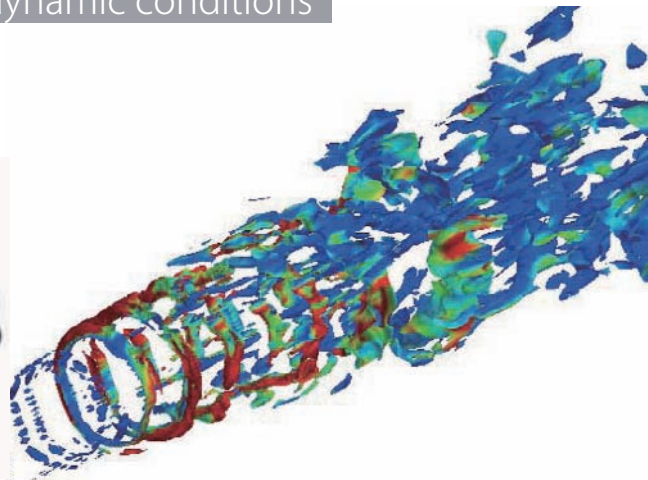
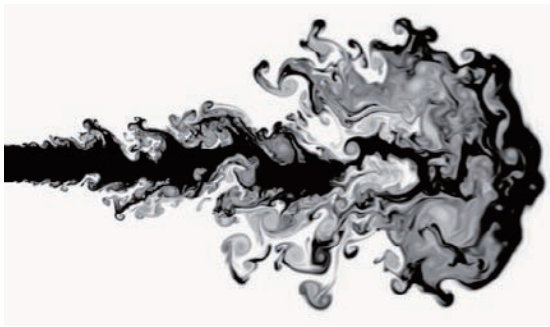


New Horizon of Rocket Engine Modeling and Simulation
The University of Tokyo, Sep/28-29/2010

高解像度コンパクト差分法を用いた超臨界圧環境下 における噴流構造の数値解析

A high-resolution scheme for jet mixing flows
under supercritical thermodynamic conditions

寺島 洋史 (JEDI/JAXA)



2010年9月28日火曜日

1

Key topics

- ▶ 超臨界圧環境下における噴流構造
- ▶ 6次精度コンパクト差分法とLADを用いた高解像度数値解析手法

2010年9月28日火曜日

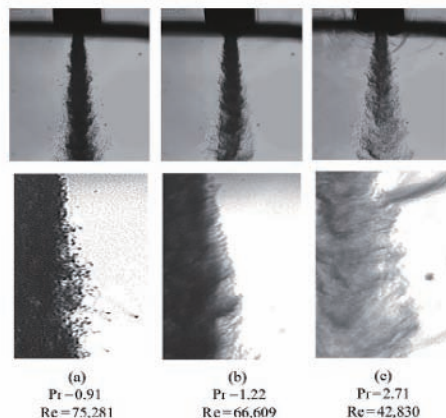
2

Backgrounds

ロケットエンジンの燃焼圧: 3~20MPa

噴射性能や熱環境の予測

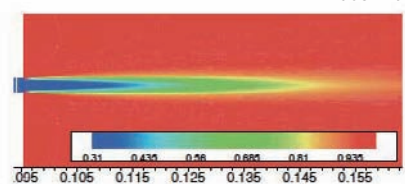
- 超臨界圧力下における噴流混合や燃焼現象
- 非定常噴流構造の解明



Oschwald et al. (2006)

RANS解析

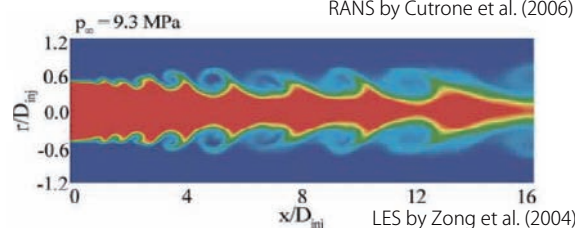
- 非定常性の欠落, 乱流モデルへの依存



RANS by Cutrone et al. (2006)

LES/DNS解析

- 低次精度解析, 格子点数の増加 (数千~数億点, Tucker et al. 2007-2008など)



LES by Zong et al. (2004)

