

月面の中央丘クレーターの特性に関する関係式の導出

今福 拓海*¹, 山本 幸生*², 大竹 真紀子*², 廣田 雅春*³, 荒木 徹也*⁴, 石川 博*¹

Derivation of the Equation to Characterize the Lunar Central Peak Craters

IMAFUKU Takumi*¹, YAMAMOTO Yukio*², OHTAKE Makiko*², HIROTA Masaharu*³,
ARAKI Tetsuya*⁴, ISHIKAWA Hiroshi*¹

Abstract

There is a well-known relationship between the diameter and depth of the lunar craters. For the craters with central peaks, a non-linear relation was proposed between the diameter and the peak height. However, this relation has room for improvement since it was derived manually measuring the parameters from a small number of old crater images. Therefore, in this study, the connection between the height of the central peak and the diameter was studied using a contemporary lunar digital elevation map. As a result, it was found that there is a directly proportional relationship between the height of the central peak and the crater's diameter.

Keywords: Regression Analysis, Digital Elevation Model, Parameter Estimation

概要

月面のクレーターの直径と深さに関する関係式は良く知られている。中央丘を持つクレーターに関しては中央丘の高さを直径から導出する関係式が存在するが、これは人手でクレーターの画像からパラメータを計測し、導出されたものである。しかし、計測方法の不明瞭さや、用いられているデータの少なさ、古さなどの問題点があるため、この関係式には改善の余地があると考えられる。そこで本研究では、月面クレーターの数値標高モデルを用いて中央丘の高さのための関係式を導出し、既存の関係式と比較した。結果として中央丘の高さとクレーターの直径には正比例の関係があることを示した。

* 2020年12月4日受付 (Received December 4, 2020)

¹ 東京都立大学 システムデザイン学部 (Faculty of Systems Design, Tokyo Metropolitan University)

² 宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究所 (Institute of Space and Astronautical Science, Japan Aerospace Exploration Agency)

³ 岡山理科大学 総合情報学部 (Faculty of Informatics, Okayama University of Science)

⁴ 群馬大学 理工学部 (School of Science and Technology, Gunma University)

1 はじめに

隕石衝突などによって生成される月面クレーターの中には、衝突の反動によって形成された中央丘と呼ばれる丘状の地形を有するクレーターがある。中央丘では、クレーターの生成に伴って地下の地層に存在していた物質が表層に隆起している。また、中央丘を有するクレーターは中央丘クレーターと呼ばれ、特に重要な探査地点とされる [1][2][10]。月の表面は、地球と異なり、地表を変化させる要因である大気、水、生命の影響を受けにくい。そのため、地表が変化した主な要因として考えられるのは隕石衝突である。加えて、月では地殻変動がなく、月の形成過程が多く残されている。したがって、月面地下の物質を含む中央丘クレーターを解析することで、月の地殻の化学組成を調べることは、月の成り立ちの解明に有用であると考えられる [4]。そのため、中央丘とクレーターの形状とそれらのサイズの関係を分析する研究が行われている。Allen らの研究 [1] では、クレーターに対する中央丘の位置や向きなどの形態的特徴を統計的に分析している。その結果、中央丘のサイズとクレーターのサイズには弱い相関があることを示した。また、Friedrich らの研究 [3] によれば、比較的新しいクレーターについて、クレーターの形状は直径に依存するとされている。この研究 [3] で示された、月の衝突クレーターの幾何学的特性を表した方程式を式 (1) に示す。

$$Y = aD^b \quad (1)$$

Y はクレーターの特性 (クレーターの深さ、中央丘の高さなど)、 D はクレーターの直径、 a と b は定数である。また、Wood らの研究 [7] では月のクレーターの中央丘の高さはクレーターの直径に正比例し、中央丘の高さがクレーター形成エネルギーの関数であることを示している。

しかし、これらの研究では、研究が行われていた当時に利用可能であった月面のクレーター写真から目視による測定で関係式や分析結果を得ている。また、近年に利用可能な月の領域と比較して、関係式を作成するために用いられている領域が小さいことや、同じクレーターに対して測定者によって測定値が異なることがある。そこで、本研究では、中央丘クレーターの中央丘の高さを推定するためのアルゴリズムの提案とそれを用いた回帰分析による関係式を導出する。

本論文は以下の構成に従う。2章では、提案手法について述べる。3章では、中央丘クレーターのデータを用いて関係式を導出し、既存モデルとの比較、考察を行う。4章では、本論文のまとめと今後の課題について述べる。

