

# MHD 発電技術のスクラムジェットエンジンへの適用に向けた数値解析

前原義明, 鈴木宏二郎  
東京大学大学院新領域創成科学研究科

## Numerical Analysis of Application of MHD Generator Technology to Scram-jet Engine

by  
Yoshiaki Maehara and Kojiro Suzuki

### ABSTRACT

To realize the hypersonic transport or the low-cost fully reusable space transportation system, it is necessary to develop the SCRAM-jet engine. However, the performance of the SCRAM-jet engine is known to be quite sensitive to the air conditions at the inlet. In this research, we consider the use of the electromagnetic devices for the flow control and make the numerical research on the system. By setting the MHD generator and the MHD accelerator at the inlet and the nozzle of the SCRAM-jet engine, respectively, the flow inside the engine is appropriately controlled with small amount of the energy loss, when the flow has sufficient electric conductivity by the seeding technique. As the preliminary study, the two-dimensional Euler analyses with MHD effects have been conducted to demonstrate that the inlet flow can be controlled by putting a MHD generator in the upstream region. From the analyses, it is confirmed that by setting the MHD generator and adding Lorenz force to the flow, the total pressure loss across the shock wave can be reduced, while the total pressure itself is decreased by the Lorenz force. To estimate the efficiency of such MHD energy-bypass SCRAM-jet engine, the totally coupled flow analysis of the inlet, combustion chamber and nozzle flows is necessary.

### 1. はじめに

完全再利用型のスペースプレーンの開発において必要不可欠と考えられているのが、極超音速飛行時に動作するスクラムジェットエンジンである。スクラムジェットエンジン(図 1)では、超音速燃焼(supersonic combustion)すなわち、

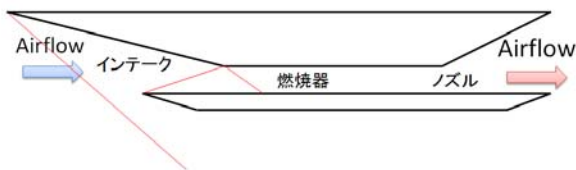


図 1: スクラムジェットエンジン概念図

超音速の気流内で燃料を燃焼させなければならないため、エンジン内で燃焼が完了しなかったり、通常の燃焼とは違う意図していない化学反応が起こったりする可能性がある。

また、スクラムジェットエンジンは簡単な構造が特徴である故に、様々な気流条件に対応しづらいという問題がある。例えば、構造を簡単にして形状を固定すると、エンジンの冷却は容易になり、設計された条件では高い性能を実現できるが、一方で、加速途中など設計値からずれた気流条件では最適な条件を作れない。

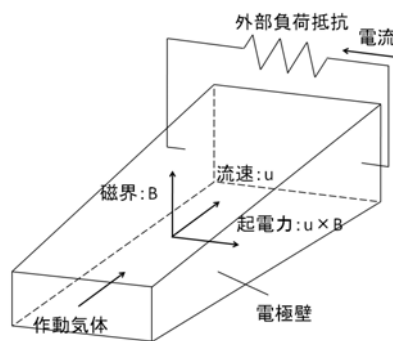


図 2: MHD 発電概念図

MHD 発電 (MHD power generation) は、電磁流体発電 (magneto-hydro-dynamic power generation) といい、ファラデーの電磁誘導の法則を用いて行う発電である。図 2 のように超伝導磁石などを用いてチャンネルに垂直な方向に磁界をかけ、チャンネルにプラズマなどの導電性流体を流すと、チャンネル内を横切った電極を通して横方向に電流が流れる。

この MHD 発電技術を用いることで、インテーク流れを制御し、かつ気流総温を制限以内に押さえることが可能となる、と期待される。例えば、図 3 に示す MHD エネルギーバイパススクラムジェットエンジン<sup>1)</sup>では、燃焼器より上流側に MHD 発電機を、下流側に MHD 加速機を設置し、エンジンに流入する流れのエネルギーの一部を電気エネルギーに変換して下流側に送っている。この方法を用いると、合計のエネルギー収支は変わらないが、燃焼機内の流れを積極的に制御することができる。これによって、エンジン内の形が固定されていても、より燃焼に適した流れを作り出すことができる。

