

# SLAU スキームの低 Re 数流れ場における検証

田辺安忠, 齊藤 茂 (宇宙航空研究開発機構), 菅原瑛明 (菱友システムズ)

## Validation of SLAU Scheme in Low Reynolds Number Flows

by

Yasutada Tanabe, Shigeru Saito(JAXA), Hideaki Sugawara(Ryoyu Systems Co.,Ltd.)

### Abstract

A CFD code “rFlow” based on the overlapping grids method was developed. An all speed numerical scheme SLAU combined with a fourth order MUSCL-type reconstruction is used to achieve high spatial resolutions. Dual-time stepping method is used for efficient implicit unsteady flow calculations. This paper reports on the two-dimensional results of the validations in the low speed and low Reynolds number flowfields. The obtained flowfield around a cylinder shows good agreement with experimental results where the size of the wake flow bubble and Karman vortex shedding are compared. Also, the calculated lift coefficients of a wing section are agreeable with the experimental data even at high incident angles.

### 1. はじめに

ヘリコプタのロータのような回転体は、一般的には付け根から先端に向かうにつれて回転半径が増加するに従い、対気速度が増加していく。付け根部分での対気速度は非常に遅く、在来の CFD 計算において、渦の過大評価や計算の発散などの原因となっていた。回転体における CFD 解析では、低速でも安定して計算ができるスキームが必要である。

そこで既存の差分法に基づく 2 次元 CFD コードに、全速度型 SLAU スキーム<sup>[1]</sup>を適用した移動重合格子法に基づく CFD 解析コード rFlow2D(Rotor Flow Solver 2D)を開発した。このコードはロータ断面に着目し、速度変化やロータの平行移動、回転移動、渦をおいた渦干渉の解析ができる特徴を持っている。本報告では、2 次元での低速流れ場および低レイノルズ数における円柱、NACA0012 翼型、E193 翼型の検証計算を行った結果について報告する。

### 2. 計算手法

#### 2.1 数値計算法

解析コードで使用される支配方程式は、2 次元 Navier-Stokes 方程式を用いており次式のように表される。

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mathbf{E} - \frac{\mathbf{E}_v}{\text{Re}} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mathbf{F} - \frac{\mathbf{F}_v}{\text{Re}} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix}, \mathbf{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(e+p) \end{pmatrix}, \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ v(e+p) \end{pmatrix}, \mathbf{E}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \beta_x \end{pmatrix}, \mathbf{F}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \beta_y \end{pmatrix} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{Q}$  は解ベクトル、 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{F}$  はそれぞれ x、y 方向への非粘性流束ベクトル、 $\mathbf{E}_v$ 、 $\mathbf{F}_v$  はそれぞれ x、y 方向への粘性流束ベクトル、 $\text{Re}$  はレイノルズ数である。

空間分解精度を上げるため、空間 4 次精度の FCMT 法を用いて値の再構築を行った。数値流束には SLAU スキームを、時間積分には LUSGS 法を用いて求めている。乱流モデルは使用していない。

#### 2.2 SLAU スキーム

本解析コードに導入した SLAU スキームは AUSM 族スキームとして、JAXA の嶋氏によって提案された全速度型スキームである。AUSM 族スキームを用いた非粘性流束は次のように書ける。

$$\tilde{\mathbf{F}} = \frac{\dot{m} + |\dot{m}|}{2} \Phi^L + \frac{\dot{m} - |\dot{m}|}{2} \Phi^R + \tilde{p} \mathbf{N} \quad (3)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 \\ u \\ v \\ h \end{pmatrix}, \quad \mathbf{N} = \begin{pmatrix} 0 \\ x_n \\ y_n \\ v_n \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$h = (e + p) / \rho \quad (5)$$

$$V_n = x_n u + y_n v + z_n w \quad (6)$$

$$v_n = x_n \dot{x} + y_n \dot{y} + z_n \dot{z} \quad (7)$$

$\dot{m}$ 、 $\tilde{p}$  はセル境界で定義された質量流量および圧力である。また、上付添え字 L、+ はセル境界の左、R、- はセル境界の右の意味である。

