

ヘリコンプラズマ源を用いた無電極MPDスラストの検討

都木恭一郎*1, 篠原俊二郎*2, 谷川隆夫*3, 羽田 亨*2, 船木一幸*4,
田中良和*1, 山口晃弘*1, Kostiantyn P. Shamrai*5

A Study of Electrodeless MPD Thruster Using Helicon Plasma Source

By

Kyoichiro TOKI*1, Shunjiro SHINOHARA*2, Takao TANIKAWA*3, Tohru HADA*2, Ikkoh Funaki*4,
Yoshikazu TANAKA*1, Akihiro YAMAGUCHI*1 and Kostiantyn P. Shamrai*5

Abstract: One of the promising candidates for high power / modular electric propulsions in the future is an electrodeless Magneto-Plasma-Dynamic Thruster. The electrodeless plasma acceleration as well as the plasma production was examined from the viewpoint of electromagnetic acceleration which is different from the VASIMR magnetic nozzle expansion. A proposal of continuous electromagnetic acceleration “Lissajous” was fully understood by estimating the thrust and specific impulse. A few preliminary experiments for plasma production and acceleration were also performed as the proof-of-concept level.

Key words : Helicon Plasma, MPD Thruster, Electrodeless Plasma Production /Acceleration

1. はじめに

将来の月面基地建設のために大量の物資輸送が必要との名目で、低推力だが燃費の良い電気推進の大電力化／モジュール化に白羽の矢が立った。電気推進は、エネルギーの供給源を太陽電池や将来的には原子力電源に依存するもので、ここで言う大電力とは数十 kW 以上と推測される。このレベルになると、仮にモジュール化した電気推進を使い捨てるの消耗品とみなしても、有電極放電によるプラズマ生成・加速方式では、電極の侵食損耗とそれに伴うコンタミネーション発生、最終的には推進システムの寿命問題が避けられない。

我々のグループは、有電極の問題を一掃すべくオール無電極（荷電粒子を直接やりとりする電極が無い）のプラズマ生成 + 無電極プラズマ加速を標榜し、生成にヘリコン波プラズマ源を、加速には専用アンテナを用いた電磁加速の手法を模索している。^{[1][5]} ヘリコン波プラズマ源の電気推進への応用は、Shamrai 等のイオンエンジンへの適用が早く、^[6] ついで、米国の VASIMR エンジンが ICRH (Ion Cyclotron Resonance Heating) + 磁気ノズルによる熱エネルギー → 並進運動エネルギー変換によるプラズマ加速を行っている。^[7] VASIMR を熱加速型とするなら、豪州や欧州では、ヘリコン波プラズマ源のダブルレイヤー構造に伴う上下流のポテンシャル落差を利用してイオンを加速する（中和は分布関数テイル部の高エネルギー電子がポテンシャル障壁を越えて自動的に行うとされる）静電加速型も検討されている。^{[8]-[10]} 本報告では、上記のいずれとも異なる無電極プラズマの電磁加速について、特に連続加速法の検討を行うとともに、Proof-of-Concept 的な予備実験を紹介する。

*1 東京農工大学, Tokyo University of Agriculture and Technology,
*2 九州大学, Kyushu University,
*3 東海大学, Tokai University,
*4 宇宙航空研究開発機構, Japan Aerospace Exploration Agency
*5 核物理学研究所, Institute for Nuclear Physics, Ukraine

2. ヘリコン波プラズマ源

2.1 ヘリコン波によるプラズマ生成

ヘリコン波は右回り円偏波の電磁波で境界がある場合のホイッスラー波と言われる。RF パワーを増大させて行くと、CCP (Capacitively Coupled Plasma)で点火, ICP (Inductively Coupled Plasma) への移行, さらには外部磁場の印加によってヘリコンモードにジャンプするが, その際, 急激なプラズマ密度の上昇を伴い, 10^{13} cm^{-3} の高密度を達成することも可能である。プラズマの生成原理は諸説有り, ランダウ減衰によって説明したり, 最近ではヘリコン波 \rightarrow LH (Lower Hybrid), TG (Trivelpiece-Gould) 波が関与した加熱であるとする説が有力である。[11]

2.2 大・小ヘリコン波プラズマ源

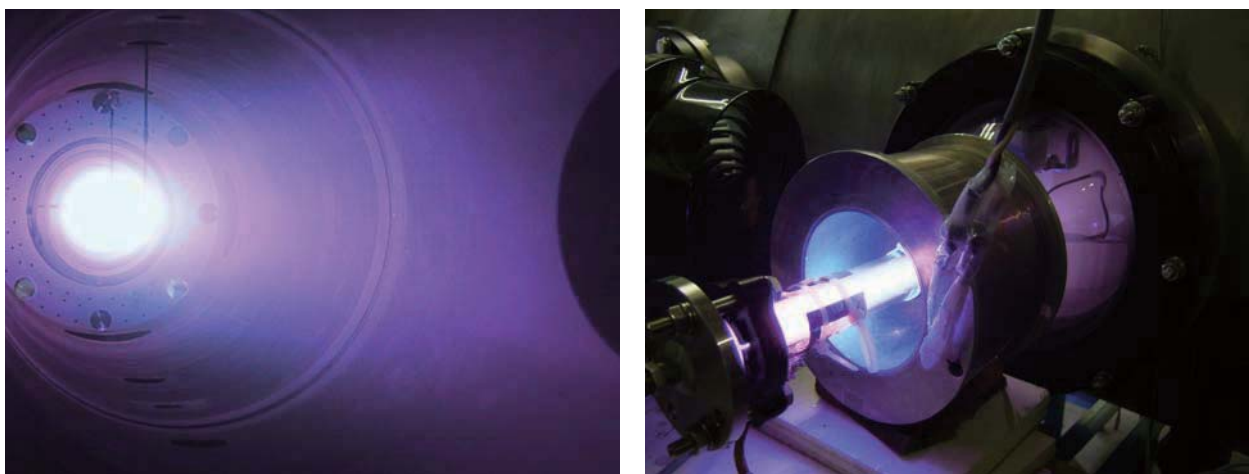


図1 直径 73.8 cm の大ヘリコン波プラズマ源 (左) と直径 2.5 cm の小ヘリコン波プラズマ源 (右)

ヘリコン波プラズマ源は, そのメカニズム解明はさておき, 比較的容易に高密度プラズマを生成する技法として発達しつつある。篠原, 谷川, 等は図1 (左) のように既に世界最大級の直径 73.8 cm ϕ のプラズマ源を JAXA 宇宙科学研究本部のスペースプラズマ実験設備を利用して実現させている。[12] 一方で, 本報告では図1 (右) のように, 小ヘリコンと称する直径 2.5 cm ϕ のプラズマ源を対象に実験を行っている。

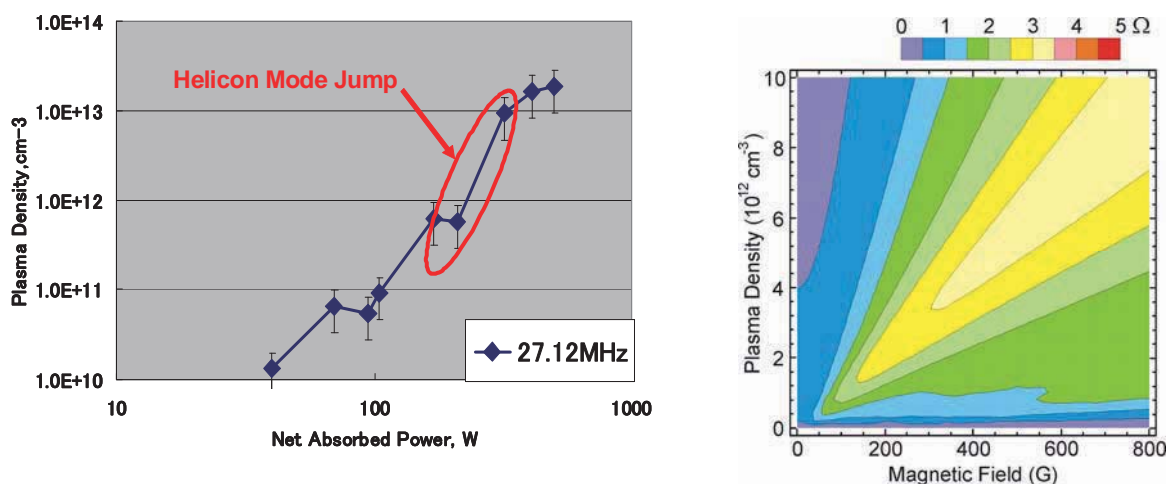


図2 小ヘリコンで観測された密度ジャンプ (左) と Ar プラズマ Loading の予測解析 (右)

作動ガスとしては単原子で解析が容易と言う理由から Ar を用いている。図2（左）に小ヘリコンで計測されたプラズマ密度ジャンプを示す。Ar の流量は 0.5 mg/s, ダブルサドル型アンテナで周波数 27.12 MHz, 外部磁場 800 Gauss 印加持, 約 300 W の (正味 RF パワー) = (進行波パワー) - (反射波パワー) で 10^{13} cm^{-3} のプラズマ密度を達成している。今後は, さらに低パワーで同じ密度を実現する条件を探る必要があるが, 実験パラメーターが多岐にわたるため, Shamrai 等による図2（右）に示すようなシミュレーション解析を用いたプラズマ Loading の分布予測が実験を進める上での羅針盤となる。[13][14]

3. 無電極でのプラズマ電磁加速原理

3.1 電磁加速の功罪

プラズマを加速する典型的な方法として, 電熱加速, 静電加速, 電磁加速が考えられるが, このうちもっとも効率が高いのは加速プロセスが単一で等エントロピー過程を用いる静電加速 (電位差による無衝突の荷電粒子加速) である。

電熱加速は, 加熱 → エンタルピー上昇 → 運動エネルギー変換の 2 プロセスが粒子衝突に依存する非等エントロピー過程であるため, 多大のエクセルギー損失を生じ, エネルギーがアネルギー化される。

電磁加速は, 理想的には等エントロピー過程であるが, 現実には MHD (Magneto Hydro Dynamics) 的な有限電流の存在を大前提とするため (始めに有限電流在りき), 必ず衝突による散逸つまり加熱を伴う。更に具合が悪いのは, 電磁加速の力の正体が, 有限電子電流がもたらす誘導電界 $\mathbf{u}_e \times \mathbf{B}$ による静電力 (図3) であるにも関わらず, それ故の不安定性が起こり得ること, 排気方向が \mathbf{B} の分布次第で大きな発散角を持ち得ることである。また, プラズマの磁力線からのデタッチメント問題の追跡も必要となる。

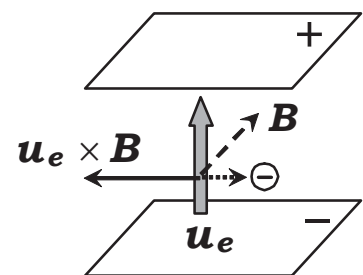


図3 有限電流による電磁加速

それにも拘わらず, ここで敢えて電磁加速を選択する理由は:

- (1) 加速原理が電荷分離に依存しない → 中和器が不要
 - 構造の簡略化, 宇宙機は原理的に非帯電
 - 空間電荷制限を受けないので冷却面積以上の大型化は不要
 - 推力密度を上げられる
- (2) 有限電流による加速であり, 高電圧を必要としない → 電源等の始動時デガス期間が短い
- (3) 推進剤は, 原子量の大きな稀ガスである必要はない → 分子ガスの使用も可能
- (4) 無衝突プラズマに近づけて高効率化が期待できる → 大電力ほど高磁気レイノルズ数運転が可能, が挙げられる。つまり, 大量輸送と大電力化と言うキーワードには適した加速方法である。