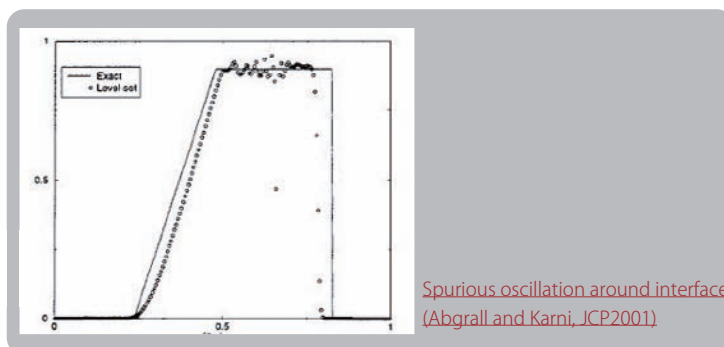
2010年9月28日火曜日

3

Backgrounds and Purpose

- ▶ 超臨界圧流体解析に対する高解像度スキームの導入 6次精度コンパクト差分法とLAD

- 乱流構造の解像; 噴流混合現象の詳細理解
- 計算格子/時間の削減
- 多流体における固有の数値振動
- 多相流体における数値安定性



- ▶ 高解像度数値解析法の評価

- 多成分理想流体への適用
- Kawai and Terashima, IJNMF 2010

- 超臨界圧実在流体へ導入, 評価



Deformation of helium bubble due to shock wave passage in air

2010年9月28日火曜日

4

Numerical methodology

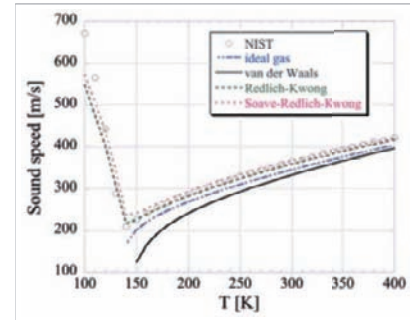
- The compressible Euler/Navier-Stokes equations in generalized coordinate
 - ▶ Sixth-order compact differencing scheme for advection and viscous terms (Lele 1992)
 - ▶ Third-order TVD Runge-Kutta scheme for time integration (Gottlieb 1998)
 - ▶ Sixth-order compact filtering for numerical stabilization (Lele 1992, Gaitonde 2000)

• The Soave-Redlich-Kwong (SRK) equation of state

$$p = \frac{RT}{V - b} - \frac{a\alpha}{V(V + b)}$$

- ▶ for example, the internal energy consists of perfect gas component and the departure function

$$e(T, \rho) = e_0(T) + \int_0^\rho \left[\frac{p}{\rho^2} - \frac{T}{\rho^2} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_\rho \right] d\rho$$

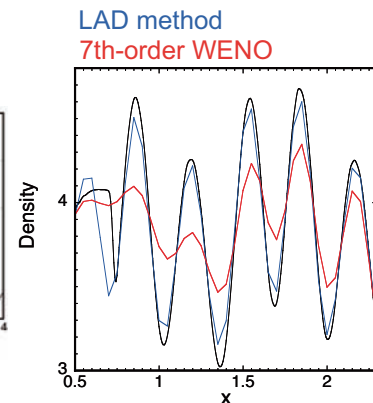
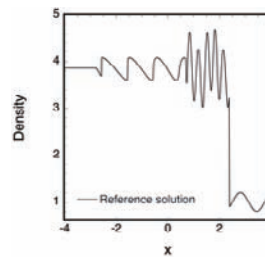


2010年9月28日火曜日

5

Localized Artificial Diffusivity (LAD)

- Cook and Cabot, 2004
- Cook, 2007
- Kawai and Lele, 2008, 2010



- ▶ adding artificial transport coefficients to the fluid transport coefficients

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_f + \mu^* \\ \beta &= \beta_f + \beta^* \\ \kappa &= \kappa_f + \kappa^* \\ D &= D_f + D^* \end{aligned} \quad \mu^* = C_\mu \rho \left| \sum_{l=1}^3 \frac{\partial^r S}{\partial \xi_l^r} \Delta \xi_l^r \Delta_l^2 \right| \quad \beta^* = C_\beta \rho \left| \sum_{l=1}^3 \frac{\partial^r \nabla \cdot \mathbf{u}}{\partial \xi_l^r} \Delta \xi_l^r \Delta_l^2 \right|$$

$$\kappa^* = C_\kappa \frac{\rho c^3}{T} \left| \sum_{l=1}^3 \frac{\partial^r T}{\partial \xi_l^r} \Delta \xi_l^r \Delta_l \right|$$

2010年9月28日火曜日

6

Problems set up

本手法の性能, 適用性評価のため, 1, 2次元超臨界圧流体問題を設定した.