圧力項の修正として、低マッハ数では移流速度、高亜音速以上では音速となるよう、亜音速でマッハ数のオーダーを持つ係数を乗じて圧力を以下のように求めている。

$$\tilde{p} = \frac{p^L + p^R}{2} + \frac{\beta^+ - \beta^-}{2} (p^L - p^R) + (1-x)(\beta^+ + \beta^- - 1) \frac{p^L + p^R}{2} \quad (8)$$

$$\beta^\pm = \begin{cases} \frac{1}{4} (2 \mp M^\pm) (M^\pm \pm 1)^2, & |M^\pm| < 1 \\ \frac{1}{2} (1 + \text{sign}(\pm M^\pm)), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

$$M^+ = \frac{V_n^L - v_n}{\bar{c}}, \quad M^- = \frac{V_n^R - v_n}{\bar{c}} \quad (10)$$

$$x = (1 - \hat{M})^2 \quad (11)$$

$$\hat{M} = \min \left( 1.0, \frac{1}{\bar{c}} \sqrt{\frac{(V_n^L - v_n)^2 + (V_n^R - v_n)^2}{2}} \right) \quad (12)$$

ここで、 $\bar{c}$  は左右の音速の算術平均で求められる。

$$\bar{c} = \frac{1}{2} (c^L + c^R) \quad (13)$$

質量流束は以下のように求められている。

$$\dot{m} = \frac{1}{2} \left\{ \rho^L (V_n^L + |\bar{V}_n|^+) + \rho^R (V_n^R - |\bar{V}_n|^-) - \frac{x}{\bar{c}} \Delta p \right\} \quad (14)$$

$$|\bar{V}_n|^{\pm} = (1-g) |\bar{V}_n|^+ + g |V_n|^{\pm} \quad (15)$$

$$g = -\max(\min(M^+, 0), -1) \cdot \min(\max(M^-, 0), 1) \quad (16)$$

$$|\bar{V}_n|^{\pm} = \frac{\rho^L |V_n|^+ + \rho^R |V_n|^{\pm}}{\rho^L + \rho^R} \quad (17)$$

### 3. 解析条件

#### 3.1 解析格子

円柱の格子は物体周辺格子、内側背景直交格子、外側背景直交格子の3種類の格子を作成した。

NACA0012、E193 翼型の各格子は物体周辺格子、外側背景直交格子の2種類を作成した。

それぞれの物体周辺格子トポロジーは O 型格子である。

表 1 に各解析事例における格子点数を、図 1,2,3,4 に格子の様子を示す。

表 1 解析に用いた格子点数

解析事例	物体周辺	内側背景直交格子	外側背景直交格子
円柱	10251 点	448766 点	72541 点
NACA0012	46631 点	-	10251 点
E193	46631 点	-	10251 点

