

# 宇宙航空研究開発機構特別資料

## JAXA Special Publication

---

### 第39回流体力学講演会/ 航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム2007論文集

航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム運営委員会

2008年2月

宇宙航空研究開発機構  
Japan Aerospace Exploration Agency



宇宙航空研究開発機構特別資料

JAXA Special Publication

**第39回流体力学講演会／  
航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム2007論文集**

Proceedings of 39th Fluid Dynamics Conference/  
Aerospace Numerical Simulation Symposium 2007

開催日：平成19年6月14日(木)～15日(金)

開催場所：宇宙航空研究開発機構 航空宇宙技術研究センター

14June～15June, 2007

Japan Aerospace Exploration Agency

2008年2月

February 2008

**宇宙航空研究開発機構**

Japan Aerospace Exploration Agency





## まえがき

平成 19 年 6 月 14～15 日、流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウムが調布総合技術研究本部(総研)にて開催されました。本講演会は今年で 39 回を数える流体力学講演会と 25 周年を迎えた航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム(ANSS)を合同開催したもので、本年度以降も継続して開催される予定です。

過去 24 年にわたり総研主催で航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウムが開催され、後刷りを講演集として刊行して参りました。昨年度の総括的なシンポジウムの後に、数値シミュレーションの一定程度の成熟、研究の多様性の進展、以前に比べた研究会・講演会の乱立等を考え、本年度より航空宇宙学会主催の流体力学講演会との合同開催を行うこととした次第です。

講演会の統合効果もあり、講演発表課題も数値シミュレーションにとどまらず流体力学全般についての幅広い問題について行われ、活発な議論がなされました。特別講演は、渡辺篤太郎氏(現IHI)による「H-IIA ロケットの開発について」、トレント大学 E. Toro 教授による「Design and application of numerical schemes of arbitrary order of accuracy for evolutionary equations」、および京都工芸繊維大学徳永宏教授による「流体力学、計算流体力学、工学の接点を歩いて一圧縮性流体の乱流からマイクロ・ナノ流体まで」の 3 件で、講演総数 115 件、参加と登録人数 289 名という盛会の中講演会が成功裏に行われました。

本論文集は上記講演会の講演内容を講演者の中で JAXA-SP への掲載をご希望される方に、後刷りとしてご執筆いただいたものをまとめたものですが、これを通して講演会の成果を今後できるだけ広く活用していただければ大変幸いです。内外からご参加いただき、論文をご提出いただいた著者の方々に心より感謝申し上げますとともに、私ども JAXA 総研関係者として、今後も皆様と共に航空宇宙分野の流体力学研究、数値シミュレーション技術の先導役として、技術のさらなる発展に結びつけていきたいと考えておりますので、今後とも関係各方面の方々のご協力をよろしくお願いいたします。

第 39 回流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2007  
運営委員会委員長 小川哲

### 運営委員会委員

小川哲(委員長)、青山剛史(研究幹事)、中村孝、吉田正廣、高木亮治、松尾裕一、相曽秀昭、野崎理、溝渕泰寛、山根敬、山本一臣、佐藤茂、長谷川進、少路宏和、黒滝卓司、清水太郎、坪井伸幸、牧野好和、新城淳史



# 目 次

1. 流体力学、計算流体力学、工学の接点を歩いて —圧縮性流体の乱流からマイクロ・ナノ流体まで—	1
徳永宏(京都工芸繊維大学)	
2. ADER High-Order Schemes for Evolutionary PDEs: a Brief Review	7
E.F.Toro(Trento 大学工学部)	
3. 圧縮揚力による超音速デルタ翼の揚抗比増加に関する数値解析	17
○金森正史(東大院)、今村宰、鈴木宏二郎(東大新領域)	
4. 超音速複葉翼の干渉流れに関する実験的研究	22
永井大樹、○齋藤賢一(東北大学工学研究科)、小川俊広(東北大学流体研)、 浅井圭介(東北大学工学研究科)	
5. 境界層強制遷移に伴う臨界レイノルズ数前後の球に作用する支持干渉の無い 空気力について	28
○澤田秀夫、須田信一(JAXA)	
6. チューブトレインの亜音速/遷音速空力特性の数値解析	33
○若山一樹(東大院)、鈴木宏二郎(東大新領域)	
7. 差分格子ボルツマン法による BVI の数値解析	39
○田村明紀、葛原道久、片岡武(神戸大院)、青山剛史、梁忠猷(JAXA)	
8. 垂直軸型風力発電システムの開発について	45
○近藤夏樹、朝治邦裕(日本飛行機)	
9. 東京大学柏キャンパス極超音速風洞の気流特性について	50
○今村宰(東大新領域)、綿貫忠晴(東大工学系研究科)、鈴木宏二郎(東大新領域)、 柏風洞ワーキンググループ(東大)	
10. 軽量アブレータの熱応答特性解析	56
○小林祐介、酒井武治(名大)、奥山圭一(津山工業高専)、鈴木俊之、藤田和央(JAXA)、 加藤純朗(川崎重工)	
11. Hybrid 格子を用いた点緩和型陰的 Discontinuous Galerkin 法の検討	62
○保江かな子、澤田恵介(東北大院)	
12. 横流れを考慮した高揚力翼型展開形態の設計探査	68
○金崎雅博、今村太郎(JAXA)、鄭信圭(東北大学流体研)、山本一臣(JAXA)	
13. 連続モデルと離散モデルの適合性から見た信頼性の議論	75
相曾秀昭(JAXA)	
14. 構造メッシュ差分法における任意渦度の流れ場の生成	81
○名古屋靖一郎(アーク情報システム)、高橋匡康、相曾秀昭、岸恭子(JAXA)	

15. 大規模シミュレーションによる平行平板間乱流の DNS データベースの構築	87
○阿部浩幸(JAXA)、河村洋(東京理科大)	
16. 格子量子色力学の大規模シミュレーション	91
松古栄夫(高エネルギー加速器研究機構)	
17. 大規模並列連成シミュレータのための開発支援・実行環境ミドルウェアの開発	95
○小野謙二(理化学研)、玉木剛(富士通長野システムエンジニアリング)	
18. TSUBAME Grid Cluster	101
○西川武志(東工大学術国際情報センター)、松岡聡(国立情報学研)	
19. LEE によるロケットの音響効果予測	107
○岩永則城、金田英和(計算力学研究センター)、村上桂一(JAXA)、北村圭一(名大)、橋本敦、青山剛史(JAXA)、中村佳朗(名大工)	
20. 液滴による空力騒音低減に関する研究	113
○平石雅之、蔦原道久、田尻慎介(神戸大)、村上桂一、青山剛史(JAXA)	
21. FDTD 法によるハニカムモデルの音響透過解析	119
○村上桂一、青山剛史(JAXA)	
22. 搭載宇宙機の音響構造連成解析手法に関する研究	125
○高橋孝、村上桂一、青山剛史、相曽秀昭(JAXA)	
23. ヘリコプタの旋回飛行に関する数値解析	131
○梁忠猷、青山剛史、石井寛一、奥野善則(JAXA)	
24. 非定常羽ばたき翼周りの流れの数値計算	137
○稲田喜信、青山剛史(JAXA)、青野光(千葉大院)、劉浩(千葉大)	
25. 低圧空気極小プラズマジェットの高圧領域における放射特性	143
○後藤輝一(群馬大院)、舩津賢人(群馬大工)、白井紘行(群馬大)、久保田聖(前橋工業高)、高草木文雄(群馬大工)	
26. 2気筒 PDE における気筒間干渉について	149
○辻俊之、白川真一、古橋照夫、小原哲郎、大八木重治(埼玉大院)	
27. 圧縮性オイラー及びナビエ・ストークス方程式を解くための気泡関数要素を用いた有限要素法	154
○中島修治(中大院)、川原睦人(中大)	
28. 表面張力による液糸分断機構の解明に関する数値解析	160
○新城淳史、松山新吾、溝渕泰寛、小川哲(JAXA)、梅村章(名大院)	
29. JAXA 高揚力装置風洞模型を用いた CFD ワークショップのまとめ	166
村山光宏、○ 山本一臣(JAXA)	

30. JAXA 高揚力装置半裁模型の風洞試験と空力特性 .....	172
○横川譲、村山光宏、伊藤健、山本一臣 (JAXA)	
31. JAXA 高揚力装置風洞模型を用いた CFD 検証解析について .....	178
○村山光宏、横川譲、山本一臣 (JAXA)、田中健太郎 (菱友システムズ)、上田良稲 (東京ビジネスサービス)	
32. JAXA 高揚力装置風洞型の CFD 解析 .....	184
○中山亮、黒田将史、山崎渉、松島紀佐、中橋和博 (東北大院)	
33. 重合格子を用いた JAXA 高揚力装置風洞模型の CFD 解析 .....	190
○永田卓、越智章生、嶋英志 (川崎重工)	
34. 高次精度非構造格子法による JAXA 高揚力装置風洞模型まわりの流れ解析 .....	196
○芳賀臣紀、大西直文、澤田恵介 (東北大院)、増永晶久、内山直樹 (三菱重工)	
35. H-IIA ロケット打ち上げ時に排気プルームから生じる圧力波の発生/伝播に関する研究 ..	202
○堤誠司、河合宗司、高木亮治、藤井孝蔵、有田誠 (JAXA)	
36. ロケット煙道の音響特性に関する研究 .....	208
○村上桂一 (JAXA)、北村圭一 (名大)、橋本敦、青山剛史 (JAXA)、中村佳朗 (名大)	





# 流体力学、計算流体力学、工学の接点を歩いて

徳永宏, 京工繊大, 〒 606-8585 京都府京都市左京区松ヶ崎御所海道町, E-mail: tokunaga@kit.ac.jp

## Researches for Contact Point between Fluid Dynamics, Computational Fluid Dynamics and Engineering

Hiroshi TOKUNAGA, Mechanical & System Eng. Dept., Kyoto Inst.Tech., Matsugasaki, Sakyo-ku, Kyoto 606-8585

The research works of the present author are reviewed. The beginning of turbulence research is about compressible fluid and then extended to transition and drag reduction by making use of higher order accurate difference method and LES. The vorticity-stream function method, which is used in theoretical research, as well as vorticity-vector potential method, is extended in order to study flows with engineering importance which are associated with multi-element airfoil, journal bearing, lobe pump, natural thermal convection, viscous micropump and micropump on silicon wafer.

### 1. はじめに

現在乱流は、3次元の多数の渦が複雑に相互作用するシステムであることが分かっている。私が、京都大学の物理学科の流体物理学研究室に入った頃は、コンピュータはやっと科学技術計算に使用され始めたばかりのころで、1次元の流体の計算が主流であった。したがって、乱流についての、上述の考え方は、Saffmannにより提唱されてはいたが、確かめることは出来なかった。その代わりに、3次元の流体運動の非線形形で渦が作られるように、1次元の流体では Burgers 方程式が取り扱える方程式であり、3角衝撃波が非線形形で作られ、乱流のモデルとして、三角衝撃波の集合を考え、その統計的性質が理論や数値シミュレーションで研究されていた。私は、この考えを拡張し、1次元の圧縮性流体の乱流を弱い衝撃波の集合として捕らえる研究に着手し、理論および数値シミュレーションで先駆的な研究を行った(1)~(2)。また、この考えは、2次元の圧縮性流体の乱流にも適用できることが分かった(3)。次に、2次元の乱流を扱い、これが多数の渦糸からなるという、統計力学の研究で有名な Onsager の考え方を応用し、乱流混合層の数値シミュレーションを実行し、種々の乱流の統計的性質や乱流混合層の特徴を抽出することに成功した(4)。

### 2. 流れの安定性と乱流遷移の数値シミュレーション

乱流の数値シミュレーションを乱流の理論と矛盾なく実行するためには、層流が如何にして乱流に遷移するかをまず見定める必要がある。MIT の Orszag 教授は、この問題に初めて正面から取り組んだが、その際、計算方法として擬スペクトル法を用いた。この方法は大変巧妙な方法で、流れが層流から乱流に移行するとき、流れは次々と細かいスケールを生み出してゆくが、この方法では、用いているスペクトル法の解像度より細かいスケールの渦は、自動的にカットするように仕組みられている。従って、格子解像度が悪くても、それなりの結果を出すことが可能である。しかし、純粹の差分法では、自身の解像度を超えると、計算は発散し、なかなか乱流遷移をとらえることは出来ない。私のところでは、高精度の差分法を用い、この問題を扱い、Kleiser らと同じ時期に乱流に遷移する直前までの計算を行った(5)~(6)。しかし、差分法では限界があり、発達した乱流の計算を遂行するまでには至らなかった。この次期に、LES による乱流の数値シミュレーションで有名な、スタンフォード大学の Moin 教授と知り合い、同大学で1年間研究することになった。(CTR-乱流研究センターは同大学と NASA エームズ研究所にまたがって設置されており、研究は主として、エームズ研究所に籍を置き、CRAY

YMP を用いて数値シミュレーションを行っていた。当時、LES の新しいモデルとして、Dynamic Subgrid Scale Model が CTR で開発途上にあり、これを4次精度の差分法と渦度・ベクトルポテンシャル法と組み合わせる研究を行っていた。

### 3. 乱流の LES による計算

微小な攪乱に対しては安定であるが、有限の攪乱に対しては乱流に遷移し得る、所謂重臨界の乱流遷移の数値シミュレーションには、LES を用いて成功することができた。また、微小な攪乱についても乱流遷移を起こす超臨界の乱流遷移の数値シミュレーションにも成功することができた。図1は、チャンネル壁面の抵抗係数が、層流から乱流になるとき、急激に増大することを示している(7)。

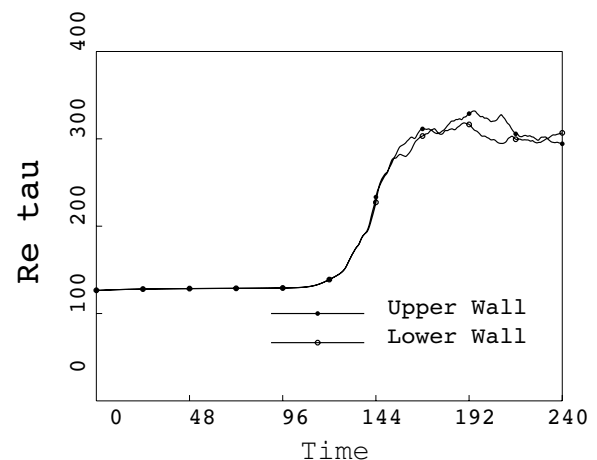


Fig. 1: Time history of skin friction on channel walls

CTR では、多くの側面から乱流が研究されていたが、そのなかで、リブレットによる抵抗低減の研究も行われていた。航空機では、少し抵抗を減らしただけでも、多くの燃料の節約が達成され、重要な研究課題である。この研究に刺激されトランスバース・リブレットによる壁面抵抗低減の数値シミュレーションを実行した。リブレットの構造を図2に、上下壁面の全抵抗(摩擦及び圧力抵抗)の時間変化を図3に示す。リブレットを持つ壁面の抵抗低減が示されている(8)~(9)。図4は、上下壁面と横断面における等渦度線である。リブレットによって乱流が大きな変化を受けることが示されている。

### 4. 高迎角多要素翼型周りの流れ場への渦度・流れ関数法の適用

渦度・流れ関数法は、流体力学の教科書には殆ど全て

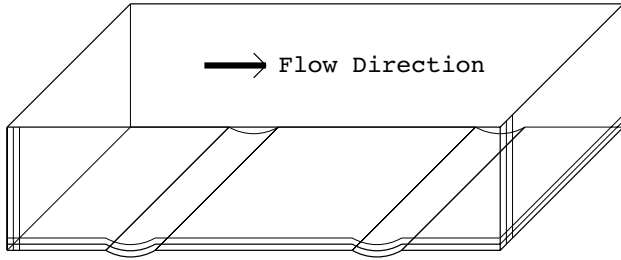


Fig. 2: Schematic view of transverse riblet

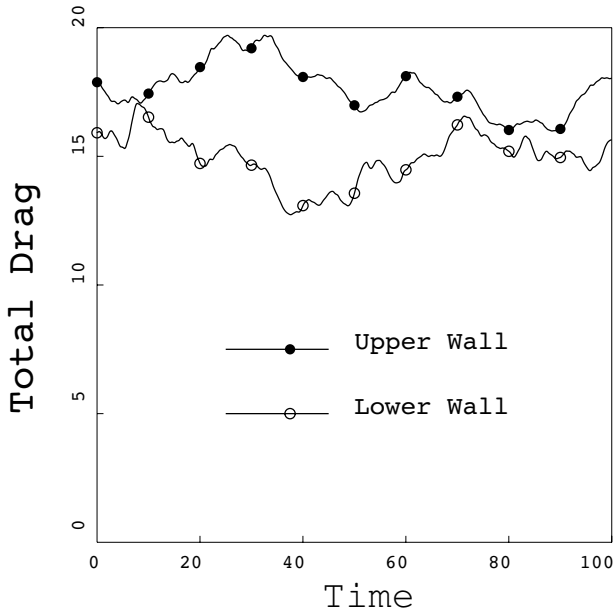


Fig. 3: Time history of total drag

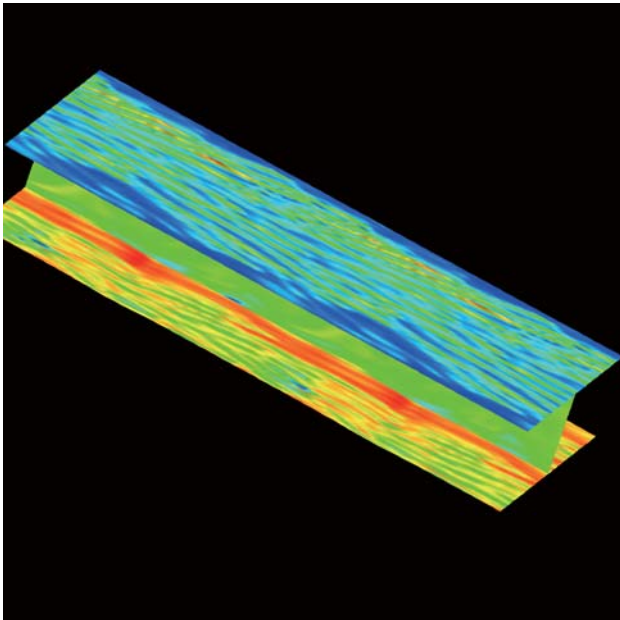


Fig. 4: Vorticity contours on channel walls and mid span

掲載されており、非圧縮性流れで重要となる連続の式を厳密に満足でき、理論的取り扱いを容易にできる方法である<sup>(10)</sup>。しかし、この方法を工学で重要となる流れに適用するとき、領域の多重連結性から生じる問題を克服

しなければならない<sup>(11)</sup>。

基礎方程式は渦度  $\omega$  に対する渦度輸送方程式 (1) と流れ関数  $\psi$  にたいするポワソン方程式 (2) に対して

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (2)$$

であり、圧力が方程式から消去されている。

図5は、単独翼を過ぎる流れに相当するが、2重連結領域の流れとなり、物体上の流れ関数の値は予め知ることとはできない。

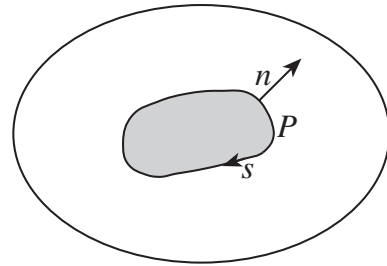


Fig. 5: multiply connected flow

NASA エームズ研究所で研究していたとき、同じフロアにおられた当時計算流体力学ブランチ・チーフの J. Kim (現 UCLA 教授) とこの方法について相談をしていたとき、同教授の意見として、いい方法ではあるが、克服すべき点をいくつか提案された。このとき、明瞭には同教授は指摘されなかったが、航空機の翼を過ぎる流れなどに応用する場合、多重連結領域の流れを扱うことになり、このときいくつか方法を模索していたが、完成はしていなかった。渦度・流れ関数表示において複数物

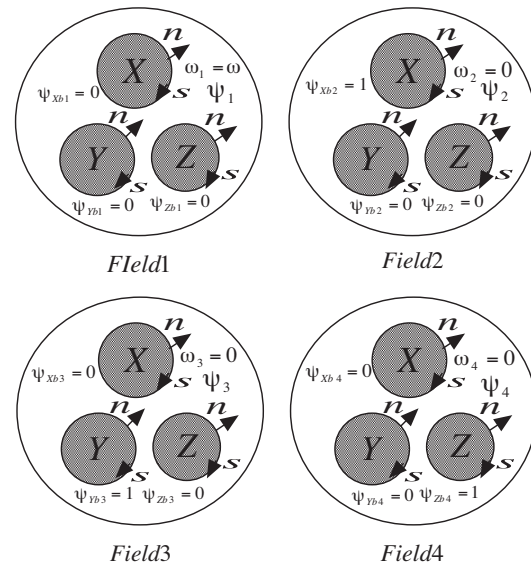


Fig. 6: Separation of flow field (3 bodies)

体を含むような多重連結の流れ場を解く際、各物体間の流量が分からなければ境界条件として物体表面上の流れ関数を設定することが困難になる。また任意の値を与え

たとしても方程式は解けるが、その解は実際の流れ場には適さないものとなる恐れがある。そこで、実際の流れ場に適した境界条件として正しい流れ関数の値を求めるために式 (3) の圧力一価の条件を用いることができる。

$$\oint \frac{\partial P}{\partial s} ds = \frac{1}{Re} \oint \frac{\partial \omega}{\partial n} ds = 0 \quad (4)$$

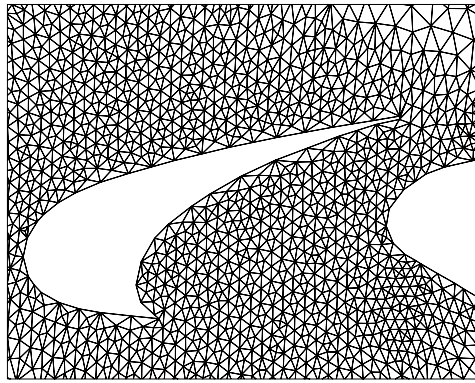
ここで左辺の壁面上の圧力勾配の計算に用いる  $\partial p / \partial s$  は、ナビエ・ストークスの方程式により導出されている。圧力一価の条件を適用するために、流れ場を要素に分離する方法を用いる。エアバス社の3要素翼を解析対象として、Slat、主翼、Flapを順に物体X、Y、Zとする。流れ場における流れ関数  $\psi$ 、 $\omega$  を次のように便宜的に分離する。

$$\psi = \psi_1 + A(t)\psi_2 + B(t)\psi_3 + C(t)\psi_4 \quad (4)$$

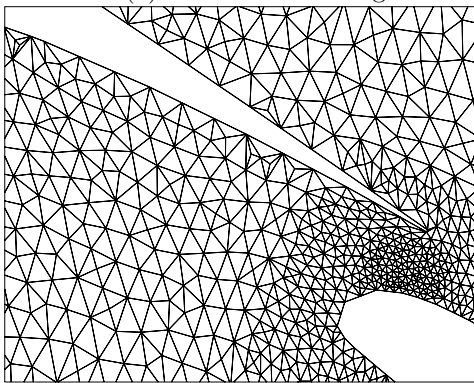
$$\omega = \omega_1 + A(t)\omega_2 + B(t)\omega_3 + C(t)\omega_4 \quad (5)$$

式 (5) を圧力一価の式 (3) に代入し、係数  $B_k$  ( $k=2\sim4$ ) を求める。

$Re = 500$  の場合において数値計算を行った。図7に主翼とSlat、主翼とFlapの狭い領域に生成された格子を示す。非構造有限体積法で計算を遂行すると、無次元時



(a) Slat and main wing



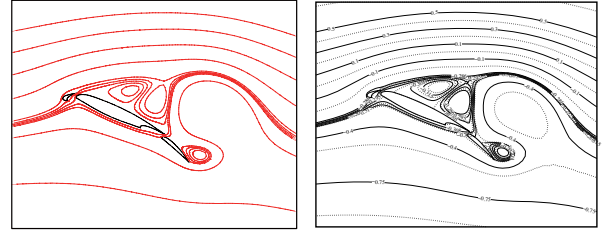
(b) Flap and main wing

Fig. 7: Unstructured triangular grid along multi-element airfoil

間  $T = 3.6$  の流線図のようにフランスのグループの計算と良好に一致する<sup>(12)~(13)</sup>。

##### 5. ポンプ内流動の数値シミュレーションへの応用

上記の方法は、圧力差の条件を新たに加えることで、工学上重要なポンプ内流れを扱うことができる。容積型ポンプ内流れ<sup>(14)~(15)</sup>に用いた格子を図9に示す。主格



T=3.6

Fig. 8: Streamlines of flow along airbus multi-element airfoil (left: present and right Guermond and Quatrapelle)

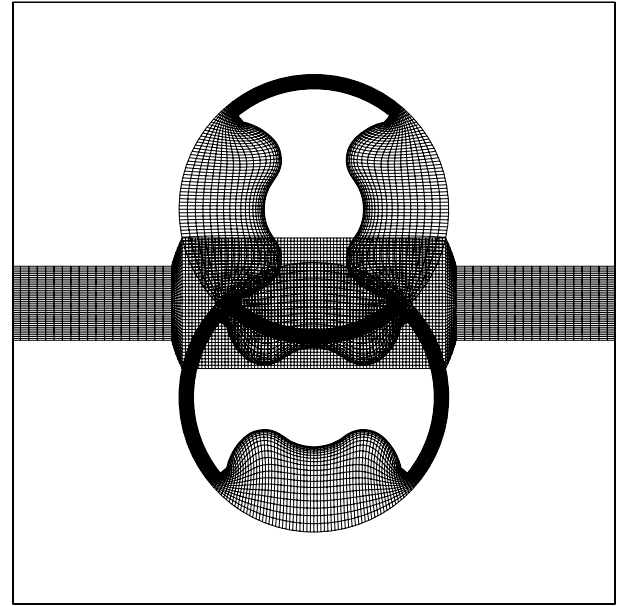


Fig. 9: Overset grid for lobe pump

子 (253x41)、補助格子 (209x21) からなる。また、ポンプのように、ローターが流体中を動いて、仕事をする場合、流体力学の講義であるように、物体が流線になることはなく、この場合、具体的には上側及び下側のローターの  $(x_1, y_1)$  と  $(x_2, y_2)$  の位置の回転速度を  $(u_1, v_1)$ ,  $(u_2, v_2)$  とすると、流れ関数はそれぞれ

$$\psi = -v_1 x_1 + u_1 y_1, \quad \psi = -v_2 x_2 + u_2 y_2 \quad (6)$$

で与えられ、流線が物体に突っ込む場合も起こりうる。この様子が図10に示されている。同様な方法により、

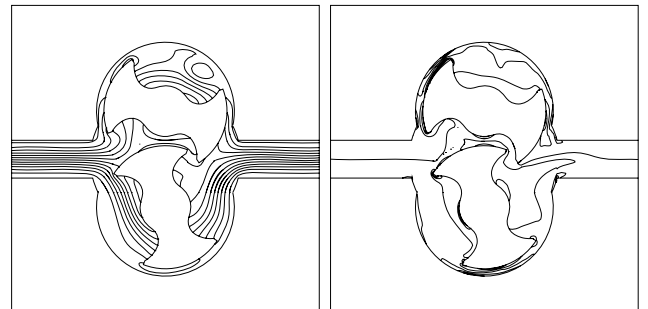


Fig. 10: Stream lines and vorticity contours in lobe pump

機械工学で重要なジャーナル・ベアリング内流れの非定常解析も行われている<sup>(16)</sup>。

#### 6. 熱対流を伴う流れへの応用

流体の温度変化があり浮力が重要となる流れに対しても、上記の方法は有効である。高温の物体が低温の容器内にある場合の流れの計算例を図 11 に示す<sup>(17)</sup>。計算結果は、Van Dyke の”Album of Fluid Motion”<sup>(18)</sup>の中にある、Girgull & Hauf<sup>(19)</sup>の実験と良好な一致を示している。

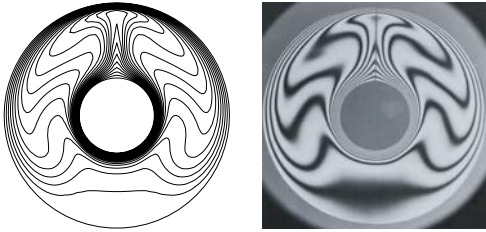


Fig. 11: Isotherms in concentric cylinders and experimental result of Grigull & Hauf, from An album of fluid motion ( $Gr = 1.2 \times 10^5$ )

#### 7. 血液循環の数値シミュレーション (TCPC)

心臓に欠陥がある場合手術により、左右心房、心室にバイパスを設け、心臓を機能させる方法があり、TCPCと呼ばれている。図 12 に示すように TCPC 内の流れは 5 重連結領域となる。

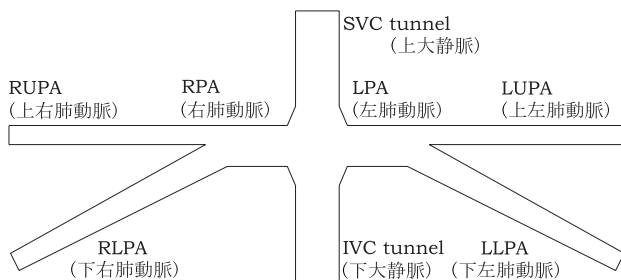


Fig. 12: Schematic view of TCPC

計算格子は図 13(a) のようになる。SVC-RUPA 間の圧力差を  $p'_{ru}$ 、SVC-LUPA 間の圧力差を  $p'_{lu}$ 、IVC-RLPA 間の圧力差を  $p'_{rl}$ 、IVC-LLPA 間の圧力差を  $p'_{ll}$  とし、流入・流出口間の圧力差を  $p'_{ru} = -1.0$ 、 $p'_{lu} = -1.0$ 、 $p'_{rl} = -1.0$ 、 $p'_{ll} = -1.0$  において計算を行ったのが図 13(b) である。

続いて、流入・流出口間の圧力差を  $p'_{ru} = -3.269$ 、 $p'_{lu} = -3.409$ 、 $p'_{rl} = -1.277$ 、 $p'_{ll} = -1.416$  において計算を行った結果を図 14(a) に示す。後者のケースで、本結果は Sheu ら<sup>(20)</sup>の計算結果 14(b) と比較して良く一致する結果となっている<sup>(21)</sup>。

#### 8. マイクロ・ナノ流体

コンピュータの CPU を作る、近年の微細加工技術の長足の進歩により、マイクロ・ナノスケールのポンプやタービンの製作が可能となり、また MIT では、マイクロガスタービンの研究もなされ、ペンシル型ロケットを宇宙に送り出す計画もなされている。流れの分野で、スケールが小さくなると、ナビエ・ストークスから、慣性のないストークス方程式で流れが支配されるような

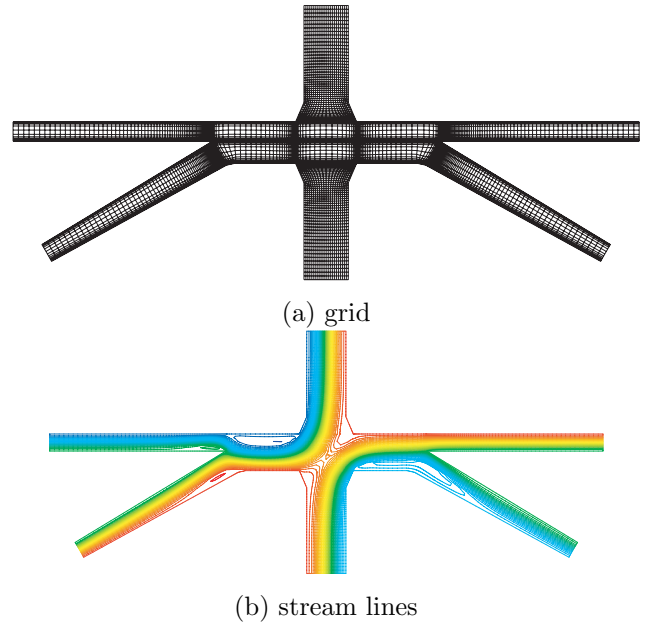


Fig. 13: multi-domain grid and stream lines for TCPC ( $\Delta p = -1.0, -1.0$ )

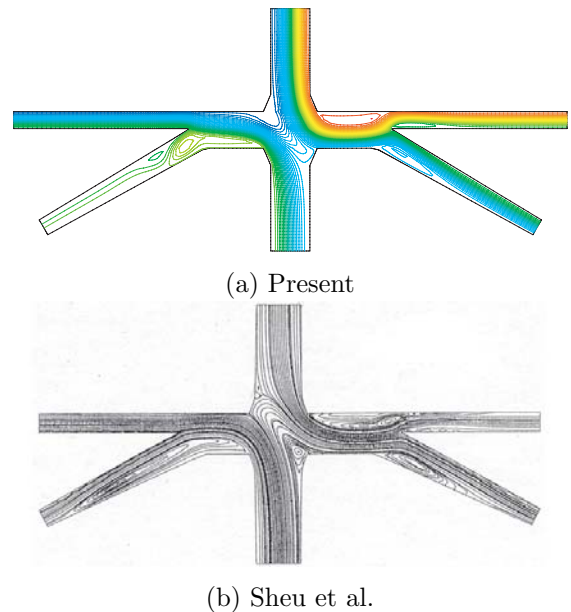


Fig. 14: Stream lines for TCPC ( $\Delta p = -3.269, -3.409, -1.277, -1.416$ ) and result of Sheu et al.

る。通常のスケールのポンプなどは、流体の慣性力で動いており、これがなくなると、ポンプなどは、根底から考え直す必要がある。また、更に小さくなると、希薄流体で支配される領域も現れる。Gad-el-Hak 教授らはこの分野で先駆的な研究を行い、マイクロチャンネル内で円柱のロータを回転させるポンプを提案している<sup>(22)</sup>。マイクロチャンネルの圧力差を  $\Delta p = 0, 2$  及び  $4$  と変えて、数値シミュレーションを行った<sup>(23)</sup>。図 15 のように、ストークス流にも拘わらず渦が重要な役割を果たしていることが見て取れる。最近では人口細胞内の液体駆動や DNA の集合・収縮に使われる実用的なマイクロポンプの開発が期待されている<sup>(24)</sup>。図 16 に示すのは、シリコンウェファでつくられた医療用のマイクロポンプである。マイクロポンプ内流



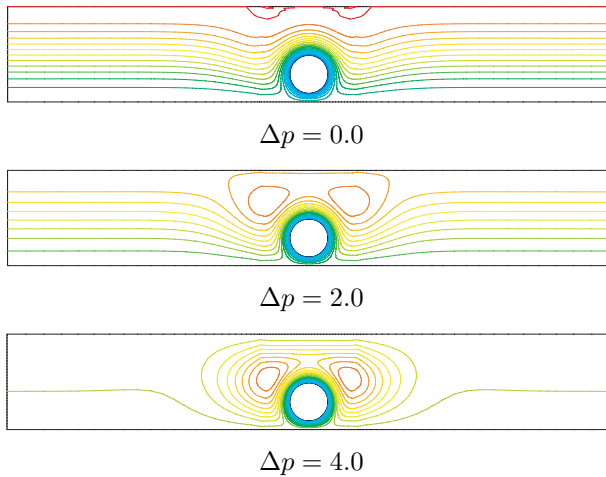


Fig. 15: Stream lines in viscous micropump

れの計算については、2つの流入・流出部の格子とケーシング内とブレード間の直交格子をつなぎ合わせる事で計算を行なう17。ロータが回転するので、クリアランス部の円周方向の中心部で滑り格子の形になる<sup>(25)</sup>。

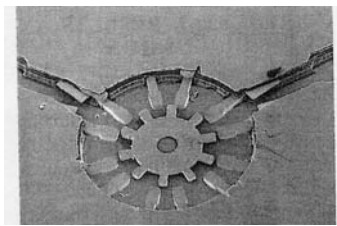


Fig. 16: Micropump on silicon wafer by Ahn et al.

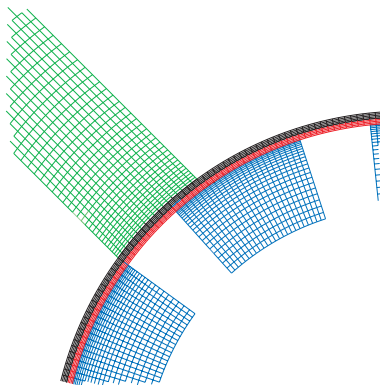
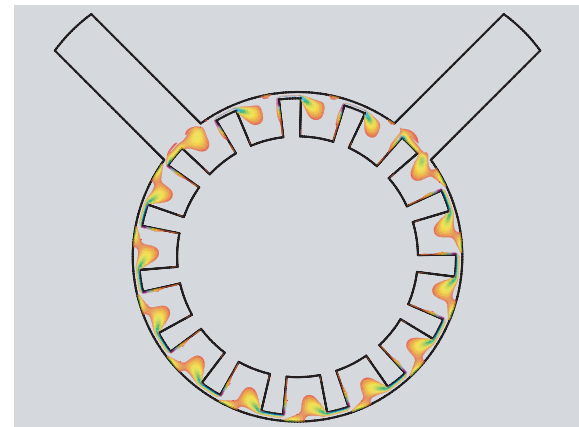


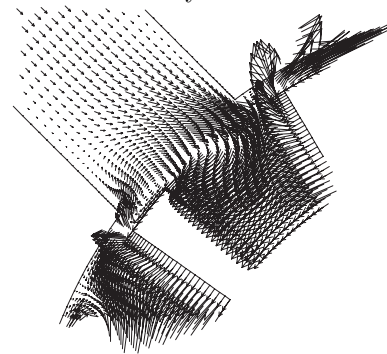
Fig. 17: Analytical slide grid around rotor

渦度の等高線とポンプ流入部の速度ベクトル線図を図18に示す。ブレード間の溝に2つの渦が存在している。また、ポンプの右上部の流出部の部分で大きな渦のチャンネル方向への拡大が見られる。流入は流体の慣性力がないため、渦により流体がポンプ内に運ばれている様子が見られる。9. まとめ 流体力学、計算流体力学、航空工学、機械工学の多くの諸先生と交流することにより、刺激を受け、種々の研究を行い、学会に貢献できたことに対して、お礼を申し上げたいと思います。

- (1) T. Tatsumi and H. Tokunaga, One-dimensional shock turbulence in a compressible fluid, J. Fluid Mech., (1974), 65,3,pp. 581-601.



Vorticity contours



Velocity vectors

Fig. 18: Vorticity contours and Velocity vectors in inlet part at 0/3 period

- (2) H. Tokunaga, The Statistical Theory of One-Dimensional Turbulence in a Compressible Fluid, J. Phys. Soc. Jpn., (1976), Vol. 41, No1, pp. 328-337.
- (3) H. Tokunaga and T. Tatsumi, Interaction of Plane Nonlinear Waves in a Compressible Fluid and Two-Dimensional Shock Turbulence, J. Phys. Soc. Jpn., (1975), Vol. 38, No.4, pp. 1167-1179.
- (4) 徳永、安井, 渦糸モデルによる非定常二次元せん断乱流の数値解析, 日本機械学会論文集 (B 編), (1984), 50, 453, pp. 1247-1253.
- (5) H. Tokunaga, N. Satofuka and H. Miyagawa, Direct simulation of shear flow turbulence in a plane channel by sixth order accurate multi-grid Poisson solver, Lecture Notes in Physics 264, (1986), pp. 617-621, eds., F. G. Zhuang and Y. L. Zhu, Springer.
- (6) H. Tokunaga, K. Ichinose and N. Satofuka, Numerical simulation of transient turbulent flows by the vorticity-vector potential formulation, Computers & Fluids, (1991), 19, 3/4, pp. 413-420.
- (7) 巽、流体力学、培風館、(1982)、pp. 53-56, pp. 187-194.
- (8) J. H. Adlam, Computation of Two-Dimensional Time-Dependent Natural Convection in a Cavity

- Where There are Internal Bodies, Computers & Fluids, Vol. 14, No.2, (1986), pp. 141-157.
- (9) H. Tokunaga and K. Okuda, Large Eddy Simulation Using Complete Fourth Order Difference Method and Vorticity-Vector Potential Formulation in Generalized Coordinate, DNS/LES Progress and Challenges, Third AFOSR, Arlington, Texas, (2001), pp. 275-282, eds., C. Liu, L. Sakell and T. Beutner, Greyden Press.
  - (10) 徳永、横方向リブレットを持つ壁面乱流の LES による数値解析と抵抗低減, 日本航空宇宙学会論文集, (1999), 47, 546, pp. 272-278.
  - (11) H. Tokunaga, LES of Channel Flow with Transverse Riblet and Drag Reduction, AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, (1999), pp. 1-10, AIAA Paper 99-0424. 2000, 66, 643, pp. 641-646.
  - (12) H. Tokunaga and G. Funakoshi, Numerical Simulation of Unsteady Incompressible Flow along Multi-Element Aerofoil by Unstructured Grid Coupled with Finite Volume and Vorticity-Stream Function Method, Proc. 7th Int. Conf. Num. Grid Generation in Comp. Field Simulations, Whistler, Canada, (2004), pp. 943-952, CD-ROM, B. K. Soni, J. Hauser, J. F. Thompson, P. Eiseman, ISGG.
  - (13) J. L. Guermond and L. Quartapelle, Calculation of Incompressible Viscous Flows by an Unconditionally Stable Projection FEM, J. Comp. Phys., (1977), No. 132, pp. 12-33.
  - (14) 奥田、徳永、移動格子法と渦度・流れ関数法による容積形ポンプ内流れの数値計算, 日本機械学会論文集 (B 編), (2002), 68, 670, pp. 1737-1744.
  - (15) H. Tokunaga and K. Okuda, Moving Overset Grid Method on Numerical Simulation of Flow in Lobe Pump on Vorticity-Stream Function Formulation, Proc. 6th Int. Conf. Num. Grid Generation in Computational Field Simulations, Wikiki, Hawaii, (2002), pp. 793-802, eds., B. K. Soni, J. Chawner, P. R. Eiseman, J. Hauser, K. Nakahasi, J. F. Thompson and N. Weatherill, ISGG.
  - (16) 岡田、徳永、里深, 渦度・流れ関数法と移動格子法によるジャーナル・ベアリング流れの動的解析, 日本機械学会論文集 (B 編), (2000), 66, 643, pp. 641-646.
  - (17) H. Tokunaga and T. Terai, A numerical method for incompressible flow with heat transfer and new type of periodic and irregular convective fluid motion along two bodies within vessel, IMACS Series in Computational and Applied Mathematics 7, (2003), pp. 141-150, eds., R. M. Spitaleri and F. Pistella, IMACS.
  - (18) M. Van Dyke, An Album of Fluid Motion, (1982), The Parabolic Press, p. 122.
  - (19) U. Grigull and W. Hauf, Proc. 3rd Int. Heat Transfer Conf. 2, (1966), pp. 182-195.
  - (20) T. W. H. Sheu, S. F. Tsai, W. S. Hwang and T. M. Chang, A finite element study of the blood flow in total cavopulmonary connection, Computers & Fluids, (1999), 28, pp. 19-39.
  - (21) H. Tokunaga and H. Nakae, Multi-Block Structured Grid for Numerical Simulations of Blood Flow in Total Cavopulmonary Connection, Proc. of 9th International Conference on Numerical Grid Generation in Computational Field Simulations, San Jose, CA, USA, (2005), pp. 1-11, eds., P. Papadopoulos, B. K. Soni, J. F. Thompson, J. Haeuser and P. Eiseman, ISGG.
  - (22) D. Decourtye, M. Shen and M. Gad el Hak, Analysis of Viscous Micropumps and Microturbines, I. J. Comp. Fluid Dynm., (1998), 10, pp. 13-25.
  - (23) H. Tokunaga, A. Fujiwara and M. Matsumoto, Numerical Simulation of Flow in Micro Pump by Vorticity-Stream Function and Vorticity-Vector Potential Method, Proc. of Transport Phenomena in Micro and Nanodevices, Kona, Hawaii, (2004), CD-ROM, pp. 1-11, eds., M. Gad-el-Hak, N. Kasagi, S. Hardt, ECI.
  - (24) C. H. Ahn and M. G. Allen, Fluid Micropump Based on Rotary Magnetic Actuators, IEEE 8th Int. Workshop on MEMS, (1995), pp. 408-413.
  - (25) H. Tokunaga and M. Matsumoto, DYNAMICAL SIMULATION OF FLOWS IN MICROPUMP ON SILICON WAFER, Second International Conference on Transport Phenomena in Micro and Nanodevices, Barga, Italy, (2006), CD-ROM, pp. 1-11, eds., Gad-el-Hak, N. Kasagi, S. Hardt, A. N. Jauho and T. Niimi, ECI.

