

# 低融点燃料を用いたハイブリッドロケットの スケール効果に関する理論的研究

○市山 哲史(福岡大学・学), 川端 洋(福岡大学)

## Theoretical study on scale effect of hybrid rocket using low melting point fuel

Satoshi Ichiyama (Department of Mechanical Engineering, Fukuoka University), Yo Kawabata (Fukuoka University)

### Abstract

The effects of scale effect on fuel regression rate of HTPB or PE used as hybrid rocket fuel have been clarified by other researchers. However, it has not been clarified about low melting point fuel yet. In this study, the scale effect was theoretically verified using the method of the previous study for low melting point fuels such as pentane fuel, and compared with the scale effect of conventional fuels. As a result, it was found that the low melting point fuel is less susceptible to the scale effect than the conventional fuel under the conditions set this time and within the range of the practical mass flux. I think the factor is the entrainment regression rate.

## 1. 諸言

化学推進ロケットにも固体ロケット, 液体ロケット, ハイブリッドロケットの3種類がある。これまでの打ち上げには固体ロケット, 液体ロケットが使われてきた。しかし現在は小型, 超小型衛星の需要増加に伴い, ロケットの再利用, 小型化, 低コスト化が求められている。それによって比較的, 安全性が高くコストの低いハイブリッドロケットが注目されるようになった。しかし, ハイブリッドロケットは推力が低いという最大の欠点がある。そこで, 従来燃料である末端水酸基ポリブタジエン(Hydroxyl terminated polybutadiene: HTPB)やポリエチレン(polyethylene: PE)などに比べ高推力を得られる低融点燃料が期待されている<sup>2)</sup>。

本論文の目的は低融点燃料を用いたハイブリッドロケットのスケール効果を検証することである。本研究により低融点燃料におけるスケール効果が明らかになると実際に打ち上げたいサイズのロケットを作って燃焼実験を実施する必要は無く, 縮小サイズのロケットから実際のロケットの推進性能を予測することができるようになる。つまり, 研究・開発にかかる労力, 時間, コストを減らすことができるメリットがある。従来燃料(HTPB, PEなど)の場合のスケール効果については参考文献<sup>3)</sup>で既に報告されているが, 低融点燃料のスケール効果についてはまだ解明されていないため, 本論文では理論的に検

証する。

## 2. スケール効果<sup>3)</sup>

一般的にハイブリッドロケット燃焼器(主に燃料ポート径:  $D$ )が大きくなると同じ質量流束に対して燃料後退速度 $\dot{r}$ が減少する傾向があることが知られている。スケール効果を考える際に最も重要な条件を以下に示す。

・幾何学的類似性:

$$L \propto D \quad (1)$$

・酸化剤質量流量はポート径に比例:

$$\frac{\dot{m}_{ox}}{D} = \text{const} \quad \text{or} \quad G \cdot D = \text{const} \quad (2)$$

・同じ酸化剤と燃料の組み合わせ

ここで,  $L$ は燃料長さ[mm],  $D$ はポート径[mm],  $\dot{m}_{ox}$ は酸化剤質量流量[kg/s],  $G$ は推進剤質量流束[kg/m<sup>2</sup>・s]である。低融点燃料にこれらの関係を適用してスケール効果を求める。

## 3. 低融点燃料の燃焼メカニズム

### 3.1 エントレインメント現象

低融点燃料は従来燃料に比べ高い燃料後退速度を得ることができる。この要因の1つとして低融点燃料を燃焼した際に発生するエントレインメント現象が挙げられる。ここでエントレインメント現象とは燃料表面にできる液層がガス流れによって剪

断され液滴が同伴することを指す(図 1). エントレインメント現象が起こる要因は低融点燃料の液層が低粘度, 低表面張力であることが挙げられる.

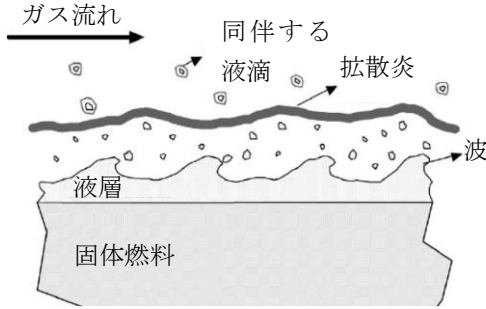


図 1 低融点燃料のエントレインメント現象<sup>4)</sup>

### 3.2 燃料後退速度

低融点燃料は気化後退速度 $\dot{r}_v$ [mm/s]に加えエントレインメント後退速度 $\dot{r}_{ent}$ [mm/s]を考える必要がある。以下に本研究で用いたそれぞれの後退速度の式を示す。(本章で用いた式は参考文献 2 から引用)

