

谷一郎先生が遺された二つの研究課題

巽 友正（京大名誉教授）

Two Reserch Problems left by Professor Itiro Tani

T. Tatsumi

Kyoto University, Emeritus Professor

ABSTRACT

During half a century since the end of the War in 1945 to that of his life in 1990, Professor Itiro Tani has been the most respectful senior of mine in scientific research as well as in academic life, but there have been only limited direct contacts between us, an experimentalist and a theoretician. The first contact happened in the early 50th when I noted in his survey article that Millionshchikov (1941) and Chou (1940) dealt with homogeneous isotropic turbulence by making use of the "quasi-normal approximation". At that time I was looking for a proper method of closure and asked him to let me know more about these works, but this was not available due to the poor state of communication after the War. Then, I determined to attack this problem myself and actually worked out those results published in Tatsumi (1957). The second contact was again made by his report (1990) on the "turbulent secondary flow" made in the turbulent flow through a rectangular duct with arbitrary aspect-ratio, which he related with the instability of the corresponding laminar flow. At that time, I was working on the latter problem and going to publish a joint paper with Yoshimura (1990) including the critical aspect-ratio of 3.2 for the instability. To my deep regret, I failed to let him know these results while he was alive.

Now, it may be appropriate to revisit these topics and look for further developments in turbulence research, which have grown up to non-equilibrium statistical mechanics of turbulence, covering both large-scale components in various flows and small-scale ones in an universal local equilibrium.

Key Words: Professor Itiro Tani, Statistical theory of turbulence, Quasi-normal approximation, Stability of rectangular duct flows, Turbulent secondary flows

1. 谷一郎先生と私

谷一郎先生と私との縁は、戦後の昭和 21 年 (1946) に 私が東大の今井功先生の研究室から京大の友近晋先生の研究室に移って 流体力学の研究を始めた頃から、平成 2 年 (1990) に先生が亡くなられるまで、約半世紀の長きにわたっている。

戦後のわが国での流体力学の研究は、占領軍の航空研究禁止令によって基礎分野に進まざるを得なかったが、それでも軍事での敗北を科学で取り返そうとの研究者の意気込みは盛んであった。

なかでも、東京の今井研と京都の友近研の理論グループと、東京の谷研の実験グループとの連絡は緊密で、グループ外の人も交えてセミナーや研究会の開催、当時入手し難かった海外文献のコピーや談話会誌の発行、外国人学者との交流など、結構賑やかにやっていた。

このような活動は後に「流力談話会」を経て「流体力学会」の発足に繋がり、その機関誌『ながれ』や 英文誌『Fluid Dynamics Research』の出版、学術会議流学研究連絡委員会を母体とする応用力学

連合講演会の開催、さらに『乱流現象』を主題とする文部省科学研究費の特定研究の組織化へと発展することになる。

また国際的には、数次にわたる「理論応用力学国際連合(IUTAM)」主催の国際シンポジウム の国内開催や、1996年の京都における「理論応用力学国際会議(ICTAM)」の開催をもたらした。

三先生のうち友近先生は1964年に61歳で亡くなられたが、谷先生は1990年に83歳、今井先生は2005年に90歳で他界されるまで終始お元気で、世界的視野でのわが国の流体力学の研究を指導して下さった。

2. 谷先生と共有した研究課題

谷先生には、乱流の研究の上で常に貴重な示唆と助言を頂いたが、なかでも、先生と私の関心が合致して、具体的に議論させて頂いた機会が二度ほどあった。その一つは一樣等方性乱流の「準正規近似理論」で、もう一つは剪断乱流における「乱流二次流」の問題である。この両者は、結局、私の生涯を貫く長期的な研究課題となった。

3. 乱流の準正規近似理論

1950年代の当初 私が乱流の研究を始めた頃の乱流理論は、1925年のPrandtlの混合距離理論による乱流の現象論がほぼ終わって、1935年のTaylorによる一樣等方性乱流の統計理論と1941年のKolmogorovによる局所等方性乱流理論が、現代乱流理論を拓いた時期にあった。

