

タンブリング平板の自由落下実験

川口大輔, 山内一樹, 舟木治郎, 平田勝哉
同志社大学, 理工学部

Free-Fall Experiments on a Tumbling Plate

by

Daisuke Kawaguchi, Kazuki Ymauchi, Jiro Funaki and Katsuya Hirata

ABSTRACT

In this study, we deal with the tumbling, which is a rotating motion with the axis perpendicular to the falling direction. Our purpose is to reveal the fundamental aerodynamic characteristics of the tumbling, experimentally. As the test plate, we consider a prism with a rectangular cross section with a depth-to-width ratio λ of 0.3. As a result, the reduced terminal rotating rate Ω^* , the lift coefficient C_L , the drag coefficient C_D and the lift-to-drag ratio C_L/C_D are independent of the aspect ratio AR , when AR is greater than 10. As the inertia moment ratio I^* increases from zero to 50, Ω^* , C_L and C_D increase. However, Ω^* , C_L and C_D become almost constant, if I^* is greater than 50. We propose the empirical formulae to predict them.

1. はじめに

我々は、日常、木の葉や薄い紙片が空気中を回転しながら落下するのを、よく目にする。物体は流体中を落下する際に様々な運動をするが、この例のように、内部動力源を持たない物体が流体力の作用により持続回転することを、オートローテーションと呼ぶ。

オートローテーションには様々なものが知られているが^{例えは(1), (2)}、本研究では、落下方向と回転軸が垂直であるタンブリングを取り扱う。タンブリングは、木の葉や薄い紙片の落下運動についての純粋な学問的関心事としてのみでなく、落下したロケット破片の飛散範囲の予測など、航空宇宙工学や弾道学において重要な現象であり、その現象の解明は工学的にも有益である。

これまで、タンブリングに関するいくつかの研究が行われてきた。しかし、未だに、終端状態でのタンブリング回転数や空気力学特性のような最も基本的物理量と、支配パラメータとの間の関係すら、十分に明らかにされていない（後に示す様に、過去の経験式は、小さい AR の結果に基づいて近似されており、本来2次元現象であるタンブリングに対する、致命的欠点を内包している。さらに、多くの過去の研究は、力学状態の規定にあいまいな部分を残している）。基本的物理量の内でも、特にタンブリング回転数は、周辺の流れ場や空気力に大きな影響を及ぼすが、終端状態でのタンブリング回転数を求めることは、風洞実験（支持方法等の為）や数値計算（剥離流による強非線形性や流れの3次元性等の為）では、難しい。

そこで、本研究では、系統立てて規定した力学状態のもと、空気中で自由落下実験を実施し、終端状態におけるタンブリング平板の回転数や空力特性を測定する。そして、それらへの各種無次元パラメータ個々の影響を独立して明らかにする。さらに、水中での自由落下実験に

より、運動の詳細を調べる。

2. 装置および方法

2-1. 実験装置

空気中実験での装置の概略を図1に、水中実験での装置の概略を図2に示す。空気中実験では、平板を、地上約7mの高さから、初期回転を与えて落下させる。平板落下軌道付近は極力外乱を避けた状態にし、同期を取った2台のハイスピードカメラ(2000 frames/s)によってステレオ撮影を行う。水中実験では、水深約 7.5×10^{-1} mの水槽へ平板を自由落下させる。実験ごとに充分な時間を取り、水槽内の外乱が減衰した状態で、同期した3台のハイスピードカメラ(500 frames/s)によってステレオ撮影を行う。平板の並進速度 U_x および L , D の測定は、平板側面の中心に設けたマーカの移動距離を画像解析することにより求める。平板回転数 n の測定は、平板側面の中心線上に設けた2点のマーカを測定することにより求める。

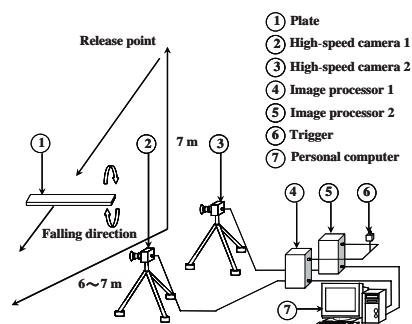


Fig. 1 Experimental apparatus in air.

