

$Re_\theta=14,000$ の超音速風洞壁に発達する乱流境界層の平均速度計測

貝原 涼弥（岡山大学），黒瀬 章弘（岡山大学），河内 俊憲（岡山大学）

Mean Velocity Measurements of Turbulent Boundary Layer at $Re_\theta=14,000$ Developed on a Supersonic Wind Tunnel Wall

KAIHARA Ryoya (Okayama University), KUROSE Akihiro (Okayama University),
KOUCHI Tosinori (Okayama University)

ABSTRACT

We constructed a suction-type supersonic wind tunnel to obtain accurate and high-spatial resolution data, mainly velocity data hopefully including wall shear stress, of shock-wave boundary layer interaction (SWBLI) at a high-Reynolds number condition. The wind tunnel had 50 mm-width and height at the exit of the nozzle, and the length of the test section was 800 mm. The nozzle designed Mach number was 2. One of the walls of the test section was diverging by 0.8° to cancel the displacement of the developing boundary layer on the wall. To confirm whether the wind tunnel is suitable for the SWBLI experiments at a high-Reynolds number condition, we measured the velocity data in the boundary layer at 697-mm downstream from the nozzle exit by using the Pitot pressure measurement and evaluated Reynolds number based on the momentum thickness and freestream value. The Reynolds number was about 14,000, which barely reached our target value. However, the velocity data near the wall has the problem, and we need to improve in the future.

記号の説明

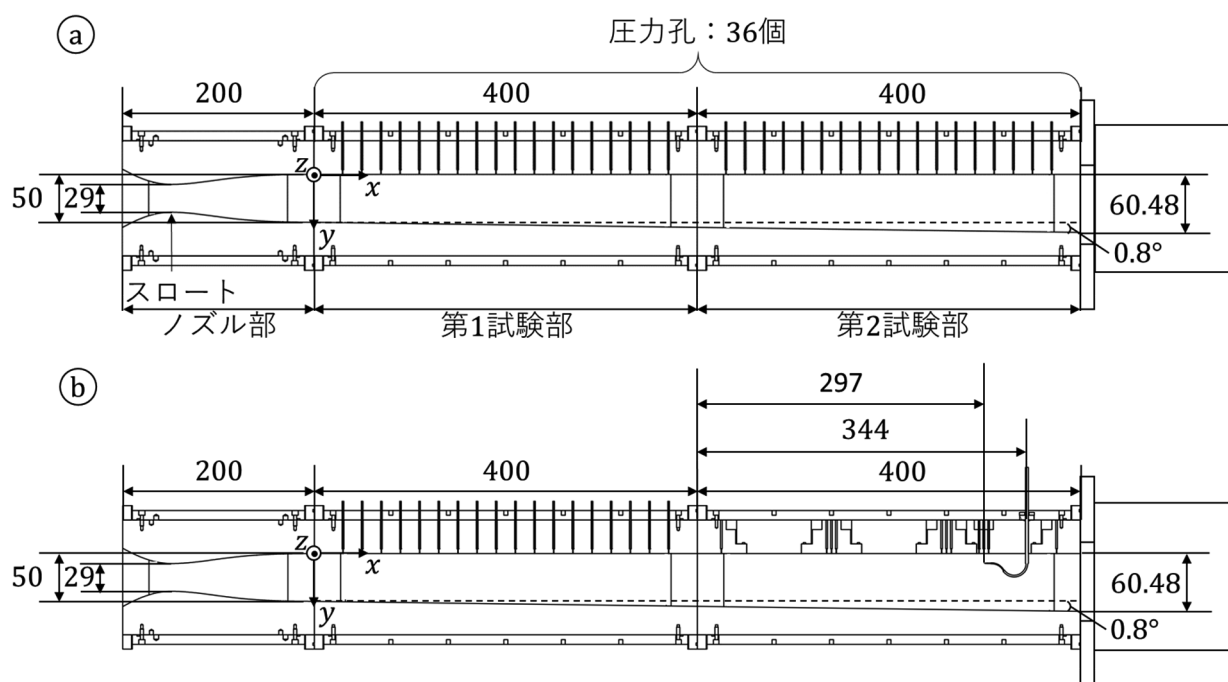
h : 試験部高さ(50mm)
 M : マッハ数
 P : 圧力
 R : 気体定数
 Re_θ : 航空機翼面流れのレイノルズ数
 T : 温度
 t : 時間
 u : 流速
 u_* : 摩擦速度
 u^+ : 無次元速度
 x : ノズル入口からの流れ方向の距離
 y : 上壁からの距離
 y^+ : 無次元距離
 z : 左側面からの距離
 γ : 比熱比
 δ : 境界層厚さ
 θ : 運動量厚さ
 κ : カルマン定数
 μ : 粘性定数
 ν : 動粘性係数
 ρ : 密度