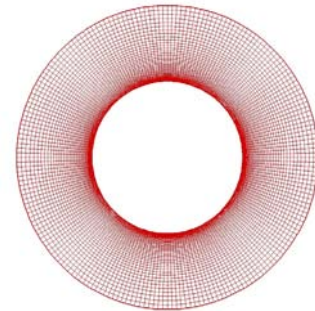


図 1 円柱周りの格子図

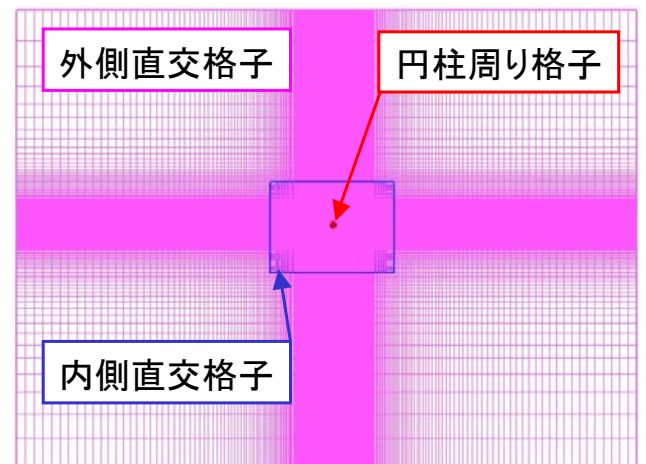


図 2 背景直交格子図

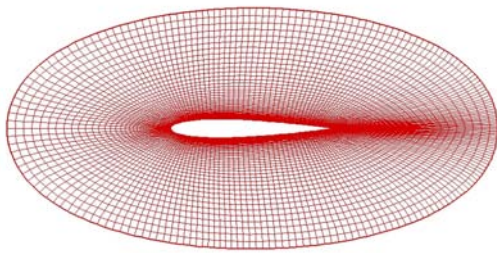


図 3 NACA0012 翼型周りの格子図

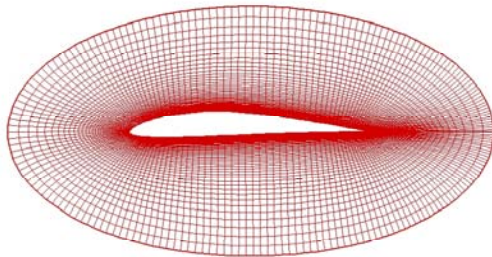


図 4 E193 翼型周りの格子図

### 3.2 解析条件

#### 3.2.1 円柱

円柱の直径を 1 とし、非粘性計算および粘性計算を実施した。

非粘性計算の条件は、一様流マッハ数  $M=0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$  と変化させ、全 6 ケース実施した。

粘性計算の条件は、一様流マッハ数  $M=0.1$ 、 $Re=10, 20, 30, 40, 50, 100, 150, 200$  の全 8 ケース実施した。

#### 3.2.2 NACA0012 翼型

翼弦長  $c=1$  とし、粘性を考慮、一様流マッハ数  $M=0.1$ 、迎角  $\alpha=0[\text{deg}]$ 、 $Re=4 \times 10^4, 6 \times 10^4, 8 \times 10^4, 1.5 \times 10^5$  の全 4 ケース実施した。

#### 3.2.3 E193 翼型

翼弦長  $c=1$  とし、粘性を考慮、一様流マッハ数  $M=0.3$ 、 $Re=6 \times 10^4$ 、迎角  $\alpha=-6 \sim 15[\text{deg}]$  ( $\Delta\alpha=1[\text{deg}]$ ) 全 22 ケース実施した。

## 4. 解析結果

### 4.1 円柱-非粘性計算結果

非粘性かつ非圧縮性の流れ場に置かれた物体に作用する流体抵抗は 0 となることが知られている。そこで、一様流マッハ数が小さい流れ場における抵抗係数の検証を行った。図 5 に非粘性流における円柱の抵抗係数の計算結果を示す。一様流マッハ数が小さいところでも抵

抗係数は 0 近くになっており、精度よく計算結果が得られていることがわかる。

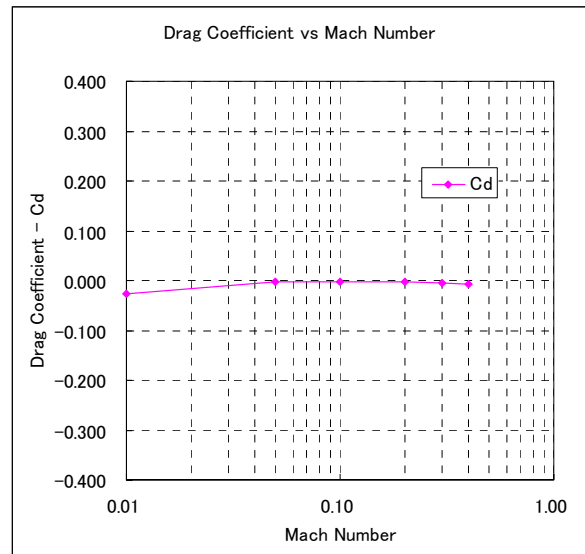
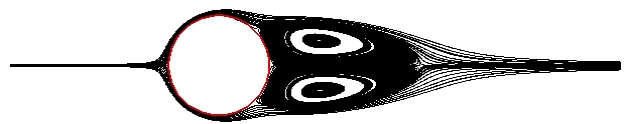