2-2. 座標系

図3に、座標系を示す。水平かつタンプリング軸直角方向をx軸、鉛直方向をy軸、水平かつタンプリング軸平行方向をz軸とする。

3次元ステレオ撮影を行う際に、カメラの焦点は、予想される平板落下軌道近くに固定する。撮影領域は、終端状態が研究対象であるので、なるべく下方が望ましいが、地面効果の影響を避ける為、地表面近くは避ける。落下前、軌道付近に3次元位置決定の為の透明アクリル製立方体を設置し、キャリブレーションを実施する。

2-3. パラメータ

支配パラメータには形状パラメータと力学パラメータとがあるが、まず、形状パラメータを示す。形状パラメータは、縦横比 λ とアスペクト比 AR とする。定義を以下に示す。

$$\lambda \equiv \frac{d}{w}, \quad (1)$$

$$AR \equiv \frac{l}{w}. \quad (2)$$

支配パラメータの内、力学パラメータは、本現象を規定する為に、2つ必要である。慣例的に、この2つの力学パラメータは、慣性モーメント比 I^* とレイノルズ数 Re とすることが多い(例えばSmith⁽³⁾)。 I^* と Re の定義は、以下の通りである。

$$I^* \equiv \frac{32I}{\pi \rho_f w^4 l}, \quad (3)$$

$$Re \equiv \frac{U_\infty w}{\nu}. \quad (4)$$

ここに、 I は平板慣性モーメントであり、

$$I \equiv \frac{\rho_s w d l (w^2 + d^2)}{12}. \quad (5)$$

ρ_f は流体密度、 ρ_s は平板素材密度、 U_∞ は平板前進速度、 ν は動粘度、 l は平板スパン長、 d は平板厚さ、そして w は平板幅である。

我々は、 Re の代わりに、別のレイノルズ数 $Re(V)$ を考えることもできる。 $Re(V)$ の定義を、以下に与える。

$$Re(V) \equiv \frac{Vw}{\nu}. \quad (6)$$

ここに、 V は理論終端速度 (Andersen et al.⁽⁴⁾より) ,

$$V \equiv \sqrt{2 \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} - 1 \right) w g}, \quad (7)$$

である。 g は重力加速度である。

また、以下の無次元量を考える。

$$C \equiv \frac{\sqrt{g w^3}}{\nu}. \quad (8)$$

C は、力学的には(慣性力 \times 重力)^{1/2}の粘性力との比に対

応し、実験では支配パラメータを完全にコントロールすることを容易にする、そして、本実験を通して、 C を一定値(2.57×10^4)と考え、他の力学パラメータの影響のみを考える。

2つの力学パラメータのもう1つには、 I^* あるいは $Re(V)$ を選ぶ。なお、 C と I^* 、そして $Re(V)$ の関係は、以下に与えられる。

$$\frac{Re(V)}{C} = \sqrt{2 \left(\frac{3\pi}{8} \cdot \frac{I^*}{\lambda + \lambda^3} - 1 \right)}. \quad (9)$$

本論で考える従属パラメータは、終端状態での、平板のタンプリング回転数 n と平板の空力特性(揚力 L と抗力 D)である。それらはそれぞれ、無次元回転数 Ω^* 、揚力係数 C_L 、抗力係数 C_D として、以下のように定義する。

$$\Omega^* \equiv \frac{\pi n w}{U_\infty}. \quad (10)$$

$$C_L \equiv \frac{L}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 w l}. \quad (11)$$

$$C_D \equiv \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 w l}. \quad (12)$$

Ω^* は、定義式(10)からも分かる様に、終端平板速度比に該当する。以上の3つに加えて、重要な空力特性として、揚抗比 C_L/C_D も考える。

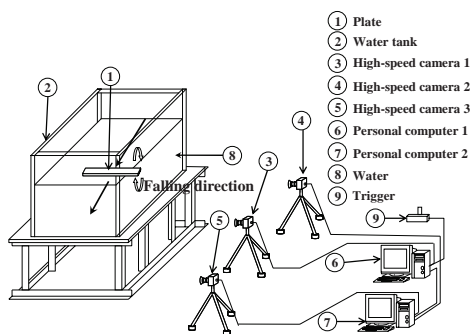


Fig. 2 Experimental apparatus in water.