3.2 無電極のプラズマ電磁加速方法

本研究で扱う一連の無電極プラズマ電磁加速方式には, 独自の提案による連続型加速 (図4 (左)), パルス繰返し型加速 (図4 (右)) に加え, 回転磁場型加速, プラズマ波動利用型加速, ダブルレイヤー型加速, 等がある。ここでは連続加速型 (別名 “Lissajous” 加速) について重点的に検討し, 他は別報を引用することとする。[15]

当然ながら, 電磁加速は電子電流と自己誘起または外部印加磁場との間に生ずる $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ ローレンツ力によって行われる。図4では, この力の向きを直接加速となる円筒座標の \mathbf{z} 方向およびプラズマの圧縮力となる内向き \mathbf{r} 方向にとるため, 電流方向として \mathbf{j}_θ を選択した。駆動電流の向きが周方向とは言うものの, これは一種の無電極 MPD (Magneto-Plasma-Dynamic) スラスタと考えられる。

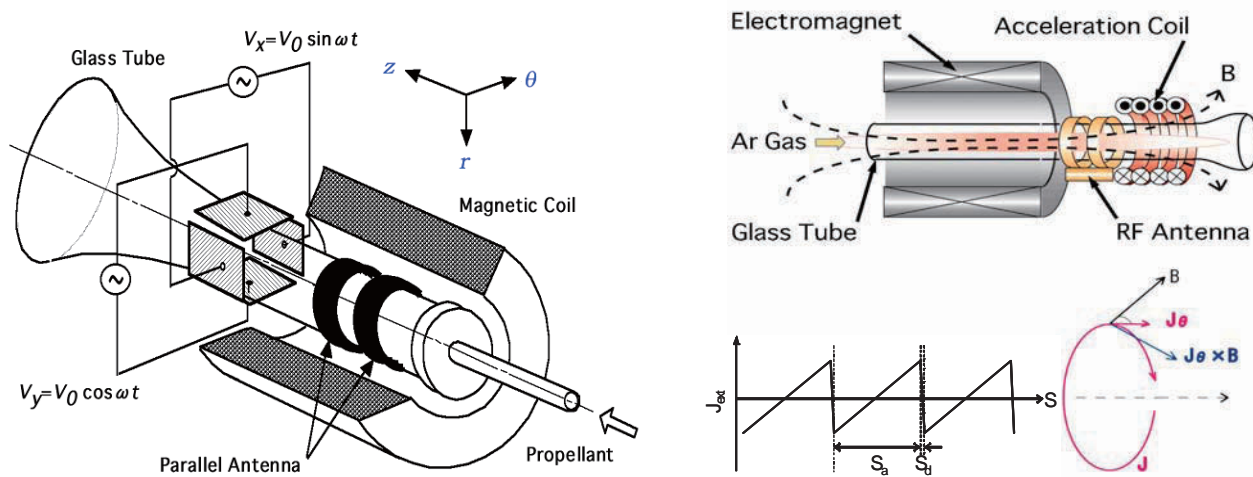


図4 回転電界による連続型加速（左）と鋸歯状コイル電流によるパルス繰り返し型加速（右）

3.3 “Lissajous” 加速

“Lissajous (リサーチュ)” 加速では, CRT (Cathode Ray Tube)の偏向板による電子線輝点の2次元運動と同様に, 位相の 90° 異なる角周波数 ω の RF 直交電界でプラズマを回転加速減速することを考える (図5 (左)). プラズマ加速用磁場としては, ヘリコン波プラズマ生成用の電磁石コイルが発生する磁場をそのまま使用する (図5 (右)). プラズマを記述する運動方程式は粒子間衝突を考慮した Langevin 方程式を用いて解析する。

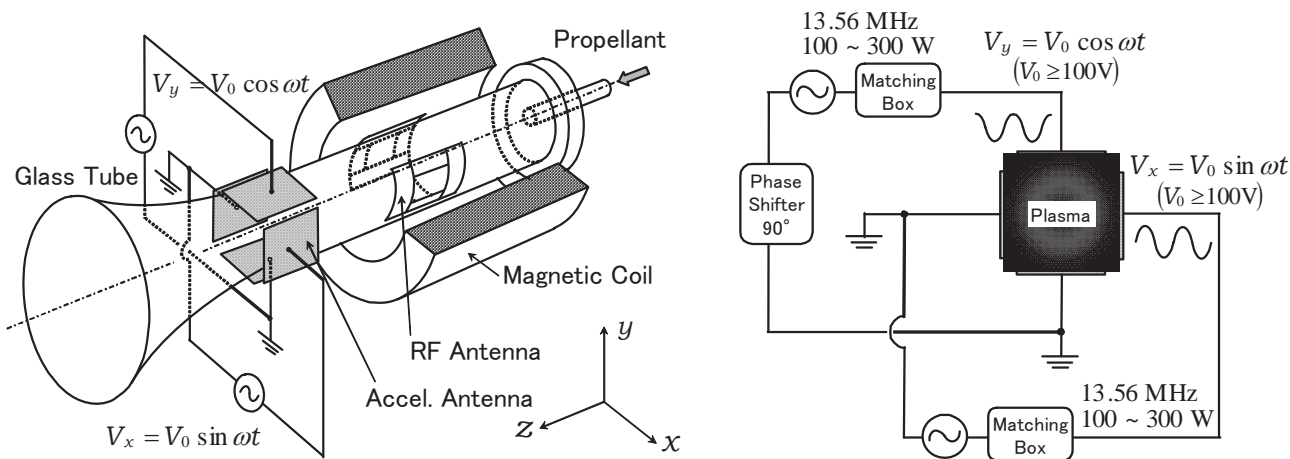


図5 “Lissajous” 加速の構成（左）と回転電界の印加方向（右）

$$m \frac{dv_x}{dt} = eE_x - mvv_x + ev_y B_z \tag{1}$$

$$m \frac{dv_y}{dt} = eE_y - mvv_y - ev_x B_z \tag{2}$$

ここで、 t : 時間, m : イオンまたは電子質量, e : 電気素量, ν : 衝突周波数, B : 印加外部磁場, v : イオンまたは電子の速さ, E_0 : 浸透電界の大きさ, $\omega_0 = eB/m$, x, y, z : 図5 (左) における座標系である。この方程式の一般解であるサイクロトロン運動は、時間と共に $-\nu t$ で減衰するので、特殊解のみを考慮すると:

$$v_x = \frac{eE_0}{m} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0 - \omega)^2 + \nu^2}} \sin(\omega t + \phi) \quad (3)$$

$$v_y = \frac{eE_0}{m} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0 - \omega)^2 + \nu^2}} \cos(\omega t + \phi) \quad (4)$$

$$\tan\phi = \frac{\omega_0 - \omega}{\nu} \quad (5)$$

$$\nu = \nu_{ela} + \nu_{inela} \quad (6)$$

$$R = \frac{eE_0}{m\omega\sqrt{(\omega_0 - \omega)^2 + \nu^2}} \quad (7)$$

その結果、衝突周波数 ν (弾性衝突 ν_{ela} と非弾性衝突 ν_{inela} の和で、イオンについては電荷交換衝突 ν_{cex} を含む) が支配的でない限り、イオンも電子もそれぞれが z 軸周りに E_x, E_y 電界を受けて回転する (擬似ラーマー運動)。その回転半径を R (擬似ラーマー半径) とする。これは、単なる磁力線回りのサイクロトロン運動ではなく、また、回転電界がイオンや電子を直接回転させている訳でもない。この特殊解は、印加電界と外部磁場とで生ずるプラズマの $E \times B$ ドリフト運動が、印加電界が回転するために z 軸周りに回転することで生じている。つまり、回転電界の角周波数 ω を適当に選べば、イオンは慣性質量が大き過ぎて追従できず (擬似ラーマー半径 R が微小)、電子は追従できる (擬似ラーマー半径 $R \cong 1 \text{ cm}$ オーダー) 状態を造りだせる。この時、周方向電子電流だけが残るので、ホール加速の原理によってプラズマが加速される。

3.4 “Lissajous” 加速における電界の浸透予測

Shamrai の解析モデルによれば (図6)、磁力線の影響を考慮しない 2.5 cm 直径のプラズマ中心軸上の浸透電界は $E_0 = 0.1 \text{ V/cm}$ 程度に過ぎないが、密度の薄い 10^{11} cm^{-3} 以下のプラズマで数 100 Gauss の外部磁場

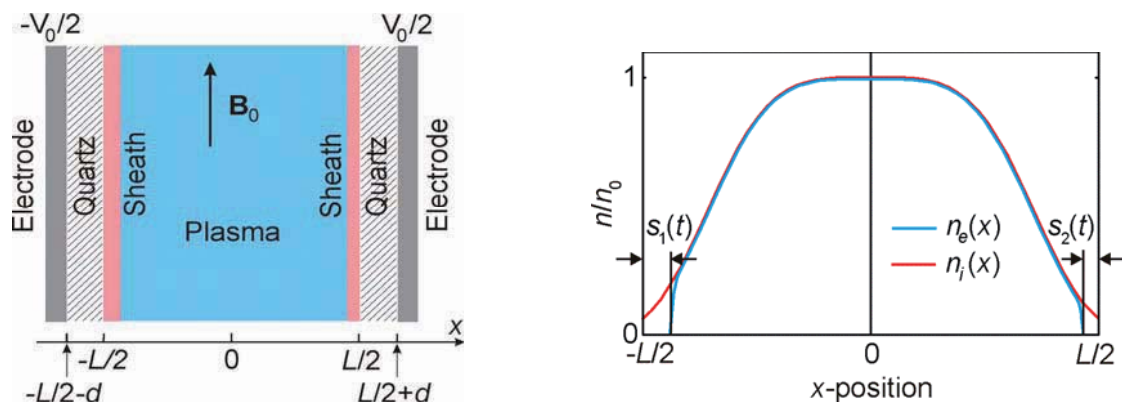


図6 電界浸透の解析モデル (左) とイオン・電子密度分布プロファイル (右)