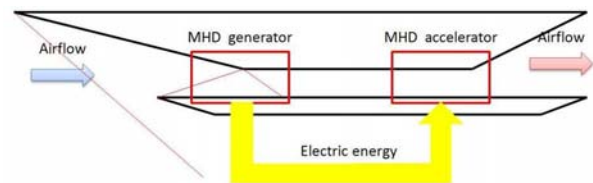


図 3: MHD エネルギーバイパススクラムジェットエンジン概念図

本研究では、MHD エネルギーバイパススクラムジェットエンジンの有効性を調べるため、その基礎的な特性について数値解析を行う。最終的には、MHD 発電機が設置されたインテーク、燃焼器、MHD 加速器が設置されたノズルを関連させながら数値解析を行い、 $I_{sp}$  を評価関数とすることによって、MHD エネルギーバイパススクラムジェットエンジンのシステムとしての有効性を検証することを目的としている。インテーク入口での作動流体の密度および流速、ノズル出口での密度および流速から推力を算出して  $I_{sp}$  を求めるが、適切なシステムの評価のためには、燃焼器での状態量の変化の見積もりと MHD 発電機と MHD 加速

器の相互作用を考慮した数値計算が必要である。しかし、現段階では、各々での流れの状態量の変化を見積もることを目的としているため、上流側のインテークに MHD 発電機を、下流側のノズルに MHD 加速器を設置した場合のそれぞれ単体としての気流制御効果を解析対象とした。流れ場の詳細を見る前に、MHD 発電機付きインテーク流れの概要を知るため 1 次元モデルによる解析を行う。その結果を踏まえて 2 次元解析に進むものとする。

2. 作動流体の電気伝導度

図 4 は高度 30km で発生する垂直衝撃波背後での化学平衡を仮定して求めた電子数密度から、Spitzer-Herm の式<sup>2)</sup>を用いて算出した電気伝導度を、速度に対してプロットしたものであるが、スクラムジェットエンジンの飛行速度として想定しているマッハ 5 前後では、オープンサイクル MHD 発電が動作する 5~10S/m の電気伝導度は得られない、ということが理解できる。

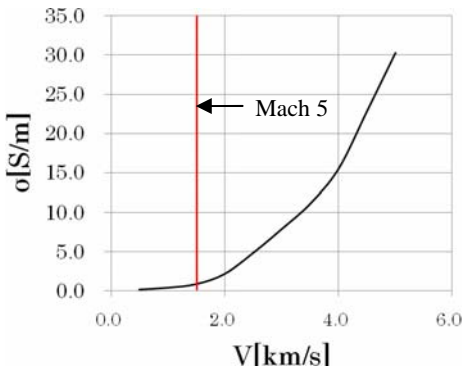


図 4：高度 30km における垂直衝撃波背後での電気伝導度

したがって、MHD エネルギーバイパススクラムジェットエンジンではエンジン入口で、放電やレーザー照射、流れに電離しやすいアルカリ金属等の物質を投入して作動流体の電気伝導度を高める技術であるシーディング技術等を用いて作動流体に高い電気伝導度を与えなければならない。

本研究では、MHD 発電においてすでに実際に実験<sup>3)</sup>が行われているシーディング技術によって、流れの電気伝導度が与えられると想定した。計算の簡略化のために、流れの電気伝導度は先行研究<sup>4)</sup>を参考にして、10.0S/m で一定であると仮定した。

3. 1次元流モデルによる数値解析

3-1. 支配方程式

支配方程式は、1次元のオイラー方程式に MHD の項を生成項として加えたものを用いた。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial t} = S$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ e \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ (e + p)u \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} 0 \\ -j_y B_z \\ j \cdot E \end{bmatrix} \tag{1}$$

また、電流の計算は一般化されたオームの法則を用いた。

$$j = \sigma[E + u \times B] \tag{2}$$

ここで、 $\sigma$ は作動流体の電気伝導度であり、作動流体の温度に依存する量であるが、本研究では計算の簡略化のために一定の値を用いることとする。

3-2. 数値計算法および計算条件

対流項の離散化には Yee の Symmetric-TVD スキーム<sup>5)</sup>を用い、時間積分には 2 次の Runge-Kutta 法を用いて、流れが定常状態になるまで計算した。

