

# 飛行モードによる羽ばたき音の特性の違いについて

稲田 喜信<sup>1)</sup>, 前田 将輝<sup>2)</sup>, 森山 貴司<sup>2)\*</sup>, 青野 光<sup>3)</sup>, 劉 浩<sup>2)</sup>, 青山 剛史<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> 宇宙航空研究開発機構, <sup>2)</sup> 千葉大, <sup>3)</sup> ミシガン大

## Flapping Sound Characteristics under Different Flying Modes

by

Yoshinobu Inada (JAXA), Masateru Maeda (Chiba University), Takashi Moriyama (Chiba University),  
Hikaru Aono (University of Michigan), Hao Liu (Chiba University), and Takashi Aoyama (JAXA)

### ABSTRACT

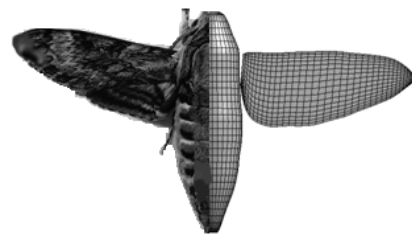
Flapping motion consists of combined motions of wing reciprocation and rotation, and thus generates complex flow field and pressure change around the wing, which produce typical sound sources such as dipole or quadrupole sources. This implies the control of flapping sound is an important issue to realize practical flapping wing air vehicles. For this purpose, we developed a numerical scheme to analyze sound generation and transmission of flapping wing by combining CFD and acoustic analyses. This scheme is applied to two types of motions, i.e. hovering and forward moving motion of insect (hawkmoth). Conspicuous similarity is found in both flying types, i.e. the dominance of fundamental frequency wave in front and the second or higher harmonic wave in side or bottom. Another similarity is found in the sound directivity, i.e. the strong sound transmission in the direction perpendicular to the flapping plane and the weak transmission in the direction parallel to the flapping plane. These results clearly represent the relationship between wing motion and sound characteristics, and thus providing us with insights on the control methods of flapping sound.

### 1. はじめに

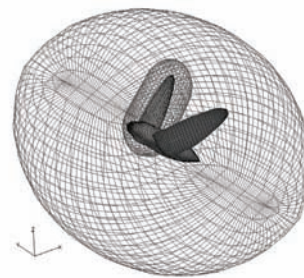
目下、偵察や監視を目的とした無人飛行体が盛んに開発されている。重量が 100kg を超えるような大型の機体や、10~100kg の中型の機体が多数を占めるが、10kg 未満の小型の機体や、Micro Air Vehicle (MAV) と呼ばれる 1kg 前後の極小機体も開発されており、低コストや機動性の高さといった小型機の利点を生かした活用が検討されている<sup>1)</sup>。本研究の対象はそういった小型飛行体の一種である羽ばたき型の飛行体で、鳥や昆虫が行う羽ばたき運動を用いて飛行する。羽ばたき翼の特徴は、従来の固定翼、あるいは回転翼が翼周りの循環による揚力を利用するのに対し、翼前縁から剥離した渦（前縁剥離渦）が翼面上に作る負圧を利用するもので、これによって固定翼では性能が低下しやすい低レイノルズ領域において高い揚力を発生することが可能である<sup>2)</sup>。また、回転翼の一種である二重反転プロペラにおいて、前方のプロペラが作った後流のエネルギーを後方のプロペラが回収する仕組みと同等のエネルギーの回収機構を、羽ばたき翼も備えている。例えば、トンボの後翅は前翅が作る後流の中を羽ばたいてエネルギーを回収し、効率的な飛行を実現しているほか、ハエのような二枚翅の昆虫でも、羽ばたきの繰り返しの過程で、前回の羽ばたきの周期で作られた後流の中を、新たな羽ばたきの周期で翼が移動することによって、後流のエネルギーを回収する「後流捕獲」と呼ばれる仕組みがある<sup>3)</sup>。従って、羽ばたき飛行は、低レイノルズ数領域で飛行する微小サイズの飛行体において、高い揚力と効率を実現できる可能性を持っており、昆虫サイズの超小型飛行体を実現する上で有望な飛行方法と言えることができる。

一方で、高速な往復運動を行なう羽ばたき翼はそれ自体がスピーカと同様な振動板であるため、周波数の高い羽ばたき運動を行う昆虫やハチドリなどの鳥では、我々の耳に聞こえる可聴域の羽ばたき音を発生する。この音は生物の種類ごとに異なる特徴を持ち、生物の中にはこの音を使って種類を区別したり、個体間のコミュニケーションを行ったりするものが存在する<sup>4)</sup>。また、発生する音が捕食者や敵に存在を知らせてしまうという意味では騒音源ともなるため、生物の中には音を有効に利用したり抑えたりといった羽ばたき音を「制御する」能力を身につけているものが存在すると考えられる。一方で、現在開発されている羽ばたき型の飛行体の中には周波数が 120Hz になるものがあり<sup>5)</sup>、このような飛行体が我々の身近を飛行することになれ