3.1 完結仮説

当時、すでに乱流の統計理論では、二次の速度相関(テンソル)、

$$B_{ij}(\mathbf{r}) = \langle u_i(\mathbf{x}) u_j(\mathbf{x}') \rangle \quad \mathbf{x}' - \mathbf{x} = \mathbf{r} \quad (1)$$

(時間 t は省略)を支配する方程式に、高次の三次相関、

$$T_{ijk}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle u_i(\mathbf{x}) u_j(\mathbf{x}') u_k(\mathbf{x}'') \rangle \quad (2)$$

が現れ、三次相関に対する方程式には四次相関が現れるという、理論の非完結性の問題が持ち上がっていた。そして、理論を完結させるためのさまざまな「完結仮説」が模索されていた。

3.2 準正規近似

谷先生は当時、航空学会誌(?)の新著論文紹介記事を担当しておられ、そこでMillionschchikov(1941)とChou(1940)が、乱流の完結仮説として「準正規近似」を用いたことを紹介されていた。

この近似は、速度分布が正規分布である場合に成り立つ四次相関と二次相関との関係式(テンソル)、

$$\begin{aligned} Q_{ijkl}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \langle u_i(\mathbf{x}) u_j(\mathbf{x}) u_k(\mathbf{x}') u_l(\mathbf{x}') \rangle \\ &= \langle u_i(\mathbf{x}) u_j(\mathbf{x}) \rangle \cdot \langle u_k(\mathbf{x}') u_l(\mathbf{x}') \rangle \\ &\quad + \langle u_i(\mathbf{x}) u_k(\mathbf{x}') \rangle \cdot \langle u_j(\mathbf{x}) u_l(\mathbf{x}') \rangle \\ &\quad + \langle u_i(\mathbf{x}) u_l(\mathbf{x}') \rangle \cdot \langle u_j(\mathbf{x}) u_k(\mathbf{x}') \rangle \quad (3) \end{aligned}$$

を用いて、四次相関を二次相関で表わすもので「準正規近似」と呼ばれていた。

私はこの近似が完結仮説の有力候補であると思っていたので、谷先生に論文の内容についてお尋ねしたが、先生も記事以上のことはご存じないようであった。

知りたいのは、両論文がどこまで問題の解決に迫っているかである。一樣等方性乱流では、すべての相関テンソルはスカラー関数で表わされるので、もし二次速度相関に対する閉じた方程式が得られたとすれば、それは厳密であるが非完結のKarman-Howarth方程式(1938)と同様、スカラー方程式で書けるはずである。

私は、Millionschchikovの所在は知らないで、Chou(周培源)に手紙を書いて、論文を送って呉れるように頼んだが、なぜか何の返事もなかった。仕方がないので、もし両論文が最終結果に到達しているのなら、それは当然要約に引用されているはずで、それが無い限り論文は完結の可能性を示唆したに止まるものと推論した(これは結果的に正しかった)。そして、この問題を最終的に解決しようと決心した。

3.3 準正規近似理論

一樣等方性乱流の速度相関の解析は、フーリエ変換で物理空間から波数空間に移ることによって大いに簡単化される。それでも解析はかなり面倒であったが、二次速度相関関数 $B(r)$ 、

$$B_{ii}(\mathbf{r}) = (3 + r \partial / \partial r) B(r), \quad (4)$$

から求められるエネルギースペクトル、

$$E(k) = (1/\pi) \int_0^\infty B(r)(kr)^2 \times \{\sin(kr)/(kr) - \cos(kr)\} dr \quad (5)$$