下付き文字

e : 主流における値
 w : 壁面における値
 0 : 大気における値

1. はじめに

航空機などの周りの流れは高レイノルズ数条件下にあり，航空機を設計する上で高レイノルズ数乱流現象の高精度な予測が重要である．特に航空機の安定性や操縦性に大きく関わる高精度な空力予測，流れ場の予測が必要不可欠となっており，一般的に航空機の設計には風洞試験やCFD (Computational Fluid Dynamics)が用いられている．現状，実飛行レイノルズ数($\sim 10^7$)レベルの風洞試験が実施可能な設備は世界でも限られているので，風洞実験を用いて，設計初期段階でこれを用いることは困難である^{1),2)}．そのため，CFDは航空機の設計においてすでに欠かすことのできないツールとなっている．その中でも，高速巡航時の空力性能の予測には乱流モデルを用いた圧縮性RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes)方程式での解析が行われている．しかし，既存のRANS解析では，流れの剥離限界により決まる最大揚力を正確に予測できないことが知られている¹⁾．そのため，このような流れの予測に対しては，



第1図 風洞の断面図

計算の格子間隔よりも大きな渦を直接解き、それよりも小さな渦をモデル化する解像できるLES (Large-Eddy Simulation)の適用が期待されている。

しかしながら、高レイノルズ数流れでは、境界層厚さが航空機の代表スケールに比べて極めて小さくなるため、これらを正確に解こうとするとLESでも格子点数が膨大となり、解析を行うことができない。そのためLESを適用する場合でも、高レイノルズ数流れでは、壁面のごく近傍の流れに対しては何らかのモデルが必要になる。このような事情から、これらの重要課題は開発下流段階の実機フライト試験など試験機製造後でないと評価できず、重大な手戻りによる開発期間の大幅な長期化や開発リスクの原因となっている。

本研究の目的は、実験によって境界層内の流速分布に関するデータを取得し、LESの予測結果の妥当性について検討することである。そのために本研究では、設計した風洞において、航空機の翼面上の流れを再現できているのか否かピトー管による速度計測によって調査した。まず、航空機の翼面上の流れを再現するため、また高レイノルズ数流れでの詳細な実験データ取得のため、風洞を作製した。その後、壁圧計測とシュリーレン法による可視化によって、その動作検証を行った。風洞が始動した後、試験部の下壁面を拡大流路に変更し、主流マッハ数の低下を防いだ。平均速度計測はピトー管を用いて行い、風洞内壁に発達する境界層内の平均速度を計測した。また、使用した風洞が航空機の翼面上の流れを再現できているのかを確認する