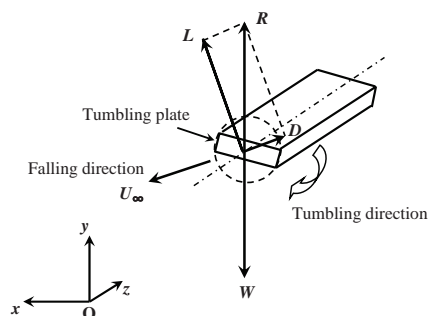


Fig. 3 Schematic diagram of the tumbling plate

and acting forces.

3. 結果と考察

3-1. アスペクト比 AR の影響

本研究では、 $AR = 2 - 20$ の範囲での Ω^* と C_L , C_D , C_L/C_D への影響を調べる。図4に $I^* = 7.73$ と 24.4 の条件下での Ω^* の AR の影響を示す。 $Re(V) = 2.83 \times 10^3$, 5.08×10^3 であり、結果として、 $Re = 2.0 \times 10^3 - 3.5 \times 10^3$ が検査対象となる。

図4より、 $I^* = 7.73$, 24.4 とも、データのばらつきはあるが、同じ傾向を示す。すなわち、 AR が約10までは、 AR の増加に伴い、 Ω^* が増加する。 AR が約10以上であれば、 Ω^* はほぼ一定値を示し、ほとんど AR の影響を受けない。また、 Ω^* への I^* の影響が大きいことも分かる。 $AR \geq 10$ であれば、 Ω^* への AR への影響は小さい、またこの傾向は C_L , C_D , C_L/C_D でも見られた。よって、以降は、 $AR = 10$ の平板での結果のみを考える。

更に、図4には、他の研究者の結果も示している。 AR の増加につれて Ω^* が増加する傾向こそ一致するが、Iversen⁽⁵⁾の経験公式ですら、定量的に満足できる精度は得られていないことが分かる。

3-2. 慣性モーメント比 I^* の影響

本研究では、 $10^0 - 10^2$ オーダーの I^* を対象として、 I^* が Ω^* , C_L , C_D , C_L/C_D へ与える影響を調べる。すなわち、図5には、 $I^* = 3.3 - 141$ の範囲で、 I^* が Ω^* と C_L , C_D , C_L/C_D へ与える影響を示す。なお、鎖線は図中に記す近似式に対応している。

図5より、データのばらつきはあるが、 $I^* \leq 50$ では、 I^* が増加すれば Ω^* も増加することが分かる。 $I^* \geq 50$ では、 Ω^* は、 I^* によらずほぼ一定値をとり、 $0.4 - 0.6$ 間にばらつく。なお、参考のため、図中にIversen⁽⁵⁾の経験公式の値を示している。彼の結論とは異なり、 $I^* \approx 10$ では、 I^* の Ω^* への影響もまだ大きい。更に、彼の経験式の値も、今回の結果とは、大きく異なる。

また、 C_L , C_D , C_L/C_D についても、 $I^* \geq 50$ においてほぼ一定値を取る傾向が見られた。

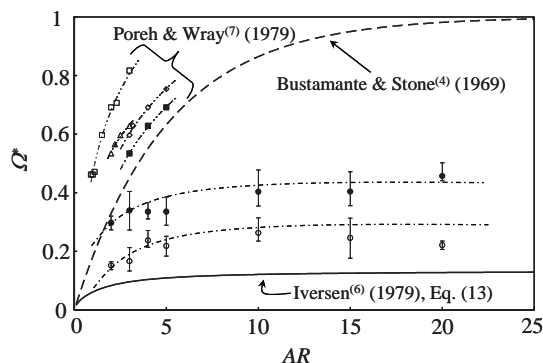


Fig. 4 Reduced rotating rate Ω^* of a tumbling plate versus aspect ratio AR at depth-to-width ratio $\lambda = 0.3$, $C = 3.86 \times 10^2$.

○, $I^* = 7.73$, $Re(V) = 2.83 \times 10^3$ ($Re = 1.97 \times 10^3 - 2.65 \times 10^3$);

●, $I^* = 24.4$, $Re(V) = 3.10 \times 10^3$ ($Re = 2.61 \times 10^3 - 3.45 \times 10^3$).