2 提案手法

本研究では、中央丘の高さの推定と、既存の中央丘の高さを表す関係式 (1) (以下、既存モデルとする) の係数の更新に取り組む。中央丘の高さの推定には、原らの研究 [8] において、JAXA の月周回衛星「かぐや (SELENE)」によって収集された数値標高モデル (Digital Elevation Model; DEM) [11] から山本らの開発した RPSD (Rotational Pixel Swapping for Digital Terrain Model) 法 [9] と機械学習による中央丘クレーターの分類によって、中央丘を有しているとされたクレーターの 524 件の DEM のリストを用いる。この DEM は、クレーターの大きさに合わせて切り取られており、専門家によって測定された正確なクレーターの直径の値が付与されている。図 1 に、DEM データの例を示す。縦軸、横軸はピクセル数、ピクセルの色は標高値を表している。本研究で使用した DEM データは、1 ピクセルあたり縦横 60m × 60m の大きさである。また、標高値は月面における緯度と経度がいずれも 0 度の地点を基準にした値であり、単位は km である。

また、本研究において中央丘の高さを式 (2) のように定義する。ここで、フローアとはクレーターにおける円状に土地が低くなっている盆地のことを指す。

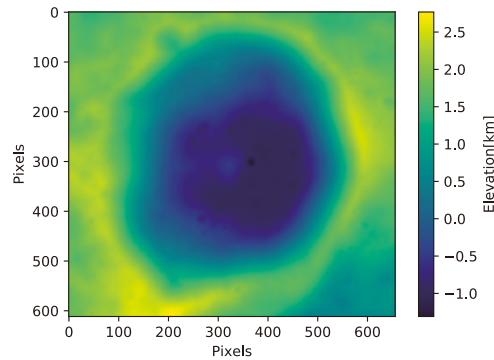


図1 中央丘クレーター（クレーター名：Ctesibius）のDEMデータの例

$$\text{中央丘の高さ} = \text{中央丘の頂点の標高} - \text{フロアーの標高} \quad (2)$$

中央丘の高さを推定するため、DEMデータからクレーターごとに中央丘の頂点とフロアー、それぞれの標高値を決定する。その後、推定した中央丘の高さと直径の大きさから回帰分析による関係式の導出を行う。

2.1 中央丘の高さの推定アルゴリズム

2.1.1 フロアーの標高の決定

クレーターのフロアーの標高値を算出するために、まずDEMからそれぞれピクセルの標高値を取得し、ヒストグラムを求める。図2に得られたヒストグラムの例を示す。図2の横軸は標高値、縦軸は標高値の一定の区間に含まれるピクセルの頻度を表す。本論文では、ヒストグラムのビンの幅(1つのビンに含まれる標高値の範囲)を0.1kmとした。クレーターのDEMのピクセルからヒストグラムを求めると、図2のように、ビンに含まれる標高の値が高いビンと低いビンの頻度が大きくなる傾向がある。

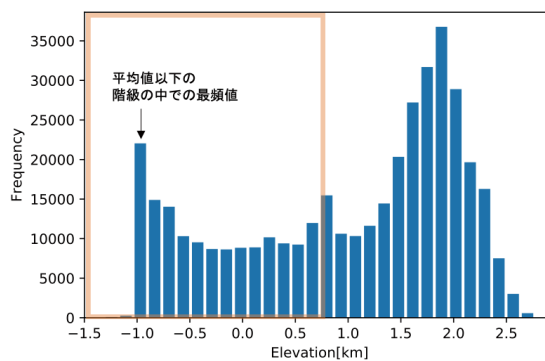


図2 図1のDEMのヒストグラム

この原因について、隕石衝突によってクレーターが生成される際の衝撃によって、地面が削られることで標高値が低いフロアーと、盛り上がった標高値の高いリムができる傾向がある（クレーターの端部の円環状に土地が高くなっている部分をリムと呼ぶ）。そのため、標高値が高く、頻度が高い部分（図2の標高値1.5～2.2部分）は、リムおよびリムの外側であると考えられ、標高値が低く、その頻度が高い部分（図2の標高