ば、昆虫やハチドリと同様に周囲に音を放出しながら飛行するため、何らかの騒音対策が必要となる。また逆に、生物と同様に羽ばたき音を情報伝達に利用するという考え方もある。そこで、本研究では、羽ばたきによって生じる音を制御するための技術を開発するため、CFD や音響解析を用いた羽ばたき音の解析ツールを開発し、それを用いて音の生成や伝播の特性を解析することを研究の目的とする。具体的には、CFD を用いて羽ばたき翼周りの流れ場を解析し、音源となる流れの乱れや翼表面上の圧力変動を分析する音源解析と、その結果を用いて、後述する FW-H 法を用いて任意の観測点における音圧の変動や音の指向性などを解析する伝播解析の 2 種類の解析を研究の対象とする。解析の対象はスズメガ(hawkmoth)と呼ばれる昆虫であるが、筆者らは過去にスズメガのホバリング飛行中の翼の運動を



(a) 実際の昆虫の形状（左半分）と、それを参考にして作成した 3 次元モデル（右半分）



(b) 胴体格子と翼格子  
(外側の格子は胴体格子の形状を示すもので、最外格子ではない。また翼の格子は右翼のみを示す。)

図 1 計算格子

\*2009 年 4 月より三菱電機(Mitsubishi Electric)に在籍中

用いて羽ばたき音の特性を解析した経験があり<sup>6)</sup>、今回は新たに前進飛行を加えた解析を行って、運動の違いと音の特性の違いについて分析した。以下にその詳細を報告する。

## 2. 解法

### 2.1 CFD ソルバ、計算格子

CFD ソルバは擬似圧縮法を用いた 3 次元の Navier-Stokes 方程式を有限体積法により離散化したもので<sup>7,8)</sup>、時間差分に対しては陰解法(Euler implicit scheme)を用い、高速化とメモリ節約のために因数分解による線形化(approximated factorization)を行っている。対流項には 3 次元風上差分の MUSCL 法を適用し、粘性項は中心差分によって離散化している。計算格子は O-O 型で、まず最初に実際の昆虫の形状を参考にして図 1(a)に示すような胴体と翼の 3 次元モデルを作成し、これをもとに、翼や胴体の周囲にそれぞれの形状の違いを考慮した適合格子系を作成する。図 1(b)に示した外側の大きな格子は胴体用の格子で、その内部に見える小さな格子が翼用の格子である(図では右翼用の格子のみを表示)。それぞれの格子の大きさは、胴体用が 45x45x51、翼用が 37x33x16 である。翼用の格子は羽ばたきに伴って胴体格子の内部を移動し、羽ばたき運動を再現する。ブロックが重なり合う領域では、オーバーセット格子法を導入して胴体側と翼側の格子間で物理量の補間を行う(その他の詳細については文献 7,8 を参照されたい)。

### 2.2 翼の運動モデル

翼の運動は図 2(a)に示すように 3 つの運動成分からなり、胴体に対して翼を上下に動かす Flapping と、翼のひねり運動である Feathering、及び Flapping によって作られる羽ばたき面に対して垂直方向に翼を動かす Lead-lag 運動からなる。これらの運動については、ケンブリッジ大学の Ellington らによって、ホバリングと前進飛行における角度の時系列的な変化が計測されており<sup>9)</sup>。本研究では CFD や音響解析の中で数式の形で運動を表現する必要があるため、Ellington らの計測値をもとに各成分を 3 次のフーリエ級数で近似し、下記のように定式化する。

$$\phi(t) = \sum_{n=0}^3 [\phi_{cn} \cos(2knt) + \phi_{sn} \sin(2knt)] \quad (1)$$

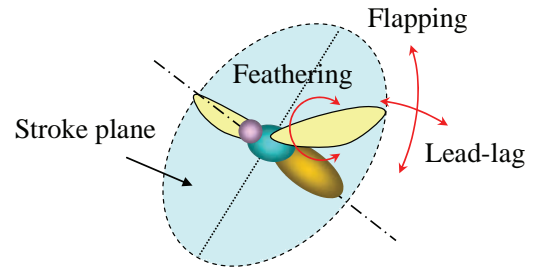
$$\theta(t) = \sum_{n=0}^3 [\theta_{cn} \cos(2knt) + \theta_{sn} \sin(2knt)] \quad (2)$$

$$\alpha(t) = \sum_{n=0}^3 [\alpha_{cn} \cos(2knt) + \alpha_{sn} \sin(2knt)] \quad (3)$$

