

ハイブリッドロケット内部乱流拡散燃焼流の 圧力型スキームによる数値解析

竹下 聡人^{*1}, 嶋田 徹^{*2}

^{*1} 東京大学大学院 工学系研究科 航空宇宙工学専攻

^{*2} JAXA 宇宙科学研究所

Numerical analysis of turbulent diffusion combustion flow inside a chamber of hybrid rocket motor using a pressure-based scheme

Akito TAKESHITA^{*1}, Toru Shimada^{*2}

^{*1} Institute of Space and Astronautical Science, JAXA

^{*2} School of Engineering, Department of Aeronautics and Astronautics, The University of Tokyo

ABSTRACT

The greatest advantage of hybrid rockets is that they are safe to manage and operate with little risk of explosion and combustion, thus reducing costs. Numerical methods are considered to be the best for understanding the internal ballistic characteristics of hybrid rockets, and combustion analysis is often performed using density-based CFD for low Mach number flows. Although pressure-based CFD is originally suitable for low Mach number flows, it is not used in the combustion analysis of hybrid rockets because of the incompressibility assumptions used in coupling with heat, etc. Even if a pressure-based solution is used, the contents of the existing CFD are black-boxed. The accuracy of this method is unknown. The objective of this study is to construct a numerical code using CFD of pressure base suitable for the combustion chamber of a hybrid rocket, analyze the flow structure in the combustion chamber in detail using the code, and obtain knowledge that leads to the clarification of physical phenomena inside the combustion chamber. To this end, the TCUP method, which is a pressure base solution method, was used to compare the validity of the CFD that can account for turbulence with previous studies, and then a numerical analysis of the hybrid's combustion chamber was conducted.

Keywords: Hybrid rocket, T-CUP method, SST $k-\omega$ model, Flamelet approach

概要

ハイブリッドロケットは液体酸化剤を用いて固体燃料を燃焼させ推進力を得る化学ロケットである。ハイブリッドロケットの最大の利点として爆発燃焼の危険性が少なく管理運用が安全であるためコストが低減できることにあるが、その燃焼原理に起因するデメリットのため実用化例は少ない。ハイブリッドロケットの内部弾道特性の理解には数値解析的手法が良いとされており、多くは低マッハ数の流れに対し Density base の CFD をもちいて燃焼解析がなされる。本来低マッハ数流れは Pressure base の CFD が適しているが熱とのカップリングの際非圧縮性の仮定等を用いることが多くハイブリッドロケットの燃焼解析には用いられず、Pressure base の解法を用いたとしても既存の CFD を用い中身がブラックボックス化されているため正確性が不明である。本研究の目的はハイブリッドロケットの燃焼室内に対する適した Pressure base の CFD を用いた数値計算コードを構築し、そのコードを使用し燃焼室内の流れの構造を詳細に解析し、燃焼室内部の物理現象の解明につながる知見を得ることである。そのため Pressure base の解法である TCUP 法を用いて、作成した乱流を考慮できる CFD の妥当性を既往研究と比較し、その後ハイブリッドの燃焼室の数値解析を実施した。

1. 背景及び目的

ハイブリッドロケットエンジンの主な構成は Fig. 1 に示されるように、燃料に固体燃料を用い、酸化剤には液体酸化剤を用いるものであり、固体ロケットと液体ロケットの性質を受け継いだものとなっている。しかし、燃焼はハイブリッドロケットエンジン特有の境界層燃焼と言われる燃焼形態を取る。又、従来のハイブリッドロケットではこの特有の燃焼形態により燃料後退速度が低くそれ故に得られる推力が低くなってしまいうという欠点があった。この欠点を改善すべく提案されたのが酸化剤流を旋回させた上で燃焼させる手法でこの旋回強度を可変させて推力制御を行うハイブリッドロケットを A-SOFT ハイブリッドロケットという。先行研究では酸化剤流に旋回を加えることで燃料後退速度は増加し、さらに燃料として従来使われてきた PP 等のような樹脂系の燃料より低融点である Paraffin WAX を用いる方がより高い燃料後退速度が得られ、旋回に対する挙動もよいことが知られている。WAX 燃料を用いることでさらに複雑な燃焼状態となる。このような燃焼現象を解明するために可視化燃焼器(Fig. 2)を用いて実験を行った。その実験から燃焼がどのように行われているのか、火炎の形状、液滴の様子が観察されたが具体的な現象の解明には至っていない。

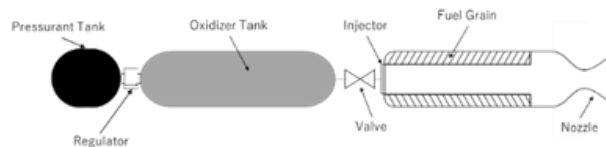


Fig. 1 Schematic of hybrid rocket engine.