値-1.0~-0.7 部分) はフロアーであると考えられる。本研究では、ヒストグラムの標高値の平均値より低い左半分 (図 2 の橙色枠内) だけを取り出し、その中で最頻値となる標高値にビンの幅を加算したものをフロアーの標高値として決定する (図 2 の左半分の最頻値となる標高値は-1.0 であり、フロアーの標高値は-0.9 である)。また、フロアーの標高値以下の部分は全てフロアーであるとみなす。フロアーの標高値として最頻値となる標高値にビンの幅を加算するのは、一つのビンに含まれる値が、その標高値からビンの幅を加算したものの未満までを含むためである。この方法によって、図 1 のクレーターからフロアーと判定された部分を青く塗りつぶしたものを図 3 に示す。

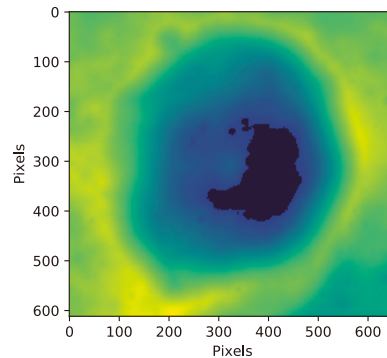


図 3 フロアーと判定した部分を青く塗りつぶした DEM

2.1.2 中央丘の頂上の決定

中央丘はクレーターの中央に形成されることが多い。しかし、クレーターのサイズが大きくなるにつれて、クレーターの中心からずれた位置に形成される場合がある。また、中央丘の頂上の標高はリムの標高よりも低い。そのため、以下の手順で頂上を決定する。

1. クレーターの中心からリムまでの標高の断面図を DEM から複数枚作成する
2. 断面図ごとに、クレーターの中心に近い範囲で標高の最大値を求める
3. それぞれの標高の最大値の中で、最大値をとる位置を仮の中央丘の頂上の位置とする
4. 元の DEM において仮の中央丘の頂上の位置に対応する位置を求める
5. 仮の中央丘の頂上の周辺で標高が最大値を取る点を中央丘の頂上とする

上記の手順について説明する。断面図は 1 つのクレーター DEM に対し、長さを縦幅の半分で固定し、端から中心までを 15° ずつ計 24 枚に切り出す。図 4 に、断面図の例を示す。横軸がリム側からのピクセル数、縦軸がその標高、赤線がフロアーの標高値を示す。横軸の値が 0 付近はリム周辺である。また、250~300 付近の丘状になっている部分が中央丘である。

断面図のリム側 (横軸の値が 0) から標高値を走査し、フロアーの標高値を一度下回ってからの最大値を求める。ここで、一度もフロアーの標高値を下回らない場合、その断面図の最大値はないものとする。この操作を全ての断面図 24 枚分行い、それら最大値の中で最も高い標高値を取るピクセルを仮の中央丘の頂上の位置とする。次に仮の中央丘の頂上の位置に対応する DEM 上の位置から縦横の四方向 (緯度経度に対して 0° , 90° , 180° , 270°) へ、フロアーの標高値を下回る、もしくは DEM の端までフロアーの標高値を下回らない場合は端までの間で標高値が最も小さい位置までの長方形の領域を切り出し、その領域で標高値が最大値となる点を中央丘の頂上とする。ただし、仮の頂上を決定する際に、すべての断面図の最大値がない場合、中央丘は無いものと判断し、処理を終了する。本研究では専門家によって中央丘があるとされるクレーターのデー

タを用いたため、実験では中央丘が無いと推定されたクレーターは存在しなかった。

図1のクレーターから切り出した長方形の領域を青く塗りつぶし、仮の頂上の位置を黄色の点で示したものを図5に示す。また、図1を拡大し、長方形の領域を白い枠で囲い、中央丘の頂上の位置を赤色の点、仮の中央丘の頂上の位置を白色の点で示したものを図6に示す。以上より、中央丘の頂上の位置が求まったので、中央丘の頂上の標高とフロアの標高から、式(2)を用いて中央丘の高さを求める。