3-3. レイノルズ数 $Re(V)$ の影響

前節で、我々は、2つの支配力学パラメータとして I^* と C を考え、 C を一定とした条件下で、緒従属パラメータへの I^* の影響を調べてきた。その結果、 Ω^* や C_L , C_D は、 I^* のごく簡単な経験式により、十分な近似を得られることが分かった。

一方、支配パラメータの選択には任意性があり、他の物理量を試みることは、意義がある。ここでは、 I^* の代わりに、 $Re(V)$ を1つのパラメータに選択することを考える。ここで補足すると、本研究では、 C を一定としているので、多少のばらつきはあるが、 Re と $Re(V)$ の関係は、ほぼ一意に決まる (図6を参照)。

図7-10には、 $Re(V) = 1.79 \times 10^3 - 1.23 \times 10^4$ の範囲で、 $Re(V)$ が Ω^* と C_L , C_D , C_L/C_D へ与える影響を、それぞれ示す。図7-9より、 $Re(V) \leq 7 \times 10^3$ で、 $Re(V)$ の増加につれて、 Ω^* , C_L , C_D は増加することが分かる。 $Re(V) \geq 7 \times 10^3$ では、 Ω^* , C_L , C_D とも、ほぼ一定値となる。ただし、データのばらつきに関しては、 Ω^* が顕著である。また、図10には、 C_L/C_D への $Re(V)$ の影響を示すが、図8と図9の結果に対応し、 $Re(V)$ によらず、およそ $C_L/C_D \approx 1$ となる。

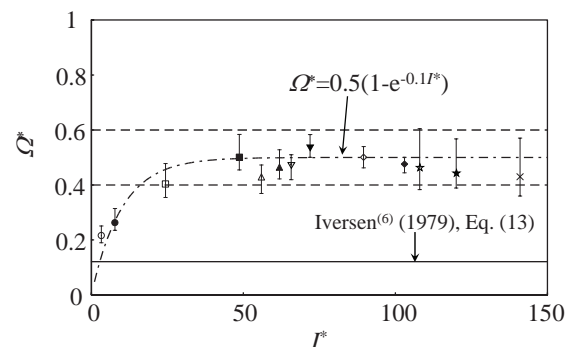


Fig. 5 Reduced rotating rate Ω^* of a tumbling plate versus inertia-moment ratio I^* , for several values of Reynolds number Re at depth-to-width ratio $\lambda = 0.3$, aspect ratio $AR = 10$, $C = 3.86 \times 10^2$, $Re = 1.77 \times 10^3 - 6.37 \times 10^3$.

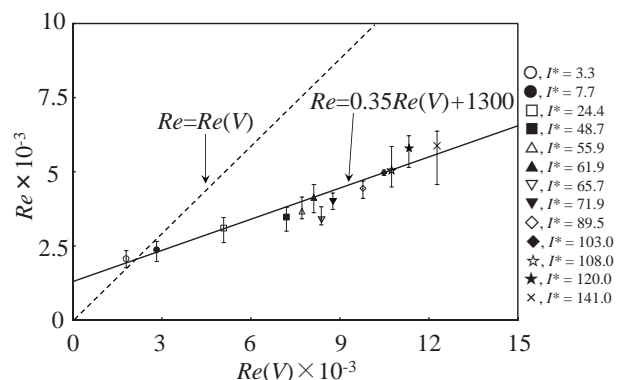


Fig. 6 Reynolds number Re versus Reynolds number $Re(V)$ based on a theoretical descent velocity V , for several values of inertia-moment ratio I^* at depth-to-width ratio $\lambda = 0.3$, aspect ratio $AR = 10$, $C = 3.86 \times 10^2$.

なお、図7-9には、それぞれ、鎖線で、近似式を描いている。図5同様、近似式は、非常に単純であるにも関わらず、よい近似を与えていることが分かる。さらに、図7-9には、それぞれ点線で、 I^* による近似式も描いている。図7では、鎖線の方が、近似がより良好に見える、図8と図9では、点線の方がより良好に見える。よって、この結果からは、 Ω^* の予測には $Re(V)$ の使用が、 C_L と C_D の予測には I^* の使用が、より適していると思われる。

最後に、 Re の代わりに $Re(V)$ を用いることにより喪失する情報を考える。 Re と $Re(V)$ との関係は、概ね一意である（図6を参照）。また、 $Re(V)$ 効果を考えた時の、 C_L と C_D のデータのばらつきは小さい（図8と図9を参照）。一方、 Ω^* は、同じ $Re(V)$ に対してデータのばらつきが大きく（図7を参照）、情報喪失はもっとも顕著となる。図11には、 Re に対する Ω^* を示す。結果は、図5中あるいは図7中の近似式（図中、点線で示す）と概ね一致する。しかし、各 I^* に注目すると、データは、近似式の周りに、不規則に分布するのではなく、かなり規則的に、1つの曲線上に落ちる。すなわち、 I^* が一定の条件下では、 Ω^* は Re の増加につれて減少する。