・気化後退速度( $\dot{r}_v$ ):

$$\frac{2}{2 + 1.25B_g^{0.75}} = \frac{C_{B1}}{C_{B1} + C_{B2}(\dot{r}_v/\dot{r}_{cl})^{0.75}} \quad (3)$$

また, 係数 $C_{B1}$ ,  $C_{B2}$ , 古典的な後退速度 $\dot{r}_{cl}$ は次のように定義される。

$$C_{B1} \equiv \frac{2}{2 + 1.25B^{0.75}} \quad (4)$$

$$C_{B2} \equiv \frac{1.25B^{0.75}}{2 + 1.25B^{0.75}} \quad (5)$$

$$\dot{r}_{cl} = \frac{0.03\mu_g^{0.2}}{\rho_s} \left( 1 + \frac{\dot{Q}_r}{\dot{Q}_c} \right) B C_{B1} G^{0.8} z^{-0.2} \quad (6)$$

ここで,  $B_g$ は蒸発ブローパラメーター,  $C_{B1}$ ,  $C_{B2}$ は吹き出し補正係数,  $\dot{r}_{cl}$ は古典理論によって予測された後退速度[mm/s],  $B$ はブローパラメーター,  $\mu_g$ はガス粘度[N・s/m<sup>2</sup>],  $\rho_s$ は燃料密度[kg/m<sup>3</sup>],  $\dot{Q}_r/\dot{Q}_c$ は放射と対流の熱伝達比,  $G$ は質量流束[kg/m<sup>2</sup>・s],  $z$ は 1/2 燃料長さ[m]である。

・エントレインメント後退速度( $\dot{r}_{ent}$ ):

$$\dot{r}_{ent} = 1.41 \times 10^{-3} (X_e - 2109) \dot{m}_l / \rho_l \quad (7)$$

ここで,  $X_e$ ,  $\dot{m}_l$ ,  $P_d$ は次の式から求める。

$$X_e = \frac{P_d^{0.5}}{\sigma \left( \frac{T_g}{T_v} \right)^{0.25}} \quad (8)$$

$$\dot{m}_l = \frac{P_d c_f h^2 \rho_l}{2\mu_l} \quad (9)$$

$$P_d = \frac{G^2}{2\rho_g} \quad (10)$$

ここで,  $X_e$ はエントレインメントパラメーター[N<sup>-1/2</sup>],  $\dot{m}_l$ は単位幅あたりの溶融層を流れる液体の質量流量[kg/m・s],  $\rho_l$ は液体密度[kg/m<sup>3</sup>],  $P_d$ は動圧[Pa],  $\sigma$ は表面張力[mN/m],  $T_g/T_v$ は平均気相温度と気化温度の温度比,  $c_f$ 表面摩擦係数,  $h$ は溶融層厚さ[mm],  $\mu_l$ は液体粘度[mPa・s],  $G$ は質量流束[kg/m<sup>2</sup>・s],  $\rho_g$ はガス密度[kg/m<sup>3</sup>]である。

また, 総燃料後退速度は気化後退速度とエントレインメント後退速度の和とする。

## 4. 低融点燃料のスケール効果

### 4.1 条件設定

本研究に適用したスケール効果の条件, 推進剤の材料特性(表 1)を以下に示す。  $L/D$ と $G \cdot D$ の値は後に比較する PE と同じ条件とする。

- ・  $L/D = 9 \sim 20$
- ・  $G \cdot D = 3.93$ [kg/m・s]
- ・ 燃料: 固体ペンタン, 酸化剤: 酸素

表 1 推進剤(ペンタンと酸素)の材料特性<sup>2),5)</sup>

$B_g$	7	$\sigma$ [mN/m]	14.3
$B$	13.5	$T_g$ [K]	1500 <sup>a)</sup>
$\mu_g$ [N・s/m <sup>2</sup> ]	$6.5 \times 10^{-5}$	$T_v$ [K]	309.6
$\rho_s$ [kg/m <sup>3</sup> ]	850	$c_f$	0.0007
$\dot{Q}_r/\dot{Q}_c$	0.15	$\mu_l$ [mPa・s]	0.46
$\rho_l$ [kg/m <sup>3</sup> ]	688.4	$\rho_g$ [kg/m <sup>3</sup> ]	0.16849 <sup>b)</sup>