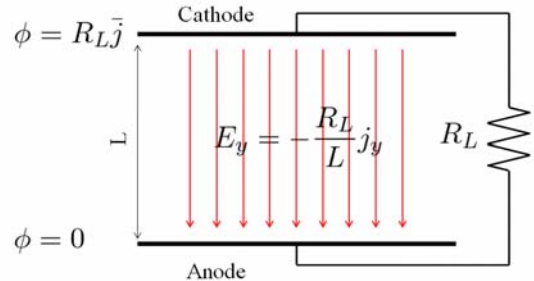


図5：MHIモデル

また、1次元モデルでは電磁場を計算することができないため、電磁場を MHI モデル<sup>6)</sup>を用いて、

$$E = \frac{R_L \bar{j}}{L} \tag{3}$$

と近似して計算した。ここで、 $R_L$ は外部抵抗であり、 $L$ は電極間の距離である。また、MHI モデルでは、電場  $E$  を計算する際に、カソード上の  $y$  方向の電流の平均値  $\bar{j}$  を用いた。

計算条件は、典型的なスクラムジェットの作動条件として、高度 30km の大気中をマッハ 5 で飛行する場合を仮定した。印加磁場は 100mT から 500mT まで 100mT 刻みで変化させた。磁場の強弱による影響も観察した。

表 1：計算条件（1次元流モデル）

Mach Number	5
Static Pressure	1.20[kPa]
Static Temperature	230[K]
External Resistance	$1.0 \times 10^{-2} [\Omega]$
Electrical Conductivity	10.0[S/m]
Electrode Distance	1.0[m]
Applied Magnetic Field	100,200,300,400,500[mT]

3-3. 結果と考察

表 1 の条件で数値計算を行った結果、流速、温度、マッハ数を  $x$  軸方向にそれぞれプロットすると、図 6-8 の通りになった。ローレンツ力の方向は図 6 に示すとおりである。

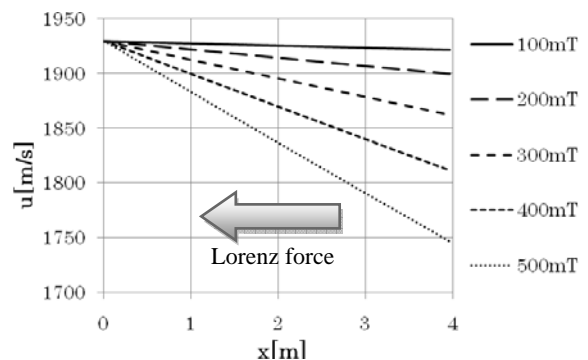


図 6：流速の x 軸方向の変化

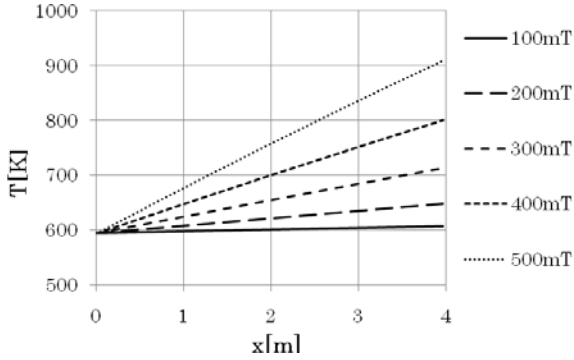


図 7 : 温度の x 軸方向の変化

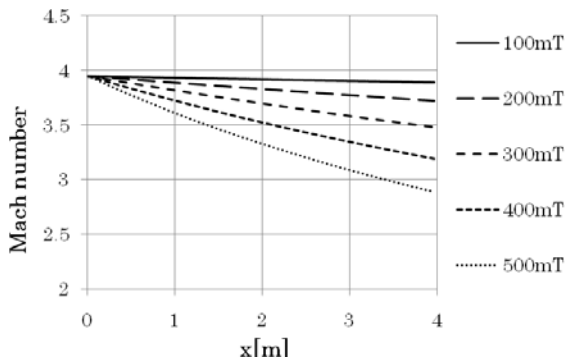


図 8 : マッハ数の x 軸方向の変化

図 6 より、ローレンツ力によって流速が減少しているのが理解できる。また、図 7 を見ると、流速が減少することによって流れの温度が上昇していることがわかる。したがって、流れの下流では、図 8 のようにマッハ数が減少する。