# ADER High-Order Schemes for Evolutionary PDEs: a Brief Review

E. F. Toro, C. E. Castro and M. Dumbser

Laboratory of Applied Mathematics

Department of Civil and Environmental Engineering

University of Trento, Italy

**Abstract.** We give an overview of the ADER approach for constructing numerical schemes of arbitrary order of accuracy in space and time, for solving evolutionary partial differential equations.

## 1 Introduction

Most of the current experience with ADER methods relate to non-linear hyperbolic systems of balance laws

$$\partial_t \mathbf{Q} + \partial_x \mathbf{F}(\mathbf{Q}) + \partial_y \mathbf{G}(\mathbf{Q}) + \partial_z \mathbf{H}(\mathbf{Q}) = \mathbf{S}(\mathbf{Q}) , \quad (1)$$

where  $\mathbf{Q}$  is the vector of unknowns,  $\mathbf{F}(\mathbf{Q})$ ,  $\mathbf{G}(\mathbf{Q})$ ,  $\mathbf{H}(\mathbf{Q})$  are prescribed flux functions and  $\mathbf{S}(\mathbf{Q})$  is the vector of source terms (stiff or non-stiff). Recent work extends the ADER methodology to solve non-linear reaction-diffusion equations, which in one space dimension read

$$\partial_t \mathbf{Q}(x, t) = \partial_x (\alpha(x, t, \mathbf{Q}(x, t)) \partial_x \mathbf{Q}(x, t)) + \mathbf{S}(\mathbf{Q}(x, t)) , \quad (2)$$

where  $\mathbf{Q}(x, t)$  is the unknown of the problem,  $\alpha(x, t, \mathbf{Q}(x, t))$  is a prescribed diffusion coefficient and  $\mathbf{S}(x, t, \mathbf{Q}(x, t))$  is a reaction (source) term.

The ADER approach can be implemented in two major existing frameworks: finite volumes and discontinuous Galerkin finite elements. In the finite volume framework the ADER approach contains three main steps, namely (i) a non-oscillatory spatial reconstruction using cell averages, (ii) solution of high-order Riemann problems at the interface to define the numerical flux, and in the presence of source terms, (iii) evaluation of a volume integral to high accuracy in space and time to define the numerical source.

The reconstruction problem can be viewed in different ways. The simplest is that in which solutions do not include large spatial gradients or discontinuities and one can use *fixed-stencil*, or linear, reconstructions. For problems involving large gradients and shocks one must use non-linear, or solution adaptive, reconstructions. Here one must make the distinction between structured and unstructured meshes.

Preliminary results on the ADER approach are found in [29] for linear problems on structured meshes. Further developments of the approach are reported in [30], [26], [25], [21], [15], [22], [16] [20], [31], [27], [5], [4], [6], [17], [5], [4], [6], [7], [8], [2], [36], [33], [9] .

Sect. 2 discusses the high-order Riemann problem, Sect. 3 shows some examples and Sect. 3 draws some conclusions.

## 2 The High-Order Riemann Problem

We assume that an appropriate spatial reconstruction method from cell averages is in place. For this we recommend the recently proposed WENO procedure [6], [7]. Then, at each interface, there will be a discontinuity surface. To determine the numerical flux we require the solution, as a function of time, at each integration point. For this we need to solve a high-order Riemann problem. Here we first state the mathematical problem and then briefly review existing methods to compute the solution at the interface, as a function of time.

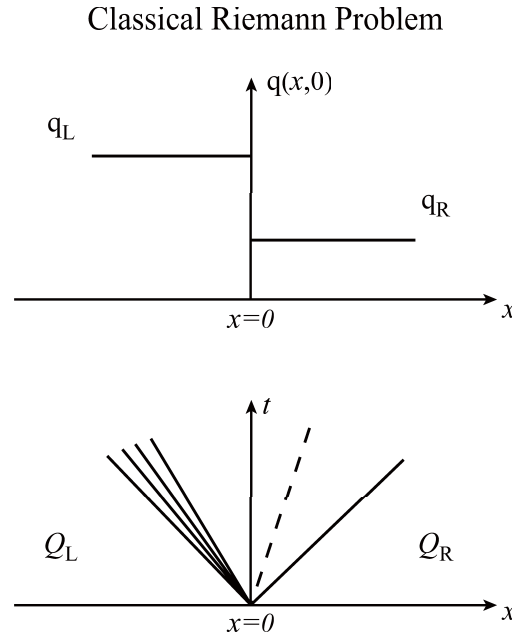


Figure 1: The classical Riemann problem for a typical  $3 \times 3$  non-linear homogeneous system. Top frame: initial condition at  $t = 0$  for a single component  $q$  of the vector of unknowns  $\mathbf{Q}$ . Bottom frame: structure of the similarity solution in the  $x - t$  plane.

## 2.1 The mathematical problem

The high-order Riemann problem (often called the Generalized Riemann Problem, or the Derivative Riemann Problem) is the initial-value problem

$$\left. \begin{array}{l} \text{PDEs: } \partial_t \mathbf{Q} + \partial_x \mathbf{F}(\mathbf{Q}) = \mathbf{S}(\mathbf{Q}), \quad x \in (-\infty, \infty), \quad t > 0, \\ \text{IC: } \mathbf{Q}(x, 0) = \begin{cases} \mathbf{Q}_L(x) & \text{if } x < 0, \\ \mathbf{Q}_R(x) & \text{if } x > 0. \end{cases} \end{array} \right\} \quad (3)$$

The partial differential equations (PDEs), with source terms, are assumed to be a general system of hyperbolic balance laws. The initial condition (IC) consists of two vectors  $\mathbf{Q}_L(x)$  and  $\mathbf{Q}_R(x)$ , the components of which are assumed to be smooth functions of  $x$ , with  $K$  continuous non-trivial spatial derivatives away from zero. We denote by  $DRP_K$  the case in which the initial conditions in (3) consist of polynomials of degree at most  $K$ . The case  $DRP_0$  corresponds to the *classical* piece-wise constant data Riemann problem, associated with the first-order Godunov scheme [10]. Similarly, case  $DRP_1$  corresponds to the piece-wise linear data Riemann problem, or the so-called generalized Riemann problem (GRP), associated with a second-order method of the Godunov type [18], [34], [1], [3], [28].

Fig. 1 depicts the classical Riemann problem  $DRP_0$  for a typical  $3 \times 3$  homogeneous non-linear system. The bottom frame of Fig. 1 depicts the structure of the corresponding solution in the  $x - t$  plane; characteristic curves are straight lines. We note however, that the solution of the Riemann problem with piece-wise constant data but with source terms does not have a similarity solution and cannot be represented as in Fig. 1 (bottom frame).

Fig. 2 illustrates the high-order Riemann problem  $DRP_K$ ; the top frame depicts the initial condition for a single component  $q$ ; data consists of two smooth vectors separated by a discontinuity at the origin. The bottom frame of Fig. 2 depicts the corresponding structure of the solution in the  $x - t$  plane. Now characteristics are no longer straight lines. Compare Figs. 1 and 2.

For numerical purposes it is sufficient to find the solution of (3) at the origin  $x = 0$  and for  $t > 0$ ,

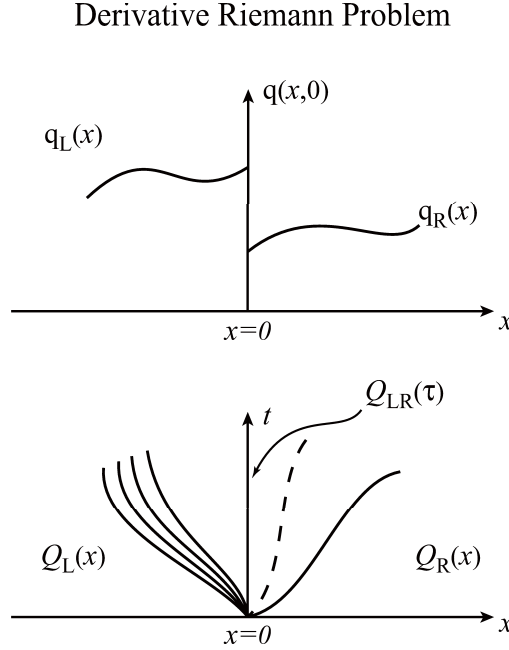


Figure 2: The Derivative Riemann Problem for a typical  $3 \times 3$  non-linear system. Top frame: initial condition at  $t = 0$  for a single component  $q$  of the vector of unknowns  $\mathbf{Q}$ . Bottom frame: structure of the solution on the  $x - t$  plane.

as a function of time, denoted by  $Q_{LR}(\tau)$  in Fig. 2.

To construct high-order numerical methods of the ADER type of  $(K + 1)$ -th order of accuracy in both space and time it is sufficient to find the solution  $Q_{LR}(\tau)$  of (3). The corresponding intercell numerical flux results from evaluating the integral

$$\mathbf{F}_{LR} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \mathbf{F}(\mathbf{Q}_{LR}(\tau)) d\tau, \quad (4)$$

where  $\Delta t$  is the time step of the scheme.

## 2.2 Solvers for the High-Order Riemann Problem

Here we very briefly review four existing solvers for the high-order Riemann problem.

### 2.2.1 The Toro-Titarev solver

The method proposed by Toro and Titarev [30], [32] first expresses the solution  $\mathbf{Q}_{LR}(\tau)$  at the interface  $x = 0$  as the power series expansion in time

$$\mathbf{Q}_{LR}(\tau) = \mathbf{Q}(0, 0_+) + \sum_{k=1}^K \left[ \partial_t^{(k)} \mathbf{Q}(0, 0_+) \right] \frac{\tau^k}{k!}. \quad (5)$$

The leading term  $\mathbf{Q}(0, 0_+)$  is found by solving a conventional (non-linear) Riemann problem using as data the extrapolated values from left and right in (1). The higher-order terms require the determination of the coefficients  $\partial_t^{(k)} \mathbf{Q}(0, 0_+)$ . This part includes the following steps: (a) use the Cauchy-Kowalewski procedure to express all time derivatives  $\partial_t^{(k)} \mathbf{Q}(0, 0_+)$  as functions  $\mathbf{G}^{(k)}$  of spatial derivatives, namely

$$\partial_t^{(k)} \mathbf{Q}(x, t) = \mathbf{G}^{(k)} \left( \partial_x^{(0)} \mathbf{Q}, \partial_x^{(1)} \mathbf{Q}, \dots, \partial_x^{(k)} \mathbf{Q} \right), \quad (6)$$



(b) solve classical linear Riemann problems for the spatial derivatives  $\partial_x^{(l)} \mathbf{Q}$  to determine the arguments of  $\mathbf{G}^{(k)}$ , which then give the coefficients  $\partial_t^{(k)} \mathbf{Q}(0, 0_+)$ . This solution technique for  $DRP_K$  reduces the problem to that of solving  $K + 1$  classical homogeneous Riemann problems, one (generally non-linear) Riemann problem to compute the leading term, and  $K$  linearized Riemann problems to determine the higher order terms. See [7] for details on a subroutine for performing the Cauchy-Kowalewski procedure for the three-dimensional Euler equations.

### 2.2.2 The Harten-Engquist-Osher-Chakravarthy (HEOC) solver

The Harten-Engquist-Osher-Chakravarthy (HEOC) solver results from a re-interpretation of the high-order method of [11], see [2] for details. This method first evolves in time the initial conditions by developing power series expansions in time on each side of the interface, namely

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\mathbf{Q}}_L(\tau) &= \mathbf{Q}_L(0_-) + \sum_{k=1}^K \left[ \partial_t^{(k)} \mathbf{Q}(0_-, 0) \right] \frac{\tau^k}{k!} \\ \tilde{\mathbf{Q}}_R(\tau) &= \mathbf{Q}_R(0_+) + \sum_{k=1}^K \left[ \partial_t^{(k)} \mathbf{Q}(0_+, 0) \right] \frac{\tau^k}{k!} \end{aligned} \right\} . \quad (7)$$

The Cauchy-Kowalewski procedure then allows the use of the PDEs in (3) to express all time derivatives in (7) as functions of space derivatives and of the source terms, as in (6). The spatial derivatives are calculated as the limiting values from left and right, at  $t = 0$ , of the spatial derivatives of the initial conditions, denoted as  $\mathbf{Q}_L^{(k)}(0_-)$ ,  $\mathbf{Q}_R^{(k)}(0_-)$ . Then

$$\left. \begin{aligned} \partial_t^{(k)} \mathbf{Q}(0_-, 0) &= \mathbf{G}^{(k)} \left( \mathbf{Q}_L^{(0)}(0_-), \mathbf{Q}_L^{(1)}(0_-), \dots, \mathbf{Q}_L^{(k)}(0_-) \right) \\ \partial_t^{(k)} \mathbf{Q}(0_+, 0) &= \mathbf{G}^{(k)} \left( \mathbf{Q}_R^{(0)}(0_+), \mathbf{Q}_R^{(1)}(0_+), \dots, \mathbf{Q}_R^{(k)}(0_+) \right) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

are determined and thus the expansions (7) are determined at any time  $t = \tau$ .

Finally one defines the solution of the DRP (3) at the interface  $x = 0$ , at time  $t = \tau$  as  $\mathbf{Q}_{LR}(\tau) = \mathbf{D}(\tau, 0)$ , where now  $\mathbf{D}(\tau, x/(t - \tau))$  is the similarity solution of the classical, homogeneous Riemann problem

$$\left. \begin{aligned} \text{PDEs:} \quad & \partial_t \mathbf{Q} + \partial_x \mathbf{F}(\mathbf{Q}) = \mathbf{0} , \\ \text{ICs:} \quad & \mathbf{Q}(x, 0) = \begin{cases} \tilde{\mathbf{Q}}_L(\tau) & \text{if } x < 0 , \\ \tilde{\mathbf{Q}}_R(\tau) & \text{if } x > 0 . \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Note that here  $\mathbf{D}(\tau, x/(t - \tau))$  depends on the parameter  $\tau$ .

Fig. 3 gives an interpretation of the HEOC solution method for the DRP (3). At time  $t = 0$  one performs a series expansion in time on the limiting values of the data left and right of the interface (circles). Via the Cauchy-Kowalewski method one evolves the data in time on each side of the interface, to produce time-evolved states  $\tilde{\mathbf{Q}}_L(\tau)$  and  $\tilde{\mathbf{Q}}_R(\tau)$ , at any chosen time  $t = \tau$  (rhombuses in Fig. 3). These (constant) states at  $t = \tau$  form the initial conditions for a classical Riemann problem, as depicted on the top part of Fig. 3 by the self-similar wave pattern. The sought solution is that given by (9), which is constant along the  $t$ -axis associated with the self-similar wave pattern. As the method applies to any time  $\tau$  one has a time-dependent solution  $\mathbf{Q}_{LR}(\tau)$  at the interface.

We remark that, just as in the Toro-Titarev solver [30], the HEOC solution method applies to in-homogeneous non-linear conservation balance laws. The influence of the source term enters via the Cauchy-Kowalewski method, in which the source terms enter the coefficients in (7), (8). But note that at no point in the method it becomes necessary to solve Riemann problems, explicitly accounting for the influence of the source terms.

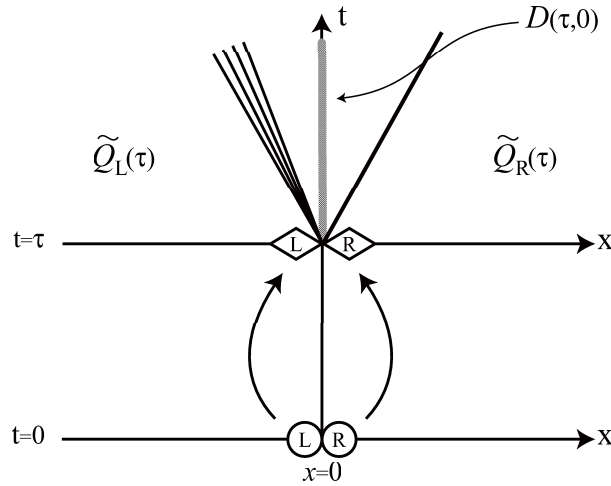


Figure 3: Illustration of the HEOC Derivative Riemann Problem solver. The limiting values of the initial data from left and right (circles) are time evolved separately to any time  $\tau$  (rhombuses). The desired solution results from solving the classical Riemann problem with these evolved states as data.

### 2.2.3 The Castro-Toro solver

The sought solution at the interface is again expressed as in (5), with the leading term computed as in the Toro-Titarev solver. To compute the higher order terms we solve *time-derivative* Riemann problems, that is, for any index  $k > 0$  we compute  $\partial_t^{(k)} \mathbf{Q}(0_-, 0)$  and  $\partial_t^{(k)} \mathbf{Q}(0_+, 0)$  as in (8). To find  $\partial_t^{(k)} \mathbf{Q}(0, 0_+)$  right at the interface one solves the classical linearized homogeneous Riemann problem

$$\left. \begin{array}{l} \text{PDEs:} \quad \partial_t \left( \partial_t^{(k)} \mathbf{Q}(x, t) \right) + \mathbf{A}_{LR}^{(0)} \partial_x \left( \partial_t^{(k)} \mathbf{Q}(x, t) \right) = \mathbf{0} , \\ \text{ICs:} \quad \partial_t^{(k)} \mathbf{Q}(x, 0) = \begin{cases} \partial_t^{(k)} \mathbf{Q}(0_-, 0) & \text{if } x < 0 , \\ \partial_t^{(k)} \mathbf{Q}(0_+, 0) & \text{if } x > 0 . \end{cases} \end{array} \right\} \quad (10)$$

The similarity solution is denoted by  $\mathbf{T}^{(k)}(x/t)$  and the sought value is

$$\partial_t^{(k)} \mathbf{Q}(0, 0_+) = \mathbf{T}^{(k)}(0) . \quad (11)$$

### 2.2.4 The Dumbser-Enaux-Toro (DET) solver

An alternative solver for the high-order Riemann problem has recently been proposed by Dumbser et al. [8]. This is an entirely numerical solver. Here, instead of using the Cauchy-Kowaleski method to evolve the data (3), as done in the HEOC method, we evolve such data numerically. The basic concept of this approach is to construct a weak local formulation of the PDEs in space and time using a new local space-time discontinuous Galerkin approach. This results in small systems of nonlinear algebraic equations to solve, but no analytic differentiation of the governing equations is necessary. Then the interaction of the evolved data at the desired time  $t = \tau$  requires the solution of the classical Riemann problem (3), as as for the HEOC solver. The advantages of this variant are twofold (i) one avoids the cumbersome Cauchy-Kowalewski procedure, resulting also in great generality; (ii) one can treat stiff source terms properly, reconciling the usually incompatible concepts of high accuracy and stiffness.

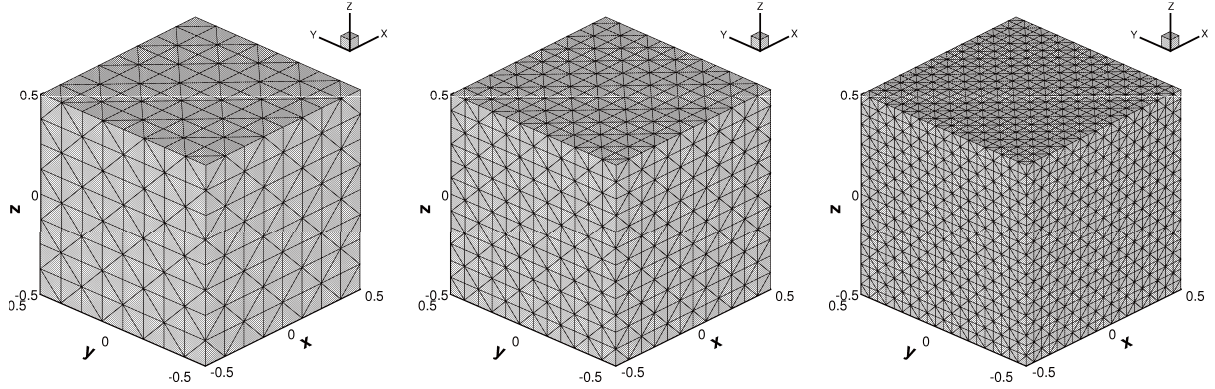


Figure 4: Sequence of regular tetrahedral meshes used for the three-dimensional convergence studies.

### 3 Sample Application

The purpose of this application is to address three main issues regarding high-order methods. The first is to do with accuracy; it is in our view mandatory to perform convergence rate studies to verify if the methods being developed or applied actually attain the claimed high order of accuracy in both space and time, and for realistic situations. The second issue refers to the ability of such high-order methods to perform satisfactorily for flows containing discontinuities, for which the concept of high accuracy does not apply. Thirdly, such methods must be applicable to solve problems in complex geometries, which usually must be discretized with unstructured meshes.

#### 3.1 Convergence rate studies on unstructured meshes in 3D

In order to study the convergence behaviour of our method for the three dimensional compressible Euler equations we *create* a smooth unsteady test case with exact reference solution by prescribing a vector  $U_p(\vec{x}, t)$  which when substituted into the system of the Euler equations produces a modified Euler system with a source term. Note that for the test to be useful the method must be also capable of computing solutions to inhomogeneous problems, that is with a non-vanishing right-hand side, to the required order of accuracy. For details of the computational setup see [7]. Therefore, we now solve the three-dimensional Euler equations with source terms in the domain  $\Omega_{3D} = [-0.5; 0.5]^3$  with six periodic boundary conditions and the following exact solution to the problem that serves also as initial condition:

$$\begin{pmatrix} \rho \\ \vec{V} \\ p \end{pmatrix}(\vec{x}, t) = \begin{pmatrix} 2 + A_0 \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x}) \\ \vec{0} \\ 2 + A_0 \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x}) \end{pmatrix}. \quad (12)$$

We note that the solution is simple but non-trivial. The constants are set to be  $A_0 = 1.0$  and  $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$  with  $k_x = k_y = k_z = \omega = 2\pi$ . In this review paper we only present the convergence rates obtained with our ADER finite volume schemes on tetrahedral meshes for third and sixth order of accuracy, a more detailed study can be found in [7]. The errors presented in Table 1 are those for the velocity in  $x$ -direction, i.e. for the primitive variable  $u$ . Similar results are obtained for all the other flow quantities.

Table 1: Numerical convergence results obtained with ADER-FV schemes of third and sixth order in space and time for the three-dimensional test case after  $t = 0.25$ .

$N_G$	$L^\infty$	$L^1$	$L^2$	$\mathcal{O}_{L^\infty}$	$\mathcal{O}_{L^1}$	$\mathcal{O}_{L^2}$	$t_{CPU}[s]$
ADER-FV $\mathcal{O}_3$ (M=2)							
8	2.3265E-02	8.7869E-03	1.0185E-02				4
12	8.0369E-03	2.4689E-03	2.9695E-03	2.6	3.1	3.0	17
16	3.5522E-03	1.0640E-03	1.2935E-03	2.8	2.9	2.9	54
20	1.7930E-03	5.4621E-04	6.6247E-04	3.1	3.0	3.0	130
24	9.9836E-04	3.1449E-04	3.8055E-04	3.2	3.0	3.0	260
32	4.1918E-04	1.3316E-04	1.6143E-04	3.0	3.0	3.0	820
4	3.1815E-02	1.1310E-02	1.3915E-02				1
8	1.3728E-03	1.4197E-04	1.7917E-04	4.5	6.3	6.3	20
12	2.1289E-04	1.0618E-05	1.6858E-05	4.6	6.4	5.8	143
16	3.1281E-05	1.6605E-06	2.3375E-06	6.7	6.4	6.9	467
20	7.4469E-06	4.1553E-07	6.1345E-07	6.4	6.2	6.0	1153
24	2.2733E-06	1.3416E-07	1.9236E-07	6.5	6.2	6.4	2304

### 3.2 Shock wave reflection problem

Here we illustrate the potential of the ADER methods to solve realistic problems to high accuracy on complicated domains using unstructured meshes. We consider the reflection of a plane shock wave from a solid body of triangular shape. The computational domain is  $[-0.65, 0.5] \times [-0.5, 0.5]$ , with a triangular solid body with vertexes  $v_1 = (-0.2, 0)$ ,  $v_2 = (0.1, -1/6)$  and  $v_3 = (0.1, 1/6)$ . The incident shock of shock Mach number  $Ms = 1.3$  is placed at  $x = -0.55$ , at  $t = 0$ . Initial conditions ahead of the shock are  $\rho = 1.225(kg/m^3)$ ,  $p = 1.01325 \times 10^5(Pa)$  and zero velocity. Conditions behind the shock are obtained from the Rankine-Hugoniot conditions. The mesh consists of 256580 triangles and for the computations we use the Toro-Castro solver and a CFL coefficient  $C_{cfl} = 0.45$ .

A computational result at time  $t = 2.20 \times 10^{-3}$  is shown in Fig. 5. The main physical features of the flow look reasonable, as compared with analogous problems for which there are experimental results, see [19], for example.

## 4 Concluding Remarks

A succinct review of the ADER approach has been presented, along with some illustrative examples and a list of relevant references.

In discussing high-order methods there is a crucial question to answer. Are these methods justified? Or put in a different way, given an error, what is more convenient from the computational point of view, to solve the equations using a (simple) low-order method on a fine mesh, or use a (sophisticated) high-order method on a coarse mesh? Our experience so far shows that the latter option is distinctively more convenient. That is, high-order methods are completely justified, specially if accurate (small errors) are required.

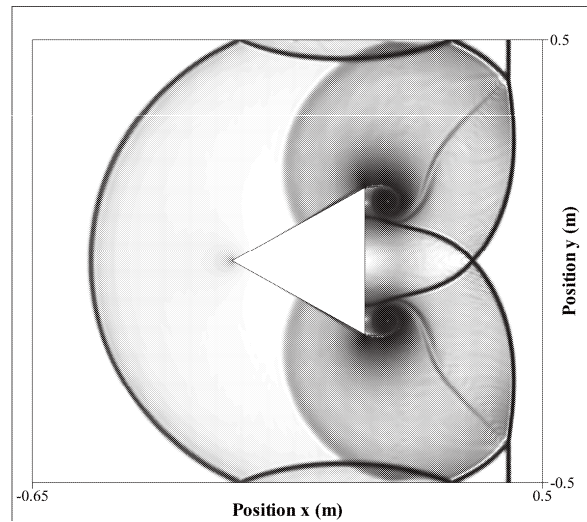


Figure 5: Shock wave reflection problem. Schlieren image for density at time  $t = 2.20 \times 10^{-3}$ . Two vortices evolve behind the triangle. The expansion waves interact with the shock and with the boundaries.



## References

- [1] M. Ben-Artzi and J. Falcovitz. A Second Order Godunov-Type Scheme for Compressible Fluid Dynamics. *J. Comput. Phys.*, 55:1–32, 1984.
- [2] C. E. Castro and E. F. Toro. Solvers for the High-Order Riemann Problem for Hyperbolic Balance Laws. *J. Comput. Phys.* (submitted), 2007.
- [3] P. Colella. A Direct Eulerian MUSCL Scheme for Gas Dynamics. *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, 6:104–117, 1985.
- [4] M. Dumbser. *Arbitrary High Order Schemes for the Solution of Hyperbolic Conservation Laws in Complex Domains*. PhD thesis, Institut für Aero- und Gasdynamik, Universität Stuttgart, Germany, 2005.
- [5] M. Dumbser and C. D. Munz. ADER Discontinuous Galerkin Schemes for Aeroacoustics. *Comptes Rendus Mécanique*, 333:683–687, 2005.
- [6] M. Dumbser and M. Käser. Arbitrary high order non-oscillatory finite volume schemes on unstructured meshes for linear hyperbolic systems. *J. Comp. Phys.*, 221:693–723, 2007.
- [7] M. Dumbser, M. Käser, V. A. Titarev and E. F. Toro. Quadrature-free non-oscillatory finite volume schemes on unstructured meshes for nonlinear hyperbolic systems. *J. Comp. Phys.*, 226:204–243, 2007.
- [8] M. Dumbser, C. Enaux, E. F. Toro. Explicit finite volume schemes of arbitrary high order of accuracy for hyperbolic systems with stiff source terms. *J. Comput. Phys.* (submitted), 2007.
- [9] G. Gassner, F. Lorcher, C. D. Munz. A contribution to the construction of diffusion fluxes for finite volume and discontinuous Galerkin schemes. *J. Comp. Phys.*, 224:1049–1063, 2007.
- [10] S. K. Godunov. Finite Difference Methods for the Computation of Discontinuous Solutions of the Equations of Fluid Dynamics. *Mat. Sb.*, 47:271–306, 1959.
- [11] A. Harten, B. Engquist, S. Osher, and S. R. Chakravarthy. Uniformly High Order Accuracy Essentially Non-oscillatory Schemes III. *J. Comput. Phys.*, 71:231–303, 1987.
- [12] A. Harten and S. Osher. Uniformly High-Order Accurate Nonoscillatory Schemes I. *SIAM J. Numer. Anal.*, 24(2):279–309, 1987.
- [13] C. Hu and C. W. Shu. Weighted Essentially Non-oscillatory Schemes on Triangular Meshes. *J. Comp. Phys.*, 150:97–127, 1999.
- [14] G. S. Jiang and C. W. Shu. Efficient Implementation of Weighted ENO Schemes. *J. Comp. Phys.*, 126(130):202–228, 1996.
- [15] M. Käser. *Adaptive Methods for the Numerical Simulation of Transport Processes*. PhD thesis, Institute of Numerical Mathematics and Scientific Computing, University of Munich, Germany, 2003.
- [16] M. Käser. and A. Iske. ADER Schemes for the Solution of Conservation Laws on Adaptive Triangulations. *Mathematical Methods and Modelling in Hydrocarbon Exploration and Production. Mathematics in Industry*, Vol. 7:323–385. Springer-Verlag, 2005.
- [17] M. Käser and A. Iske. Adaptive ADER Schemes for the Solution of Scalar Non-Linear Hyperbolic Problems. *J. Comput. Phys.*, 205:486–508, 2005.

- [18] Kolgan V. P. Application of the Principle of Minimum Derivatives to the Construction of Difference Schemes for Computing Discontinuous Solutions of Gas dynamics (in Russian). *Uch. Zap. TsaGI, Russia*, 3(6):68–77, 1972.
- [19] H. Schardin. In Proc. VII Int. Cong. High Speed Photg. Darmstadt. O. Helwich Verlag, 1965.
- [20] T. Schwartzkopff. *Finite-Volumen Verfahren hoher Ordnung und heterogene Gebietszerlegung ü die numerische Aeroakustik*. PhD thesis, Institut für Aero- und Gasdynamik, Universität Stuttgart, Germany, 2005.
- [21] T. Schwartzkopff, Munz C.D, and E. F. Toro. ADER: High-Order Approach for Linear Hyperbolic Systems in 2D. *J. Scientific Computing*, 17:231–240, 2002.
- [22] T. Schwartzkopff, M. Dumbser, and Munz C.D. Fast High-Order ADER Schemes for Linear Hyperbolic Equations. *J. Comput. Phys.*, 197:532–539, 2004.
- [23] C. Shu and S. Osher. Efficient Implementation of Essentially Non-oscillatory Shock-Capturing Schemes II. *J. Comput. Phys.*, 83:32–78, 1988.
- [24] C. W. Shu and S. Osher. Efficient Implementation of Essentially Non-oscillatory Shock-Capturing Schemes. *J. Comput. Phys.*, 77:439–471, 1988.
- [25] Y. Takakura and E. F. Toro. Arbitrarily Accurate Non-Oscillatory Schemes for a Non-Linear Conservation Law. *J. Computational Fluid Dynamics*, 11(1):7–18, 2002.
- [26] V. A. Titarev and E. F. Toro. ADER: Arbitrary High Order Godunov Approach. *J. Scientific Computing*, 17:609–618, 2002.
- [27] V. A. Titarev and E. F. Toro. ADER Schemes for Three-Dimensional Hyperbolic Systems. *J. Comput. Phys.*, 204:715–736, 2005.
- [28] E. F. Toro. Primitive, Conservative and Adaptive Schemes for Hyperbolic Conservation Laws. In *Numerical Methods for Wave Propagation. Toro, E. F. and Clarke, J. F. (Editors)*, pages 323–385. Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [29] E. F. Toro, R. C. Millington, and L. A. M. Nejad. Towards Very High-Order Godunov Schemes. In *Godunov Methods: Theory and Applications. Edited Review, E. F. Toro (Editor)*, pages 905–937. Kluwer Academic/Plenum Publishers, 2001.
- [30] E. F. Toro and V. A. Titarev. Solution of the Generalised Riemann Problem for Advection-Reaction Equations. *Proc. Roy. Soc. London A*, 458:271–281, 2002.
- [31] E. F. Toro and V. A. Titarev. ADER Schemes for Scalar Hyperbolic Conservation Laws with Source Terms in Three Space Dimensions. *J. Comput. Phys.*, 202(1):196–215, 2005.
- [32] E. F. Toro and Titarev V. A. Derivative Riemann Solvers for Systems of Conservation Laws and ADER Methods. *J. Comput Phys.*, 212(1):150–165, 2006.
- [33] E. F. Toro and A. Hidalgo. ADER finite volume schemes for non-linear reaction diffusion equations. *Appl. Numer. Math.*, (submitted), 2007. Also published as: Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, Cambridge University, UK, Preprint Series NI07011-NPA, 2007.
- [34] B. van Leer. Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme I. The Quest for Monotonicity. *Lecture Notes in Physics*, 18:163–168, 1973.
- [35] B. van Leer. On the Relationship between the Upwind-Differencing Schemes of Godunov, Engquist-Osher and Roe. *SIAM J. Sci. Stat. Comput.* 5(1):1-20, 1985.
- [36] G. Vignoli, V. A. Titarev and E. F. Toro. ADER schemes for the shallow water equations in channel with irregular bottom elevation. *J. Comput. Phys.* (submitted), 2007.



# 圧縮揚力による超音速デルタ翼の揚抗比増加に関する数値解析

金森正史 (東大院), 今村宰, 鈴木宏二郎 (東大新領域)

## Numerical Analysis on $L/D$ Augmentation of Supersonic Delta Wing by Using Compression Lift

by

Masashi Kanamori, Osamu Imamura and Kojiro Suzuki

### Abstract

We numerically analyze supersonic flows around a delta wing with bent wing tip. The results show that the lift and drag forces decrease with the increase in the bending angle. But the local augmentation is observed around the hinge line of bending in the spanwise distribution. On the other hand, the lift-to-drag ratio keeps almost the same value independent of the bending angle. This phenomenon is significantly related to the interaction between shock waves generated at the wing root and tip. The mechanism of lift augmentation is explained as the "compression lift" effect due to this shock-shock interaction.

