波動ベース法による音響透過解析

高橋　孝[1]、村上桂一[1]、青山剛史[1]、金田英和[2]
[1]宇宙航空研究開発機構 研究開発本部
[2]計算力学研究センター

Sound Transmission Analysis Using the Wave Based Method

by
Takashi Takahashi, Keiichi Murakami, Takashi Aoyama (JAXA), and Hidekazu Kaneda (RCCM)

ABSTRACT

This paper focuses on sound transmission analysis with wide frequency range. In general, spacecraft are exposed to high acoustic pressure transmitted through payload fairings. Therefore, numerical prediction of vibroacoustic response with wide frequency range is quite important to design and develop reliable spacecraft and launch vehicles. Computational Fluid Dynamics (CFD) based on the finite volume methods etc. is sometimes used to predict unsteady acoustic environment with low frequency range at the launch site. As for steady-state vibroacoustic analysis in the low frequency range, the Finite Element Method (FEM) and Boundary Element Method (BEM) are often used. On the other hand, Statistical Energy Analysis (SEA) is applied in the high frequency range though it can provide only space- and frequency-averaged results. Therefore, there actually exists the mid-frequency range where we have no mature numerical methods. The authors focus on the Wave Based Method (WBM) which can produce detailed responses in steady-state vibroacoustic analysis for mid-frequency range. In this paper, 2D WBM is applied to sound transmission analysis. We examine discontinuous boundary conditions and compute the sound transmission loss (TL) using a model of a simple experimental facility. Moreover, numerical predictions of TL by the WBM are compared with those by the FEM to verify the WBM.

１．はじめに

ロケット打上げ時には、ロケット･エンジンからのジェットに起因した轟音がフェアリングを透過し、搭載宇宙機の構造を振動させる。信頼性の高いロケットや宇宙機を開発するためには、それらの構造が過酷な音響振動に耐えうるか検証することが極めて重要となる。著者らは、数値解析に基づいてこのような音響問題を検討するために、音源解析、音響伝播解析、音響透過解析、及び音響構造振動解析という一連の解析技術についての研究を進めている。将来的にはこれらを統合した解析システムの開発を進める計画であるが、本論文では、音響透過問題に限定して基礎的な検討を行った結果について報告する。

ロケットのジェットや、プルームをロケット機体の後方へ逃がすための煙道などの音源について議論する場合には、非定常性を考慮する必要がある。数値解析においても、音源解析には非定常性を考慮した数値流体力学(CFD)が利用されるが、この場合、計算負荷の問題から数 10[Hz]程度の低周波領域に応用が限定されているのが現状である [1]。一方、宇宙機設計時の検討や地上試験による検証では、一般に、宇宙機の音響応答を、ある時間帯（例えば、音圧レベルが最大となる打上げ直後数秒間）に固定して定常問題として取り扱う。これは、フェアリング位置が音源位置から比較的離れていることと、より安全側の評価となることから妥当性がある。そこで以下でも、励振源が時間調和振動するような定常問題として音響透過解析を取り扱う。

定常音響問題の数値解析は、高周波領域には統計的エネルギー解析（以下、SEA）に代表される確率統計的な手法が適用され、一方、低周波領域には有限要素法（以下、FEM）あるいは境界要素法（以下、BEM）のような決定論的な要素ベース手法が適用される。SEA は、その統計的な性質から、応答のモード密度が高いという仮定が必要となるために高周波領域の解析に限定され、一方、FEM 等の要素ベース手法は、周波数が高くなるほど数値分散誤差（本来連続な支配方程式が離散化されることにより、音の重要な性質である分散関係が正しく表せないこと）を許容範囲に収めるために、空間を細かく離散化する必要がある（実際には、2 次元（以下、2D）以上の解析で数値分散誤差をなくすことは事実上不可能）ために低周波領域の解析に限定される。そのため一般に、音響振動解析において高周波側と低周波側の解析法の両方で解析困難な中間周波数帯(mid-frequency range)が存在する。宇宙機においては、これがちょうど搭載機器の固有周波数を含む極めて重要な帯域と一致していると考えられる。この中間周波数帯へ適用可能な解析手法として、間接トレフツ法に基づいた波動ベース法(Wave Based Method)[2]（以下、WBM）に着目する。これは、支配方程式の同次式を厳密に満たす特異でない基本解（波動関数）の重ねあわせで解を表現するアプローチであり、FEM 等の要素ベース手法で問題となる数値分散誤差を含まないため、小さな自由度のモデルで高精度な予測結果が得られる。したがって、より高周波の解析に適用可能であると期待できる。

そこで本論文では、著者らが開発した 2D 解析コードを用いて WBM の音響透過問題への適用性を検討した。最終的に実験により解析結果を検証するためには 3 次元（以下、3D）解析コードの完成を待たなければならないが、その前段階として、不連続な BC の取り扱いや、透過損失(transmission loss)（以下、TL）の計算、高い周波数領域における解析への応用性を確認した。特に、TL については、FEM との比較を行うことにより解析結果の検証を行った。

２．波動ベース法

２.１．問題定義

2D 定常内部音響構造連成問題について述べる。問題領域Ωの位置 $\mathbf{r}$ における定常音圧 p は、次のヘルムホルツ方程式(Helmholtz equation)により支配される。