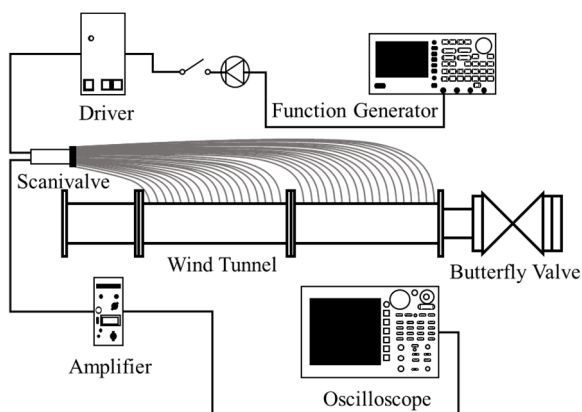
ために、平均的なデータからレイノルズ数を求めることで評価を行った。

2. 実験装置

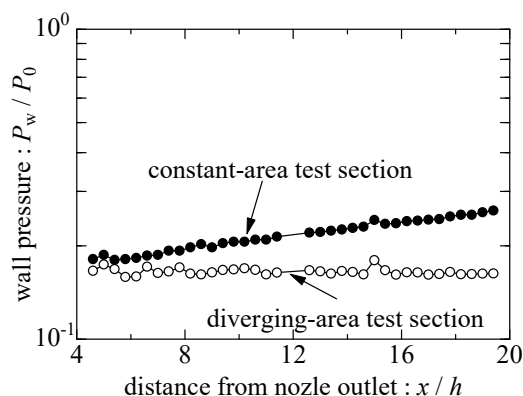
2.1. 大気吸込み式超音速風洞

第1図に本研究で用いた風洞の断面図を示す。第1図aは風洞始動を確認するために壁圧計測に用いた風洞である。第1図bはピトー圧を計測するためにaの第二試験部上壁をピトー管が取り付けられるよう改良した風洞である。bに関しては2.2のピトー圧計測で後述する。

本研究で使用した風洞は3つのブロック（ノズル部、第1試験部、第2試験部）から構成される。ノズルブロックの長さは200 mmで、このブロックにより流れはマッハは2まで加速される。流れを加速するノズルは二次元ラバル・ノズルで、スロート高さは29 mm、出口高さは50 mmである。なお、ノズル部を含め、試験部z方向長さは50 mmで一定である。第一試験部、第二試験部ともにその長さは400 mmで、下壁に着目すると0.8°の開き角が設けられており、流れに沿って流路が拡大していくように設計した。なお試験部入口と出口の流路の高さ比は約1.21である。一般的に超音速風洞で流路を拡大させない場合、風洞内壁に発達する境界層の排除効果により、主流マッハ数は下流に行くに従い減少する。本研究において設計した試験部では、このマッハ数の減少を抑制するために拡大角を設けてある。また上壁に着目すると、第一試験部、第



第2図 壁圧計測の概要

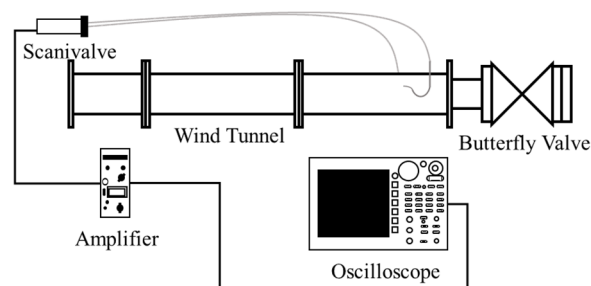


第3図 壁圧計測結果

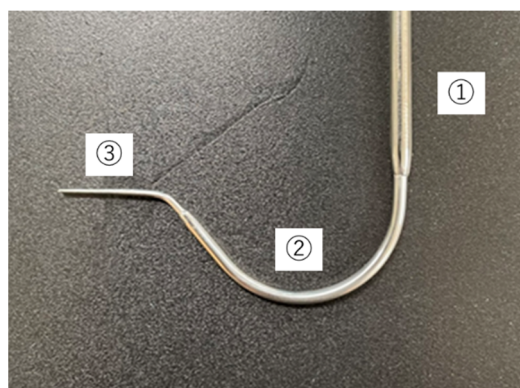
二試験部ともには16箇所の壁圧孔が設けられ、圧力計測を行う。座標系は第1図に示すとおり、原点をノズル部と第一試験部の間の上壁とし、主流方向を x 、上壁に垂直な方向を y 、紙面の奥から手前方向を z とした。