## 1 緒言

デルタ翼は、前縁剥離渦による強い揚力の発生、高亜音速飛行時の抗力発散の遅延、そして超音速飛行時の前縁の亜音速化など、空力的に非常に優れた翼の平面形状である。特に超音速飛行時における有効性が高く、超音速機に多く採用されている。しかし、アスペクト比が小さいために、その揚抗比を大きくすることが困難である、という欠点も内包している。

オーgee翼やダブルデルタ翼では、デルタ翼の特徴を生かしつつその平面形を改良することで、揚抗比の向上に成功している。一方、このような平面形の変更とは異なるアプローチとして、圧縮揚力 (Compression Lift) と呼ばれる衝撃波背後の圧力上昇を利用した方法が提案されている<sup>1)</sup>。XB-70はこの揚力発生機構を利用した超音速機である。この機体は翼端の折り曲げによって空力特性の改善を図っていると言われているが、文献<sup>5)</sup>では、翼端の折り曲げではなく、むしろ、翼下面に取り付けられたエンジン前方で発生した衝撃波による圧力上昇が、圧縮揚力の要因であると解説されている。しかし、上記は翼端折り曲げ単独での効果を論じたものではなく、その空力特性への影響について定性的かつ定量的に説明されたとは言えない。

そこで本稿は、XB-70を模擬した形状周りの超音速流れについて数値解析を行うことによって、翼端折り曲げの圧縮揚力及び揚抗比への影響について定量的に議論することを目的とする。

## 2 解析手法

### 2.1 解析対象

本解析では、主翼部のみを計算対象とした。以後、主翼部のみを取り出した計算対象のモデルを、計算モデルと称する。計算モデルの詳細を図1に示す。計算モデルは実機の形状データ<sup>5)</sup>を参考にして設定した。

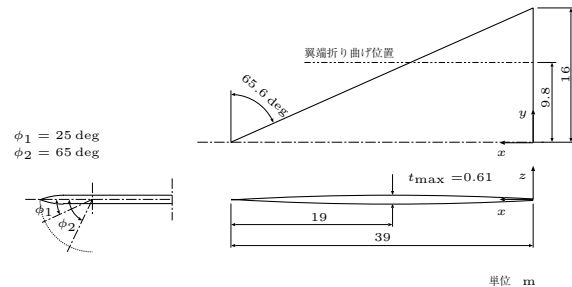


図1 計算モデル 三面図

翼型は、上面が円弧、下面は直線と円弧の組み合わせによって構成されている。翼の折り曲げに関しても、やはり実機と同じ位置での折り曲げを再現している。折り曲げの角度は $0^\circ$ 、 $25^\circ$ 、 $65^\circ$ の3つの場合について解析を行った。また、対称条件を用いて計算モデルを半分のみで計算を行った。

### 2.2 格子生成

本モデルにおいて、一般座標として翼弦方向に $\xi$ 、翼幅方向に $\eta$ 、翼面から離れる方向に $\zeta$ を定義している。翼幅方向の断面に対して2次元的に格子を生成し、それを合成して3次元の格子としている。3次元格子の例を図2に示す。格子点数は $(\xi, \eta, \zeta)$ の各方向に対して、それぞれ101点、42点、40点であり、合計約16万5千

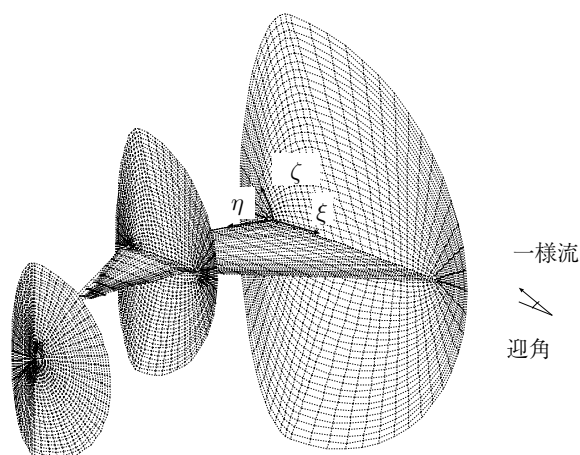


図2 計算モデル周りの3次元格子 (右から  $\eta = 2, \eta = 16, \eta = 34$  の断面における格子)

点である。

### 2.3 解析法

本解析は、比較的薄い3次元形状の物体に対する超音速流れの定常解を得ることを目的としている。すなわち、流れの大半が超音速であり、粘性の影響は物体表面の非常に狭い領域にのみ顕著に現れると考えられる。そのため、今回の計算では粘性を考慮しないEuler方程式を支配方程式として採用した。対流項の計算にYeeのsymmetric TVDスキーム<sup>3)</sup>を、時間積分法にはLU-SGSスキーム<sup>4)</sup>を採用した。

### 2.4 解析パラメータ

一様流のパラメータとして、迎角を0 deg, 2 deg, そして3 degの3つを取っている。また、一様流のマッハ数はXB-70の巡航マッハ数と同じ3としている。このマッハ数に対して、解析モデルは超音速前縁となる。しかし、翼端を折り曲げることによって、翼端の一部がマッハ円錐内に入り、亜音速前縁になりうる。

## 3 解析結果

### 3.1 空力係数の分布

翼端の折り曲げ角度をパラメータとして、迎角の変化に対する揚力係数、抗力係数及び揚抗比の分布をそれぞれ図3、図4、及び図5に示す。以上の空力係数は以下のように定義した。

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2 S} \quad (1)$$

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2 S} \quad (2)$$

$$\frac{L}{D} = \frac{C_L}{C_D} \quad (3)$$

ここで、添え字 $\infty$ は一様流の値を表す。また $S$ は代表面積であり、今回はこれを翼の水平面への投影面積として定義した。すなわち、翼端を折り曲げることによって代表面積は変化する。このことが、解析結果の考察で重要な意味を持つ。図4のskin frictionは、平板に対する粘性摩擦抵抗の概算値<sup>2)</sup>である。この概算値を求める際のレイノルズ数は、巡航時を想定して $7.631 \times 10^8$ とした。図より明らかなように、粘性摩擦抵抗はいかなる迎角に対しても造波抵抗よりも小さい値を示している。しかし、迎角が小さい場合は揚力に対して粘性摩擦抵抗が大きくなるため、最大で約40% 揚抗比は減少すると考えられる。

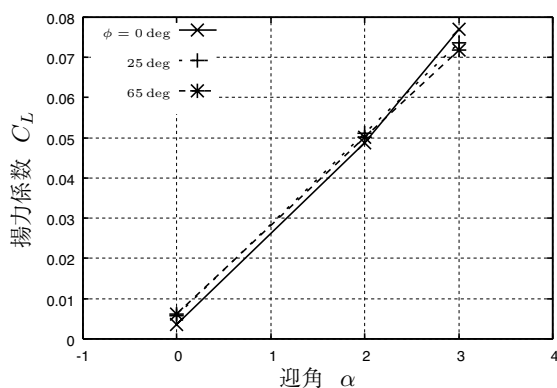


図3 迎角に対する揚力係数の変化

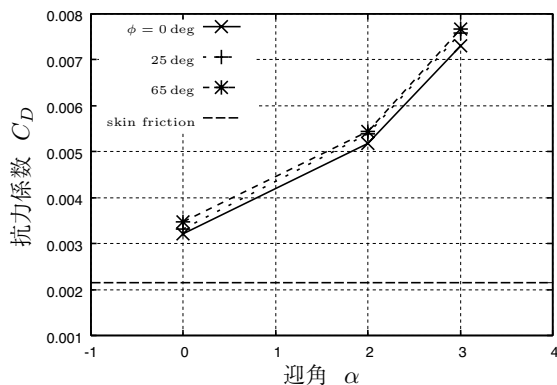


図4 迎角に対する抗力係数の変化

### 3.2 翼幅方向の空気力分布

翼端の折り曲げ角度をパラメータとして、迎角 $\alpha = 2$  degの場合の翼幅方向の揚力及び抗力の分布を図6に示す。

### 3.3 翼端部分のある断面における圧力等高線

65 deg 折り曲げた場合と折り曲げない場合の、翼端部分のある断面における圧力の等高線を図7に示す。図

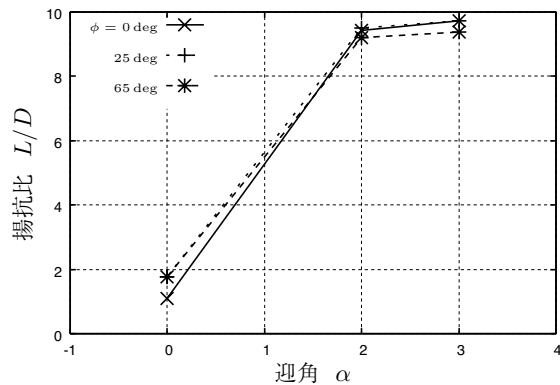
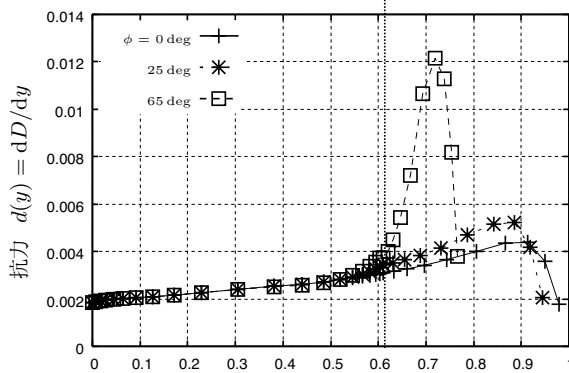
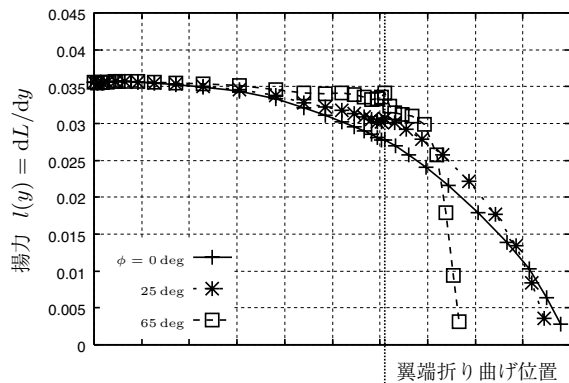


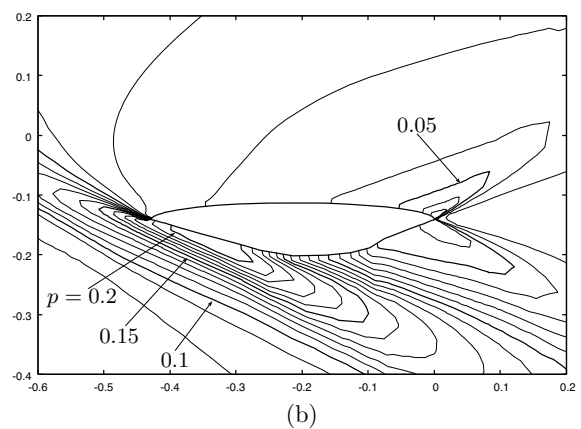
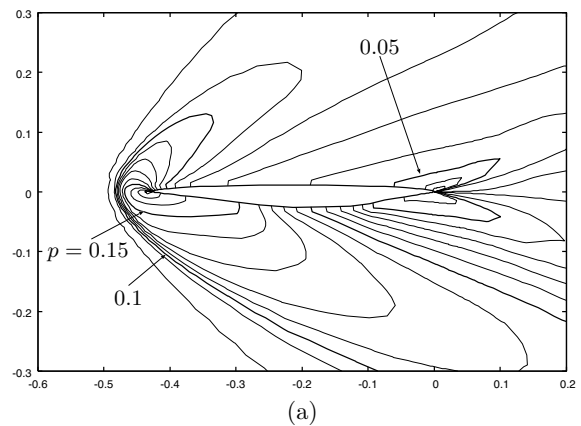
図5 迎角に対する揚抗比の変化

図6 迎角  $\alpha = 2 \text{ deg}$  における翼幅方向に対する揚力及び抗力分布

7(b)を見ると、(a)に比べて翼の厚みが増えてみるように見えるが、これは、図1に示した  $y$  座標に対して垂直な面での等高線を示したためである。実際には、翼端の折り曲げに関わらず厚みは一定となっている。

### 3.4 翼端部分における翼下面の表面圧力分布

65 deg 折り曲げた場合と折り曲げない場合の、翼端部分における翼下面の表面圧力分布を等高線で表した結果を図8に示す。

図7 翼端部分のある断面における圧力等高線  
(a) 0 deg 折り曲げ, (b) 65 deg 折り曲げ

## 4 考察

図3、図4及び図5を見ると、翼端折り曲げの有無に関わらず、空力係数はほとんど変化しないということが分かる。ここで、揚力係数及び抗力係数に関しては注意が必要である。これらの空力係数は式(1)及び(2)に示したとおり、折り曲げによって代表面積が異なる。具体的には、折り曲げることによって代表面積は減少することとなり、同じ動圧では、翼端を折り曲げるに従って各種空気力も減少する。しかし、揚抗比は式(3)に示したとおり代表面積に依らない値であるから、折り曲げの有無によって変化しない。以上の議論をまとめると、翼端の折り曲げを行った場合、揚抗比をほぼ同じ値に保ったまま、揚力及び抗力の絶対量を減少させることができると考えられる。これは、たとえば巡航によって燃料が減少し、必要とされる揚力が減少した場合、翼端を曲げることによって最適な揚抗比を保ったまま揚力を変化させることを可能にするなどの応用が考えられる。

以上の議論は翼全体について考察した場合の結果であ

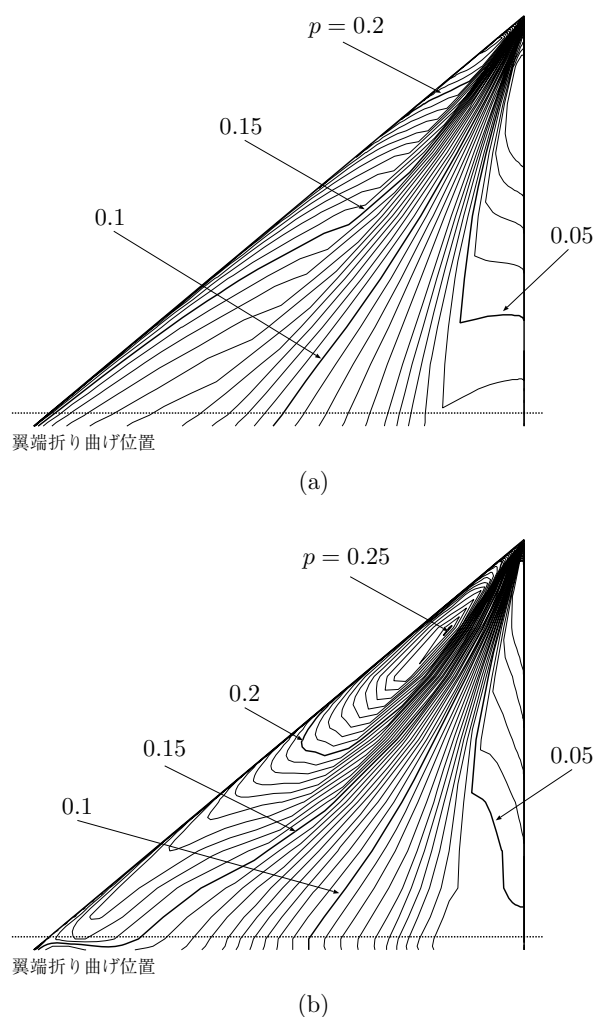


図8 翼端部分における翼下面の表面圧力分布  
(a) 0 deg 折り曲げ, (b) 65 deg 折り曲げ

るが、図6により局所的な空気力分布の変化を確認することができる。すなわち、翼端を折り曲げることによって、折り曲げた部分において揚力は増大し、一方折り曲げた翼端部分の全域に渡って抗力が増大していることが分かる。以上の傾向は、折り曲げられた翼端部分より発生した衝撃波と、翼根部より発生した衝撃波とが干渉することによって発生したものと考えることができる。これらの衝撃波の干渉は、局所的な揚力増加を発生させる一方、抗力の増大も招いてしまうといえる。

このように局所的に揚力及び抗力が増大した要因は、図7により次のように説明できる。まず、翼端を折り曲げない場合の圧力等高線(図7(a))を見ると、前縁部分が高压となっていることが確認できる。これによって前後の圧力差は増大し、その結果大きな抵抗が発生している。一方、翼端を折り曲げた場合(図7(b))には、圧

力の高い領域は前縁から翼下面に沿ってやや中腹部へと移動し、翼端を折り曲げていない場合に比べて圧力が高くなっているということが分かる。以上のような高压領域の移動の様子は図8からも確認できる。ここで形成された高压の領域は、前述の通り、翼端を折り曲げることで発生した衝撃波同士の干渉によって生じたものであり、折り曲げない場合に比べて圧力上昇は大きい。その結果、抵抗の増大が生じたと考えられる。この高压領域は、前縁ではなく翼下面にて発生したということから、前後方向だけでなく上下方向にも圧力差が発生したため、揚力の増大にも寄与したと考えられる。以上のような圧力分布の傾向は、翼端部分のすべての断面で確認された。

最後に、文献<sup>5)</sup>でも触れられていた風圧中心の移動について議論を行うため、翼端折り曲げによる風圧中心位置の変化を計算した結果を図9に示す。図9を見ると、65 degの折り曲げによって風圧中心は最大で4% MACほど前方に移動するということが分かる。このように前方に風圧中心が移動したのは、図6に示したように、翼端部での揚力が折り曲げによって急落したためであると考えられる。

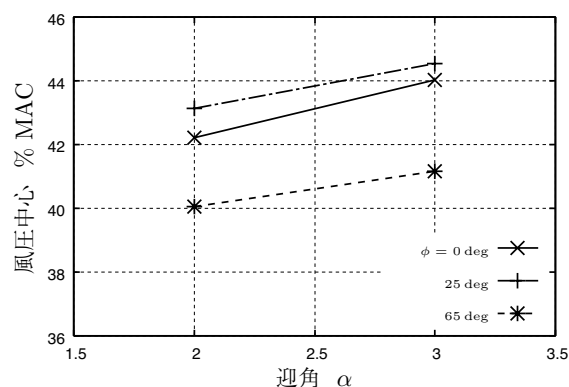


図9 翼端折り曲げによる風圧中心位置の変化

風圧中心に合わせて、空力中心位置の翼端折り曲げによる変化を計算した結果を図10に示す。図10を見ると、風圧中心と同様に、翼端を折り曲げることによって、空力中心が4% MAC程度前方に移動するということが分かる。

デルタ翼は亜音速から超音速になるに従って風圧中心及び空力中心が後方へ移動することが知られているが、超音速飛行時に翼端を折り曲げて各種中心を前方へ移動させることで、亜音速飛行時からの風圧中心の移動量を小さくすることができると考えられる。

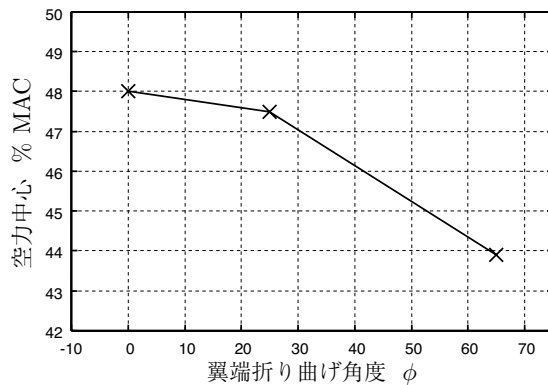


図 10 翼端折り曲げによる空力中心位置の変化

## 5 結言

本研究から、以下のことが判明した。

1. 翼端を折り曲げることによって、翼幅方向に揚力の局所的な増加が見られた。このことから、翼端折り曲げは圧縮揚力への寄与があるといえるが、同様に抗力も増大するため、結果として揚抗比はほとんど変化しなかった。また、翼全体としての揚力及び抗力は減少した。
2. 翼端折り曲げによって、揚抗比を一定に保ったまま、翼全体としての揚力及び抗力を減少させるこ

とができる。これは最適な揚抗比を維持した状態での飛行などへの応用として有用であると考えられる。

3. 翼端の折り曲げによって風圧中心及び空力中心は前方へ移動した。これは、翼端部で発生する揚力が折り曲げによって急落したためであると考えられる。このことは、亜音速から超音速へと加速した際に起こる空力中心や風圧中心の急激な後退を、翼端折り曲げによって緩和できる可能性を示唆している。

## 参考文献

- 1) A. J. Eggers, Clarence A. Syvertson. Aircraft configurations developing high lift-drag ratios at high supersonic speeds. *NACA RM-A55L05*, 1956.
- 2) Daniel P. Raymer. *Aircraft Design: A Conceptual Approach*. AIAA, 1989.
- 3) H. Yee. Upwind and symmetric shock-capturing schemes. *NASA TM 89464*, May 1987.
- 4) D. Yoon, S. Kwak. An implicit three-dimensional navier-stokes solver for compressible flow. *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 11, pp. 2635–2659, July 1992.
- 5) 湯沢豊（編）. XB-70 ヴァルキリー. 世界の傑作機, No. 106. 文林堂, 2004.

# 超音速複葉翼の干渉流れに関する実験的研究

永井 大樹<sup>\*1</sup>, 齋藤 賢一<sup>\*1</sup>, 小川 俊広<sup>\*2</sup>, 浅井 圭介<sup>\*1</sup>

<sup>\*1</sup> 東北大学 航空宇宙工学専攻

<sup>\*2</sup> 東北大学 流体科学研究所

## Experimental study on interference flow of a supersonic Busemann Biplane

by

Hiroki Nagai, Kenichi Saito, Toshihiro Ogawa, Keisuke Asai

### ABSTRACT

An interest in Busemann biplane has been revived and the feasibility of the supersonic biplane is now under investigation by many researchers. However, these studies are based mainly on CFD calculations and not validated by experiment so that a discussion on the wave cancellation mechanism between the two wings is very limited. The objective of this research is to measure the wing surface pressure distribution on a Busemann biplane and to study the two-dimensional interference phenomenon between the two wings. Since the Busemann biplane wings are so thin (the wing thickness ratio is 0.05) that it is difficult to install static pressure taps on the model. In this experiment, we used Pressure-Sensitive Paint (PSP) to measure surface pressure distributions on the model. PSP is an optical pressure measurement technique based on photochemical reaction called “oxygen quenching”. This is a coating type sensor and considered only means to measure pressure fields on a thin airfoil model. In this study, wind tunnel experiment was conducted in a 60mm×60mm indraft supersonic wind tunnel. The surface pressure distribution obtained using PSP were compared with CFD results and the Schlieren images. The complicated three-dimensional interference phenomenon between the two wings, including shock wave/boundary layer interactions was analyzed. On the basis of these experimental results, the wave cancellation mechanism of the Busemann biplane is discussed.

### 1. はじめに

近年、超音速旅客機において問題となるソニックブームによる衝撃波の発生を抑えた複葉翼の研究が盛んに行われている。この複葉翼による衝撃波発生の低減に関するコンセプトは、1935年に Busemann によって提案されており、Busemann 複葉翼と呼ばれている。最近、このようなコンセプトを用いた実用的な超音速複葉機を実現させようとする研究プロジェクトが、サイレント超音速旅客機研究会を中心に始まっている。ただし、その研究のほとんどは CFD による計算が主であり、実験によって実際に複葉翼機の翼間上で衝撃波が相殺されているか確認したものはほとんどない。

そこで、本研究では超音速風洞を用いて Busemann 複葉翼の風洞実験を行い、二枚翼による干渉流れが翼面の圧力分布に与える影響を調べることとした。また翼面上の圧力分布として、近年発達著しい感圧塗料技術 (PSP) を用いた。この結果とこれまでに行われている CFD 計算の結果と比較し、Busemann 複葉翼の有効性を検証する。

### 2. Busemann 複葉翼機概念

高速飛行を行うには、熱や強度など様々な問題を解決する必要がある。その中で、音速を超えたことで機体から発生する衝撃波が最も大きな障害となる。

衝撃波が発生すると、翼は多大な造波抵抗を生み出し、場合によっては亜音速飛行時の約 10 倍にまで抵抗が悪化する。また、衝撃波による大きな圧力変動はソニックブームとなり、ほとんど減衰することなく地上まで到達し、地上に騒音被害を引き起こす。この騒音被害を理由に、Concorde が地上上空を超音速で飛行するのを禁止されていたことが、超音速による速度の優位性を失わせ、運行終了の一因となったともいわれている。

このように、衝撃波を抑えることが、超音速機の開発を実現させるにあたっては、非常に重要な要因となる。三次元翼や、複葉翼、翼胴体結合などのような結合体では、各部分をお互いの間で有益な干渉が生じるように並べて抵抗を削減することができる。このような干渉を用いる方法のひとつに、Busemann の複葉翼がある。これは、Busemann により 1935 年に提案された、複葉翼を用いた衝撃波低減の

概念であり、2つの翼の干渉を使用することで造波抵抗を減少させるものである。この複葉翼は、超音速飛行において一般的な形であるダイヤモンド翼を上下に半分にカットしたものを、翼の凸部分が向かい合うように2つの同じ翼を設置することで成っている。通常の翼では、圧縮波が翼の前縁から発生し、翼の周囲へと伝播していく。一方、Busemann 複葉翼機では、2つの翼から発生する圧縮波が翼の凸部分から発生する膨張波によって Fig.1 のように相殺することで、翼中央の稜線の上流側と下流側で対称な圧力分布を生じるため、衝撃波は複葉機の外部に漏れ出ることがなくなる。このとき、線形理論に従えば、翼の受ける造波抵抗は 0 となり、翼の厚さに起因する造波抵抗をかなり減少させることができる<sup>1)</sup>。なお、設計値以外のマッハ数では、抵抗は部分的に相殺される。

この概念は、長い間非現実的であると考えられてきたが、

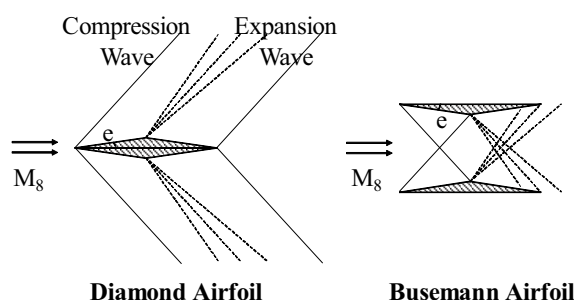


Fig.1. Busemann 複葉翼機概念図



Fig.2. 東北大における複葉翼機コンセプトモデル

CFD 技術が進歩したことにより、Busemann 複葉翼が再び注目されるようになってきた<sup>2)-8)</sup>。現在、超音速飛行のための複葉翼の有効性が多くの研究者によって研究され、Fig.2 のようなコンセプトモデルが提唱されている。このモデルでは、機体から発生する衝撃波を抑制するために、機体を全翼機とし、翼端の影響による衝撃波の干渉を抑えるため端に行くにしたがって翼間距離が狭くなるような形状となっている。しかしながら、これらの研究は主に CFD 計算に基づいており、実験による検証は行われていないため、翼間の衝撃波干渉についての議論は非常に限定されている。

### 3. 感圧塗料 (Pressure-Sensitive Paint, PSP) <sup>9)-11)</sup>

Fig.3 に物体表面上の PSP の様子を示す。感圧塗料とは、色素と高分子からなる分子センサであり、今回の模型のように従来の静圧孔による計測が困難な薄い翼に対しても計測が可能であり、かつ、面計測ができるといった利点を持つ。さらに非接触計測なので流れ場を乱さない。

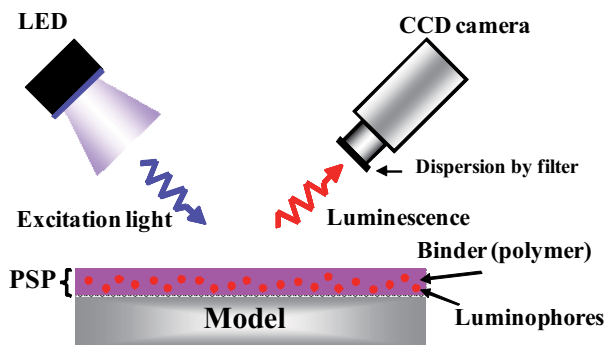


Fig.3. 感圧塗料計測の概念図

感圧塗料 (PSP) の原理を Fig.4 に示す。PSP で用いられる色素は、励起光が照射されるとエネルギーを与えられ、より高いエネルギー準位に励起されるが、そのエネルギーを蛍光や燐光といった発光で失い、基底状態に戻る。一方、周りの酸素分子と反応しても励起エネルギーは失われ、この場合、発光は生じない。これを酸素消光と言う。酸素濃度は分圧に比例し、空気中の酸素分圧は常に静圧の 21% に等しいので、この性質により局所的な酸素濃度とその点の圧力が対応付けられる。一般に、発光強度  $I$  と圧力  $P$  は以下の Stern-Volmer 関係式で表される。

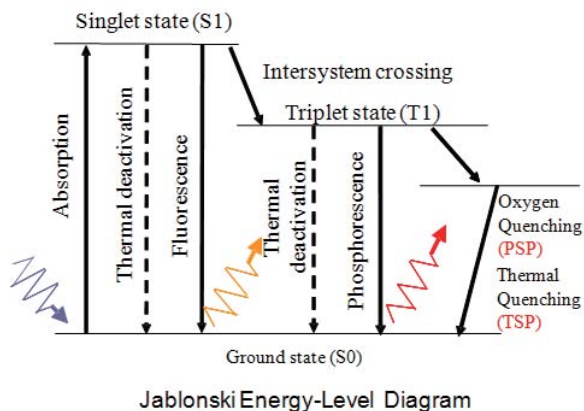


Fig.4. 感圧塗料計測の原理

$$\frac{I_{ref}}{I} = A(T) + B(T) \frac{P}{P_{ref}} \quad (1)$$

ここで  $P_{ref}$  は基準状態の圧力 (既知の圧力、本実験では大気圧)、 $I_{ref}$  は基準状態の発光強度 ( $P_{ref}$  での発光強度)、 $T$  は温度である。この関係より、PSP を塗布した模型表面に励起光を照射した際の PSP の発光強度を測定することで表面圧力を求めることができる。

本実験では、PSP として、ISSI 社 (Innovative Scientific Solutions, Inc.) の UF470 を用いた。これは、感圧色素として、PtTFPP[(Penta- fluorophenyl)-Porphine]、バインダとして FIB を用いている。その励起波長は 405 nm で、発光波長は、650 nm である。模型には、発光強度を強くして SN 比を高めるために、最初に白下地塗料を塗布し、その上から PSP をスプレーで塗装した<sup>12), 13)</sup>。Fig.5 にこの塗料の校正曲線 (Stern-Volmer 関係式) を示す。この図から分かるように、本塗料は、圧力感度が校正範囲内でほぼ直線を示し、さらに異なる温度においても圧力感度はほとんど変わらないという特徴を有している。

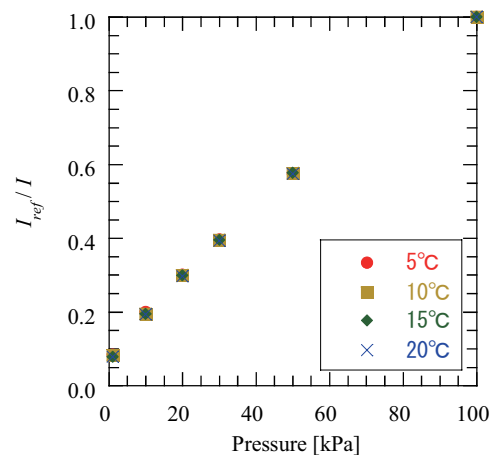


Fig.5. Stern-Volmer 関係式

### 3. 実験装置及び模型

本研究で用いた大気吸込み式超音速風洞の写真を Fig.6 に計測セットアップの写真を Fig.7 に示す。図の左から常温常圧の大気を吸い込み、その下流に設けた超音速ノズルによって大気は超音速まで加速される。測定部内には設計マッハ数の超音速流れが形成され、その下流に設置された真空タンクに大気が吸い込まれる。

測定部寸法は、主流方向長さ 200mm、正方形断面は 60mm×60mm である。設計マッハ数  $M_\infty=1.7$  の超音速ノズルは、特性曲線法を基本に境界層等の補正を考慮して設計された<sup>14)</sup>。

本実験で用いた模型は、翼弦長  $c=40\text{mm}$ 、翼厚  $t=2\text{mm}$ 、楔角  $\varepsilon=5.71^\circ$ 、翼幅  $w=60\text{mm}$  である (Fig.8)。模型は、測定部壁の両側で挟み込むことで支持している。

PSP の計測では、励起光として UV タイプ高輝度 LED ランプを、発光強度の測定には浜松ホトニクス製の高感度 CCD カメラ (ORCA-ER 4742-95、解像度 12bit) を用いた。その際、LED 側には  $400 \pm 50 \text{ nm}$ 、カメラ側には  $650 \pm 20 \text{ nm}$  のバンドパスフィルターをそれぞれ使用した。なお本計測では、複葉翼の下面のみに PSP を塗布して、撮影した。



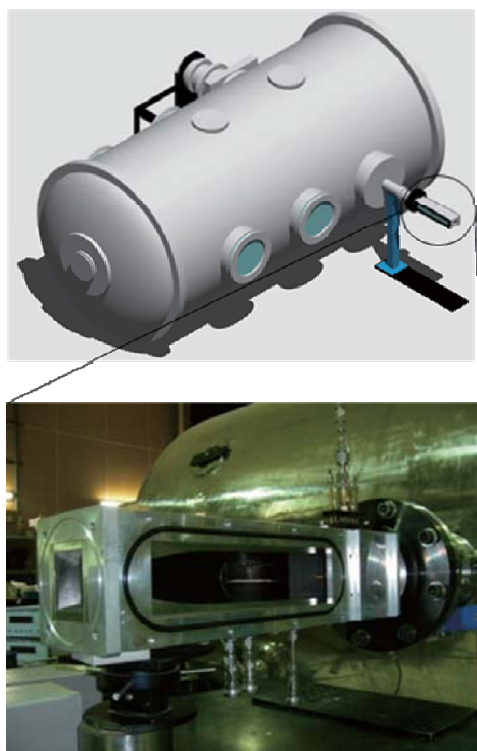


Photo of Test Section (Sidewall removed)

Fig.6. 大気吸込み式超音速風洞

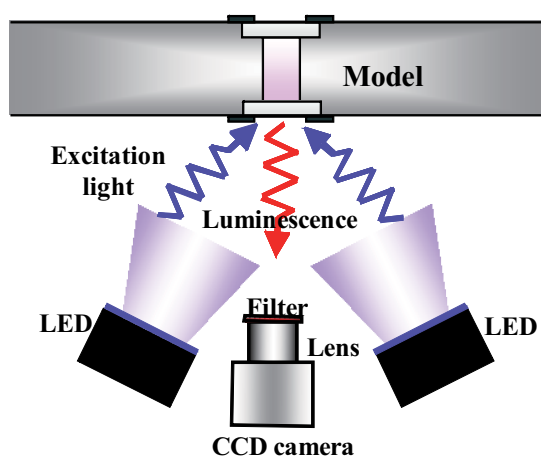


Fig.7. PSP 計測セットアップ

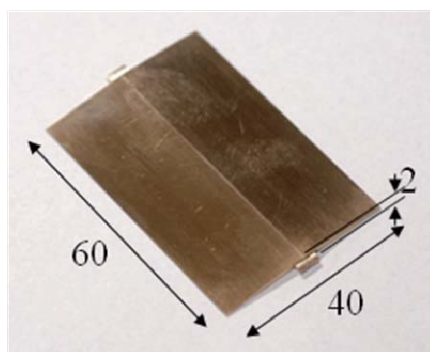


Fig.8. 試験模型

#### 4. 結果および考察

##### 4. 1 複葉翼面状の圧力分布計測

Fig.9 に Busemann 複葉翼の下翼上面の圧力分布の測定結果を示す。迎角は、 $\alpha=0^\circ$  であり、気流は画像の左側から右側へと流れている。また、画像の色は、図の上にしたカラーバーの各色の絶対圧に対応している。本実験時の大気圧は 101.5 kPa であり、大気温度は 22.5°C であった。

静圧孔を翼面上に設置して測定を行うことが困難である薄翼表面の圧力分布を、PSP を用いて捉えることができた。この結果の画像をみると、複葉翼の干渉現象は非常に複雑な現象となっており、単純な二次元理論により予測される結果とは大きく異なることがわかる。これは、何らかの三次元効果がこの現象に大きくかかわっていることによるものと考えられる。

翼端からの三次元性が影響する領域は、翼前縁と壁面の接点から発生しているが、翼中心軸上まで到達してしまっているようにみえる。しかし、この翼端からの三次元性の影響領域は、定常な超音速流中であれば、影響領域の理論を考えるとここまでは広がらないはずである。また、Fig.10 に示されるように、翼中心軸付近では、それまでの翼端からの影響領域の角度と異なり、スパン方向に分布する圧力分布が現れている。これは、翼端からの影響領域の問題だけでは説明できない現象である。翼下流側の中心付近に現れた急激な圧力上昇領域は、二次元理論ではまったく予測されていなかったものである。

Fig.11 に、単葉翼 (Diamond 翼型の片面に相当) の下翼

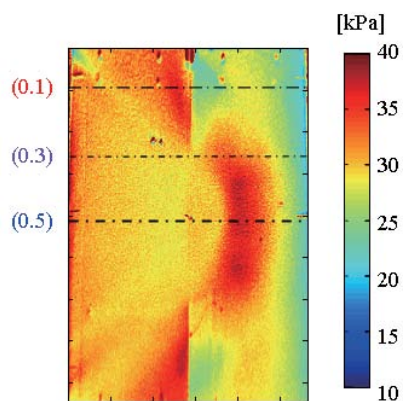
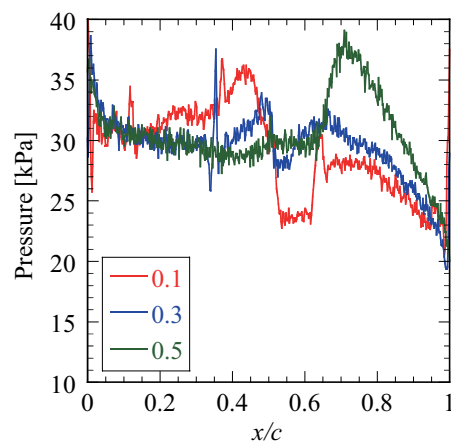


Fig.9. 複葉翼の下翼上面の圧力分布

Fig.10. 複葉翼の下翼上面の圧力プロファイル  
(スパン方向:  $y/w=0.1, 0.3, 0.5$ )

上面の表面圧力分布結果を示す。試験条件は、複葉翼の場合と同じである。単葉翼の結果を見ると、複葉翼の場合の複雑な流れの構造とは大きく異なっており、衝撃波の単純理論に近い圧力分布を示す。したがって、複葉翼の複雑な流れの構造は上下翼の間に起こる干渉の結果であると考えられる。Fig.12 は、複葉翼と単葉翼の中心軸上の圧力分布のプロファイルと比較したものである。これによると、翼上流の表面圧力が、複葉翼、単葉翼ともに緩やかに減少していることがわかる。この現象は、翼前縁から境界層が発達したことによる影響によるものであると考えられる。現在の実験は、実機に対して比較的低レイノルズ数 ( $Re=1.5 \times 10^5$ ) で行っているため、境界層の厚さの影響が、下流にいくに従って緩やかな変化を与えているとみられる。また、翼中央部までの翼の上流面では、複葉翼も単葉翼もほぼ重なる傾向を示している。これにより、翼の下流側の面に入ったとき、はじめて複葉翼と単葉翼の違いがあらわれることがわかる。

#### 4. 2 シュリーレンによる可視化結果

複葉翼間の流れ干渉パターンをシュリーレン法によって可視化した結果<sup>15)-17)</sup>を Fig.13 に示す。試験条件は、PSP 計測の場合と同じである。この図から、翼前縁から衝撃波が発生しているが、翼内側だけでなく翼外側に向けても発生していることがわかる。本来は、流れに対する角度が  $0^\circ$  であるため衝撃波は外側には生じないはずである。これは、前項の PSP の圧力プロファイルについて述べたように、翼

前縁から境界層が発達したことによるものであると考えられる。境界層が発達することで、翼外側に本来ないはずの流れに対しての角度が生じ、これが衝撃波を発生していると考えられる。

また翼間の空間に衝撃波らしきものが発生しているのがわかる。これは、翼間でチョークが発生しかかっており、亜音速領域が発生しているものと考えられる。この現象が起こる原因は、翼面上の境界層または壁面における境界層が予想以上に発達したため、最狭部の流路面積が予想以上に狭まったことで、最狭部においてチョークしかけているのではないかとと思われる。また、この衝撃波が翼面上に届くことにより、Fig.9 の PSP の結果に急激な圧力上昇領域が現れたのではないかと考えられる。圧力上昇が起こっている位置も、衝撃波が翼面上に届いていると考えられる位置とほぼ一致している。

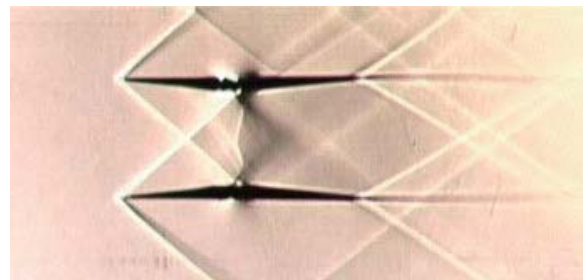


Fig.13 シュリーレン法による可視化結果<sup>11)</sup>

#### 4. 3 CFD 結果との比較

Fig.14 に CFD 計算の結果<sup>3)</sup>を示す。これは、二次元の Navier-Stokes 計算を行ったものであり、レイノルズ数 ( $Re=1.5 \times 10^5$ ) などの各パラメータを実験条件と合わせて計算を行った結果である。CFD 計算の結果を見ると、 $M=1.69$  では、単純理論のとおり、発生する衝撃波はほぼ相殺されることがわかる。一方で、設計値から外れた値である  $M=1.64$  においては、衝撃波は十分に相殺されず、上下翼の間に、亜音速領域が現れている。ここで、Fig.13 のシュリーレン画像を見てみると、CFD 計算で  $M=1.64$  の場合の計算を行ったものと非常に似た現象となっていることがわかる。このことを考えると、同条件の PSP の実験において、下流側翼面上に現れた高圧領域がこの亜音速領域に対応しているものと予想される。

このような現象が生じた原因として、いくつかの要因が考えられる。1 つはマッハ数の減少である。しかし、風洞の検定結果<sup>18)</sup>から、マッハ数は  $M=1.69 \pm 0.01$  であることが確認されているため、これは当てはまらない。他に考えられる要因として、境界層による影響がある。本実験のレイノルズ数は、 $1.5 \times 10^5$  であり、境界層が設計条件に影響を与えるほど厚くなっている可能性がある。また、他に模型の加工精度の問題が影響を与えていることも考えられる。本実験の模型は製作上で許容できる誤差が非常に小さいので、設計図面どおりに模型を作製することが難しい。この傾向は、衝撃波が反対側の翼に当たる位置を設計値よりも前側に移動させる効果があるため、これらの原因が重なって、マッハ数の低下と同等の現象が引き起こされると結論づけられる。以上より、本実験は、条件の微妙な差異に対して非常に敏感に反応してしまうことがわかる。

その他の原因として、三次元性による影響も考えられる。この影響については未だ詳しくわかっていないため論じることは難しいが、翼面上だけでなく側壁面上にも境界層が発達していると考えられ、これによってスロート部断面面積

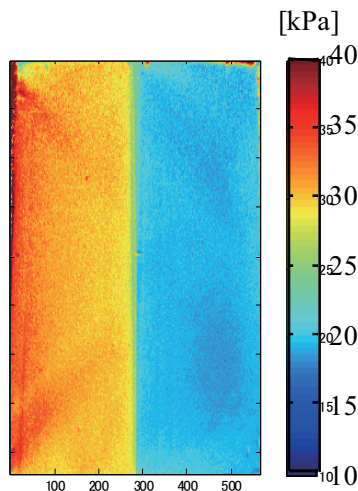


Fig.11 単葉翼上面の圧力分布

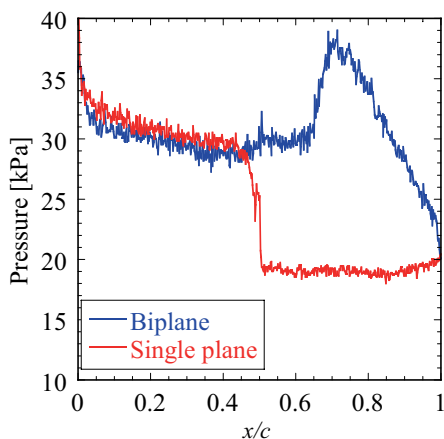
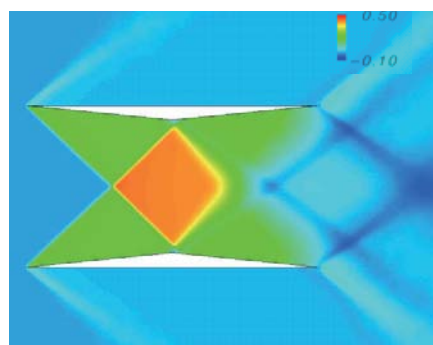
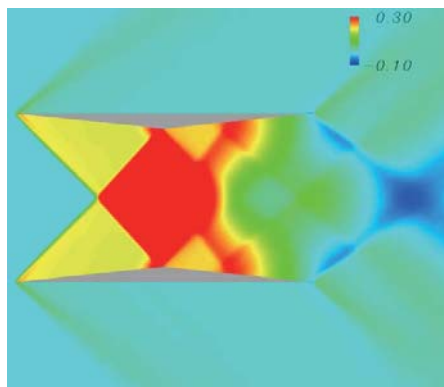


Fig.12. 単葉翼上面の圧力プロファイル

が予想よりも狭くなる可能性や、側壁と翼端の交差部からの衝撃波が中央部の流れに影響を与えている可能性などの、三次元性に因る要因が流れに影響を与えているのではないかと考えられる。



(a)  $M=1.69$



(b)  $M=1.64$

Fig.14. 2次元 Navier-Stokes 計算結果

#### 4. 4 迎角による圧力分布の違い

Fig.15 に、迎角  $\alpha=0^\circ, 2^\circ, 4^\circ, -2^\circ$  とした場合の、複葉翼翼面状の圧力分布を示す。なお  $\alpha=-2^\circ$  は、 $\alpha=2^\circ$  のときの上翼側に相当している。また各圧力分布の中心軸上の圧力分布のプロファイルを Fig.16 に示す。

Fig.15 と Fig.16 をみると、二次元流れが保たれている上流では、迎角の増加に従って、中心軸上の圧力が全体的に減少していることがわかる。このことは、斜め衝撃波背後の圧力が迎角によって変わるという単純理論<sup>18)</sup>と同様の傾向を示す。また迎角  $\alpha=0^\circ$  において、Fig.16 の翼中央部付近の圧力と、理論計算の結果 ( $p=28.86\text{kPa}$ ) とを比較してみると、 $\pm 1.0\text{ kPa}$  程度の範囲内に収まっている。さらに、迎角  $\alpha=2^\circ, 4^\circ$  では、 $\alpha=0^\circ$  の場合と比較して、下流面の高圧領域が上流側に移動していることがわかる。この高圧領域は、 $\alpha=0^\circ$  の場合と同様のメカニズムによって引き起こされていると考えられる。このとき迎角があると、流れが傾くことで  $\alpha=0^\circ$  の場合よりも最狭部が流れにくくなるため、よりチョークが発生しやすくなり高圧領域が上流方向へと移動したのではないかと考えられる。なお、この高圧領域が稜線を越えたとき、衝撃波が翼の上流側へと完全に吐き出され翼が不始動となるのではないかと予想される。これは、迎角が  $\alpha=4^\circ$  の場合の高圧領域が稜線の間近であり、 $\alpha=5^\circ$  の場合にもどうしても始動しなかったことから予想されるものである。

Fig.16 において、 $\alpha=2^\circ, 4^\circ$  の圧力プロファイルを見てみると、上流側の面 ( $\alpha=2^\circ$  では  $x/l>0.3$ ,  $\alpha=4^\circ$  では  $x/l>0.2$ ) にステップ状の圧力変化が存在しており、迎え角の増加とともに、徐々に上流側へと移動していることがわかる。この圧力ステップは、迎え角をつけた単翼での実験結果では表れないものであるため、この現象は温度分布などの要因によって引き起こされるものではなく、複葉翼間の相互作用に関する何かによって引き起こされるものである。