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}) + k^2 p(\mathbf{r}) = -\mathrm{j}\rho\omega q \delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}_\mathrm{q}) \qquad \mathbf{r} \in \Omega \qquad (1)$$

ここで、$\nabla=[\partial/\partial x\ \ \partial/\partial y]^\mathrm{T}$、$\omega$は励振角周波数、$k$ は音響波数、ρは流体密度、δはディラックのデルタ関数、$\mathbf{r}_\mathrm{q}$ は線音源の位置ベクトル、q は単位面積あたりの面積速度、$\mathrm{j}=\sqrt{-1}$ である。演算子 T は、ベクトルと行列の転置を表す。一方、平板上の局所位置 x' における定常面外変位 w は、次のキルヒホッフ方程式により支配される。

$$\frac{d^4 w(x')}{dx'^4} - k_b^4 w(x') = \frac{f}{D}\delta\left(x', x'_f\right) + \frac{p(\mathbf{r}(x'))}{D} \quad (2)$$

ここで、k_b は構造波数、D は板の曲げ剛性、f は外部線状力、x'_{fi} は f が作用する局所位置を表す。音響側から構造側への連成は、式(2)の右辺第 2 項から明らかである。

支配方程式(1)と(2)は、次の境界条件（以下、BC）を課すことによって解かれる。

$$p(\mathbf{r}) = \overline{p}(\mathbf{r}) \qquad \mathbf{r}\in\Gamma_p \quad (3)$$

$$\frac{j}{\rho\omega}\frac{\partial p(\mathbf{r})}{\partial n} = \overline{v}_n(\mathbf{r}) \qquad \mathbf{r}\in\Gamma_v \quad (4)$$

$$\frac{j}{\rho\omega}\frac{\partial p(\mathbf{r})}{\partial n} = \frac{p(\mathbf{r})}{\overline{Z}(\mathbf{r})} \qquad \mathbf{r}\in\Gamma_z \quad (5)$$

$$\frac{j}{\rho\omega}\frac{\partial p(\mathbf{r})}{\partial n} = j\omega w(\mathbf{r}) \qquad \mathbf{r}\in\Gamma_s \quad (6)$$

ここで、$\Gamma_p, \Gamma_v, \Gamma_Z, \Gamma_s$ は、それぞれ、既知の圧力 $\overline{p}$ 、法線方向速度 $\overline{v}_n$ 、法線方向インピーダンス $\overline{Z}$ 、構造の法線方向速度 $j\omega w(\mathbf{r})$が課される境界面である。このとき、音響境界Γ_a は、$\Gamma_p \cup \Gamma_v \cup \Gamma_z \cup \Gamma_s$ と表せる。BC(6)より、構造側から音響側への連成も考慮される。

さらに、弾性板に対しても、その両端位置 x'_{edge} に BC が課される。例えば、両端固定の場合は次式で与えられる。

$$w(x'_{edge}) = \left.\frac{dw(x')}{dx'}\right|_{x'=x'_{edge}} = 0 \quad (7)$$

２.２．波動関数による変数の展開

WBM では、支配方程式の同次式を厳密に満たす波動関数を用いて変数を展開する。下で説明する波動関数の性質から、数値解が厳密解に収束するためには、内部音響問題の領域をいくつかの凸部分領域に分割しなければならない[2]。そこで、第α部分領域$\Omega^{(\alpha)}$における圧力変数 $\mathbf{p}^{(\alpha)}$を考えると、次のように展開される。

$$p^{(\alpha)}(\mathbf{r}) \approx \sum_{i=1}^{n_a} p_i^{(\alpha)}\phi_i^{(\alpha)}(\mathbf{r}^{(\alpha)}) + \hat{p}_q^{(\alpha)}(\mathbf{r}^{(\alpha)}) = \boldsymbol{\phi}^{(\alpha)}(\mathbf{r}^{(\alpha)})^T \mathbf{p}^{(\alpha)} + \hat{p}_q^{(\alpha)}(\mathbf{r}^{(\alpha)}) \quad (8)$$

ここで、$\mathbf{r}$ は絶対位置、$\mathbf{r}^{(\alpha)}(= [x^{(\alpha)}\ y^{(\alpha)}]^T)$は第$\alpha$局所座標系における局所位置、$\hat{p}_q^{(\alpha)}$ は式(1)の非同次式の特解、$\boldsymbol{\phi}^{(\alpha)}$は音響波動関数ベクトル（第 i 成分が $\phi_i^{(\alpha)}$, i = 1,...,n_a）、$\mathbf{p}^{(\alpha)}$は未知の寄与係数ベクトル（第 i 成分が $p_i^{(\alpha)}$, i = 1,...,n_a）である。音響波動関数は、次式で定義される。

$$\phi_i^{(\alpha)}(\mathbf{r}^{(\alpha)}) = \begin{cases} \phi_{ri}^{(\alpha)}(\mathbf{r}^{(\alpha)}) = \cos(k_{xri}^{(\alpha)}x^{(\alpha)})\exp(-jk_{yri}^{(\alpha)}y^{(\alpha)}) \\ \phi_{si}^{(\alpha)}(\mathbf{r}^{(\alpha)}) = \exp(-jk_{xsi}^{(\alpha)}x^{(\alpha)})\cos(k_{ysi}^{(\alpha)}y^{(\alpha)}) \end{cases} \quad (9)$$