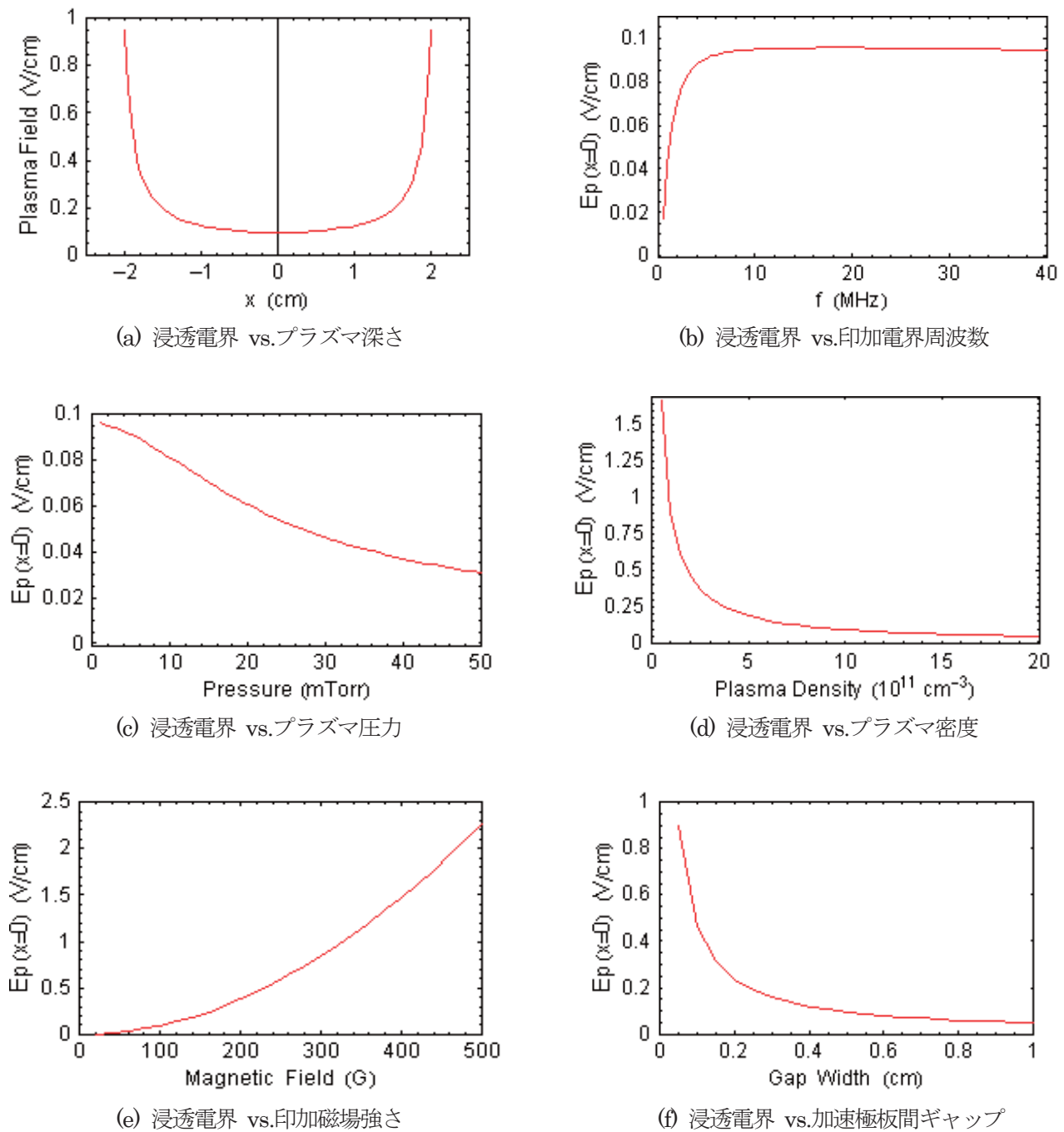


図7 浸透電界の大きさに及ぼす様々な条件：(a) プラズマ深さ，(b) 印加電界周波数，(c) プラズマ圧力，(d) プラズマ密度，(e) 印加磁場強さ，(f) 加速極板間ギャップ長。

印加状態では、 $E_0 = 10 \text{ V/cm}$ 以上に達することが予想され (図7)、電磁加速を行うに十分な電界値が期待できる。^[2] 計算で基準となったパラメータ値は、プラズマ厚さ：4 cm，印加電界周波数 > 1 MHz，プラズマ圧力：2 mTorr，プラズマ密度： 10^{12} cm^{-3} ，印加磁場強さ：100 Gauss，加速極板板ギャップ：4 cm とし、極板間の最大電位差：100 V，電子温度：4 eV，イオン温度：0.1 eV，内壁/中心プラズマ密度比：0.1，ガラス管肉厚 + シース厚：0.5 cm としている。

3.5 “Lissajous” 加速の誘導電流

図8に“Lissajous” 加速部の模式図を示す。ここで、 E_0 : 外部回転電界の絶対値、 B_0 : 外部磁場、であり、

$$E = E_0 \sin \omega t \tag{8}$$

$$B = B_0 \quad (\text{一定}) \tag{9}$$

プラズマ中に誘起される周方向電流密度 j_θ は、

$$j_\theta = env_\theta \tag{10}$$

ここで、 $v_\theta = \frac{E_0}{B_0}$ (11)

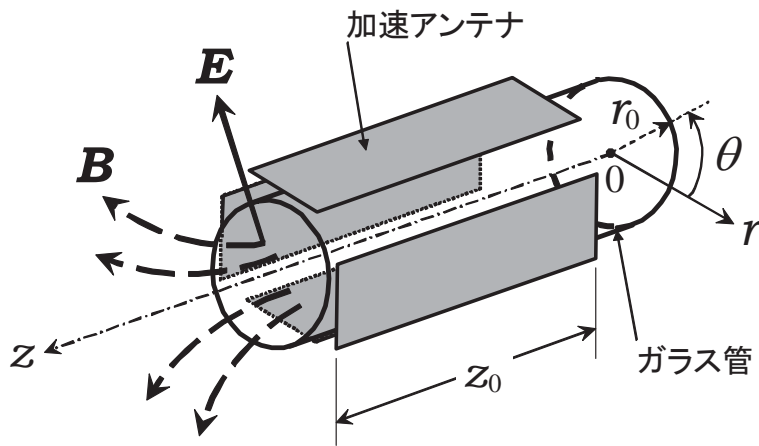


図8 “Lissajous” 加速部の模式図

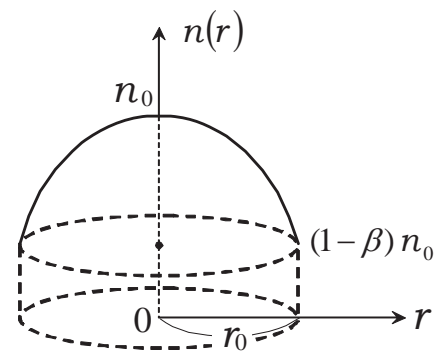


図9 円柱プラズマの密度分布

プラズマ密度分布は z 軸に軸対称と仮定し、壁面近傍ではゼロが妥当と思われるが、敢えて有限値の可能性を残しておく。また、加速域におけるプラズマ密度の分布は簡単のため z 方向に一様と仮定する。ここで、半径 r_0 の円柱プラズマの密度分布を例えば、

$$n(r) = n_0 \left\{ 1 - \beta \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right\} \tag{12}$$

ただし、 n_0 : プラズマ最大密度 (中心軸上)、 β : 分布係数 ($0 \leq \beta \leq 1$, β が大なほど半径方向の密度勾配が大)、 r : 半径位置。

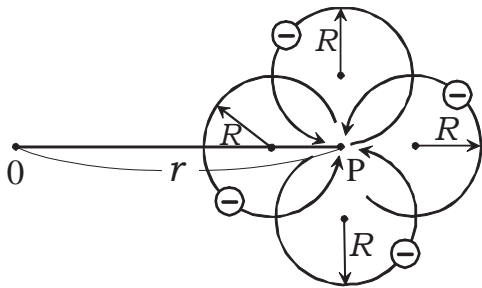


図10 点Pの j_θ に寄与する様々な電子軌道

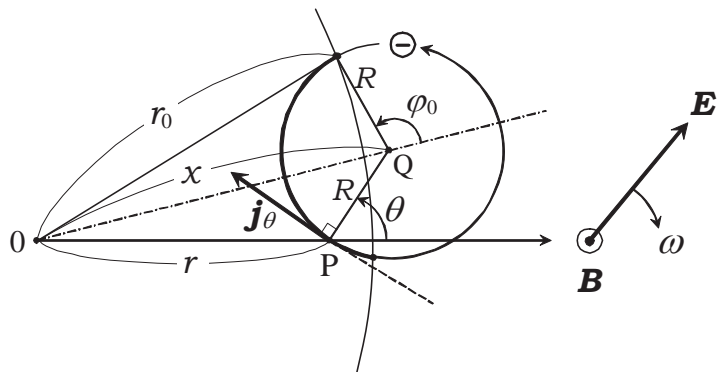


図11 電子擬似ラーマー運動の θ 方向への寄与

ここで、任意断面 $z = z$ において図 10 のように中心から半径 r の位置にある点 P に寄与する j_θ 成分を求める。この時、点 Q を中心に擬似ラーマー運動をする電子が点 P を通るとする (図 11)。図 11 で電界 \mathbf{E} は磁場 \mathbf{B} まわりに ω (プラズマ加速に用いる回転電界の角周波数) で回転する。これによって、プラズマは $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ 方向に回転するが、イオンは慣性が大なため追随せず、電子だけが半径 R の擬似的なラーマー運動を行う。

図 10 のように、点 P を通る全ての電子擬似ラーマー運動を含めるためには、その回転運動の中心を点 P まわりに一周して積分する必要がある ($0 \leq \theta \leq 2\pi$)。図 11 より、擬似ラーマー運動の中心点 Q が点 P まわりに任意の回転角 θ である時、寄与する dj_θ は、反時計回りを正とすると、

$$dj_\theta = j_\theta \cos \theta d\theta \quad (13)$$

改めて(10) を使うと、 e : 電気素量、として

$$j_\theta = e \cdot n(r) \cdot v_\theta \quad (14)$$

である。つまり、

$$dj_\theta = e \cdot n(r) \cdot v_\theta \cos \theta d\theta \quad (15)$$

$$\text{よって、} j_\theta(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e \cdot v_\theta \cdot n(r) \cos \theta d\theta \quad (16)$$

と書ける。ただし、 $n(r)$ 自身も擬似ラーマー運動の持つ角度 θ の関数で、一回転の間に連続的に変化する事を考慮せねばならない。

3.5.1 ケース I ($0 \leq r \leq r_0 - 2R$) の場合

この場合、擬似ラーマー運動の半径 R の円が半径 r_0 の容器壁と接触しない (図 12)。擬似ラーマー運動の円周上の各点と原点 O との間の平均距離 \bar{r} を求めようとする、楕円積分が必要となって解析的には求まらない。そこで、この場合の平均距離 \bar{r} を $R \ll r$ として、原点と擬似ラーマー運動の円の中心 Q の距離 x で近似する。つまり、点 Q でプラズマ密度を代表させることにする。

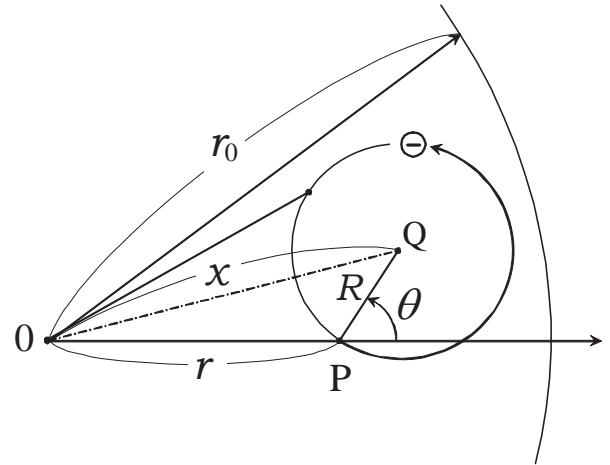


図 12 擬似ラーマー運動の円が半径 r_0 の容器壁に触れない ($0 \leq r \leq r_0 - 2R$)

$$\bar{r}^2 \cong x^2 = r^2 + R^2 - 2rR \cos(\pi - \theta) = r^2 + R^2 + 2rR \cos \theta \quad (17)$$

$$\therefore \bar{r} = x = \sqrt{r^2 + R^2 + 2rR \cos \theta} \quad (18)$$

3.5.2 ケース II ($r_0 - 2R < r \leq r_0$) の場合

この場合は、擬似ラーマー運動の半径 R の円が半径 r_0 の容器壁に接触する。図 13 より、太い円弧 S_1S_2 にわたる原点からの平均距離 \bar{r} は再び楕円積分となって解析的には求められない。そこで、以下の近似を用いる。

$$x - R \text{ (最短)} + \frac{r_0 - r}{2} \text{ (} r_0 - r \text{ の平均)}$$

$$\bar{r} = x - R + \frac{r_0 - r}{2} \quad (19)$$

ここで,

$$\begin{aligned} x^2 &= r^2 + R^2 - 2rR\cos(\pi - \theta) \\ &= r^2 + R^2 + 2rR\cos\theta \end{aligned} \quad (20)$$