a)CEA で求めた火炎温度と燃料表面温度の平均

b)CEA による解析値

### 4.2 溶融層厚さ $h$ の導出

表 4.2 の値 $\dot{m}_{ox}$ ,  $\bar{G}_{ox}$ を使用し, 次の式から平均ポート径 $r_0 + r_f$ の値を求める。

$$\bar{G}_{ox} = \frac{4\dot{m}_{ox}}{\pi(r_0 + r_f)^2} \quad (11)$$

ここで,  $r_0$ は初期ポート半径[m],  $r_f$ は最終ポート半径[m],  $\dot{m}_{ox}$ は酸化剤質量流量[kg/s],  $\bar{G}_{ox}$ は平均酸化剤質量流束[kg/m<sup>2</sup>・s]を表す。次に燃料厚さ $r_f - r_0$ を次の式から求める。

$$r_f - r_0 = \bar{r} t_b \quad (12)$$

ここで,  $\bar{r}$ は平均燃料後退速度[m/s],  $t_b$ は燃焼時間[s]を表す。  $r_0 + r_f$ ,  $r_f - r_0$ を連立して $r_0$ [mm],  $r_f$ [mm]を求め, 燃焼前のポート断面積 $A_0$ [m<sup>2</sup>], 燃焼後のポート断面積 $A_f$ [m<sup>2</sup>]を求める。燃焼した燃料体積 $V$ [m<sup>3</sup>]を次の式から求める。

$$V = (A_f - A_0)L \quad (13)$$

ここで、 $L$ は燃料長さ[m]を表し、 $L = 0.15$ [m]である。燃料平均質量流束 $\bar{G}_f$ [kg/m<sup>2</sup>・s]は次式で求める。

$$\bar{G}_f = \frac{V\rho_s}{t_b \left( \frac{\dot{m}_{ox}}{\bar{G}_{ox}} \right)} \quad (14)$$

ここで、 $\rho_s$ は固体ペンタンの密度[kg/m<sup>3</sup>]を表す。全体の平均質量流束 $\bar{G}$ [kg/m<sup>2</sup>・s]は次のようになる。

$$\bar{G} = \bar{G}_f + \bar{G}_{ox} \quad (15)$$

この $\bar{G}$ を使用し式(3)～(6)から各テストデータの平均酸化後退速度 $\bar{r}_v$ [mm/s]を求める。表2より総後退速度 $\bar{r}_{total}$ [mm/s]は分かっているので $\bar{r}_{total} - \bar{r}_v$ より平均エントレインメント後退速度 $\bar{r}_{ent}$ [mm/s]を求める。平均エントレインメント質量流束 $\bar{G}_{ent}$ [kg/m<sup>2</sup>・s]を次の式から求める。

$$\bar{G}_{ent} = \bar{r}_{ent}\rho_l \quad (16)$$

ここで、 $\rho_l$ は液体燃料密度[kg/m<sup>3</sup>]である。また、式(15)で求めた $\bar{G}$ [kg/m<sup>2</sup>・s]を使用し式(10)から平均動圧 $\bar{P}_d$ [Pa]を求める。 $\bar{G}_{ent}$ [kg/m<sup>2</sup>・s]、 $\bar{P}_d$ [Pa]を使用し式(9)から溶融層厚さ $h$ [mm]を求める。溶融層厚さ $h$ [mm]と質量流束 $G$ [kg/m<sup>2</sup>・s]の関係を以下に示す。

$$h = 27.952G^{-1.286} \quad (17)$$

表2 先行研究の実験データ(ペンタン、酸素)<sup>2)</sup>

Test number	Burn time, s	$\dot{m}_{ox}$ , g/s	$\bar{r}$ , mm/s	$\bar{G}_o$ , kg/m <sup>2</sup> ・s
98	4.5	11.4	1.48	56.2
99	4.5	11.1	1.48	54.7
100	4.5	11.3	1.48	55.6
101	3.0	21.0	2.21	105.9
102	4.5	9.9	1.48	48.8
103	3.0	19.8	2.21	93.6
117	4.25	10.5	1.56	51.7
118	7.5	4.8	0.89	23.6
119	4.25	10.4	1.56	51.2
123	3.0	19.8	2.21	97.5
126	5.5	7.3	1.21	35.9
127	5.75	6.9	1.15	34.0
128	3.80	14.3	1.75	70.4