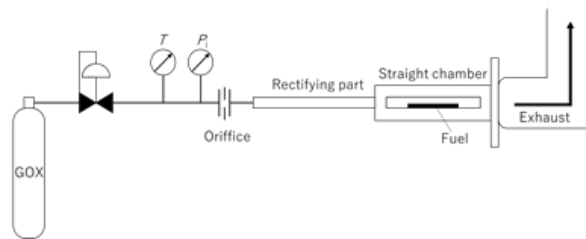


Fig. 2 visualization combustor. 7)

また、ハイブリッドロケットの数値解析では主に Density base の解法を用いて解析をする研究が多く存在し、多くの知見が得られているがハイブリッドロケットの燃焼は流れ場に依存するため乱流流れ場の解析が必要となり計算コストが増大する。Density base では固有値として音速が寄与するため時間の拘束条件が厳しく低速の流れ場において解が硬直するなどの問題が存在する。このため低速の流れ場では Pressure base の解法が良いと考えられるがハイブリッドロケットでは使用例が Density base と比較し少なく、使用した場合においても ANSYS Fluent や Open Form が用いられ、SIMPLE 法のような大まかなスキームについては述べられているが移流スキーム等の議論がされていない。

したがって、本研究数値解析により燃焼器の解析を行い実験結果と比較をすることで二次元燃焼器内部の燃焼現象の解明への知見を得るため、燃焼器内部を計算コストが下げられる Pressure base の解法を用いて高次精度の移流スキームにより高精度の数値シミュレーションが可能なコードの開発を行う。

2. ハイブリッドロケット 2 次元可視化燃焼実験

本研究の数値解析結果と比較を行う実験は 2018 年度東海大学那賀川研究室において筆者が行った研究であり、ハイブリッドロケットの燃焼を実験的に 2 次元化し燃焼の様子から知見を得ることを目的として実施した。観察された燃焼形態 (Fig. 3) は PP と Paraffin WAX を用いたもので Paraffin WAX では液滴の様子や PP の時より燃料後退速度が高いものが得られた。



Fig. 3 State of combustion. (Upper: PP, Lower : Paraffin WAX)

得られた燃料後退速度と酸化剤質量流束を Fig. 4 に示す. Fig. 4 は Fig.2 で示した燃焼器とは別に旋回効果による燃料後退速度の増加を確かめるため燃焼室を U 字型に曲げた燃焼器を用いた燃焼実験の結果も同時に示してある. また, これらの結果はデータの取得方法が正確でないため誤差が大きいものとなっている.

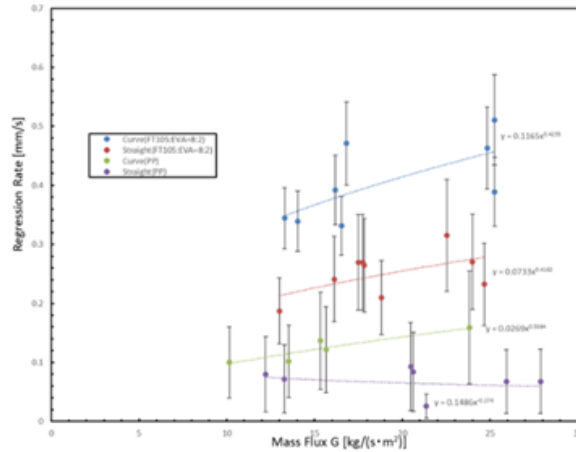


Fig. 4 Experiment Result.