ここで、

$$(k_{xri}^{(\alpha)})^2 + (k_{yri}^{(\alpha)})^2 = (k_{xsi}^{(\alpha)})^2 + (k_{ysi}^{(\alpha)})^2 = k^2 \quad (10)$$

であり、$k_{xri}^{(\alpha)}, k_{yri}^{(\alpha)}, k_{xsi}^{(\alpha)}, k_{ysi}^{(\alpha)}$ は、

$$(k_{xri}^{(\alpha)},\ k_{yri}^{(\alpha)}) = \left(\frac{i_r^{(\alpha)}\pi}{L_x^{(\alpha)}},\ \pm\sqrt{k^2 - (k_{xri}^{(\alpha)})^2}\right) \quad (11\text{-a})$$

$$(k_{xsi}^{(\alpha)},\ k_{ysi}^{(\alpha)}) = \left(\pm\sqrt{k^2 - (k_{ysi}^{(\alpha)})^2},\ \frac{i_s^{(\alpha)}\pi}{L_y^{(\alpha)}}\right) \quad (11\text{-b})$$

のように提案されている。ここで、$L_x^{(\alpha)}$ と $L_y^{(\alpha)}$ は、$\Omega^{(\alpha)}$に外接する矩形の寸法であり、$i_r^{(\alpha)}, i_s^{(\alpha)} = 0, 1, 2, \cdots$である。

さらに、板の面外変位もまた、次のように展開される。

$$w(x') \approx \boldsymbol{\psi}(x')^T\mathbf{w} + \hat{w}_f(x') + \sum_{\alpha=1}^{n_\Omega}\zeta^{(\alpha)}\left(\hat{\mathbf{w}}^{(\alpha)}(x')^T\mathbf{p}^{(\alpha)} + \hat{w}_q^{(\alpha)}(x')\right) \quad (12)$$

ここで、$\boldsymbol{\psi}$は構造波動関数、$\mathbf{w}$ は未知の寄与係数ベクトル、n_Ωは部分領域の総数、$\hat{w}_f, \hat{\mathbf{w}}^{(\alpha)}, \hat{w}_q^{(\alpha)}$ は、それぞれ、式(2)の外力、音圧、音源項を考慮したときの非同次式の特解である。また、$\mathbf{n}^{(\alpha)}$と $\mathbf{n}_s$ を、それぞれ、$\Gamma_a^{(\alpha)}$ と板の法線ベクトルとしたときに、$\zeta^{(\alpha)} = \mathbf{n}^{(\alpha)T}\mathbf{n}_s$ ($\Gamma_s^{(\alpha)} \neq \emptyset$), $\zeta^{(\alpha)} = 0$ ($\Gamma_s^{(\alpha)} = \emptyset$)で定義される。さらに、$\boldsymbol{\psi}$の成分$\psi_i$は、

$$\psi_i(x') = \exp\left(-j^i k_b x'\right) \qquad (i = 1,...,4) \quad (13)$$

と定義される。

２.３．システム方程式

式(8)と(12)の未知の寄与係数を解くために、音響 BC を近似的に満たすように重み付き残差法を適用する。FEM で用いられているガラーキン法と同様に、重み関数を、

$$\tilde{p}^{(\alpha)}(\mathbf{r}) = \tilde{\mathbf{p}}^{(\alpha)T}\boldsymbol{\phi}^{(\alpha)}(\mathbf{r}^{(\alpha)}) = \boldsymbol{\phi}^{(\alpha)}(\mathbf{r}^{(\alpha)})^T\tilde{\mathbf{p}}^{(\alpha)} \quad (14)$$

のように選択する。そして、次の重み付き残差式を用いる。

$$\int_{\Gamma_v^{(\alpha)}}\tilde{p}^{(\alpha)}R_v^{(\alpha)}d\Gamma + \int_{\Gamma_z^{(\alpha)}}\tilde{p}^{(\alpha)}R_z^{(\alpha)}d\Gamma + \int_{\Gamma_s^{(\alpha)}}\tilde{p}^{(\alpha)}R_s^{(\alpha)}d\Gamma - \int_{\Gamma_p^{(\alpha)}}\frac{j}{\rho\omega}\frac{\partial\tilde{p}^{(\alpha)}}{\partial n^{(\alpha)}}R_p^{(\alpha)}d\Gamma + \int_{\Gamma_c^{(\alpha)}}\tilde{p}^{(\alpha)}R_c^{(\alpha)}d\Gamma = 0 \quad (15)$$

ここで、残差誤差関数 $R_v^{(\alpha)}, R_z^{(\alpha)}, R_s^{(\alpha)}, R_p^{(\alpha)}, R_c^{(\alpha)}$ は、条件として与えた境界値と、展開式(8)と(12)を用いて計算される境界値との間の差として定義される。また、境界$\Gamma_c^{(\alpha)}$ は、部分領域間のインターフェイスであり、音圧と法線方向速度の連続性条件（あるいは、数値粘性を入れたインピーダンス条件）が課される。これより、音響 BC (3)-(6)を重み付き残差式で近似的に満たすことによって、未知の寄与係数ベクトル $\mathbf{w}$ と $\mathbf{p}$ に関して次の形式の WBM システム方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix}\mathbf{A}_s & \mathbf{C}_{sa}\\ \mathbf{C}_{as} & \mathbf{A}_a\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{w}\\ \mathbf{p}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{f}_s\\ \mathbf{b}\end{bmatrix} \quad (16)$$