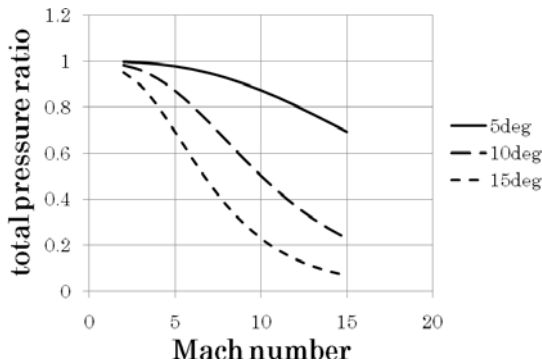


図 9 : 衝撃波前後における全圧比の変化

インテークでの全圧損失は、主に発生する衝撃波によるものである。図 9 は 5, 10, 15deg の 3 種類のくさび角で発生する斜め衝撃波前後、つまりくさびを極超音速機の先端とした際の図 1 における一番左の衝撃波前後、での全圧比に対する変化をプロットしたものである。この図から斜め衝撃波における全圧損失は、いずれのくさび角においても流れのマッハ数が増大するにつれて増加することがわかる。

したがって、流れにローレンツ力を印加して流れのマッハ数を低減することによって、インテークで発生する衝撃波での全圧損失を減少させることができる可能性があることが理解できる。しかしながら 1 次元流モデルでは斜め衝

撃波を再現することができないため、2次元流モデルでの解析が必要となる。

#### 4. 2次元流モデルによる流れ場と電磁場の弱連成解析

流れ場の影響によって変化する電磁場が流れ場に再びおよびず影響を見積もることは MHD エネルギーバイパススクラムジェットエンジンの数値解析を行う上で非常に重要である。2次元一般座標系での数値解析を行う前に2次元直交座標系において流れ場と電磁場を弱連成させて解析し、その影響を見積もった。

##### 4-1. 問題設定

ここでの数値解析は電磁場が流れ場に及ぼす影響のみを考察するために行うので、インテークにおける複雑な形状は考慮しない。インテークに設置する MHD 発電機は図 10 のような配置を想定しているため、チャンネルに流入する作動流体はくさび角 18deg だけ傾いて流入してきており、チャンネル内の初期条件および境界条件に用いる状態量は斜め衝撃波理論から、くさび角で発生する衝撃波背後の状態量を解析的に求めたものを用いた。

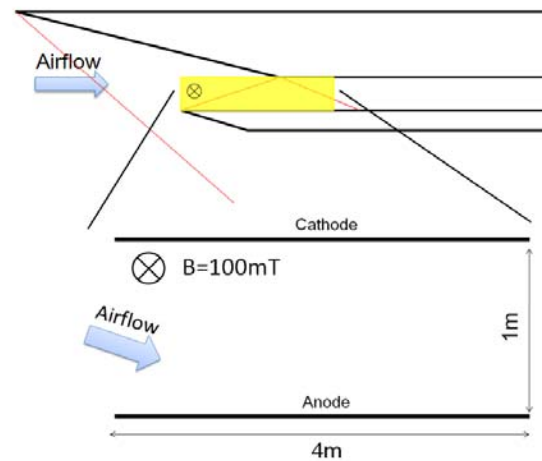


図 10 : 弱連成解析での問題設定

また、弱連成解析における電磁場の設定条件は表 2 のとおりである。ここで、外部抵抗は MHD 発電機と同程度の電気伝導度、10.0S/m、をもった MHD 加速器を想定して、 $1.0 \times 10^{-2} \Omega$  と設定した。MHIモデルで用いる電流値はカソード上での y 方向電流値を平均したものを用いた。

表 2 : 計算条件 (2次元流モデルにおける弱連成解析)