結果から言うと、各 I^* のデータが、同一曲線上に落ちる事実は、 C_L が Ω^* に強く影響を受けていることを反映していると思われる。今、自由落下平板の力のつり合いを考えると、

$$L^2 + D^2 = (\rho_s w g)^2 \quad (13)$$

であるが、Magnus効果を想定し、

$$L \propto \rho_s U_\infty n w^2. \quad (14)$$

また、

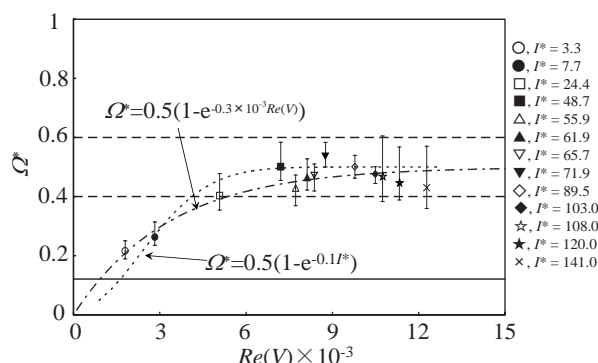


Fig. 7 Reduced rotating rate Ω^* of a tumbling plate versus Reynolds number $Re(V)$ based on a theoretical descent velocity V , for several values of inertia-moment ratio I^* at depth-to-width ratio $\lambda = 0.3$, aspect ratio $AR = 10$, $C = 3.86 \times 10^2$.

$$D \propto \frac{1}{2} \rho_f U_\infty^2 w l. \quad (15)$$

(13)–(15)式より、適当な無次元化を経て、

$$\Omega^* = \sqrt{A \frac{I^{*2}}{Re^4} - B} \quad (16)$$

を得る。 A, B を実験値より与えて、描写したものが図中の鎖線であり、それらと実験値はよい対応を示す。

もっとも、 Ω^* のばらつき、条件が終端状態であるにも関わらず、データがばらつくことを反映している。

Andersen et al.⁽⁴⁾は、終端状態は、初期条件の影響を強く受けると報告している。本実験は、彼らと比べ、 I^* 、 Re ともかなり大きいので、彼らの報告に対応するかどうかは断言できないが、先に述べた様に、示した全てのデータは、充分な終端状態にあることが確認できたもののみである。

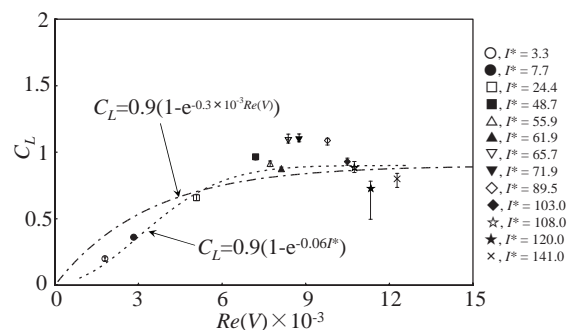


Fig. 8 Lift coefficient C_L versus Reynolds number $Re(V)$ based on a theoretical descent velocity V , for several values of inertia-moment ratio I^* at depth-to-width ratio $\lambda = 0.3$, aspect ratio $AR = 10$, $C = 3.86 \times 10^2$.

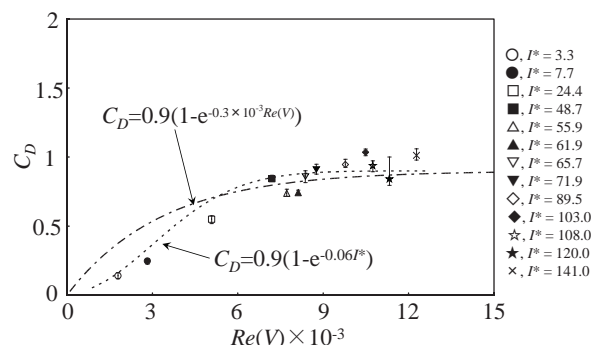


Fig. 9 Drag coefficient C_D versus Reynolds number $Re(V)$ based on a theoretical descent velocity V , for several values of inertia-moment ratio I^* at depth-to-width ratio $\lambda = 0.3$, aspect ratio $AR = 10$, $C = 3.86 \times 10^2$.