第2図に壁圧計測システムの概要を示す。試験部上壁に設けられた壁圧孔から圧力を計測する。得られた圧力はテフロンチューブを通してスキャニバルブに伝わり、内蔵されている圧力センサで電圧に変換される。その電圧のうち1つがアンプに入力され増幅された後オシロスコープで記録される。計測点の切り替えはファンクションジェネレータから出力される信号によりドライバで行われ、時間的に切り替わるようになっている。

第3図に得られた壁圧分布を示す。図の縦軸は壁圧 P_w を大気圧 P_0 で無次元化し、横軸はノズル出口からの距離 x をノズル出口の高さ h で無次元化している。なお図には、第1図に示したような下壁面を拡大させた試験部の壁圧だけでなく、流路を拡大させていない一定断面積をもつ試験部の結果も示してある。一定断面積の場合、



第4図 ピトー圧計測の概要



第5図 ピトー管

合、試験部入口での圧力はおよそ18 kPaで、 P_0 のおよそ0.18倍であり、出口で P_0 のおよそ0.26倍まで増加する。他方で拡大流路の場合、試験部入口での圧力はおよそ16 kPaで、 P_0 がおよそ0.16で一定である。このことから、下壁面に拡大角を付けることで主流に対する境界層の影響を抑制することができた。

2.2. ピトー圧計測

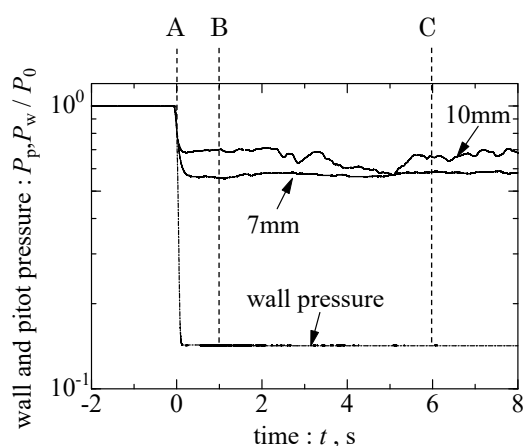
ピトー圧計測で使用する風洞については第1図のbに示す。第1図aとの違いは、ピトー管が挿入できるように、第二試験部の上壁の3箇所に交換可能なブロックを取り付け可能な設計としているところである。本実験では、ピトー管は最も下流のブロックに取り付け挿入した。ピトー管の挿入位置はノズル出口から744 mmで、先端計測位置はノズル部出口から約697 mmである。第4図に壁圧計測システムの概要を示す。まず第二試験部に挿入されたピトー管で圧力を計測し、その後ピトー管プローブの上の壁圧孔によって壁圧を計測する。