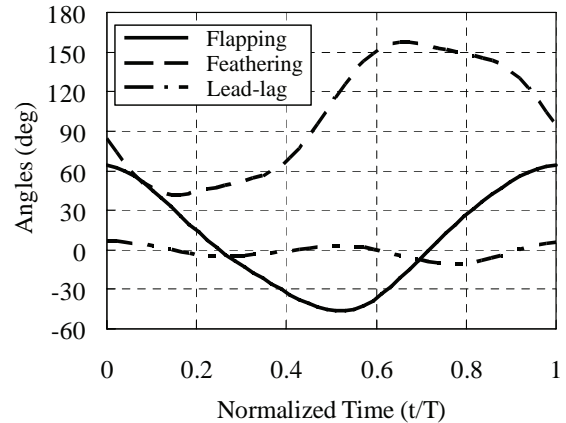
$\phi(t)$ ,  $\theta(t)$ ,  $\alpha(t)$  はそれぞれ Lead-lag, Flapping, Feathering の角度で、式中の  $\phi_{cn}, \theta_{cn}, \alpha_{cn}, \phi_{sn}, \theta_{sn}, \alpha_{sn}$  は計測値から求めたフーリエ係数、 $k$  は無次元振動数(reduced frequency)である。これらの角度の一周あたりの変化の様子を図 2(b), (c)に示す。CFD では、翼周りの格子を上式に従って移動させ、翼と胴体周辺の流れ場、揚力、抗力、及び翼と胴体表面の圧力変動などを計算する。音響解析においても、音源となる翼面の移動を上式で表現する。

### 2.3 音響解析 (伝播解析)

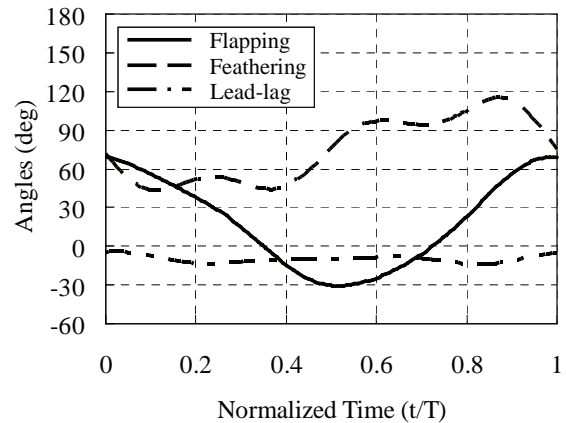
羽ばたき音の解析に用いる方法は、Lighthill の音響アナロジーにもとづく Ffowcs Williams and Hawkings(FW-H)方程式<sup>10)</sup>を用いた音響コードである。音源には単極子、双極子、四重極子という種別があるが、それぞれの音のバワは流速の 4 乗、6 乗、8 乗に比例し、流速が遅い羽ばたき運動の場合は四重極子音を無視し、単極子と双極子音のみを考慮して解析することが可能である。そこで、オリジナルの FW-H 方程式から四重極子音の寄与を除外し、移動表面から発



(a) 羽ばたき運動の 3 成分



(b) ホバリング時の翼の運動



(c) 前進飛行時(V=2.9m/s)の翼の運動

図 2 翼の運動

する音の解析に適した形にした Farassat Formulation 1<sup>11)</sup>を用いる。Farassat Formulation 1 は以下の式で表される。

$$p(x, t) = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\partial}{\partial t} \int \frac{\rho_0 v_n}{rA} d\Sigma + \frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} \int \frac{p_b \cos \theta}{rA} d\Sigma + \int \frac{p_b \cos \theta}{r^2 A} d\Sigma \right) \quad (4)$$

$$A \equiv (1 + M_n^2 - 2M_n \cos \theta)^{1/2} \quad (5)$$

ここで、式中の  $p(x, t)$  は観測点  $x$  における音圧、 $\rho_0$  は空気密度、 $v_n$  は翼面の法線方向の流速、 $c_0$  は音速、 $p_b$  は翼面の圧力、 $\theta$  は翼面の法線方向から見た観測点の角度、 $r$  は翼面の音源と観測点との距離、 $\Sigma$  は音源となる影響面、 $M_n$  は翼面の法線方向の速度の Mach 数を表す。(4)式右辺の第 1 項は、厚みを持つ翼が空気を押し分けながら移動する際

に生じる音で「翼厚音(thickness noise)」と呼ばれ、第 2、第 3 項は翼表面の荷重(圧力)の変化によって生じる音で「荷重音(load noise)」と呼ばれる。

### 3. 結果および考察

本研究では、スズメガのホバリング、および前進飛行という 2 つの運動モードに対して CFD と音響解析を行った。使用したスズメガの形状、および運動パラメータの主なものを表 1 に示す。2 つの運動モードの間で最も大きな違いは、羽ばたき面(Stroke plane angle)と胴体の角度(Body angle)であり、図 3 に示したパラメータの定義から、ホバリング時は胴体を立てて翼を水平に近い面内で動かしているのに対し、前進飛行時は胴体を横に寝かせて、翼を斜め前方に傾いた面内で動かしていることがわかる。それぞれの運動モードにおいて計算した結果を以下に述べる。