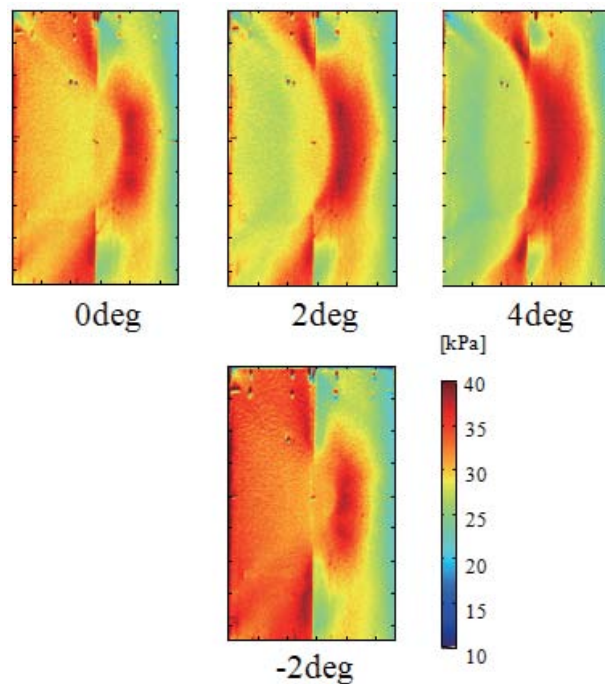


Fig.15. 迎角を変えた場合の複葉翼の下翼上面の圧力分布

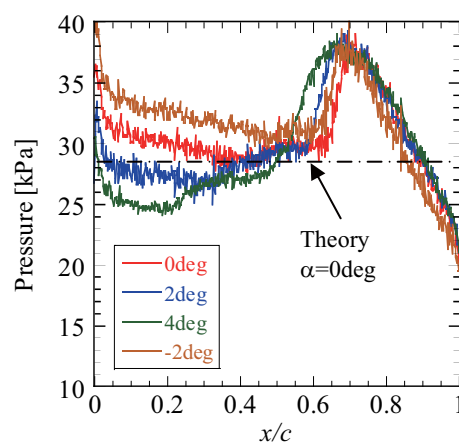


Fig.16. 迎角を変えた場合の複葉翼上面の圧力プロファイル

#### 5. まとめ

Busemann 複葉機の翼面上圧力分布を PSP により測定した。また、翼間の干渉現象をシュリーレン法と CFD 計算の結果との比較などにより評価を行った。

- 1) PSP を用いることで、非常に薄い翼型である Busemann 翼の翼面上の圧力分布を捉えた。その結果、観測された現象は非常に複雑であり、単純理論とは異なっていた。



- 2) PSP による翼面上圧力分布の結果と、シュリーレン法による翼間の衝撃波干渉画像及び CFD 計算による結果を比較することで、複雑な圧力場は、翼下流で発生した衝撃波によって引き起こされたものであることがわかった。なお、この衝撃波は翼間の空間に発生しており、現象自体は翼間流れが低マッハ数となったときの CFD 結果と類似している。

最後に、Busemann 複葉翼の翼間に生じる衝撃波の相互作用は、試験条件の微妙な違いに敏感に反応する。翼間に発生する衝撃波は、実験条件の差異によりまれに発生しないこともある。従って、Busemann 複葉翼の翼間流れの相互作用のメカニズムを完全に理解するためには、更なる研究が必要であると同時に、風洞実験時に細心の注意を払わなければならない。

#### 参考文献

- 1) Liepmann, H.W., and Roshko, A., Elements of Gas Dynamics, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1957, pp.107-123.
- 2) Kusenose, K., Matsushima, K., Goto, Y., Yamashita, H., Yonezawa, M., Maruyama, D. and Nakano, T., "A Fundamental Study for the Development of Boomless Supersonic Transport Aircraft", AIAA-2006-0654, 2006.
- 3) Maruyama, D. and Matsushima, K., "Aerodynamic Design of Biplane Airfoils for Low Wave Drag Supersonic Flight", AIAA-2006-3323, 2006.
- 4) Yonezawa, M., and Obayashi, S., "Investigation of Supersonic Wing Shape Using Busemann Biplane Airfoil", AIAA-2007-686, 2007.
- 5) Yamashita, H., Yonezawa, M. and Obayashi, S., "A Study of Busemann-type Biplane for Avoiding Choked Flow", AIAA-2007-688, 2007.
- 6) 丸山大悟, 松島紀佐, 中橋和博, "複葉方長四速輸送機の主翼断面形状の空力解析", 日本機械学会論文集, Vol.71, No.721B 編, pp.50-57, 2006.
- 7) 楠瀬一洋, 松島紀佐, 後藤悠一郎, 丸山大悟, 山下博, 米澤誠仁, "衝撃波の相殺効果を利用した複葉超音速翼型の研究", 日本航空宇宙学会論文誌, Vol.55, No.636, pp. 1-7, 2007.
- 8) 米澤誠仁, 山下博, 大芝慎, 大林茂, 佐宗章弘, 楠瀬一洋, "実験と計算による複葉超音速旅客機の研究", 日本航空宇宙学会北部支部 2006 年講演会および第 7 回再使用型宇宙推進系シンポジウム講演論文集, pp.39-44, 2006.
- 9) Liu, T. and Sullivan, J.P., "Pressure and Temperature Sensitive Paints", Springer Berlin Heidelberg New York, 2004.
- 10) Bell, J.H., Schairer, E.T., Hand, L.A. and Mehta, R.D., "Surface Pressure Measurements Using Luminescent Coatings", Annual Review of Fluid Mechanics Vol.33, 2001.
- 11) 浅井圭介, "感圧塗料による圧力分布の計測技術," 可視化情報, Vol.18, No.69, 1998.
- 12) 杉浦光, "車体周り流れと横風特性に関する研究", 東北大学修士学位論文, 2007.
- 13) Yamashita, T., Sugiura, H., Nagai, H., Asai, K., Ishida, K., "Pressure-Sensitive Paint Measurement of the Flow around a Simplified Car Model", Journal of Visualization, Vol. 10, No.3, pp289-298, 2007.
- 14) 熊谷典昭, "超音速流中の二枚翼間における圧力波干渉に関する実験研究," 東北大学修士学位論文, 2006.
- 15) 倉谷尚志, 古川剛, 小川俊広, 大林茂, ソニックブーム低減のための超音速複葉翼周りの空力特性実験, 第 44 回飛行機シンポジウム講演論文集, pp.235-241, 2006.
- 16) 古川剛, 熊谷典昭, 大芝慎, 小川俊広, 齋藤賢一, 佐宗章弘, Busemann 複葉翼周りの流れの可視化, 平成 17 年度衝撃波シンポジウム講演論文集, pp365-366, 2006.
- 17) Kuratani, N., Ogawa, T., Yamashita, H., Yonezawa, M. and Obayashi, S., "Experimental and Computational Fluid Dynamics Around Supersonic Biplane for Sonic-Boom Reduction", AIAA-2007-3674, 2007.
- 18) 齋藤賢一, "超音速複葉翼の干渉流れに関する実験的研究," 東北大学修士学位論文, 2007.

## 境界層強制遷移に伴う臨界レイノルズ数前後の球に

## 作用する支持干渉の無い空気力について

澤田秀夫、須田信一

宇宙航空研究開発機構/総合技術研究本部

About support-interference-free aerodynamic force acting on a sphere with  
boundary layer trip around its critical Reynolds number

by

Hideo SAWADA, Shinichi SUDA (JAXA/IAT)

## Abstract

Through advanced detail simulation tests, adjusting model mass and control factors made successful measurement of aerodynamic force on a sphere at Reynolds numbers around critical one at the JAXA 60cm magnetic suspension and balance system. The obtained averaged aerodynamic force for 8 seconds shows that the minimum drag coefficient after the critical Reynolds number reaches 0.062 and that any hysteresis phenomenon on drag coefficient with respect to Reynolds number was not observed around the critical one. Through the obtained fluctuations of aerodynamic force, the shrunk force fluctuating around the sphere axis parallel to main flow and some force swirling the sphere about the axis for a short time were observed at Reynolds numbers larger than the critical one. And some oscillating force on a plane including the axis was observed in the test of a sphere with double tapes for boundary layer trip in large Reynolds number region around the critical one.

## 1. はじめに

球の抵抗測定は古くから実施されていて、レイノルズ数（一様流速  $U(\text{m/s})$ 、球の直径  $D(\text{m})$ 、動粘性係数  $\nu(\text{m}^2/\text{s})$ ）とするとレイノルズ数  $Re$  は  $UD/\nu$  と定義される。）が  $3 \times 10^5$  付近で抵抗係数（抵抗  $F_D(\text{N})$ 、一様流動圧  $q(\text{Pa})$ 、球の最大断面積  $S(\text{m}^2)$ ）とすると、抵抗係数  $C_D$  は  $F_D/(qS)$  と定義される。）が急に減少することが知られている。特に、 $C_D$  が 0.3 になる時の  $Re$  を球の臨界  $Re$  と呼び、風洞気流乱れの程度を示す指標としても利用されている。球の風洞試験の多くは後流への支持装置の影響を出来る限り小さくするため、球を細いスティングで支える等、様々な工夫を施している<sup>1-3)</sup>。しかし、どの場合でも模型を支えている支持部やワイヤーが模型周りの流れや後流にどのような影響を及ぼすかは十分に解明されていない。当然、 $C_D$  にも底面圧の違い等を通して影響することが考えられる。

磁力支持天秤装置(以降、MSBS と記す。)は磁気ので風洞模型を支持し、模型に加わる空気力を計測するもので、支持干渉が無い。このため、後流が大きく変化する臨界  $Re$  付近での球の空気力測定には適している。しかし、臨界  $Re$  付近では球に作用する空気力が激しく変化するため、磁力支持している球の位置変動が大きくなり、これまでは最高  $Re$  が  $3.8 \times 10^5$  程度で、模型を磁力支持できなくなっていた<sup>4)</sup>。そこで、今までの試験結果から最大変動空気力の大きさを評価し、その程度の変動空気力に対しては模型位置変動が MSBS の模型位置姿勢測定センサーの測定域内に留まるように制御能力の再調整を実施した。更に、測定を確実にするため、臨界  $Re$  が小さくなる様に境界層強制遷移用のテープを模型表面に貼り試験を実施した。その結果、臨界  $Re$  を超え、球がどのような空気力を受けるか、JAXA の 60cmMSBS を用いて測定することが出来た。JAXA の 60cmMSBS とそれを装備した風洞（磁力支持風洞）の詳細は文献 5)を参照されたい。

## 2. 変動空気力対策

直径 150mm 球では、臨界  $Re$  付近の抗力変動は約 0.1 秒の間に 6N 程度の変化が発生している。<sup>6)</sup> したがって、フィードバック制御はこれだけの急な抗力変化に対しても模型を一定の位置に保持し続ける能力が要求される。そこで、この現象を模擬するモデルを作り、この抗力変化に対して気流方向の位置変動のシミュレーションを行い、臨界  $Re$  を超えて模型を安全に磁力支持するための方策について検討した。なお、MSBS で利用している座標系は測定部中心を座標原点とし、風洞気流方向を  $x$  軸にとり、鉛直上向きを  $z$  軸にして、これらと直交右手系を成すように  $y$  軸を取っている。球は測定部中心に設置するようにしている。（以降、MSBS 座標系と呼ぶ。）

JAXA 60cm MSBS の制御系では基本的には二重位相進み付きの PI 制御を採用しており<sup>7)</sup>、模型の全質量を  $m$ 、これに作用する磁気力を  $F_{\text{mag}}$ 、空気力を  $F_{\text{aero}}$  とすると、模型の運動方程式は式(1)のようになる。

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x}(t) &= F_{\text{mag}}(t) + F_{\text{aero}}(t) \\ &= M_x h_{xx} I_x(t) + F_{\text{aero}}(t) \\ \ddot{x}(t) &= \frac{M_x h_{xx}}{m} I_x(t) + \frac{1}{m} F_{\text{aero}}(t) \end{aligned} \right\} \dots(1)$$

ここで、 $t$  は時間を表し、 $M_x$  は模型内部に組み込んだ永久磁石の  $x$  方向磁気モーメント成分を、 $h_{xx}$  は抗力と釣合させる磁気力を発生させる抗力コイルに単位電流を流したときに作り出される  $x$  方向磁場強さ成分の  $x$  方向勾配を、 $I_x$  は抗力コイルに流す電流の大きさを表すものとする。

フィードバック制御を含めたシステム全体の伝達関数は式(2)のようになる。

$$\left. \begin{aligned} X(s) &= \frac{M_x h_{xx}}{ms^2} I_x(s) + \frac{1}{ms^2} F_{aero}(s) \\ X(s) &= \frac{\frac{10^3}{ms^2}}{1 + \frac{M_x h_{xx} \times 10^3}{ms^2} \times G_c \times k_p - \frac{s + \frac{1}{T_i}}{s} \times H_p \times H_n H_{sensor}} F_{aero}(s) \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

ここで、 $k_p$  は比例定数を、 $T_i$  は積分時間を表し、 $G_c$  は抗力コイルの制御要素、 $H_p$ 、 $H_n$ 、 $H_{sensor}$  はそれぞれ位相進み要素、ノイズカットフィルター要素、 $x$  位置のセンサー要素の伝達関数を表している。JAXA 60cm MSBS 制御系のブロック図を図1に示す。

臨界  $Re$  を越えるための対策の一つとして、模型質量増加させることが考えられる。質量を増やせば変動空気力に対して位置変動を小さく出来るということは式(1)から分かる。そこで、模型の材質をアルミニウム製から黄銅製に変更し、全体の質量を増やすことにした。質量 7.0kg の元の模型では、急激に 6N の変動が起こった場合、最大 3.5mm の変位が発生していたが、例えば質量を 12.0kg に増やせば、2mm 程度にまで減らせることが分かった。

二つ目の対策として、フィードバック制御による効果も前回より強化することを図った。比例定数  $k_p$  はフィードバックによる磁気力の大きさを決定し、積分時間は模型位置がずれてからフィードバックが作用するまでの時間を決定する。そして、これらの制御パラメータを調整すれば、最大変位を約 1.1mm に迄減らせることが判明した。このシミュレーション結果を基に、実際に総質量 10.7kg の模型を製作した。

しかし  $k_p$  が大き過ぎれば、或いは積分時間が小さ過ぎれば模型の制御は不安定となり易い。実際の磁力支持では、模型を落下させることの無い安全な磁力支持が求められ、実際の模型の応答を観察しながら制御定数に補正を加える必要がある。最終的に制御定数の調整はシミュレーション時のものと若干異なり、 $x$  方向の制御では  $k_p$  は約 10% 増やし、積分時間は 2 秒とした。

### 3. 試験

試験に用いた今回の球形模型では、形状測定の結果、 $x$  軸から 53 度と 233 度の位置で全周に亘り模型接合部分で模型両端部分の方が約 0.17mm だけ直径が大きく、前方では後ろ向き段差が、後方では前向き段差が残されていることが判った。特に前方の後ろ向き段差は臨界  $Re$  にどの程度、またどの様に影響するか不明であり、こうした影響を知るために接合部直下流部分に幅約 4mm のテープで段差を変えて 3 通りに貼り、試験を実施した。また、野球ボールに似せ、縫い目に相当する部分に幅 4mm の厚いシールテープ 3 本を 2 枚重ねて並べて貼った場合についても調べた。図2にこの模型を磁力支持している様子を示す。

また、表1に今回の試験で実施した総ての試験ケースを示す。なお、60cm 角の測定部断面に比べ模型直径が 150mm と大きいので (阻塞比 4.9%、球最大断面面積  $S(m^2)$ 、測定部断面積  $A(m^2)$  とすると、阻塞比は  $S/A$  と定義される。)、約 8 秒間の時間平均した空力係数の評価では通常の壁干渉補正として、いわゆる solid blockage effect と wake blockage effect の補正を文献(8)に従い測定結果に施した。

## 4. 測定結果

### 4. 1 時間平均抗力係数

表 1 で示した 5 種類の試験で得られた  $C_D$  と  $Re$  の関係を以前実施した真球の結果<sup>4)</sup>と共に図3に示す。ケース I では層流境界層が形成されている所に 0.17mm の後ろ向き段差が軸対称に有り、この段差は境界層の強制遷移因子と

して働く。実際、以前の真球では  $C_D$  の減少が始まっていなかった  $Re$  が  $3.5 \times 10^5$  程度でケース I では  $C_D$  の減少が観られる。また、 $Re$  に関する  $C_D$  の減少率は以前のものよりも小さい。

臨界  $Re$  を超えた後の  $C_D$  は 0.062 となったが、今回の試験では真球とは異なり 0.17mm の後ろ向き段差が有るが、臨界  $Re$  超えの  $C_D$  に及ぼすこの段差の影響は小さいと考えられ、真球の  $C_D$  は少なくとも 0.062 以下と考える。

ケース II の  $C_D$  と  $Re$  の関係は試験ケース I とほぼ同じであるが、臨界  $Re$  超えの  $C_D$  が 0.09 と若干大きい。試験ケース II では先の後ろ向き段差がテープ 1 枚によりほぼ解消され、新たに 4mm 下流にこの段差が移動している。その外に、テープを貼り付ける際に流れ方向の皺ができ、これがボルテックスジェネレーターの役割を果たしている可能性がある。単純に 4mm だけ段差が下流に変位しただけで、臨界  $Re$  超えの  $C_D$  値が変化したとは考え難く、流れ方向の皺から誘起された縦渦の影響も考えられる。

ケース III は約 0.17mm の前方段差で、しかも 4mm 下流では 0.35mm の後方段差がある場合となる。この時の  $C_D$  と  $Re$  の関係では臨界  $Re$  が  $3.2 \times 10^5$  にまで減少し、 $Re$  に関する  $C_D$  の減少率がケース I と II に比べて小さい。更に、臨界  $Re$  超えの  $C_D$  は 0.13 とケース II の場合より大きい。

ケース IV はケース III よりも更に高い段差の場合で、臨界  $Re$  は  $1.43 \times 10^5$  となり大幅に小さい。また、 $C_D$  は臨界  $Re$  を超えた後も  $Re$  の増加に伴い変化する。その中で最小の  $C_D$  は 0.16 程度であった。

ケース I から III では臨界  $Re$  を超えた後に、再び  $Re$  を減少させて  $C_D$  を測定したが、臨界  $Re$  付近で  $C_D$  変化に関する有意な履歴現象は観測されなかった。

Achenbach の実験<sup>9)</sup>では球にラフネスを付けると、 $Re$  が増加するにつれて  $C_D$  は極小値を取り、最終的に 0.4 近い値にまで回復する現象が観察されているが、本試験では全く観察されなかった。 $Re$  変化に対する  $C_D$  のこうした挙動は球後方でスティング支持をしている影響の可能性が有る。

ケース V は野球のボールに似せ、縫い目に相当する部分に幅 4mm の厚いシールテープ 3 本を 2 枚重ねて並べて貼り、模型の抵抗を測定したものである。 $Re$  が  $0.5 \times 10^5$  で既に球の  $C_D$  とは異なる値を示している。臨界  $Re$  は  $2.5 \times 10^5$  であるが、 $C_D$  の減少量も他の 3 種と比べて大幅に小さい。このことからケース V は球周り流れとはかなりかけ離れたものと推定される。

### 4. 2 流れに直角方向の時間平均空気力(横力)係数

ここでは横力とは  $x$  軸に直角な平面に射影された空気力成分ベクトルを示すことにする。テープは  $x$  軸周りに軸対称に貼り付けたので、試験ケース V を除き、横力方向を特定させる要素は無く、横力の向きは偶然であり、平均量に関してはその大きさにのみ注目する。図4に横力係数ベクトル(球に作用する空気力ベクトルを  $(F_x, F_y, F_z)$  (単位: N) とすると、横力係数ベクトルは  $(F_x/(qS), F_y/(qS), F_z/(qS))$  と定義される。)の大きさと  $Re$  の関係を示す。

ケース I と II では臨界  $Re$  に近づくにつれて横力係数が増大しているが、極大値は 0.1 程度で  $C_D$  に比べると小さい。また、 $Re$  が  $3.5 \times 10^5$  を超すとケース I では横力係数は殆ど 0 となるが、ケース II では 0 から 0.1 の間で変化し一定の傾向を示さない。一方、ケース III では  $Re$  が  $2.1 \times 10^5$  辺りから急速に横力係数が増加し 0.2 以上となる。更に、 $Re$  が  $2.8 \times 10^5$  辺りで極大値を取り、その後減少する。また、 $Re$  が  $2.5 \times 10^5$  辺りを中心にして大きな履歴が観測されている。このことから、ケース III では球表面の平均的な剥離線の  $x$  軸周りに関する対称性が大きく崩れていると考えられる。後述する変動空気力について調べると、 $Re$  が  $2.5 \times 10^5$  付近では  $C_D$  は 0.5 近い値を示しながら、空気力変動が極小になってお

り、極めて興味深い現象を示している。また、 $Re$  が  $3.5 \times 10^5$  以上ではケースⅡと同様の变化を示している。

## 5. 変動空気力

MSBS ではコイル制御電流から模型に作用している磁気力を推定できるので、模型の位置情報から模型の慣性力を評価すれば、運動方程式から空気力の時間変化を推定出来る。詳細は文献 10) を参照されたい。本試験の制御周波数は 248Hz で、慣性力評価時に 10Hz のローパスフィルターを用いている。

空気力係数ベクトル (球に作用する空気力ベクトルを  $(F_x, F_y, F_z)$  (単位: N) とすると、空気力係数ベクトルは  $(F_x/(qS), F_y/(qS), F_z/(qS))$  と定義される。MSBS 座標系で表しているので、 $F_D = -F_x$  の関係が有る。) を  $x$  軸に直交する断面へ射影すると、球に作用する横力変動の様子を観測出来る。図 5 はケースⅠの場合で、 $Re$  が増えるにつれて横力係数の空間変動が激しくなり、その後収まる様子が観察される。 $Re$  に関する  $C_D$  減少率が最大になる  $Re$  で横力係数の空間変動も最大となる。更に、変動はほぼ点対称で方向性は観察されない。また、 $Re$  が  $3.58 \times 10^5$  以上になると、横力の軌跡で中心部分を通過する確率が周りに比べて相対的に低くなっている。このことは空気力変動が  $x$  軸に対して傾いていながら、同時に  $x$  軸周りに旋回的に作用していることを示している。この現象は球に近い super pressure balloon の上昇時に観測されている "helical motion" に対応していると考えられる<sup>11)</sup>。また、種子田の実験<sup>2)</sup> で  $5.0 \times 10^5$  より大きい  $Re$  で煙による可視化で観察された振幅 180 度以下の後流の回転的振動現象に似ている。本試験でこの回転に対応する周波数は  $Re$  が  $3.76 \times 10^5$  で約 1.5Hz が主要な周波数であり、ストローハル数 ( $f$ : 変動周波数 (Hz) とすると、ストローハル数  $St$  は  $f \cdot D/U$  と定義される。) に換算すると種子田の観測結果にほぼ近い値になっている。

次に、横軸に  $C_D$ 、縦軸に横力係数の大きさを取って、同じ  $Re$  に対して描くと図 6 になる。空気力が  $x$  軸周りに旋回するように作用すると、 $C_D$  の変動はそれまでに比べて急に大きくなり、横力変動と同程度になる。更に、変動は原点を通り  $x$  軸に対して約 35 度傾いた直線周りに集中している。 $Re$  が更に増加すると変動自体が小さくなり、 $C_D$  も減少していく。このことは、 $Re$  が増加するにつれて、球中心を頂点にした頂角約 70 度の円錐面上を空気力係数は変動しながら大きさを減少させていくものと考えられる。しかし、 $C_D$  の減少が収まる  $Re$  が  $3.9 \times 10^5$  付近でこの傾向は観察されなくなる。

ケースⅡではケースⅠの空気力変動の傾向とはほぼ同じ傾向を観察したが、ケースⅠほど明瞭な旋回的な力変動は観察されなかった。また、試験した最大の  $Re$  でも横力係数の変動の大きさはケースⅠほど小さくはならなかった。

一方、図 7 と 8 に示すように、ケースⅢの空気力変動はそれらと全く異なった傾向を示している。 $Re$  が  $2.1 \times 10^5$  程度では横力係数の変動はケースⅠと同様に軸対称的であるが、その後、 $Re$  の増加に伴い急に横力が発生し、更に変動がほぼ  $x$  軸を横切るように反対側まで増大し、 $x$  軸に対して対称な変動に成長し、その後は、ケースⅠの場合と同様に空気力が  $x$  軸に対して傾いて、 $x$  軸周りに旋回するように作用する。この  $x$  軸を含む平面内の振動現象は球に近い super pressure balloon の上昇時に平面内の "wavy motion" として観測されているものに対応していると考えられる<sup>11)</sup>。なお、図 9 に、レイノルズ数増加に伴うこの振動の横力係数の水平方向成分の時間変動の変化の様子を示す。1 秒間から 2 秒間にわたり、一方の値に滞留し、その後急に反符号側の値に移動して滞留する。更にレイノルズ数が増加すると、こうした滞留する時間が短くなり、一方の値に滞留

する傾向は見られなくなるのが判る。

また、図 7 から、空気力係数は球中心を頂点にした頂角約 90 度の円錐面上を変化しているが、 $Re$  が増加しても、横力係数の変動域の大きさは減少しなくなる点がケースⅠと異なっている。

## 6. まとめ

事前に詳細なシミュレーションを実施し、模型質量の調整、制御定数の再調整等を実施することで、JAXA 60cm MSBS で球の臨界  $Re$  超えの空気力を測定出来た。その結果、球の臨界  $Re$  前後での球に作用する平均空気力、変動空気力に関する以下の知見を得ることが出来た。

- 1) 8 秒間に亘る平均空気力から臨界  $Re$  超えの最小抵抗値は約 0.062 である。
- 2)  $C_D$  と  $Re$  の関係では、 $Re$  変化に伴う明瞭な履歴は観られない。
- 3)  $C_D$  が 0.3 未満では球の  $x$  軸周りに力が縮退していく様子や、球を  $x$  軸周りに旋回させる力が発生する様子を観測した。
- 4) 強制的境界層遷移が強いと、 $x$  軸を含む平面内で振動的力が作用する場合を観測した。

## あとがき

今回の試験により、MSBS を用いた変動空気力測定は大規模剥離を伴う鈍頭物体周りの流れを研究する上で、貴重な情報を提供できることが分かった。このことは、大規模剥離を伴う鈍頭物体周りの流れの CFD 検証では流れ場の可視化結果の比較といった定性的比較が現在は主流であるが、今後、MSBS を用いて測定した特長力変動を比較することにより定量的 CFD 検証が可能となり、信頼性を上げることが期待できる。

今後は、真球の臨界  $Re$  超えの試験を実施すると共に、MSBS を用いて支持干渉の無い状態における後流の平均流れ場、変動流れ場計測を実施する予定でいる。とりわけ、流れ場計測の際の計測装置の干渉を避けるには PIV 計測が望ましく、今後この分野の研究者との協力を求めたい。

## 参考文献

- 1) Berger, E., Sholtz, D., and Schumm, M.: "Coherent Vortex Structures in the Wake of a Sphere and a Circular Disk at Rest and under Forced Vibrations", J. Fluid and Structures(1990), Vol.4, pp.231-257
- 2) Taneda, S., "Visual Observations of the Flow past a Sphere at Reynolds numbers between 104 and 106," J. Fluid Mech., Vol. 85, part 1, pp. 187-192, 1978
- 3) Achenbach, E., "Experiments on the Flow past Spheres at very High Reynolds Numbers," J. Fluid Mech., Vol. 54, part 3, pp. 565-575, 1972
- 4) 澤田秀夫、国益徹也、須田信一: 「航技研60cm磁力支持天秤装置を用いた球形模型の抗力測定」、日本風工学論文集、Vol.98、2004年1月号
- 5) 澤田秀夫、国益徹也: 「低速風洞用60cm磁力支持装置の開発」、日本航空宇宙学会論文集、第50巻、第580号、pp.188-195、2002年5月号
- 6) 須田信一、澤田秀夫: 「風洞用磁力支持天秤装置」、日本設計工学会誌、第41巻、第5号、pp.235-241、2006年
- 7) Sawada, H., Suda, S., and Kunimasu, T.: "NAL 60cm Magnetic Suspension and Balance System", ICAS 2004-3.1.2, August, 2004
- 8) Pankhurst, R.C. and Holder, D. W., "WIND-TUNNEL TECHNIQUE," SIR ISAAC PITMAN & SONS, LTD, pp.340-348, 1948
- 9) Achenbach, E., "The effect of surface roughness and tunnel blockage on the flow past sphere," J. Fluid Mech., Vol. 65,



part 1, pp. 113-125, 1974

- 10) 澤田秀夫、樋口博、加藤裕之、国益徹也、「磁力支持風洞試験における非接触計測」、第38回流体力学講演会前刷集、pp.169-172、2006年9月
- 11) Soggins,J.R., “Sphere Behavior and Measurement of Wind Profiles,” NASA TN D-3994, 1967

表1 試験ケース

試験 ケース	テープ 厚(mm)	枚数	幅 (mm)	位置	備考
I	無し			接合部	段差有
II	0.17	1	4	接合部	
III	0.17	2	4	接合部	
IV	2~3	1	4	接合部	
V	2~3	2	12		擬似野球 ボール

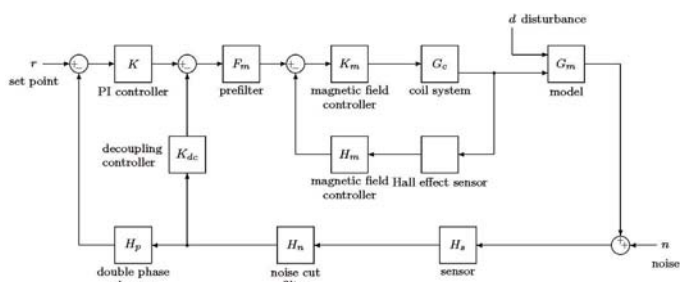


図1 JAXA 60cm MSBS の制御系



図2 磁力支持中のケースVの模型

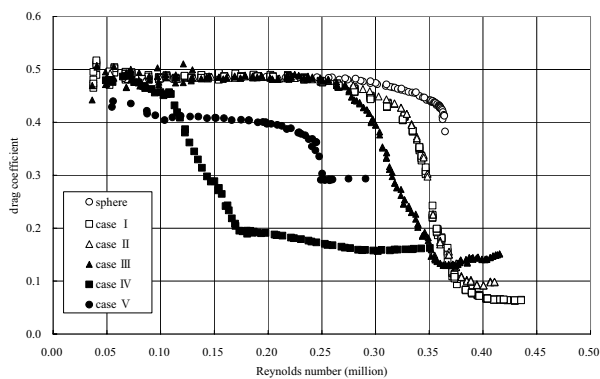


図3  $C_D$  と  $Re$  の関係

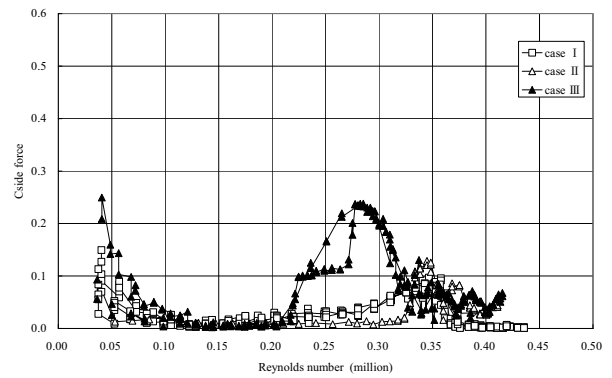


図4 横力係数と  $Re$  の関係

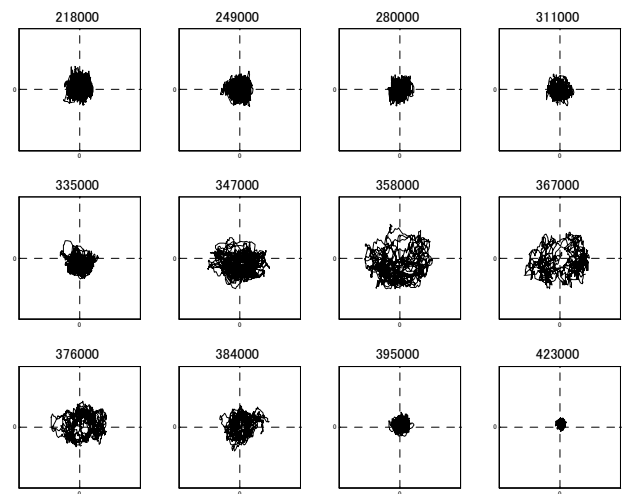


図5 CASE I の横力係数変動

(球後方から観た場合。正方形の一辺の長さは空力係数で1.0に相当。各図上方の数値は  $Re$  を示す。)

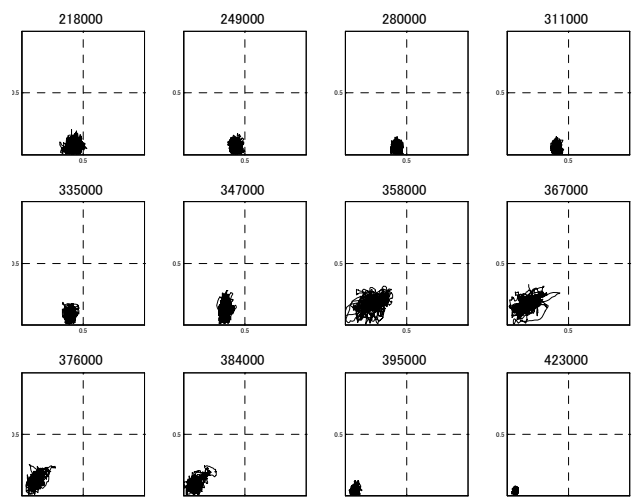


図6 CASE I の気流に平行平面内空力係数変動

(横軸は  $C_D$ 、縦軸は横力係数の大きさ。正方形の一辺の長さは空力係数で1.0に相当。左下を原点としている。各図上方の数値は  $Re$  を示す。)

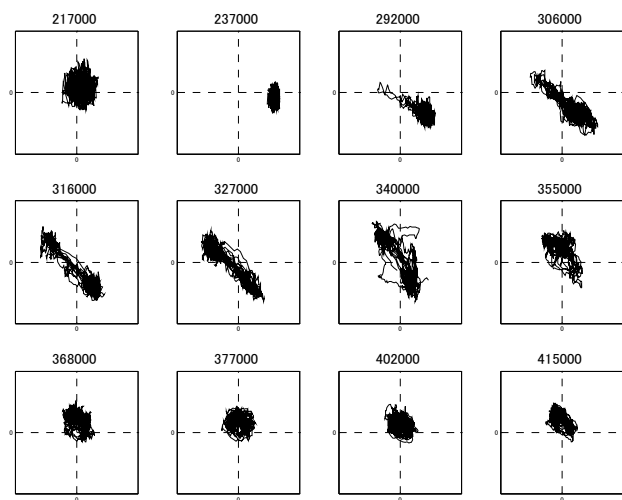


図7 CASEⅢの横力係数変動（座標仕様は図4と同じ）

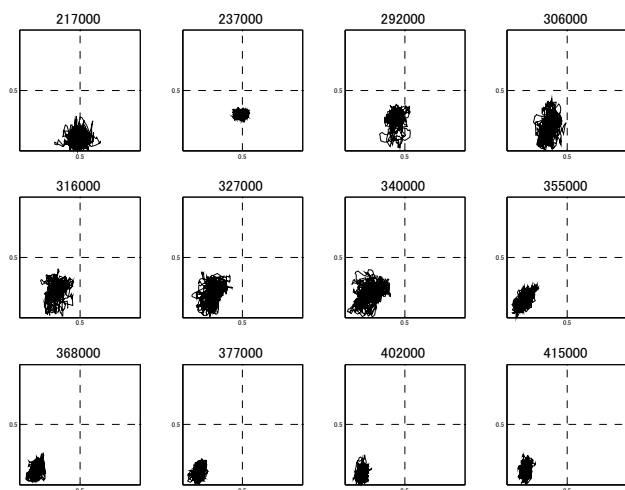
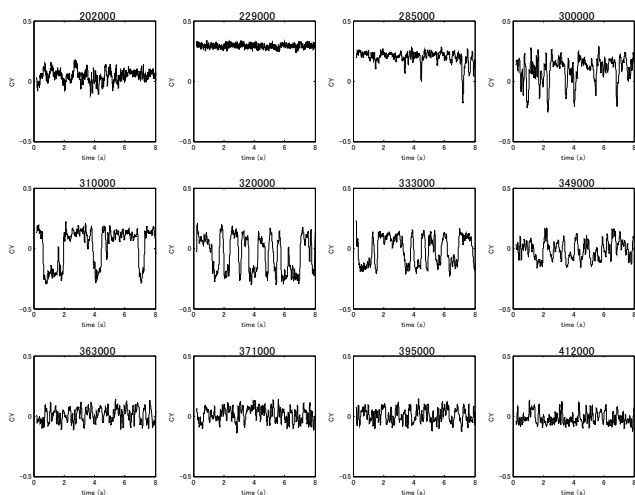
図8 CASEⅢの気流に平行平面内空力係数変動  
（座標仕様は図5と同じ）

図9 CASEⅢの横力係数時間変動の水平方向成分

# チューブトレインの亜音速／遷音速空力特性の数値解析

若山一樹、鈴木宏二郎  
東大院、東大新領域

## Numerical Analysis on Subsonic and Transonic Aerodynamic Characteristics of Bullet Train in Tube

by  
Kazuki Wakayama and Kojiro Suzuki

### ABSTRACT

For the purpose of reducing drag and further speeding up of high-speed train, the axisymmetric Navier-Stokes analyses have been numerically conducted around a bullet train running in depressurized tube. The flows around a simple axisymmetric body, which runs in high subsonic and transonic regimes at velocity more than 500km/h and freestream pressure 0.001atm, was solved for various tunnel diameters. When the train speed increases or the diameter of the tunnel decreases, the pressure on the nose tip of the train rises and the separation in the rear part of the train becomes more significant. As a result, the “drag divergence” phenomena were observed on the plots of the relation between the drag coefficient and the freestream Mach number. The results show that when the tube is depressurized to 0.001atm, further speeding up becomes possible with smaller power requirement than the existing Shinkansen bullet train.

