

大角度スケールのCMB偏光測定におけるニアサイドローブの系統的影響の研究

Study of the near side lobe systematic effects for large angular scale CMB measurements 長野 佑哉, 石野 宏和, 高瀬 祐介 (岡山大学)

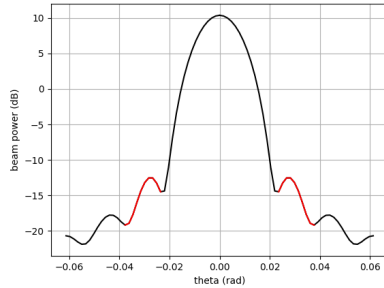
背景

2020年代のCMBの偏光観測実験は大角度スケールで精密測定し、Bモード偏光をテンソル・スカラー比 r の誤差 $\delta r < 0.001$ の精度で測定することを目指している。

この精度での測定を実現するために、測定に生じる系統的な誤差について事前に見積もる必要がある。

この研究ではビームの較正精度由来の系統的な影響についての評価を行った。

観測において生じるビームの形は事前に較正しておく必要がある。較正されたビームと真のビームの差は、測定に系統的な影響を及ぼすため、事前に較正精度由来の系統誤差を計算することで、較正精度に対する下限値を決めることができる。



メインローブ付近のビームの例
赤い部分は最もメインローブに近いサイドローブ

本研究の最終目標はCMB偏光観測衛星 LiteBIRD の構造から計算して得られた各望遠鏡のビームについて、その較正精度由来の系統誤差を評価することである。

本研究ではその最初のステップとしてメインローブに最も近いニアサイドローブについて注目した。

メインローブとニアサイドローブのみをもったビームモデルを作成し、サイドローブ領域に摂動を加えたものと比較する。摂動を与えたビームと真のビームの差から生じる系統誤差を計算した。

畳み込み積分

- CMB はストークパラメータ I, Q, U 成分をもっており、 δr を計算するためにはビームの影響を考慮した Q, U 成分を畳み込み積分で求める必要がある。

$$(\hat{Q} \pm i\hat{U})(\theta, \phi) = \int \text{Beam}(\theta, \phi, \theta', \phi')(Q \pm iU)(\theta', \phi')d\Omega'$$

$$= \int \sum_{l,l'=2}^{l_{max}} \sum_{m,m'=-l}^l (\pm_2 b_{l'm'}^* \pm_2 Y_{l'm'}^* \pm_2 a_{lm} \pm_2 Y_{lm}) d\Omega' : \text{ビームと } Q, U \text{ について球面調和展開をしている。}$$

$$= \sum_{l=2}^{l_{max}} \sum_{m=-l}^l (b_{lm}^{E*} a_{lm}^E + b_{lm}^{B*} a_{lm}^B \pm i(b_{lm}^{E*} a_{lm}^B - b_{lm}^{B*} a_{lm}^E))$$

: 球面調和関数の規格直行性と展開係数 $\pm_2 a_{lm}, \pm_2 b_{lm}$ のEモードBモードへの変換を用いている。

$\pm_2 a_{lm}$: CMBマップの球面調和展開係数 $\pm_2 Y_{lm}$: スピン±2の球面調和関数

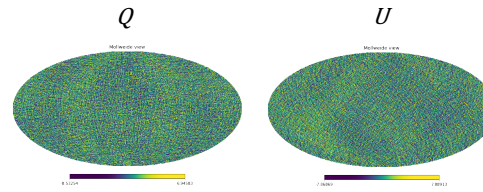
$\pm_2 b_{lm}$: ビームの球面調和展開係数 畳み込み積分のために $a_{lm}^{E,B}$ と $b_{lm}^{E,B}$ を求める。

CMBマップを用意し、 $a_{lm}^{E,B}$ を計算

- $a_{lm}^{E,B}$ を計算するために、純粋なCMBだけのマップを作成する。

使用したパラメータ

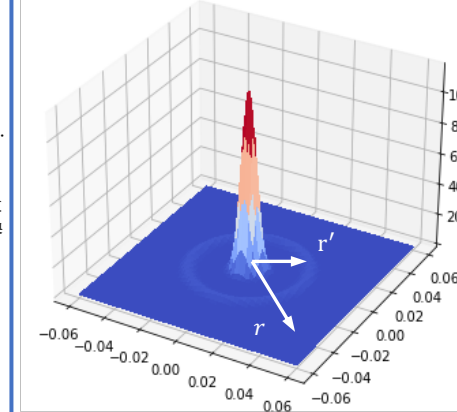
- $NSIDE = 128$
- $r = 0$
- Lensing = False
- Foreground は考慮しない



- CAMB, HEALPixにてマップを作成し、 $a_{lm}^{E,B}$ を計算した。

作成したビームモデル

今回使用したビームの3次元プロット



- 今回作成したビームモデルはメインローブとニアサイドローブをそれぞれガウス関数を足し合わせることで作成している。

- このビームを球面に貼り付け球面調和展開し、展開係数 $b_{lm}^{E,B}$ を計算した。

$$\text{Beam}(\theta, \phi, \theta', \phi') = \frac{1}{2\pi\sigma_1^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_1^2}\right) + 0.01 \times \frac{1}{2\pi\sigma_2^2} \exp\left(-\frac{(r-r')^2}{2\sigma_2^2}\right)$$