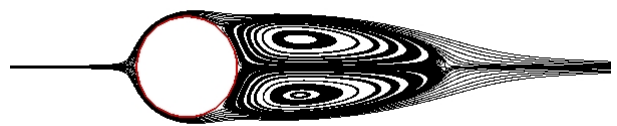
図 5 非粘性流における円柱の抵抗係数

### 4.2 円柱-粘性計算結果

粘性流体中では粘性の影響により円柱後方で剥離が生じ、渦が発生する。図 6 に  $Re=30$  および  $Re=40$  の流線の様子を示す。円柱後方に双子渦が形成されていることが見て取れる。この渦の大きさは過去に実験的に計測されている<sup>[2][3]</sup>。図 7 に実験との比較した結果を示す。直線および破線は実験結果で、点が CFD 結果である。いずれの結果も実験結果よりも低い結果を示しているが、 $Re$  数が高くなるにつれて渦の大きさが大きくなる傾向はよく捉えられている。



(a)  $Re=30$  における流線図



(b)  $Re=40$  における流線図

図 6  $Re=30, 40$  における円柱後方の双子渦の様子

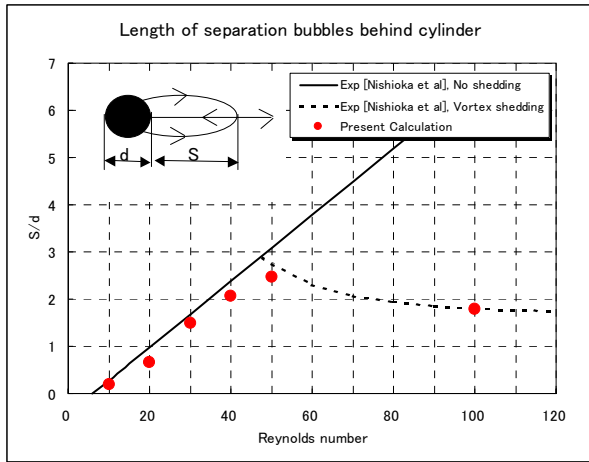


図7 円柱後方に発生する渦の大きさの比較

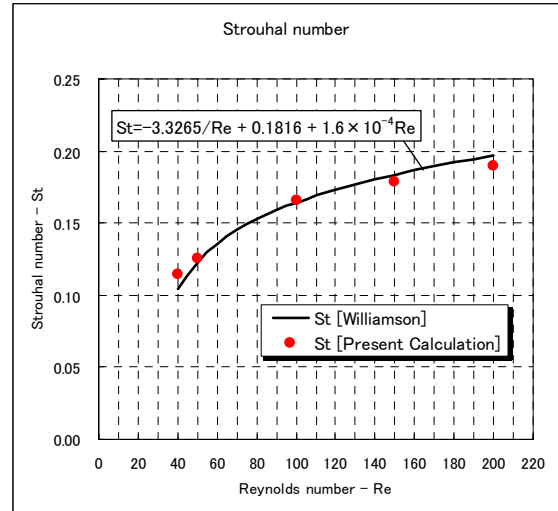


図9 ストローハル数の比較

Re 数が高くなるにつれ、円柱後方にとどまっていた渦は放出されカルマン渦列となる。図8に Re=200 における等 Mach 線図を示す。渦が放出され、カルマン渦列が生じているのが見て取れる。また、渦の放出周期について多くの実験が行われており、Williamson<sup>[4]</sup>は実験と数値計算の比較のためストローハル数と Re 数の関係式を提案している。その関係式は次式で表される。

$$St = -\frac{3.3265}{Re} + 0.1816 + 1.6 \times 10^{-4} Re \quad (18)$$

図9に各 Re 数におけるストローハル数の結果を示す。直線は(18)式から求めたもの、点が CFD 結果である。Re 数が高くなるにつれてストローハル数も大きくなる傾向がよく捉えられており、曲線に近いところにある。この結果から、流れ場の周期性はよく再現できていると言える。