### 1. はじめに

現在、国内の長距離輸送手段においては、新幹線と航空機が激しい競争を繰り広げている。500km/h で走行するリニアモーターカーの開発や、鹿児島、札幌への新幹線の計画が進められているが、現在の新幹線の走行速度ではやはり航空機の到達時間には及ばない。一般に、長距離になるほど航空機の有利性にも注目すべきである。ゆえに、高速列車のさらなる高速化の検討は、(i) 長距離輸送を航空機から高速列車に集約し環境への配慮を高める、(ii) より短時間での長距離移動が可能になり利便性が高められる、といった観点から重要であると考えられる。さらには大陸輸送を高速列車が担うことも可能になると考える。しかし、高速走行時は空気抵抗の増大が顕著となり必要パワーも増加することや、騒音・振動等の沿線住民への影響など多くの問題が生じる。

そこで、本研究では抵抗低減を狙い減圧したトンネル内を走行するチューブトレインの数値解析により、既存の高速列車よりもさらに高速に走行する際の空力特性を取得し、現在の新幹線との比較により、鉄道の高速度の可能性について検討する。本研究では実際の三次元形状に対して高速化実現のための知見を得ることが目的であるが、まずは軸対称形状に対する解析を行った。ここでは、抵抗低減を目指す上で、流れを層流とみなすことの可能な 1/1000 気圧に減圧したトンネル中を時速 500km を超える亜音速から遷音速で走行する軸対称形状に対して、トンネル直径を変えて解析を行い、流れ場および抵抗特性の変化について検討した。

### 2. 高速化に伴う空気力学的問題

新幹線やリニアモーターカー等における鉄道の高速度においては様々な制約要因が克服されなければならない。そのうち最も重要なものとして速度の増加に伴う空気力学的問題に起因する制約要因が挙げられる。鉄道における空気力学的問題として代表的なものを表1に示す。列車には、(i) 非常に細長い、(ii) 地面の直ぐ上を走行する、(iii) 対向列車が接近・通過する、といった特徴が挙げられる[1]。表1から空力的問題はトンネルの存在に因るものが多い。本研究での知見は、通常の高速鉄道に関しても、トンネルによる空力的問題の克服にも有用である。

表1. 鉄道に関する空気力学的問題<sup>[1]</sup>

地上側	列車通過時の列車風・圧力変動
	トンネル微気圧波、突入・退出波
	トンネル内の温度上昇と換気
	トンネル内の圧力・風速
車両側	空気抵抗
	列車側面の圧力変動
	車内換気方式と車内圧変動
	列車すれ違い時の圧力
	列車先頭部・後尾部の空力特性
	横風が車両に及ぼす空力
	トンネル突入・退出時の過渡現象
	パンタグラフの空力特性・空力音
	車両空力音

### 3. チューブトレインのコンセプト

チューブトレインの概念図を図1に示し、その走行コンセプトを以下に示す。

- (i) 速度の二乗に比例して空気抵抗が増大することから、チューブ内を減圧し抵抗低減を図る。
- (ii) 全走行区間をチューブ内とすることで、トンネル進入・退出時の空力的影響を避ける。
- (iii) 減圧により走行時のレイノルズ数を下げ、流れを層流とし、乱流による摩擦抵抗の増加を防ぐ。

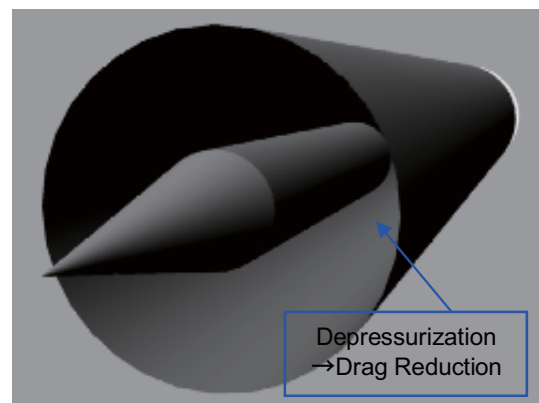


図1. チューブトレイン（軸対称形状）概念図

## 4. 数値解析手法

### 4. 1 計算モデル

図2に解析に用いる列車形状を示す。現在開発中のリニアモーターカーのデータ<sup>[2]</sup>を参考にし、列車長を84m（3両相当）、高さを3m、先頭形状を円錐形とした軸対称形状として定義した。計算格子は中心軸を含む一断面について生成し、構造格子を用いた。列車前方に列車長の10倍、後方に列車長の100倍の計算領域を設けた。格子点はこのトンネル直径のケースにおいても461x101の46561点である。

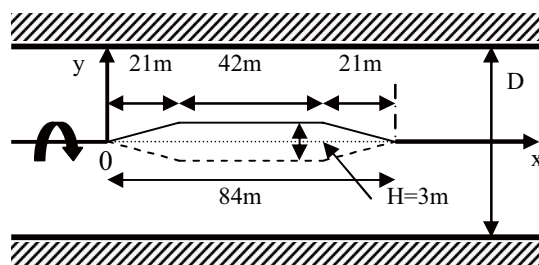


図2. 軸対称列車形状

### 4. 2 計算条件

チューブ内は減圧し 1/1000 気圧とした。一様流速は 500km/h ( $M=0.4, T=20^{\circ}\text{C}$ ) を基点とし、表2より、マッハ数に換算して、 $M_{\infty}=0.4\sim 0.9$  の5ケース ( $D=5, 4H$  については、 $M=0.5$  も含む6ケース) について計算を行った。いずれの速度においてもレイノルズ数（基準長：列車直径  $H$ ）は  $10^4$  のオーダーであり、層流として差し支えない。また、列車側面とチューブ壁面の間隔を変えることによる抵抗特性の変化を検討するために、トンネル直径  $D$  を列車直径  $H$  の2, 3, 4, 及び5倍に変えて計算を行った。列車とチューブ壁面は相対的に移動している。本計算では列車に固定した座標で計算を行うため、チューブ壁面についても一様流速を境界条件として与えた。亜音速流では流出境界において、計算領域から外部へ伝播する波は非物理的な反射波を生ずることなく境界を通過しなければならない。そこで、計算領域の下流外縁を十分に遠方にとるだけでなく、出口で一次元を仮定した無反射流出条件<sup>[3]</sup>を適用した。

表2. 計算条件

一様流マッハ数	0.4	0.6	0.7	0.8	0.9
一様流圧力	1/1000[atm]				
一様流温度	20[ $^{\circ}\text{C}$ ] (=293.15[K])				
トンネル直径 $D$	2H, 3H, 4H, 5H				
レイノルズ数 $\text{Re}(x10^4)$	2.72	4.07	4.75	5.43	6.11

( $M=0.5$  のとき  $\text{Re}=3.39x10^4$ )

### 4. 3 数値計算手法

流体の支配方程式には軸対称圧縮性 Navier-Stokes 方程式を用い、層流解析を行った。各軸方向の座標は列車直径で無次元化した。対流項の離散化は Symmetric-TVD スキーム<sup>[4]</sup>を用いた。粘性項は二次精度中心差分で離散化し、時間積分は2段階 Runge-Kutta 陽解法を用いた。

## 5. 計算結果および考察

### 5. 1 $D=5H$ におけるマッハ数の影響

図3に各マッハ数における列車表面圧力係数分布、図4に各マッハ数における列車周辺の等圧力係数線図を示す。 $M_{\infty}=0.4$  では図3より列車先端で圧力が上昇し、先頭部で圧力が低下していき、列車の肩の部分で極小のピークとなっている。列車中間部では圧力が一定となり、列車後部の形状変

化部で圧力が回復していく。この結果は飯田、吉田らによって行われた三次元形状の  $M_{\infty}=0.37$  の計算や  $M_{\infty}=0.4$  の磁気浮上車両の計算によって得られた車体中心線上の圧力分布<sup>[5]</sup>と定性的に一致しており、本計算の結果の妥当性が示されたと考える。

図5に列車後方の各マッハ数における等密度線図を示す。図3および図4より、速度の上昇に伴い、 $M_{\infty}=0.7$  までは圧力係数の分布に大きな変化はない。後部で剥離領域が徐々に大きくなるが、全体の抵抗に大きな影響はない。しかし  $M_{\infty}=0.8$  より前方の流れの圧縮が顕著になり、列車先端の圧力上昇が大きくなる。後部では流れの剥離が顕著になり、図3および図4から負圧領域が拡大する。 $M_{\infty}=0.9$  では後部で大規模な剥離が生じ、図5より渦の放出が始まり流れが非定常になる。以上より速度の上昇に伴い前方の流れの圧縮と後部の剥離が顕著になり、圧力抵抗が増大する。

### 5. 2 $M_{\infty}=0.6$ におけるトンネル直径の影響

図6および図7に各トンネル直径における列車表面圧力係数分布、列車後方部の等マッハ数線図をそれぞれ示す。トンネルの直径が小さくなるにつれ、流路が狭くなり、図6に示す通り列車前方での圧力上昇が大きくなる。また、列車中間部ではより流れが加速され、圧力が低下する。図7より、列車後方部では剥離の規模が大きくなっていく。 $D=2H$  では  $M_{\infty}=0.9, D=5H$  と同様に列車中間部でも流れが加速され、後方部で流れが非定常的になり、渦の放出が始まる。以上より、同じ走行速度に対して、トンネルの直径が小さくなるにつれて、列車前方の圧力上昇および列車後方の流れの剥離が大きくなる。このことにより、列車前後の圧力差が増大し、空気抵抗も増大する。これは、同じトンネル直径に対して、走行速度が上昇することによる流れおよび抵抗特性の変化と同様である。

### 5. 3 抵抗特性および必要パワー

図8に各トンネル直径に対するマッハ数による抵抗係数の変化を示す。図8より、 $D=5H$  の場合  $M_{\infty}=0.4$  から  $M_{\infty}=0.7$  までは、5.1に示したように列車後方部で剥離の規模が大きくなるものの、列車全体の抵抗係数はあまり増加しない。しかし、マッハ数が0.7を超えると、急激に抵抗が増加する。この原因は列車後方部でより大規模な剥離が生じるためである。このような抵抗の急激な増大は、要因は異なるが、翼型の抵抗発散現象に似ている。

次に  $D=4H, 3H, 2H$  の分布から、トンネル直径が小さくなるにつれて、同じマッハ数において、より抵抗が増大している。そして、抵抗の急激な増加が、より低いマッハ数において始まるのが分かる。これはトンネル直径が小さくなるのが、5.2と同様に、走行速度の増加に伴う抵抗特性の変化と同様の効果を生じさせていることによる。また、抵抗係数は走行速度の増大とともに急激に増大するものの、その割合は小さくなる。特に  $D=2H$  では、 $M_{\infty}=0.8, 0.9$  において抵抗係数が減少している。しかし、抵抗そのものが減少しているわけではないので、注意を要する。

次に、得られた各条件における抵抗係数から列車の抵抗および必要パワーを算出した。図9に各トンネル直径におけるマッハ数による必要パワーの変化を示す。マッハ数の上昇に伴い、必要パワーは増大する。また、同じマッハ数においてもトンネル直径が小さくなることにより、必要パワーは増大する。図9はマッハ数による抵抗の変化と同様であり、 $D=2H$  において、 $M_{\infty}=0.8$  から0.9にかけて抵抗係数は減少するが、抵抗そのものは増加していることが分かる。

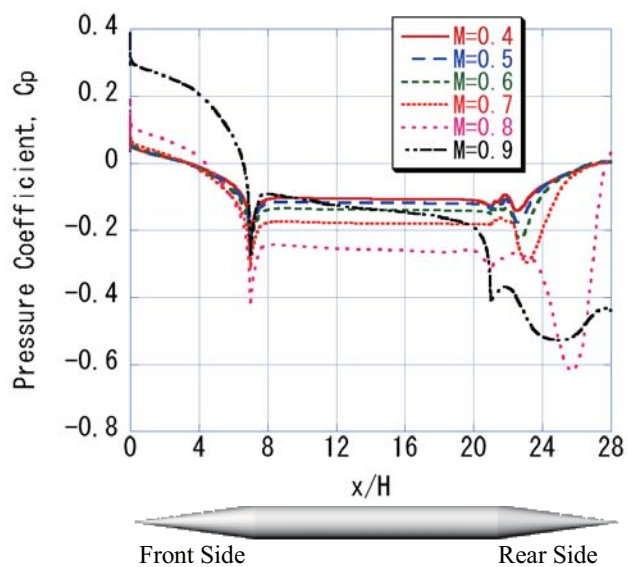


図3. 列車表面圧力係数分布 ( $D=5H$ )  
～マッハ数による変化～

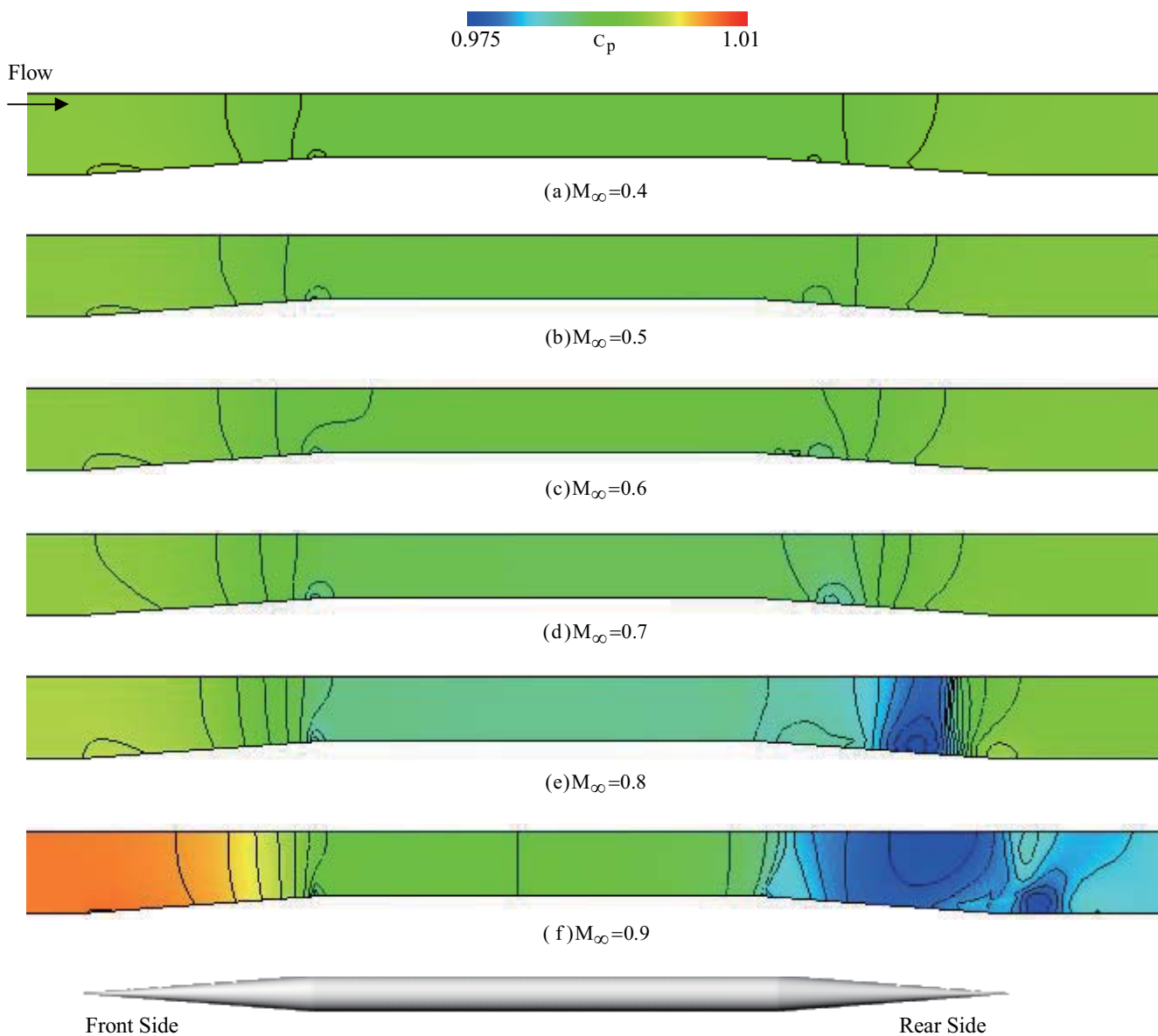


図4. 等圧力係数線図 ( $D=5H$ )  
～マッハ数による変化～



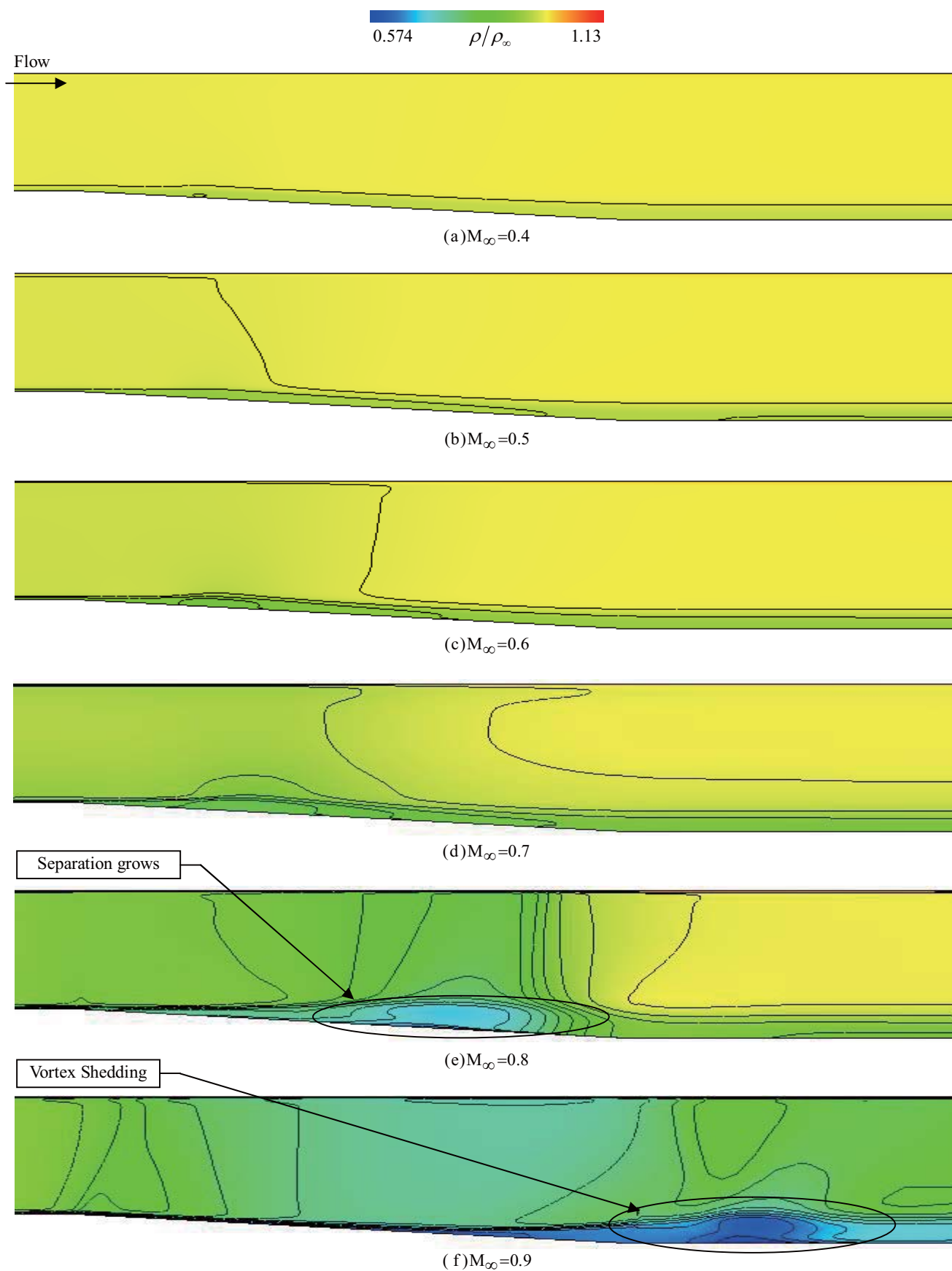


図 5. 列車後方部の等密度線図 ( $D=5H$ )  
 ～マッハ数による変化～

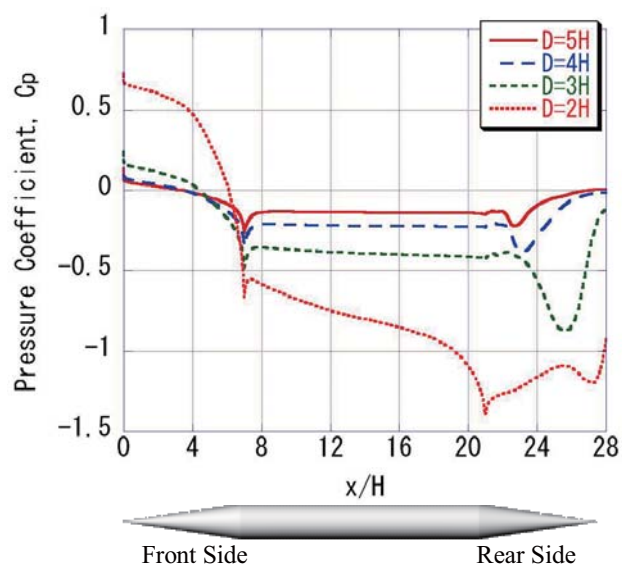


図6. 列車表面圧力係数分布 ( $M_\infty=0.6$ )  
～トンネル直径による変化～

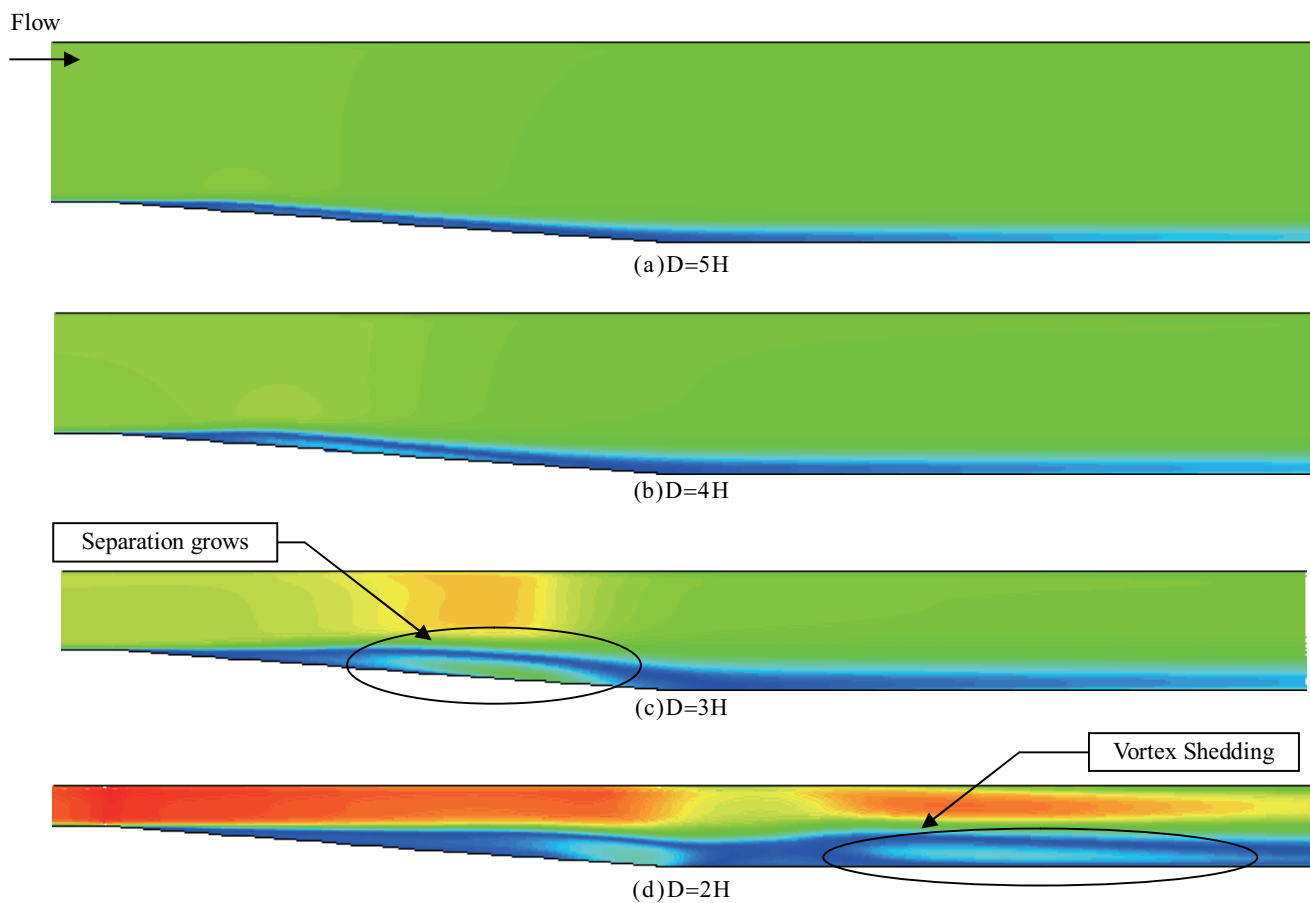


図7. 等マッハ数線図 ( $M_\infty=0.6$ )  
～トンネル直径による変化～



## 6. 新幹線の消費電力との比較

本計算で得られた必要パワーを新幹線の消費電力と比較する。現在の新幹線の消費エネルギーは、東京～新大阪間で一座席あたり、120MJ<sup>[6]</sup>である。この値から、本計算モデルと同様の 3 両に相当する新幹線の消費電力を概算すると 1.2MW となる。図 9 と比較すると、いずれのケースにおいてもこの値を下回っている。ゆえに、トンネル内を 1/1000 気圧に減圧すれば、現在の新幹線の消費電力以下で高速化が可能であることが示された。

## 7. まとめ

減圧したトンネル内を走行するチューブトレインの軸対称形状に対する数値解析を行い、亜音速および遷音速走行時における基礎的な空力特性を取得した。走行速度の増加に伴い、列車前方での圧力上昇、および列車後方部での流れの剥離の規模の増大が確認された。この列車前後での圧力差に伴う圧力抵抗の増大が、走行時の空気抵抗の増大を招いている。

トンネル直径を小さくすることが、建設コスト面から望まれる。しかし、その分抵抗が増大してしまい、高速化の妨げになる。本計算においては、十分な減圧がなされれば、新幹線の消費電力以下で、高速走行が可能であることが示された。適切な減圧量については、検討する必要がある。

今後は、減圧の程度を下げた解析や、三次元モデルを作成して、より実際の解析を行うことで、高速化の詳細な検討をしていきたい。

## 8. 参考文献

- [1] 小沢智, 「高速列車の空気力学的諸問題」, ながれ 21, pp346-353, 2002.
- [2] 超伝導磁気浮上式鉄道実用技術評価委員会, 「超伝導磁気浮上式鉄道実用技術評価」, pp13-15, 2005.
- [3] 小川隆申, 「列車トンネル突入時のトンネル内圧縮波形成過程に関する研究」, 東京大学大学院博士論文, pp23-24, 1995.
- [4] Yee, H.; Upwind and Symmetric Shock-Capturing Schemes, NASA TM 89464, pp20-22, May, 1987.
- [5] 飯田雅宣, 吉田康夫, 前田達夫, 小川哲, 「高速鉄道に係わる空力問題の数値シミュレーション」, 第 11 回航空機計算空気力学シンポジウム論文集, pp243-248, 1994.
- [6] 東海旅客鉄道株式会社, 「JR 東海 環境報告書 2006」, pp3, 2006.

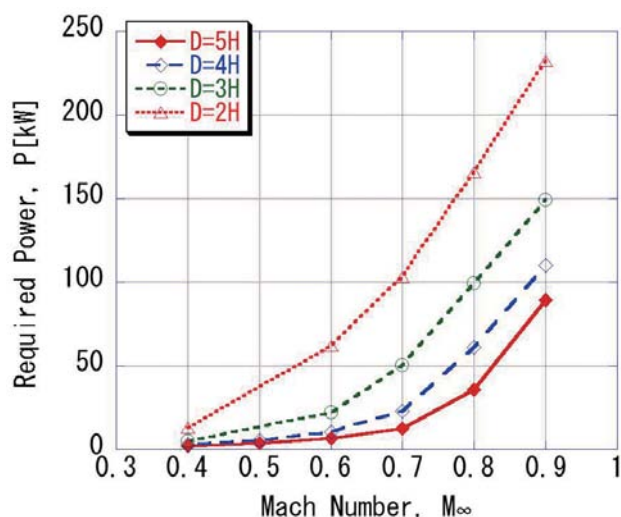


図 9. マッハ数による必要パワーの変化

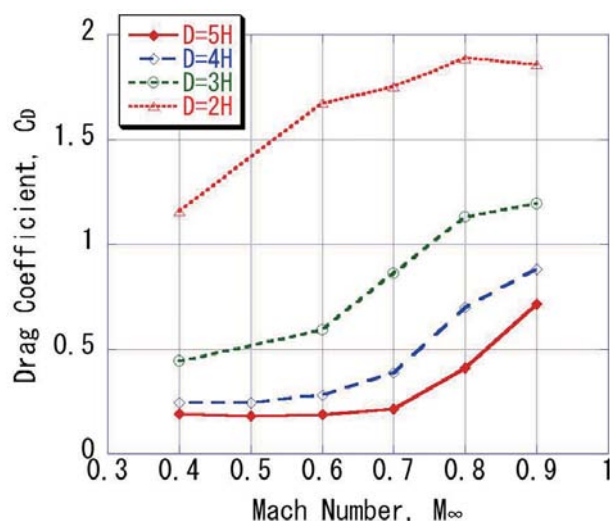


図 8. マッハ数による抵抗係数の変化

# 差分格子ボルツマン法による BVI の数値解析

田村 明紀<sup>1</sup>, 蔦原 道久<sup>1</sup>, 片岡 武<sup>1</sup>, 青山 剛史<sup>2</sup>, 梁 忠模<sup>2</sup>

<sup>1</sup>神戸大学大学院自然科学研究科

<sup>2</sup>JAXA, 総合技術研究本部

## Numerical Simulation of Blade-Vortex Interactions Using the FDLBM

by

Akinori Tamura, Michihisa Tsutahara, Takeshi Kataoka, Takashi Aoyama and Choongmo Yang

### ABSTRACT

Parallel blade-vortex interactions have been calculated using the finite difference lattice Boltzmann method of the compressible Euler model. The perturbed discrete Boltzmann equation based on a prescribed vortex method has been proposed in order to prevent a vortex from diffusing by numerical dissipation. The discretization of the governing equation is based on a second order accurate explicit Runge-Kutta time integration and a fifth order accurate upwind scheme which includes additional terms to capture shock waves clearly. Transonic flow around an airfoil without vortexes has been simulated to validate the perturbed discrete Boltzmann equation system. A surface pressure distribution and pressure contour lines around the airfoil have been compared with other numerical data, and good agreements have been obtained. As a simple model of parallel blade-vortex interaction, two-dimensional blade-vortex interaction has been calculated using the proposed numerical method. An instantaneous pressure coefficient, a time history of a lift coefficient and patterns of acoustic waves have been compared with other numerical results, and agreed with them very well. Mechanism of noise generation has been also captured from numerical results. Three-dimensional calculations of parallel blade-vortex interaction have been performed using the present numerical procedure. Time variations of surface pressure distributions have been compared with Euler calculation and experimental data, and good agreements have been obtained.

### 1. 緒言

BVIにより発生する空力騒音 (BVI 騒音) は、特に着陸時に発生しヘリポート周辺への影響が大きい。その低減が強く望まれている。BVIは一般的に非定常3次元現象であるが、ある飛行条件下ではブレードと翼端渦の交差角  $\Lambda$  が0となり、互いが平行に近い状態で干渉するため現象が2次元になる。この現象は Parallel BVI と呼ばれ、一般的な BVI に比べて解析は容易である。本研究では、この Parallel BVI とそれにより生じる空力騒音を研究対象とした。

すでに Parallel BVI について実験もしくは数値計算に基づいた多くの研究<sup>(1)(4)</sup>が行われている。BVI 騒音低減のためには、その発生メカニズムを明らかにすることが有効であると思われるが、発生メカニズムについて詳しく考察したものは見当たらない。

一方で、Tsutahara らは新しい計算手法である差分格子ボルツマン法 (FDLBM) を用いれば、従来のコンパクトスキームを用いた高精度な計算法に比べて少ない計算格子数で音波の直接計算が可能であることを示した<sup>(5)</sup>。

以上の背景から、本研究では FDLBM を用いて Parallel BVI 騒音の直接計算を行い、その発生メカニズムについて考察することを目的とした。

### 2. 計算方法

#### 2. 1. 差分格子ボルツマン法 (FDLBM)

FDLBM の基礎方程式は離散ボルツマン方程式 (離散 BGK 方程式) である。今回の計算では移動する翼を取り扱うため、移動格子に対応したモデル<sup>(6)</sup>を用いる。蔦原らにより提案された追加項を含んだ離散ボルツマン方程式<sup>(5)(7)</sup>は時間、空間をそれぞれ  $t$ ,  $x_\alpha$  として粒子の速度分布関数を  $f_i$  と表すと、

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + (c_{i\alpha} - V_\alpha) \frac{\partial f_i}{\partial x_\alpha} - \frac{A}{\phi} c_{i\alpha} \frac{\partial (f_i - f_i^{eq})}{\partial x_\alpha} = -\frac{1}{\phi} (f_i - f_i^{eq}) \quad (1)$$

ここで添え字  $\alpha$  は座標の方向を表している。  $A$  および  $\phi$  は正の定数であり、  $\phi$  は単一緩和時間と呼ばれる。ベクトル

$V_\alpha$  は格子の移動速度ベクトルである<sup>(6)</sup>。  $c_{i\alpha}$  および  $f_i^{eq}$  は  $i$  番目粒子の速度ベクトルおよび局所平衡分布関数を表しており、後者は基礎方程式系が適切な流体の支配方程式を回復するように粒子モデルによって決定される。今回は粒子モデルとして Kataoka らによる圧縮性オイラーモデル<sup>(8)</sup> (2次元9速度, 3次元15速度モデル) を用いた。本モデルにおいて局所平衡分布関数は以下のように表される。

$$f_i^{eq} = \rho \left( A_i + B_i \frac{u_\alpha c_{i\alpha}}{c^2} + D_i \frac{1}{c^4} u_\alpha c_{i\alpha} u_\beta c_{i\beta} \right) \quad (2)$$

ここで  $c$  は基準粒子速度である。  $\rho$ ,  $u_\alpha$  は密度および流速を表している。  $A_i$ ,  $B_i$  および  $D_i$  は流速, 内部エネルギー  $e$  により決定される係数である。密度, 流速, 内部エネルギーは速度分布関数と粒子速度のモーメント和により以下のように定義される。

$$\begin{aligned} \rho &= \sum_i f_i \\ u_\alpha &= \frac{1}{\rho} \sum_i f_i c_{i\alpha} \\ e &= \frac{1}{\rho} \sum_i f_i \frac{c_{i\alpha}^2 + \eta_i^2}{2} - \frac{1}{2} u_\alpha^2 \end{aligned} \quad (3)$$

ここで  $\eta_i$  は粒子の自由度を保つための定数である。チャップマン・エンスコグ展開により、以上の離散ボルツマン方程式系が圧縮性オイラー方程式を満足することが確認されている。

#### 2. 2. Prescribed-vortex approach の導入

BVI の数値計算において最も問題となるのは数値拡散により渦が散逸することである。Srinivasan らはオイラー方程式の解を渦による成分とその他の成分に分割して、渦の数値拡散を抑える Prescribed-vortex method<sup>(1)</sup>を提案した。本研究では渦の数値拡散抑制のため、この手法を FDLBM に導入する。離散ボルツマン方程式の解  $f_i$ , 密度  $\rho$ , 流速  $u_\alpha$  および内部エネルギー  $e$  を渦成分 (添え字  $V$ ) とその他の成分 (添え字  $P$ ) に以下のように分割する。

$$\begin{aligned}
f_i &= f_{V,i} + f_{P,i} \\
\rho &= \rho_V + \rho_P \\
u_\alpha &= u_{V,\alpha} + u_{P,\alpha} \\
e &= e_V + e_P
\end{aligned} \quad (4)$$

ここで渦成分は渦モデルにより解析的に与えられる．これらを離散ボルツマン方程式系(1)-(3)に代入する．(3)式より密度，流速，内部エネルギーの摂動成分に対する方程式が以下のように得られる．

$$\begin{aligned}
\rho_P &= \sum_i f_{P,i} \\
u_{P,\alpha} &= \frac{1}{(\rho_V + \rho_P)} \sum_i f_{P,i} c_{i\alpha} - \frac{\rho_P u_{V,\alpha}}{\rho_V + \rho_P} \\
e_P &= \frac{1}{(\rho_V + \rho_P)} \left\{ \sum_i f_{P,i} \frac{c_{i\alpha}^2 + \eta_i^2}{2} + \rho_V \left( e_V + \frac{u_{V,\alpha}^2}{2} \right) \right. \\
&\quad \left. - e_V - \frac{1}{2} (u_{V,\alpha} + u_{P,\alpha})^2 \right\}
\end{aligned} \quad (5)$$

また，渦成分が離散ボルツマン方程式系(1)-(3)の解であることに注意すると，(1)式より速度分布関数の摂動成分  $f_{P,i}$  に対する以下の方程式が得られる．

$$\frac{\partial f_{P,i}}{\partial t} + (c_{i\alpha} - V_\alpha) \frac{\partial f_{P,i}}{\partial x_\alpha} - \frac{A}{\phi} c_{i\alpha} \frac{\partial (f_{P,i} - f_{P,i}^{eq})}{\partial x_\alpha} = -\frac{1}{\phi} (f_{P,i} - f_{P,i}^{eq}) \quad (6)$$

ここで  $f_{P,i}^{eq}$  は以下の式で定義される局所平衡分布関数の摂動成分である．

$$\begin{aligned}
f_{P,i}^{eq} &= f_i^{eq}(\rho_V + \rho_P, u_{V,\alpha} + u_{P,\alpha}, e_V + e_P) \\
&\quad - f_i^{eq}(\rho_P, u_{P,\alpha}, e_P)
\end{aligned} \quad (7)$$

以上の摂動離散ボルツマン方程式系(5)-(7)を用いて BVI の数値計算を行う．

### 2. 3. 計算スキーム

Tsutahara ら<sup>(5)</sup>は3次精度風上差分法を用いて音波の直接計算を行ったが，衝撃波が生じる問題においては衝撃波の前後で数値振動が生じる．そこで空間差分スキームとして5次精度風上差分スキームに衝撃波前後での数値振動を抑制する拡散項を追加したスキームを用いた．(6)式の移流項を  $c_\xi \partial g / \partial \xi$ ，格子番号を  $j$  とすると用いたスキームは次のように表される．

$$\begin{aligned}
c_\xi \frac{\partial g}{\partial \xi} \Big|_j &= c_\xi \frac{-2g_{j-3} + 15g_{j-2} - 60g_{j-1} + 20g_j + 30g_{j+1} - 3g_{j+2}}{60\Delta\xi} \\
&\quad - \kappa |c_\xi| \frac{g_{j-1} - 2g_j + g_{j+1}}{\Delta\xi} \quad c_\xi > 0 \\
c_\xi \frac{\partial g}{\partial \xi} \Big|_j &= c_\xi \frac{-3g_{j-2} - 30g_{j-1} - 20g_j + 60g_{j+1} - 15g_{j+2} + 2g_{j+3}}{60\Delta\xi} \\
&\quad - \kappa |c_\xi| \frac{g_{j-1} - 2g_j + g_{j+1}}{\Delta\xi} \quad c_\xi < 0
\end{aligned} \quad (8)$$

ここで  $\kappa$  は数値拡散の大きさを決定する係数であり，圧力  $p$  を用いて次のように与えられる．

$$\kappa = \tau \frac{|p_{j-1} - 2p_j + p_{j+1}|}{|p_{j-1} + 2p_j + p_{j+1}|} \quad (9)$$

$\tau$  は任意のパラメータであり本計算では 2.0 とした．時間進行には Tsutahara ら<sup>(5)</sup>と同様に2次精度ルンゲ・クッタ法を用いた．

### 3. NACA0012 翼周りの流れ

提案した摂動離散ボルツマン方程式系(5)-(7)の妥当性を確認するため，静止流体中を一定速度で移動する翼周り流れの数値計算を行う．翼形状はNACA0012とした．計算格子としてO型格子を用い，格子数は半径方向に101点，周

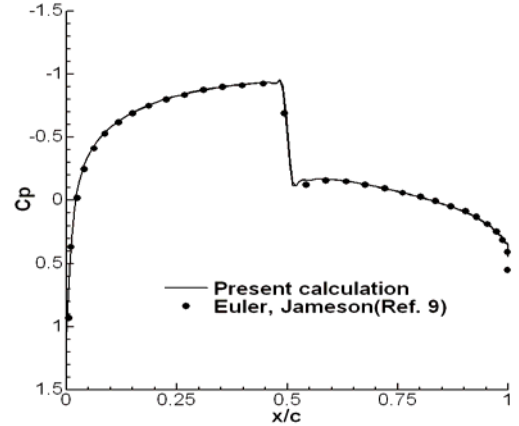
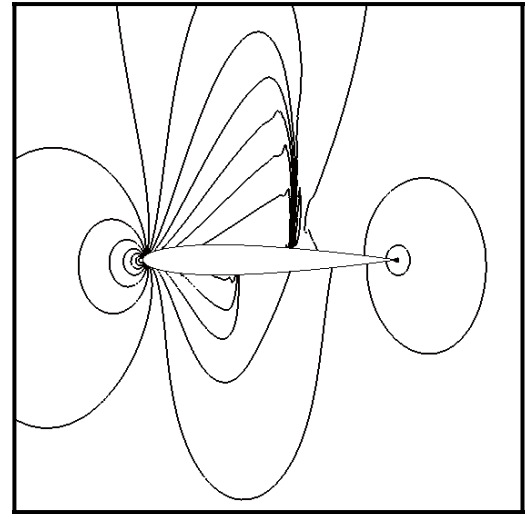
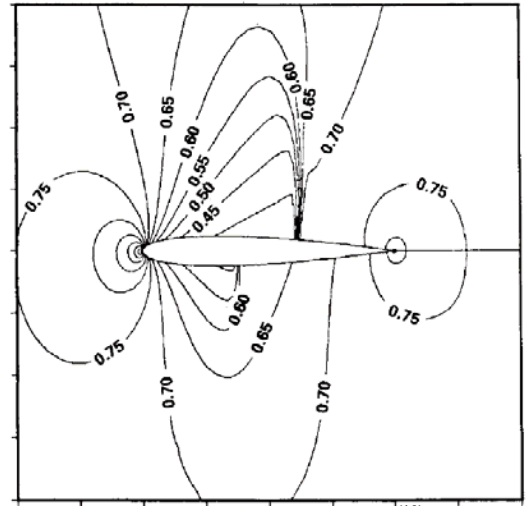


Fig. 1 Comparison of surface pressure distributions



(a) Present calculation



(b) Euler calculation, Pulliam<sup>(10)</sup>

Fig. 2 Comparison of pressure contour lines

方向に301点とした．計算領域は半径方向に翼のコード長の10倍として，計算領域の外部に反射を防ぐためのスポンジ領域を設けた．(5)式における既知成分（渦成分）には静止流体における値を与えた．迎え角  $\alpha_0 = 0^\circ$ ，翼のマッハ数  $M = 0.8$  とした計算と  $\alpha_0 = 1.25^\circ$ ， $M = 0.8$  とした計算の2通りの計算を行い，それぞれオイラー計算<sup>(9),(10)</sup>との比較を行った．Figure 1は  $\alpha_0 = 0^\circ$  の翼表面における圧力分布であり，Fig. 2は  $\alpha_0 = 1.25^\circ$  としたときの翼周りの圧力分布を示している．摂動離散ボルツマン方程式系によ

る結果はいずれもオイラー計算<sup>(9),(10)</sup>に良く一致し、本計算モデルが妥当であることが示された。

#### 4. 2次元 BVI 計算結果

Parallel BVI が完全に2次元であるとみなせば、問題は Fig. 3 に示すような2次元 BVI となる。翼断面の形状は NACA0012 であり、渦は Scully 渦モデルにより与える。各パラメータは他の計算<sup>(1)-(3)</sup>と同様に設定する ( $M=0.8$ ,  $\alpha=0.05$ ,  $\Gamma=-0.2$ ,  $Y_v=-0.26$ )。はじめに渦の無い状態での定常解を求め、その後に上流側に渦を導入する。計算格子数はコンパクトスキームを用いた BVI 騒音の直接計算<sup>(2)</sup>の約半分 ( $301 \times 201$ ) とした。

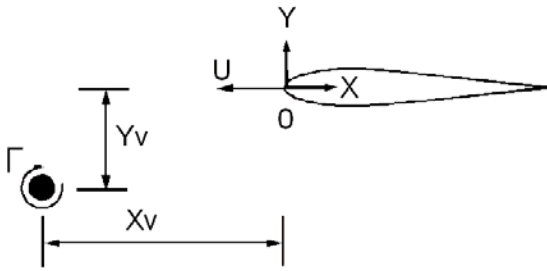


Fig. 3 Parameters of two-dimensional BVI

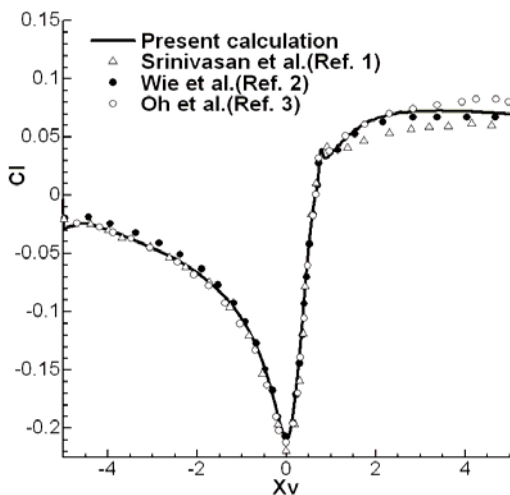


Fig. 4 Lift variation during parallel BVI

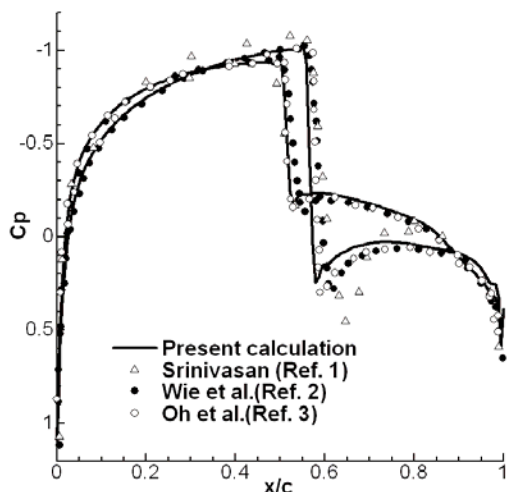
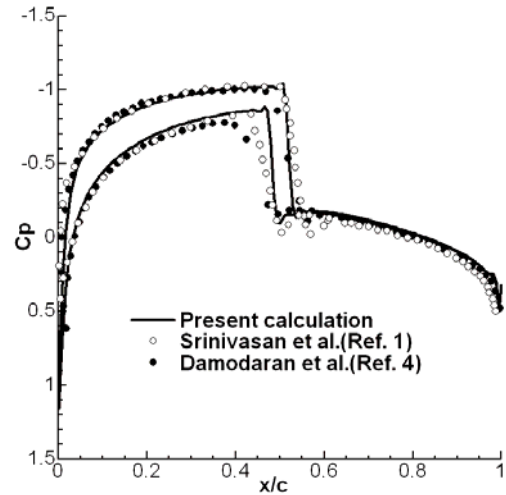
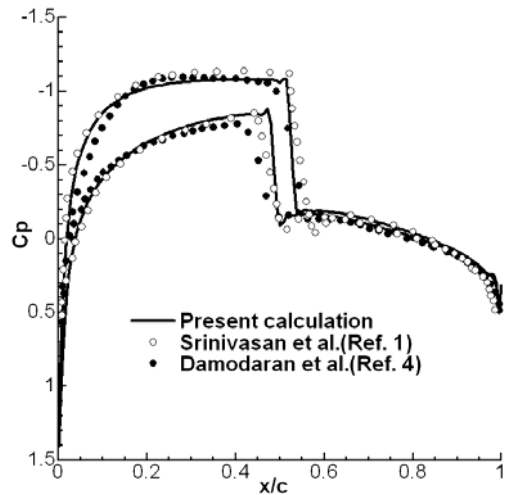


