

ソニックブーム波形推算精度向上のための

Shock Functionを用いた解適合細分化法

大木 裕介(東北大・院), 佐々木 大輔(東北大・工), 中橋 和博(東北大・工)

Adaptive Mesh Refinement Using Shock Function
for Improvement of Sonic Boom Estimation

by

Yusuke Oki, Daisuke Sasaki, Kazuhiro Nakahashi (Tohoku University)

Abstract

Sonic boom is one of critical problems should be solved in the development of future supersonic transports. Boom strength is commonly estimated based on near-field pressure signature, thus it is required to predict near-field pressure signature accurately. In this study, Shock Function is adopted for mesh refinement index since shock region can be effectively detected even at coarse mesh. Adaptive Mesh Refinement coupled with shock function is applied to an axisymmetric model for validation. It is proved that this approach is useful to improve pressure signature prediction in near field.

1. 緒言

超音速旅客機実現への課題の一つに地上へのソニックブームによる騒音低減が挙げられる。ソニックブームは超音速機周りの衝撃波が地上へ伝播する過程で統合され、地上到達時に急激な圧力変化を伴う波形になる現象である。ソニックブームを正確に評価するためにブーム推算精度向上が求められている。機体近傍の圧力波形の伝播解析により推算を行う際、近傍場圧力波形の精度がブーム推算精度に影響を及ぼすため近傍場圧力波形の推算精度の向上が求められる。しかし、精度向上のために解析空間内に一様に密に格子を配置すると、格子数が大幅に増大し計算コストの面で実用的ではない。

本研究では、実機複雑形状への対応が可能であり、実用的な計算コストで圧力波形精度の向上を行うため衝撃波領域における解適合細分化法[1]の開発および検証を行う。衝撃波領域の判定には衝撃波の波面の同定に用いられるShock Functionを指標として用いる。また、細分化領域を拡張することによる衝撃波の3次元的な捕捉と圧力波形への影響を検討する。

2. 数値計算手法

流体解析には実機複雑形状への対応の観点から、当研究室で開発された三次元非構造格子流体ソルバーTAS-code[2] (Tohoku university Aerodynamic Simulation code)を用いて行う。本研究での支配方程式は三次元圧縮性Euler方程式で、セル節点有限体積法によって離散化される。流束評価はHLLEW法、時間積分はLU-SGS陰解法を用いる。

3. 細分化手法

3.1 細分化アルゴリズム

本研究で用いられた細分化アルゴリズムは、Rivaraの二分割アルゴリズム[3,4]に基づく方法である。

本研究で用いた計算格子は三次元非粘性計算のためすべて四面体から構成される。四面体においてこのアルゴリズムを適用すると、四面体計算格子の6辺の中で最も長い辺の midpoint に新たな節点を追加し、この節点と最長辺とねじれの位置にある辺を通る平面で、その四面体を二分割する(図1)。このアルゴリズムでは四面体表面の最大内角を最小にするように分割していく特性を持つため、細分化する前の格子が計算精度上望ましくないつぶれた格子であっても細分化後は改善される。またこのアルゴリズムでは二分割の特性のため、細分化領域は細分化を指示した計算格子からある程度拡散する特徴を持つ。

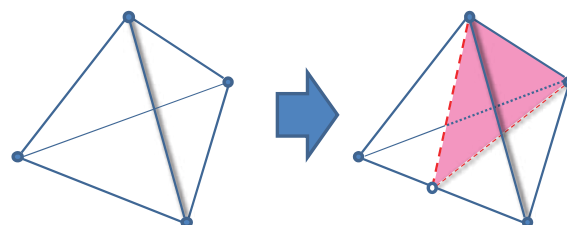


図1 四面体計算格子単体の分割

3.2 細分化指標

本研究では衝撃波領域を中心に細分化を行うため、衝撃波領域の検出に長けた細分化指標を選択する必要がある。遷音速や超音速の衝撃波を検出する指標として圧力や密度の勾配の絶対値が用いられることが多い。

衝撃波が発生する領域において十分な格子密度が得られないとき、衝撃波は急速に減衰し勾配の値も減衰する。このため、初期格子においては格子密度が十分とは言えず、衝撃波の減衰によりこれらの指標で広範囲の衝撃波領域を検出するのは困難といえる。