#### 3. 1 CFD の解析結果

図 4 に CFD によって計算された流れ場の様子を示す。この図の白い面は等渦度面、紫色の面は速度の下向き成分の等速度面を表示したものであるが、ホバリング、前進飛行ともに翼の近傍で複雑な渦群が生成され、それがホバリングの場合は下方に、前進飛行の場合は後下方に移動していく様子が示されている。これらはそれぞれの羽ばたき面に対してほぼ垂直な方向であることから、後流に与えた運動量変化の反作用として生成される推力も、羽ばたき面に対してほぼ垂直な方向を向くことがわかる。従って、上で述べた運動モードによる羽ばたき面の角度の違いは、必要に応じて推力の向きを調整するためであり、ホバリングの場合は推力を上向きに、前進飛行の場合は前上方に向けるための角度の調整とみなすことができる。続いて、図 5 に計算された翼と胴体表面上の圧力分布を示す。図 5(a), (b) はそれぞれ打ち下ろしの初期、中期の圧力分布で、図 5(c), (d) はそれぞれ打ち上げの初期、中期の圧力分布である。図 5(a), (b) の背中側から見た画像を見ると、打ち下ろしの初期から中期にかけて、翼の上面側の前縁付近に負圧領域が広がっていることが明確に示されている。これは前縁剥離渦(Leading edge vortex)と呼ばれる渦が翼の前縁に沿って発生し、打ち下ろしの過程で継続的に翼の前縁付近に貼り付いているためで、渦のコア付近の負圧の影響によってその近辺に負圧領域が形成されている。一方で、腹側から見た画像では翼の下面側が平均して圧力が高いことが示されており、上面側の負圧領域と共同して翼を上向きに押し上げる力を形成していることがわかる。翼は打ち下ろしの最下点の前後でひねりを加えた後に打ち上げ運動を行なうため、図 5(c), (d) では翼の上面と下面が入れ替わって、背中側から見た画像が翼の下面側、腹側から見た画像が翼の上面側を示している。これらの画像を見ると、打ち上げ時にも翼の上面側の前縁付近に前縁剥離渦による負圧領域が存在することがわかる。また、打ち下ろし時と同様に下面側では圧力が高くなっており、上面側の負圧と共同して翼を上へ押し上げる力を発生していることがわかる。

以上の結果から、羽ばたき時に翼の表面に生じる圧力変動は、ほぼ一周期にわたって上面側で負圧、下面側で正圧となって翼を押し上げる揚力を生成し、特に上面側の負圧領域の形成には、前縁剥離渦が大きく寄与していることが確認された。この際、翼の片面に注目すると、一周期間に圧力が負圧から正圧へと変化し、反対側の面も位相を半周期ずらしながら圧力が変化し、それが羽ばたきに伴って周期的に繰り返されている。これは音源という観点から見れば双極子音源としての性格を持ち、前節で述べた FW-H の Farassat Formulation 1 を用いた解析が可能である。また、昆虫の翼では翼が薄いことから、Farassat Formulation 1 に

表 1. 形状と運動のパラメータ

Parameters	Hovering	Forward moving
Wing (one wing)		
Span length (single wing), $R$ (mm)	48.5	52.1
Mean chord length, $C_m$ (mm)	18.3	18.3
Moving speed, $V$ (m/s)	0.0	2.9
Wing beat frequency, $f$ (Hz)	26.1	26.1
Flapping cycle, $T$ (sec)	0.0383	0.0383
Reynolds number, $Re$	6167	5623
Reduced frequency, $k$	0.2968	0.3256
Stroke plane angle, $\beta$ (deg)	15.0	44.4
Body angle, $\chi$ (deg)	39.8	19.9

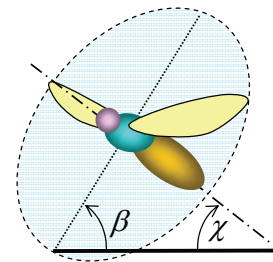
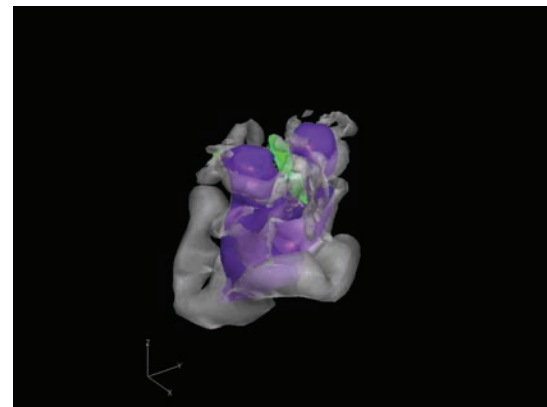
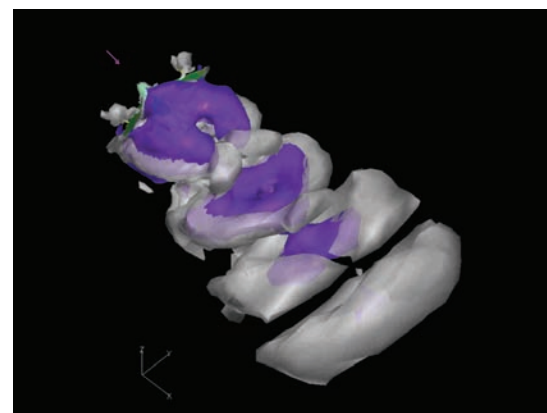


図 3 胴体と羽ばたき面の角度



(a) ホバリング飛行



(b) 前進飛行( $V=2.9\text{m/s}$ )

