

# 低推力連続加速軌道のダイナミクスに関するいくつかの話題

山川 宏\*

## Several Topics on Orbital dynamics of Consecutive, Low-thrust, Accelerated Spacecraft Trajectories

By

Hiroshi YAMAKAWA

**Abstract** : Orbital dynamics of consecutive, low-thrust trajectories is overviewed. Focusing on the thrust direction constraints (e.g., transversal and radial thrust direction constraints), various trajectory design strategies of low-thrust missions are summarized with concrete examples.

**Key words** : Low-thrust,orbital dynamics.

### 1. はじめに

一般的に、人工衛星あるいは惑星探査機の軌道速度方向に、加速あるいは減速をする場合に、単位あたりの増(減)速量に対する軌道エネルギー(あるいは半長径)の変化という観点での効率が高くなる。電気推進を用いて、地球から惑星に太陽周回をしつつ遷移する軌道においては、この速度方向は、中心天体、つまり、太陽と探査機を結ぶ半径方向とはほぼ垂直方向になると考えることができる。一方、探査機システムの構成を考えると、太陽電池パドルを太陽方向に向け、スラスタの推力方向を太陽電池パドルと平行に取り付けることにより、電力を十分に得つつ、推力方向を太陽方向と垂直に向けることが可能となる。このとき、前期の理由から、最適点を僅かにずれることは避けられないが、しかし、かなり最適に近い効率(ペイロードの最大化、飛行時間の最適化等)での軌道遷移が実現可能となる。

一方、太陽光圧を推進力に変換するソーラーセイルや、高速のプラズマ流である太陽風エネルギーを探査機の周囲に人工的な磁場を展開することで推進力に変換する磁気セイルにおいては、推力方向は、軌道速度方向というよりは、むしろ、太陽と探査機方向を結ぶ方向、つまり中心天体(太陽)からの半径方向に近い角度に制限されることになる。本報告では、ラジアル(radial)な方向(中心天体と探査機を結ぶ半径方向)、および、半径方向と垂直なトランスバーサル(transversal)な方向に、推力が制限される場合の軌道計画や軌道ダイナミクスについて、これまでの著者等の研究内容を概括する [1-2]。

### 2. 太陽と垂直な方向に制限された低推力連続加速型惑星間軌道

地球から惑星や小惑星までの太陽周回遷移軌道において、イオンエンジン等の低推力連続加速型の推進系を想

---

\* 〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄 京都大学 (Kyoto University) 生存圏研究所 (RISH: Research Institute for Sustainable Humanosphere), yamakawa@rish.kyoto-u.ac.jp, TEL: 0774-38-3805, FAX: 0774-31-8463.

定した軌道最適化を行う場合、得られる電力、および、スラスタ配置に起因する推力方向等の現実的な制約を考慮することが求められる。一般に、得られる電力は、太陽電池パドルの面積、および、パドルの取り付け方向、および、その可動性を考慮したモデルを構築することになり、最もシンプルなモデルでは、太陽電池を太陽方向に固定し、得られる電力は太陽からの距離の2乗に反比例すると設定することが多い。そのうち、探査機のバス部で使用する分を除いた電力を、推進系に利用することができ、推力の大きさは、この利用可能な電力にはほぼ比例し、その方向は、太陽電池パドル方向が固定でスラスタがそれと平行に取り付けられている場合は、太陽方向に垂直に制限する必要がある。また、推力の大きさに応じた比推力モデルも考慮する必要がある。

筆者は、低推力軌道を多数のセグメントに分割したうえで、パラメタ設計問題として捉え、これらの制約を考慮したうえで非線形計画法により最適化する手法を構築して、はやぶさ探査機の初期検討や水星探査計画等の概念検討においてその有効性を検証した。また、多数回の惑星重力を積極的に利用する重力アシストを含む場合についても拡張している。文献 [3] においては、Meissinger 等 [4-5] によって提案された、地球出発後に地球公転軌道近傍での低推力による加速と地球スイングバイを併用することで、地球離脱時のエネルギーを最大化する手法を近地球型の小惑星探査に利用することを提案し、その有効性を前記の最適化手法により示した。文献 [6] は、多数回小惑星ランデブーおよびサンプルリターンミッションの検討例であり、地球～小惑星～小惑星～地球というような複雑な低推力軌道のシークエンスの最適化を行っている。