に対する、完結した非線形スカラー方程式を導くことができた(Tatsumi(1955))。

このエネルギースペクトル方程式は、3波数 k, k', k'' ($k+k'+k''=0$) に関わる非線形相互作用、

$$[E(k)/k^2 - E(k')/k'^2] E(k'')/k''^2 \quad (6)$$

を含んでおり、乱流という非線形散逸系を支配する最も完全に近い方程式であると思われた。

3.4 理論の栄光

この準正規近似による一様等方性乱流理論を英文にまとめて、英国の Batchelor に送ったところ、思いがけないことに、Proudman と Reid の二人が同じ問題を取り扱っており、そちらも発表予定であるとのことであった。早速、論文を取り寄せて見ると、エネルギースペクトル方程式がベクトル積分のままであること以外は、結果は同じであった。

結局、彼らの論文は Proudman & Reid (1954) として Phil.Trans.Roy.Soc. に、私の論文は Taylor の紹介で、Tatsumi(1957) として Proc.Roy.Soc. に発表された。

一方、私の論文は 1956 年に Bruxelles で開かれた「理論応用力学国際会議(IC TAM)」に Tatsumi(1956) として発表予定だったが、私はたまたまその年の British Council Scholar に選ばれて 渡英の船中にあったので、会議には出られなかった。会議に出席された谷先生のお話では、私の論文は 部門基調講演で、Burgers さんが代読して下さったとのことであった。

また、渡英して Cambridge に Taylor 先生を訪問した際、先生が鉛筆で書き込まれた私の論文を見せて頂いて、恐縮かつ感激したことを覚えている。

これで Millionschchikov と Chou によって端緒をつけられた一様等方性乱流の「準正規近似理論」は、Proudman & Reid と Tatsumi によって独立に完成されたわけで、この理論は、乱流の難問である非完結性問題に対する一般的な解決法を与えるものとして、世界的な注目を集めることとなった。

3.5 理論の破綻と修正

「準正規近似理論」の栄光は、永くは続かなかった。それは、この理論によるエネルギースペクトル $E(k)$ の時間変化の数値計算が Ogura (1963) によって行われ、その結果、高 Reynolds 数の場合にスペクトル $E(k)$ に負の値が現れることが示されたからである。

当初は、この破綻の原因が分からなかったが、「準正規近似」の性格を再検討したところ、近似は乱流全体としては良く成り立つが、乱れの小規模成分である $E(k)$ の高波数成分の速い時間的变化に追従できないことが原因と判明した。

この時間的効果を Markov 化 の形で取り入れたのが、Tatsumi(1980) の「修正準正規近似理論」で、これによって負エネルギーの発生という非物理的結果が避けられ、正定のエネルギースペクトルが、一様等方性乱流の他、二次元乱流、一次元 Burgers 乱流に対しても求められた。

しかし、この修正版では元の理論のもつ初期確率的決定論としての一貫性が失われたことは否定できない。そして、その一貫性の回復には、それから 20 年後の Tatsumi (2001) による「交差独立性完結仮説による乱流理論」(後述)の出現を待たなければならなかった。

4. 特定研究「乱流現象の解明と制御」

ここで、谷先生との関係で特筆すべきことは、1981 年から 3 年間、当時の文部省科学研究費の特定研究として『乱流現象の解明と制御』が採択され、広く乱流を課題とする全国規模の共同研究が行われたことである。

この特定研究は、冒頭に述べた流体力学の全国的な研究活動を背景に、谷研の佐藤浩さんと私が企画したもので、工学的および社会的に重要な乱流の諸問題を「乱流現象」として総括し、その物理的機構を「解明」とすると共に、その人為的「制御」を試みようとする、当時としては極めて野心的な研究計画であった。この計画は、各方面の理解と支援によって採択され、3 年間に 4～5 億円という巨額の研究費がこの分野にもたらされた。