#### 4.3 結果

本研究の条件下でのポート径 $D$ [mm]と各燃料後退速度( $\bar{r}_v$ ,  $\bar{r}_{ent}$ ,  $\bar{r}_{total}$ ) [mm/s]を図2に示す。ここで、質量流束 $G$ [kg/m<sup>2</sup>・s]、1/2 燃料長さ $z$ [mm]、溶融層厚さ $h$ [mm]はスケールによって変わる変数である。

PEのスケール効果との比較を図3に示す。ここで、PEとペンタンでは燃料後退速度が大きく異なるため、ポート径 $D = 9.48$ [mm]でのそれぞれの燃料後退速度を100%とし、それぞれの燃料後退速度の変化の割合を表している。図3から $D \leq 100$ [mm]ではペンタンの

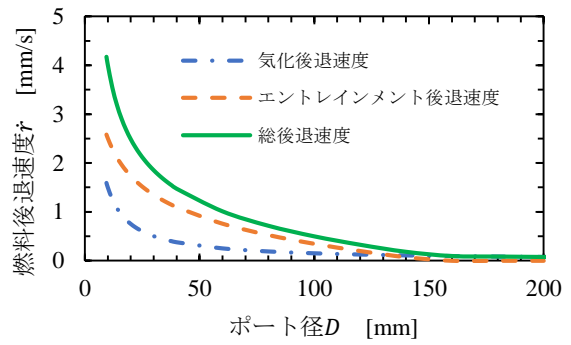


図2 本研究の条件下でのペンタン-酸素のスケール効果

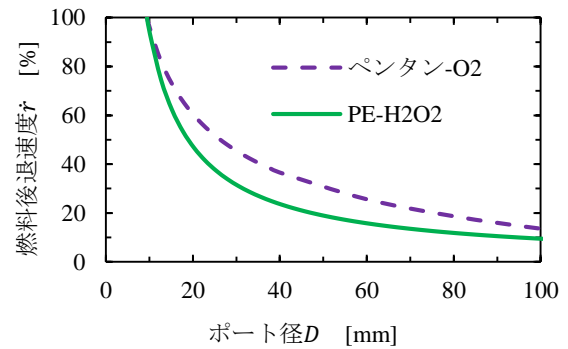


図3 ペンタンとPEのスケール効果

方がスケール効果を受けにくいことが分かる。

#### 5. 考察

ペンタンのエントレインメント後退速度( $\bar{r}_v$ )、酸化後退速度( $\bar{r}_{ent}$ )とPEのスケール効果を比較したものを図4に示す。図4からエントレインメント後退速度は酸化後退速度に比べスケール効果を受けにくいことが分かる。また、PEとペンタンの酸化後退速度のスケール効果が一致していることからペンタンがPEに比べスケール効果を受けにくい要因はエントレインメント後退速度であると考えられる。

次に $G \cdot D$ が異なる値( $G \cdot D = 10, 20$ [kg/m<sup>2</sup>・s])について考える。図5に $G \cdot D = 3.93, 10, 20$ [kg/m<sup>2</sup>・s]のときの酸化後退速度、エントレインメント後退速度とポート径 $D$ の変化の割合を示す。酸化後退速度の変化の割合は $G \cdot D$ がどの値でも同じだが、エントレインメント後退速度は $G \cdot D$ が大きいほどスケール効果の影響が小さくなっている。また $G \cdot D = 10, 20$ [kg/m<sup>2</sup>・s]では変化が小さいことから $G \cdot D$ を大きくすることによるスケール効果の影響は収束していくと考えられる。

また、ペンタンとパラフィンのスケール効果を比較したものを図6に示す。計算には参考文献2のパラフィンの値、不明なパラメータはペンタンで使用

した値を使っている( $\dot{Q}_r/\dot{Q}_c$ など). 図6のペンタンとパラフィンの総後退速度がほぼ同じ形であることからスケール効果の影響は同程度だといえる. よって物性値が変わると燃料後退速度自体の違いはあるが, スケール効果にはほぼ影響がないと考えられる.

これらのことからスケール効果へ影響を与えるのは物性値ではなく,  $G \cdot D$ などの操作パラメータであると考えられる.