3. 数値解析手法

本研究では燃焼現象を取り扱うことを想定しているため, 圧縮性を考慮した数値解法を用いて流体の解析をおこなう. ただし, 流動の速さは音速と比較してかなり遅く, 硬直性の問題が生ずるため前処理を行わず圧縮性流体解法を採用することは難しい. したがって, 圧縮性を考慮しつつ遅い流れ場について解くことが可能である TCUP 法⁴⁾を採用し, 乱流モデルとして Menter により提案された SST モデル¹⁾を採用する. 計算格子についてはスタッガード格子を用いた.

3.1 基礎方程式

ファーンブル平均を用いた 2 次元流体の基礎方程式(RANS 方程式)は圧縮性を考慮せず局所熱平衡の仮定のみを用いて Pressure base において用いる式に変形したものを以下(1)-(5)に示す.

$$\bar{\rho} \frac{D\tilde{u}_i}{Dt} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{\tau}_{ij} - \langle \rho u_i'' u_j'' \rangle) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}^e}{\partial x_j} \quad (1)$$

$$\tilde{\tau}_{ij} = \mu \left(\frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right) + \delta_{ij} \lambda \frac{\partial \tilde{u}_m}{\partial x_m} \quad (2)$$

$$\bar{\rho} \bar{C}_p \frac{D\tilde{T}}{Dt} = -\frac{\tilde{T}}{\bar{\rho}} \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \tilde{T}} \right)_p \frac{D\bar{p}}{Dt} + \bar{\Theta} \quad (3)$$

$$\bar{\Theta} = \tau_{ij}^e \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\lambda}^e \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right) \quad (4)$$

$$\frac{1}{\bar{c}^2} \frac{D\bar{p}}{Dt} = -\bar{\rho} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} - \frac{\bar{\Theta}}{\bar{\rho} \bar{C}_p} \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \tilde{T}} \right)_p \quad (5)$$

本研究ではレイノルズ応力 $\langle \rho u_i'' u_j'' \rangle$ として Bousinesq の渦粘性近似を用い, 乱流熱流束には拡散勾配近似を用いた. 以下記述の際は便宜上特段意味を持たない限りは平均を示す $\bar{\cdot}$, $\tilde{\cdot}$ については省略する.

3.2 TCUP 法

TCUP 法は圧力型解法の一つであり, 1 タイムステップを Advection, Diffusion, Acoustic phase の

3つに分けて解く解法である。ここで Acoustic phase のみ陰解法で取り扱うことで音速による拘束条件を無視することで解くことができる。

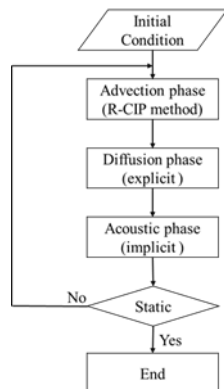


Fig. 5 TCUP-method scheme.

3.3 R-CIP 法

TCUP 法で分離した移流フェーズにおいては非保存系において解くことができる 2次元の R-CIP 法²⁾³⁾を採用する。R-CIP 法は補関数として有利関数を用い、Fig. 6にあるよう CIP 法で見られるオーバーシュートとアンダーシュートを抑制したスキームであり、急激な変化に対し数値拡散を発生させ、解を鈍らせることで連続的に解く手法である。

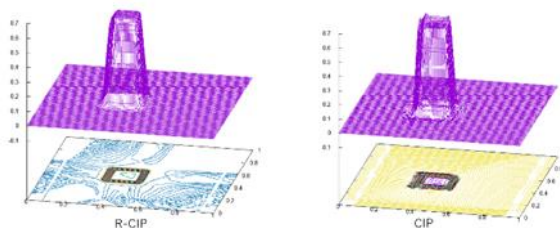


Fig.6 Comparison of R-CIP and CIP method. (Left: R-CIP, Right: CIP)

ここで輸送量 f の二次元の移流方程式を考える。 $X = x - x_{i,j}$, $Y = y - y_{i,j}$, $\partial f / \partial x = g$, $\partial f / \partial y = h$ のように定義すると、R-CIP 法における補関数は次式のように定義される。

$$F(x, y) = \frac{A_{30}X^3 + A_{20}X^2 + A_{21}X^2Y + A_{12}XY^2 + A_{02}Y^2 + A_{10}X + A_{11}XY + A_{01}Y + A_{00}}{1 + \alpha_{10}\beta_{10}X + \alpha_{01}\beta_{01}Y} \quad (6)$$