そこで本研究では衝撃波の同定に用いられる Shock Function(衝撃波関数)[5]により衝撃波領域の検出を行う。この手法は図2に示すように衝撃波が発生する位置で、衝撃波面に対して垂直な速度成分が音速に等しくなる性質を用いたものである。圧力勾配ベクトルは図のように衝撃波に対して垂直方向を持つことから、衝撃波面に対して垂直な速度成分 V_n は速度ベクトル \vec{V} と圧力勾配ベクトル $\nabla\vec{p}$ を用いて

$$V_n = \vec{V} \cdot \frac{\nabla\vec{p}}{|\nabla\vec{p}|} \quad (3.1)$$

で与えられる。これを、音速 a で無次元化することで衝撃波関数 f_{shock} が求められる。

$$f_{shock} = M_n = \frac{V_n}{a} \quad (3.2)$$

衝撃波面を可視化するには $f_{shock}=1$ の等値面が用いられる(図3)。衝撃波領域はこの等値面内に囲まれることから、 $f_{shock} \geq 1$ の条件で衝撃波を同定することができる。

衝撃波関数は圧力勾配方向の速度成分を用いるため、圧力勾配の絶対値に比べ計算格子による数値減衰の影響が少ない。

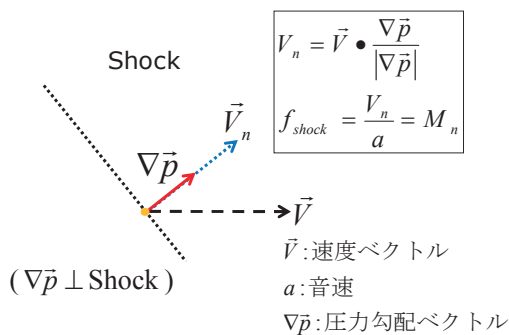


図2 衝撃波関数の模式図

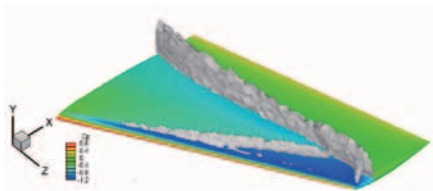


図3 翼面上の衝撃波($f_{shock}=1$)の可視化図

音速域において Shock Function(衝撃波関数)を用いる際、解析空間における数値誤差による影響を無視できない[6]。軸対称形状周りの超音速流れ($M_\infty=1.41$, $\alpha=0.0$)における式3.2の衝撃波関数 f_{shock} を、数値誤差に対する対策を行わずに算出した際の可視化図を図4(a)に示す。数値誤差を含むために $f_{shock} \geq 1$ の条件のみでは、遠方場において衝撃波領域を同定できない。そこで、圧力勾配の絶対値 $|\Delta\vec{p}|$ を判定条件に含めて、

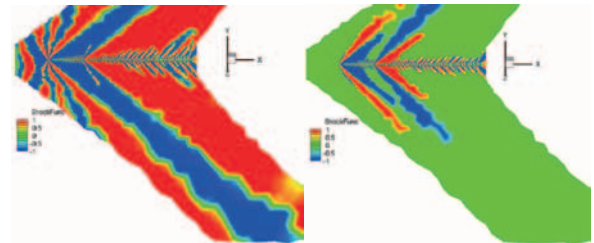
$$f_{shock} \geq 1 \cap |\Delta\vec{p}| \geq E_{thr} \quad (3.3)$$

とすることにより数値誤差の影響を取り除く。ここで、閾値 E_{thr} の値を変化させることで図4(b)のように衝撃波領域をより鮮明に捉える事が出来るが、衝撃波が減衰するような格子においては同定できる衝撃波領域が狭くなる。このため閾値 E_{thr} を適切に設定する必要がある。

なお、超音速飛行時の機体近傍場圧力波形の推算精度向上が目的であるため、圧縮領域($f_{shock}>0$)だけでなく膨張領域($f_{shock}<0$)も捉える必要がある。そこで、細分化においては f_{shock} の絶対値を指標として、

$$|f_{shock}| \geq f_{thr} \cap |\Delta\vec{p}| \geq E_{thr} \quad (3.4)$$

とすることにより f_{shock} の絶対値が閾値 f_{thr} 以上の場合において細分化を行うこととした。



(a)フィルタリングなし (b)フィルタリングあり

図4 衝撃波関数の可視化

3.3 細分化手順

本解適合細分化手法による近傍場圧力波形精度向上は以下の手順により行う(図5)。

1. 初期格子の定常解の解析
2. CFD結果をもとに衝撃波関数による細分化領域の特定と細分化の実行
3. 細分化後の格子に細分化前の計算結果を内挿し、再度定常解の解析