Mach Number	3.95
Static Pressure	12.0[kPa]
Static Temperature	595[K]
External Resistance	$1.0 \times 10^{-2} [\Omega]$
Electrical Conductivity	10.0[σ/m]
Electrode Distance	1.0[m]

ローレンツ力がない場合での流れ場の等圧線図は図 11 のとおりである。

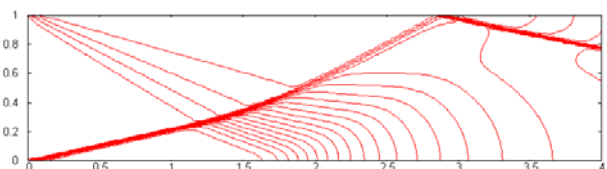


図 11 : 等圧線図 (磁場の印加なし)

#### 4-2. 流れ場の数値計算法

流れ場の支配方程式は、1次元流解析の場合と同様に、2次元オイラー方程式にMHDの項を生成項として加えたものを用いた。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = S$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ \rho uv \\ (e + p)u \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ p + \rho v^2 \\ (e + p)v \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} 0 \\ j_y B_z \\ -j_x B_z \\ \mathbf{j} \cdot \mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (4)$$

流れ場は一次元流と同様に、YeeのSymmetric-TVDスキームを用いて定常状態になるまで計算した。

#### 4-3. 電磁場の数値計算法

電磁場の支配方程式は、クーロングージのMaxwell方程式を用いた。(E:電場, B<sub>1</sub>:誘導磁場, B<sub>0</sub>:印加磁場)

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= \frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{B}_1 &= \mu_0 \mathbf{j} \\ \mathbf{j} &= \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \\ \mathbf{B} &= \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) &= -\nabla \phi + \mathbf{u} \times \mathbf{B}_0 + \frac{1}{\sigma \mu_0} \nabla^2 \mathbf{A} \\ \nabla \cdot \mathbf{A} &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)の両辺の発散をとることにより、スカラーポテンシャルφに関するポアソン方程式が得られる。

$$\nabla^2 \phi = \nabla(\mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{A} \quad (7)$$

本研究では、定常状態を観察するため、ベクトルポテンシャルAは定常である、とした。

スカラーポテンシャルの解析はSOR法を用いて行った。式(8)をスカラーポテンシャルの差分が十分小さくなるまで繰り返し計算を行った。なお、ω<sub>φ</sub>は緩和係数であり、φ'はGauss-Seidel法によって導出された新しいφである。

$$\phi^{k+1} = \phi^k + \omega_\phi (\phi' - \phi^k) \quad (8)$$

ベクトルポテンシャルの計算は、式(9)を積分することによって行った。

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dv \quad (9)$$

最初の計算ステップでベクトルポテンシャルを求める際はMHIモデルの近似によって求めた電流を用い、次のステップからは電磁場の影響を考慮して求めた電流からベクトルポテンシャルを求めた。

#### 4-4. 結果および考察

電位の濃淡図を図12に示す。この図から、流れの方向が変化する衝撃波において、電位が変化していることが理解できる。MHIモデルでは図5に示したように流れを横切る電流や電場を同様と仮定しているが、実際の電磁場は流れの影響によってそれからずれた状況となる可能性がある。

図13は印加磁場の濃淡図であるが、流れ場による影響を受けており、チャンネルの左端と右端において、それぞれ印加磁場の5割程度の強さの誘導磁場が発生していることが理解できる。したがって、流れ場によって影響を受けた電磁場の結果を再び流れ場に反映させて、影響をみることが必要である。

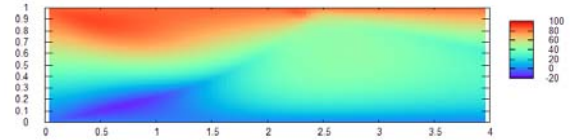


図12: 電位の濃淡図 (単位は V)

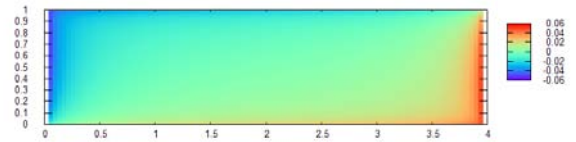


図13: 誘導磁場の濃淡図 (単位は Tesla)