1. Advection flows, including trans-critical state
2. Shock tube problem, introduced by Arina 2004
3. Modified Shu-Osher problem
4. Two-dimensional cryogenic jet at supercritical pressure

2010年9月28日火曜日

7

Result 1: 1-D advection flow

窒素の臨界値:

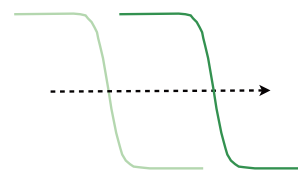
$$p_{cr} = 3.4\text{MPa}, \quad T_{cr} = 126.2\text{K}, \quad \rho_{cr} = 313.3\text{kg/m}^3$$

- ▶ Nitrogen at 4MPa (trans-critical state) and 8MPa considered

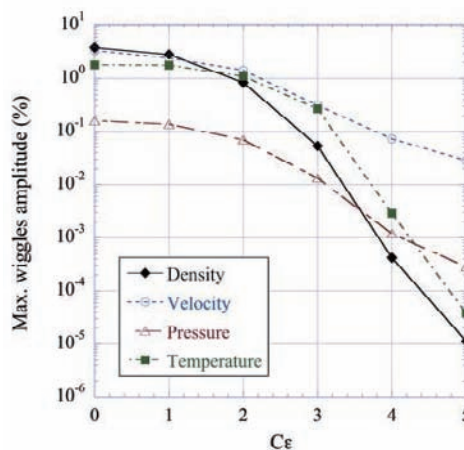
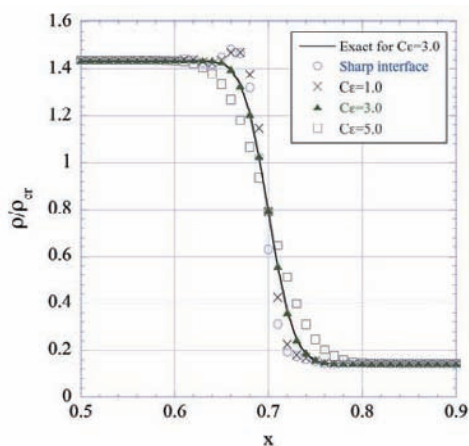
$$(\rho, u, T, p) = \begin{cases} (450.0, 10.0, 124.6, 4.0) & 0 \leq x < 0.3\text{m}, \\ (45.0, 10.0, 298.5, 4.0) & 0.3 \leq x \leq 1.0\text{m}. \end{cases}$$

- ▶ 101 grid points, CFL: 0.4

$$(C_\kappa = 0.01)$$



Schematic of an advection problem



Density profiles and maximum wiggles amplitude at $t=0.04\text{s}$

2010年9月28日火曜日

8

Smooth initial interface

- ▶ Centered schemesで問題となるinitial startup errorを避けるため導入

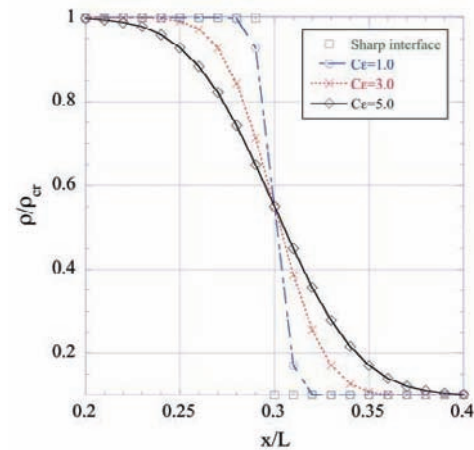
Smooth initial interface, generated with an error function:

$$f_{sm} = \frac{1 + \text{erf}[\Delta R/\epsilon]}{2}, \quad \epsilon = C_\epsilon \Delta x$$