以後、格子点数の増加が認められなくなるまで2と3を繰り返す。

細分化後の格子に細分化前の計算結果を内挿することにより収束を速めている。細分化により追加された節点上の物理量は、分割された辺の両端の接点における物理量の平均値を与える。

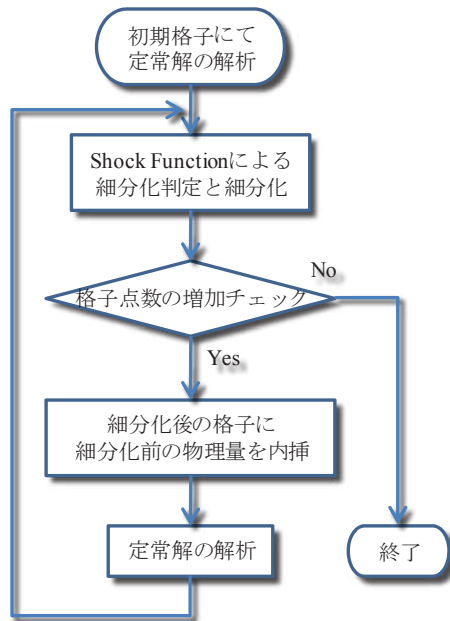


図5 解適合細分化手順

4. 検証計算

本検証では、解適合格子細分化による圧力波形精度向上の検証のために、風洞実験による実験値の存在する軸対称形状の解析を行う。物体直下 $h/L=5.0$ における圧力波形を細分化前後で実験値と比較することにより本細分化の有効性の検証を行う。

4.1 解析対象

本解析では文献[7]にある断面積が線形変化する軸対称形状を用いた。先鋭物体の長さを $L=1$ とし、実験を模擬するために後部に同半径のスティング部(長さ $1.5L$)を設置した。実験で用いられた解析対象の半径 r 及び断面積 A は次式で示される($l=2\text{inch}$)。

$$r = \sqrt{\frac{0.02}{\pi}} x \quad (0 \leq x \leq l) \quad (4.1)$$

$$A = 0.02x \quad (0 \leq x \leq l) \quad (4.2)$$

解析に用いた初期格子の対称面を図6に示す。本格子はモデル表面のみ格子を密に生成しており、空間格子は比較的粗くしている。非粘性計算のため空間格子は四面体格子のみで構成し、総格子点数は約55万点である。

初期格子における主流マッハ数1.41での解析により得られた対称面の Δp 分布を図7に示す。

4.2 細分化指標の検証(感度比較)

細分化指標として、圧力勾配及び衝撃波関数のどちらかが適しているかを検討するため、モデル直下 $h/L=0.5$ 及び $h/L=1.0$ における圧力勾配およびShock Function(衝撃波関数)の値を図8に示す。機体近傍の $h/L=0.5$ においては、モデル先端より生じる衝撃波近傍で圧力勾配も衝撃波関数も高い値を示しており、これに基づいて細分化判定を行うことで衝撃波領域を細分

化することができる。機体から離れた $h/L=1.0$ においては、圧力勾配の絶対値が $h/L=0.5$ に対して減衰し小さな値となってしまっていることが分かる。それに対して、衝撃波関数の値は $h/L=1.0$ においてもほぼ同水準の値をとっている。これは衝撃波関数が圧力勾配方向の速度成分を用いているためである。このことから、圧力勾配の絶対値は格子の粗さ・位置関係に影響されるため閾値の設定が容易ではないが、衝撃波関数は一定の閾値で良いことが分かる。そこで、本細分化ではフィルタリングを施した衝撃波関数を指標として用いる。