電磁場の解析による結果を流れ場の数値解析に反映させた結果は図14のようになった。MHIモデルを使って計算を行った上図および流れ場と電磁場の弱連成解析を行った下図ともに、図11の印加磁場がない場合の等圧線図から比べて衝撃波の位置が前方に移動している。また、図13の結果から無視できない程度の誘導磁場が発生しているが、実際に弱連成解析を行うと、MHIモデルによって電磁場を近似した結果とほとんど等圧線図は変わらず、誘導磁場の影響は無視できる程度であることが理解できた。

これは誘導磁場が発生している領域が小さな範囲であるためだと考えられる。これを踏まえて今後の解析では電磁場の影響を考慮せず、電磁場をMHIモデルによって近似するものとする。

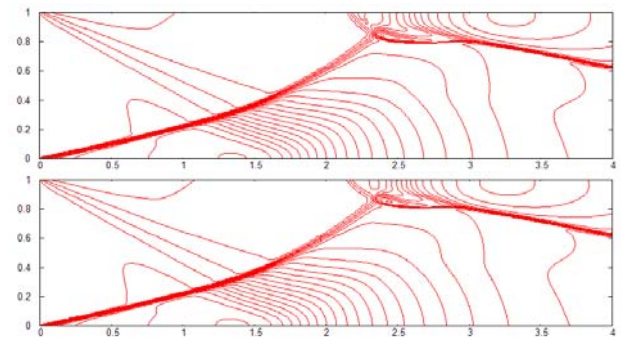


図14: 等圧線図 (上: MHIモデル, 下: 弱連成解析)



5. 一般座標系 2 次元流モデルによる数値解析

2 次元流モデルによる弱連成解析から、電磁場が流れ場におよぼす影響は無視できる程度であることがわかったため、電磁場を解析することなく、MHI モデルによって近似して一般座標系 2 次元流モデルによる数値解析を行った。

5-1. 数値計算法

支配方程式には一般座標系における 2 次元 Euler 方程式を用いた。

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial y} = \hat{S}$$

$$\hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, \hat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ (e+p)U \end{bmatrix}, \hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ (e+p)V \end{bmatrix}, \hat{S} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ j_y B \\ -j_x B \\ j \cdot E \end{bmatrix} \quad (11)$$

数値計算法は 1 次元流モデルの場合と同様にして、Yee の Symmetric-TVD スキームを用いて対流項の離散化を、2 次精度の Runge-Kutta 法を用いて時間積分を行い、流れが定常状態になるまで計算を行った。

5-2. インテークの数値解析

計算領域は図 15 に示すようにマッハ 5 を設計点としたスクラムジェットエンジンのインテークを模擬したものを用いた。インテーク入口では一様流条件とし、スクラムジェットエンジンにおいては全領域において超音速であるため、インテーク出口では超音速流出条件とした。

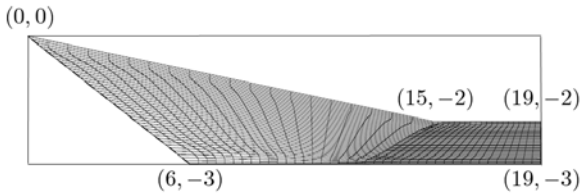


図 15 : 計算領域 (座標の単位は m)

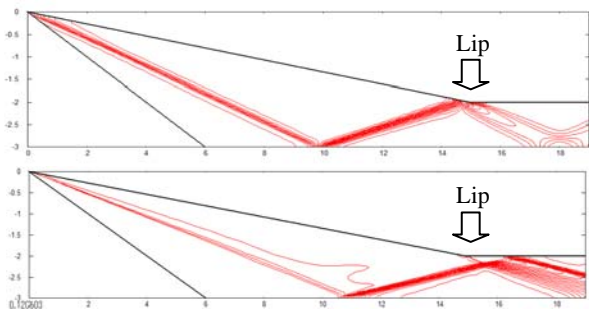


図 16 : 等圧線図 (上 : マッハ 5, 下 : マッハ 6)