ΔR : distance from interface

$$C_\epsilon = 0.0 \sim 5.0$$

$$q = q_L(1 - f_{sm}) + q_R f_{sm}$$

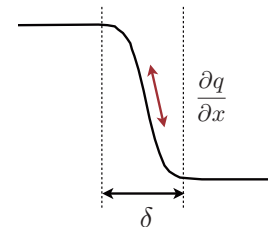


2010年9月28日火曜日

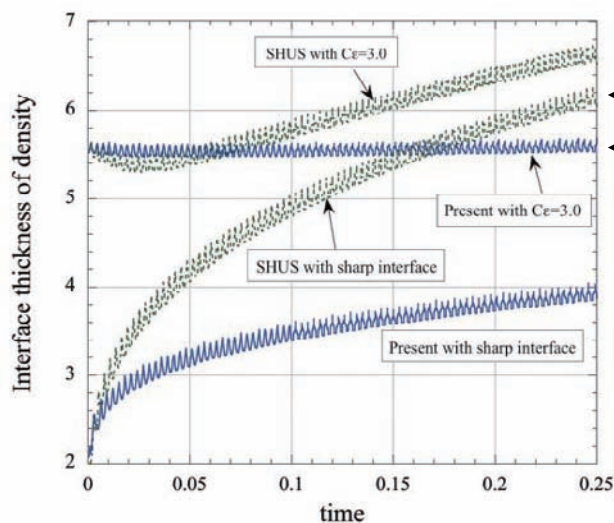
9

Result 2: Interface thickness

- ▶ Interface thickness defined as: $\delta = \frac{\Delta q}{\Delta x \partial q / \partial x|_{max}}$



Schematic of interface thickness



SHUS with Sharp interface

Present with Smooth interface

- ▶ Even with smooth initial interface, the present method keeps the interface sharper than MUSCL (SHUS) with sharp initial interface

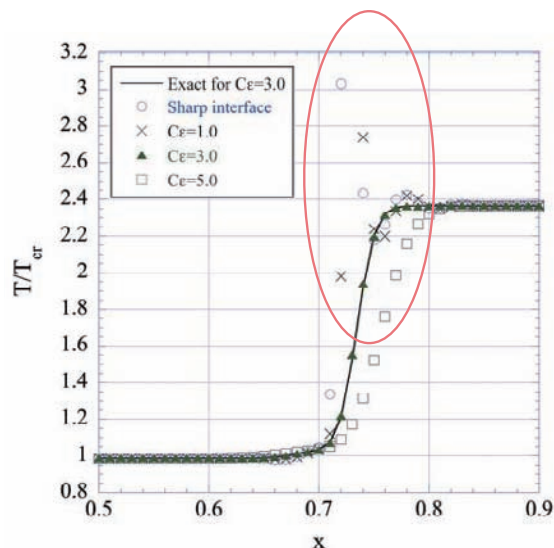
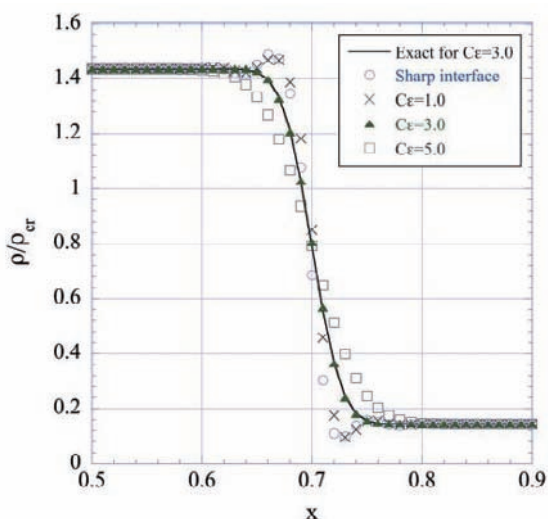
2010年9月28日火曜日

10

Result 3: Influence of LAD: κ^*

$$\kappa^* = C_\kappa \frac{\rho c^3}{T} \left| \sum_{l=1}^3 \frac{\partial r T}{\partial \xi_l^r} \Delta \xi_l^r \Delta_l \right|$$

► The following results are with $C_\kappa = 0.001$



► LAD κ^* effectively can reduce spurious oscillations due to initial startup errors, the effect appears particularly in the temperature profile as expected.

