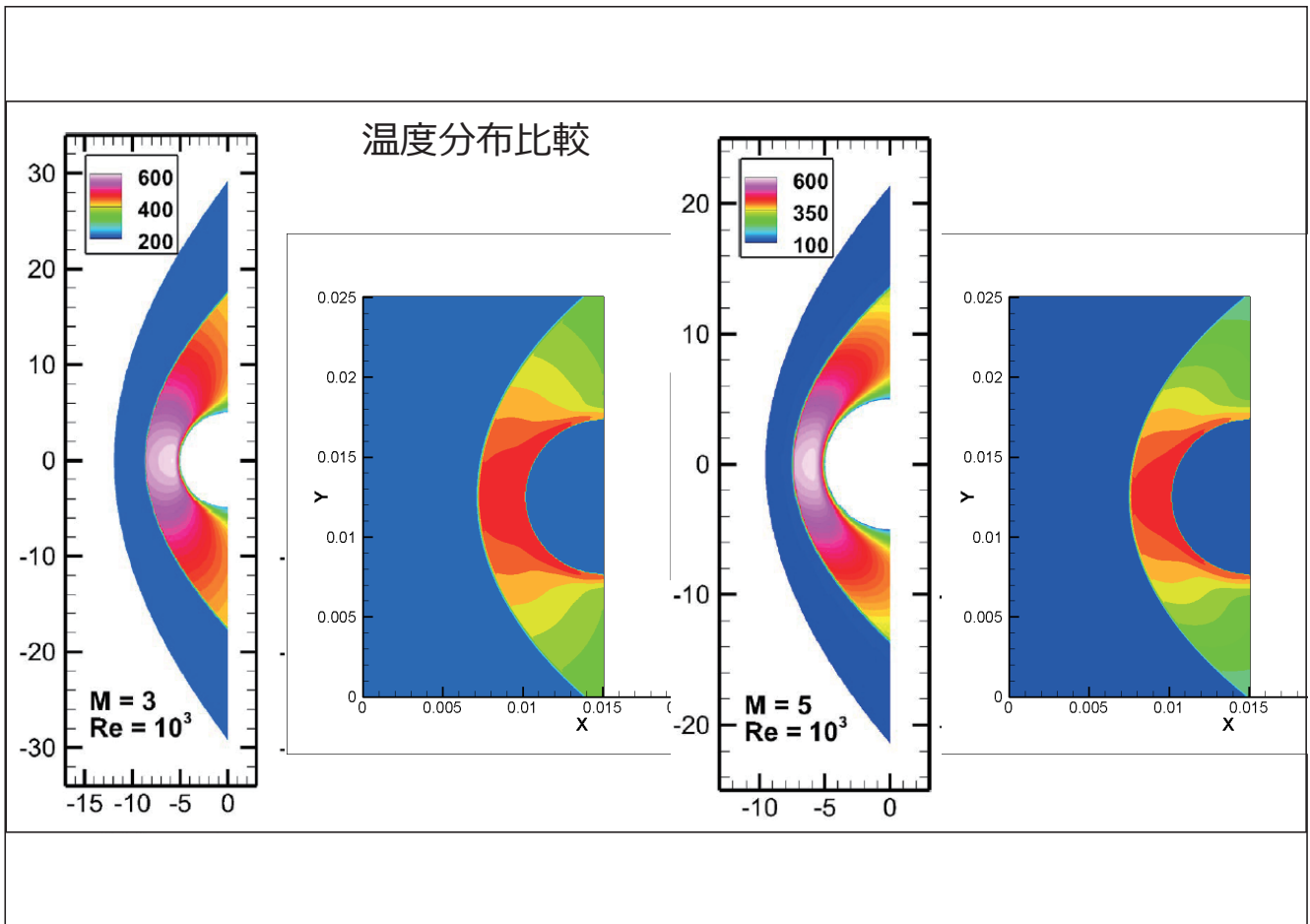
M=3



©JAXA松山様

M=5



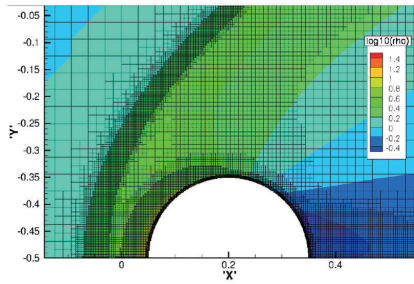


以下，参考結果&ご相談

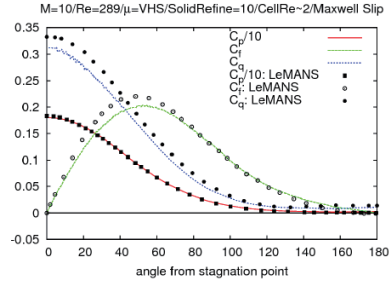
直交格子法による先行研究例

AMR直交格子+Maxwell-slip IBM

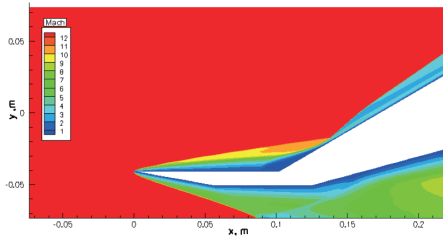
Arslanbekov, R. R., et al., AIAA 2011-3381



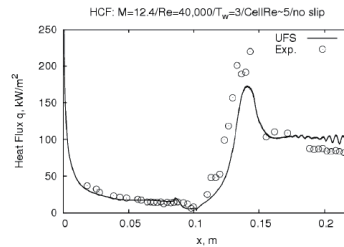
$M_{inf}=10, Re_{inf}=289$



Cp, Cf, Cqの一致良好@Cell Re# 2



$M_{inf}=12.4, Re_{inf}=40,000$



熱流束の比較@Cell Re# 5

断熱壁面の埋め込み境界法

理想気体の状態方程式

$$\rho e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho(u^2 + v^2)$$

$$\rho C_p T = \rho e + p + \frac{1}{2} \rho(u^2 + v^2)$$

壁面滑り無し($u=v=0$)

垂直方向に全微分

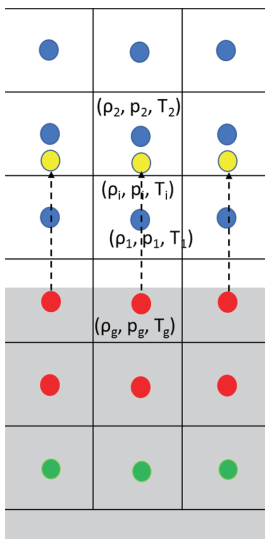
$$\rho e = \frac{p}{\gamma - 1} \iff \rho \frac{\partial e}{\partial n} + e \frac{\partial \rho}{\partial n} = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{\partial p}{\partial n}$$

$$\rho C_p T = \rho e + p \iff C_p \rho \frac{\partial T}{\partial n} + C_p T \frac{\partial \rho}{\partial n} = \rho \frac{\partial e}{\partial n} + e \frac{\partial \rho}{\partial n} + \frac{\partial p}{\partial n}$$

壁面滑り無し($u=v=0$) & $dp/dn=dp/dn=0$ の場合

$$\frac{\partial e}{\partial n} = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0$$

壁面滑り無し($u=v=0$) & $dp/dn=dp/dn=0$ は
断熱壁面を仮定していることに相当



壁面の模式図

等温壁面の埋め込み境界法

理想気体の状態方程式

$$\rho e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2) \qquad \rho C_p T = \rho e + p + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2)$$

壁面滑り無し ($u=v=0$) & $T=T_w$ (等温壁条件)