図 16 は磁場を付加していない状態でのマッハ 5 とマッハ 6 における等圧線図であるが、設計点マッハ数でないマッハ 6 では衝撃波がリップに当たらず、流れ場の不均一性が強くなっていることがわかる。本計算では、磁場を流れ場に付加することによってマッハ 6 での流れ場の状態を設計点マッハ数であるマッハ 5 の状態に近付けることを目的とする。

計算条件は表 3 のとおりである。大気の状態は高度 30km のものを採用した。

表 3 : 計算条件 (一般座標系における 2 次元流モデルによる解析)

Mach Number	6
Static Pressure	1.20[kPa]
Static Temperature	227[K]
External Resistance	$1.0 \times 10^{-2}[\Omega]$
Electrical Conductivity	10.0[σ/m]
Electrode Distance	1.0[m]
Applied Magnetic Field	100[mT]

5-3. 結果と考察

以上に述べた数値計算法を用いて、表 3 の計算条件で計算を行った。等圧線図を図 17 に示す。

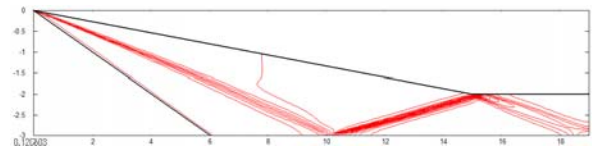


図 17 : 計算領域 (インテーク)

この図からインテークに MHD 発電機を設置し、流れ場にローレンツ力を付加することによって設計点以上のマッハ数においても流れ場の衝撃波の状態を設計点の状態に近付けることが可能であることが示された。

図 18 および図 19 は計算領域の中心線に沿った全温度および全圧の分布を、印加磁場が 0mT の場合と 100mT の場合で比較した図である。衝撃波の位置で計算誤差により値が乱れているが、全体としては磁場なしの場合では全温度は一定であり、磁場ありの場合では流れが下流に行くにしたがって減少していることがわかる。これより MHD 発電機によって流れの全エンタルピーは減少するが、その程度は小さいことがわかる。従って、壁面加熱環境緩和の効果はない。

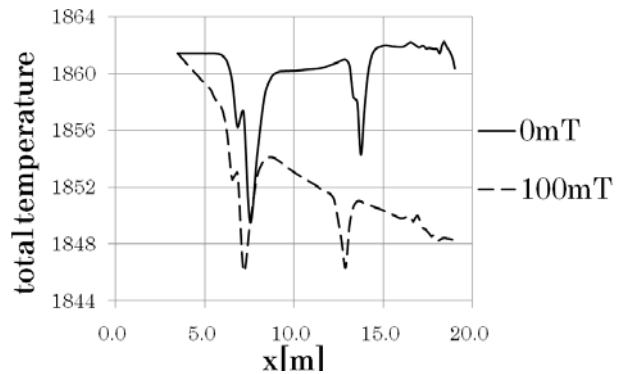


図 18 : 全温度分布

図 19 をみると衝撃波における全圧損失は磁場がない場合に比べ緩和されているのがわかる。しかし、ローレンツ力により流速がしだいに減少していくので、全圧そのものも流れに沿って減少している。ただし、ここで失われた全圧は電気エネルギーを介してノズルでの MHD 加速として一部が回収されているはずである。システム全体としての評価は、燃焼器、MHD 加速器も含めた数値計算が必要である。