ここで、$\mathbf{A}_s$ は非連成構造行列、$\mathbf{A}_a$ は非連成音響行列、$\mathbf{C}_{sa}$ と $\mathbf{C}_{as}$ は音響構造連成行列、$\mathbf{f}_s$ は構造力ベクトル、$\mathbf{b}$ は音響力ベクトルである。式(16)から、WBM においては、音響と構造がマトリックス連成していることが分かる。

以上のように、WBM は、間接トレフツ法に基づいている。従来のトレフツ法には悪条件問題が伴っていたが、WBM においては、式(9)等で示したような適当な波動関数を選択したことによってこの問題を克服している点、そして、空間離散化に基づかないために数値分散誤差を本質的に含まない点が極めて重要である。

３．音響透過実験と解析モデル

図 1 に、今回の 2D 解析に用いたモデルの幾何形状を示す。これらのモデルは、内壁を吸音材で覆った音源室と受音室の 2 つの部屋から成る。音源室左端（図中の●の位置）のスピーカから放射された音波は、部屋の連結部に固定された弾性板を通じて受音室へ透過する。この弾性板は、フェアリング構造など音響透過特性を調べるための供試体であり、仕切り壁の一部に固定される。図 1 のいずれのモデルにおいても、仕切り壁の弾性体以外の部分は吸音材で覆われている。そして、全ての部屋は空気（密度 ρ = 1.2[kg/m^3]、音速 c = 340[m/s]）で満たされており、弾性板（アルミニウム：厚さ t_s = 1[mm]、密度 ρ_s = 2700[kg/m^3]、ヤング率 E = 70×10^9[N/m^2]、ポアソン比 ν = 0.33）以外の全ての吸音材部分はインピーダンス BC としている。

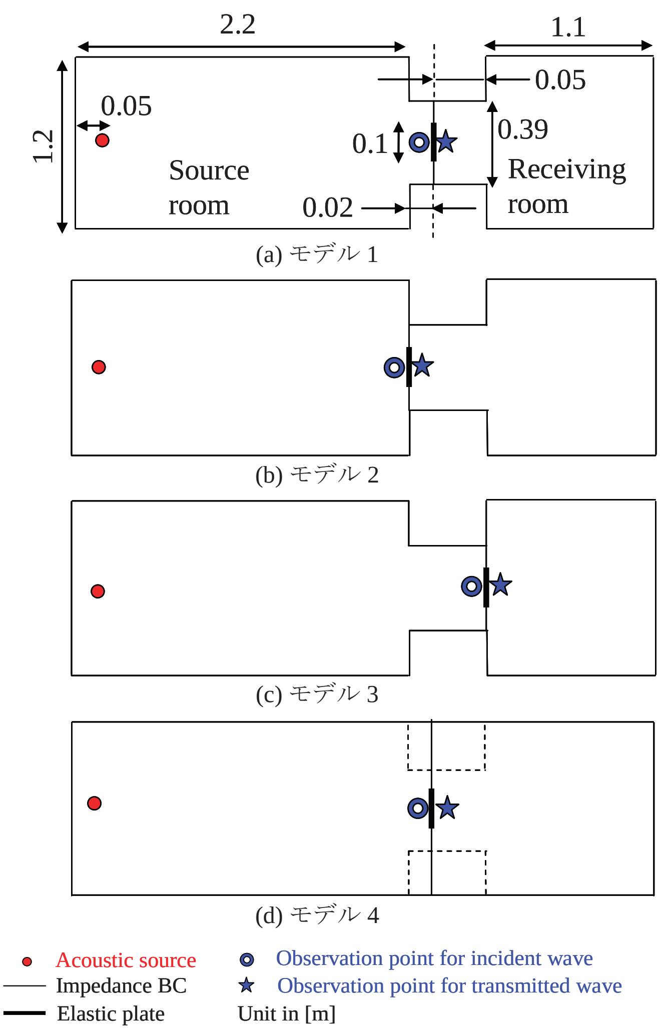


図 1　解析モデル

一方、WBM では、解が収束するための十分条件として、解析領域を凸な部分領域に分割する必要がある。ただし、今回は、音源室と受音室は著しく非凸な形状ではないので、単に 2 個の部分領域に設定しても、後述のように解析可能であった。

図 1 のモデル 1〜3 は、部屋連結部のトンネルの存在が TL の値に影響する（ニッシェ効果(niche effect)、または、トンネル効果(tunneling effect)[3)]）かどうか調べるために用いる。モデル 1 は、連結部の内側に弾性板を設置したものであり、モデル 2 と 3 は、それぞれ、連結部の音源室側と受音室側の端に弾性板を設置したものである。また、モデル 4 には連結部は無い。また、図中の破線は、元の部屋の形状を分かりやすくするために記したもので、部分領域境界ではない。一方、実際的に周囲 4 辺固定された弾性板の曲げの影響は、3D 解析でのみ表現可能なので、2D 解析では板の上下のみ固定であることに注意したい。つまり、板の振動は梁モードのみが生じる。また、後述する TL の計算には、図 1 中の○の位置で入射波のエネルギーのみを求める必要があるが、その際は、弾性板からの反射音を避けるために、音源室だけを取り出してインピーダンス BC のみで囲った（弾性板を含まない）モデルを用いる。透過音のエネルギーは、2 つの部屋と弾性板の全てを含めた解析から、★の位置で求める。