2010年9月28日火曜日

11

Result : Shock tube problem

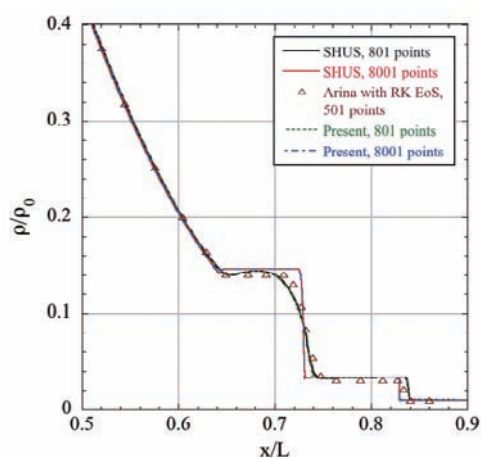
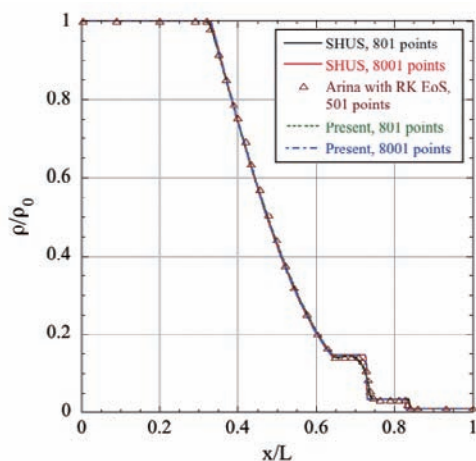
二酸化炭素の臨界値：

$$p_{cr} = 7.376 \text{ MPa}, \quad T_{cr} = 304.22 \text{ K}, \quad \rho_{cr} = 348.8 \text{ kg/m}^3$$

► CO₂ considered

$$(\rho, u, p) = \begin{cases} (348.8, 0.0, 73.76) & 0 \leq x < 5\text{m}, \\ (3.488, 0.0, 0.7376) & 5 \leq x \leq 10\text{m}. \end{cases}$$

► 801 and 8001 grid points, CFL: 0.4, $C_\beta = 1.75$, $C_\kappa = 0.01$



Density (overall and zoom-up) profiles at $t=2.745\text{e-}3\text{s}$

2010年9月28日火曜日

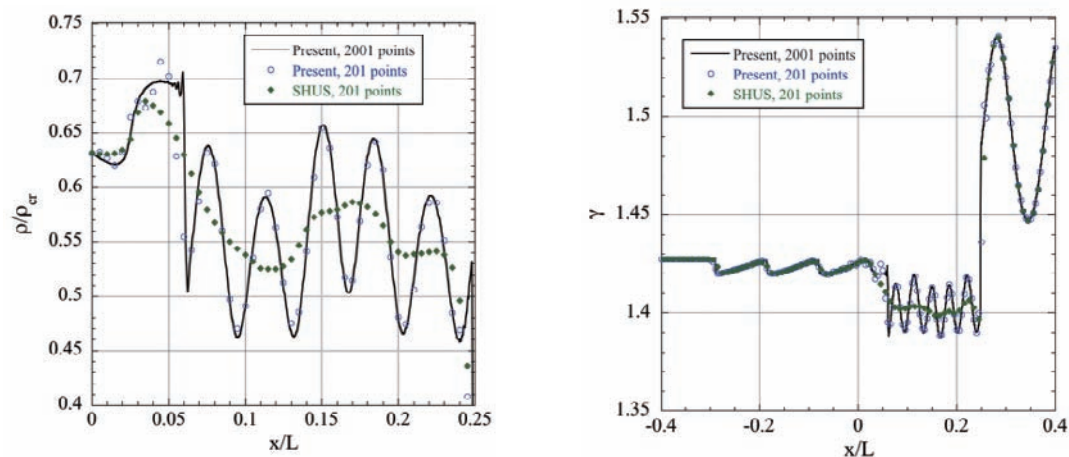
12

Result : Modified Shu-Osher problem

- ▶ Nitrogen under supercritical pressure considered

$$(\rho, u, p) = \begin{cases} (3.86\rho_0, M_{ref}c_L, 10.33p_0) & -5 \leq x \leq -4\text{m.} \\ (\rho_0(1 + 0.2 \sin 5x), 0.0, p_0) & -4 \leq x < 5\text{m,} \end{cases} \quad \text{where} \quad \begin{aligned} \rho_0 &= 50\text{kg/m}^3 \\ p_0 &= 4.0\text{MPa} \end{aligned}$$

- ▶ 201 and 2001 grid points, CFL: 0.4, $C_\beta = 1.75, C_\kappa = 0.01$



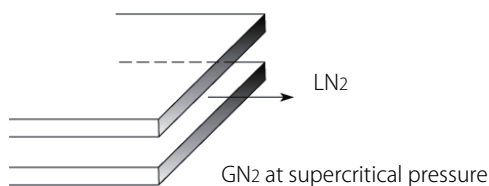
Density (zoom-up) and ratio of the specific heat profiles at $t=5.903\text{e-}3\text{s}$