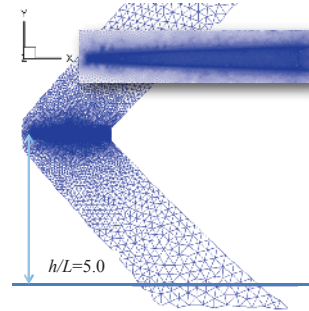


図6 初期格子

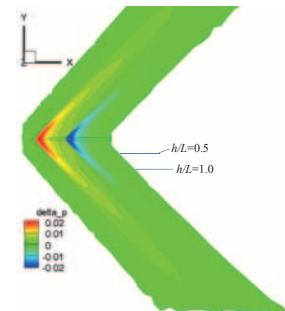
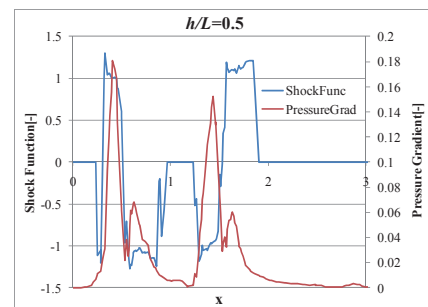
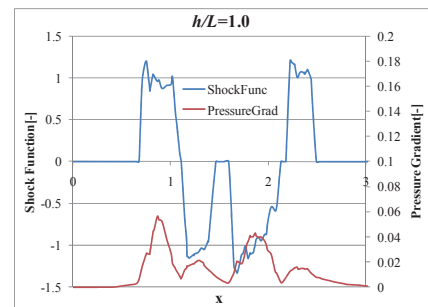
図7 初期格子における Δp 分布(a) $h/L=0.5$ (b) $h/L=1.0$

図8 圧力勾配と衝撃波関数の比較

4.3 解析条件

細分化に用いた設定値を表1に示す. 本解適合格子細分化では, フィルタリングを施した衝撃波関数を指標として用いて細分化の判定を行う. 細分化は細分化領域内で指標を満たす範囲とし, 格子1辺の分割限度を0.05として四面体を構成する最長辺の長さが分割限度より長いとき行うものとする.

圧力波形取得は実験値の存在するモデル直下 $h/L=5.0$ の他に, モデルからの距離に応じた圧力波形の変化を捉えるために $h/L=1.0, 2.0, 3.0$ もあわせて行う. 細分化領域は対称面付近のモデル下方に直方体の領域を設定する(図9).

また, 三次元的に衝撃波を捉えた場合の圧力波形へ及ぼす影響を検証するために, 対称面からの距離の異なる細分化領域を複数設定($z=0.1, 0.5, 1.0, 2.0$)し細分化後の圧力波形への影響を検証する.

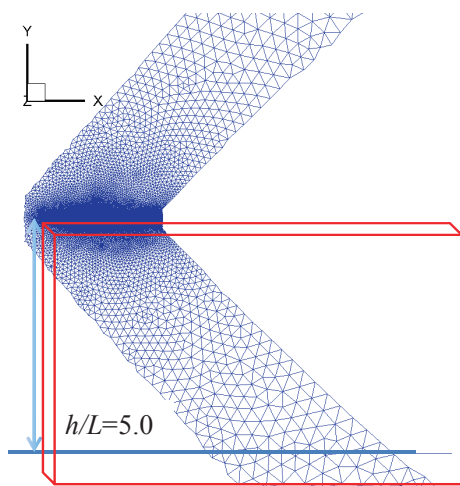


図9 細分化領域の設定

4.4 解析結果及び考察

4.4.1 圧力波形精度の検証

各細分化に要した細分化・再計算の回数, 得られた格子点数を表2に示す.

細分化により得られた格子および Δp 分布を図10に, モデル直下における各 h/L での初期及び細分化後の圧力波形と実験値の圧力波形を図11に示す. 図11中の Δp は一様流圧力 p_∞ との差であり, Δx は圧力波形中央部において $\Delta p=0$ となる位置からの距離である.

初期格子(nonadp)の圧力波形をみると衝撃波特有の圧力の立ち上がりが見られない. これは初期格子が粗く, モデルから発生した衝撃波が急速に減衰したためと考えられる. 一方細分化後の格子の圧力波形は細分化領域により精度が異なるが, 改善される傾向がみられ実験値の特徴をとらえている. 細分化により衝撃波による圧縮・膨張領域の格子密度が大きくなっており, 細分化により圧力波形の精度が向上したと考えられる.

この検証結果から衝撃波関数を指標とする解適合細分化は圧力波形推算精度向上に有効であるといえる. しかしながら, 本検証で得られた圧力波形はいずれも衝撃波発生位置での圧力変動の勾配, 波形の最大値・最小値ともに実験値よりも小さい値となっており衝撃波が減衰していることが確認できる. 本検証においては細分化後の格子密度を決める分割限度を0.05としているが, 衝撃波の圧力変動を捉えるには不十分であったと考えられる.