FWHM_{1,2}: 0.6 deg

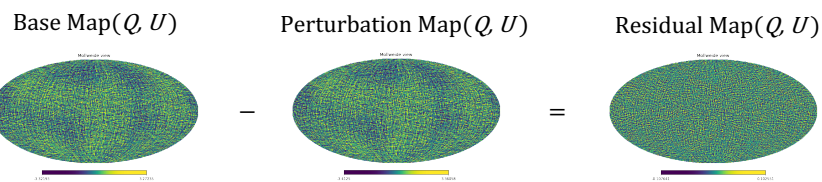
Peak position (= r'): 1.7 deg

Intensity: メインローブの1%

作成したビームの各パラメータ

- このビームを天球上のピクセル毎に作成し、 $b_{lm}^{E,B}$ を計算した。
- この $b_{lm}^{E,B}$ を使い、全ピクセルについて畳み込み積分をした。

δr の計算方法



- Base Map は作成したビームモデルで畳み込み積分して得られたもの。
- Perturbation Map は作成したビームモデルのパラメータのFWHM₂, Peak Position, Intensity について $(1 + k/100)$, $k: -20 \sim 20$ の摂動因子を掛け、摂動を与えたビームで畳み込み積分して得られたもの。

- Residual Map はBase Map と Perturbation Map の残差マップ。
- この Residual Map から C_l^{BB} を計算する。

$$\ln L(r) = \sum_{l=2}^{l_{max}} \left\{ -\frac{1}{2} (2l+1) \left[\frac{\hat{C}_l}{C_l} + \ln C_l - \frac{2l-1}{2l+1} \ln \hat{C}_l \right] \right\}$$

$$\hat{C}_l = C_l^{obs} + C_l^{lens}$$

$$C_l = r C_l^{tens} + C_l^{lens}$$

C_l^{obs} : Bモードパワースペクトルの観測値

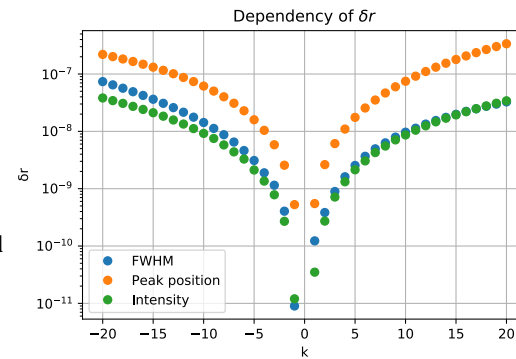
C_l^{tens}, C_l^{lens} : テンソルモード, 重力レンズ効果によるBモードパワースペクトル

- 上記 Likelihood 関数が $\frac{d \ln L(r)}{dr} \Big|_{r=\delta r} = 0$ を満たすという条件から δr を計算した。

計算結果

Peak position

- グラフの形が非対称で、摂動因子 k が最も大きい影響を持つ。
- Peak Position が変化するにより、異なる Pixel の効果をピックアップするからではないかと考える。



FWHM

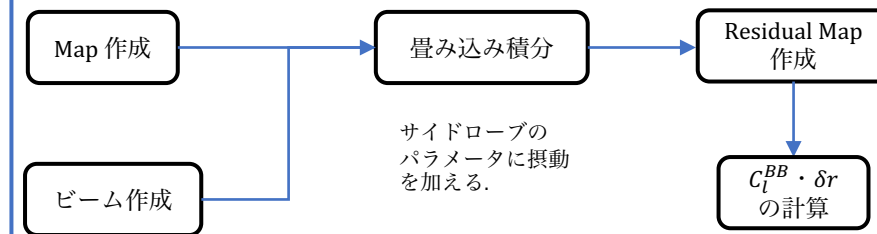
- グラフが非対称な形をしている。
- FWHM が大きくなればより多くの周辺の Pixel の影響が結果に含まれ、FWHM が小さくなればサイドローブのピーク付近の Pixel の効果が強くなるからだと考える。

Intensity

- 他の二つに比べて非対称性が強い。
- 摂動因子はサイドローブの大小に作用するが、これは他の二つと異なり、Pixel の影響が小さいからだと考える。

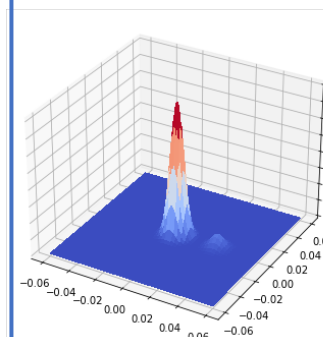
ニアサイドローブの系統誤差の要求を $\delta r < 10^{-6}$ とすると、今回作成したモデルでは、20%程度の不定性があっても要求を満たすことがわかった。

まとめ



- 上記手順で計算を進め、サイドローブに加えた摂動と生じる δr の関係をまとめた。

今後の展開



スポットを持つビーム

- 今回は対称的な形のビームモデルを作成し計算を行った。
- 次は、非対称性を考慮したニアサイドローブのモデルを用いて計算を行う。

- 左の図のようにある強度の強いスポットをもったビームを作成し、これを LiteBIRD のスキャン方向に従い回転させて平均をとったビームマップを作成すれば、Ghosting の影響の見積もりができると考えている。