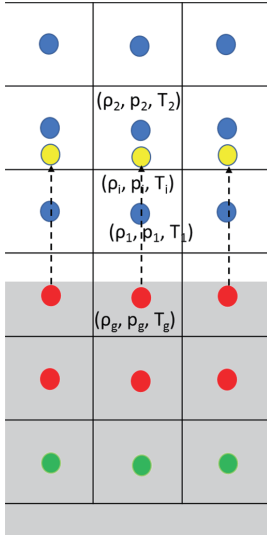
$$\rho e = \frac{p}{\gamma - 1} \iff \frac{\partial e}{\partial n} = -\frac{e}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial n}$$

$$\rho C_p T = \rho e + p \iff C_p \rho \frac{\partial T}{\partial n} + C_p T \frac{\partial \rho}{\partial n} = \rho \frac{\partial e}{\partial n} + e \frac{\partial \rho}{\partial n}$$

$$\rho_w \frac{\partial T}{\partial n} + T_w \frac{\partial \rho}{\partial n} = 0$$

$$\rho_w = \frac{1}{C_p T_w} \frac{\gamma p_i}{\gamma - 1}$$

$$e_w = \frac{C_p T_w}{\gamma}$$



壁面の模式図

上記の連立方程式を満たすように解けば
正確な等温壁の埋め込み境界法となる?



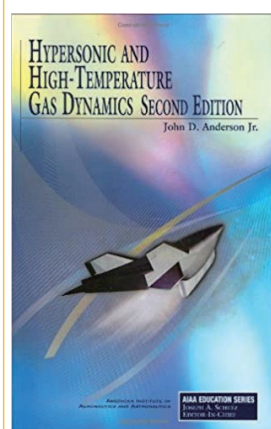
Reference enthalpy(temperature) method

R.G. Eckert, Engineering relations for friction and heat transfer to surface in high velocity flow, J. Aerosp. Sci. (1955) 585-587.

4. Hypersonic aeroheating model

4.1. Heat flux model on the stagnation area and leading edge

4.2. Laminar flow heat flux model



p. 286-288 The reference temperature method

$$C_f = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}} \qquad C_H = \frac{0.332}{\sqrt{Re_x}} Pr^{-\frac{2}{3}}$$

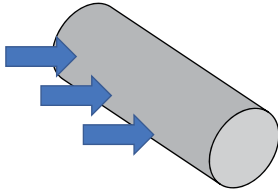
$$Re_x = \frac{\rho^* u_e x}{\mu^*} \qquad Pr = \frac{\mu^* c_p^*}{k^*}$$

$f^* = f^*(T^*)$ 元々是非圧縮性流体から考えられた

$$\frac{T^*}{T_e} = 1 + 0.032 M_e^2 + 0.58 \left(\frac{T_w}{T_e} - 1 \right)$$

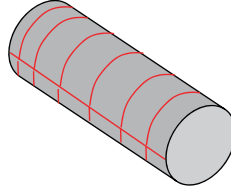
解析手順

① Euler計算



記号	意味
p_e	境界層外縁圧力
T_e	境界層外縁温度
ρ_e	境界層外縁密度
u_e	境界層外縁速度

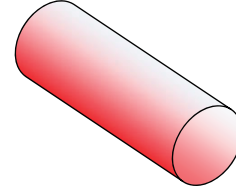
② 表面流線計算



記号	意味
x	よどみ点からの距離

$$Re_x = \frac{\rho^* u_e x}{\mu^*}$$

③ 熱流束算出



$$\frac{T^*}{T_e} = 1 + 0.032M_e^2 + 0.58 \left(\frac{T_w}{T_e} - 1 \right)$$

$$Pr = \frac{\mu^* c_p^*}{k^*}$$

$$C_H = \frac{0.332}{\sqrt{Re_x}} Pr^{-\frac{2}{3}}$$

$$C_H = \frac{q_w}{\rho_e u_e (h_{aw} - h_w)}$$

$$q_w = C_H \rho_e u_e (h_{aw} - h_w)$$

もしご存知の方がいらっしゃれば情報いただければ幸いです