現在進行中の日欧国際共同水星探査計画「BepiColombo」(打上げ予定2013年、水星到着2019年)は、ヨーロッパ宇宙機関 (ESA) と宇宙航空研究開発機構 (JAXA) が国際協力で行う大型水星探査ミッションであり、水星に関わる磁場、磁気圏、内部、表層の謎に迫ろうとするもので、3軸姿勢制御の探査機 (MPO: 欧州担当) およびスピン安定型の探査機 (MMO: 日本担当) の2つの衛星から構成される。両探査機は1機のソユーズロケットに搭載されて打ち上げられた後は、クルーズフェーズ専用のモジュールに搭載された電気推進と化学推進エンジンにより、月、地球、金星、金星、水星、水星、水星スイングバイというシークエンスを経た後に、化学推進エンジンにより水星周回軌道に投入される [Ref.7-9]。この惑星間軌道においても、探査機のデザインに基づく推力の大きさ、推力方向に対する制約が軌道計画において考慮されている。

また、この BepiColombo 計画がプロジェクトとしての最終的な承認に至るまでに、多くの水星探査の形態が検討されている。1つ目は、水星-水星遷移フェーズにおいて電気推進を用いる多数回水星フライバイミッションで、計6回水星フライバイを打ち上げ後3年という短い飛行時間で行い、磁気圏観測、撮像の観点から多様なフライバイジオメトリを実現する [10]。2つ目は、電気推進の使用を想定した水星ランデブーミッションであり、打ち上げ後に金星スイングバイを経て、さらに太陽を5.5周回して2.3年という短い飛行時間で水星に到着する [11]。この軌道はスイングバイ、低推力連続加速、太陽の多周回という設計しにくい要因がすべてそろって厄介な軌道であるが、「BepiColombo」と比較して飛行時間が短いのは、想定している推力の大きさと探査機重量が異なるためである。

### 3. 半径方向に制限された低推力連続加速型惑星間軌道

一方で、低推力の加速方向が半径方向の場合はどうであろうか。まずは、重力、つまり、中心天体による中心力のみを考慮した場合について考える。その中心力の特性の違いによる軌道運動の性質を明らかにする。

一般に重力(引力)が中心天体からの距離の  $n$  乗に比例すると仮定すると、我々が現実存在している世界では、 $n = -2$  である。これは、ニュートンの引力の法則、つまり、すべての質点の間には、両者の質量の積に比例し、距離の2乗に反比例する力が、2つの質点を結ぶ方向に働くことを示している。このニュートン力学の世界では、質点はケプラー運動、つまり、楕円軌道上を運動し、中心天体からの距離の変曲点(中心天体からの半径方向と速度方向が90度となる点、あるいは、アプス)は、1周回中に2回(近点、遠点)生じ、その位

置は180度反対の位置にある。なお、中心天体は楕円軌道の2つの焦点のうち、1つの焦点に位置する。ケプラー運動と同様に、もう1つだけ閉じた楕円軌道を描く中心力が知られており、それが $n = 1$ 、つまり、中心力が距離に比例する場合であり、調和運動と呼ばれる。ただ、中心天体は楕円軌道の焦点には位置せず、2つの焦点の中心点に位置し、前記のアプス角は90度方向に4点存在する。

$n = 0$ 、つまり、距離によらず中心力が一定の場合は、軌道形状は閉じず、無数の花卉で構成される花卉形状を描く。アプス間の角度で定義されるアプス角は約104度である。 $n = -3/4$ 、つまり、引力が逆4分の三乗則に載った場合には、花卉数が3の閉じた花卉形状の軌道を描く。このとき、アプス数は3でアプスは120度ごとに存在する。 $n$ を $-3$ にすると、アプス角（アプス間の間隔）は無量大つつまり、軌道はらせん軌道を描き、速度方向が半径方向と垂直になることはない。これらの中心力の特性は[12]に良くまとめられている。

人工衛星、あるいは、惑星探査機の軌道解析を考える場合は、前記の中心力はニュートン力学、つまり、 $n = -2$ を想定したうえで、さらに人工的な連続加速を半径方向に加えることが可能となる。つまり、中心天体からの距離の2乗に反比例した中心力に、さらに、人工的な中心力を重畳することになる。