適合条件は

$F(x_{i,j}, y_{i,j}) = f_{i,j}$, $F(x_{iup,j}, y_{iup,j}) = f_{iup,j}$, $F(x_{ijup}, y_{ijup}) = f_{ijup}$, $F(x_{iup,jup}, y_{iup,jup}) = f_{iup,jup}$, $F_x(x_{i,j}, y_{i,j}) = g_{i,j}$, $F_x(x_{iup,j}, y_{iup,j}) = g_{iup,j}$, $F_x(x_{ijup}, y_{ijup}) = g_{ijup}$, $F_y(x_{i,j}, y_{i,j}) = h_{i,j}$, $F_y(x_{iup,j}, y_{iup,j}) = h_{iup,j}$, $F_y(x_{ijup}, y_{ijup}) = h_{ijup}$ で与えられるので、補関数の係数は Table. 1 のように決定される。

Table. 1 The coefficients of rational function.

Coefficient	Value
A_{00}	$f_{i,j}$
A_{10}	$g_{i,j} + \alpha_{10}\beta_{10}A_{00}$
A_{01}	$h_{i,j} + \alpha_{01}\beta_{01}A_{00}$
A_{11}	$\frac{\{\alpha_{01}\beta_{01}f_{iup,j} + (1 + \alpha_{10}\beta_{10}D_x)h_{iup,j}\}}{D_x} + \frac{\{\alpha_{10}\beta_{10}f_{ijup} + (1 + \alpha_{01}\beta_{01}D_y)g_{ijup}\}}{D_y} + \frac{A_{00} - (1 + \alpha_{10}\beta_{10}D_x + \alpha_{01}\beta_{01}D_y)f_{iup,jup}}{D_x D_y} + A_{30} \frac{D_x^2}{D_y} + A_{03} \frac{D_y^2}{D_x} + A_{20} \frac{D_x}{D_y}$
A_{20}	$\{(1 + \alpha_{10}\beta_{10}D_x)f_{iup,j} - A_{00} - A_{10}D_x\} / D_x^2 - A_{30}D_x$
A_{21}	$\{\alpha_{01}\beta_{01}f_{iup,j} + (1 + \alpha_{10}\beta_{10}D_x)h_{iup,j} - A_{01}\} / D_x^2 - C_{11} / D_x$
A_{12}	$\{\alpha_{10}\beta_{10}f_{ijup} + (1 + \alpha_{01}\beta_{01}D_y)g_{ijup} - A_{10}\} / D_y^2 - C_{11} / D_y$
A_{02}	$\{(1 + \alpha_{01}\beta_{01}D_y)f_{ijup} - A_{00} - A_{01}D_y\} / D_y^2 - A_{03}D_y$
A_{30}	$\{(1 + \alpha_{10}\beta_{10}D_x)(g_{iup,j} - S_x) + g_{i,j} - S_x\} / D_x^2$
A_{03}	$\{(1 + \alpha_{01}\beta_{01}D_y)(h_{ijup} - S_y) + h_{i,j} - S_y\} / D_y^2$

ここで添え字 iup, jup はそれぞれの点 i, j における風上側を示す. また, 係数内における S, α, β はそれぞれ次のように得られる. この α が 0 の時通常の CIP として作用し 1 であれば RCIP における補間関数となる.

Table.2 The coefficients for R-CIP method.

Coefficient	Value	
α_{10}	0	$g_{i,j} \cdot g_{iup,j} \geq 0$
	1	$g_{i,j} \cdot g_{iup,j} < 0$
α_{01}	0	$h_{i,j} \cdot h_{i,jup} \geq 0$
	1	$h_{i,j} \cdot h_{i,jup} < 0$
β_{10}	$((S_x - g_{i,j}) / (g_{iup,j} - S_x) - 1) / D_x$	
β_{01}	$((S_y - h_{i,j}) / (h_{i,jup} - S_y) - 1) / D_y$	
S_x	$(f_{iup,j} - f_{i,j}) / D_x$	
S_y	$(f_{i,jup} - f_{i,j}) / D_y$	
D_x	$x_{iup,j} - x_{i,j}$	
D_y	$y_{i,jup} - y_{i,j}$	