2010年9月28日火曜日

13

Two-dimensional case: cryogenic jet

- ▶ Cryogenic LN₂ plane jet injected into GN₂ supercritical pressure condition



Injection jet	Chamber
130.0 K	298.0 K
3.97 MPa	3.97 MPa
236.3 kg/m ³	45.458 kg/m ³
Maximum injection velocity $V_0=10.0$ m/s	
Velocity profile using hyperbolic tangent	
Diameter of inlet $D=2.2$ mm	
Reynolds number: 2.63×10^5	

- ▶ Velocity profile at the inlet

$$V(r_c) = \frac{V_0}{2} \left[1 + \tanh \left(0.25 \frac{D}{\Theta} \left(\frac{D}{2r_c} - \frac{2r_c}{D} \right) \right) \right], \quad \text{where} \quad \Theta = \frac{D}{60}$$

- ▶ Viscosity from Zeberg-Mikkelsen et al.
- ▶ Thermal conductivity from Vasserman and Nedostup

2010年9月28日火曜日

14

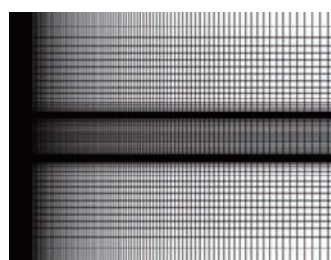
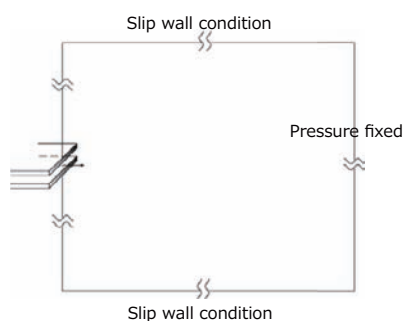
Continued.

- Four grids used for grid convergence study

Grid1: 199×185 , Grid2: 368×345 , Grid3: 689×645 , and Grid4: 1309×1185 .

Minimum grid spacing: $1.5 \times 10^{-5} \text{m}$

Computational domain: $400D \times 100D$



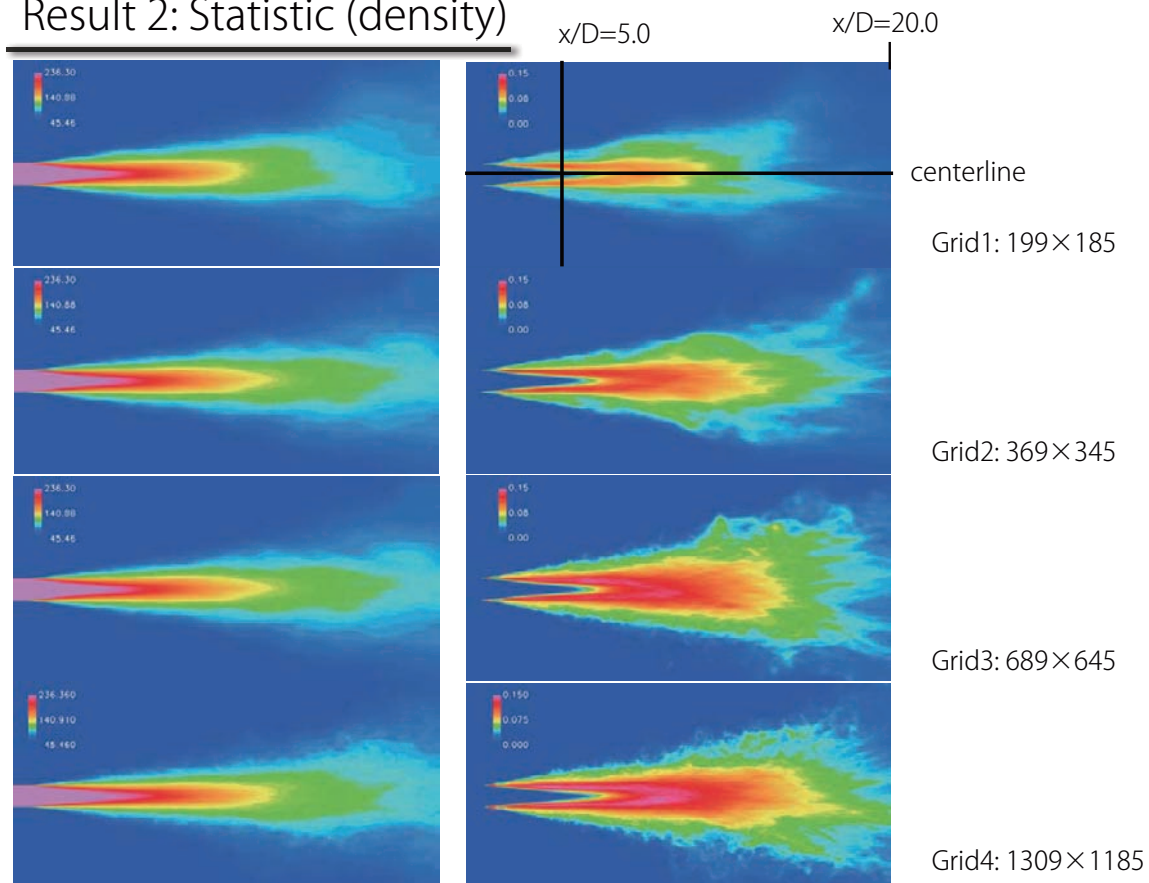
A computational grid (Grid 1) near the inlet