この人工的な中心力による加速度の大きさが太陽からの距離によらず一定の場合についてまず考える。ある半径（例えば、地球軌道）で太陽を周回する円軌道を初期軌道とすると、この初期軌道上の太陽重力による引力の大きさの1/8倍の大きさで、太陽と反対方向に人工的な加速度を加えたときには、初期円軌道の半径の2倍まで太陽からの距離が達することがわかっている[13]。なお、反太陽方向の加速度の大きさが、初期軌道上の引力の大きさの1/8倍以上で一定であるときには、中心天体から脱出、つまり、太陽系から脱出するために、初期軌道の2倍以上の距離に到達する周期的な軌道は存在しない。次に、人工的な反太陽方向の加速度の大きさが、太陽距離の2乗に反比例する場合を考える。このとき、太陽重力による引力が弱められることと等価になるが、初期円軌道における人工的な反太陽方向加速度が、初期円軌道における太陽重力の大きさの1/2以上になったときに太陽系を脱出することになる[13]。なお、これらの人工的な反太陽方向の加速度のもとで、軌道形状が閉じた周期軌道の存在も明らかになっている[13]。次に、人工的な反太陽方向加速度が、オンオフができることを利用した軌道計画について紹介する。

具体的な応用例として、磁気セイルを考える。磁気セイルは、高速のプラズマ流である太陽風エネルギーを探査機の周囲に人工的な磁場を展開することで推進力に変換する宇宙推進システムであり、鋭意、推力発生メカニズム解明のための数値シミュレーション、推力の直接測定のための地上実験シミュレーションが進められている[14-22]。この磁気セイル推進に関して、推力方向がほぼ反太陽方向に制限されること、磁場発生装置（超伝導コイル）の電流値制御により推力の大きさの制御が可能であることという特徴を生かした宇宙ミッションについて検討が行われている[23-25]。例えば、地球から木星への惑星スイングバイを利用しない直接移行軌道、木星スイングバイ併用による木星とのランデブー軌道、太陽を複数回周回する間にオンオフを繰り返して太陽系から脱出するエネルギーを獲得する太陽系脱出軌道等を最適制御理論に基づき導出している[24]。また、前章で述べた、地球を出発して再度地球に接近する間に、太陽方向と垂直な方向に連続的な加速度を与えることで、地球スイングバイ時の地球離脱エネルギーを最大化する方策が、加速方向を半径方向に制限したときにも可能であることを示している[24]。なお、推力の原動力である太陽風の密度、速度が一定ではないという点に着目し、推力の変動成分にガウス分布を仮定した簡易な統計モデルを構築し、制御力としての推力誤差、軌道決定誤差を考慮したときの最適な航法誘導を導き、目標天体に要求された位置精度で誘導する際に必要な化学推進薬量を導出している[25]。

ソーラーセイル推進に関しては、常時、反太陽方向に加速度が加わる太陽光圧に対して安定姿勢を保つソーラーセイル宇宙機を提案したうえで、セイルの膜面温度の制約を考慮した惑星間軌道のダイナミクスを明らかにしている[26]。また、地球周回軌道の新たな観測領域の開拓という観点から、研究代表者らは、太陽風と地球固有磁場の相互作用によって生じる地球磁気圏の探査のために、ソーラーセイル推進を用いて地球周回軌道の遠地点

方向を反太陽方向に維持する軌道ダイナミクスを明らかにしている [27].

#### 4. 低推力連続加速による非ケプラー軌道

低推力を利用した連続加速は、惑星間の遷移軌道のみならず、地球付近の軌道においても応用の可能性を拡大することができる。1つの例は、複数衛星による編隊飛行（フォーメーションフライト）における電気推進の活用である。宇宙望遠鏡ミッションを地球周回低軌道（あるいはラグランジュ点近傍）で考える際に、ミラー衛星と検出器衛星の2つの衛星を、一定距離で、かつ、慣性空間上の一定方向に配置することで、1つの衛星では実現し得ない長い焦点距離（例えば50m）の宇宙望遠鏡を実現できる。このときに、観測に起因する軌道制約は、検出器衛星が非ケプラー軌道上を動くことを要求し、したがって、常時、銀河等を観測するためには、低推力による連続加速が必要になる。[28]においては、低高度地球周回軌道上のフォーメーションフライトを想定したときに、検出器衛星が、ミラー衛星に対してどのように相対的な運動をするのか、検出器衛星はどのような方向にどれだけの大きさの連続推力を行う必要があるのか等を明らかにした。