辺々を r^2 で割って $\left(\frac{R}{r}\right)^2 \ll 1$ を使うと,

$$\begin{aligned} \left(\frac{x}{r}\right)^2 &= 1 + \left(\frac{R}{r}\right)^2 + 2\frac{R}{r}\cos\theta \\ &\cong 1 + 2\frac{R}{r}\cos\theta \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{x}{r} \cong \left(1 + 2\frac{R}{r}\cos\theta\right)^{\frac{1}{2}} \cong 1 + \frac{R}{r}\cos\theta$$

つまり,

$$x \cong r + R\cos\theta \quad (21)$$

これを (19) に代入して,

$$\bar{r} = r + R\cos\theta - R + \frac{r_0 - r}{2} = \frac{r + r_0}{2} - R(1 - \cos\theta) \quad (r_0 - 2R < r \leq r_0) \quad (22)$$

3.5.3 周方向電流

以上をまとめると,

$$\bar{r} = \begin{cases} \sqrt{r^2 + R^2 + 2rR\cos\theta} & (0 \leq r \leq r_0 - 2R) \\ \frac{r + r_0}{2} - R(1 - \cos\theta) & (r_0 - 2R < r \leq r_0) \end{cases} \quad (23)$$

これを用いて, (16) より,

$$j_\theta(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e \cdot v_\theta \cdot n(\bar{r}) \cos\theta \, d\theta = \frac{n_0}{2\pi} e v_\theta \int_0^{2\pi} n(\bar{r}) \cos\theta \, d\theta = \frac{n_0}{2\pi} e v_\theta I \quad (24)$$

$$\text{ただし, } I = \int_0^{2\pi} \frac{n(\bar{r})}{n_0} \cos\theta \, d\theta \quad \text{と置いた。} \quad (25)$$

3.5.4 定積分値 I の計算

ケース I ($0 \leq r \leq r_0 - 2R$)

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{2\pi} \left(1 - \beta \frac{r^2 + R^2 + 2rR\cos\theta}{r_0^2}\right) \cos\theta \, d\theta \\ &= \int_0^{2\pi} \left\{ \cos\theta - \frac{\beta}{r_0^2} (r^2 + R^2) \cos\theta - \frac{\beta}{r_0^2} 2rR \cos^2\theta \right\} d\theta \end{aligned}$$

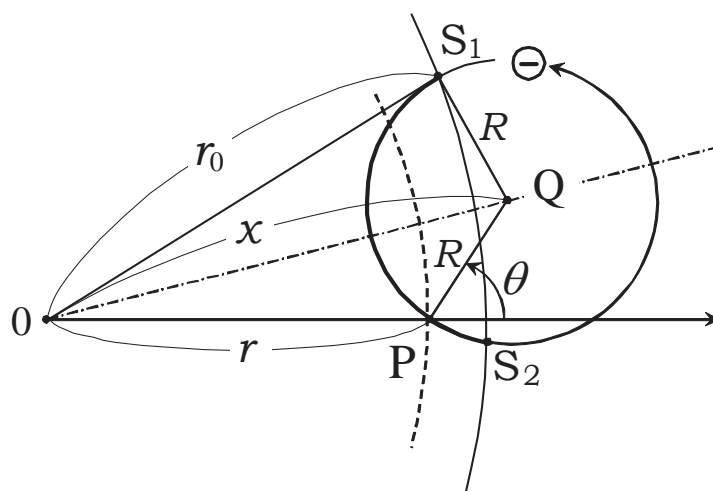


図13 擬似ラーマー運動の円が半径 r_0 の容器壁に触れる ($r_0 - 2R < r \leq r_0$)

$$\begin{aligned}
&= \int_0^{2\pi} \left\{ \cos\theta - \frac{\beta}{r_0^2}(r^2 + R^2)\cos\theta - \frac{\beta}{r_0^2}rR(1 + \cos 2\theta) \right\} d\theta \quad (\because 2\cos^2\theta = 1 + \cos 2\theta) \\
&= \left[\sin\theta - \frac{\beta}{r_0^2}(r^2 + R^2)\sin\theta - \frac{\beta}{r_0^2}rR\theta - \frac{\beta}{2r_0^2}rR\sin 2\theta \right]_0^{2\pi} = -\frac{\beta}{r_0^2}rR \cdot 2\pi = -\beta \frac{2\pi rR}{r_0^2} \quad (26)
\end{aligned}$$

ケースII ($r_0 - 2R < r \leq r_0$)

$$\begin{aligned}
I &= \int_0^{2\pi} \left[1 - \beta \frac{\left\{ \frac{r+r_0}{2} - R(1-\cos\theta) \right\}^2}{r_0^2} \right] \cos\theta d\theta \\
&= \int_0^{2\pi} \left[\cos\theta - \frac{\beta}{r_0^2} \cos\theta \cdot \left\{ \frac{r+r_0}{2} - R(1-\cos\theta) \right\}^2 \right] d\theta \\
&= \int_0^{2\pi} \left[\cos\theta - \frac{\beta}{r_0^2} \cos\theta \cdot \left(\frac{r+r_0-2R}{2} + R\cos\theta \right)^2 \right] d\theta \\
&= \int_0^{2\pi} \left[\cos\theta - \frac{\beta}{r_0^2} \cos\theta \cdot \left\{ \left(\frac{r+r_0-2R}{2} \right)^2 + 2 \left(\frac{r+r_0-2R}{2} \right) R\cos\theta + R^2\cos^2\theta \right\} \right] d\theta \\
&= \int_0^{2\pi} \left\{ \cos\theta - \frac{\beta}{r_0^2} \left(\frac{r+r_0-2R}{2} \right)^2 \cos\theta - \frac{\beta}{r_0^2} \left(\frac{r+r_0-2R}{2} \right) R(1+\cos 2\theta) - \frac{\beta}{r_0^2} R^2\cos\theta \right. \\
&\quad \left. + \frac{\beta}{r_0^2} R^2\sin^2\theta \cos\theta \right\} d\theta \quad (\because \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta) \\
&= \left[\sin\theta - \frac{\beta}{r_0^2} \left(\frac{r+r_0-2R}{2} \right)^2 \sin\theta - \frac{\beta}{r_0^2} \left(\frac{r+r_0-2R}{2} \right) R\theta - \frac{1}{2} \frac{\beta}{r_0^2} \left(\frac{r+r_0-2R}{2} \right) R\sin 2\theta \right. \\
&\quad \left. - \frac{\beta}{r_0^2} R^2 \sin\theta + \frac{\beta}{r_0^2} R^2 \sin^3\theta \cdot \frac{1}{3} \right]_0^{2\pi} \\
&= -\frac{\beta}{r_0^2} \left(\frac{r+r_0-2R}{2} \right) R \cdot 2\pi = -\beta \frac{2\pi \left(\frac{r+r_0}{2} - R \right) \cdot R}{r_0^2} \quad (27)
\end{aligned}$$

以上をまとめると,

$$I = \begin{cases} -2\pi\beta \frac{rR}{r_0^2} & (0 \leq r \leq r_0 - 2R) \\ -2\pi\beta \frac{\left(\frac{r+r_0}{2} - R \right) \cdot R}{r_0^2} & (r_0 - 2R < r \leq r_0) \end{cases} \quad (28)$$

$$j_{\theta}(r) = \begin{cases} -\beta n_0 e v_{\theta} \frac{rR}{r_0^2} & (0 \leq r \leq r_0 - 2R) \\ -\beta n_0 e v_{\theta} \frac{\left(\frac{r+r_0}{2} - R\right) \cdot R}{r_0^2} & (r_0 - 2R < r \leq r_0) \end{cases} \quad (29)$$

3.6 “Lissajous” 加速の誘導磁場

ここでは、 $j_{\theta}(r)$ によって誘導される磁場の強さ $H_z(r)$ を見積もっておく。直接の性能には無関係だが、誘導電流の内部計測等にあたって参考になる。 \mathbf{H} を \mathbf{j}_{θ} による誘導磁場の強さとするれば、Maxwell の式より、

$$\mathbf{j}_{\theta} = \text{rot } \mathbf{H} \quad (30)$$

$$\int_A \text{rot } \mathbf{H} \cdot d\mathbf{A} = \int_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \quad (31)$$

↓

$$\int_A \mathbf{j}_{\theta} \cdot d\mathbf{A}$$

今、領域Aとその境界Cを図14のようにとると、

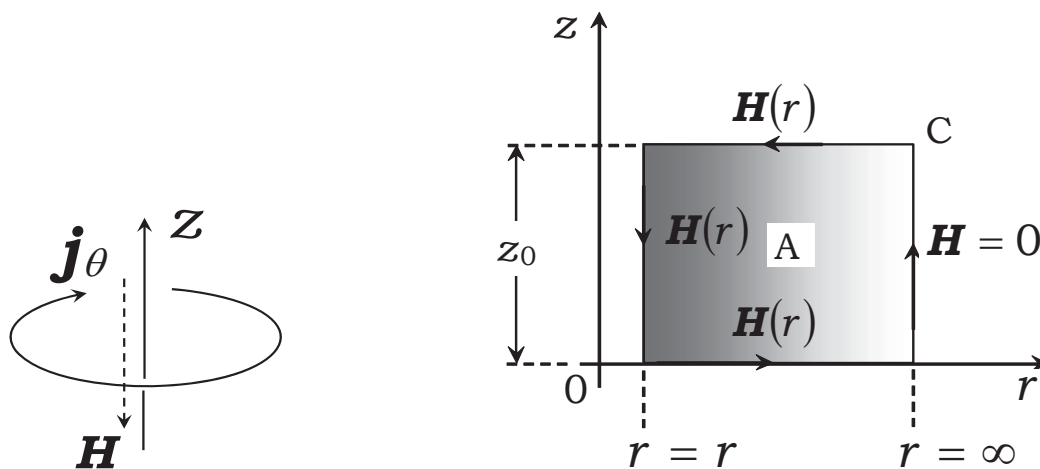


図14 \mathbf{j}_{θ} によって誘導される磁場 \mathbf{H} (左), \mathbf{j}_{θ} によって誘導される磁場 \mathbf{H} に Stokes の定理を適用 (右)

$$\int_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = z_0 \cdot H_z(r) \quad (32)$$