3.4 SST $k-\omega$ model

乱流モデルとして SST $k-\omega$ を用いる. したがって(1)-5)の基礎方程式に加え, (7)式で定義されるレイノルズ応力を与えるために乱流エネルギーと乱流エネルギー散逸率の輸送方程式(8), (9)を解く. これより乱流を考えた流体を扱うことができる. 各モデル定数, ブレンド関数については Menter が提案したものをを用いた.

$$-\overline{\rho u''_j u''_i} = 2\mu_T S_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{\rho} k \quad (7)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} k}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} u_j k}{\partial x_j} = \bar{P}_k - \beta^* \bar{\rho} k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \quad (8)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \omega}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} u_j \omega}{\partial x_j} = P_\omega - \beta \bar{\rho} \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + 2\rho \frac{1 - F_1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (9)$$

3.5 Flamelet モデル

本研究の燃焼解析では Flamelet モデルを採用した. Flamelet model は乱流拡散燃焼を低マッハ数流れ, 高速反応, ルイス数 1 の仮定の下で層流拡散火炎片の集合として取り扱うモデルである. このような仮定は乱流拡散火炎の反応特性時間が流れの特性時間と比較し小さく, 各化学種の拡散係数の差が小さく物質拡散係数と熱拡散係数が同程度と考えられるためこのような仮定が成り立つ. 本研究では RWTH Aachen University で提供している Flamemaster⁵⁾を用いて Flamelet Table を作成し, 実際には化学反応計算は CFD では行わず, 以下式の混合分率 Z とスカラ消散率 χ を用いて Table を参照し反応流の計算を行う.

$$\frac{\partial \rho Z}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j Z}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho D_c \frac{\partial Z}{\partial x_j} \right) \quad (10)$$

$$\chi = 2D_c \left\{ \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial Z}{\partial x_j} \right)^2 \right\} \quad (11)$$

4. 二次元燃焼器数値解析結果及び考察

格子は横方向に 0.2 m, 縦方向に 0.02 m で以下のように作成し, 左側から酸素を流入させ右側より流出させ上下壁の金属壁は断熱壁, 燃料表面は PP の融点 168 °C で一定とし, 燃料後退速度の湧き出しを考慮する.

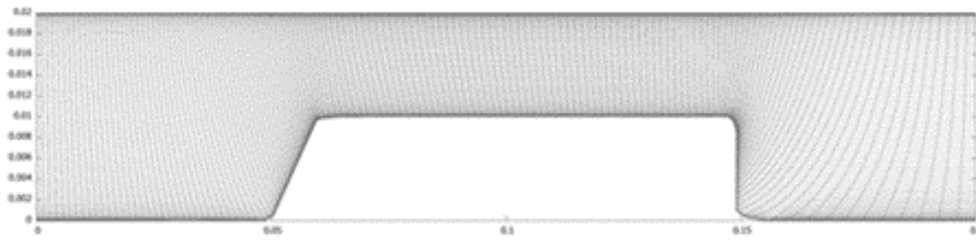


Fig. 11 Calculation grid of Chamber.

燃料後退速度は壁面でのエネルギー保存⁶⁾より輻射を考慮しないとき以下のように与えられる.

$$\dot{r} = \frac{k \frac{\partial T}{\partial \eta}}{\rho_f h_v} \quad (12)$$

これより壁面における法線成分の速度

$$u_\eta = \frac{\rho_f}{\rho_{\eta=0}} \dot{r} \quad (13)$$

で境界条件としてあたえ、燃料表面は変化させず固定する. ここで蒸発潜熱 h_v は燃料としてPPを用いており、PPは反応後プロピレンに変化すると仮定しているためPPの融解潜熱とプロピレンの蒸発潜熱の和として、 653.5 kJ/kg ¹³⁾¹⁴⁾とした.

数値解析により算出された3つの場合の酸化剤流量における温度場、混合分率を以下に示す.