- Statistics during 60ms

2010年9月28日火曜日

15

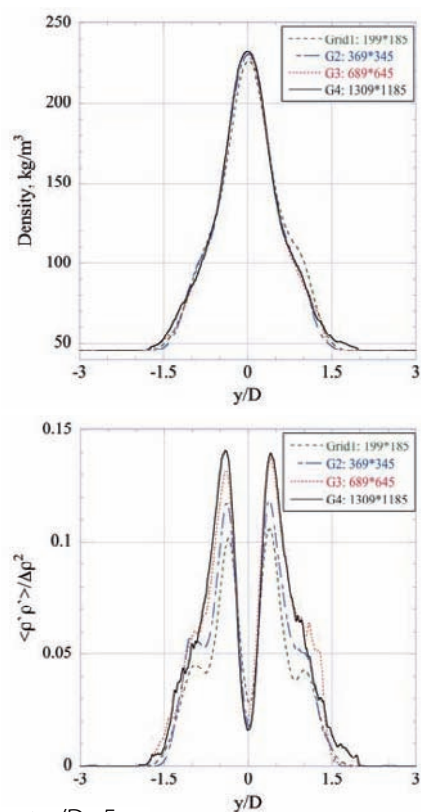
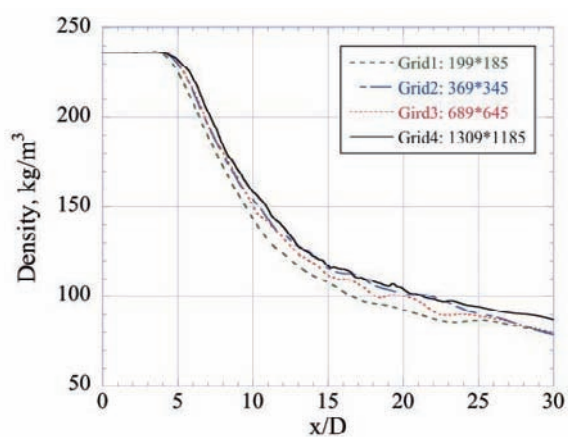
Result 2: Statistic (density)



2010年9月28日火曜日

17

Result 3: Statistic distributions



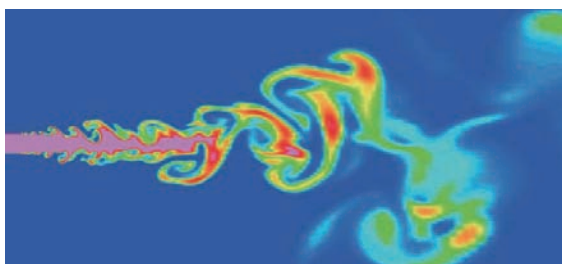
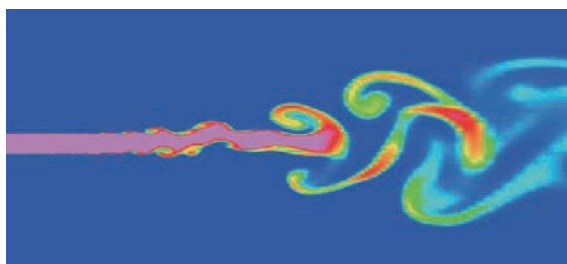
Density: mean on centerline, mean at $x/D=5$, fluctuation at $x/D=5$