図 4 翼と胴体周辺の流れ場

ける翼厚音(単極子音)の寄与は小さいと考えられ、CFD で得られた翼面上の圧力変動を音源とする双極子音源が主要な音源となることが予想される。



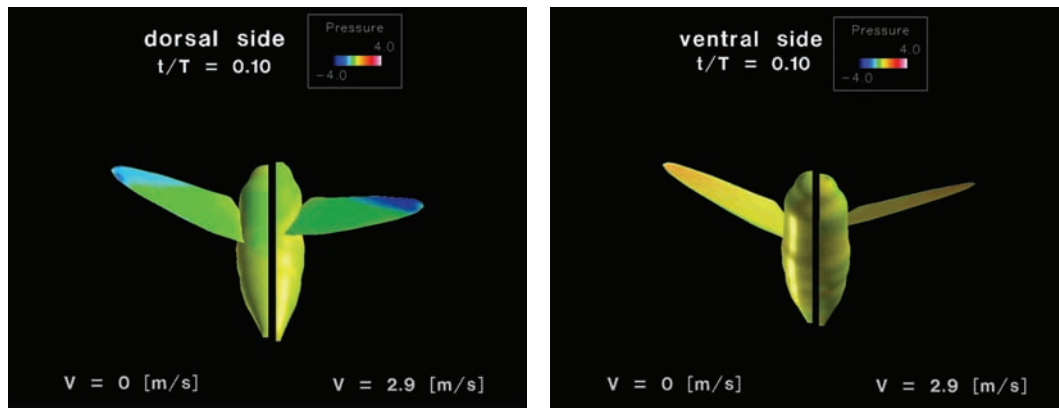
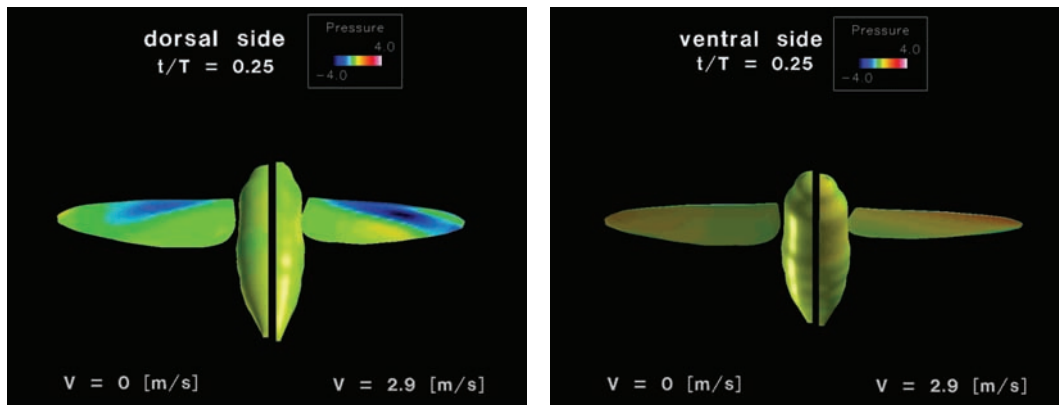
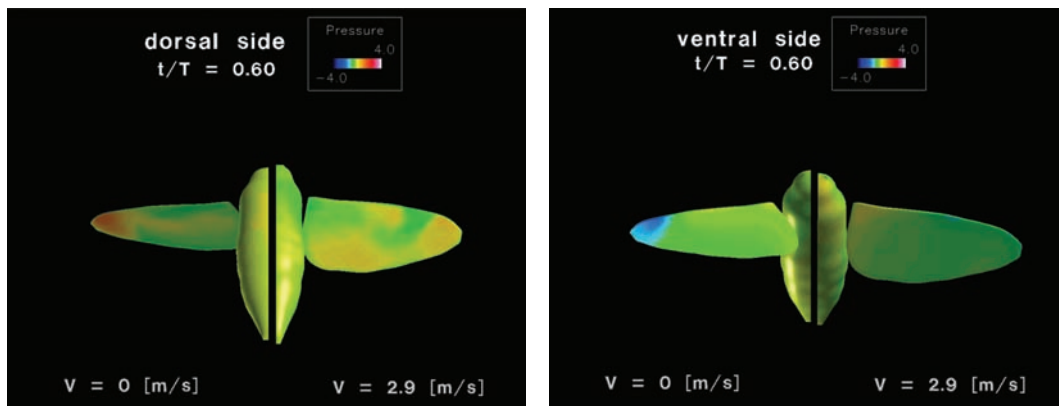
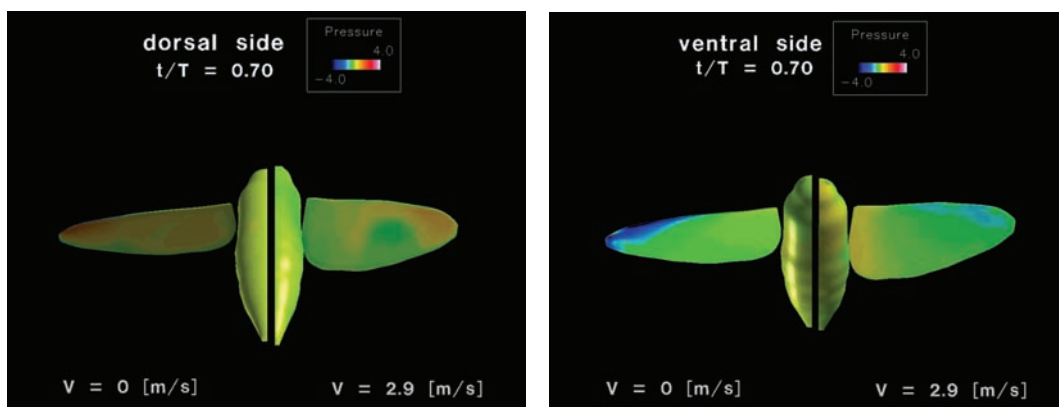
(a) 打ち下ろし初期 ( $t/T = 0.10$ ) (左: 背中側, 右: 腹側)(b) 打ち下ろし中期 ( $t/T = 0.25$ ) (左: 背中側, 右: 腹側)(c) 打ち上げ初期 ( $t/T = 0.60$ ) (左: 背中側, 右: 腹側)(d) 打ち上げ中期 ( $t/T = 0.70$ ) (左: 背中側, 右: 腹側)