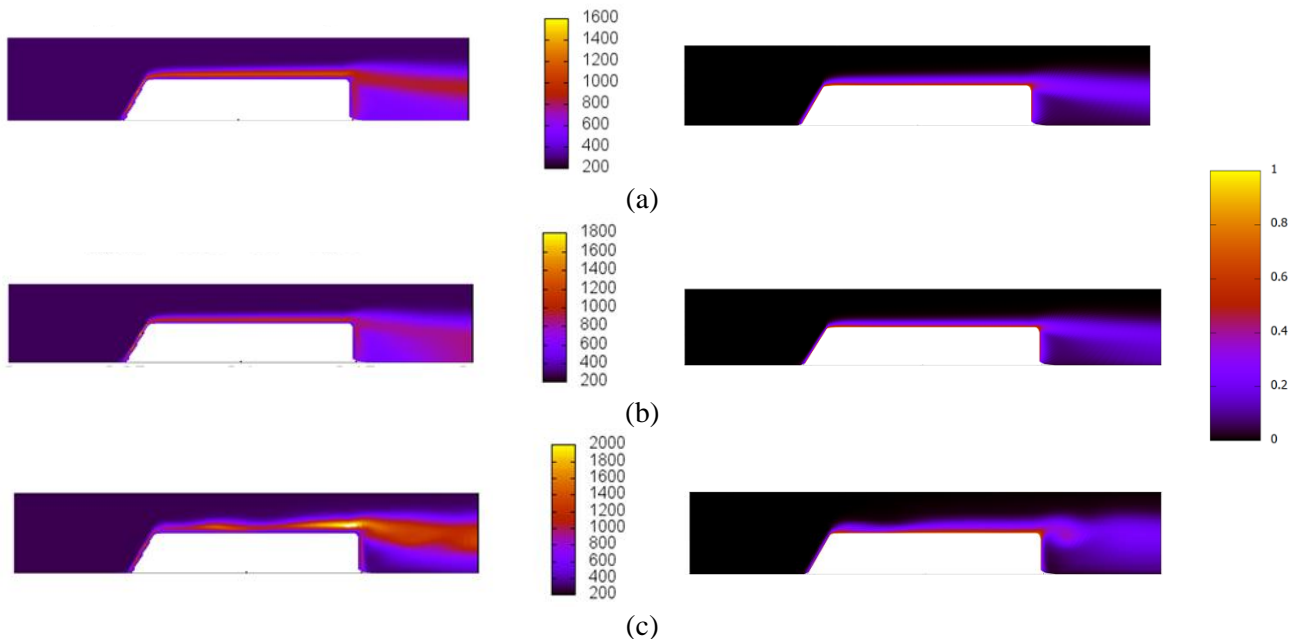


Fig.12 Numerical calculation result[(a): $\dot{m} = 1.51 \times 10^{-3} \text{ kg/s}$, (b): $\dot{m} = 2.30 \times 10^{-3} \text{ kg/s}$, (c): $\dot{m} = 2.95 \times 10^{-3} \text{ kg/s}$, Left: Temperature field, Right: Mixture fraction]

(a), (b)においては定常状態で結果が得られたが(c)においては非定常な状態であり周期的に渦が後部へ流れている様子が見られた. これはこの燃焼実験において最も大きい場合の流れ場において乱流の影響が燃焼場に影響を与えたと考えられる.

また、計算より得られた燃料後退速度と実験により得られている燃料の比較を以下に示す. 実験における燃料後退速度と数値解析により与えられた燃料後退速度はおよそ近い値で得られていることが確認できる. しかし、中流量における燃料後退速度が小流量に比べ増加傾向にあるのに対して、大流量の燃料後退速度は小流量の燃料後退速度より小さい値を示している. 今回の数値解析では輻射の考慮は一切していないため実験の再現には至っていないため輻射を考慮した燃焼場の解析をする必要があると考える. 計算コストについてはハイブリッドロケットでよく用いられている

Density base のスキームより時間幅を大幅に短縮できており、本計算では流速は 3 m/s 程度であったため Density base の解法と比較すると 100 倍程度の時間幅で計算を実施できており本研究で用いた Pressure base の T-CUP 法はハイブリッドロケットの数値解析において有用であると考えられる。