４．インピーダンス境界条件の取り扱い

図 1 のモデルを WBM で解析する際の支配方程式は、前述したようにヘルムホルツ方程式と板の面外曲げを表すキルヒホッフ方程式である。また、音響領域の BC は、板の変位（速度）と吸音材部分のインピーダンスとなる。

音響領域のインピーダンス境界には、吸音材の音響特性を入力するので、実験でその値を同定する必要がある。ここでは簡単のため、理想的な吸音材であると仮定して空気の比音響インピーダンス(ρc)を入力することにする。

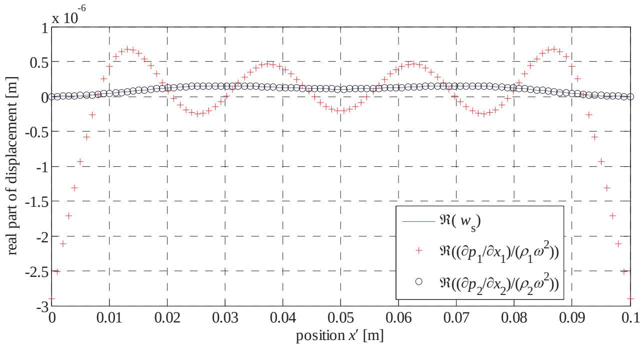
ところが、弾性板上下の固定位置では空気の法線方向速度は 0 であり、インピーダンスとしては無限大である一方、そのすぐ隣の吸音材では有限のインピーダンス(ρc)を有しているために BC としては不連続となる。実際に WBM を用いて BC が不連続のまま解析してみると、図 2(a)に示すように構造変位と（特に音源室側の）空気の変位が一致して解けない。この現象は、ほぼどの解析周波数においても、また、図 1 のどのモデルにおいても起こる。そこで、インピーダンスを連続にするために、板と隣接する音源室側のインピーダンス境界に沿った位置 x におけるインピーダンス Z を、次式の関数で表す。

$$Z = \frac{1}{(a - x)^n} + \rho c \tag{17}$$

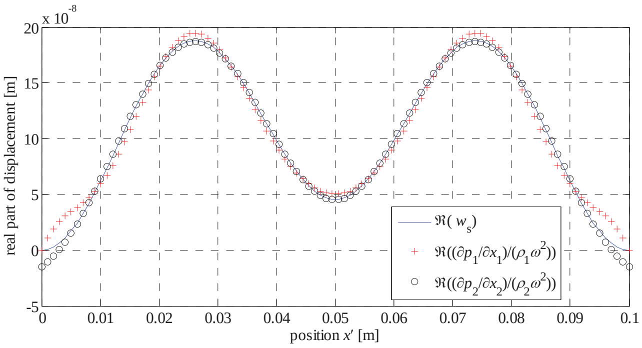
ここで、a は図 3 に示す長さであり、モデルの形状に依存して、モデル 1 と 3 では 0.145 を、モデル 2 と 4 では 0.550 を適用する。この関数を用いることにより、板の固定端に近づくにつれて滑らかにインピーダンスを無限大にすることができる。図 4 に示すように、n が小さいほど不連続モデルに近づくが、板の固定端近傍（x = a 近く）に積分点を多く設定する必要性が生じる。

そこで、n を 1 から徐々に大きくして、構造変位と流体変位が良く一致するような最小の n を調べたところ、100[Hz]から 4[kHz]までの解析周波数帯では n = 2 程度が良いことが分かった（図 2(b)参照）。また、図 5 に関数(17)を用いないときと用いたときの音圧振幅の比較を示す。この図より、わずかではあるが受音室側の音波の広がりにも

影響が及んでいることが分かる。したがって、以下の解析では、弾性板と隣接する音源室側のインピーダンス境界に、$n = 2$ とした関数(17)を利用した。



(a) 比音響インピーダンスのみ適用した場合



(b) 式(17)を用いた場合 ($n = 2$)