図5 翼と胴体表面の圧力分布

各図の左半分はホバリング飛行、右半分は前進飛行( $V=2.9$ m/s)を示す。また翼面上の圧力分布が見やすいように双方の胴体の角度を合わせてある。

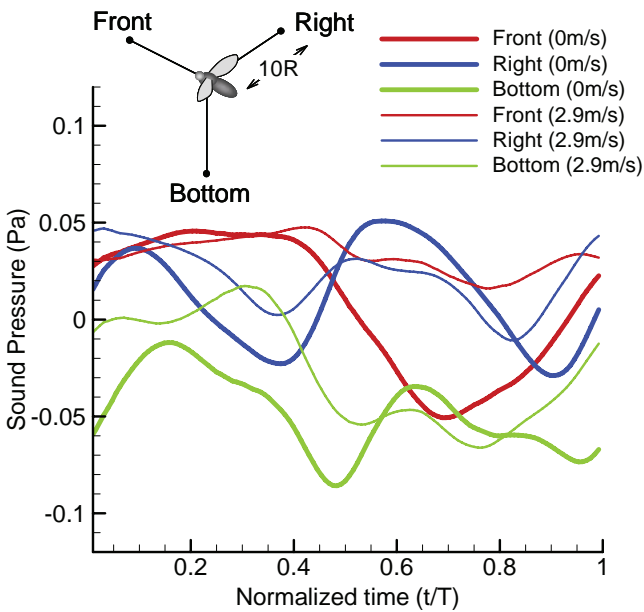
3. 2 音響解析結果

CFD によって得られた結果に基づいて FW-H 方程式の Farassat Formulation 1 によって求めた音圧の変動を図 6 に示す。観測点はスズメガの前方、側方、下方の 3 箇所につき、スズメガからの距離は片翼のスパン長の 10 倍の距離とした。図 6(a)を見ると、観測点の位置ごとに音圧の波形が異なることがわかる。例えば、前方観測点のホバリング時の波形（赤の太線）を見ると、ほぼ羽ばたきと同じ周波数（＝基本周波数）で変動しているが、側方や下方の観測点の波形（それぞれ青と緑の太線）を見ると、一周の間に正負のピークが 2 回存在し、2 倍の周波数の波が支配的であることがわかる。前進飛行の場合も、下方では基本周波数の波が支配的であるものの、前方では基本周波数、側方では 2 倍周波数の波が顕著である。この違いは図 6(b)の周波数スペクトルで見ると明白で、前進飛行の下方を除いて、前方では基本周波数、側方や下方では 2 倍、あるいはさらに高

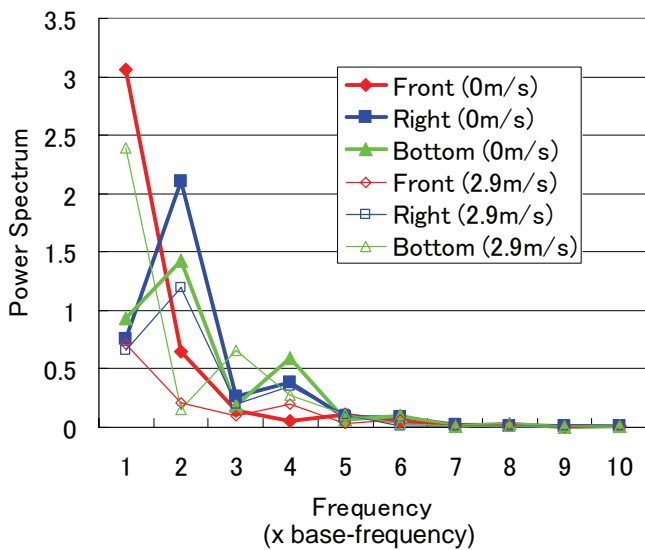
次の周波数が顕著であることがわかる。この理由としては、図 7 に示した翼と観測点との位置関係が考えられる。この図は翼の周囲の空気の圧力と観測点との位置関係を示したものであるが、一般的には図 5 に示したように翼の下面側で空気の圧力が高く、上面側で低くなっており、このため前方に観測点がある場合は、図 7(a)に示すように打ち下ろしの際に翼の下面の正圧側が観測点の方を向き、打ち上げの際は翼のひねりによって上面と下面が入れ替わるために上面の負圧側が観測点に向く。これによって観測点で一周の間に圧力の変動が一回起こるため、羽ばたきの周期と同じ基本周波数の音圧の変化が観測されると思われる。一方で、観測点が側面にある場合は、図 7(b)に示すように翼と観測点が接近する瞬間が羽ばたきの一周の間に 2 回存在し、その都度翼の周りの正圧と負圧の空気が観測点と干渉するために、一周の間に圧力の変動が 2 回生じて、2 倍の周波数の音が顕著になったと考えられる。