本研究で使用するピトー管はNASAで使用されていたピトー管³⁾を模擬し、径の大きさが異なるSUS管を

エポキシ系接着剤でつなぎ合わせることで作製された。作製したピトー管の写真を第5図に示す。用いた SUS

第1表 SUS 管の内径と外径

	外径	内径
①	3 mm	2 mm
②	1.8 mm	1.2 mm
③	1.05 mm	0.65 mm



第6図 ピトー圧の時系列データ

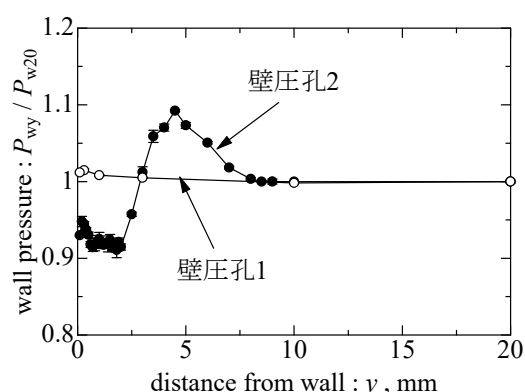
管の内径と外径を第1表に示す。ピトー圧は③の SUS 管により計測される。文献 4), 5)によれば、ピトー圧を精度よく計測するにはプローブ外径が境界層厚さ δ の3.4%以下である必要がある。本風洞の計測位置における境界層厚さは、後述するように13 mmであるので、プローブ外径がおおよそ0.45 mm以下である必要がある。第1表に示す通り、プローブ先端の SUS 管の外径は1.05 mmで、必要な条件を満たしていないため、SUS 管を幅方向に潰すことで、Stanton 管のように扁平にし、この条件を満たしている。

第6図に計測を行ったピトー圧 P_p と壁圧 P_w の一例を示す。縦軸は計測された圧力 P を大気圧 P_0 で無次元化した値、横軸は時刻 t である。ピトー圧および壁圧計測は、計測時間が8秒になるように設定した。図中の「A」は通風を開始した時刻である。その後急激に圧力が低下し一定になっている時間が約8秒間続く。「B」から「C」は圧力データがある程度定常になっている区間であり、この時間を定常状態と定義すると、計測における定常状態は約5秒間であり、本計測では8秒間のうちの5秒間の時間平均値を数回繰り返し、境界層内の平均速度を算出した。第2表にピトー圧の計測点および計測回数についてまとめる。

ピトー圧計測を行うにあたって、ピトー管が壁近傍に位置している時、ピトー管の影響により壁圧が変化する場所が存在する。第7図にピトー管の壁からの距離

第2表 計測位置と計測回数

計測位置	計測間隔	計測回数
0 mm~2 mm	0.1 mm	10
2 mm~5 mm	0.5 mm	10
5 mm~8 mm	1 mm	10
8 mm~13 mm	0.5 mm	10
13 mm~20 mm	1 mm	3



第7図 ピトー管による壁圧の影響

に対する壁圧の計測結果を示す。縦軸はピトー管がある位置における壁圧 P_{wy} をピトー管が20 mmにおける壁圧 P_{w20} で無次元化した値、横軸は壁からの距離 y を示す。白抜きのシンボルはおおよそ3 mm上流に位置する壁圧孔1、黒塗りのシンボルはピトー圧計測位置のおおよそ2 mm下流に位置する壁圧孔2で計測されたデータである。壁から約8 mm付近まで壁圧はピトー管の影響を受けていることが確認できる。それ以上壁から離れると一定の値に収束する。また、使用したデータは壁圧孔1の圧力である。

2.3. データ処理法

直接計測した値は、 P_p と P_w および気温である。その他の物理量はこれらの所領から算出した。

局所マッハ数が1以上の超音速の場合、式1上を示すレイリーのピトー管公式を用いてマッハ数 M が求められる。他方、局所マッハ数が1以下の亜音速の場合、式1下を示す等エントロピー仮定とエネルギー保存の関係式を用いてマッハ数を求められる。本研究で使用するピトー管では静圧を計測することができないため境界層近似を用いてピトー管のプローブより上流の壁圧

P_w を代入した．また式2より流速 u を求めた．

$$\frac{P_p}{P_w} = \left\{ \frac{(\gamma + 1)M^2}{2} \right\}^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left\{ \frac{\gamma + 1}{2\gamma M^2 - (\gamma - 1)} \right\}^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (M > 1) \quad (1)$$

$$\frac{P_p}{P_w} = \left\{ \frac{(\gamma + 1)M^2}{2} + 1 \right\}^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (M \leq 1)$$

$$u = M \sqrt{\frac{\gamma RT_0}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}} \quad (2)$$