これによって、わが国における乱流の基礎的研究と工学的および社会的応用が、世界のトップレベルにまで高められた。

この特定研究の成果報告書は、在り来りの報告ではなく、若手研究者や学生を対象とした「乱流現象」の解説書として、各分野担当者によって執筆され、東大出版会から『乱流現象の科学』(1985)として出版された。本書は、660 頁の大冊にも関わらず、研究者に歓迎され、版を重ねるに至ったのは予想外の成果であった。このことは、ともすれば工学的現象論の集積と見なされる乱流理論に対して、この特定研究によってもたらされた「乱流現象」の物理的体系としての取り扱いが、いかに研究者の渇を癒すものであったかを物語るものと思われる。

5. 境界層遷移の解明と制御

谷先生は 1968 年に 東京大学を定年退官されて後、日本大学、Johns Hopkins 大学、Cornell 大学などの教授（客員教授）を歴任され、1979 年に 日本学士院会員、1979 年に 航空宇宙技術研究所（現在の JAXA）顧問となられた。

その後、1987 年に 先生を中心として所内の伊藤信毅、高木正平氏らを幹事として『境界層遷移の解明と制御』と題する研究会が発足した。この研究会は、いまも春秋の年 2 回開催されているが、先生は 1990 年 6 月に他界されるまで、5 回出席されたとのことである。私は、当初この会には加わっていなかったが、先生の没後の 1991 年から、伊藤さんのお誘いでこの会に参加している。

5.1 乱流二次流

この会に出席して驚いたのは、先生が 1988 年 8 月、『乱流二次流れの安定論的考察』を発表しておられたことである。先生はこう述べておられる。

「乱流二次流れの発生を、広い意味での不安定現象として捉える試みがなされてよいのではないと思われる。このことは、数年前に希望(谷 1983)したことであるが、長方形流路の安定解析の困難のためか、未だに実現されていない。」

5.2 長方形管内の層流の安定性

一読してこれは残念な事をしたと思った。このとき、私はこの問題を吉村君と共に取り扱い、Tatsumi & Yoshimura (1990) として発表した直後だったのである。先生のご希望を伺っておれば、論文を生前の先生にお届けできたのと思う。

6. 谷先生への思い

しかし、このすれ違いの残念さは、その後、私の最後の決定打とも言うべき、『交差独立性完結仮説による乱流理論』(Tatsumi & Yoshimura (2004, 2007) 他)について、生前の先生に報告の機会を得なかった残念さとは比べるべくもない。そして、この思いは、先生の遺句、

『心なく計算力学はびこりて

平成元年索然と逝く』

を伺うとき、半ばに過ぐの感がある。

せめてもの幸いは、先生が始められたこの「境界層遷移」研究会で、先生のお弟子さん達と共に「乱流現象」を縦横に論じ、研究成果を発表し、他分野への発展を追求することにあるかと思われる。

引用文献

- Chou, P.Y. (1940) *Chin. J. Phys.* **4**, 1-33.
 Kolmogorov, A.N. (1941) *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **30**, 301-305; **31**, 538-540.
 Millionschikov, M. (1941) *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **32**, 615-618.
 Proudman, I. and Reid, W.H. (1954) *Phil. Trans. Roy. Soc.* **A247**, 163-189.
 Tatsumi, T. (1955) *Proc. 4th Jpn. Nat. Congr. Appl. Mech. Tokyo*, 307-311.
 Tatsumi, T. (1956) *Actes IX Congr. Intern. Mecan Appl.* **3**, Bruxells. 396-404.
 Tatsumi, T. (1957) *Proc. Roy. Soc.* **A239**, 16-45.
 Tatsumi, T. (1980) *Adv. Appl. Mech.* **20**, 39-133.
 巽友正編 (1986) 『乱流現象の科学—その解明と制御』東京大学出版会 660 頁.
 Tatsumi, T. (2001) In Kambe et al. eds. *Geometry and Statistics of Turbulence*, Kluwer, 3-12.
 Tatsumi, T. & Yoshimura, T. (1990) *J. Fluid Mech.* **212**, 437-449.
 Tatsumi, T. & Yoshimura, T. (2004) *Fluid Dyn. Res.* **35**, 123-156; (2007) **39**, 221-266.