図 6 では音圧の振幅の違いも確認できるが、一般的には音圧の振幅はホバリングで大きく、前進飛行では下方を除いて小さくなっていることが確認できる。言い換えれば、前進飛行よりもホバリングの方が羽ばたき音が大きくなる傾向を持つと言うことができる。これは、前進飛行においては流入速度の運動量を利用することができるため、推力を生成する際の翼の表面上の圧力の変動幅がホバリングに比べて小さくなり、その結果音源自体も弱くなるためと考えられる。

続いて、羽ばたき音が伝わりやすい方向を示すために、スズメガを中心とした半球面上に音圧を表示したものを図 8 に示す。半球はスズメガから片翼のスパン長の 10 倍の半

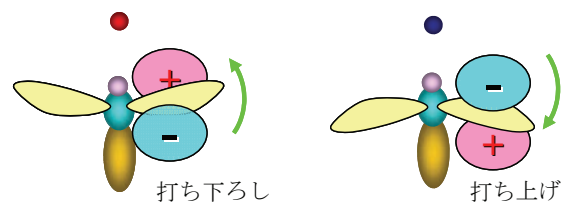


(a) 観測点における音圧の変動

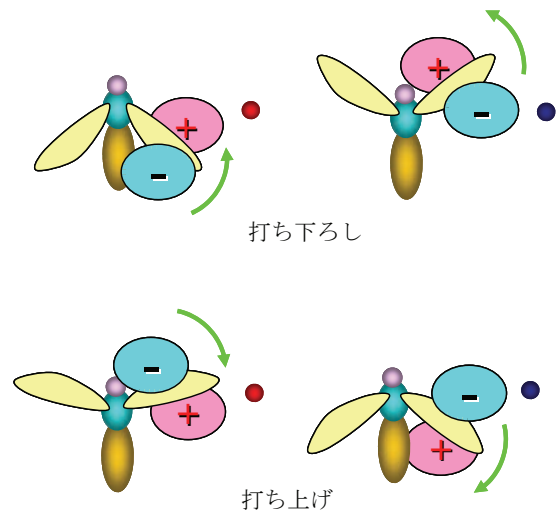


(b) 音圧のスペクトル

図 6 計算された羽ばたき音



(a) 翼の周囲の圧力と前方観測点との干渉



(b) 翼の周囲の圧力と側方観測点との干渉

図 7 翼の周囲の圧力と観測点との干渉

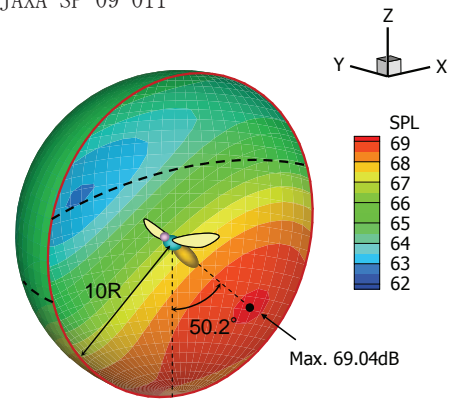
径を持ち、この上に音圧の一周期の平均値がデシベル値で表示されている。この図を見ると、ホバリング、前進飛行ともに音が伝わりやすい方向が決まっています。双方とも後下方が最も音が伝わりやすいことがわかる。ただし、音圧の最大点は、ホバリングよりも前進飛行の方が  $10^\circ$  程度後方に寄っている。この方向は図に示したようにスズメガの胴体が向く方向に近いが、羽ばたき面に対しては直角な方向に近い。一方で、スズメガの側面には音が伝わりにくい領域が存在し、これは羽ばたき面に対してほぼ平行な方向になっている。以上より、羽ばたき音は羽ばたき面に垂直な方向に伝わりやすく、平行な方向に伝わりにくいと言える。この理由は生成される推力の向きと関係していると考えられる。推力は空気を押す力の反作用として生じるため、推力の向きに空気が強く押されて圧縮と伸長を繰り返し、その結果、生成される音も同じ方向に伝わりやすくなると考えられる。推力の向きは 3.1 節でも述べたように羽ばたき面に対して垂直な方向であり、このために図 8 に示したように、羽ばたき面に対して垂直な方向に音が伝わりやすいという指向性が生じたと考えられる。一方で、羽ばたき面に平行な方向には空気は圧縮されにくいいため、この方向に羽ばたき音が微弱な領域が形成されたと考えられる。図 8 を見ると、この微弱な領域の広さはホバリングよりも前進飛行の方が広がっているが、この原因は前にも述べた音圧の振幅が前進飛行で小さいことに起因すると考えられる。ただし、図 6 にも示されているように、下方の圧力変動は前進飛行においても大きく、その結果図 8 においても後下方の音圧レベルはホバリングと同等か、若干大きくなっている。また、音の最大点が前進飛行で若干後方に寄る理由は、羽ばたき面の傾きがホバリングに比べて大きいためと考えられる。