また、
$$\int_A \mathbf{j}_{\theta} \cdot d\mathbf{A} = z_0 \int_r^{r_0} j_{\theta} \cdot dr$$

$$= z_0 \int_r^{r_0-2R} \left(-\beta n_0 e v_{\theta} \frac{rR}{r_0^2} \right) dr + z_0 \int_{r_0-2R}^{r_0} \left\{ -\beta n_0 e v_{\theta} \frac{\left(\frac{r+r_0}{2} - R\right) \cdot R}{r_0^2} \right\} dr$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{-z_0 \beta n_0 e v_\theta R}{r_0^2} \left\{ \int_r^{r_0-2R} r \, dr + \int_{r_0-2R}^{r_0} \left(\frac{r+r_0}{2} - R \right) dr \right\} \\
&= \frac{-z_0 \beta n_0 e v_\theta R}{r_0^2} \left\{ \left[\frac{1}{2} r^2 \right]_r^{r_0-2R} + \left[\frac{r^2}{4} + \left(\frac{r_0}{2} - R \right) r \right]_{r_0-2R}^{r_0} \right\} \\
&= \frac{-z_0 \beta n_0 e v_\theta R}{r_0^2} \left[\left\{ \frac{1}{2} (r_0 - 2R)^2 - \frac{1}{2} r^2 \right\} + \left\{ \frac{r_0^2}{4} + \left(\frac{r_0}{2} - R \right) r_0 - \frac{(r_0 - 2R)^2}{4} - \left(\frac{r_0}{2} - R \right) (r_0 - 2R) \right\} \right] \\
&= \frac{-z_0 \beta n_0 e v_\theta R}{r_0^2} \left(\frac{1}{2} r_0^2 + r_0 R - R^2 - \frac{1}{2} r^2 \right) = -z_0 e v_\theta R (\beta n_0) \frac{\frac{1}{2} (r_0^2 - r^2) + R (r_0 - R)}{r_0^2} \quad (33)
\end{aligned}$$

(32) より,

$$-z_0 e v_\theta R (\beta n_0) \frac{\frac{1}{2} (r_0^2 - r^2) + R (r_0 - R)}{r_0^2} = z_0 \cdot H_z(r) \quad (34)$$

$$\text{よって, } H_z(r) = -e v_\theta (\beta n_0) R \frac{\frac{1}{2} (r_0^2 - r^2) + R (r_0 - R)}{r_0^2} \quad (35)$$

3.7 “Lissajous” 加速の推進性能解析

さて, (29) で得られた誘導電流から, 直接加速の電磁推力 \mathbf{F} (排出方向) が計算できる。ローレンツ力のベクトルの向きは図15のように表される。ここでは,

$$|\mathbf{B}_r| = \frac{B_0}{m} \quad (36)$$

と与えることにする。即ち, 当該位置での r 方向磁束密度は最大磁束密度 B_0 の $1/m$ である。

$$\mathbf{F} = \int_V \mathbf{j}_\theta \times \mathbf{B}_r \, dV \quad (37)$$

$$= \int_0^{r_0} \int_0^{z_0} j_\theta \mathbf{i}_\theta \times \frac{B_0}{m} \mathbf{i}_r \, dV$$

$$= \int_0^{r_0} \int_0^{z_0} j_\theta \frac{B_0}{m} (-\mathbf{i}_z) \, dV = \int_0^{r_0} \int_0^{z_0} j_\theta \frac{B_0}{m} (-\mathbf{i}_z) \, dz \cdot 2\pi r \cdot dr = \frac{2\pi B_0}{m} \int_0^{r_0} \int_0^{z_0} j_\theta r (-\mathbf{i}_z) \, dz \, dr$$

$$= \frac{2\pi B_0 z_0}{m} \int_0^{r_0} j_\theta r (-\mathbf{i}_z) \, dr = \frac{2\pi B_0 z_0}{m} \left\{ \int_0^{r_0-2R} j_\theta r (-\mathbf{i}_z) \, dr + \int_{r_0-2R}^{r_0} j_\theta r (-\mathbf{i}_z) \, dr \right\}$$

$$= \frac{2\pi B_0 z_0}{m} \left\{ \int_0^{r_0-2R} -\beta n_0 e v_\theta \frac{rR}{r_0^2} \cdot r (-\mathbf{i}_z) \, dr + \int_{r_0-2R}^{r_0} -\beta n_0 e v_\theta \frac{\left(\frac{r+r_0}{2} - R \right) \cdot R}{r_0^2} r (-\mathbf{i}_z) \, dr \right\}$$

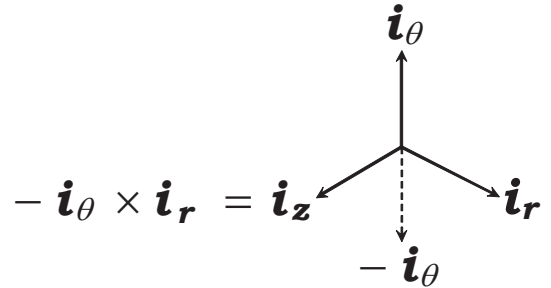


図15 ローレンツ力のための単位ベクトル関係

$$= \frac{2\pi B_0 z_0 \beta n_0 e v_\theta R}{m r_0^2} \left\{ \int_0^{r_0-2R} r^2 \mathbf{i}_z dr + \int_{r_0-2R}^{r_0} \left(\frac{r+r_0}{2} - R \right) r \mathbf{i}_z dr \right\} = \frac{2\pi B_0 z_0 \beta n_0 e v_\theta R}{m r_0^2} \mathbf{i}_z J$$

ここで,

$$\begin{aligned} J &= \int_0^{r_0-2R} r^2 dr + \int_{r_0-2R}^{r_0} \left\{ \frac{r^2}{2} + \left(\frac{r_0}{2} - R \right) r \right\} dr = \left[\frac{r^3}{3} \right]_0^{r_0-2R} + \left[\frac{r^3}{6} + \frac{1}{2} \left(\frac{r_0}{2} - R \right) r^2 \right]_{r_0-2R}^{r_0} \\ &= \frac{(r_0-2R)^3}{3} + \frac{r_0^3}{6} + \frac{1}{2} \left(\frac{r_0}{2} - R \right) r_0^2 - \frac{(r_0-2R)^3}{6} - \frac{1}{2} \left(\frac{r_0}{2} - R \right) (r_0-2R)^2 \\ &= \frac{(r_0-2R)^3}{6} + \frac{r_0^3}{6} + \frac{r_0^3}{4} - \frac{R r_0^2}{2} - \left(\frac{r_0}{4} - \frac{R}{2} \right) (r_0-2R)^2 \\ &= \frac{1}{6} (r_0^3 - 6r_0^2 R + 12r_0 R^2 - 8R^3) + \frac{r_0^3}{6} + \frac{r_0^3}{4} - \frac{R r_0^2}{2} - \left(\frac{r_0}{4} - \frac{R}{2} \right) (r_0^2 - 4r_0 R + 4R^2) \\ &= \frac{r_0^3}{6} - r_0^2 R + 2r_0 R^2 - \frac{4}{3} R^3 + \frac{r_0^3}{6} + \frac{r_0^3}{4} - \frac{R r_0^2}{2} - \frac{r_0^3}{4} + r_0^2 R - r_0 R^2 + \frac{R r_0^2}{2} - 2r_0 R^2 + 2R^3 \\ &= \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \right) r_0^3 + \left(-1 - \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} \right) r_0^2 R + (2 - 1 - 2) r_0 R^2 + \left(-\frac{4}{3} + 2 \right) R^3 \\ &= \frac{1}{3} r_0^3 - r_0 R^2 + \frac{2}{3} R^3 = \frac{1}{3} (r_0^3 - 3r_0 R^2 + 2R^3) \quad \text{これより,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \frac{2\pi B_0 z_0 \beta n_0 e v_\theta R}{m r_0^2} \cdot \frac{1}{3} (r_0^3 - 3r_0 R^2 + 2R^3) \mathbf{i}_z = \frac{2\pi B_0 \beta n_0 e v_\theta}{3m} \cdot \frac{z_0 R}{r_0^2} \cdot (r_0^3 - 3r_0 R^2 + 2R^3) \mathbf{i}_z \\ &= \frac{2\pi B_0 \beta n_0 e v_\theta}{3m} \cdot z_0 r_0^2 \cdot \left(\frac{r_0^3 R}{r_0^4} - \frac{3r_0 R^3}{r_0^4} + \frac{2R^4}{r_0^4} \right) \mathbf{i}_z \\ &= \frac{2}{3m} (\beta n_0) (e v_\theta B_0) (\pi r_0^2 z_0) \left\{ \frac{R}{r_0} - 3 \left(\frac{R}{r_0} \right)^3 + 2 \left(\frac{R}{r_0} \right)^4 \right\} \mathbf{i}_z \quad (38) \end{aligned}$$

ここで, $\frac{R}{r_0} = x$, $\frac{2}{3m} (\beta n_0) (e v_\theta B_0) (\pi r_0^2 z_0) = a$ と置くと $a > 0$ であり,

$$F = |\mathbf{F}| = a (x - 3x^3 + 2x^4) \quad (39)$$

図16に示すように, $F(x)$ は $0 \leq x \leq 0.42$ で単調増加関数である。一方, $r_0 - 2R \geq 0$ でなければ, 誘導電流の式(29)が無意味になるので, もとより $x = \frac{R}{r_0} \leq 0.5$ は必須である。従って, $0 \leq x \leq 0.42$ の範囲だけを考えるなら, 推力を表す式は単調で,

$$F \cong \frac{2}{3m} (\beta n_0) (e v_\theta B_0) (\pi r_0^2 z_0) \frac{R}{r_0} \quad \left(0 < \frac{R}{r_0} \leq 0.42 \right) \quad (40)$$

と表される。

一方、擬似ラーマー半径 R は (7) より、

$$R = \frac{eE_0}{m\omega\sqrt{(\omega_0 - \omega)^2 + \nu^2}}$$

であった。加速角周波数 ω はイオンサイクロトロンより上で電子サイクロトロンより下が印加されること、低圧下での動作が基本であることから、 $\omega_0 \gg \omega, \nu$

ただし、 $\omega_0 = \frac{eB}{m_e}$ を考えているので、

$$R \cong \frac{eE_0}{m_e\omega\omega_0} = \frac{eE_0}{m_e\omega\frac{eB_0}{m_e}} = \frac{1}{\omega} \frac{E_0}{B_0} = \frac{v_\theta}{\omega} \quad (41)$$

これと、(40) の不等式より、

$$x = \frac{R}{r_0} \cong \frac{v_\theta}{\omega r_0} \leq 0.42 \quad (42)$$

を満たさねばならない。結局、(41) を (40) に代入することで、

$$F = \frac{2}{3m} (\beta n_0) (e v_\theta B_0) (\pi r_0^2 z_0) \frac{v_\theta}{r_0 \omega} \quad (43)$$

一般に、電気推進の推力 F は、質量流量 \dot{m} 、排気速度 u とすれば

$$F = \dot{m} u \quad (44)$$

と表され、加速に要するパワー P は、加速前の排気速度を u_0 、推進効率を η として

$$P = \left(\frac{1}{2} \dot{m} u^2 - \frac{1}{2} \dot{m} u_0^2 \right) / \eta \quad (45)$$

と表される。また、加速を受ける粒子の原子量 M_i 、平均密度 \bar{n} 、とすれば

$$\dot{m} = M_i \bar{n} u (\pi r_0^2) \quad (46)$$

$$\therefore F = M_i \bar{n} u^2 (\pi r_0^2) \quad (47)$$

$$u = \sqrt{\frac{F}{M_i \bar{n} \pi r_0^2}} \quad (48)$$

となる。平均密度の算定は図9のプラズマ密度分布にもとづいて、

$$\begin{aligned} \bar{n} &= \frac{1}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} n_0 \left(1 - \beta \frac{r^2}{r_0^2} \right) 2\pi r dr \\ &= \frac{1}{\pi r_0^2} \left(\int_0^{r_0} n_0 2\pi r dr - \int_0^{r_0} \frac{\beta n_0}{r_0^2} 2\pi r^3 dr \right) \end{aligned}$$