また、[29-30]では、太陽-地球-衛星の3体問題において、低推力によって初めて実現する新たな観測領域としての人工的な平衡点（AEP: Artificial Equilibrium Point）の提案を行っている。つまり、低推力による連続加速を行うことによって、太陽-地球方向を固定した回転座標系において、従来の概念であるラグランジュ点を包含する人工的な平衡点（AEP）が生じる領域、それに必要な連続加速度量が明らかにされている。また、それらのAEPまわりの周期軌道の存在を示し、かつ、AEPにおける軌道安定性の議論も行っている。

#### まとめ

低推力による連続加速型の軌道ダイナミクスについて、いくつかの設計例を示しつつ、概括を行った。すべての研究例を網羅することはできなかったが、その一端を示すことができたのではないかと思う。電気推進の実用化のときがそうであったように、今後、ソーラーセイル推進、磁気セイル推進等、新しい連続加速型の推進エンジンが実現するに従い、軌道ダイナミクス、軌道最適化の分野も新しい手法、理論を開拓していく必要がある。

#### 参考文献

- [1] 山川宏, 川口淳一郎, 「月惑星探査の軌道計画」, 計測と制御, 計測自動制御学会, Vol.39, No.9, pp.559-563 (2000).
- [2] 山川宏, 「宇宙探査ミッションにおける3体問題の役割」, 日本物理学会誌, Vol.60, No.10, pp.808-810 (2005).
- [3] Yamakawa, H., "Solar Electric Earth-Gravity Assist Trajectory Applied to Near-Earth Asteroid Rendezvous Mission," Proceedings of the 6th Workshop on Astrodynamics and Flight Mechanics, ISAS, pp.205-210 (1996).
- [4] Meissinger, H.F., "Earth Swingby - A Novel Approach to Interplanetary Missions Using Electric Propulsion," Paper AIAA-1970-1117, 8<sup>th</sup> Electric Propulsion Conference, Stanford, California, Aug 31-Sep 2 (1970).
- [5] Atkins, K.L., Sauer, C.G., and Flandro, G.A., "Solar Electric Propulsion Combined with Earth Gravity Assist - A New Potential for Planetary Exploration," Paper AIAA-1976-807, AIAA/AAS Astrodynamics Conference, San Diego, California, Aug 18-20 (1976).
- [6] Yamakawa, H., Kawakatsu, Y., Morimoto, M., Abe, M., and Yano, H., "Low-Thrust Trajectory Design for a Low-Cost Multiple Asteroid Rendezvous and Sample Return Mission," Paper IAC-04-Q.P. 20., 55th International Astronautical Congress, Vancouver, Canada, October 4-8, (2004).