Fig. 5 Instantaneous surface pressure distribution ( $X_v=1.0$ )

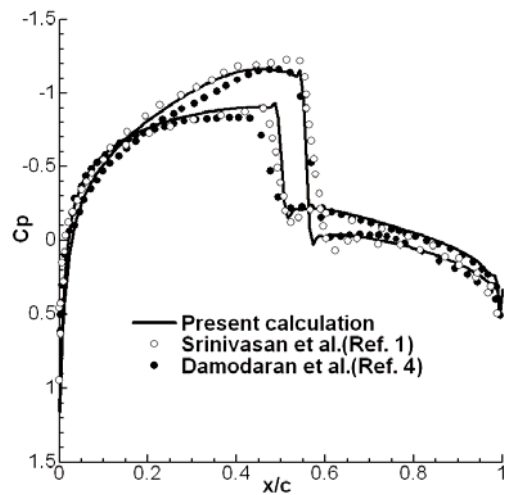
Figure 4, 5 は揚力の時間変動および渦の x 座標位置  $X_v$  が 1.0 での翼表面上における圧力分布である。これらの結果から、提案した計算モデルにより得られた BVI 計算結果が他の BVI 計算結果に良く一致することが分り、本モデルの妥当性が確認出来た。また、格子数がコンパクトスキームによる計算の約半分であるにもかかわらず衝撃波がシャープに解像されていることが明らかになった。



(a)  $X_v=-0.5$



(b)  $X_v=0.0$



(c)  $X_v=0.5$

Fig. 6 Instantaneous surface pressure distribution



Figure 6 は渦の  $x$  座標位置がそれぞれ -0.5, 0.0, 0.5 のときの翼表面上での圧力分布である。これらの結果からも衝撃波がシャープに解像できていることが確認出来た。

Figure 7 は変動圧力分布を表しており、この図から Parallel BVI により生じた音波の波形が確認出来る。はじめに翼上面に正、下面に負の圧力パルスが生じ、その後、上下で符号の入れ替わったパルスが発生する。

これらの音波の発生メカニズムを調べるため、Fig. 8 に翼付近の変動圧力分布をそれぞれ示した。負の渦度（反時計回りの渦度を正と定義する）を持つ渦が近づくにつれ（Fig. 8a）、リーディングエッジ上面で圧力が上昇し下面で減少する。これらの圧力変動は、渦に誘導された時計周りの流れが翼上面で衝突するために生じると思われる。渦がリーディングエッジを通過した後、これらの圧力変動は音波として放出される（Fig. 8b および c）。渦が衝撃波を通過した直後、渦による流れが衝撃波後方の翼下面に衝突し、圧力が大きく上昇する（Fig. 8c）。その後、翼下面から圧縮波が音波として放出される（Fig. 8d）。また、翼上面から放出される負の圧力パルス（Fig. 7 の負の 2nd pulse）の音源について考察するため、Fig. 9 に局所マッハ数分布を示した。Fig. 9a は渦による影響がほとんど無い状態での分布を表している。渦が翼下面の超音速領域へ到達したとき（Fig. 9b）、翼上面の衝撃波後方でマッハ数の増加した領域が観測される。この急激な速度増加は、初めに翼下面で発生した負の圧力パルスが翼の後方を通過して衝撃波に到達することで生じると思われ、これが翼上面から発生する負の圧力パルスの音源であると考えられる。

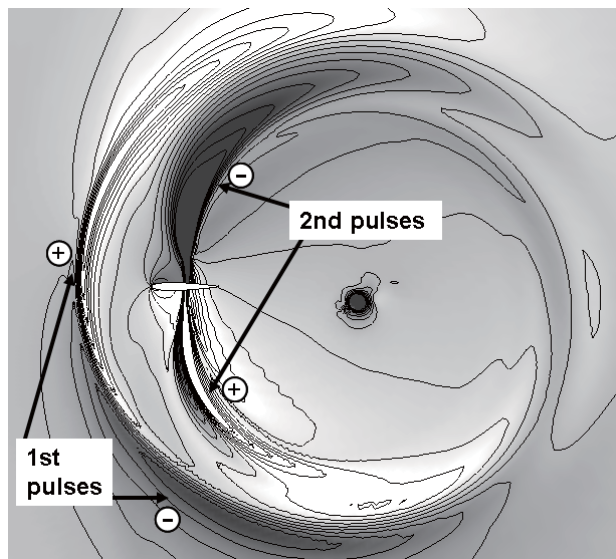
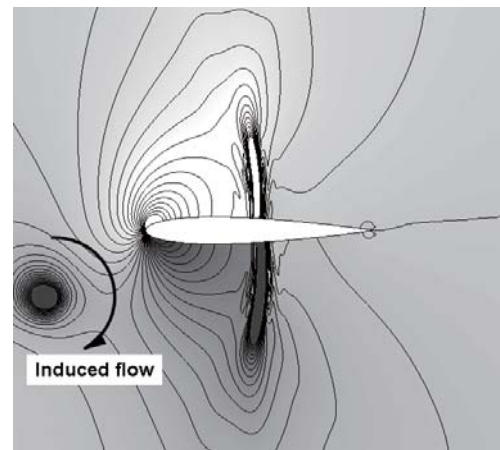
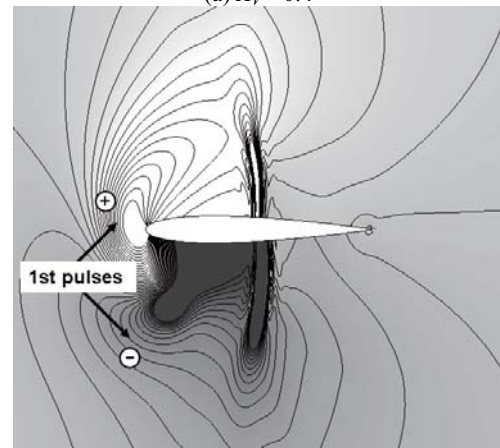


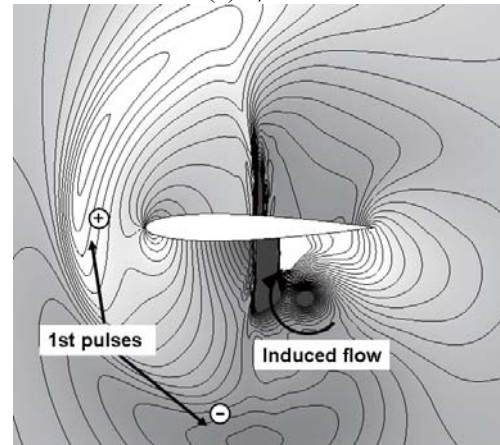
Fig. 7 Patterns of parallel BVI noises ( $X_I=3.0$ )



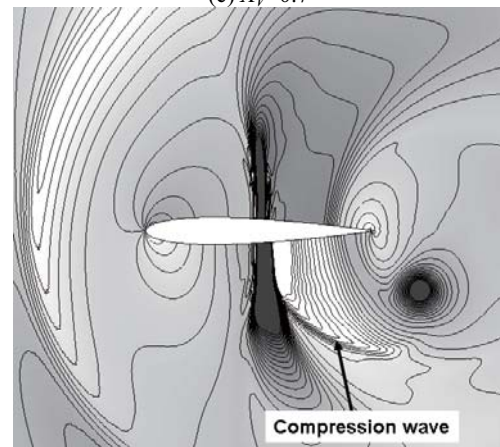
(a)  $X_I=-0.4$



(b)  $X_I=0.2$



(c)  $X_I=0.7$



(d)  $X_I=1.2$

Fig. 8 Parallel BVI noise generation

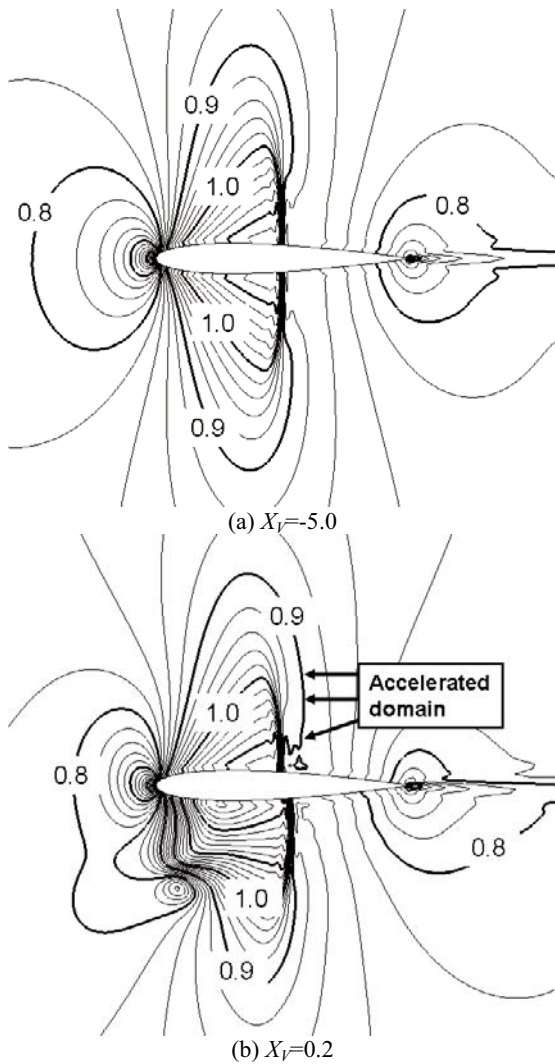


Fig. 9 Local Mach number distributions

### 5. 3次元計算結果

2次元 BVI は Parallel BVI の良い近似であるが、実際の Parallel BVI では翼端等の影響があるために現象は3次元になる。そのため、より詳しく現象を理解するためには3次元計算が必要になる。そこで本計算モデルを用いて Parallel BVI の3次元計算を行った。また、Caradonna らによる実験値<sup>(11)</sup>および Aoyama らによるオイラー計算の結果<sup>(12)</sup>と比較を行った。

3次元計算の概要図を Fig. 10 に示す。各パラメータは実験<sup>(11)</sup>およびオイラー計算<sup>(12)</sup>と同じ値（翼端マッハ数  $M_{tip}=0.715$ 、前進比  $\mu=0.198$ 、渦の垂直位置  $Z_v=0.25$ ）を用いた。ロータは2つのブレードから成るが、今回の計算ではブレードの迎角が  $0^\circ$  であり翼端渦の影響がほとんどないため、計算は1枚のブレードを対象とした。計算格子には O-H 型格子を用い、格子数は  $129 \times 22 \times 45$  である。

アジマス角  $\psi=180^\circ, 183.5^\circ, 187^\circ, 190.5^\circ, 194^\circ$  のときの翼面上の圧力分布を Fig. 11 に示す。なお観測断面の半径方向位置はロータ半径の 87.6% の位置である。図から本計算モデルによる結果が実験値<sup>(11)</sup>およびオイラー計算による結果<sup>(12)</sup>と良く一致することが分かる。このことから本計算モデルが3次元計算においても妥当であることが証明されたが、今回の計算では計算格子の不足のために音波を捕えることは出来なかった。しかしながら、2次元計算において、コンパクトスキームによる直接計算の半分の格子ではっきりと音波が解像されていることから、3次元

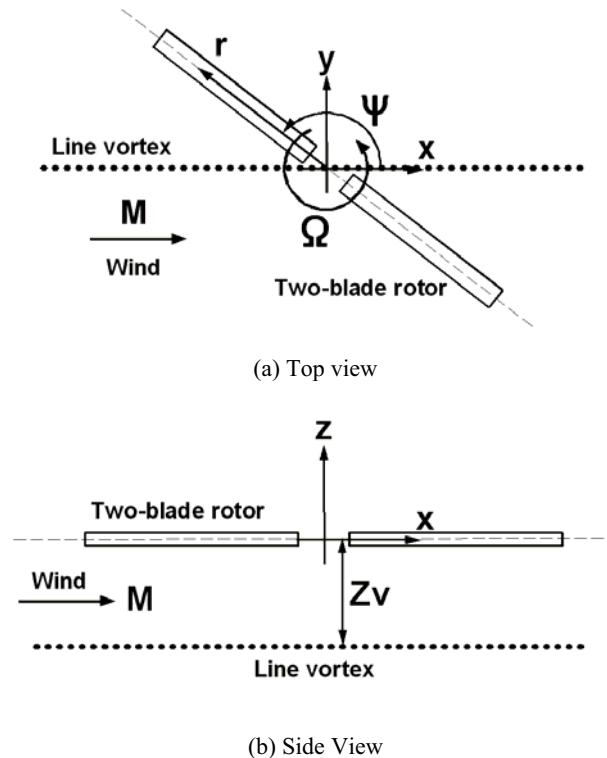


Fig. 10 Schematic representations of 3D parallel BVI

計算においても本手法を用いれば、従来の手法に比べて少ない計算コストで BVI 騒音の直接計算が可能であると考えられる。

### 6. 結言

BVI 騒音の直接計算のために差分格子ボルツマン法に Prescribed Vortex Method を組み込んだ計算手法を提案した。本計算手法により、Parallel BVI 騒音の2次元直接計算を行い、BVI 騒音が渦と翼のリーディングエッジとの干渉および渦と衝撃波、翼下面の干渉により発生することを明らかにした。また、Parallel BVI の3次元計算を行い、翼表面での圧力分布が実験値およびオイラー計算による結果と一致することを確認し、本計算手法が3次元計算においても妥当であることを示した。

### 参考文献

- 1) Srinivasan, G. R., McCroskey, W. J., and Baeder, J. D., "Aerodynamics of Two-Dimensional Blade-Vortex Interaction," *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 10, 1986, pp. 1569-1576.
- 2) Wie, S. Y., Cho, C. H., and Lee, D. J., "Numerical Investigation about Blade-Vortex Interaction Using Vortex Embedded CAA Method," *Proceedings of 9th WESPAC*, CP502, Seoul, Korea, June 2006.
- 3) Oh, W. S., Kim, J. S., and Kwon, O. J., "Numerical Simulation of Two-Dimensional Blade-Vortex Interactions Using Unstructured Adaptive Meshes," *AIAA Journal*, Vol. 40, No. 3, 2002, pp. 474-480.
- 4) Damodaran, M., and Caughey, D. A., "Finite Volume Calculation of Inviscid Transonic Airfoil-Vortex Interaction," *AIAA Journal*, Vol. 26, No. 11, 1988, pp. 1346-1353.
- 5) Tsutahara, M., Kataoka, T., Shikata, K., and Takada, N., "New Model and Scheme for Compressible Fluids of the Finite Difference Lattice Boltzmann Method and Direct Simulations of Aerodynamic Sound," *Computers and Fluids*, (to be published).



- 6) Tamura, A., and Tsutahara, M., "Direct Simulation of Acoustic Waves Emitted from Moving Bodies by the Finite Difference Lattice Boltzmann Method," AIAA Paper No. 2006-2489, 2006.
- 7) Tsutahara, M., Kurita, M. and Iwagami, T., "A Study of New Finite Difference Lattice Boltzmann Model," *Journal of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol. 68, No. 665 (2002), pp15-21.
- 8) Kataoka, T., and Tsutahara, M., "Lattice Boltzmann Method for the Compressible Euler Equations," *Phys. Rev. E*, Vol. 69, 2004, 056702.
- 9) Jameson, A., Schmidt, W., and Turkel, E., "Numerical Solutions of the Euler Equations by Finite Volume Method Using the Runge-Kutta Timestepping Schemes," AIAA Paper No. 81-1259, 1981.
- 10) Pulliam, T. H., "Artificial Dissipation Models for the Euler Equations," *AIAA Journal*, Vol. 24, No.12, 1986, pp. 1931-1940.
- 11) Caradonna, F. X., et al., "A Review of Methods for the Prediction of BVI Noise," AHS Technical Specialists' Meeting for Rotorcraft Acoustics and Aerodynamics, Williamsburg, VA, Oct. 1997.
- 12) Aoyama, T., Kawada, S., Saito, S., and Hiraoka, K., "Fundamental Analysis of Passive and Active Techniques for BVI Noise Reduction by Euler/FW-H Method," The American Helicopter Society 57th Annual National Forum, Washington DC, May 2001.

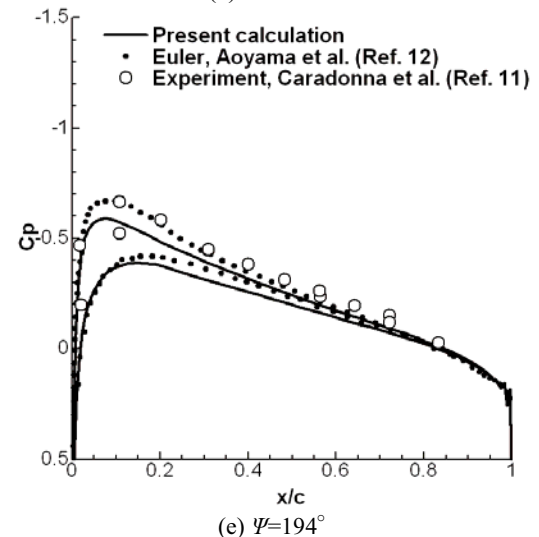
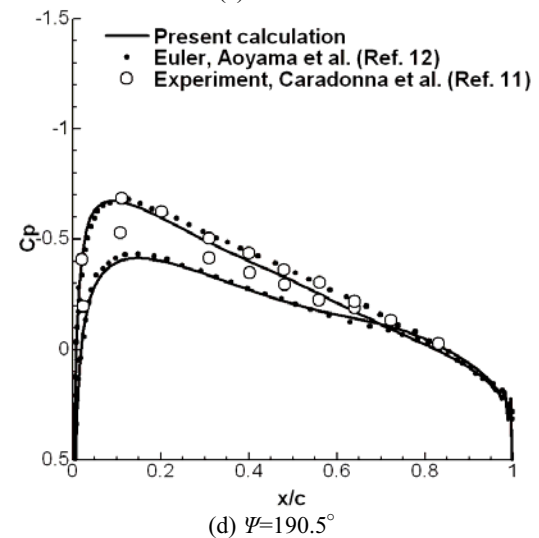
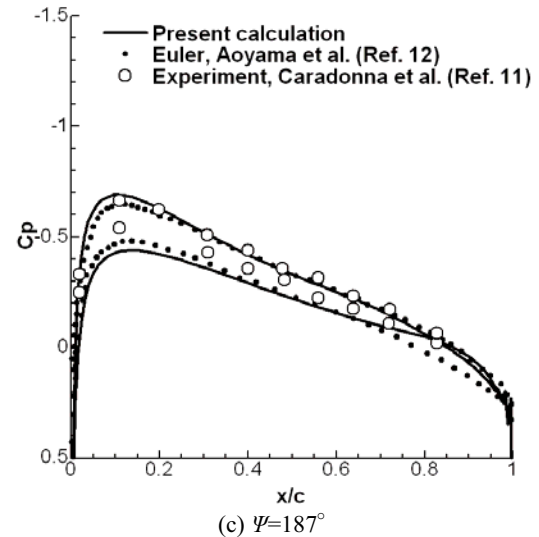
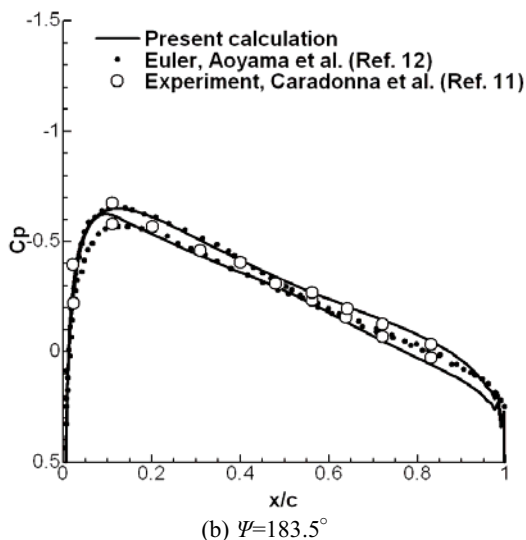
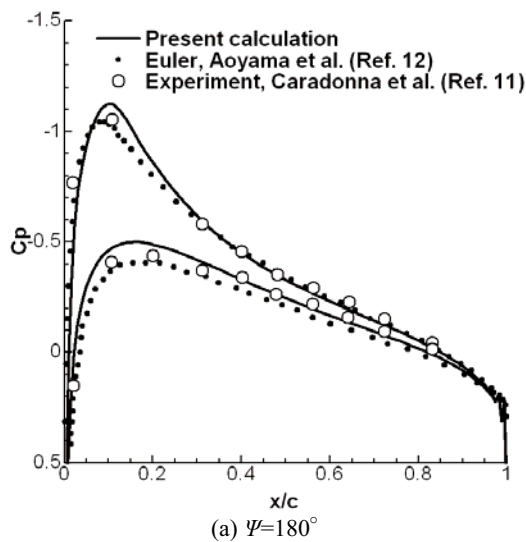


Fig. 11 Surface pressure distributions during parallel BVI

## 垂直軸型風力発電システムの開発について

近藤夏樹, 浅治邦裕  
日本飛行機(株)

## Development of Vertical Axis Wind Turbine Generator System

by  
Natsuki Kondo (Nippi) and Kunihiro Asaji (Nippi)

## ABSTRACT

This paper presents the development of vertical axis wind turbine generator system, performed by Nippi Corporation. Preliminary system with 7.5kW generator has been designed, built and used to study high performance torque control method and to prove the aerodynamic/acoustic performance. Applying the results and experiences of this study, the new system with 10kW generator has been designed and built.

## 1. はじめに

風力発電は地球温暖化対策として、欧米を中心に普及が進んでいるクリーンエネルギーの1つである。発電用に使われる風車の型式としては大型風車及び小型風車とも、水平軸のプロペラ型が多く用いられている。一方で直線翼垂直軸風車は、①風向に左右されないで回頭が不要、②プロペラ型と比較して騒音が小さい、③設置スペースをコンパクトにできる、等のメリットを有する。当社は、この垂直軸型風車に着目し、7.5kW 級風力発電システム試作に始まり、船舶搭載型の 30kW 級システム、量産型の 10kW/20kW 級システムへと、実用化を目指した研究を行ってきた<sup>(1)</sup>ので、その成果について紹介する。

## 2. 7.5kW 級システムによる研究

図1に 7.5kW 級風力発電システムに用いた試作風車の外観を示す。回転直径は 4m でスパン長 3.6m、翼弦長 0.3m と対称翼ブレードを 3 枚持つ（ソリディティ=0.45）。発電性能は周速比（＝ブレードの回転周速度÷平均風速）3.0 において、出力係数  $C_p$  は約 0.35 である。 $C_p$  は風車が風から取り出せるエネルギーの割合を示し、次式で表される。

$$C_p = \frac{L}{0.5 \rho V^3 A}$$

$L$  : 実際に得られる出力 [kg・m/s]

$\rho$  : 空気密度 [kg・s<sup>2</sup>/m<sup>4</sup>]

$A$  : 風車の風が当たる面積 [m<sup>2</sup>]

$V$  : 風速 [m/s]



図1 7.5kW 級風力発電システム風車部外観

風車全体の支持構造は、最初ロータの回転を下側だけで支持する片持ち式で設計したが、軸の危険回転速度と試作ということを考慮して、ロータの回転を上下の軸受で受ける形式とした。

構造で特筆すべき点は、ブレードの重量を軽くするためにアルミサンドイッチ構造を採用したことである。同システムの主要諸元を表1に、システム構成を図2に示す。

表1 7.5kW 級風力発電システム主要諸元

ロータ	直 径	4.0m
	高 さ	3.6m
	受風面積	14.4m <sup>2</sup>
	ブレード	3
ブレード	翼 幅	0.3m
	構 造	アルミサンドイッチ構造
発電機	発電方式	同期発電機
	定格出力	7.5kW
負 荷	バッテリー、照明	
カットイン風速	4.0m/s	
カットアウト風速	15.0m/s	

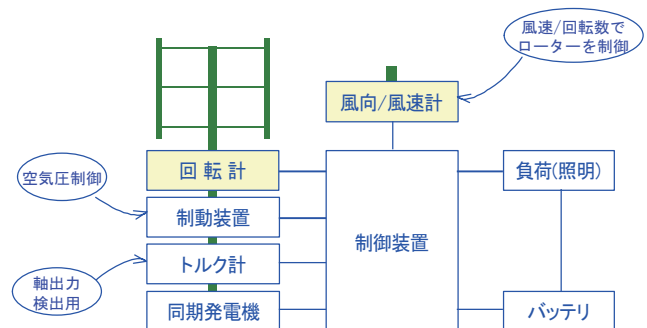


図2 7.5kW 級風力発電システム構成

試作に先立ち、ブレードの風洞試験と強度試験を実施した。風洞試験は実物の 1/3 模型で行い、得られた空力特性を試作風車の性能推定に使用した。試験状況を図3に、ブレードの揚力/抵抗特性を図4に示す。ブレードの強度試験は、カットアウト風速の 1.5 倍(22.5 m/s)の風速における荷重を設計最大荷重（100%）として、150%荷重を負荷し、破壊しないことを確認した。



図3 ブレード単体風洞試験

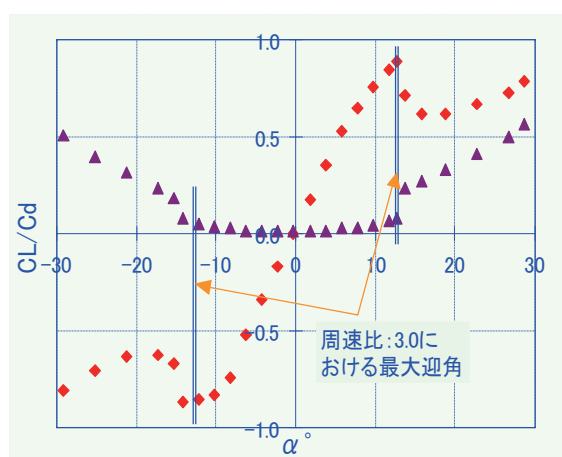


図4 ブレード単体風洞試験結果

ロータのピッチが固定式であることから、風速とロータ回転数をモニタし、風速の変化に対応して周速比をなるべく発電効率の良い 3.0 一定に保つ様、トルク制御している。具体的には、風速とロータ回転数のデータを基に発電機に負荷トルクを指示して、風速に合わせてロータ回転数を制御する方法である。図5にトルク制御の例を示す。

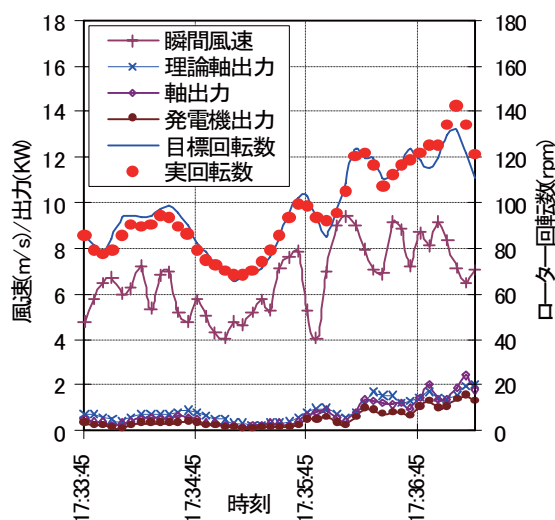


図5 トルク制御の例

同図を見ると、風速の変化に対し、周速比 3 を維持する為の回転数制御がほぼ目標通り実行できていることがわかる。

図6はトルク制御を行った 7.5kW 級風力発電システムの発電機出力例を示す。この図から発電機の出力は、理論軸出力の 60%近辺に集中している。実出力が理論出力から落ちる要因としては以下の項目が考えられる。

- ・風速変動の割合
- ・ロータの質量及び回転軸回りの慣性モーメントの影響
- ・風車構体の影響
- ・ロータ回転系の摩擦等（軸受、増速装置）

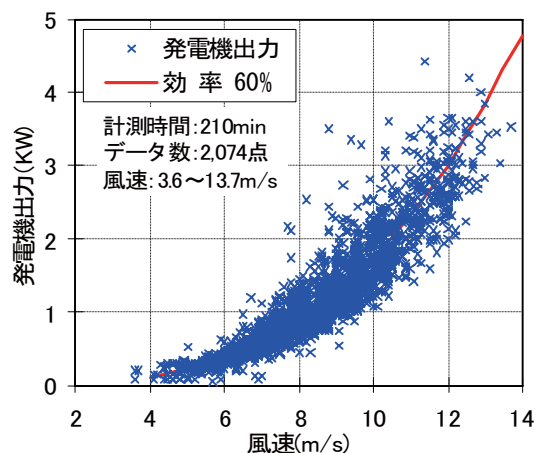


図6 トルク制御による発電機出力例

この内、風速変動の割合について、変動が大きい場合と小さい場合で発電機出力を比較した結果を図7～8に示す。風速変動が小さい場合（変動幅 3～4m/s）、理論軸出力に対し 90%以上の効率で発電しているが、変動が大きくなると（変動幅 5～7m/s）、回転数を風速に合わせるために、トルク制御における発電機への負荷トルクの増減が激しくなり、出力効率は小さくなる。

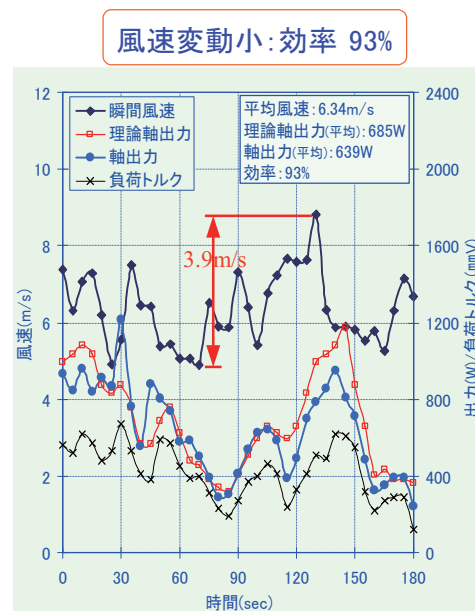


図7 風速変動の影響（風速変動が小さい場合）

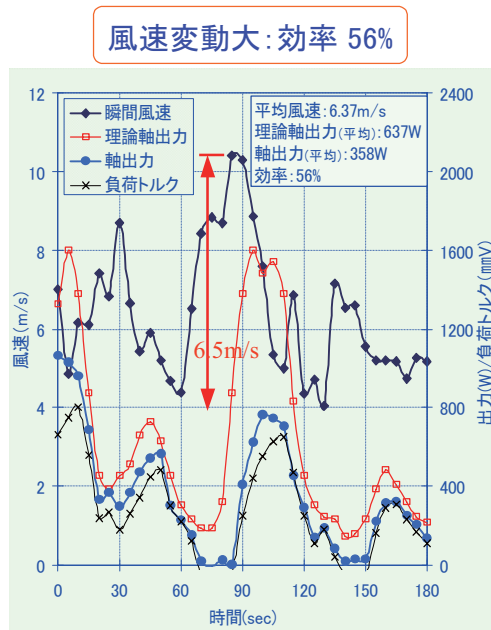


図8 風速変動の影響（風速変動が大きい場合）

次に騒音計測結果について述べる。測定方法（マイク位置、暗騒音補正方法、等）については JIS C1400-0 風力発電システム 第 11 部：騒音測定方法を参考にして、図 9、10 に示す位置にマイクロフォンを設置し、暗騒音の少ない夜間（22:00～8:00）に 1 分間の等価騒音レベル  $L_{Aeq}$  の連続計測を行った。また風速・風向についても 1 分間平均を騒音と同時計測し、一定条件（風速 5.5m/s 以上、マイクに対する風向 ±30 度以下）を満たしたデータについて暗騒音補正を行い、風速別に整理した。



図9 騒音計測状況

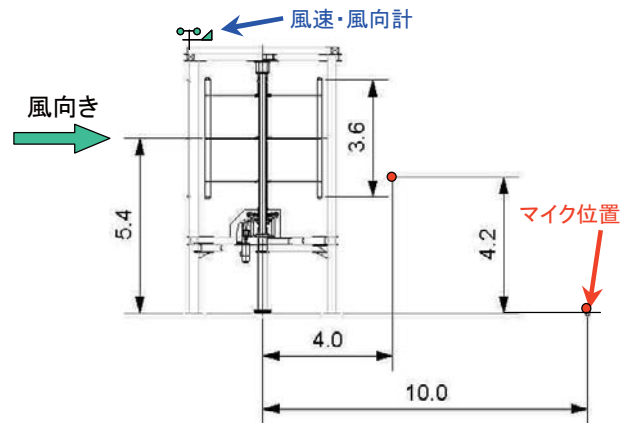


図10 騒音計測位置

暗騒音は風車計測の計測と同じマイク位置・時間帯で風車を強制的に停止させて計測した。暗騒音の補正は JIS C 1400-0 でも用いられている下式を使用した。有効計測は計測値と暗騒音との差が 6dB 以上の場合のみとし、他は無効データとした。

$$L_S = 10 \log \left[ 10^{\frac{L_{S+n}}{10}} - 10^{\frac{L_n}{10}} \right]$$

$$\left( \begin{array}{ll} L_S & : \text{運転時の風車の音だけの} \\ & \text{等価音圧レベル} \\ L_{S+n} & : \text{風車の音及び暗騒音を} \\ & \text{合成した等価音圧レベル} \\ L_n & : \text{暗騒音の等価音圧レベル} \end{array} \right)$$

図 11 に暗騒音補正を行った騒音計測値を示す。同システムより発生する音は静粛で、昼間は暗騒音に埋もれてほとんど気にならないレベルであった。

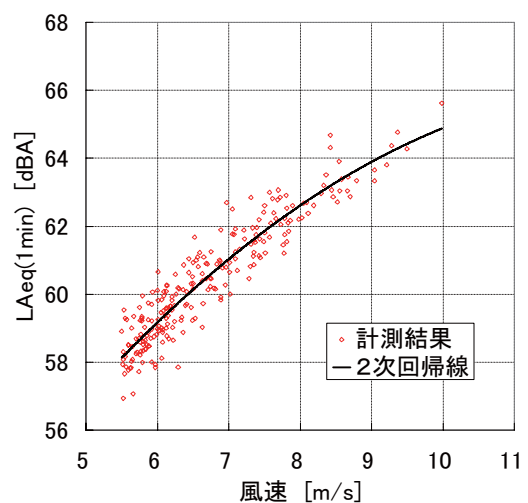


図11 騒音計測結果



### 3. 船舶への搭載

7.5kW 級システムの研究を経て、日本郵船株式会社と共同で船舶に搭載するための 30kW 級風力発電装置を開発し、日本-北米西海岸間の運航において運用試験を実施した<sup>(2)(3)(4)</sup>。目的は以下の通りである。

- ・ 洋上の風況下で運用して得られる電力量の評価
- ・ 船内電源への系統連系技術の確立
- ・ 船舶に搭載するにあたっての問題点の抽出

本装置が置かれる風況は搭載船の航路や運航する季節に影響されるため実際に航海している自動車運搬船で行った風況調査を用い予測した（図 12）。この風況予測に基づき、航海速力 20 ノットを考慮して、相対風速 25m/s までを運転範囲とし、これを元に図 13 に示すような年間発電量、稼働率を計画した。

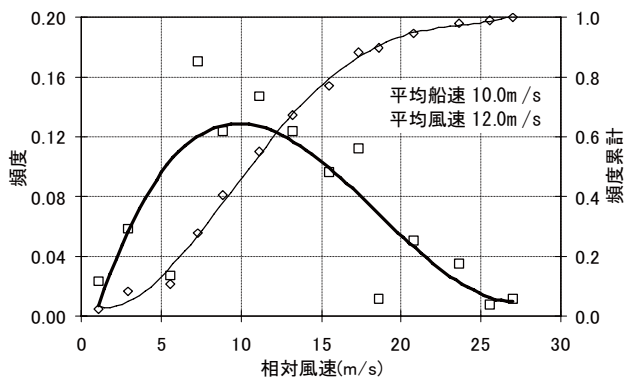


図 12 風況調査結果

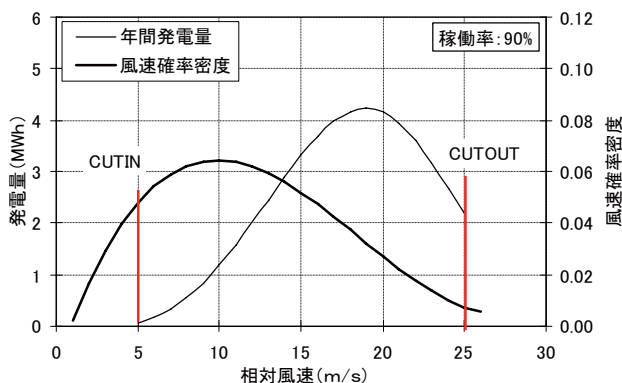


図 13 年間発電量予測

設置位置の選定で問題となるのが、進行方向からの風の剥離である。搭載船はその構造上ブリッジが前方にあり、風と正対して進行する場合、ブリッジの後方に風の乱流領域が形成されガレージデッキ部の一部ははその領域内に入る。搭載位置は船の周囲の流れ解析結果を参考にし、スペースの制約とピッチング時の過度な負荷を考慮して船体の中央部とした。このため本装置の設置位置が前述の剥離領域にかかり風速が十分に得られない可能性もあるが、この影響は搭載後の試験時に確認することとした。

表 2 船舶搭載型 30kW 級風力発電システム主要諸元

ロータ	直径	4.0m
	高さ	4.5m
	受風面積	18.0m <sup>2</sup>
	ブレード	3
ブレード	翼幅	0.32m
	構造	アルミサンドイッチ構造
発電機	発電方式	誘導発電機
	定格出力	30kW
カットイン風速		5.0m/s
カットアウト風速		25.0m/s

同システムの主要諸元を表 2 に示す。本装置の 7.5kW 級試作風車では、ロータ回転軸からの取得エネルギー効率の実測値が 64% だったのに対して、本装置の取得エネルギー効率は 45% として設計を行った。これはブレードを支持するアームの本数を増やしたことや風の乱れ具合が不明なこと、翼型を研究試作から変更したことによる。このエネルギー取得効率を考慮して、最大出力を得る為の受風面積を 18.0 m<sup>2</sup> とした。

陸上設置と異なる点は設置場所が動揺することである。ロータが回転している状態で船が動揺するとロータにはジャイロモーメントが働き、ブレードを支持するアームに曲げ荷重が作用する。従来の構造ではアームの役割はブレードの回転時の遠心力とトルクを回転軸に伝えることであるため、断面形状は薄い翼型が採用されてきた。本装置では、曲げ荷重を軽減する対策としてロータ径を絞りブレードを軽量化しジャイロモーメントを小さくしている。さらにアームの断面形状を見直すとともにブレードを支持する本数を増加させ曲げ荷重に耐えうる設計とした。

制御面では船全体の動揺速度をジャイロセンサにより監視し、設計条件以上になった場合に回転を停止する機能を持たせ、安全面に配慮した設計とした。発電した電力は倉内の安全点検のために点灯されている電灯用に用いられた。

次に風況について述べる。図 14、15 は、それぞれ日本から北米へ向かう間（往路）、北米から日本へ向かう間（復路）の風速出現率とその累計グラフを示している。

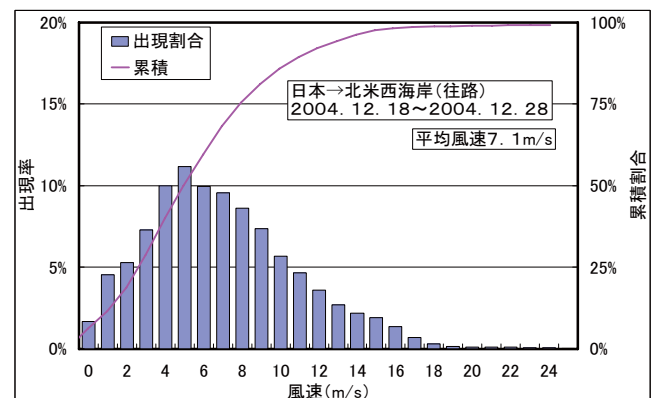


図 14 往路での風速出現率

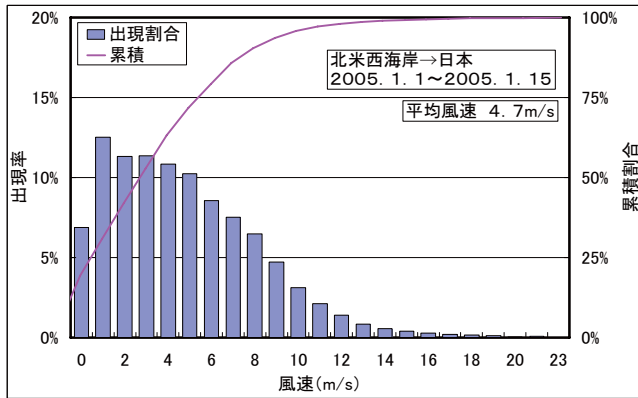


図 15 復路での風速出現率

これらのデータから風況は計画段階のものと大きく異なっていることが分かってきた。計画では、相対風速が 12 m/s であったが、実測では 4~5m/s であり、この差異の原因は

- (1) 計画での風況調査の位置が、比較的風が強いブリッジであったこと
- (2) 本船前方で起こる剥離流の影響があったこと
- (3) 本船の航海ルートが正対風を受けるような経路を余り取らないこと

が挙げられる。

(1)については本船が新造船であったため、風況データを設置予定位置で計測できなかった。発電量見積りが、類似船のブリッジにて観測されたデータによっていることが過大評価の原因として挙げられる。

(2)について、設置位置検討に船の CFD 解析結果を参考にした。それによると設置位置はブリッジ前で剥離した空気の流れが戻ってくる位置と想定できたが、実際は剥離の影響が残り、風の弱い場所となっていると考えられる。

(3)に関しては、本船は自動車運搬船であるので、形状的に風の抵抗を受け易い。その為、なるべく追い風を受けるように航行するため、風車で受ける風は船速分よりも低い風速になることがある。

本船は偏西風や貿易風、海流などの影響で往路と復路とで異なった経路により航行されていることが多い。グラフからは風車が受ける風が、往路、復路でかなり異なっていることが分かる。

最後に図 16、17 に航海中の発電例を示す。平均風速と発電量の関係は概ね設計計画値以上であり、設計余裕分で性能の向上が図れる可能性がある。

図 16 では高い風速域での発電電力の落ち込みが見られるが、これは当初運航中に倉内電灯を消灯する計画となっていたため、消費負荷が少なくなることで系統連系保護装置が作動しやすくなるのをカットアウトの条件を低く設定することで処置したことによるものである。

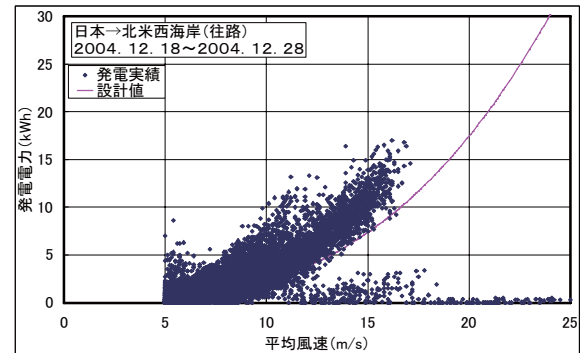


図 16 船舶搭載型システムの発電事例 (往路)

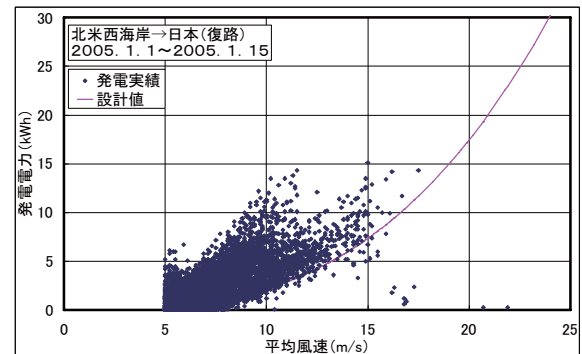


図 17 船舶搭載型システムの発電事例 (復路)

#### 4. まとめ



図 18 10kW 級実用風車 1 号機

試作風車を通して実用化のための多くのデータを得ることができた。H19 年からは 10kW/20kW 級風力発電システムを事業化し、10kW 級の 1 号機を本社ビル屋上に設置した (図 18)。また昨年 JAXA 殿との共同研究をスタートし、CFD を用いた風車の空力性能評価を試みている。今後は、同風車のデータを蓄積しつつ、実運用上の問題点と改善方法を研究していく予定である。

#### 参考文献

- 1) 浅治,他,「縦型風車の騒音について」,第 25 回記念風力エネルギー利用シンポジウム,2003.
- 2) 浅治,他,「縦軸型風車の船舶への応用について」,第 26 回風力エネルギー利用シンポジウム,2004.
- 3) 浅治,他,「船舶へ搭載した縦軸型風車の稼動状況」,第 27 回風力エネルギー利用シンポジウム,2005.
- 4) 浅治,他,「船舶へ搭載した縦軸型風力発電装置について」,第 76 回風洞研究会議論文集.