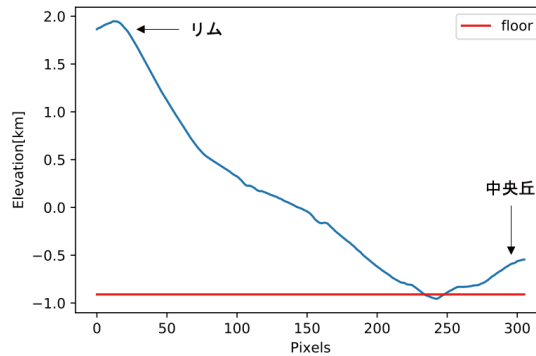


図4 クレーターのリムから中心までの断面図

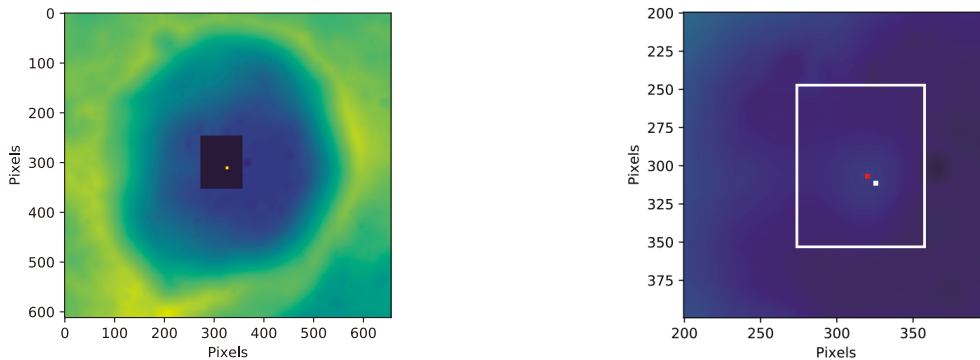


図5 仮の中央丘の頂上の位置(黄色の点)と長方形の領域 図6 中央丘の頂上の位置(赤:中央丘の頂上, 白:仮の頂上)

2.2 回帰分析による中央丘の高さとクレーターの直径の関係式の導出

2.1節の処理を適用することで、得られた中央丘の高さをを用いて回帰分析によって関係式を導出する。回帰分析とは目的変数 Y と独立変数 D の間に関係式を当てはめる事であり、データとの誤差が最小になるように関係式を求める。本研究では、既存のモデルの方程式である式(1)に対して、非線形回帰分析を用いてクレーターの直径と中央丘の高さの関係式の導出を行った。また、モデルの比較のため式(3)のような線形関数に対して、線形回帰分析を用いてクレーターの直径と中央丘の高さの関係式を導出を行った。関係式の導出において、線形回帰分析では scikit-learn [5] の LinearRegression を用い、非線形回帰分析では SciPy [6] の curve_fit を用いた。

$$Y = aD + b \quad (3)$$

3 実験結果

3.1 データセット

本実験では、原らの研究 [8] において、中央丘を有しているとされたクレーター の 524 件の DEM のリストを用いた。この DEM は、クレーターの大きさに合わせて切り取られており、専門家によって測定された正確なクレーターの直径の値が付与されている。

3.2 回帰分析による関係式導出と既存式との比較

本研究において関係式モデルの評価指標には決定係数を用いる。式 (4) に本研究における決定係数の定義を示す。 y が実測値、 f が回帰モデルによる推定値とする。残差 (実測値と予測値の差) の二乗和を実測値の平均からの偏差の二乗和で割った値から 1 引いたものである。決定係数の値は 1 に近い程モデルとの相対的な残差が少ないことを表し、データとモデルの一致度が高いといえる。

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_i (y_i - f_i)^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2} \quad (4)$$

表 1 に既存モデルと今回導出した非線形回帰分析のクレーター数、および関係式 (1) の係数 a 、 b を示す。ただし、既存モデルが導出される上で用いられたデータは、クレーターの直径が 17~51km であったとされており、中央丘の高さの計測値や計測方法などは示されていない。そのため、決定係数を算出する実測値 y は全て本研究で推定した中央丘の高さを用いる。また、表 2 に線形回帰モデルにおける回帰係数 (傾き) と切片を示す。

表 1 より、解析に使用したクレーターの数が既存モデルでは少なく、比べて今回導出したモデルでは多いことがわかる。また、指数の値である b が既存モデルにおいて約 2 であり、関係式が二次関数的な増加を示している。一方で今回導出したモデルの b の値は約 0.9 であり、関係式が線形に近い増加を示している。

表 3 に各関係式モデルの決定係数を示す。ここで、決定係数を算出する際に用いる実測値を、本実験で推定した全データを対象とした場合と、クレーター直径が 17~51km のものを対象にした場合に対してそれぞれ行った。表 3 より、全データを対象にしたものとクレーター直径が 17~51km のものを対象にしたものどちらにおいても、決定係数が既存モデルはかなり低く、今回導出したモデルの方が値が 1 に近いことがわかる。