4. タンプリングの卓越周期

図12と13に、水中を自由落下タンプリングする $I^* = 2.5$ と0.75の平板の約3回転分の角速度変動の結果を、それぞれ示す。いずれの図も、縦軸は角速度 ω を平均角速度 $\omega_{ave.}$ で無次元化した値であり、横軸は時間 t を回転数 n で無次元化した値である。なお、本節の水中実験では、 $C = 8.86 \times 10^3$ である。

まず、図12では、 180° （半回転すなわち $m = 0.5$ ）の周期性が卓越する典型的なタンプリングを確認できる。すなわち、平板が3回転する間に、6回の明瞭な周期変動が現れる。しかし、図をよく見ると、 180° 周期の卓越成分の他に 360° （一回転すなわち $m = 1$ ）周期の成分も見られる。

この 360° の周期性は、図13では、更に顕著になる。他の実験からは、 I^* が減少すると、たとえ Re が大きくても、半回転で1変動の周期性（ 180° の周期性）の他に、1回転で1変動の周期性（ 360° の周期性）の卓越成分も顕著になることも観察した。図14には、図13と同条件下での平板の軌道と姿勢を共に示しているが、2つの卓越周期成分は、軌跡からも認められる。

Smith⁽³⁾はタンプリング回転の1周期が 180° と述べており、その後の研究者の解釈も同一である。これはタンプリング平板が対称断面形状であることを考えると自然に思われる。しかし、図13に示す様に、1周期が 360° の現象が卓越することもある（例えば、Andersen et al.⁽⁴⁾）。著者らは風洞実験においてもこのことを観察している。そこでは、 Re が大きくても、 I^* が小さければ、 360° 周期の現象が卓越しがちな傾向を示すので、カオスに見られる周期倍化との単純な同一視は難しいかもしれない。

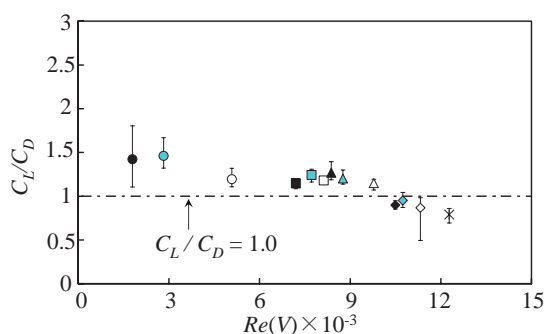


Fig. 10 Lift-to-drag ratio C_L/C_D versus Reynolds number $Re(V)$ based on a theoretical descent velocity V , for several values of inertia-moment ratio I^* at depth-to-width ratio $\lambda = 0.3$, aspect ratio $AR = 10$, $C = 3.86 \times 10^2$.

5. おわりに

空气中でタンプリング平板の自由落下実験を行った。実験条件は、 $\lambda = 0.3$, $AR = 2 - 20$, $I^* = 3.3 - 141$ である。実験を通して $C = 3.86 \times 10^2$ と一定にして、他の支配パラメータの純粋な影響を調べた。結果を以下にまとめる。

- (1) $AR \geq 10$ であれば、 Ω^* , C_L , C_D , C_L/C_D への AR の影響は小さい。
- (2) $I^* \geq 50$ 以上であれば、 Ω^* , C_L , C_D , C_L/C_D への I の影響は小さい。
- (3) $Re(V) \geq 7 \times 10^3$ であれば、 Ω^* , C_L , C_D , C_L/C_D への $Re(V)$ の影響は小さい。
- (4) Ω^* , C_L , C_D , C_L/C_D の経験式を提案した。
- (5) Re の代わりに $Re(V)$ を考えることにより喪失する情報については、 L がMagnus効果にほぼ支配されていると見なし、説明できることを示した。

以上の結果は、実験では、2つの支配力学パラメータは完全にコントロールされており、今回調べたパラメータ範囲内では、得られた結論の信頼性は高い。一方で、 C の影響を明らかにするなど、試験範囲を広げることにより、過去の研究結果との整合性や、より広いパラメータ範囲での精度の高いタンプリング予測などが期待できよう。