図 2 弾性板と空気の変位振幅（実部）の比較
（実線が構造変位振幅、+と○は、それぞれ音源室側と受音室側の空気の変位振幅。モデル 4 を 4[kHz]で計算。）

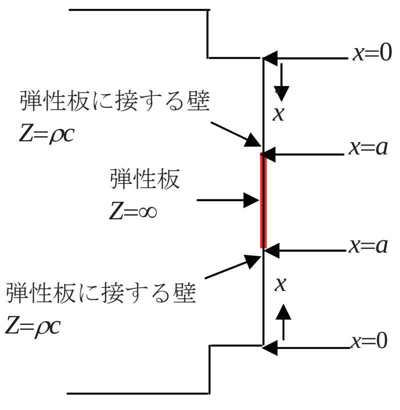


図 3 部屋の連結部

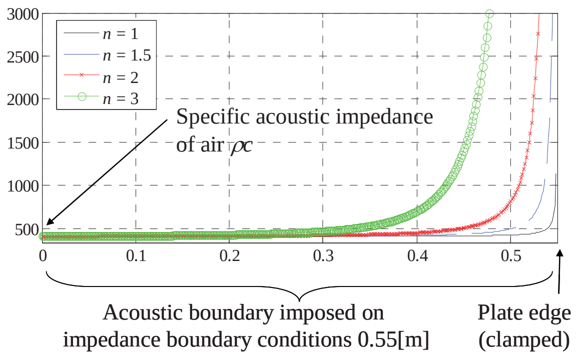
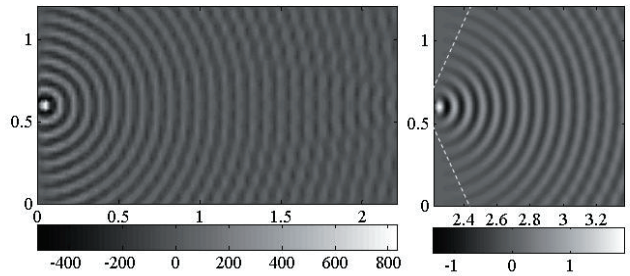
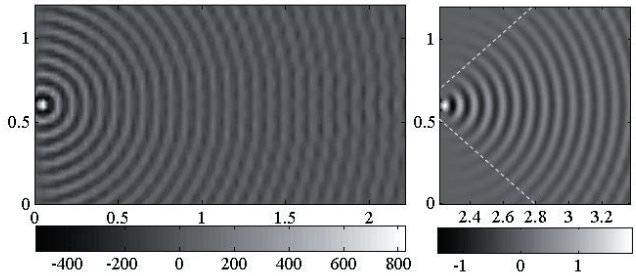


図 4 インピーダンス関数



(a) 比音響インピーダンスのみ適用した場合



(b) 式(17)を用いた場合 ($n = 2$)

図 5 音圧振幅（実部）の比較
（モデル 4 を 4[kHz]で計算。）

5．透過損失の計算

図 1 に示した解析モデルを用いて、板の TL を計算する。

その前に比較のため、現実に広く利用されている（垂直入射）質量則について簡単に説明する。この理論は、無限に広い弾性平板をバネとダンパから成るサスペンションで支持した 1 次元的なモデルに基づいて導出される [4)]。これは、実際上、板の 1 次の固有モードの中央部の挙動を局所的にモデル化していることになる。このとき、入射側と透過側の流体の比音響インピーダンスをそれぞれ$\rho_1 c_1$、$\rho_2 c_2$ とすると、角周波数ωの音波が平板に垂直に入射される場合の透過損失係数τは、以下で定義される。

$$\tau = \frac{4n}{\left[\frac{1}{\rho_2 c_2}\left(\omega m - \frac{s}{\omega}\right)\right]^2 + \left(\frac{\omega_0 m \eta}{\rho_2 c_2} + n + 1\right)^2} \qquad (18)$$

ただし、m は板の面密度、s は板支持部のバネ定数（板の剛性に相当）、$n = \rho_1 c_1/(\rho_2 c_2)$、$\omega_0 \left(= \sqrt{s/m}\right)$ は支持部の固有周波数（板の 1 次の固有周波数に相当）である。また、板支持部の減衰係数は、板の真空中の損失係数ηを用いて$\omega_0 m\eta$で表している。そして、TL は、次式で定義される。

$$\mathrm{TL} = 10\log_{10}\frac{1}{\tau} \ [\mathrm{dB}] \qquad (19)$$

ここで、$\rho_0 c = \rho_1 c_1 = \rho_2 c_2$、$f = \omega/(2\pi)$とすれば、

(i) $\omega << \omega_0$

$$\mathrm{TL} \approx 20\log_{10}\left(\frac{s}{f}\right) - 20\log_{10}(4\pi\rho_0 c) \qquad (20)$$

(ii) $\omega >> \omega_0$

$$\mathrm{TL} \approx 20\log_{10}(mf) - 20\log_{10}\left(\frac{\rho_0 c}{\pi}\right) \qquad (21)$$

(iii) $\omega = \omega_0$

$$\mathrm{TL} = 0 \qquad (\eta = 0) \quad \text{(22-a)}$$

$$\mathrm{TL} \approx 20\log_{10}(m f_0 \eta) - 20\log_{10}\left(\frac{\rho_0 c}{\pi}\right) \qquad (\eta \neq 0) \quad \text{(22-b)}$$

が得られる。式(21)が、垂直入射質量則(normal incident mass law)である。つまり、1 次固有周波数よりも大きな周波数領域では、TL が板の面密度の対数に比例するという広く知られた関係を表している。一方、式(20)は、剛性則と呼ばれることもある。

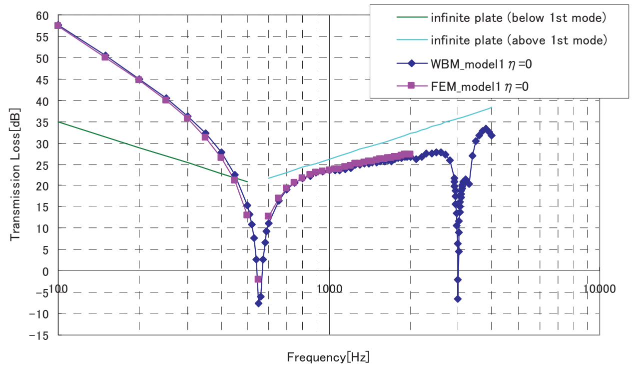
一方、解析で用いる板の固有周波数について考える。0.1[m]平方のアルミ平板の固有周波数は、上下 2 辺固定（その他自由）の場合、表 1 に示す値となる。このとき、梁の固有モードを考えると分かるように、1 次と 3 次のモードが軸対称なモードとなる。