今回導出した非線形回帰モデルとその他のモデルを比較したものを図 7-9 に示す。図 7 は非線形回帰モデル (赤)、線形回帰モデル (黄)、既存モデル (緑) を示している。図 8 は非線形回帰モデル (赤) と線形回帰モデル (黄) を示している。図 9 はクレーター直径を 17~51km に制限した各モデル (既存: 緑, 非線形: 赤, 線形: 黄) を示している。

図 7 より、既存モデルは横軸の値が大きくなるにつれて実測値と今回導出したモデルとの差が指数関数的に大きくなっており、クレーターの直径の値が大きいものは既存モデルでは表現しきれないことがわかる。図 8 より、今回導出した二つのモデルが類似しており、データが正比例していることがわかる。図 9 より、既存モデルが全ての直径あたりの中央丘の高さを上回っており、既存モデルが導出される上で用いられたデータの範囲でも今回導出した二つのモデルの方が実測値に近いことがわかる。

表 1 既存モデルと今回導出した非線形モデルとの比較

	既存モデル	今回導出した非線形モデル
クレーター数	15	524
a	0.000589	0.011382
b	1.969	0.901

表 2 線形回帰モデルの回帰係数と切片

回帰係数 (傾き)	0.00639169
切片	0.06667599

表 3 関係式モデルの決定係数

	既存モデル	非線形モデル	線形モデル
決定係数	-579.59	0.48775	0.48434
決定係数 (直径 17~51km)	-20.889	-0.24754	-0.29763

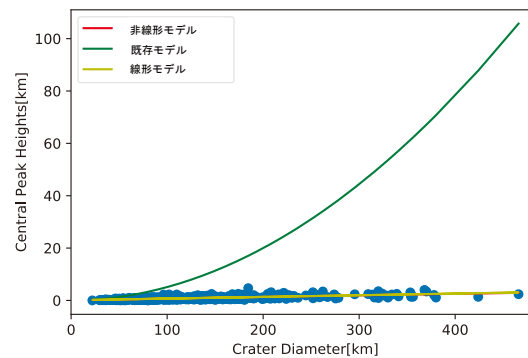


図 7 各関係式モデル（既存モデル：緑、非線形回帰モデル：赤、線形回帰モデル：黄）とクレーターの直径に対する推定した中央丘の高さ（青）との比較

3.3 各モデルの考察

表 1 の今回導出した非線形モデルの関係式より、クレーターの直径と中央丘の高さには線形な関係があると考えられたため、既存の関係式の形式を基にした非線形回帰に加え、線形回帰による分析を行った。結果として、表 3 および図 8 より、今回導出した非線形モデルと線形モデルは類似しているため、線形な関係であると考えられる。

既存モデルとの比較において、図 9 に示すように既存モデルが全ての直径あたりの中央丘の高さを上回っている原因は、フロアの標高を求める方法が影響していると考えられる。本研究では、標高のヒストグラムを用いてフロアの標高を決定しているが、既存モデルのフロアの決定方法と異なるため、既存モデルよりも本研究のフロアの標高は低い値であると考えられる。また、決定係数の比較では、決定係数を算出する実測値が全て本研究で抽出した中央丘の高さを用いているため、既存の関係式が導出された際に使用された実測値とはかなり異なる可能性があり、既存モデルの決定係数が非常に低い値を示している。

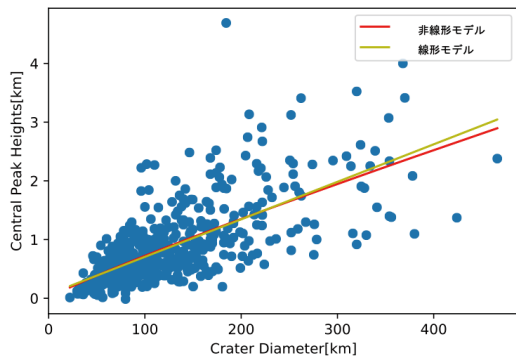


図8 線形回帰モデル（黄）と非線形回帰モデル（赤）とクレーターの直径に対する推定した中央丘の高さ（青）との比較

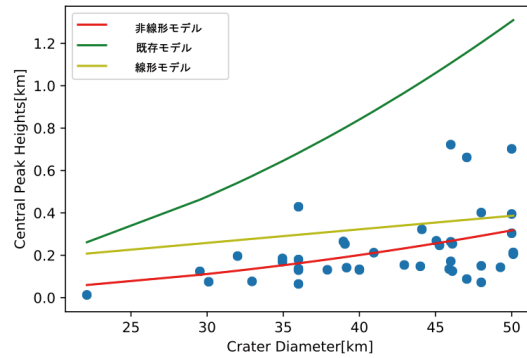


図9 クレーター直径 17~51km の領域における比較（既存モデル：緑，非線形回帰モデル：赤，線形回帰モデル：黄，クレーターの直径に対する推定した中央丘の高さ：青）