圧力変動をより正確に捉えるために分割限度を小さく設定する必要があるが, 高い格子密度が得られる反面計算コストが増大するため適切な値を今後検討する必要がある.

4.4.2 細分化領域による圧力波形への影響

細分化後の格子を見るとCase1ではモデル周りで発生した圧縮・膨張領域の一部の細分化が圧力波形取得位置である $h/L=5.0$ に到達する前に止まっている. 一方, Case2~4では $h/L=5.0$ の位置まですべて細分化されている. Case1の細分化条件では他のCaseに比べ減衰が強く, 圧力勾配がフィルターの値(E_{thr})以下になったために細分化が止まったと考えられる.

表1 細分化設定値

	Case1	Case2	Case3	Case4
圧力勾配フィルター	$E_{thr}=0.01$			
細分化閾値	$ f_{shock} \geq 1$			
分割限度	0.05			
細分化領域	$0 \leq x \leq 10$			
	$-6 \leq y \leq 0$			
	$0 \leq z \leq 0.1$	$0 \leq z \leq 0.5$	$0 \leq z \leq 1.0$	$0 \leq z \leq 2.0$

表2 細分化結果

	初期格子	Case1	Case2	Case3	Case4
細分化・再計算回数	-	12	13	15	18
格子点数	約55万点	約58万点	約75万点	約94万点	約130万点

細分化領域ごとの圧力波形を比較すると, Case1

($z=0.1$)では他のCaseと比較して $h/L=2.0$ より遠方で急激

な減衰が見られる．Case2~4においては $h/L=5.0$ での圧力波形の特徴を比較的にとらえているが，振幅の最大値を取得したのがCase2で，より細分化領域が広まるCase3,4で振幅は縮小の傾向が得られた．図12に対称面および $x=2.0, 5.0$ における y - z 断面の Δp 分布を示す． $x=2.0$ での Δp 分布を比較すると，細分化領域を広げるほど， z 軸方向に対して衝撃波をとらえている．Case2とCase4を比較すると，Case2では対称面付近のみ圧力変動をとらえているのに対しCase4ではより広範囲で衝撃波の波面を捉えており圧力変動もより鮮明にとら

えている． $x=5.0$ においても圧力変動が減衰しているものの同様の傾向が見られる．衝撃波は z 軸方向にも伝播していくことから，細分化領域が広いCase4が衝撃波を三次元的にとらえており実際の物理現象に近い圧力分布であると言える．これらの結果から，対称面付近のみの細分化を行ったCase2が最も実験値に近い値を得ているが，この細分化領域が圧力波形の推算に適しているかをより詳細に検証する必要がある．

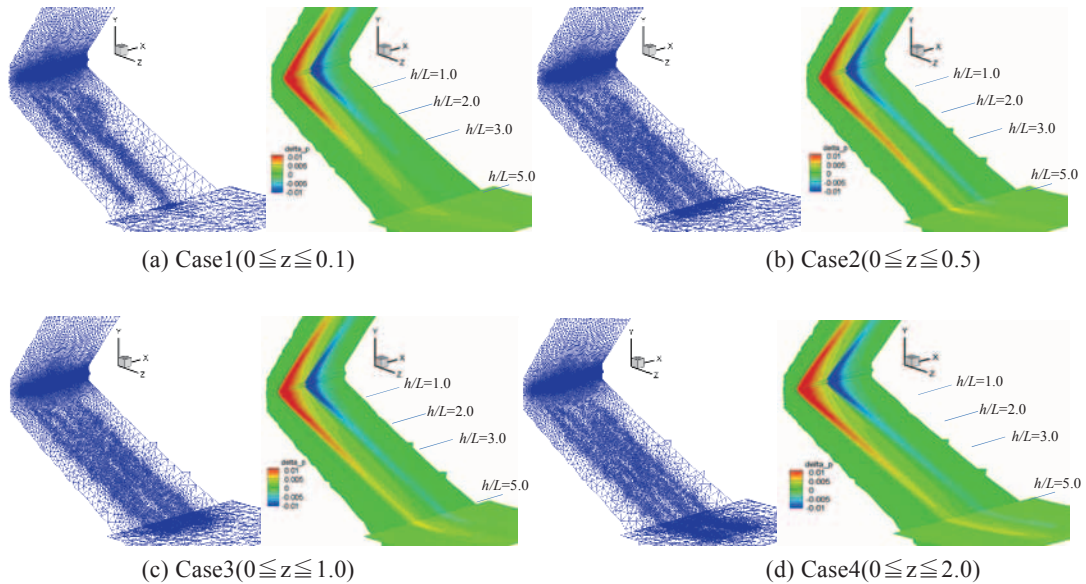


図10 細分化後の格子及び $\Delta p/p_\infty$ 分布(対称面及び $h/L=5.0$ における x - z 断面)