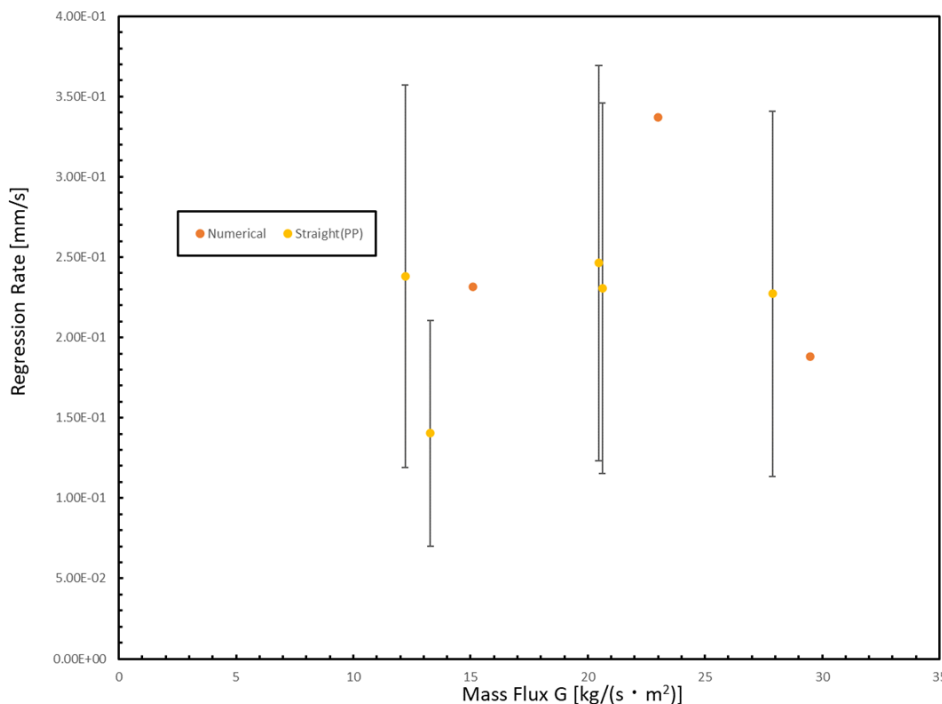


Fig. 13 Comparison of experimental and numerical results.

5. まとめ

本研究で作成した計算コードはハイブリッドロケットにおいてよく用いられる密度型解法と異なる解法を用い音速よりも遅い燃焼室内の流れ場を対象に計算コストが低くすることができ、高精度に計算を行うことができる可能性が示唆される。また、本数値解析に使用した燃焼器における数値解析においては燃料後退速度の評価は不十分であり、輻射の考慮が必要であると考えられる。また、現在のモデルに対して輻射を考慮し、Paraffin WAX において使用できる数値モデルの作成が求められる。

参考文献

- 1) Florian R. Menter, Improved Two-Equation $k-\omega$ Turbulence Models for Aerodynamic Flows., NASA Technical Memorandum 103975, 1992.
- 2) F. Xiao, T.Yabe, and T.Ito, Constructing oscillation preventing scheme for advection equation by rational function., Comput. Phys. Commun. 93, 1996, pp.1-12.
- 3) F. Xiao, T.Yabe, and T.Ito, Constructing a multi-dimensional oscillation preventing scheme for the advection equation by a rational function., Computer Physics Communications 94, 1996, pp.103-118.
- 4) Himeno Takehiro and Watanabe Toshinori, Thermo-fluid management under low-gravity conditions (1st report, TCUP method for the analysis of thermo-fluid phenomena), Nippon Kikai Gakkai Ronbunshu, B Hen/Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Part B, Vol. 69, 2003, pp. 266-273.
- 5) itv RWTH Aachen University, "FlameMaster. ", <https://itv.rwth-aachen.de/index.php>.

- 6) Marxman, G. and Gilbert, M., Turbulent Boundary Layer Combustion in the Hybrid Rocket., Symp. Int. Combust., 9, 1963, pp.371–383.
- 7) Satoshi Hikone and Ichiro Nakagawa, Regression Rate Characteristics and Burning Mechanisms of Paraffin-Based Fuels for Hybrid Rocket, Proceedings of the School of Engineering of Tokai University, Vol.50, 2010, pp.169-174.