表 1　弾性板の固有周波数（Hz）

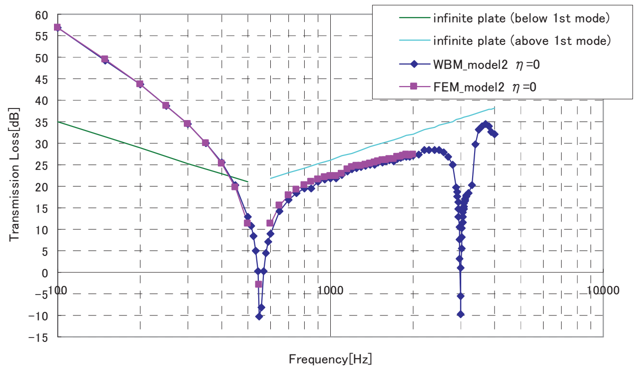
モード次数	固有周波数
1	523.38
2	1442.7
3	2828.6
4	4675.5

次に、図 1 の 4 つのモデルを用いて TL を計算し、WBM と FEM の結果を比較することを考える。FEM では、数値分散誤差を許容範囲に抑えるための指標 [5]を考慮したかなり密なメッシュを利用する。図 6 は、弾性板の構造損失係数が 0.0 の場合であり、図 7 は 0.05 の場合である。解析周波数領域は、対称なモードの固有周波数が 2 つ入るように 100[Hz]から 4[kHz]までとした。質量則と剛性則の結果も示すが、それらに関連する式(20)-(22)は無限に広い板に基づくので、WBM の結果とは参考程度の比較となることに注意したい。

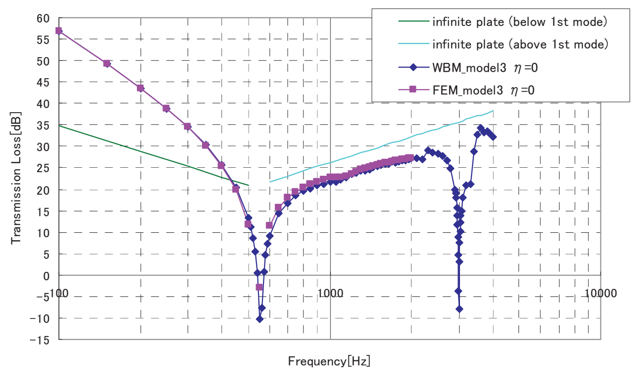
図 6 と図 7 の結果をみると、まず WBM と FEM の結果はほとんど一致しており、WBM の結果が妥当であることが分かる。一方、モデル間の違いもみられず、計算モデルではニッシェ効果が現れていない。これは、吸音材部分のインピーダンスとして理想的な空気の比音響インピーダンスを使用しているためと考えられる。さらに、TL の値の周波数依存性に関しては、1 次固有周波数よりも低い周波数領域では、板の剛性への依存性が大きいと考えられる。さらに、式(22-a,b)は 1 次固有周波数近傍で TL が急激に減少することを表すが、この現象も一致する。ただし、表 1 は、正確には真空中の板の固有周波数であり、図 6 と図 7 で TL が急激に減少するピークの周波数は、空気との連成の影響でこれよりも少し大きい値を示していると考えられる。そして、軸対称なモードで、1 次モードよりも 1 つ大きなモード（3 次モード）との間の領域で、質量則（式(21)）に近い値を示している。このとき、非軸対称な 2 次モードによる影響はみられない。これは、ほぼ垂直に入射する平面波が音源室側の板表面に均一に当たっているために非軸対称なモードが物理的に生じないためである。さらに、WBM と FEM の計算では、質量則では考慮されない高次の 3 次固有周波数近傍でも TL が再び減少している。以上の現象は、構造減衰係数を変化させても同様であり、特に、TL が急激に減少する部分の挙動は、式(22-b)が示しているように、減衰係数が支配的であることが分かる。