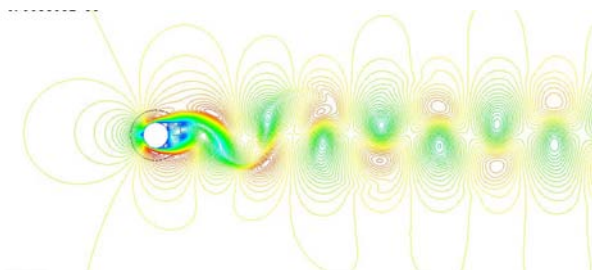


図8 Re=200 における等 Mach 線図

### 4.3 NACA0012 翼型

図10に各 Re 数における実験値と CFD 結果の  $C_L$ 、 $C_D$  値の比較を示す。この実験結果は Althaus の結果<sup>[5]</sup>と大竹ら<sup>[6]</sup>の結果である。対称翼では迎角  $\alpha=0[\text{deg}]$  において、最小抗力係数をとる。結果の比較では、この最小抗力係数の比較を行った。

実験結果と CFD 結果を比較すると、Re 数が高いところでは実験とよく一致しているのが見てとれる。また、Re 数が低くなるにつれ抗力係数が増加していく傾向をよく捉えており、おおよその一致が見られた。

図11に  $Re=4 \times 10^4$  における等  $C_p$  分布図を示す。翼上面側と下面側での圧力の分布がほぼ対称になっているのが見て取れる。また前縁でよどみ点をよく捉えている。

### E193 翼型

図12に  $Re=6 \times 10^4$  における実験値と CFD 結果の  $C_L$ 、 $C_D$  値の比較を示す。この実験結果は IAG Stuttgart で行われたものである<sup>[5]</sup>。実験と CFD の両方の結果で迎角  $\alpha=0$  のところで揚力が発生している。実験と CFD の結果を詳しく比較してみると、迎角が小さいところでは傾向がよく一致している。しかし、迎角が大きくなるにつれ実験値と CFD 結果に差が生じてきている。これは迎角が大きくなるにつれて翼面上で剥離が生じ、 $C_L$  値の変動が大きいためと考えられる。図12の  $C_L$  値における変動幅を示しているが、実験値付近で変動しているのが見てとれる。したがって、傾向はよく捉えられている

と考えられる。C<sub>D</sub> 値に関してはあまりいい一致は得られなかった。しかし、誘導抗力の影響を考えると、CFD 結果は合理的な結果が得られたのではないかと考えられる。

図 13 に迎角  $\alpha=0[\text{deg}]$  における等 C<sub>p</sub> 線図を示す。対称翼の時とは違い、翼の上面と下面に圧力差が生じているのを見てとれる。