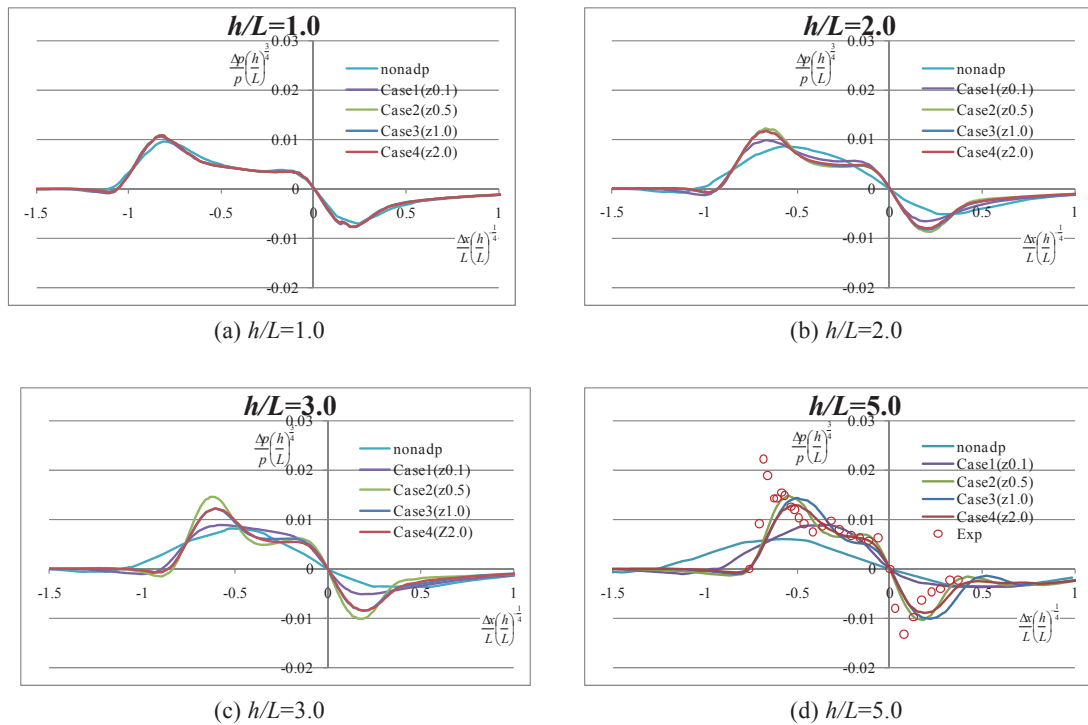
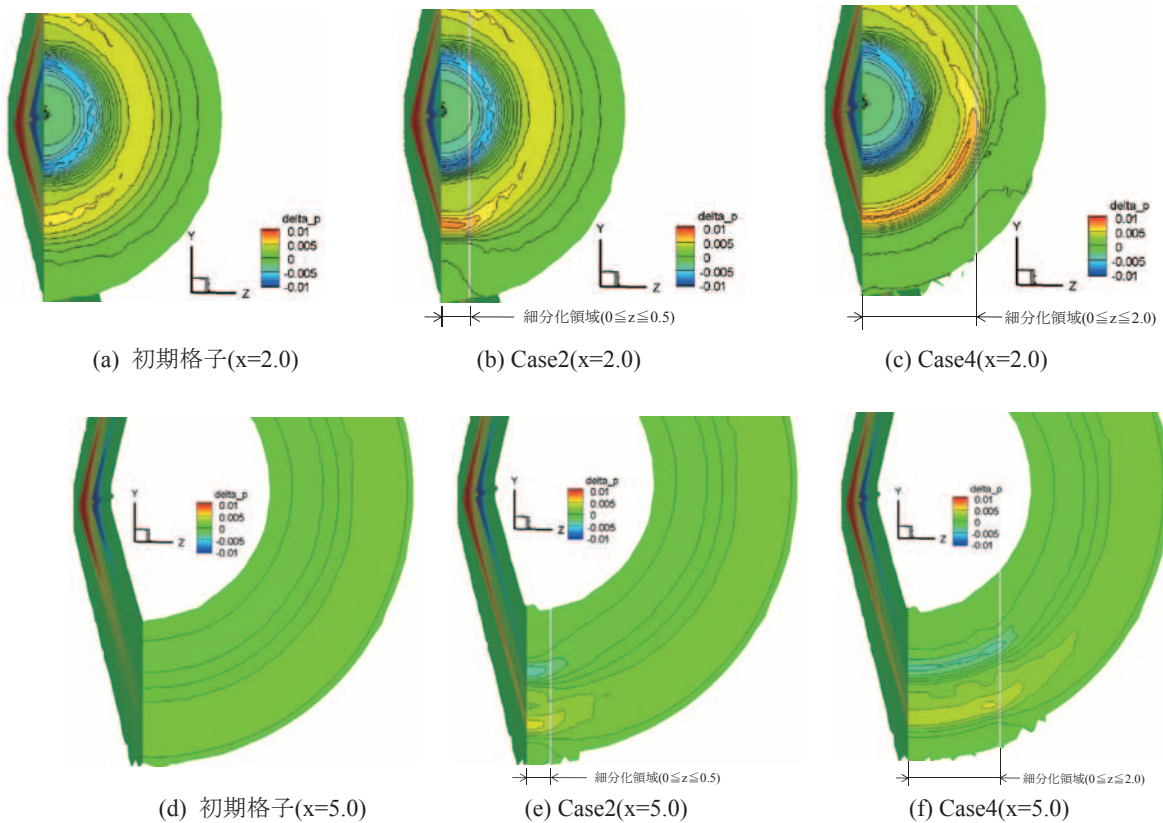