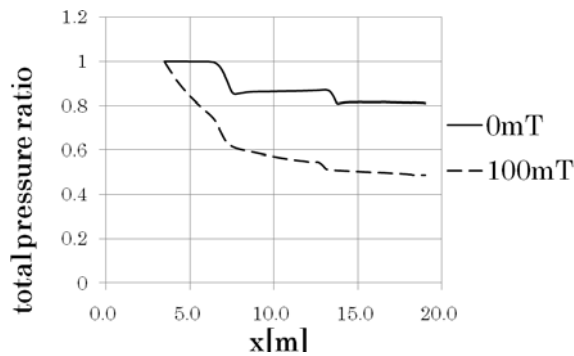


図 19：全圧分布

#### 5-4. ノズルの数値解析

インテークの数値計算と同様の方法で、MHD 加速器が設置されたスクラムジェットの本ノズルの数値解析を行った。計算領域を図 20 に示す。

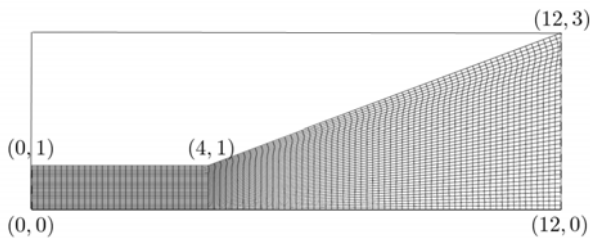


図 20：計算領域（座標の単位は m）

初期条件に用いた状態量は磁場がない場合でのインテーク背後の状態量で断熱火炎温度を計算したものを用い、境界条件はノズル入口で一様流条件、ノズル出口で超音速流出条件とした。燃料は水素を用いたと仮定した（表 4）。

表 4：計算条件（2次元一般座標系における数値解析）

Velocity	1650[m/s]
Static Pressure	12.0[kPa]
Static Temperature	2600K]
Electrical Conductivity	10.0[σ/m]
Electrode Distance	1.0[m]
Applied Magnetic Field	500[mT]
Applied Electric Field	500[V]

結果は以下の通りである。図 21 に計算領域に中心線に沿った流速の変化を示す。

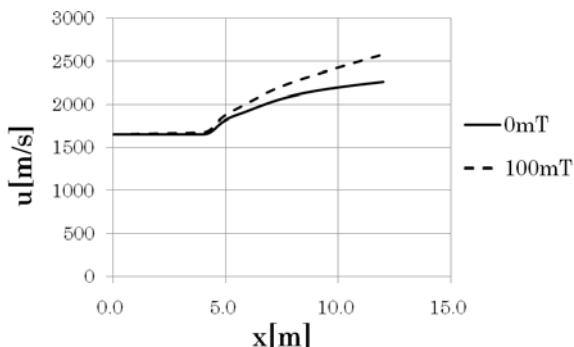


図 21：流速分布

これにより、スクラムジェットエンジンのノズルにおいて MHD 加速器を設置し、作動流体にローレンツ力を加えて加速することによって、流れの流速を増加させ推力の増加が可能であることが理解できた。しかしながら、これはインテークに設置された MHD 発電機とは別個に計算された結果であるため、今後は双方を同時に解く数値計算法を開発し、システム全体の解析を行う必要がある。

#### 6. 結論

以上の数値解析により、以下の結論が導き出された。

- スクラムジェットエンジンのインテークに MHD 発電機を設置し、作動流体にローレンツ力を付加することによって、流れ場の流速を減少、温度を増加、マッハ数を減少させることが可能であることが理解できた。
- MHD 発電機内に電流が流れることによってある程度の誘導磁場は発生するが、流れ場への影響は小さく、流れ場と電磁場を連成させて計算しなくとも、それによる誤差は小さい。
- MHD 加速器をノズルに設置することによって、流速を増加させることが可能である。
- MHD 発電機を設置することによって衝撃波部位での全圧損失は改善されるが全圧そのものが減少しているため、システムの評価が難しい。

#### 参考文献

- 1) Gurijanov, E.P. and Harsha, P.T.: "AJAX: New Direction in Hypersonic Technology", AIAA Paper 96-4609, 1996.
- 2) Cambell, A. B., "Plasma Physic", NASA TM-101088, Feb. 1989
- 3) J. T. Lineberry and L. L. Begg, "HVEPS Scramjet-Driven MHD Power Demonstration Test Results", AIAA Paper 2007-3880
- 4) Daiki Gotoh, Toru Takahashi, Takayasu Fujino and Motoo Ishikawa: "Computational Analysis of HVEPS Scramjet MHD Power Generation", AIAA Paper 2007-4015, 2007, pp6-9.
- 5) Yee, H.: "Upwind and Symmetric Shock-Capturing Schemes", NASA TM 89464, 1987.
- 6) Sergei V. Bovashev and Yurii P. Bolovachov: "Deceleration of Supersonic Plasma Flow by an Applied Magnetic Field", JOURNAL OF PROPULSION AND POWER Vol. 19, No.4, 2003.