# 東京大学柏キャンパス極超音速風洞の気流特性について

今村 幸<sup>1</sup>, 綿貫 忠晴<sup>2</sup>, 鈴木 宏二郎<sup>1</sup>, 柏風洞ワーキンググループ<sup>3</sup>

<sup>1</sup>東大新領域 <sup>2</sup>東大工学系 <sup>3</sup>東京大学

## Flow Characteristics of UT-Kashiwa Hypersonic Wind Tunnel

by

Osamu Imamura, Tadaharu Watanuki, Kojiro Suzuki, and Kashiwa Wind Tunnel Working Group (Univ. of Tokyo)

### ABSTRACT

In this study, the flow characteristics of UT-Kashiwa hypersonic wind tunnel are obtained by measuring the Pitot pressure distribution. In this wind tunnel, the Mach 7 and 9 hypersonic nozzles are inherited from its predecessor facility in UT-Komaba Campus. From a viewpoint of the operation safety and cost, the maximum stagnation pressure at Kashiwa facility is 950 kPa, which is much lower than at Komaba facility (5 MPa). To evaluate the uniformity of the freestream of this tunnel, the Pitot pressure traverse was conducted for the Mach 7 nozzle by using the rake of 11 Pitot tubes with 20mm intervals in the radial direction. The measurement has been done at every 30 or 45 degrees in the circumferential direction and also at some streamwise locations. The Mach number calculated from the settling chamber pressure and the test-section static pressure is nearly 7, which is almost the same as the Mach number obtained from the Pitot pressure (about 14 kPa) on the center line. The Pitot traverse shows that the uniform flow core with 120 mm diameter is formed both at the nozzle exit (200 mm in diameter) and at the center of the test section. Such ratio of the core diameter to the nozzle exit diameter seems quite resonable, comparing to other existing hypersonic wind tunnels. The cross-sectional Mach number distribution shows slight deviation from the axi-symmetric pattern because of the misalignment of the nozzle and the test section to the tunnel center line. Consequently, the highly uniform Mach 7 flow is obtained in this facility, though the nozzle is used under the off-design operation pressure, that is, the off-design Reynolds number.

### 1. はじめに

東京大学では、千葉県柏市の柏キャンパスに極超音速高エンタルピー風洞を設置、調整中である。本設備は極超音速飛行技術や高エンタルピー流における研究開発に対して有意であると思われるが、今後の運用に際して風洞の気流特性に関する知見は重要である。本報告では、極超音速風洞において、ピトー圧を測定することでその特性について調査した。以下にその詳細を示す。

### 2. 東京大学 極超音速風洞の概要

東京大学 極超音速高エンタルピー風洞は、1960 年初頭に東大駒場 II キャンパスに建設された超音速気流総合実験室および高温気流燃焼実験室が前身である。当該設備は 1989 年に旧東京大学航空研究所(現、JAXA 宇宙科学研究本部)から東京大学工学部に移管され、東京大学 新領域創成科学研究科の創立(1998 年)を契機に柏キャンパスへの移設および整備が計画された。旧設備の再利用可能な部分を利用して設置工事が進められ、2006 年 3 月に設置工事が完了、各種試験を終了した後、2007 年 1 月に公開された。

本風洞では、極超音速風洞と高エンタルピー風洞の 2 つの運転モードがあり、極超音速気流(マッハ 7 以上)もしくは高エンタルピー気流(1000K 以上)を生成することが可能である。2 つの運転モードは高温高压ガスの生成過程までを共用しており、高温高压の空気は高压貯気槽に蓄えられていた高压空気が調圧された後、加熱器内にて予め熱せられたペブルと熱交換することによって得られる。極超音速風洞の運転では、この高温高压の空気を極超音速ノズルに導入し、後方に空気冷却器と真空槽を備えることによって、測定部で極超音速気流を実現している。極超音速風洞主要部の概観図を図 1 に示す。ノズルについては、設計マッハ数が 7 および 9 のノズルを実験により取替え可能となっているが、本報では一般に用いているマッハ 7 のノズルを利用した場合について報告する。前述のように本設備は移設されたものであるが、前身の設備との相違のひとつはよどみ点の圧力が約 5MPa から約 1MPa に変更されたことである。実際に多くの実験において、ノズル上流の圧力は本風洞の最大圧力 950kPa(A)に調圧されている。ノズル自体は

旧設備のものをそのまま用いているため、本風洞ではノズルの設計点を外れたところで運用していることになり、これは気流検定を必要とする理由のひとつである。なお、ノズル出口の直径は共に 200mm であり、通風可能時間は 60 秒である。

ノズル上流の温度(よどみ点温度と仮定)は加熱器内でのペブルとの温度交換によって決まるが、現在までの試験最高温度は 1050K である。図 2 に典型的なよどみ点圧力  $p_{01}$  およびよどみ点温度  $T_0$  の履歴を示す。共にノズル上流で計測したものである。 $p_{01}$  は風洞が起動後にすぐに一定となり、およそ  $952 \pm 1 \text{ kPa(A)}$  に推移している。一方でよどみ点温度は定常となるまでおよそ 20 秒を有することがわかる。本報告で行った検定試験の気流条件を表 1 に示す。 $T_0$  については、ほぼ定常になった値が表 1 に示されている。なおマッハ 7 の気流が生成していると思われる測定室内には絶対圧計が設置されており、その値  $p_\infty$ (気流静圧と仮定)と全圧  $p_{01}$  を用いて求めたマッハ数を表 1 にあわせて示してある。これらの実測マッハ数は、ノズルの設計マッハ数である 7 に非常に近いことがわかる。

なお、測定部においては模型の投入機構を有しており、本報告においても投入モードを利用して、風洞起動後にピトー管を気流内に投入することで実験を行っている。

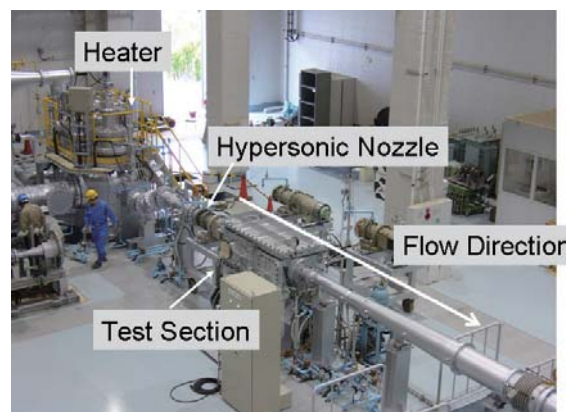


図 1 極超音速風洞概観

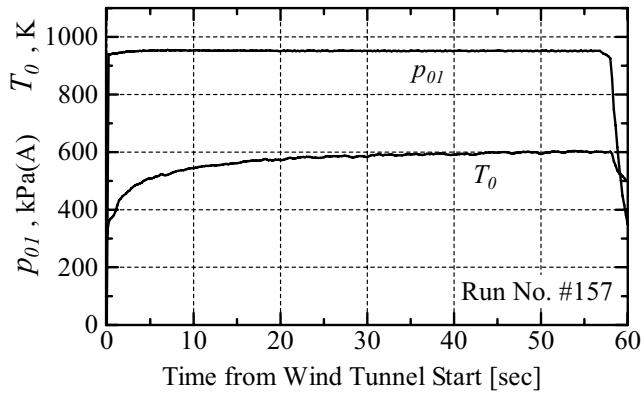


図2 よどみ点圧力およびよどみ点温度の履歴

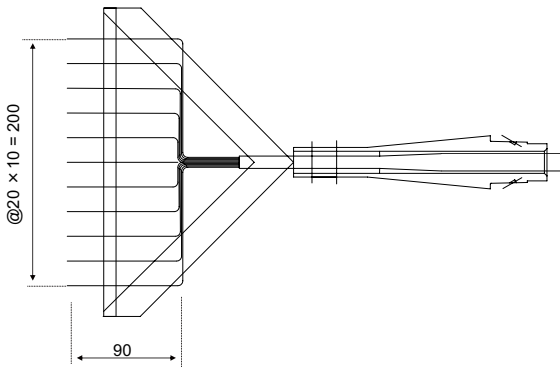
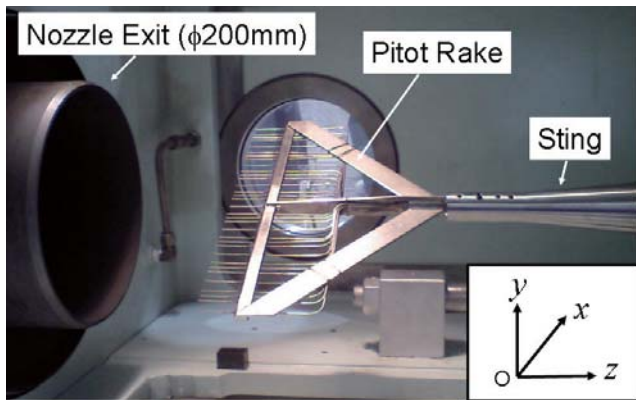


図3 櫛型ピトー管の概要

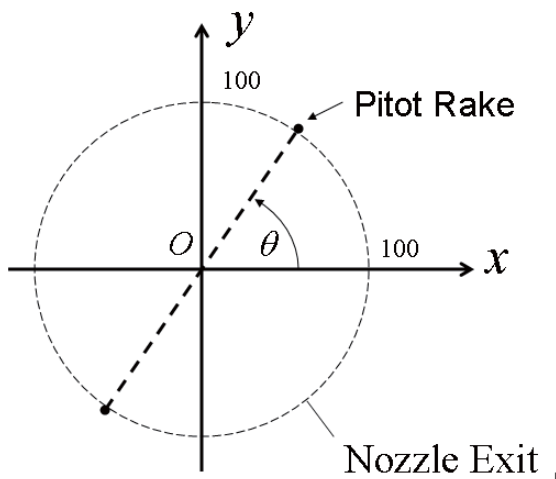


図4 櫛型ピトー管の設置角度 (ノズル下流側より)

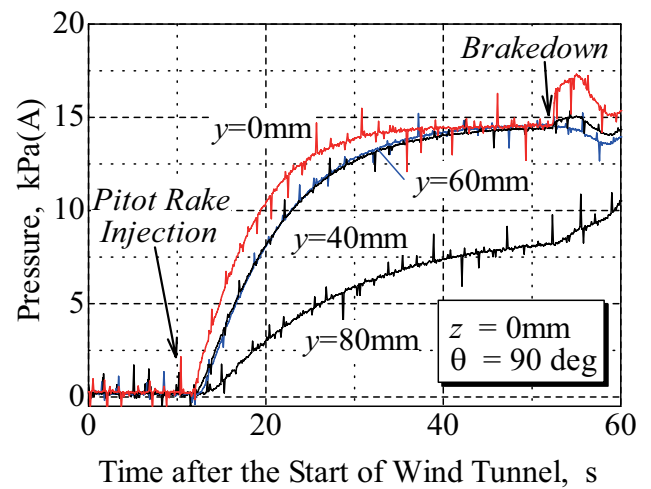


図5 ピトー圧の時間履歴

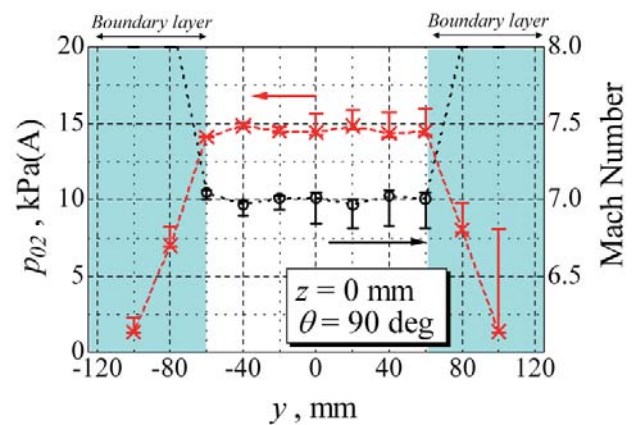


図6 ピトー圧およびマッハ数の分布

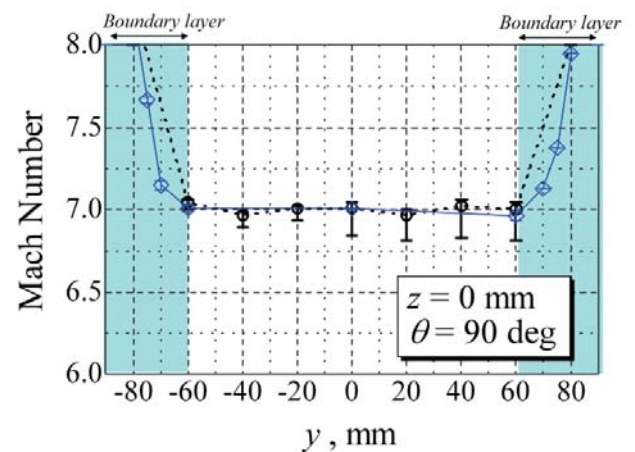


図7 気流コア外縁部のマッハ数分布(z=0)

### 3. ピトー圧測定と実験結果

本報告においては、極超音速気流内に櫛型ピトー管を投入して、ピトー圧およびその分布を測定した。図3に櫛型ピトー管の設置の様子、および使用した櫛型ピトー管の概略を示す。櫛型ピトー管はロール方向に任意の角度を持って固定することが可能となっている。写真に示されているピトー管のうち、11本について1回に通風試験で同時に計測をした。多くの実験においては、気流中心から20mmおきに±100mmまで計測する他、後述のように気流のコアがおおよそφ120mmであることが明らかとなったため、中心から60mmから90mmの間を重点的に計測した2ケースがある。各ピトー管は外径1.0mm、内径0.5mmであり、ビニールチューブを介して測定室外部の圧力変換器に接続されている。圧力変換器および増幅器の詳細やその校正係数、また圧力の求め方に関して、補遺Aをご参照いただきたい。

櫛型ピトー管は、水平を基準にして30度もしくは45度おきにロール角を変化させて固定し、実験を行った。(図4を参照)なお0度(水平)の実験は、今回は装置の都合により実施しなかった場合もある。また軸方向においては、ピトー管先端が測定窓の中心となる場合を $z=0$ として、上流および下流側に100mmずつ移動した場合について計測を行った。なお、下流に移動した場合( $z=100\text{mm}$ )においては、装置の都合上垂直の場合しか行っていない。

図5には、ピトー圧測定の時間履歴を示す。櫛型ピトー管は通風開始の後、10秒後に射出投入され13.2秒付近で気流内に到達するため、その時刻からピトー圧に変化が現れている。その後、およそ25秒をかけてピトー圧が静定している様子が見える。静定後のピトー圧の絶対値は、中心部でおよそ14kPa(A)である。図6には $z=0$ の断面におけるピトー圧とマッハ数の垂直方向の分布を示している。気流のマッハ数 $M_1$ はピトー圧 $p_{02}$ からRayleighのPitot公式

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \left[ \frac{(\gamma + 1)M_1^2}{2 + (\gamma - 1)M_1^2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \left[ \frac{\gamma + 1}{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)} \right]^{\frac{1}{\gamma - 1}} \quad (1)$$

を用いて求めたものである。エラーバーについては補遺Aをご参照いただきたい。この図からおおよそφ120mmの範囲において、気流のマッハ数はほぼ7で一定であることがわかる。図6および以降の図においてはφ120mmの外側は境界層内と考えられるが、比較のためその部分を影付きで示す。図6に示されている気流マッハ数は、測定室圧から求めた気流マッハ数(表1に記載)との整合が取れており、妥当といえる。なお、得られたピトー圧を表2に示す。

図7には気流コア外縁の様子を明らかにするため、気流中心から60mmから80mmのピトー管を集中的に用いて計測した結果が合わせて示されている。この図から気流マッハ数が7でほぼ一定といえるのは、中心の直径120mmであることが明らかとなった。JAXAの極超音速風洞においても、気流コアはノズル出口径の6割程度であり<sup>1,2)</sup>、これからの測定したピトー圧分布は妥当といえる。

### 4. 気流の一様性について

#### 4-1 測定窓中心( $z=0$ )の断面における一様性

図8は測定窓中心を通る断面( $z=0$ )におけるピトー圧の等圧線図を示している。圧力は中心のピトー圧で正規化している。この図に示されるよう等圧線はほぼ気流中心軸に関して軸対称となっていることがわかる。図9は気流一様性の角度依存性を示すため、中心から60mmおよび80mmにおけるピトー圧分布が示されている。この図に示されるように中心から80mmにおいては180度方向(ノズル下流から見て左側)のピトー圧が相対的に高く、これからピトー圧が左右方向に幾分かの偏りを持っていることが示唆され

る。これは気流の偏りというよりかは、据付などの機械的な誤差によるものであると予想される。ピトー管をスティングに固定する際に多少の遊びがあることも理由のひとつとして考えられが、本風洞では異なるマッハ数での試験を行うためノズル交換が可能となっており、極超音速ノズルはそれより上流に、測定部はそれより下流に連結され、リングジョイントやボルトで固定されている。そのため、ノズルと測定部の間で据付誤差を吸収する構造となっており、ここでの機械的な据付誤差が、上記の気流の非対称性の原因ではないかと思われる。

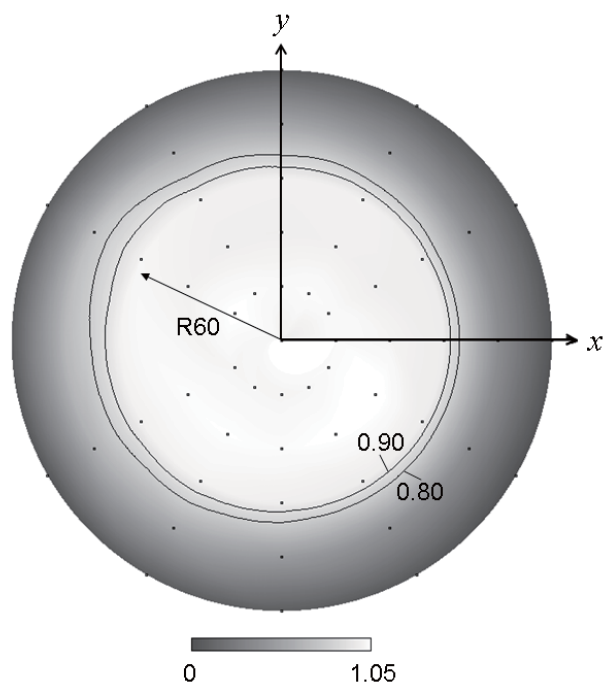


図8  $z=0$ 断面における等圧線図  
(中心のピトー圧で正規化)

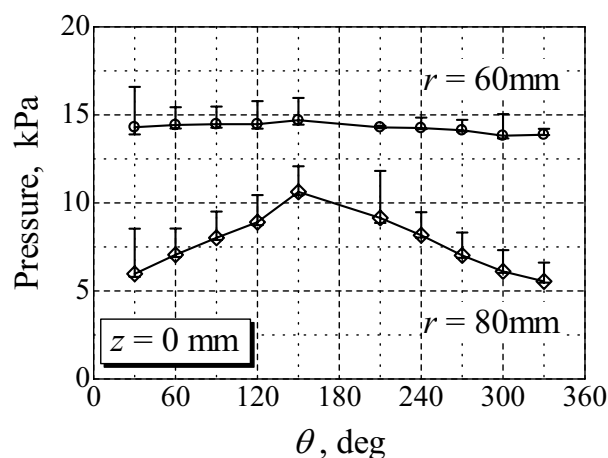


図9 気流コア外縁部のマッハ数分布の角度依存性



#### 4-2 気流軸方向の気流の一様性

図10は気流軸方向( $z$ 軸方向)の気流一様性を示したものである。この図に示されるようにどの面においても気流コアはおおよそ直径120mmであり、また測定されたマッハ数もほぼ等しいことから、軸方向にも一様な気流が生成しているものと推測される。図11には図7と同様に気流コア外縁でのマッハ数測定を行った結果を示している。図7と図11には顕著な差異は認められず、軸方向の気流一様性を示唆していると思われる。

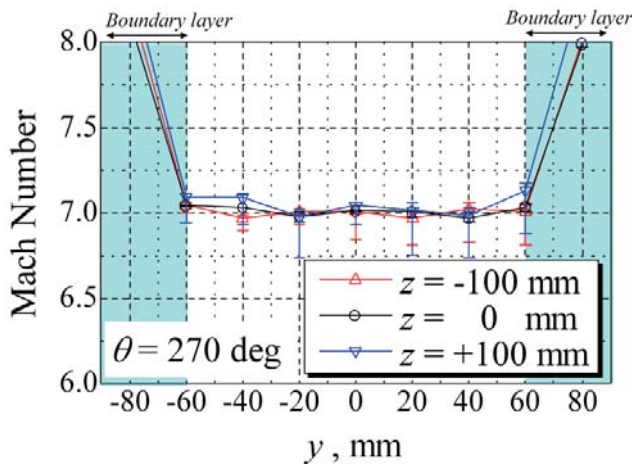


図10 軸方向のマッハ数分布

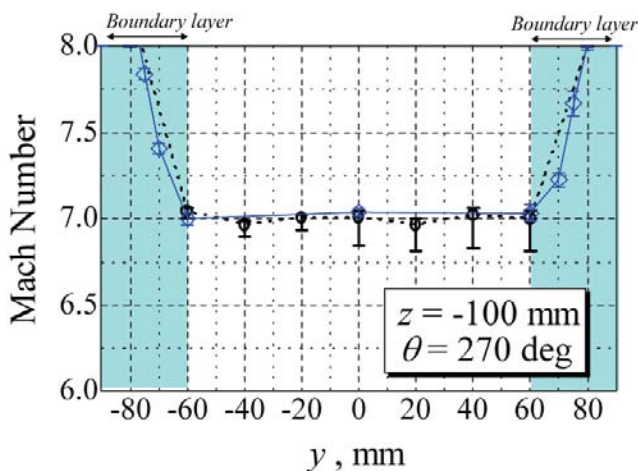


図11 気流コア外縁部のマッハ数分布( $z=-100$ )

#### 5. まとめ

東京大学柏キャンパスに設置されている極超音速風洞のマッハ7ノズルについて、楕型ピトー管を用いてピトー圧分布の測定を行い、気流の一様性について議論した。測定の結果、得られた主な知見は次の通りである。

1. 得られたピトー圧は中心付近で14 kPa程度であり、これから気流のマッハ数が7程度であることが確認された。これは風洞のよどみ点圧力と測定室圧力から求めたマッハ数とも矛盾しない。

2. ピトー圧分布については、測定窓中心を通る断面において、おおよそ直径120mmの円内ではほぼ一様な気流になっていることが確認された。また、気流軸方向についても±100mmの範囲においては、気流コアの大きさがほぼ一定であることが確認された。

以上から、マッハ7のノズルは設計点を外れたところで運用しているものの、気流の一様性は風洞試験を行うに十分、耐えるものであることが明らかとなった。

#### 謝辞

本試験を行うにあたり、本学新領域創成科学研究科の小山将史氏に多大なるご協力をいただいた。ここに記して謝意を表する。

#### 参考文献

- 1) 関根英夫、平林則明、小山忠勇、津田尚一、穂積弘一、渡利實、「0.5m極超音速風洞マッハ数5および7ノズル校正試験」、宇宙航空研究開発機構研究開発報告、JAXA-RR-05-043、2006
- 2) 平林則明、小山忠勇、津田尚一、関根英夫、榊原盛三、「1.27m、マッハ10極超音速風洞の気流検定結果について」、航空宇宙技術研究所特別資料45号(第62回・第63回風洞研究会議論文集)、pp.113-120

表 1 風洞気流条件

Exp. No	Run No	Pitot Rake			Flow Condition			Mach Number
		$z$ , mm	$\theta$ , deg	Case	$p_{01}$ , kPa	$T_0$ , K	$p_{\infty}$ , kPa	
1	#157	0	30	1	$952 \pm 1$	598	0.22	7.05
2	#158	0	60	1	$952 \pm 1$	599	0.22	7.05
3	#159	0	90	1	$952 \pm 1$	590	0.21	7.10
4	#160	0	120	1	$952 \pm 1$	614	0.21	7.10
5	#161	0	150	1	$952 \pm 1$	565	0.21	7.10
6	#163	0	270	1	$952 \pm 1$	553	0.22	7.05
7	#164	0	90	2	$952 \pm 1$	552	0.21	7.10
8	#215	-100	90	1	$952 \pm 1$	637	0.22	7.05
9	#216	-100	45	1	$952 \pm 1$	671	0.23	7.00
10	#217	-100	135	1	$952 \pm 1$	644	0.22	7.05
11	#218	-100	270	1	$952 \pm 1$	649	0.23	7.00
12	#219	-100	0	1	$952 \pm 1$	650	---	---
13	#220	-100	270	2	$952 \pm 1$	696	0.22	7.05
14	#221	100	270	1	$952 \pm 1$	665	0.22	7.05

表 2 ピトー圧測定値一覧

Run No	$z$ , mm	$\theta$ , deg	Case	Sensor Number and Pressure, kPa(A)										
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
#157	0	30	1	13.69	0.87	5.60	13.69	13.89	14.43	14.21	14.58	14.05	8.66	0.54
#158	0	60	1	14.06	1.01	6.73	14.03	13.98	14.54	14.25	14.64	14.12	7.83	1.13
#159	0	90	1	14.00	1.11	7.65	13.99	13.87	14.40	14.19	14.54	13.89	6.71	1.12
#160	0	120	1	14.21	1.36	8.54	14.02	13.88	14.55	14.26	14.72	13.78	5.82	0.78
#161	0	150	1	14.32	1.23	10.24	14.25	14.04	14.73	14.49	14.86	13.70	5.27	0.07
#163	0	270	1	14.31	1.33	7.30	14.07	14.12	14.87	14.60	14.92	14.30	8.01	0.27
#164	0	90	2	14.31	2.16	8.12	11.40	13.27	14.99	14.56	13.32	9.67	7.02	3.09
#215	-100	90	1	---	0.21	5.14	11.58	11.28	13.96	13.73	13.77	13.09	6.09	1.31
#216	-100	45	1	13.63	0.37	4.48	12.26	12.41	14.10	13.76	14.05	13.11	8.07	1.18
#217	-100	135	1	13.72	0.50	4.68	12.98	13.20	14.07	13.70	14.04	13.15	9.30	1.60
#218	-100	270	1	13.68	0.90	7.06	13.43	13.15	13.91	13.59	13.97	13.18	6.60	0.09
#219	-100	0	1	13.65	0.64	5.13	13.24	13.57	14.00	13.54	13.88	13.11	9.57	1.83
#220	-100	270	2	13.82	2.28	6.53	8.48	11.00	14.02	13.69	12.19	9.17	7.55	3.74
#221	100	270	1	13.86	1.01	6.11	13.38	13.40	14.21	13.84	14.11	12.94	6.46	1.18

\* Case 1, 2 については、表 A.1 を参照



## 補遺 A. ピトー圧の算出とその誤差について

事前の圧力校正（基準圧力計：Manoace 30-200KP-C, SAYAMA Co., Ltd.）において、圧力値と電圧出力の間に線形関係があることが確認され、また各圧力変換器-増幅器の組み合わせにおける圧力校正係数  $k$  (単位 kPa/V, 各圧力変換器の圧力-電圧の特性を線形で近似) を表 A.1 のように求めた。電圧出力を圧力値に換算する場合の基準として、大気圧および真空(=0.2kPa)が考えられる。すなわち、以下の式による算出である。

$$p_{out} = k (E_{int}/E_{cab}) (V_{out} - V_{vac}) + p_{vac}$$

$$p'_{out} = k (E_{int}/E_{cab}) (V_{out} - V_{atm}) + p_{atm}$$

ここで、 $E_{int}$ ,  $E_{cab}$  は実験開始直前および圧力変換器の校正時の電圧増幅率、 $p_{out}$ ,  $V_{out}$  は実験時の、 $p_{vac}$ ,  $V_{vac}$  は真空時の、 $p_{atm}$ ,  $V_{atm}$  は大気圧での圧力および電圧出力である。 $k$  および  $E_{cab}$  は、表 A.1 中に示してある。上二式の  $p_{out}$  は、しかしながら実際には同じ値とならない。そのためここでは、これらの  $p_{out}$  を誤差の上下限として、圧力値はその間に含まれるように以下の式において定義した。

$$p_{pitot} = (p_{atm} - p_{vac}) / (V_{atm} - V_{vac}) (V_{out} - V_{vac}) + p_{vac}$$

これらの式の関係を図 A.1 に示す。

なお、これらの誤差の原因として、各圧力変換器および増幅器における電氣的な擾乱やドリフトの影響の他、ビニールチューブを用いた導管のため多少のリークの影響が考えられる。

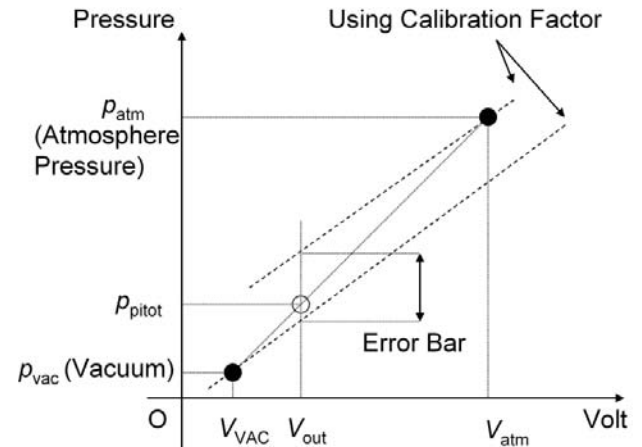


図 A.1 出力電圧より求められた圧力値と誤差範囲

表 A.1 圧力変換器および増幅器一覧

Sensor Number	Case 1	Case 2	Pressure Transducer			Amplifier			Calibration
	r, mm	r, mm	Maker	Products	Serial No.	Products	Serial No.	Amplification degree	kPa / Volt
1	0	0	KYOWA	PAB-A-1MP	FG0950003	6M92 (San-ei)	3080126	1.497V / 300 $\mu$ $\epsilon$	39.44
2	-100	-90		PG-5KU	YK7450038		1014995	0.999V / 200 $\mu$ $\epsilon$	24.60
3	-80	-80		PG-5KU	YK7450010		9091429	1.002V / 200 $\mu$ $\epsilon$	24.77
4	-60	-75		PG-5KU	YK6560001	DPM-305A (KYOWA)	HA1748	0.691V / 100 $\mu$ $\epsilon$	17.75
5	-40	-70		PG-5KU	YK7450046		HA1747	1.488V / 200 $\mu$ $\epsilon$	16.51
6	-20	-60	TOYODA	PMS-5V 5H	4787	PD-304A (HOKUTO)	(CH1)	3.988V / 10mV	11.35
7	20	60		PMS-5 10H	5359M		(CH2)	5.000V / 10mV	13.23
8	40	70		PMS-5 500K	5564		(CH3)	4.008V / 10mV	10.31
9	60	75		PMS-5 2H	14	AA4500 (TOYODA)	6F156410	1.003V / 10mV	13.02
10	80	80		PMS-5 5H	4147M		9L100815	3.006V / 10mV	12.84
11	100	90		PD104K 1F	495		6H158306	1.003V / 10mV	13.48

## 軽量アブレータの熱応答特性解析

小林祐介, 酒井武治(名古屋大学), 奥山圭一(津山工業高等専門学校),  
鈴木俊之, 藤田和央(IAT/JAXA), 加藤純朗(川崎重工)

### Thermal Response Analysis of Low-Density Ablators

by

Yusuke KOBAYASHI, Takeharu SAKAI (Nagoya University),  
Keiichi OKUYAMA (TSUYAMA National College of Technology),  
Toshiyuki SUZUKI, Kazuhisa FUJITA (Japan Aerospace Exploration Agency),  
and Sumio KATO (Kawasaki Heavy Industry)

Key words: Ablation, Carbon-Phenolic ablator, Thermal Protection System, Coking

#### ABSTRACT

The coking phenomenon within low- density ablative material exposed to aerodynamic heating is studied. The char density of the tested material is measured by slicing the material thinly, and by weighing each of the sliced test pieces. Measured density profiles of the tested materials are compared with the calculated results obtained by a thermal response code. The surface and internal state of both pre- and post- materials are observed by using Scanning Electron Microscope (SEM) and X-ray Computed Tomography (CT). The results show that the measured density profiles is inversely increased to the heated surface. The density increase is likely due to the deposition of a solid carbon in the char region during aerodynamic heating.

#### 記号

$A_k$	:	static weight for component k
$B_k$	:	activation temperature for component k, K
$c_p$	:	specific heat at constant pressure, J/(kg-K)
$e$	:	internal energy, J/kg
$f_k$	:	collision frequency for component k, s <sup>-1</sup>
$m_c$	:	mass of char, g
$\dot{m}_g$	:	pyrolysis gas mass flux, kg/(m <sup>2</sup> -s)
$R$	:	pyrolysis rate, kg/(m <sup>3</sup> -s)
$T$	:	temperature, K
$\kappa$	:	thermal conductivity, W/(m-K)
$\mu_k$	:	reaction order for component k
$\rho$	:	density, kg/m <sup>3</sup>

#### 添え字

$c$	:	char state
$g$	:	gas state
$r$	:	resin state
$s$	:	solid state
$v$	:	virgin state

#### 1. はじめに

大気圏突入カプセルやロケットノズルの熱防御システムとして、アブレータと呼ばれる熱防御材料を用いたアブレーション熱防御法が採用されている。アブレーション熱防御法は安価で信頼性が高く優れた熱防御法であるため、今後計画される宇宙ミッションでも重要な熱防御技術に位置づけられると思われる。これまで用いられてきたアブレータの比重は 1.0～1.5 程度であったが<sup>[1]</sup>、近年

PICA(Phenolic Impregnated Carbon Ablators)のように従来のアブレータの比重よりも約 5 倍軽く、かつ高い熱防御性能を有している新しいアブレータが開発された<sup>[2]</sup>。軽量化することで宇宙ミッションの成立性が広がることなどの利点を考え合わせると、従来のアブレータよりも軽量かつ高性能なアブレータを用いた新しい熱防御システムの開発が、わが国にも必要であると考えている。

アブレーション熱防御法を使って新しい熱防御システムを開発するためには、アブレータ内部の熱伝導や表面損耗などの熱応答データを、試験気流特性と合わせて計測することが必要である。加えて、これらのデータをもとに熱応答物理モデルを構築し、アブレータ内部の物理現象を高精度に評価することができる解析手法の確立が重要である。アブレータ内部の現象の中で、特にコーキングと呼ばれる物理現象は、現象自体は知られていたものの、その発生メカニズムはよくわかっていない。コーキング現象とは、アブレータ内部に含まれる樹脂の熱分解によって発生した熱分解ガスが、多孔質な炭化層内部を通過する際に、熱分解ガスに含まれる炭素成分が炭化層内部に固体炭素として析出し、炭化層の密度が高くなる現象として本研究で扱うものとする。コーキング現象が起ると、固体析出によるアブレータ内部の物性値が変化し、アブレータ内部の熱応答特性が大きく変わる可能性がある。また、熱分解ガスが炭化層内を流れる際にコーキング現象が起ると、熱分解ガス中の炭素成分の比率が低くなり表面から噴出することになる。噴出ガスの組成が変化することで、輻射加熱率が増大する事も懸念されている<sup>[3][4]</sup>。

コーキング現象は、アポロ宇宙機熱防御材料開発におい

てその現象が確認され、予備的な検討がなされたに過ぎない。それら過去の研究では、アーク加熱風洞で加熱試験したアブレータ供試体を1mm程度の間隔で面内方向に削り、アブレータ内部密度分布を導出した。また加熱試験後のアブレータ供試体の断面を電子顕微鏡で観察し、炭化層内部に固体炭素が析出していることを観測した。しかしながら、それらの研究で得られたコーキング特性は、本研究で対象としている軽量アブレータの持つコーキング特性と異なる可能性がある。また軽量アブレータのコーキング特性に関する研究は、著者らの知る限りほとんど行なわれていない。したがって、軽量アブレータの加熱試験を行い、軽量アブレータの持つコーキング特性を調べる必要がある。

本研究では、軽量アブレータの熱応答特性を評価し、高精度な熱応答物理モデルを開発することを最終的な目標としている。本稿では、加熱試験後の軽量アブレータ供試体の内部密度分布測定及び供試体表面内部状態観察、アブレータ熱応答解析コードを用いた数値解析を行ない、コーキング現象が起こるかどうかについて、定性的かつ定量的に調べた結果を報告する。

## 2. 実験

### 2.1 試験供試体

試験に用いた軽量アブレータ供試体は炭素繊維フェノール樹脂からなり、直径約40mm、厚さ約10～20mm、バージン層比重0.3～0.6である。各供試体のバージン層密度及び炭化層密度を表1に示す。

### 2.2 加熱試験

アーク加熱風洞を用いて供試体の加熱試験を行った。供試体A及びBは超高温材料研究所のアーク加熱風洞、供試体Cは宇宙航空研究開発機構総合技術研究本部の750kWアーク加熱風洞を用いた。各供試体の加熱条件を表2に示す。試験では、加熱率・加熱時間・ピトー圧・試験気体を変化させた。

表1 供試体密度

供試体	密度	
	バージン層	炭化層
	kg/m <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>
供試体A	356.50	211.00
供試体B	399.54	254.00
供試体C	573.02	333.21

表2 加熱条件

供試体	加熱条件			
	加熱率	加熱時間	ピトー圧	試験気体
	MW/m <sup>2</sup>	sec	kPa	
供試体A	2.0	120	0.8	N <sub>2</sub>
供試体B	2.0	120	0.8	N <sub>2</sub>
供試体C	1.2	30	1.7	dry air

### 2.3 内部密度分布測定

アーク加熱風洞を用いて加熱試験を行なったアブレータ供試体の面内方向密度分布を測定するため、試験後の供試体をヤスリで面内方向に削り、微小要素の密度を測定した。削った前後の重量差を、マイクロメータを使って測定し、供試体の断面積が変化しないものと仮定して、微小要素の密度を導出した。厚さ約10mmの供試体に対して、約20セクションの密度を計測した。

導出した内部密度には測定誤差が含まれる。測定誤差の要因として、供試体質量を測定する際に出る誤差、供試体厚さを測定する際に出る誤差、削った際にできる微小粉末が供試体内部へ混入することによる誤差が主なものであった。これらの誤差を評価すると、供試体A、Bの測定誤差は±約8%となった。しかしながら、供試体Cでは加熱によって表面は激しく損耗し、供試体が大きく変形しており、測定誤差を見積もることが難しかった。供試体A、Bで行った評価方法を採用した場合、供試体測定誤差は±12%となった。本稿ではこれを参考値として用いることにした。