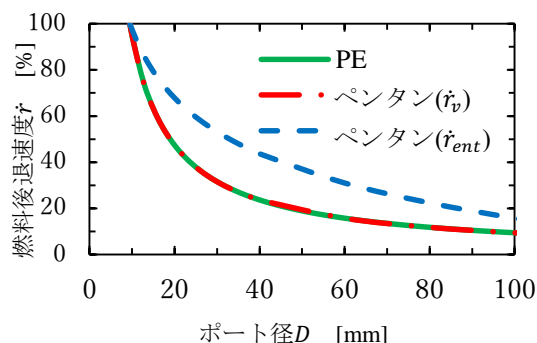
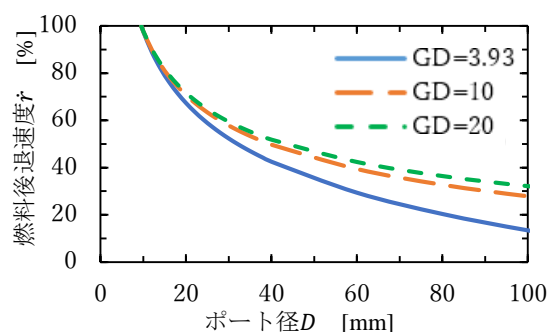
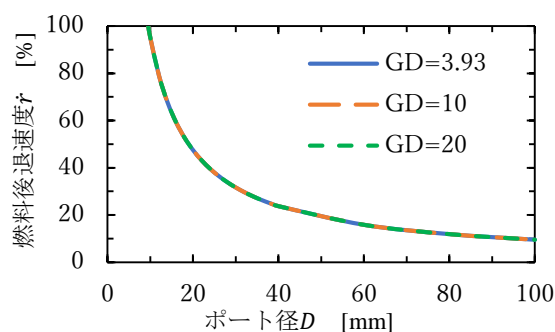


図4 ペンタン( $\dot{r}_v, \dot{r}_{ent}$ )とPEのポート径 $D$ に対する燃料後退速度 $\dot{r}$ の変化の割合



a) エントレインメント後退速度



b) 気化後退速度

図5  $G \cdot D = 3.93, 10, 20$  [kg/m $\cdot$ s]のポート径 $D$ に対するペンタンの $\dot{r}_{ent}$ と $\dot{r}_v$ の変化の割合

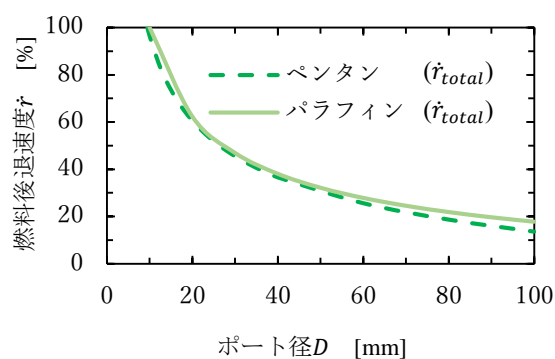


図6 同条件下でのペンタンとパラフィンのスケール効果の比較

## 6. 結言

低融点燃料(ペンタン)のスケール効果について検証し, 今回設定した条件の下では従来燃料(PE)に比べスケール効果を受けにくいことが分かった. また, 気化後退速度 $\dot{r}_v$ は従来燃料の燃料後退速度と同程度のスケール効果で, エントレインメント後退速度 $\dot{r}_{ent}$ がスケール効果を受けにくい要因であると考えられる. 同じ $L/D$ で $G \cdot D$ を大きくするとエントレインメント後退速度 $\dot{r}_{ent}$ がスケール効果を受けにくくなった. 同じ条件でパラフィンと比較するとほぼ同じスケール効果となった.

## 謝辞

本研究は公益財団法人柿原科学技術研究財団の助成を受けて実施されました. 感謝申し上げます.

## 参考文献

- 1) ケンプス ランドン, 影山 理沙, 脇田 督田, 永田 晴紀, “超小型宇宙機用ハイブリッドロケット推進機の開発” 日本機械学会 2020 年度年次大会 講演論文集, J19121, 2020.
- 2) M. A. Karabeyoglu, D. Altman, B. J. Cantwell, “Combustion of Liquefying Hybrid Propellants: Part 1, General Theory,” JOURNAL OF PROPULSION AND POWER, Vol. 18, No. 3, pp610-620, 2002.
- 3) A. Gany, “Scale effects in hybrid motors under similarity conditions,” American Institute of Aeronautics, AIAA96-2846.
- 4) M. Kobald, C. Schmieder, H. K. Ciezki, S. Schlechtriem, “Viscosity and Regression Rate of Liquefying Hybrid Rocket Fuels,” JOURNAL OF PROPULSION AND POWER, Vol. 33, No. 5, pp1245-1251, 2017.
- 5) M. A. Karabeyoglu, D. Altman, B. J. Cantwell, “Combustion of Liquefying Hybrid Propellants: Part 2, Stability of Liquid Films,” JOURNAL OF PROPULSION AND POWER, Vol. 18, No. 3, pp621-630, 2002.