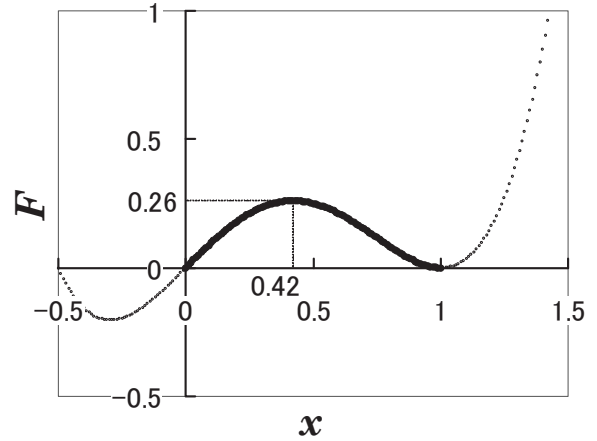


図16 発生推力 vs. 擬似ラーマー半径/ガラス管径比

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\pi r_0^2} \left([n_0 \pi r^2]_0^{r_0} - \frac{\beta n_0}{r_0^2} 2\pi \left[\frac{1}{4} r^4 \right]_0^{r_0} \right) = \frac{1}{\pi r_0^2} \left(n_0 \pi r_0^2 - \frac{\beta n_0}{r_0^2} \pi \frac{1}{2} r_0^4 \right) \\
&= \frac{1}{\pi r_0^2} \pi r_0^2 n_0 \left(1 - \frac{1}{2} \beta \right) = n_0 \left(1 - \frac{1}{2} \beta \right) \tag{49}
\end{aligned}$$

排気速度 u の式 (48) に推力 F の式 (43) と平均密度 \bar{n} の式 (49) を代入すると,

$$\begin{aligned}
u &= \sqrt{\frac{\frac{2}{3m} (\beta n_0) (e v_\theta B_0) (\pi r_0^2 z_0) \frac{v_\theta}{r_0 \omega}}{M_i n_0 \left(1 - \frac{1}{2} \beta \right) \pi r_0^2}} = \sqrt{\frac{2}{3m} \frac{\beta}{1 - \frac{1}{2} \beta} \frac{(e v_\theta B_0) z_0}{M_i} \frac{v_\theta}{r_0 \omega}} \\
&= \sqrt{\frac{2}{3m} \frac{2\beta}{2 - \beta} \frac{e}{M_i} \frac{z_0}{r_0} \frac{B_0}{\omega} v_\theta^2} = v_\theta \sqrt{\frac{2}{3m} \frac{2\beta}{2 - \beta} \frac{e}{M_i} \frac{z_0}{r_0} \frac{B_0}{\omega}} \tag{50}
\end{aligned}$$

ここで, (42) より $\frac{v_\theta}{\omega r_0} \leq 0.42$ なので, $\omega r_0 = \frac{v_\theta}{0.42}$ で $u = u_{\max}$ を迎える。(50) より,

$$u_{\max} = v_\theta \sqrt{\frac{2}{3m} \frac{2\beta}{2 - \beta} \frac{e}{M_i} \frac{z_0 \cdot 0.42}{v_\theta} B_0} = \sqrt{\frac{2}{3m} \frac{2\beta}{2 - \beta} \frac{e}{M_i} z_0 \cdot 0.42 v_\theta B_0} \tag{51}$$

(51) より, F_{\max} は (47), (49) を使って,

$$\begin{aligned}
F_{\max} &= M_i \bar{n} u_{\max}^2 (\pi r_0^2) = M_i n_0 \left(1 - \frac{1}{2} \beta \right) \cdot \frac{2}{3m} \frac{2\beta}{2 - \beta} \frac{e}{M_i} z_0 \cdot 0.42 v_\theta B_0 \cdot \pi r_0^2 \\
&= 0.42 (\pi r_0^2 z_0) \cdot \frac{2}{3m} (\beta n_0) (e v_\theta B_0) \tag{52}
\end{aligned}$$

$$(11) \text{ より, } v_\theta = \frac{E_0}{B_0} \text{ として評価すると, } \quad 0.42 \omega r_0 = \frac{E_0}{B_0} \tag{53}$$

の時に,

$$F_{\max} = 0.42 \cdot \frac{2}{3m} (\beta n_0) (e E_0) (\pi r_0^2 z_0) \tag{54}$$

$$u_{\max} = \sqrt{0.42 \cdot \frac{2}{3m} \frac{2\beta}{2 - \beta} \frac{e}{M_i} z_0 E_0} \tag{55}$$

注意: (50) 式より, 排気速度 u は, $v_\theta = \frac{E_0}{B_0}$ とすると,

$$u = v_\theta \sqrt{\frac{2}{3m} \frac{2\beta}{2 - \beta} \frac{e}{M_i} \frac{z_0 B_0}{\omega}} = \frac{E_0}{B_0} \sqrt{\frac{2}{3m} \frac{2\beta}{2 - \beta} \frac{e}{M_i} \frac{z_0 B_0}{\omega}} = \sqrt{\frac{2}{3m} \frac{2\beta}{2 - \beta} \frac{e}{M_i} \frac{z_0 E_0^2}{\omega B_0}}$$

となって, ωB_0 が小さいほど u が大になって良いように思われるが, (42) より $\frac{v_\theta}{\omega r_0} = \frac{E_0}{\omega B_0 r_0} \leq 0.42$

なので, 厳密に $\omega B_0 \geq \frac{E_0}{0.42 r_0}$ を守らねばならない。

(54), (55) によれば, "Lissajous" 加速による最大発生推力 F_{\max} は, 外部磁場形状とプラズマ密度分布が同一ならば, 加速領域の体積 $\pi r_0^2 z_0$, プラズマ最大密度 n_0 , 浸透電界 E_0 に比例する。また, 最大排気速度の2乗 u_{\max}^2 は, 加速領域長 z_0 , 浸透電界 E_0 に比例し, 原子量 M_i に反比例する。

ここで, 浸透電界 E_0 をパラメータとして具体的な数値を代入してみる。推進剤は Ar, 加速周波数 f は,

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (56)$$

として, $z_0 = 0.1 \text{ m}$, $M_i = 40 \times (1.67 \times 10^{-27}) \text{ kg}$, $B_0 = 0.1 \text{ Tesla}$, $n_0 = 10^{11} \text{ cm}^{-3} = 10^{17} \text{ m}^{-3}$, $m = 5$, $\beta = 1.0$, $r_0 = 1.25 \times 10^{-2} \text{ m}$, また, 加速前の排気速度 $u_0 = 0 \text{ m/s}$, 推進効率 $\eta = 1.0$ を仮定すると, 表1のような推進性能予測を得る。

表1 浸透電界をパラメータにした時の 2.5 cm ϕ "Lissajous" 加速の最大推力と最大排気速度の予測値

E_0	10 V/cm	100 V/cm	1000 V/cm
u_{\max}	5.1 km/s	16.3 km/s	51.7 km/s
$f_{\min} = \frac{\omega_{\min}}{2\pi}$	0.30 MHz	3.0 MHz	30 MHz
F_{\max}	0.043 mN	0.43 mN	4.3 mN
P	0.23 W	7.2 W	230 W

4. "Lissajous" 加速の予備実験

4.1 実験装置

実験装置の概略を図17に示す。ガラス管を真空チェンバーに接続し, ロータリーポンプと油拡散ポンプを用い, ガラス管内部を真空にする。プラズマ生成には電磁コイルおよびサドル型アンテナを用いる。13.56 MHz の整数倍波をシグナルジェネレータにより発振させ, RF アンプで増幅する。その後, 整合器 (M. B.) を経てサドル型アンテナへ送られる。整合器はアンテナ側インピーダンスと電源側インピーダンスをマッチングさせるためのものである。最大で 600 W の高周波パワーが出力可能である。先に述べたように, 高密度プラズマが生成された下流で, 2枚1組の加速極板アンテナに 1~15 MHz の高周波パワーを印加する。その際, ファンクション

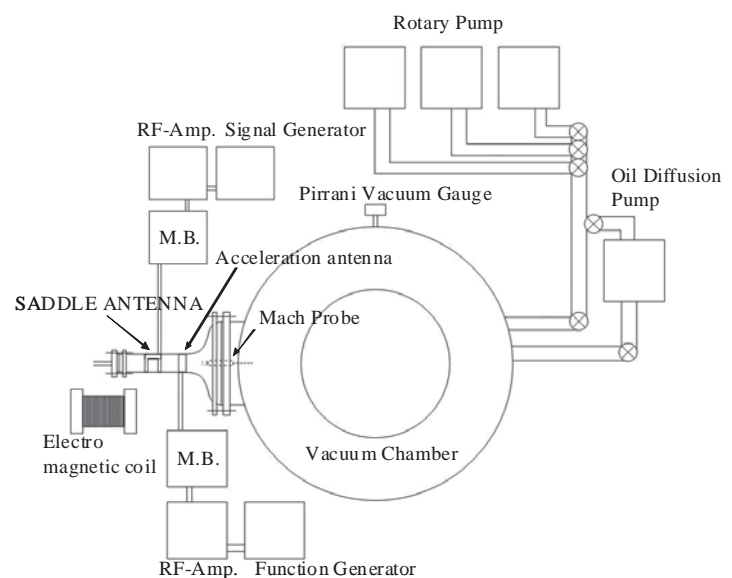


図17 実験装置概略

ジェネレータ (2チャンネル間の位相シフター付) で発振させ, プラズマ生成と同様にアンプおよび整合器を接

続する。"Lissajous" 加速法では加速電源を 2 組用いるが、1 台につき最大 300 W を出力できる。Ar プラズマの流速、電子温度、イオン密度はマッハプローブによって計測する。[16]

4.1 予備実験の結果

以下に "Lissajous" 加速法の予備実験結果を示す。マッハプローブは、加速極板アンテナの端から 6.5 cm 下流に設置した。実験環境は、Ar ガス流量 0.5 mg/s、その時の真空度 0.10 Pa、プラズマ生成周波数 27.12 MHz、正味生成パワー 600 W、加速周波数 10 MHz、正味加速パワー 400 W である。本実験では、2 組の加速極板アンテナに印加する高周波信号の位相差を可変パラメータとしている。ケーブル引回しの影響を考慮しなければ、2 組の加速極板アンテナが作る電界は、理想的には位相差が 0° および 180° の場合に直線となり、 90° および 270° の場合はそれぞれ下流から見て右回り、左回り回転となる (図 1 8)。