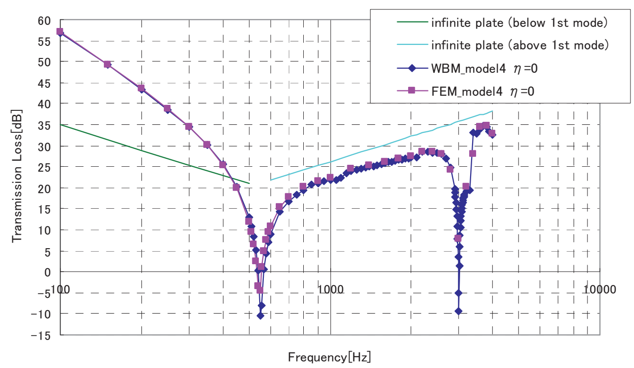
(a) モデル 1



(b) モデル 2

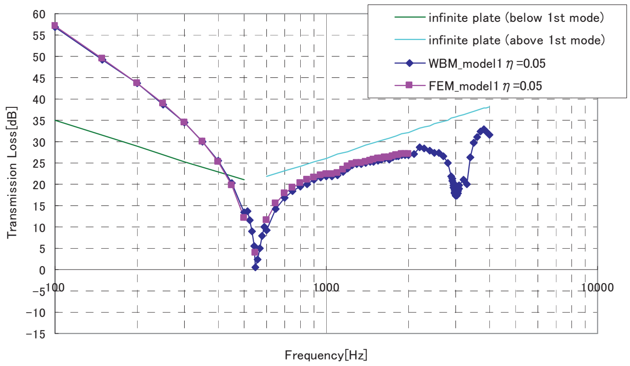


(c)モデル 3

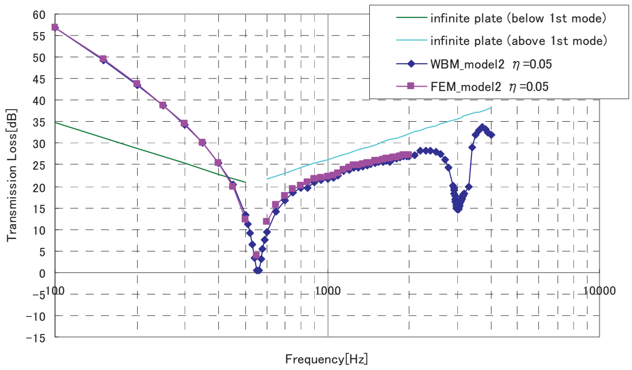


(d) モデル 4

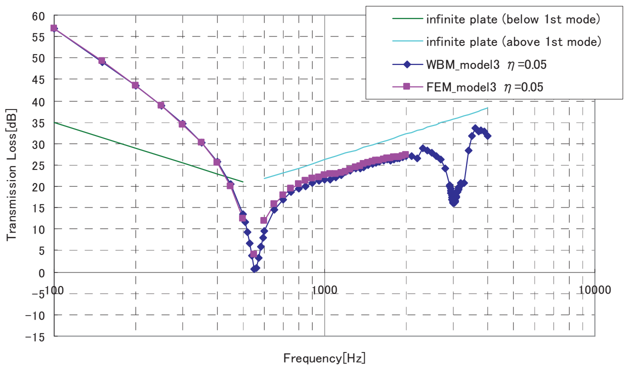
図 6　WBM と FEM による透過損失の比較($\eta = 0$)



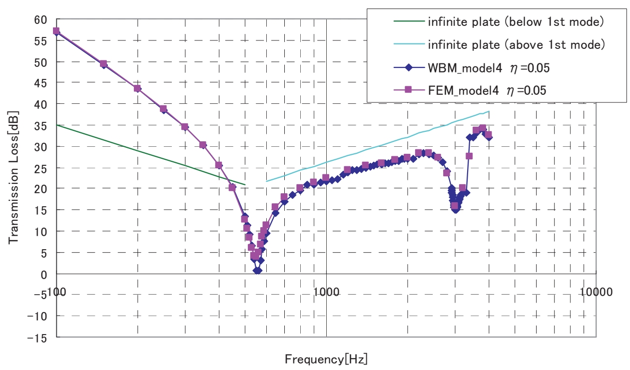
(a) モデル 1



(b) モデル 2



(c) モデル 3



(d) モデル 4

図 7　WBM と FEM による透過損失の比較($\eta = 0.05$)

６．結論

中間周波数帯の定常音響構造連成解析が可能な WBM に注目し、2D 解析コードを用いて音響透過問題への適用性を検討した。インピーダンスが不連続な点は，滑らかに繋ぐ曲線を適用することで、BC をより正確に表現できることが分かった。さらに、TL の計算を FEM と比較することにより、WBM の理論の検証を行った。この計算から、有限な板でも、1 次固有周波数近くでは無限に広い板のモデルから導出される質量則などと傾向が一致することが分かった。ただし、高次モードの影響については、今回のように詳細な解析をする必要がある。今後は、WBM の解析コードを 3 次元化し、実験や FEM との比較を行うことによって検証するとともに、より高周波の解析が高精度に現実的な計算時間と計算リソースで行える WBM の優位性についてさらに検討を進める予定である。

参考文献

1) Murakami, K., Kitamura, K., Hashimoto, A., Aoyama, T., and Nakamura, Y., Research on Acoustic Environment during Rocket Launch, *Theoretical and Applied Mechanics Japan*, 56, pp.463-469, 2007.
2) Pluymers, B., Van Hal, B., Vandepitte, D., Desmet, W., Trefftz-based methods for time-harmonic acoustics, *Archives of Computational Methods in Engineering* (ARCME), DOI: 10.1007/s11831-007-9010-x, pp.343-381, 2007.
3) Vinokur, R., Mechanism and Calculation of the Niche Effect in Airborne Sound Transmission, *J. Acoust. Soc. Am.*, 119 (4), pp.2211-2219, 2006.
4) Fahy, F. and Gardonio, P., *Sound and Structural Vibration (2nd ed.)*, Academic Press, 2007.
5) Ihlenburg, F. and Babuska, I., Finite Element Solution of the Helmholtz equation with high wave number Part I : The h-version of the FEM *Computers and Mechanics with Applications*, Vol.30, pp.9-37, 1995.