図11 細分化領域ごとの圧力波形の比較

図12 対称面及びx=2.0,5.0におけるy-z断面の Δp 分布

5. 結言

近傍場圧力波形の推算精度向上のために、Shock Functionを指標とする解適合細分化法を開発した。解析結果から、本研究で開発した細分化法は近傍場の圧力波形推算に有効な傾向を得られた。一方で、細分化領域を対称面近くの一定領域よりも広げた場合に、遠方での圧力波形が変化する結果が得られた。

今後は、衝撃波捕捉に必要な細分化指標の閾値、分割限度の検討が必要なほか、三次元的に衝撃波を捕捉した場合の細分化領域が及ぼす圧力波形への影響の更なる検証が必要である。

謝辞

本研究は、JAXA からの委託研究「ソニックブーム推算のための高精度近傍場圧力波形推算技術に関する研究」により行われた。

本研究の計算結果の一部は、東北大学サイバーサイエンスセンターおよび JSS(JAXA Supercomputer System)のスーパーコンピュータ SX-9 を用いて得られた。

参考文献

- [1] Murayama, M., Nakahashi, K. and Sawada, K., "Simulation of Vortex Breakdown Using Adaptive Grid Refinement with Vortex-Center Identification," *AIAA Journal*, Vol. 39, No. 7, pp. 1305-1312, July 2001.
- [2] Nakahashi, K., Ito, Y. and Togashi, F., "Some Challenges of Realistic Flow Simulations by Unstructured Grid CFD," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.43, Issue 6-7, pp.769-783, 2003.
- [3] Rivara, M. C., "Selective Refinement/Derefinement Algorithms for Sequences of Nested Triangulations," *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 28, pp. 2889-2906, 1989.
- [4] Sharov, D. and Fujii, K., "Three-Dimensional Adaptive Bisection of Unstructured Grids for Transient Compressible Flow Computations," *AIAA Paper* 95-1708, 1995.
- [5] Lovely, D. and Haimes, R., "Shock Detection from Computational Fluid Dynamics Results," *AIAA Paper* 99-3285, 1999.
- [6] Paparone, L. and Tognaccini, R., "Computational Fluid Dynamics-Based Drag Prediction and Decomposition," *AIAA Journal*, Vol. 41, No. 9, pp. 1647-1657, 2003.
- [7] Carlson, H., et al. "A Wind-Tunnel Investigation Of The Effect Of Body Shape On Sonic-Boom Pressure Distributions," NASA TN D-3106, 1965.