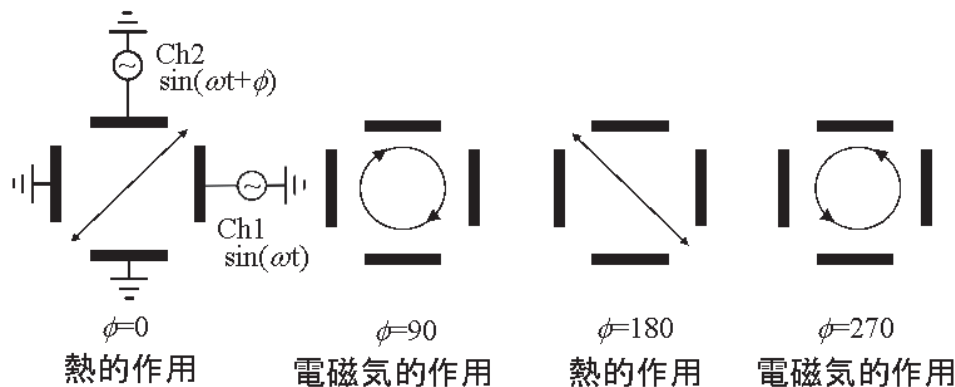


図 1 8 2 組の加速極板アンテナが造り出す電界

図 1 9 のプラズマ流速を見ると、どの位相差においても流速が上昇しており、平均で約 30 % プラズマ流速は上昇した (図中の点線は加速前のプラズマ流速)。しかし、図 1 8 に対応した、電磁気的に加速したり減速したりする点が見当たらない事から、本実験では十分な電磁気的な作用がプラズマに生じなかった事が窺える。この時の電子温度を見ると (図 2 0)、どの位相差においても加速前後で変化していない。一方、電子密度は (図 2 1)、ほとんどの位相差で加速後にわずかに上昇していた。この事から加速パワーの一部はプラズマ生成に使われたと推測される。電磁気的な作用が不十分であった原因としては、次の二つの事が考えられる。一つは粒子衝突、二つ目は加速パワーの散逸である。

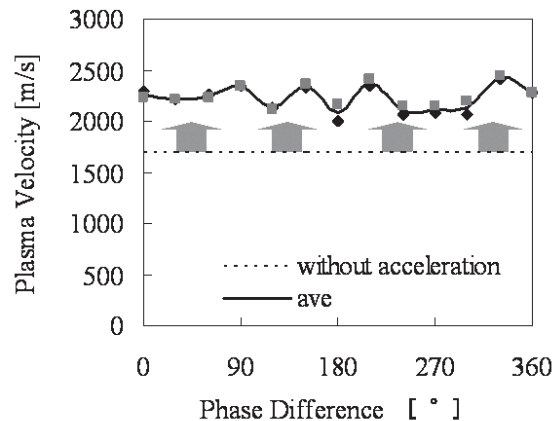


図 1 9 プラズマ流速 vs. 加速極板アンテナ位相差

粒子衝突の観点からは、本実験に特有の擬似ホールパラメータ ω/ν (ω : 加速角周波数, ν : 電子の衝突周波数) を正しく計算する必要がある (付録を参照)。本実験装置においては、擬似ホール電流が生じると考えられる値 1 を超えているものと考えていた。しかし、その際に重要なパラメータである粒子密度は、真空チェンバーで得た圧力値から計算した。ガラス管内部の真空度が真空チェンバー内より悪いことは十分に有り得るので、本予備実験では、衝突の影響が無視できなかった事も考えられる。

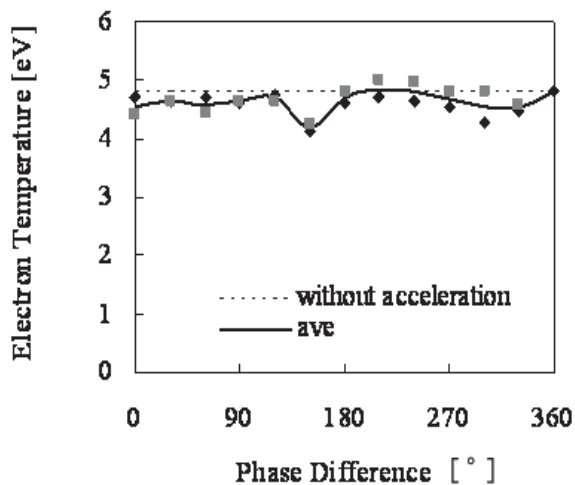


図20 電子温度 vs. 加速極板アンテナ位相差

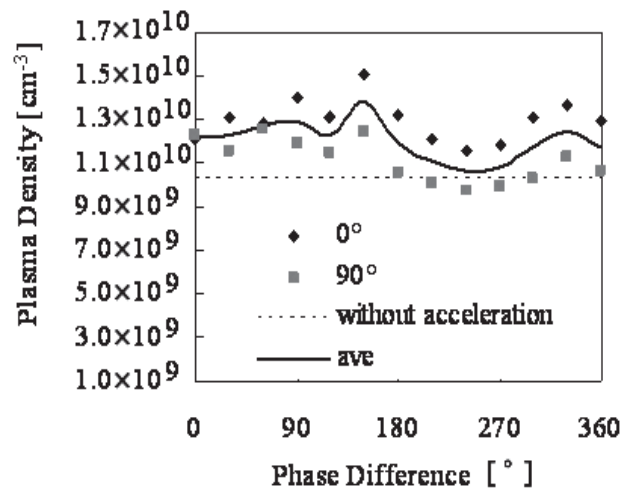


図21 プラズマ密度 vs. 加速極板アンテナ位相差

一方, "Lissajous" 加速の実験における正味加速パワーは 400 W であり, プラズマに影響を与えるに十分なパワーを印加している。それにも関わらず, 図19~図21の実験結果からわかるように, プラズマパラメータは加速前後で大きくは変化していない。このことから, アンテナから出力された電磁界が十分にプラズマに吸収されておらず, いわゆる Vacuum Loading となっている事も示唆される。今後はプラズマへ効率的に電磁界が吸収されるような別の整合点を用いる必要がある。[17]

5. これまでの結論

無電極 (= 荷電粒子を直接やりとりする電極の無い) プラズマ生成 + 無電極プラズマ加速, のMPDスラスタを目指している。今回は, 特に連続加速型の電磁加速法として2組の対向加速極板アンテナを用いた"Lissajous" 加速の推進性能予測を行った。その結果, 以下のことが判明した。

- (1) "Lissajous" 加速の重要パラメータは, 加速極板アンテナからプラズマへ浸透する電界強度 E_0 である。
- (2) 浸透電界 E_0 は, 現在の実験条件 (外部磁場強度, プラズマ密度, 加速極板アンテナ電圧) から推定して, 10 V/cm ~ 1000 V/cm 程度が期待される。
- (3) 発生推力 F は, この浸透電界強度 E_0 とプラズマ密度 \bar{n} に比例する。
- (4) 比推力 I_{sp} は, 浸透電界 E_0 と加速領域長 z_0 のそれぞれ平方根に比例する。
- (5) 発生推力は, (電子擬似ラーマー半径 R) / (円柱容器内半径 r_0) に比例し, その値が 0.42 辺りで極大値をとる。

また, 上記に関する予備実験で (正味加速パワー) = (進行波パワー) - (反射波パワー) として 400 W を投入したが, Ar 中性粒子との衝突が大で, 未だ十分な電磁加速に達していないことが判明した。

- (6) 400 W の加速パワー投入で, プラズマ流速 1.7 km/s → 2.3 km/s という主として熱的加速が行われた。一方で, これに伴う, 電子温度, プラズマ密度の変化は乏しく, 投入パワーの多くが Vacuum Loading となったことが示唆される。今後は, よりプラズマに吸収され易い整合点を探索する。
- (7) また, 加速周波数を上げる, ガス圧を下げる等により, (擬似ホールパラメータ ω/ν) = (加速角周波数 ω) / (衝突周波数 ν) が, 加速域で 1 以上になるようにせねばならない。

参考文献

- [1] Toki, K., Shinohara, S., Tanikawa, T., Funaki, I. and Shamrai, K. P., "Preliminary Investigation of Helicon Plasma Source for Electric Propulsion Applications", IEPC 03-0168, *Proceedings of the 28th International Electric Propulsion Conference*, Toulouse, France, 17-21 March, 2003.
- [2] Toki, K., Shinohara, S., Tanikawa, T. and Shamrai, K. P., "Feasibility Study of Electrodeless Electromagnetic Acceleration", AIAA 2004-3935, *40th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, Fort Lauderdale, FL, USA, 11-14 July 2004.
- [3] Toki, K., Hashimoto, T., Makita, K., Shinohara, S., Hada, T., Ikeda, Y., Tanikawa, T., Shamrai, K. P. and Funaki, I., "Small Helicon Source for Electrodeless Plasma Production and Electromagnetic Acceleration", AIAA-2006-4843, *42nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, Sacramento, CA, July 9-12, 2006.
- [4] Toki, K., Shinohara, S., Tanikawa, T., Funaki, I. and Shamrai, K. P., "Small Helicon Plasma Source for Electric Propulsion", *Thin Solid Films*, Vol. 506-507, No. 5, 2006, pp. 597-600.
- [5] Toki, K., Shinohara, S., Tanikawa, T., Funaki, I., Shamrai, K. P., Hashimoto, T., Makita, K. and Ikeda, Y., "Study of Electrodeless Plasma Production and Electromagnetic Acceleration", ISTS 2006-b-45, *Proceedings of the 25th International Symposium on Space Technology and Science (ISTS)*, Kanazawa, Japan, 2006, pp. 298-303.
- [6] Shamrai, K. P., Aleksandrov, A. F., Bougrov, G. E., Virko, V. F., Katiukha, V. P., Koh, S. K., Kralkina, E. A., Kirichenko, G. S. and Rukhadze, A. A., "Quasistatic Plasma Sources: Physical Principles, Modelling Experiments, Application Aspects", *Journal of Physics IV*, France 7, 1997, C4, 365-381.
- [7] Squire, J. P., Chang Diaz, F. R., Jacobson, V.T., McCaskill, G. E., Bengston R. D. and Goulding, R. H., "Helicon Plasma Injector and Ion Cyclotron Acceleration Development in the VASIMR Experiment", AIAA 2000-3752, *36th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*, 17-19 July 2000, Huntsville, Alabama, USA.
- [8] Gilland, J., "The Potential for Helicon Wave Sources for Electric Propulsion", IEPC-01-0210, *27th International Electric Propulsion Conference*, Pasadena, California, USA, 2001.
- [9] K. Shamrai, K. P., Virko, Y., Virko, V. and Yakimenko, A., "Compact Helicon Plasma Source with Permanent Magnets for Electric Propulsion Application", AIAA-2006-4845, *42nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, Sacramento, CA, July 9-12, 2006.
- [10] Charles, C., Boswell, R., Alexander, P., Costa, C., Sutherland, O., Pfitzner, L., Franzen, R., Kingwell, J., Parfitt, A., Frigot, P., Gengembre, J. E. and Saccoccia, G., "Helicon Double Layer Thrusters", AIAA-2006-4838, *42nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, Sacramento, CA, July 9-12, 2006.
- [11] 篠原俊二郎, 「ヘリコン波による高密度プラズマ生成の最近の話題」, プラズマ・核融合学会誌, 第78巻, 第1号, pp. 5-18, 2002.
- [12] Shinohara, S. and Tanikawa, T., "Development of very large helicon plasma source", *Review of Scientific Instruments*, Vol. 75, No. 6, pp. 1941-1946, 2004.
- [13] Shamrai, K. P. and Shinohara, S., "Spectral and Spatial Characterization of a Radio Frequency Power Absorption in High Pressure Helicon Plasmas", *Physics of Plasmas*, Vol. 8 No. 10, 2001, pp. 4659-4674.
- [14] Shinohara, S., "Propagating Wave Characteristics for Plasma Production in Plasma Processing Field", *Japanese Journal of Applied Physics*, Vol. 36, Part I, No. 7B, 1997, pp. 4695-4703.

[15] Ikeda, Y., Hada, T., Matsukiyo, S., Shinohara, S. and K. Toki, "Response of a cylindrical plasma to time-varying external electromagnetic field: numerical simulation studies", IEPC 2005-177, *29th International Electric Propulsion Conference*, Princeton University, USA, 2005.