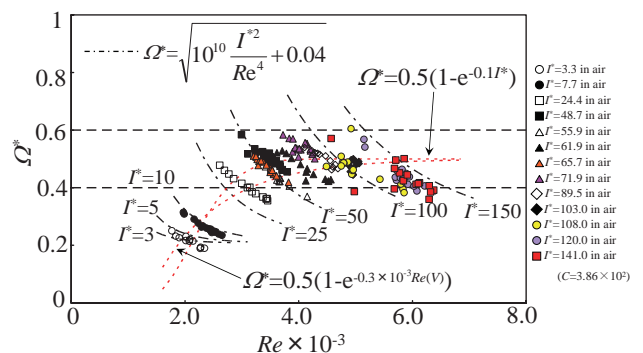


Fig. 11 Reduced rotating rate Ω^* of a tumbling plate versus Reynolds number Re , for several values of inertia-moment ratio I^* at depth-to-width ratio $\lambda = 0.3$, aspect ratio $AR = 10$.

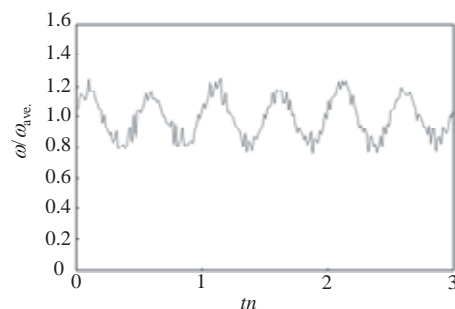


Fig. 12 Dimensionless angular velocity $\omega/\omega_{ave.}$ of rectangular plate versus reduced time m for inertia-moment ratio $I^* = 2.5$, $Re(V) = 3.54 \times 10^4$ ($Re = 1.4 \times 10^3 - 1.6 \times 10^3$), at depth-to-width ratio $l = 0.3$, aspect ratio $AR = 10$.

参考文献

- 1) H. J. Lugt, Autorotation, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 15, 1983, pp.123 – 147.
- 2) T. Yoshinaga and A. Tate, Autorotation of slender bodies, *Transactions of Japanese Society for Aeronautical and Space Sciences*, 33, 1985, pp. 367–373 (in Japanese).
- 3) E. H. Smith, Autorotating wings, an experimental investigation, *J. Fluid Mech.*, 50, 1971, pp.513 – 534.
- 4) Andersen, U. Pesavento and Z. J. Wang, Unsteady aerodynamics of fluttering and tumbling plates, *J. Fluid Mech.*, 541, 2005, pp. 65 – 90.
- 5) J. D. Iversen, Autorotating flat-plate wings, the effect of the moment of inertia, geometry and Reynolds number, *J. Fluid Mech.*, 92, 1979, pp.327 – 348.

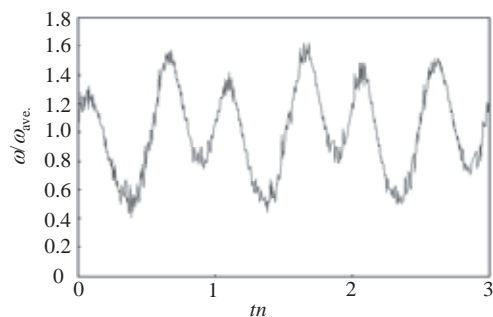


Fig. 13 Dimensionless angular velocity ω/ω_{ave} of rectangular plate versus reduced time tn for inertia-moment ratio $I^* = 0.75$, $Re(V) = 1.63 \times 10^4$ ($Re = 7.1 \times 10^3 - 7.7 \times 10^3$), at depth-to-width ratio $l = 0.3$, aspect ratio $AR = 10$.

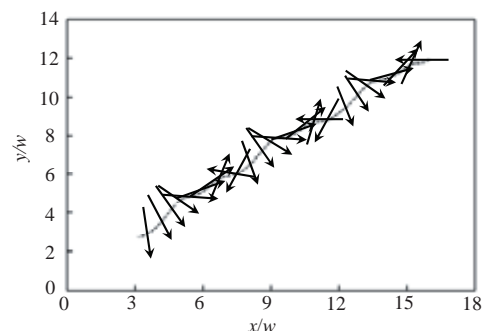


Fig. 14 Locus of a falling plate ($l = 0.3$, $AR = 10$, $I^* = 0.75$, $Re(V) = 1.63 \times 10^4$, ($Re = 7.1 \times 10^3 - 7.7 \times 10^3$)).