図7より，既存の関係式が導出される上で用いられなかったクレーターの直径が51km以上のデータに関して，明らかに既存モデルと実測値が離れているため，既存の関係式は見直す必要があると考えられる。

4 まとめ

本研究では，中央丘の高さの自動推定のためのアルゴリズムの提案と回帰分析によってクレーターの直径と中央丘の高さの関係式モデルを導出した。中央丘の高さの推定に関して，詳細な計測基準や用いたデータが従来の研究に示されていなかったため，それらを自ら定義して，推定した。また，回帰分析に関して，線形回帰分析と既存の関係式の形式を基にした非線形回帰分析を行った。

実験結果より，既存モデルがクレーターの直径と中央丘の高さの非線形な関係性を示すのに対して，実際には線形な関係である可能性が高いことを示した。

今後の課題として，データ推定のアルゴリズムにおける基準の見直し，中央丘クレーターから抽出する特性の種類増加，またそれに伴う関係式の多項化などが挙げられる。

謝辞

本研究は，東京都立大学傾斜的研究費（全学分）学長裁量枠国際研究環支援及び JSPS 科研費 20K12081 による。

参考文献

- [1] ALLEN, C. C. Central peaks in lunar craters. *The moon* 12, 4 (1975), 463–474.
- [2] HALE, W., AND HEAD, J. Central peaks in lunar craters-morphology and morphometry. In *Lunar and planetary science conference Proceedings* (1979), vol. 10, pp. 2623–2633.
- [3] HÖRZ, F., GRIEVE, R., HEIKEN, G., SPUDIS, P., AND BINDER, A. Lunar surface processes. *Lunar sourcebook* (1991), 61–120.
- [4] MATSUNAGA, T., OHTAKE, M., HARUYAMA, J., OGAWA, Y., NAKAMURA, R., YOKOTA, Y.,

- MOROTA, T., HONDA, C., TORII, M., AND ABE, M. Discoveries on the lithology of lunar crater central peaks by selene spectral profiler. *Geophysical Research Letters* 35, 23 (2008).
- [5] PEDREGOSA, F., VAROQUAUX, G., GRAMFORT, A., MICHEL, V., THIRION, B., GRISEL, O., BLONDEL, M., PRETTENHOFER, P., WEISS, R., AND DUBOURG, V. Scikit-learn: Machine learning in python. *Journal of machine learning research* 12, Oct (2011), 2825–2830.
- [6] VIRTANEN, P., GOMMERS, R., OLIPHANT, T. E., HABERLAND, M., REDDY, T., COURNAPEAU, D., BUROVSKI, E., PETERSON, P., WECKESSER, W., BRIGHT, J., ET AL. Scipy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in python. *Nature methods* 17, 3 (2020), 261–272.
- [7] WOOD, C. A. Moon: Central peak heights and crater origins. *Icarus* 20, 4 (1973), 503–506.
- [8] 原聡志, 山本幸生, 荒木徹也, 廣田雅春, AND 石川博. かぐや DEM を用いた, 機械学習による中央丘クレーター識別. 宇宙科学情報解析論文誌第 8 号 (2019), 1–10.
- [9] 山本聡, 松永恒雄, 中村良介, 関根康人, 平田成, AND 山口靖. 回転ピクセルスワッピング法を使ったクレーター年代学. 日本惑星科学会誌遊星人 24, 1 (2015), 20–32.
- [10] 坪井直, 佐藤昌枝, 高橋正幸, AND 佐伯和人. 月クレーター中央丘表面岩相の検証. 日本リモートセンシング学会誌 23, 4 (2003), 340–354.
- [11] 坪内彩音, 篠田玲奈, 郭哲也, 後藤祐紀, 春山純一, AND 三宅互. Selene (かぐや) 搭載地形カメラステレオペアデータから得られた数値地形モデル (DTM) ならびに数値標高モデル (DEM) プロダクトの標高値の検証報告. 宇宙航空研究開発機構研究開発資料 (2016), 1–36.