5. まとめ

S L A U スキームを導入し、低速および低レイノルズ数流れ場の解析を行った。

低速流れ場において、計算が安定してできることがわかった。

低レイノルズ数域の流れ場において実験値とよく一致し、精度よく計算できることがわかった。

今後の課題として、格子の依存性なども詳しく調べて行く必要がある。

謝辞

S L A U スキームの導入にあたり、宇宙航空研究開発機構の嶋英志氏より助言を頂いた。ここに感謝の意を表す。

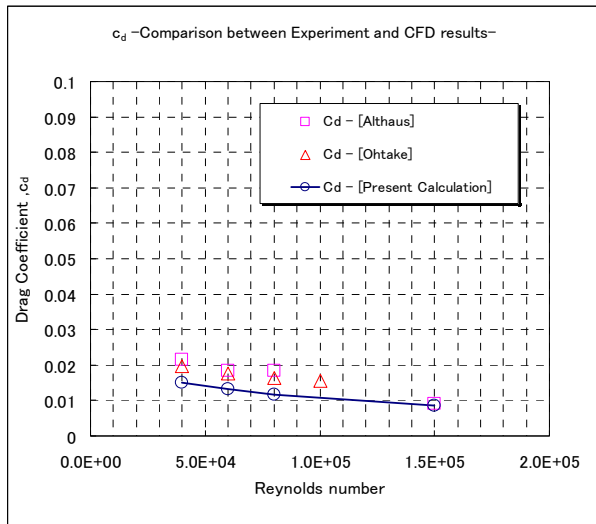


図 10 各 Re 数における C<sub>D</sub> 値の比較

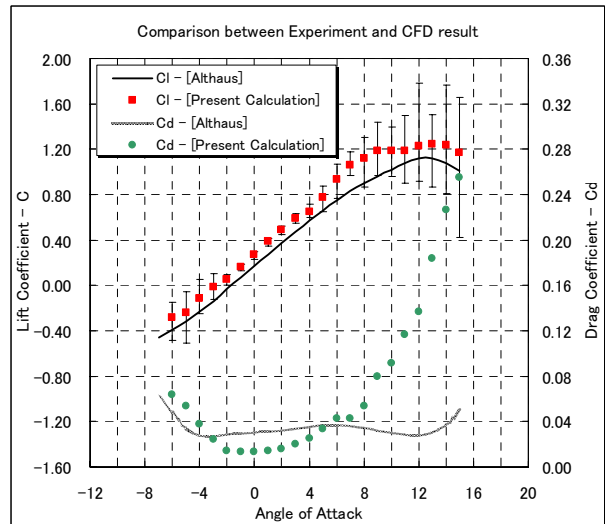


図 12 空力特性の比較

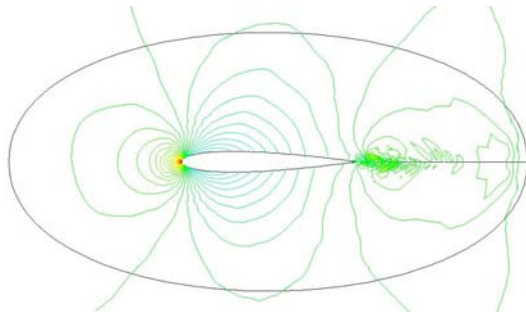


図 11 Re=4 × 10<sup>4</sup> における等 C<sub>p</sub> 線図

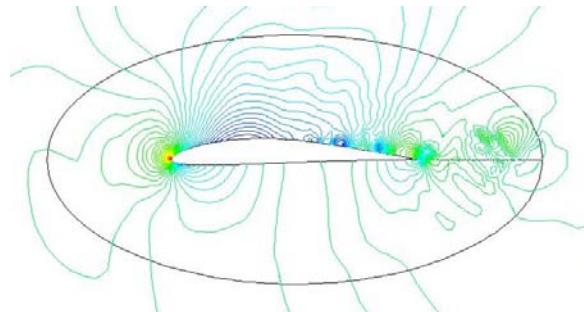


図 13  $\alpha=0[\text{deg}]$  における C<sub>p</sub> 分布

### 参考文献

- [1] 嶋英志、低マッハ数で誤差の小さい圧縮生 CFD 手法について、第 40 回流体力学講演会／航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム（2008）講演集、pp71-74.
- [2] NISHIOKA,M & SATO,H, Mechanism of determination of the shedding frequency of vortices behind a cylinder at low Reynolds number, J. Fluid Mech. 89 ,part 1 (1978) pp49-60
- [3] X.Lv et al, An efficient parallel / unstructured-multigrid preconditioned implicit method for simulating 3D unsteady compressible flow with moving objects, J.Comput.Phys. 215 (2006) 661-690
- [4] C.H.K.Williamson, Defining a universal and continuous Strouhal-Reynolds number relationship for the laminar vortex shedding of a circular, Phys.Fluids 31 (1998) 2742-2744
- [5] Althaus, D., Profilpolaren für den Modellflug, Neekar-Verlag Villengen-Schwenningen, (1980)
- [6] 大竹智久、低 Re 数領域での NACA0012 翼の非線形空力特性、日本航空宇宙学会論文集、vol55、No644、pp439-445 (2007)