#### 4. 結論

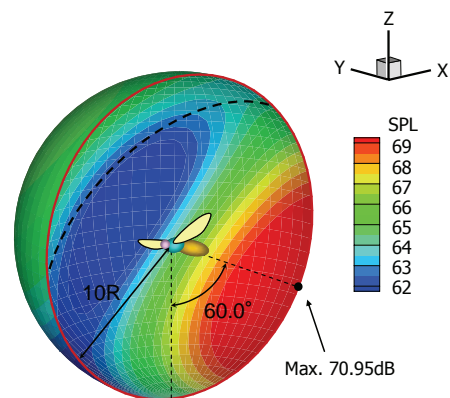
本研究では、小型飛翔体の駆動機構の一つの形式として羽ばたき翼に注目し、羽ばたき翼を持つ昆虫の一種であるスズメガを対象として、羽ばたき運動によって生じる音を CFD や音響解析の技術を用いて解析した。その結果、羽ばたきに伴って翼の回りには各種の渦を中心とした複雑な流れ場が形成され、それらの流れの寄与によって翼面上に周期的な圧力変動が生じることが明らかになった。この圧力変動は音源としての性質を持ち、FW-H 法に基づいた音響解析により、以下に示すような羽ばたき音の特性が明らかになった。

- 1) 羽ばたき音は、スズメガの前方では羽ばたきと同じ基本周波数の波が顕著であり、側面や下方では 2 倍あるいはそれ以上の周波数の波が顕著に現れる。
- 2) 羽ばたき音の振幅は、下方を除いて前進飛行よりもホバリングの方が大きい。即ち、前進飛行よりもホバリングの方が羽ばたき音が大きくなる傾向がある。
- 3) 羽ばたき音は、羽ばたき面に垂直な方向に伝わりやすく、平行な方向には伝わりにくいという指向性を持つ。
- 4) 前進飛行の羽ばたき音の指向性は、ホバリングよりも若干後方で強くなる。また、羽ばたき面に平行で音が伝わりにくい領域の広さは、前進飛行の方がホバリングよりも広い。

以上の結果は、羽ばたき飛行における翼の運動や飛行速度の違いと、それによって生じる羽ばたき音との関係を明確に示すものであり、羽ばたき型の小型飛翔体を開発する際に、飛行時の騒音対策を検討する上で有効な情報になると考えられる。また、生物学的にも、鳥や昆虫が羽ばたき音



(a) ホバリング飛行



(b) 前進飛行( $V=2.9\text{m/s}$ )

図 8 半球面上に表示された音圧レベルの分布  
(半球面上の破線は羽ばたき面との交線)

を個体間の情報伝達に利用したり、その発生を抑えたりする機構を分析する上で、注目すべき特性と考えられる。

#### 参考文献

- 1) U. S. Office of the Secretary of Defense, *UAS Roadmap 2005-2030* (2005).
- 2) Sane, S. P., *J. Exp. Biol.*, 206, pp.4191-4208 (2003).
- 3) Lehmann, F. O. Sane, S. P., and Dickinson, M. H., *J. Exp. Biol.*, 208, pp.1362-1377 (2005).
- 4) Drosopoulos, S. and Claridge, M. F. (ed), *Insect Sound and Communication, Physiology, Behavior, Ecology, and Evolution*, CRC press, Taylor and Francis Group, Florida, USA, (2006).
- 5) R.J. Wood, *IEEE Trans. on Robotics*, 24(2), pp.341-347, April (2008).
- 6) Inada, Y., Aono, H., Liu, H., and Aoyama, T., *Theor. Appl. Mech. Jap.*, 57, pp.437-447 (2009).
- 7) Liu, H., and Kawachi, K., *J. Comput. Phys.*, 146, pp.124-156 (1998).
- 8) Aono, H. et al., *J. Exp. Biol.*, 211, pp.239-257 (2008).
- 9) Willmott, A. P. and Ellington, C. P., *J. Exp. Biol.*, 200(21), pp.2705-2722 (1997).
- 10) Ffowcs Williams, J. E., Hawkings, D. L., *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, A 264, pp. 321-342 (1969).
- 11) Farassat, F., *NASA TR*, R-451, Dec. (1975)