本実験においては風洞内壁に発達する境界層は乱流境界層となる．計測の妥当性を検証するため，計測結果を一般的に知られている乱流境界層の対数則と比較する．対数則に用いられる wall unit で無次元化された速度 u^+ や距離 y^+ を求めるにあたって，壁面せん断応力 τ_w や摩擦速度 u_* を求める必要がある． τ_w を求めるには境界層内層における速度をピトー管により計測し，以下の式3を用いて算出される．

$$\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3)$$

その値を算出する必要がある．また u_* は得られた τ_w を用いて

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_w}} \quad (4)$$

となり，非圧縮性流体の場合， $u^+ = u/u_*$ ， $y^+ = u_* y/\nu$ と求まる．壁面近傍の粘性底層内では

$$u^+ = y^+ \quad (5)$$

が成り立つことが知られている．

一方，壁面から離れたレイノルズ応力が支配的な領域では，

$$\frac{1}{u_*} \sqrt{\frac{\rho(y)}{\rho_w}} \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\kappa y}$$

となり，この両辺を $y = 0$ から y まで積分すると，

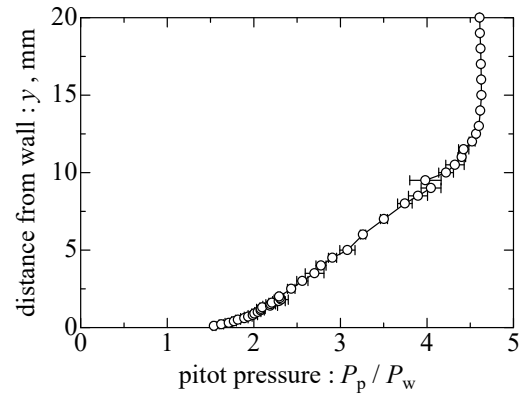
$$\frac{1}{u_*} \int_0^{u(y)} \sqrt{\frac{\rho(y)}{\rho_w}} du = \frac{1}{\kappa} \ln y + A \quad (6)$$

となる． κ はカルマン定数と呼ばれ，非圧縮性流体では $\kappa = 0.37 \sim 0.41$ となることが知られている．また A に関しても $A = 5.1 \sim 5.5$ となることが知られている．圧縮性流体では境界層内の密度変化を考慮し，式6の左辺を

$$u_{VD}(y) = \int_{u(y=0)}^{u(y)} \sqrt{\frac{\rho(y)}{\rho_w}} du(y) \quad (7)$$

として，計測で得られた速度 u を u_{VD} に変換した．なお式7は Van Driest 変換と呼ばれる．この Van Driest 変換

を行うことで，非圧縮性流体の乱流境界層の速度分布



第8図 ピトー圧分布

と同じ法則が圧縮性流体でも成り立つとされる⁹⁾．

そこで本研究では，ピトー管を用いて計測された速度から u_{VD} を算出し，式5と6を比較することで，その妥当性の確認を試みた．またこれら妥当性の検証に加え，式8より運動量厚さを，式9より運動量厚さを代表値にとったレイノルズ数を求めた．

$$\theta = \int_0^{\delta_{99}} \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dy \quad (8)$$