[16] Ando, A., Watanabe, T., Watanabe, T., Tobari, H., Hattori, K. and Inutake, M., "Evaluation of Para-Perp Type Mach Probe by Using a Fast Flowing Plasma", *Journal of Plasma and Fusion Research*, Vol. 81, No. 6, 2005, pp. 451-457.

[17] Toki, K., Shinohara, S., Tanikawa, T., Hada, T., Funaki, I., Shamrai, K. P., Tanaka, Y. and Yamaguchi, A., "Plasma Acceleration in a Compact Helicon Source Using RF Antennae", FA.P2 -012, 14th International Congress on Plasma Physics (ICPP2008), Fukuoka, Japan, Sep. 8-12, 2008.

付 録

電子エネルギー分布

Maxwell-Boltzmann 分布より,

$$\text{熱運動平均速度} \quad |\bar{v}| = \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}} \quad (\text{付 1})$$

分布の極大をとるならば,

$$\text{最確速度} \quad |v_m| = \sqrt{\frac{2kT_e}{m_e}} \quad (\text{付 3})$$

エネルギー等分配則, $\frac{3}{2}kT_e = \frac{1}{2}m\bar{v}^2$ に対応して,

$$\text{二乗平均平方根速度} \quad \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3kT_e}{m_e}} \quad (\text{付 2})$$

e-i 衝突周波数

「核融合とプラズマの制御 (上)」, 内田岱二郎, 他著, (東京大学出版会) 1980, p. 55 より

$$v_{ei} = \frac{Z^2 e^4 n_i \ln \Lambda}{(4\pi\epsilon_0)^2 \sqrt{m_e} (kT_e)^{3/2}} \quad (\text{付 4})$$

ただし, イオン価数 $Z = 1$, T_e (K) とする。

$$\Lambda = \frac{8\pi\epsilon_0 w_r}{q_1 q_2} \lambda_D = \frac{8\pi\epsilon_0 w_r}{q_1 q_2} \sqrt{\frac{\epsilon_0 kT_e}{e^2 n_e}} \quad (\text{付 5})$$

ここで, $q_1 = q_2 = e$, $w_r = \frac{3}{2}kT_e$ とすると, (付 5) は

$$\Lambda = \frac{12\pi\epsilon_0 kT_e}{e^2} \sqrt{\frac{\epsilon_0 kT_e}{e^2 n_e}} \quad (\text{付 6})$$

e-n 衝突周波数

「プラズマ工学の基礎」, 赤崎正則, 他著 (産業図書) 1984, p. 35 より,

$$v_{en} = \sqrt{2} \times \sqrt{\frac{3kT_e}{m_e}} n_0 \sigma_{en} \quad (付7)$$

$$\Downarrow$$

$$\sqrt{v^2}$$

ただし、 $\sigma_{en} = \pi a_0^2$ とした。ここで、 a_0 : 原子半径, で付表1のような値である。

付表1 原子半径 (計測値) a_0

原子	a_0 (m)	出典
Ar	1.82×10^{-10}	同上 p.17
H	0.53×10^{-10}	//
N	0.65×10^{-10}	Wikipedia
O	0.60×10^{-10}	//

一方, 添え字0 で中性粒子を表すとして,

$$p_0 = n_0 k T_0 \quad (付8)$$

$$n_0 = \frac{P_0}{k T_0} \quad (付9)$$

または, u を音速であると想定して,

$$u = \sqrt{\frac{\gamma k T_0}{M}} \quad \text{より,} \quad \dot{m} = M n_0 u A \quad (付10)$$

ただし, $A = \pi r_0^2$ (r_0 : ガラス管内半径) で, この時, (付11)

$$n_0 = \frac{\dot{m}}{M u A} = \frac{\dot{m}}{M \sqrt{\frac{\gamma k T_0}{M}} \pi r_0^2} = \frac{\dot{m}}{\pi r_0^2 \sqrt{\gamma k T_0 M_0}} \quad (付12)$$

電離度 $\alpha \ll 1$ として, $P_0 = 7.5 \times 10^{-4} \text{ torr} = 0.1 \text{ Pa}$, また, 典型的な値として

$$T_0 = 400 \text{ K} \quad (付13)$$

を仮定する (「プラズマエレクトロニクス」, 菅居秀郎, 編著, 2000, p. 22 より)。

e-e 衝突周波数

「核融合のためのプラズマ物理」, 宮本健郎著 (岩波書店) 1987, p. 85 より,

$$v_{ee} = \frac{n_e e^4 \ln \Lambda}{\sqrt{3} \cdot 6\pi \epsilon_0^2 \sqrt{m_e} (k T_e)^{3/2}} \quad (付14)$$

$$v_{ii} = \frac{n_i Z^4 e^4 \ln \Lambda}{\sqrt{3} \cdot 6\pi \epsilon_0^2 \sqrt{m_i} (k T_i)^{3/2}} \quad (付15)$$

e-e 衝突や i-i 衝突では, 衝突相手を静止近似できないため, e-i 衝突とは異なった式になる。

擬似ラーマー運動と衝突周波数

擬似ラーマー半径 R は本文中の式 (7) より,

$$R = \frac{eE_0}{m\omega\sqrt{(\omega_0 - \omega)^2 + \nu^2}} \quad \text{ただし, } \omega_0 = \frac{eB}{m_e} \quad (\text{付 16})$$

また, ω は, 加速の角周波数である。(付 4), (付 7), (付 14) より, それぞれ, ν_{ei} , ν_{en} , ν_{ee} を実験条件 $P_0 = 0.1 \text{ Pa}$, $T_0 = 400 \text{ K}$, Ar ガスの質量流量 $\dot{m} = 5 \times 10^{-7} \text{ kg/s} = 0.5 \text{ mg/s}$, $T_e = 5 \times 11600 \text{ K} = 5 \text{ eV}$, $n_e = n_i = 10^{17} \text{ m}^{-3} = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ に合わせて計算すると,

$$\begin{aligned} \nu_{ei} &= 1.03 \times 10^5 \text{ s}^{-1} \\ \nu_{en} &= 9.81 \times 10^6 \text{ s}^{-1} \\ \nu_{ee} &= 4.96 \times 10^5 \text{ s}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{付 17})$$

結局,

$$\nu = \nu_{ei} + \nu_{en} + \nu_{ee} = 1.04 \times 10^7 \text{ s}^{-1} \cong \nu_{en} \quad (\text{付 18})$$

となって, この作動条件で擬似ラーマー運動を行う電子の衝突は, 主に中性粒子との衝突であることが分かる。

スキンドープス

プラズマ中への電界浸透の目安となるスキンドープス δ は, "Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion, Volume 1: Plasma Physics 2nd edition", Francis F. Chen, 1984, p. 116 より,

$$\delta = \frac{c}{\sqrt{\omega_{pe}^2 - \omega^2}} \quad (\text{付 19})$$

ただし, プラズマ振動数 $\omega_{pe} = \sqrt{\frac{e^2 n_e}{\epsilon_0 m_e}}$, 光速 $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$, である。

平均距離計算 (別法)

(19) では電子の軌道上の部分的円弧について, ガラス管中心からの平均距離の粗い近似を行っている。ここでは, もう少し良い近似として付図 1 より,

$$\bar{r}^2 = x^2 + R^2 - 2xR\cos(\pi - \varphi) = x^2 + R^2 + 2xR\cos\varphi$$

辺々を x^2 で割って,

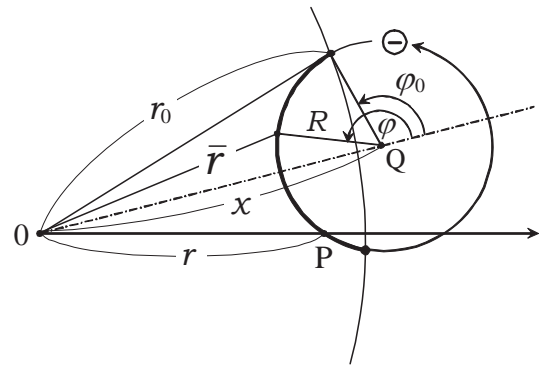
$$\left(\frac{\bar{r}}{x}\right)^2 = 1 + \left(\frac{R}{x}\right)^2 + 2\frac{R}{x}\cos\varphi \cong 1 + 2\frac{R}{x}\cos\varphi$$

$$\frac{\bar{r}}{x} = \sqrt{1 + 2\frac{R}{x}\cos\varphi} \cong 1 + \frac{R}{x}\cos\varphi$$

$$\therefore \bar{r}(\varphi) \cong x + R\cos\varphi$$

$\bar{r}(\varphi)$ の $\varphi_0 < \varphi < 2\pi - \varphi_0$ での平均値 $\bar{\bar{r}}$ は,

$$\bar{\bar{r}} = \frac{1}{2\pi - 2\varphi_0} \int_{\varphi_0}^{2\pi - \varphi_0} (x + R\cos\varphi) d\varphi$$



付図 1 軌道上の部分円弧にある電子と中心との平均距離

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2\pi - 2\varphi_0} \left[-x\varphi + R \sin\varphi \right]_{\varphi_0}^{2\pi - \varphi_0} = \frac{1}{2\pi - 2\varphi_0} \{x(2\pi - 2\varphi_0) - 2R \sin\varphi_0\} \\
&= x - \frac{R \sin\varphi_0}{\pi - \varphi_0}
\end{aligned}$$

回転中心でプラズマ密度を代表させる際の境界

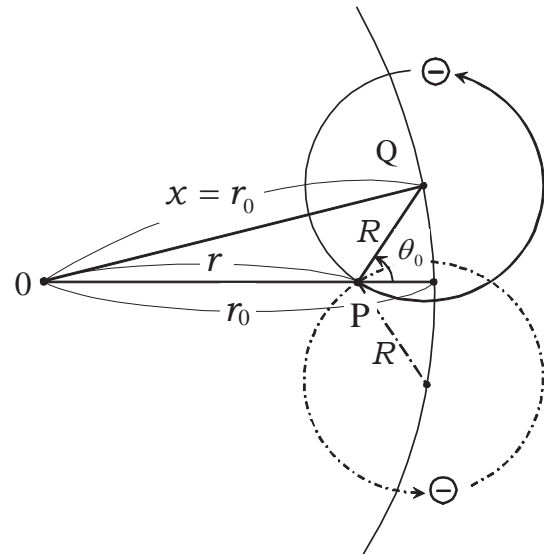
電子の擬似ラーマー運動の回転中心でプラズマ密度を代表させる場合の限界範囲は、付図2において、 $\theta_0 \leq \theta \leq 2\pi - \theta_0$ であるから、積分境界値が必要になった場合は、 $\sin\theta_0$ 、 $\cos\theta_0$ が計算されていれば良い。

付図2の余弦定理により、

$$\begin{aligned}
r_0^2 &= r^2 + R^2 - 2rR\cos(\pi - \theta_0) \\
&= r^2 + R^2 + 2rR\cos\theta_0
\end{aligned}$$

従って、

$$\begin{aligned}
\cos\theta_0 &= \frac{r_0^2 - r^2 - R^2}{2rR} \\
\sin\theta_0 &= \sqrt{1 - \cos^2\theta_0} \\
&= \sqrt{\frac{4r^2R^2 - (r_0^2 - r^2 - R^2)^2}{4r^2R^2}} \\
&= \frac{\sqrt{4r^2R^2 - (r_0^2 - r^2 - R^2)^2}}{2rR}
\end{aligned}$$



付図2 電子の擬似ラーマー運動の回転中心でプラズマ密度を代表させる際の限界範囲