2010年9月28日火曜日

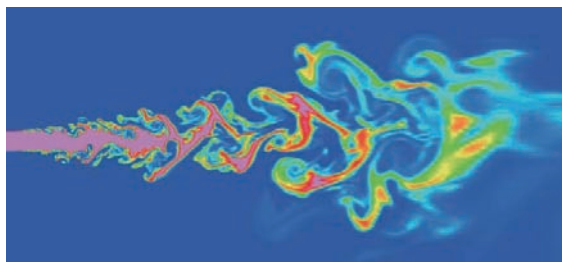
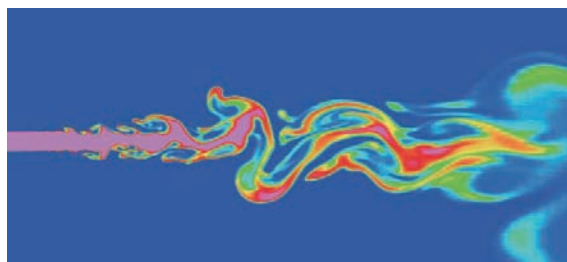
18

Result 4: Comparison with MUSCL scheme (SHUS)

► Instantaneous density distributions



Left: SHUS, Right: Present on Grid2: 369×345

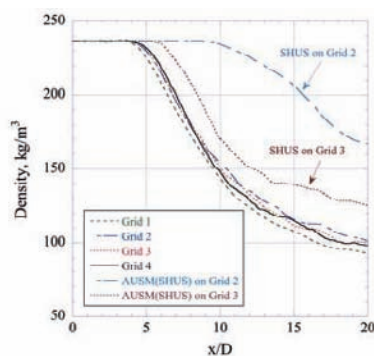


Left: SHUS, Right: Present on Grid3: 689×645

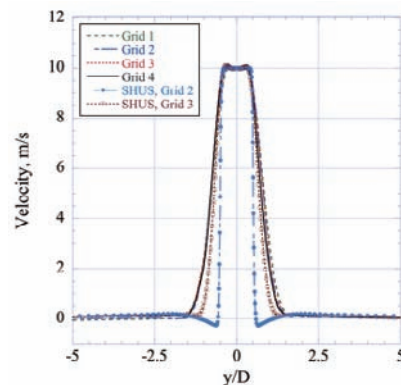
2010年9月28日火曜日

19

Result 5: Comparison with SHUS on Statistics

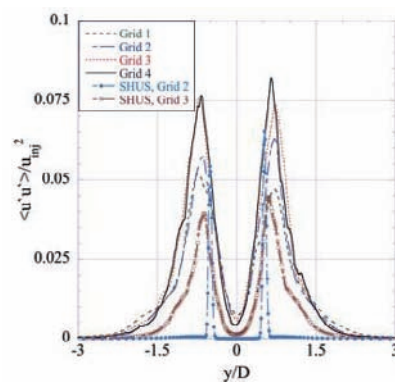


Density: mean on centerline



Velocity:

mean at $x/D=5$ (upper),
fluctuation at $x/D=5$ (lower)



2010年9月28日火曜日

20

Conclusions

超臨界圧流体解析に対して、6次精度コンパクト差分法とLADによる高解像度数値解析法の導入し、1, 2次元問題を通して、その性能と適用性を評価した。

- 適切にinitial startup errorを避けることで、虚偽の数値振動無く、遷臨界状態を含む超臨界圧移流問題に適用できることを示した
- 特に、LADにおける人工熱伝導係数は、界面でのwiggles抑制に効果的に働く
- 衝撃波を含む超臨界圧流体に適用可能であること、修正Shu-Osher問題では、密度や温度の高周波変動を解像する上で優れた性能を持つことを示した
- 2次元極低温噴流問題に適用し、適度な格子解像度で、噴流の非定常構造や変動量の評価が可能となることを示した

2010年9月28日火曜日

21

Acknowledgement

本研究では、河合宗司博士 (CTR, Stanford University) に貴重な議論などをいただいております。