- [7] Yamakawa, H., Ogawa, H., Kasaba, Y., Hayakawa, H., Mukai, T., and Adachi, M., "ISAS Feasibility Study on The BepiColombo/MMO Spacecraft Design", *Acta Astronautica*, Vol.51, No.1-9, pp.397-404, (2002).
- [8] Yamakawa, H., Ogawa, H., Kasaba, Y., Hayakawa, H., Mukai, T., Adachi, M., "Current Status of the BepiColombo/MMO Spacecraft Design," *Advances in Space Research*, Vol.33, pp.2133-2141 (2004).
- [9] Mukai, T., Yamakawa, H., Hayakawa, H., Kasaba, Y., and Ogawa, H., "Present Status of the BepiColombo/Mercury Magnetospheric Orbiter," *Advances in Space Research*, Vol.38, pp.578-582 (2006).
- [10] Yamakawa, H., Kawaguchi, J., Uesugi, K., and Matsuo, H., "Frequent Access to Mercury in the Early 21st Century : Multiple Mercury Flyby Mission via Electric Propulsion," *Acta Astronautica*, Vol.39, No.1-4, pp.133-142 (1996).
- [11] Yamakawa, H., "Solar Electric Propulsion Mercury Orbiter Mission Design," *The Journal of Space Technology and Science*, Vol.14, No.1, pp.1-10 (1998).
- [12] 堀源一郎, 太陽系 – その力学的秩序 –, 岩波新書, 972, p.121 (1976).
- [13] Yamakawa, H., "Dynamics of Radially Accelerated Trajectories," *Transactions of Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, 49, 164, pp.77-80 (2006).
- [14] 船木一幸, 山川宏, "磁気プラズマセイルの研究と深宇宙探査への挑戦", *プラズマ核融合学会誌*, Vol.83, No.3, pp.281-284 (2007).
- [15] Funaki, I., Kojima, H., Yamakawa, H., Shimizu, Y., and Nakayama, Y., "Laboratory Experiment of Plasma Flow around Magnetic Sail", *Astrophysics and Space Science*, Vol.307, No.1-3, pp.63-68 (2007).
- [16] Funaki, I., Ueno, K., Yamakawa, H., Nakayama, Y., Kimura, T., and Horisawa, H., "Interaction between Plasma Flow and Magnetic Field in Scale Model Experiment of Magnetic Sail," *Fusion Science and Technology*, Vol.51, No.2T, pp.226-228 (2007).
- [17] Yamakawa, H., Funaki, I., Nakayama, Y., Fujita, K., Ogawa, H., Nonaka, S., Kuninaka, H., Sawai, S., Nishida, H., Asahi, R., Otsu, H., and Nakashima, H., "Magneto Plasma Sail : An Engineering Satellite Concept and its Application for Outer Planet Missions," *Acta Astronautica*, 59, 8-11, pp.777-784 (2006).
- [18] Edited by Funaki, I. and Yamakawa, H., 「磁気プラズマセイルの推力発生メカニズムの解明」, *JAXA RR (Research and Development Report)-05-014*, March, pp.1-63 (2006).
- [19] 船木一幸, 小嶋秀典, 山川宏, 清水幸夫, 都木恭一郎, 中山宜典, 藤田和央, 小川博之, 篠原秀次, 「磁気セイルシミュレータの開発」, *日本航空宇宙学会論文集*, Vol.54, pp.501-509, (2006).
- [20] Nishida, H., Ogawa, H., Funaki, I., Fujita, K., Yamakawa, H., Nakayama, Y., "Two-Dimensional Magnetohydrodynamic Simulation of a Magnetic Sail," *Journal of Spacecraft and Rockets*, 43, 3, pp.667-672 (2006).
- [21] 山川宏, 小川博之, 藤田和央, 野中聡, 澤井秀一郎, 國中均, 船木一幸, 大津広敬, 中山宜典, 「磁気プラズマセイルによる外惑星探査」, *日本航空宇宙学会誌論文集*, Vol.52, No.603, pp.148-152, (2004) .
- [22] 船木一幸, 山川宏, 藤田和央, 野中聡, 「磁気プラズマセイルによる深宇宙探査」, *日本物理学会誌*, Vol.58, No.4, pp.266-269, (2003).
- [23] Morimoto, M., Yamakawa, H., and Uesugi, K., "Trajectory Analysis of Magneto-Plasma Sail Comparing with Other Low Thrust Propulsion Systems," *The Journal of Space Technology and Science*, Vol.20, No.2, 2004, pp.44-54 (2004).
- [24] Yamakawa, H., "Optimal Radially Accelerated Interplanetary Trajectories," *Journal of Spacecraft and Rockets*, 43, 1, Jan-Feb, pp.116-120 (2006).
- [25] Yamakawa, H., "Guidance Strategy for Radially Accelerated Trajectories," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol.42, No.4, pp.677-683 (2005).
- [26] Yamakawa, H., "Orbital Dynamics of Sun-Facing Solar Sails under the Constraint of Constant Sail Temperature,"

*The Journal of the Astronautical Sciences*, 54, No.1, p.17-27, (2006).

- [27] Oyama, T., Yamakawa, H., and Omura, Y., "Orbital Dynamics of Solar Sails for Geomagnetic Tail Exploration," *Journal of Spacecraft and Rockets*, in press.
- [28] Yamakawa, H., "Low-Thrust Formation Flight for Astronomy Satellites," *Transactions of Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol.48, No.162, pp.235-237 (2006).
- [29] Morimoto, M., Yamakawa, H., and Uesugi, K., "Periodic Orbits with Low-thrust Propulsion in the Restricted Three-body Problem," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol.29, No.5, pp.1131-1139 (2006).
- [30] Morimoto, M., Yamakawa, H., and Uesugi, K., "Artificial Equilibrium Points in the Low-Thrust Restricted Three-Body Problem," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol.30, No.5, pp.1, 563-1, 568 (2007).