$$Re_\theta = \frac{u_e \theta}{\nu_e} \quad (9)$$

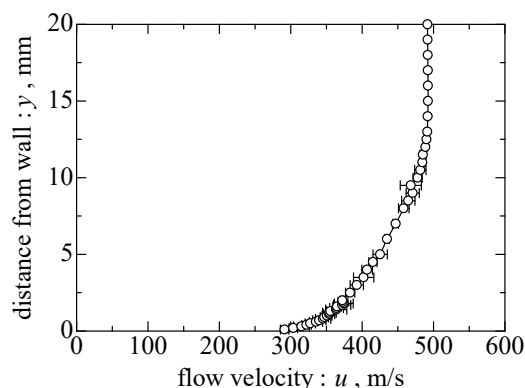
3. 実験結果および考察

3.1. 乱流境界層速度分布

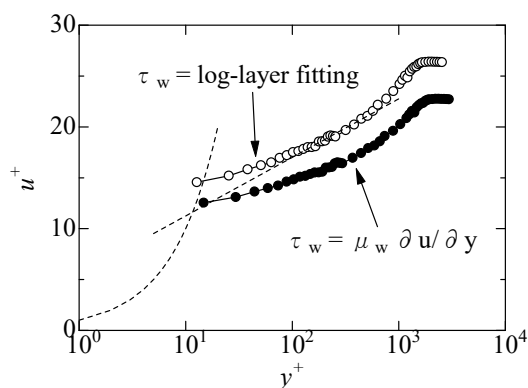
第8図に得られた境界層内のピトー圧分布を示す．縦軸は壁からの距離 y ，横軸はピトー圧 P_p を壁圧 P_w で無次元化した値である．なお壁圧の値は16.5 kPaであった．図中のエラーバーは各位置において計測を複数回行った際の平均値のバラ付き(標準偏差)を表したものである．図よりピトー圧は，壁面から離れるに従い増加し，壁面でおおよそ $P_p/P_w = 1.5$ であるのに対し，主流では $P_p/P_w = 4.5$ となっていることが分かる．また，得られた圧力データから算出した流速分布を第9図に示す．縦軸は y ，横軸は流速 u である．図9より計測に得られた主流速は $u_e = 491.6 \text{ m/s}$ であることが分かる．これはマッハ数に換算して $M = 1.9$ である．この値は，ノズル設計マッハ数，また第3図の壁圧分布から等エントロピー過程を仮定して得られるマッハ数と整合が取れている．また第9図より速度99%境界層厚さ $\delta_{99} = 13 \text{ mm}$ であることが分かった．

第10図に計測値を対数側と比較した結果を示す縦軸は無次元速度 u^+ ，横軸は無次元距離 y^+ である．なお図

には無次元化に用いる摩擦速度を二つの方法で算出し



第9図 流速分布

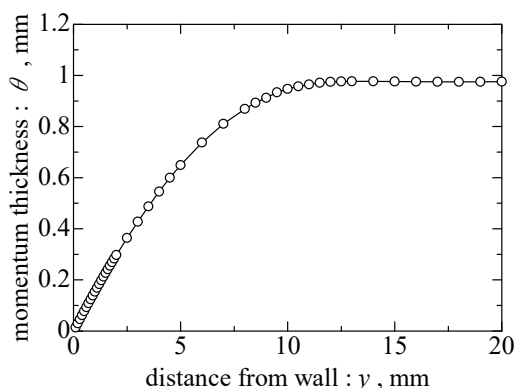


第10図 乱流速度分布

たデータを、それぞれ示してある。黒塗りのシンボルが壁面近傍の第1計測点から式3を用いて壁面せん断応力を求め、無次元化に用いる摩擦速度を算出した結果である。この結果を見ると、計測値は全般に式6よりも下に位置し、壁面からの第1点目の計測値も粘性底層内に入っていないことが分かる。したがって、現状のピトー圧計測では、粘性底層内において速度勾配を正確に計測し、精度よく u_* を算出することは難しいことが分かった。

そこで次に計算結果が式6にフィットするように壁面せん断応力を類推し、プロットし直した。その結果を第10図の白抜きのシンボルで示してある。この方法は、粘性底層内での速度計測が、ピトー圧計測同様難しいPIVなどでしばしば用いられる方法である。前者の直接計測で得られた摩擦速度は $u_* = 23.2 \text{ m/s}$ で、後者の類推で得られた摩擦速度は $u_* = 20 \text{ m/s}$ であった。割合としては15%と決して小さいものではないものの、両者の差は3 m/sで、その差を精度良く算出するのは困難であると考えている。これを改善するには、今後ピ

トー管の位置決め精度を改善したり、プレストン管や



第11図 運動量厚さと壁からの距離の関係

スタントン管を使い壁面せん断応力を算出したり、また油膜干渉法を使い壁面せん断応力の直接計測したりする必要があると考えている。

3.2. 風洞境界層レイノルズ数

本研究で作製した風洞が、目標のレイノルズ数に到達しているのかを評価するために運動量厚さを代表値にとったレイノルズ数を求め、航空機の翼面上の境界層で想定されるレイノルズ数と比較を行った。第11図に式9の積分範囲を横軸に、縦軸をその積分値としたグラフを示す。このグラフにおいて横軸が十分壁面から離れ、一定になった積分値が運動量厚さとなる。第11図から分かるように運動量厚さは約1 mmである。また、レイノルズ数を求める際の主流速 u_e は492 m/s、主流における動粘性係数 ν_e は $3.46 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ であり、主流における温度を用いて算出した。これらを用いて運動量厚さを代表値にとったレイノルズ数を算出すると、約14000となる。航空機の翼面における境界層のレイノルズ数は、 $10^4 \sim 10^6$ とされ⁷⁾、本風洞のレイノルズ数がなんとか目標に達していることを確認できた。

運動量厚さを算出する際に、第10図でみた壁面近傍の速度計測結果の不確かさが、影響を及ぼす可能性がある。最後にこれに関して検討した。第10図の摩擦速度を変更した白抜きのデータを見ると、 $y^+ < 10^2$ のデータが対数側とずれていることが分かる。これは $y \leq 0.6 \text{ mm}$ のデータに相当する。第11図を見ると、 $y \leq 0.6 \text{ mm}$ までの積分結果は0.1 mmである。従って計測の不確かさがレイノルズ数の算出結果に及ぼす影響は10% (= 0.1 mm / 1 mm)程度であるので、結論としては変わらない。

4. まとめ

本研究では、ピトー管による速度計測の妥当性、さらには研究で用いる風洞の性能評価を行った。ピトー圧計測では遷移層から外層にかけて計測ができ、ピトー圧計測の妥当性について確認した。ピトー圧計測により平均的な流れ場の計測を行い、風洞の性能の評価を行なった。運動量厚さを代表値にとったレイノルズ数が航空機翼面流れのレイノルズ数と同程度であることから、航空機の翼面上の流れを再現できることを確認できた。

今後、対数則とのずれを減らすため、ピトー管の改良やゼロ点の位置ずれを改善し、ピトー圧計測の精度向上を図る予定である。また、本研究で航空機の翼面上の流れを平均的に見ることができたので、光学計測によって速度変動強度やレイノルズ応力を計測していく予定である。

参考文献

- 1) 河合宗司：実飛行レイノルズ数・航空機全機 LES 解析に向けて，計算工学26(1)，2021，pp.4195-4199
- 2) Christina Dunker: An in-flight investigation of a turbulent boundary layer at Reynolds numbers up to $Re = 49,400$, Experiments in Fluid, 2021
- 3) Grosser, W. I: Factors Influencing Pitot Probe Centerline Displacement in a Turbulent Supersonic Boundary Layer , NASA TECHNICAL MEMORANDUM 107341, 1997
- 4) Allen, J. M.: Pitot-Probe Displacement in a Supersonic Turbulent Boundary Layer, NASA TECHNICAL NOTE D-6759, 1972
- 5) Keener, E. R. and Hopkins, E. J.: Accuracy of Pitot-Pressure Rakes for Turbulent Boundary-Layer Measurements in Supersonic Flow, NASA TECHNICAL NOTE D-6229, 1971
- 6) Andrew Trettel: Velocity Transformation for Compressible Turbulence with Heat Transfer, University of Maryland, 2015
- 7) 松尾裕一：高レイノルズ数空力研究における未解決課題と将来展望—CFDの観点から—，JAXA航空，2019