### 2.4 供試体観察

加熱試験前後における供試体加熱面の状態変化を、走査型電子顕微鏡SEM(名古屋大学, JSM-7000FK)を用いて観察した。また供試体内部の状態変化を、マイクロフォーカスX線CT装置(島津製作所, SMX-100CT-SV3)を用いて観察した。X線CT装置では物体のX線透過度の差を細かい白黒の濃淡として表し、物体の密度変化を非接触に観察することができる。観察には加熱前供試体として密度約300kg/m<sup>3</sup>(供試体A、Bに相当)の供試体を、加熱後供試体として供試体Cを観察した。

## 3. アブレータ熱応答解析

測定した供試体内部密度分布を評価するため、近年Ahnらによって開発されたSuper Charring Materials Ablation(SCMA)コードを用いた<sup>[5]</sup>。SCMAコードでは、空力加熱を受けているアブレータ内部の非定常なアブレーション現象を解析することができる。しかしながら、そのような解析には、本研究で使用したアブレータのガス透過率を必要とする。ガス透過率の値は実験的に求める必要があり、本稿の時点ではガス透過率値を計測していなかった。従って本研究では、アブレータ内部で発生した熱分解ガスの運動は解かず、いわゆる定常アブレーションを仮定して解析を行った。定常アブレーション解析を行うにも、いくつかの物性値を必要とするので、以下にその説明を簡潔に記す。

### 3.1 支配方程式

支配方程式はアブレータ内部の質量保存則及びエネルギー保存則で、次式で与えられる<sup>[6]</sup>。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \mathbf{Q} d\Omega + \int_S \mathbf{F} dS = \int_{\Omega} \mathbf{W} d\Omega$$

ここで $\mathbf{Q}$ は保存変数、 $\mathbf{F}$ は流束関数、 $\mathbf{W}$ はソース項で、次のように与えられる。

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho_r \\ \rho_r e_r + \rho_c e_c \end{pmatrix} \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{m}_g e_g - \kappa(\partial T / \partial x) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} -R \\ 0 \end{pmatrix}$$

表面から噴出する単位時間単位面積当たりの熱分解ガス流量は、内部で発生した熱分解ガスの発生総量と等価であり、次の式で与えられる。

$$\dot{m}_g(x) = \frac{1}{A} \int_0^x R A dx$$

$R$  は樹脂の熱分解率で、以下のアレニウス型の式で与えられる。

$$R = \sum_{k=1}^N f_k A_k \exp\left(-\frac{B_k}{T}\right) \rho_v \left(\frac{\rho_s - \rho_c}{\rho_v - \rho_c}\right)^{\mu_k}$$

式中の係数は、比重 0.3 及び 0.6 の 2 種類のアブレタ供試体について熱分解吸熱測定試験(Thermo gravimetric Analysis, TGA)を行い、測定データのカーブフィットによって決定した。

### 3. 3 アブレタ物性値

アブレタの熱伝導率  $\kappa_s$  は、それぞれ温度の関数である炭化層及びバージン層の熱伝導率  $\kappa_c$  及び  $\kappa_v$  を用いて、以下の式で表される。

$$\rho_s \kappa_s = \omega \rho_c \kappa_c(T) + (1 - \omega) \rho_v \kappa_v(T)$$

$$\omega = \frac{\rho_s - \rho_c}{\rho_v - \rho_c}$$

アブレタの比熱  $c_p$  は、グラファイトの比熱が低温度域では温度に比例( $c_p \approx c_1 T$ )し、高温域では一定となる( $c_p \approx c_\infty$ )ことから、以下の式を用いた。

$$c_p = c_\infty \frac{T}{\sqrt{T^2 + (c_\infty / c_1)^2}}$$

これらのアブレタ物性値に関しては、実測したデータがないため、PICA に関するいくつかの文献を参照して与えた<sup>[7][8][9]</sup>。炭化層密度については、アブレタ供試体の熱分解吸熱測定試験結果を基に算出した値を使用した。フェノール樹脂の構成元素は C, H, O と仮定した。それらのモル比は C:H:O = 2.85:7.54:1 とした<sup>[10]</sup>。

## 4. 結果及び考察

### 4. 1 供試体内部密度分布

加熱前の供試体表面を原点に取って、測定した供試体内部密度を図 1 にプロットした。図 1(a)-(c)は供試体 A, B, C の内部密度分布にそれぞれ対応する。供試体 C は酸化によって加熱面から約 1mm 損耗していた。比較のために、各供試体のバージン層密度と数値解析によって求めた各

供試体の内部密度分布を同図中に与えた。図 1(a)では、バージン層密度、加熱開始から 10 秒後、50 秒後、そして加熱後の数値解析結果を示した。また、図 1(b)と(c)には、バージン層密度と加熱後の数値解析結果を与えた。加熱を受けたアブレタは樹脂の熱分解によって密度は低くなり、熱分解が最後まで進むと炭化する。図 1(a)より、時間が経つにつれて樹脂の熱分解・炭化は内部に進行していることがわかる。本計算結果より、加熱後の供試体は完全に炭化していると推測できる。ところが供試体 A 及び供試体 C の供試体内部密度の測定結果をみると、加熱面に向けて内部密度が上昇しており、解析結果とは定性的に異なっていることが分かる。特に加熱面付近ではバージン層密度を上回っていた。

供試体表面から噴出する熱分解ガス流量を、SCMA コードを用いて計算した結果を図 2 に示す。解析には供試体 A の値を用いた。図 2 より、熱分解ガスは加熱開始と共にアブレタ表面から噴出する。その後減少するものの、加熱終了後にはほとんど噴出していないことがわかる。したがって、加熱後のアブレタ供試体内部には熱分解ガスはほとんど残っていないと判断できる。コーキング現象は熱分解ガスが炭化層内を通過することで起こる現象であることを考えると、炭化層内部の密度増加及び固体析出は加熱中に起こっていると考えられる。

しかしながら、供試体 A と加熱条件が同じである供試体 B では同様の傾向が確認できず、コーキング現象の再現性という点においては議論の余地も残った。今後、測定データを増やして再現性の確認を行う予定である。

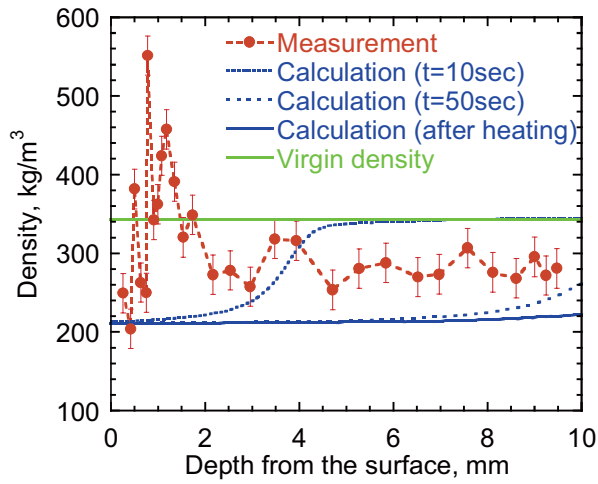
### 4. 2 SEM 画像および X 線 CT 画像

炭素繊維表面、加熱前供試体表面、加熱後供試体表面の SEM 画像を図 3(a)-(c)にそれぞれ示す。いずれの図でも炭素繊維は細い線状物体として見える。また図 3(b)より、炭素繊維間にある光沢性の物質がフェノール樹脂である。図 3(c)中では 3(b)中で見られた光沢性物質はなく、固体が析出していることがわかる。

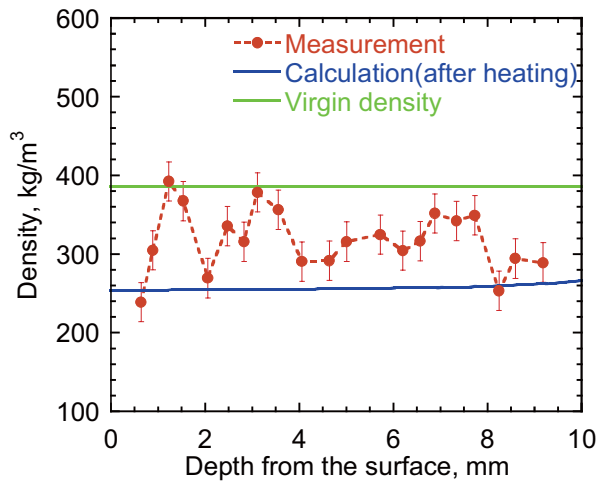
加熱前供試体表面、加熱後供試体表面の X 線 CT 画像を図 4(a), (b)にそれぞれ示す。図 4(a)が図 3(b)に、図 4(a)が図 3(c)に相当する。X 線 CT 画像においても析出固体とフェノール樹脂は異なって見えることがわかる。したがって、X 線 CT 画像からも供試体加熱面の状態が加熱前後で変化していることが確認できる。

図 5(a), (b)に内部密度分布と X 線 CT 画像をそれぞれ与え、密度と画像を比較する。図 3 と図 4 の比較から得られた画像に関する関係から判断すると、図 5(b)の X 線 CT 画像の白い部分は固体に相当することがわかる。図 5(b)中の①と②③を比較すると、②③中の白い部分の状態は①の白い部分と非常によく似ており、加熱後の供試体内部にも表面で見られた固体が析出していると判断できる。また、表面から密度が減少する傾向が内部密度測定結果から得られているが、図 5(a), (b)の画像からでも、白い部分の面積が減少していることが観測でき、密度の減少傾向は首尾一貫していることがわかった。

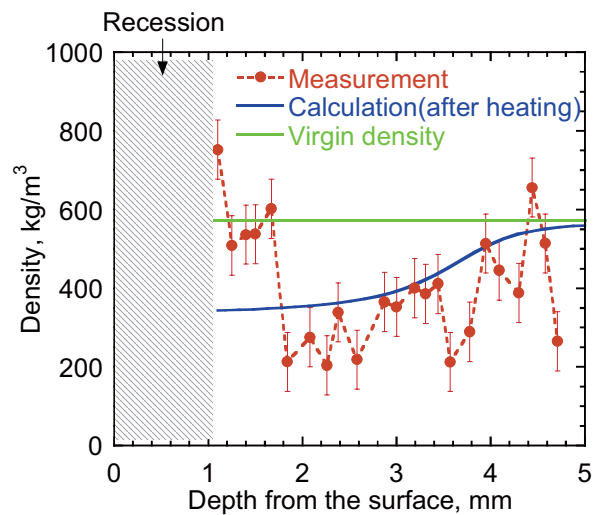




(a)供試体 A



(b)供試体 B



(c)供試体 C

図 1 供試体内部密度分布

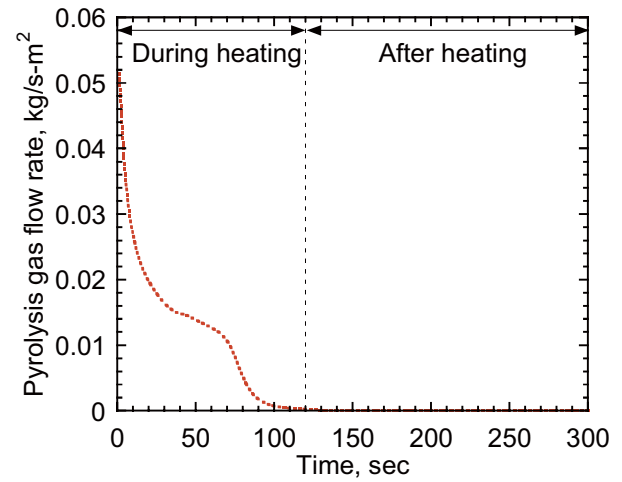
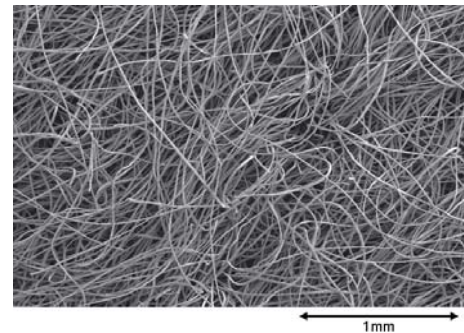
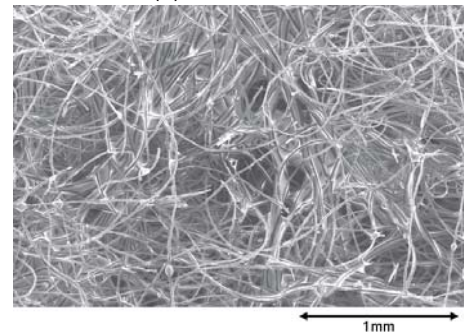


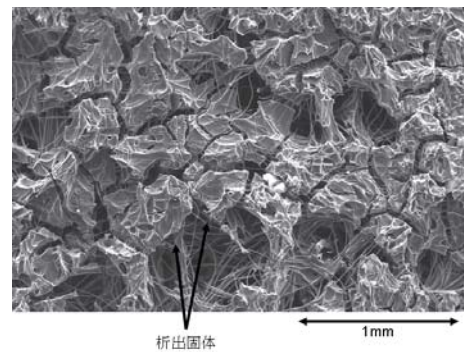
図 2 表面から噴出される熱分解ガス流量



(a)炭素繊維表面



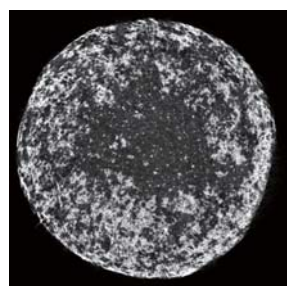
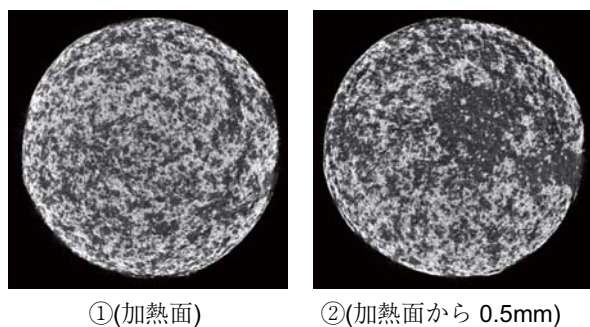
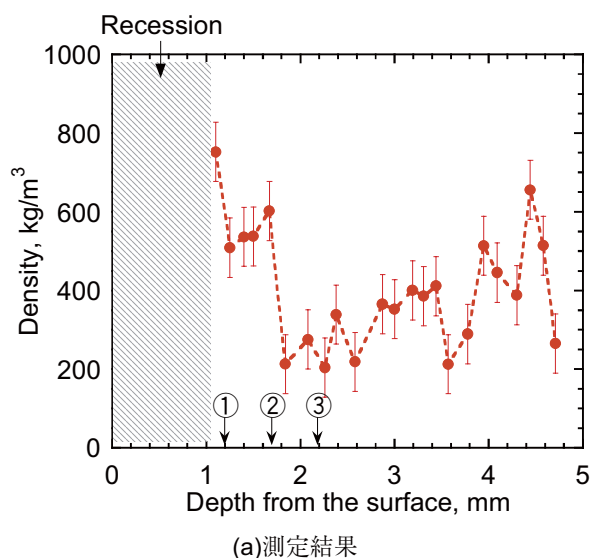
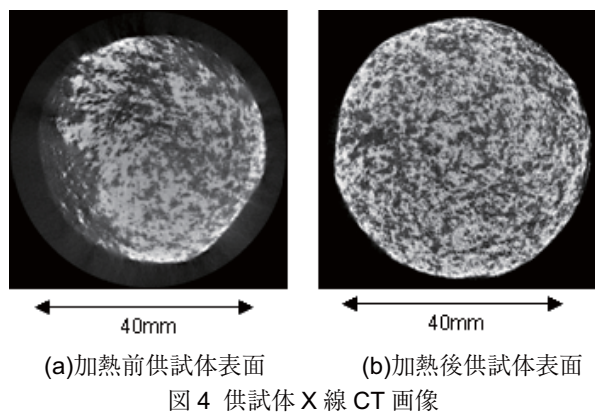
(b)加熱前供試体表面



(c)加熱後供試体表面

図 3 供試体 SEM 画像(×45 倍)





(b)供試体 X 線 CT 画像  
図5 測定結果との比較

#### 4. 3 析出固体の質量

析出した固体の成分がどのような元素から構成にされているかは現時点ではわからない。本稿では、成分のすべてが炭素であると仮定して、質量の見積もりを行った。

加熱前供試体に含まれる炭素量と加熱後供試体に含まれる炭素量を表3に示す。加熱前の供試体に含まれる炭素量はフェノール樹脂に含まれる炭素成分の量を供試体のサイズから見積もった。加熱後の供試体に含まれる炭素量は、加熱後の供試体質量から炭素繊維分の質量を差し引いて評価した。簡単のため、炭素繊維の状態は加熱前後でほとんど変化しないものとする。表3に示したように、加熱後供試体の炭素量が加熱前に比べて若干増加しているものの、フェノール樹脂に含まれているすべての炭素が固体として析出しているという結果となった。若干増加している質量の主要原因としては、加熱後の供試体に含まれている水分であると考えている。炭素以外の成分も含まれている可能性も考えられる。表3で得られた結果からすると、表面から噴出するガスの中には炭素はほとんど含まれていないことになる。今後この点については、噴出する熱分解ガスの状態を光学的な計測を用いて調べていく予定である。

加熱後の供試体に含まれている炭素量は、本研究で対象としているコーキング現象によって析出したものばかりではないと可能性が高い。すなわち、フェノール樹脂が熱分解した結果としてできるいわゆる残炭<sup>[11]</sup>が大きく関係していると考えている。炭化層の質量を TGA の結果をもとに算出すると、本研究で用いた供試体のサイズでは、約 1.81g となる。これは本研究で用いたアブレータ供試体に含まれる炭素繊維の質量(約 0.85g) よりも大きい。この炭化層内の余剰分の質量が残炭による影響だと思われる。ただし、TGA のように徐々に加熱する場合とアーク加熱試験のように瞬間的に加熱する場合では、残炭の生成過程はおそらく異なることが経験的に確認されており、図1に示した炭化層での結果もそれを示している。図1(a)を見ると、表面から 5mm~10mm の部分の平均密度は約 278kg/m<sup>3</sup> であり、TGA から求めた炭化層密度 211 kg/m<sup>3</sup> より約 30% 高かった。

以上の考察のベースとして、コーキングによって析出したと考えられる炭素の重量は 2 通りの炭化層密度をもとに算出した：加熱試験で得られた炭化層密度からコーキングによる炭素析出量を見積もると 0.67g であった；TGA から求めた炭化層密度をもとに見積もると 0.09g であった。これらは加熱前供試体に含まれる炭素の約 10%~50%に相当することがわかった。

表3 供試体に含まれる炭素量

炭素量	
加熱前供試体	加熱後供試体
1.395[g]	1.612[g]

## 5. 結論

得られた結果から、試験後のアブレータ供試体の炭化層では密度増加及び固体析出が起こっており、それらは加熱中に起きていることを確認した。この現象は過去の研究で報告されたコーキング現象と傾向が同じものと考えられる。またコーキング現象によって析出する炭素は、加熱前供試体に含まれる炭素の10%以上に相当することがわかった。今後測定データを増やし、再現性を調べていく予定である。

## 6. 謝辞

本研究でアーク加熱風洞を使用するにあたり、超高温材料研究所の堤喜治所長、中山裕敏副所長、井坂昌史課長代理にご指導、ご鞭撻賜りました。深く感謝の意を表します。

また、供試体内部密度分布を測定するにあたり、名古屋大学工学研究科技術部の斎藤彰技術専門員にご指導、ご鞭撻賜りました。深く感謝の意を表します。

## 参考文献

- 1) 久保田弘敏, 鈴木宏二郎, 綿貫忠晴, “宇宙飛行体の熱気体力学,” 東京大学出版会
- 2) Tran, H., Johnson, C., Rasky, D., Hui, F., Chen, Y.K., Hsu, M., “Phenolic Impregnated Carbon Ablators (PICA) for Discovery Class Missions,” 31<sup>st</sup> AIAA Thermo physics Conference, 1996
- 3) Susan White, Kristina Stokova, Bernard Laub, “Char Development In Atmospheric Entry Simulation Tests Of Low -density Ablators”
- 4) Eugene P. Bartlett, Michael J. Abbett, William E. Nicolet, Carl B. Moyer, “Improved Heat -Shield Design Procedures For Manned Entry Systems, Part 2, Application to Apollo”, Aerotherm Report 70-15, 1970
- 5) Ahn, H. -K., Park, C., and Sawada, K., “Response of Heatshield Material at Stagnation Point of Pioneer -Venus Probe.” Journal of Thermo physics and Heat Transfer, Vol.16, No.3, 2002, pp.432-439
- 6) T. Suzuki, T. Sakai, T. Yamada, “Calculation of Thermal Response of Ablator Under Arc jet Flow Conduction,” Journal Of Thermophysics And Heat Transfer, Volume 21, Number 2, April-June, 2007
- 7) Toshiyuki Suzuki, “Study Of Ablative Heatshield for Entry Capsule,” Department Of Aeronautics And Space Engineering Of Tohoku University, 2004
- 8) Covington, M.A., Heinemann, J.M., Goldstein, H.E., Chen, Y.K., Terrazas -Salinas, I., Balboni, J.A., Olejniczak, J., Martinez, E.R., “Performance of a Low Density Ablative Heat Shield Material,” 37<sup>th</sup> AIAA Thermo physics Conference, 2004
- 9) Goldstein, H.E., et al , J. Macromolecular Science -Chemistry, A(34), PP.649-673, July, 1969
- 10) Yamada, T., and Inatani, Y., “Thermal Response of Ablator for Reentry Capsules with Super orbital

Velocity,” The Institute of Space and Astronautical Science Report SP No.17, Institute of Space and Astronautical Science, March 2003

- 11) William M. Bishop, W. J. Minkowycz, “Decomposition Rate of a Phenolic Resin,” AIAA Journal 1973 0001-1452 vol.11 no.4 (438-443)

# Hybrid 格子を用いた点緩和型陰的 Discontinuous Galerkin 法の検討

保江 かな子, 澤田 恵介  
東北大学大学院 工学研究科

## Study of Pointwise Implicit Discontinuous Galerkin Method for Hybrid Grids

by  
Kanako Yasue and Keisuke Sawada (Tohoku Univ.)

### Abstract

A pointwise relaxation implicit Discontinuous Galerkin method developed in our study is extended to unstructured hybrid grids comprised of hexahedral, pyramidal, prismatic and tetrahedral cells. The mathematical formulation of the present method is first shown. The scalar advective equation in 3D space is then solved using hybrid grid. The accuracy of the scheme as well as the convergence rate is examined for illustrating the characteristics of the present numerical method. Finally, the pointwise relaxation implicit DG method for 3D Euler equations is constructed to solve inviscid compressible flowfield over ONERA-M6 isolated wing using hybrid mesh systems.

## 1 はじめに

現在, 数値流体力学 (Computational Fluid Dynamics) はさまざまな分野で用いられており, 対象となる物体形状や流れ場もより複雑になってきている. 特に航空宇宙分野では, 航空機全機周りに乱流が支配的となる流れ場が対象となっており, 最大揚力係数の見積もりや空力騒音の推定など従来の CFD による解析では, 詳細な解析が困難な現象も多い. そのため, LES (Large Eddy Simulation) や CAA (Computational Aero-Acoustics) など高精度空力解析の研究が多く行われている.

複雑形状周りの空力解析には, 格子生成が容易で形状適合性に優れた非構造格子が多く用いられている. 非構造格子上で高精度を達成する手法としては, k-exact 法 [1] や ENO/WENO 法 [2] を用いた有限体積法が研究されている. しかし, これらの手法では高精度にする際にステンシルを拡大する必要があり, より多くの記憶容量が要求される. また, ステンシルを構成しているセル形状がさまざまであるため, 必ずしも数値解析上での空間精度が定式上の空間精度に達するとは限らない.

そこで近年, 非構造格子上においても高精度を厳密に達成することが可能な計算手法として, Discontinuous Galerkin (DG) 有限要素法 [3] や, Spectral Volume (SV) 有限体積法 [4] が非常に注目されている. これらの手法では, 従来の有限体積法を高次精度化する k-exact 法や, ENO/WENO 法のように周囲にステンシルを広

げるのではなく, セル内部に自由度を与えて物理量の分布を近似することで, 解の再構築を行う. そのため, 小さなステンシルで所期の高次精度を達成することができる. 特に本研究で取り上げる DG 法では, さまざまなセル形状が混在している場合にでも定式上の空間精度を達成することができる.

しかし DG 法や SV 法は一般的に, 計算負荷が非常に高いことで知られている. 例えば, 2 次元 2 次精度の DG 法は, 従来の有限体積法に比べて約 10 倍, 2 次元 3 次精度では約 100 倍の計算コストがかかると言われている. DG 法では, セル内の物理量を自由度と基底関数を用いて展開し, 自由度の時間発展を追跡する. そのため, DG 法で解くべき方程式の数は変数の数と各セル内に導入される自由度の数の積で与えられる. また所定の空間精度を得るために, セル境界での流束積分の評価も高次精度化する必要があり, さらなる計算コストの増大に繋がる.

このような問題を解決するために, 高次精度計算手法では, 特に定常解を求めるような流れ場において, 陰解法化による収束加速が求められる. 陰解法構築の際には, より簡便で適用範囲が広く, またベクトル, パラレル化が容易におこなえる手法が必要である. DG 法は, 解の再構築において必要な情報を全てセル内に持つ. そこで, 同様に時間発展に隣のセル情報を用いない点緩和型陰解法が DG 法に適していると考え, これまでに点緩和型陰的 DG 法の構築を行ってきた. 過去の研究

において、テスト計算として四面体格子を用いて3次元 ONERA-M6 翼型周りの圧縮性非粘性解析を行った。マッハ数を0.84, 迎角を3.06[deg], CFL 数を  $10^6$  として計算をおこなった結果, Fig.1 に示すように, 非常に大きな CFL 数に対しても安定に収束解を得た [5]。また, 本手法を用いて, 同様に ONERA-M6 翼型周りの並列計算を行ったところ, Fig.2 にあるように, 非常に良い速度向上率を得た [6]。それらの結果から, 高い計算負荷が問題となっている DG 法を, 本手法を用いることで比較的容易に実用化することができると考えられる。

一方, 高 Re 数流れ場においては, 薄い境界層を解像度良く捕らえるために壁面付近に格子を寄せる必要がある。しかし四面体のみで構成された格子では壁面付近の格子形状が悪化してしまい, 粘性項の計算精度に悪影響を及ぼしてしまう。そこで壁面付近にプリズム格子を配置するハイブリッド格子の利用が一般的である。高次精度計算手法を用いた場合でも, 高 Re 数流れ場においてはハイブリッド格子の導入が必要であると考えられる。しかし, これまでに DG 法においてハイブリッド格子を用いた計算例は非常に少ない。

そこで今回は, 高レイノルズ数流れ場に対する高次精度点緩和型陰的 Discontinuous Galerkin 法を構築するために, 四面体, 六面体, プリズム, ピラミッドの4種類の格子形状に対応する点緩和型陰的 DG 法を構築することを目的とする。

これまでに, 四面体や六面体以外の格子を用いた DG 法による精度検証は行われていない。そのため, まず3次元線形移流方程式を解いて, さまざまな格子における空間精度の検証を行う。次に, 3次元オイラー方程式を解いて, 翼型周りの遷音流れ場解析を行い, 本手法の安定性や収束特性をハイブリッド格子を用いて検証する。

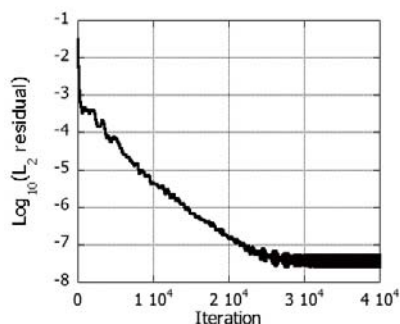


Fig. 1 Convergence history for flowfield over ONERA-M6 isolated wing.

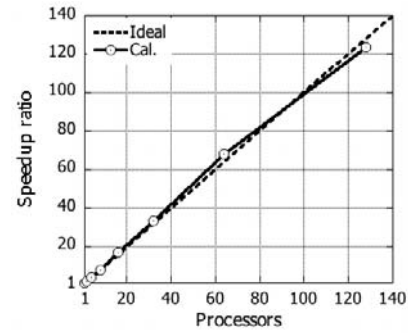


Fig. 2 Speedup ratio of parallel computation for flowfield over ONERA-M6 isolated wing.

## 2 計算手法

### 2.1 Discontinuous Galerkin 法

各セル毎の内部の物理量分布を自由度  $Q_j$  と基底関数  $v_j$  を用いて,

$$Q_h(x, t) = \sum_j Q_j(t) v_j(x) \quad (1)$$

と近似する。添字  $j$  は精度に応じて決まる自由度の数であり, 3次元2次精度の場合は4である。

DG 法では, 解の再構築をセル毎に独立して行うことが出来る。次式のように支配方程式にセル毎に独立した基底関数  $v_i$  を乗じて, 計算セル  $\Omega_e$  で積分した弱形式を解くことで解を得る。

$$\sum_j \frac{dQ_j}{dt} \int_{\Omega_e} v_i v_j d\Omega + \int_{\partial\Omega_e} v_i F(Q_h) \cdot n d\sigma_e - \int_{\Omega_e} F(Q_h) \cdot \nabla v_i d\Omega_e = 0 \quad (2)$$

ここで,  $\partial\Omega_e$  は各計算セルの境界を表している。基底関数については, 次節で詳細に述べる。

また, 式 (2) の左辺第二項の面積分および第三項の体積積分は, 空間精度に見合ったガウスの求積法を用いて評価する。

基底関数および自由度はセル毎に独立しているため, DG 法ではセル境界において物理量の不連続を許容している。そこで, セル境界における流束計算には近似リーマン解法を用いる。

### 2.2 座標変換および基底関数

式 (2) の面積分および体積積分を評価する際に, 物理座標系  $(x, y, z)$  を基準座標系  $(r, s, t)$  およびテンソル座標系  $(\xi, \eta, \zeta)$  に変換する。基底関数の直交性を保持する為に, 各座標系を用いてセルの写像変換を考える [7]。ここでは, 基準座標系でのセルを基準セル, テンソル座標



系でのセルをテンソルセルと呼ぶことにする。本計算では、各セルのガウス点と隣接する面のガウス点とを一致させるために、面積分は基準座標空間で行う。また、全セルを統一的に扱うために体積分はテンソル座標空間で行う。

### 2.2.1 四面体セルの変換および基底関数

四面体セルは、Fig.3 のように 2 段階で写像変換される。物理座標系における四面体セルと基準四面体セルの変換式は以下になる。

$$x = -\frac{(1+r+s+t)}{2}x_1 + \frac{(1+r)}{2}x_2 + \frac{(1+s)}{2}x_3 + \frac{(1+t)}{2}x_4 \quad (3)$$

また、基準四面体セルとテンソルセルの変換式は、

$$\begin{aligned} r &= \frac{(1+\xi)}{2} \frac{(1-\eta)}{2} (1-\zeta) - 1 \\ s &= \frac{(1+\eta)}{2} (1-\zeta) - 1 \\ t &= \zeta \end{aligned} \quad (4)$$

となる。

四面体から変換されたテンソルセルにおける直交基底関数は、ヤコビ多項式  $P_\gamma^{\alpha,\beta}$  を用いて次式のように表される。

$$v_{lmn}(\xi, \eta, \zeta) = P_l^{0,0}(\xi) \cdot \left(\frac{1-\eta}{2}\right)^l \cdot P_m^{2l+1,0}(\eta) \cdot \left(\frac{1-\zeta}{2}\right)^{l+m} \cdot P_n^{2l+2m+2,0}(\zeta) \quad (5)$$

式 (4) を用いると、基準四面体セルに対する直交基底関数  $v(r,s,t)$  が得られる。

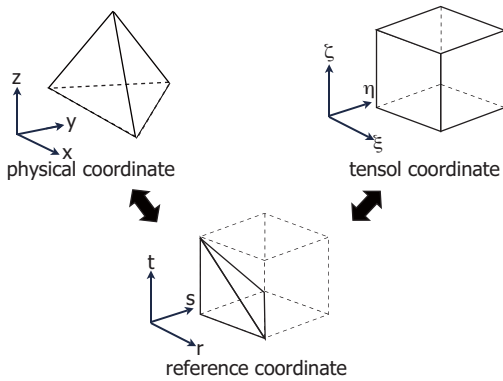


Fig. 3 Schematic illustration of the 3D mapping for tetrahedral cell.

### 2.2.2 六面体セルの写像変換と基底関数

六面体セルは、Fig.4 のように写像変換される。物理座標系における六面体セルとテンソルセルの変換式は以下のように表される。

$$\begin{aligned} x &= \frac{(1-r)(1-s)(1-t)}{8}x_1 + \frac{(1+r)(1-s)(1-t)}{8}x_2 \\ &+ \frac{(1+r)(1+s)(1-t)}{8}x_3 + \frac{(1-r)(1+s)(1-t)}{8}x_4 \\ &+ \frac{(1-r)(1-s)(1+t)}{8}x_5 + \frac{(1+r)(1-s)(1+t)}{8}x_6 \\ &+ \frac{(1+r)(1+s)(1+t)}{8}x_7 + \frac{(1-r)(1+s)(1+t)}{8}x_8 \end{aligned} \quad (6)$$

六面体から変換されたテンソルセルにおける直交基底関

数は、ルジャンドル多項式  $P_\gamma^{0,0}$  を用いて次式のように表される。

$$v_{lmn}(\xi, \eta, \zeta) = P_l^{0,0}(\xi) \cdot P_m^{0,0}(\eta) \cdot P_n^{0,0}(\zeta) \quad (7)$$

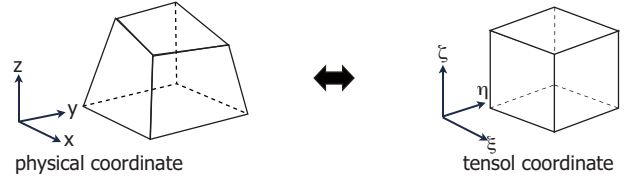


Fig. 4 Schematic illustration of the 3D mapping for hexahedral cell.

### 2.2.3 プリズムセルの変換および基底関数

プリズムセルは、Fig.5 のように 2 段階で写像変換される。物理座標系におけるプリズムセルと基準プリズムセルの変換式は以下になる。

$$\begin{aligned} x &= -\frac{(r+t)(1-s)}{4}x_1 + \frac{(1+r)(1-s)}{4}x_2 \\ &+ \frac{(1+r)(1+s)}{4}x_3 - \frac{(r+t)(1+s)}{4}x_4 \\ &+ \frac{(1-s)(1+t)}{4}x_5 + \frac{(1+s)(1+t)}{4}x_6 \end{aligned} \quad (8)$$

また、基準プリズムセルとテンソルセルの変換式は、

$$\begin{aligned} r &= \frac{(1+\xi)}{2} (1-\zeta) - 1 \\ s &= \eta \\ t &= \zeta \end{aligned} \quad (9)$$

となる。



プリズムセルから変換されたテンソルセルにおける直交基底関数は、ヤコビ多項式  $P_\gamma^{\alpha,\beta}$  を用いて次式のように表される。

$$v_{lmn}(\xi, \eta, \zeta) = P_l^{0,0}(\xi) \cdot P_m^{0,0}(\eta) \cdot (1 - \zeta)^l \cdot P_n^{2l+1,0}(\zeta) \quad (10)$$

式 (9) を用いると、基準プリズムセルに対する直交基底関数  $v(r, s, t)$  が得られる。

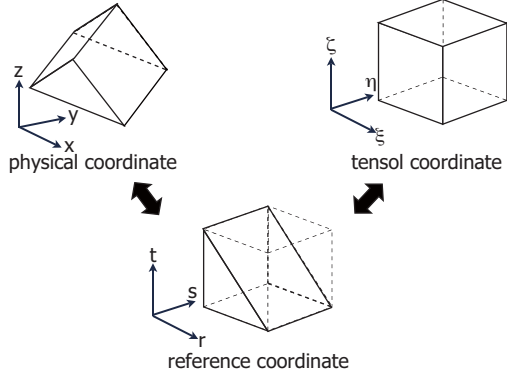


Fig. 5 Schematic illustration of the 3D mapping for prismatic cell.

#### 2.2.4 ピラミッドセルの変換および基底関数

ピラミッドセルは、Fig.6 のように 2 段階で写像変換される。物理座標系におけるピラミッドセルと基準ピラミッドセルの間の変換式は以下のようになる。

$$\begin{aligned} x = & \frac{(r+t)(s+t)}{2(1-t)}x_1 - \frac{(1+r)(s+t)}{2(1-t)}x_2 \\ & + \frac{(1+r)(1+s)}{2(1-t)}x_3 - \frac{(r+t)(1+s)}{2(1-t)}x_4 \\ & + \frac{(1+t)}{2}x_5 \end{aligned} \quad (11)$$

また、基準ピラミッドセルとテンソルセルの間の式は、

$$\begin{aligned} r &= \frac{(1+\xi)}{2}(1-\zeta) - 1 \\ s &= \frac{(1+\eta)}{2}(1-\zeta) - 1 \\ t &= \zeta \end{aligned} \quad (12)$$

となる。

ピラミッドセルから変換されたテンソルセルにおける直交基底関数は、ヤコビ多項式  $P_\gamma^{\alpha,\beta}$  を用いて次式のように表される。

$$v_{lmn}(\xi, \eta, \zeta) = P_l^{0,0}(\xi) \cdot P_m^{0,0}(\eta) \cdot (1 - \zeta)^{l+m} \cdot P_n^{2l+2m+2,0}(\zeta) \quad (13)$$

同様に、式 (12) を用いると、基準四面体セルに対する直交基底関数  $v(r, s, t)$  が得られる。

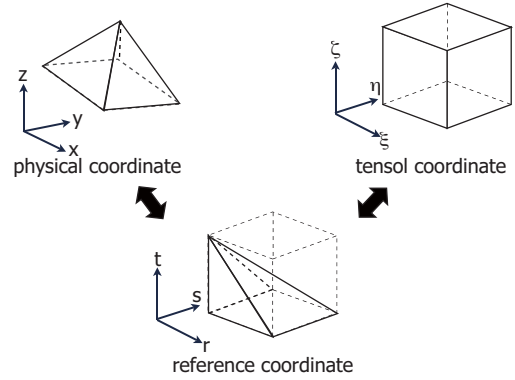


Fig. 6 Schematic illustration of the 3D mapping for pyramidal cell.

#### 2.3 点緩和型陰解法

点緩和型の陰解法はセル内の時間発展のみを考えればよい。そこでまずはじめに、次式で表されるような流束関数の線形化を考える。

$$F^{n+1} \cong F^n + \frac{\partial F}{\partial Q} \Delta Q \quad (14)$$

式 (14) を用いると、式 (2) における左辺第 2 項の面積積分は以下のように近似される。

$$\begin{aligned} \int_{\partial\Omega_e} v_i F^{n+1} \cdot n d\sigma_e &\cong \int_{\partial\Omega_e} v_i F^n \cdot n d\sigma_e \\ &+ \int_{\partial\Omega_e} v_i \left( \frac{\partial F}{\partial Q} \cdot n \right)^+ \Delta Q d\sigma_e \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 $D = (\partial F / \partial Q) \cdot n$  とすると、ヤコビ行列の正射影は  $D^+ = \kappa(D + \lambda_{\max} I) / 2$  と定義される。 $\lambda_{\max}$  は流速  $\mathbf{U}$ 、音速  $c$  を用いて、 $\lambda_{\max} = (|\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}| + c)$  で表され、 $\kappa = 1.05$  とする。

同様にして、式 (2) の左辺第 3 項の体積積分は以下のように近似される。

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} F^{n+1} \cdot \nabla v_i d\Omega_e &\cong \int_{\Omega_e} F^n \cdot \nabla v_i d\Omega_e \\ &+ \int_{\Omega_e} \left( \frac{\partial F}{\partial Q} \cdot \nabla v_i \right) \Delta Q d\Omega_e \end{aligned} \quad (16)$$

式 (15), (16) における、 $\Delta Q$  は

$$\Delta Q = \sum_j \Delta Q_j v_j \quad (17)$$

とかける。また、式 (2) の時間積分項は、

$$\sum_j \frac{dQ_j}{dt} \int_{\Omega_e} v_i v_j d\Omega = \frac{1}{\Delta t} \sum_j I_{ij} \Delta Q_j \quad (18)$$

となる．ここで， $I_{ij} = \int_{\Omega} v_i v_j d\Omega$  は基底関数の積のモーメントであり，基底関数が直交性を持つとき， $I_{ij}$  は対角行列となる．

以上より，最終的に次式で表される  $\Delta Q_j$  に対する代数方程式を得る．

$$\sum_j \mathcal{M}_{ij} \Delta Q_j = \mathcal{R}_i \quad (19)$$

ここで，

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{ij} = & \frac{1}{\Delta t} \sum_j I_{ij} + \int_{\partial\Omega_e} v_i \left( \frac{\partial F}{\partial Q} \cdot \mathbf{n} \right)^+ v_j d\sigma_e \\ & - \int_{\Omega_e} \left( \frac{\partial F}{\partial Q} \cdot \nabla v_i \right) v_j d\Omega_e \end{aligned} \quad (20)$$

および，

$$\mathcal{R}_i = - \int_{\partial\Omega_e} v_i F^n \cdot \mathbf{n} d\sigma_e + \int_{\Omega_e} F^n \cdot \nabla v_i d\Omega_e \quad (21)$$

である．

### 3 計算結果および考察

#### 3.1 スカラー線形移流問題

構築した点緩和型陰的 DG 法を用いて 3 次元線形移流方程式を解き，さまざまな形状の格子に対して，DG 法で達成される空間精度の検証を行った． $x=0, y=0, z=0$  の 3 つの面に波長 1 の正弦波を移流速度 1 で流入させた．セル形状は四面体，六面体，プリズム，ピラミッドの 4 種類で検証を行った．Table1 に各格子の計算セル数を示す．

解析解と  $p$  次精度の数値解の誤差を  $\epsilon$ ，計算格子幅を  $\delta x$  とすると  $\epsilon = c(\delta x)^p$  が成り立つ．そのため，誤差  $\epsilon$  と格子幅  $\delta x$  を両対数グラフにプロットすると，その傾きが実際に達成された空間精度を表す．計算で得られた空間精度を Fig.7 に示す．全てのセル形状においても所期の精度を達成していることが分かる．またこの時の残差履歴を Fig.8 に示す．CFL 数は  $10^6$  とした．どの形状のセルにおいても残差はマシンゼロまで減少し，安定に計算出来た．

#### 3.2 翼型周りの圧縮性非粘性流れ場解析

本手法を 3 次元オイラー方程式に適用し，ONERA-M6 翼型周りの非粘性流れ場を計算した．計算領域は

Table 1 The number of cells.

$\delta x$	hexahedron	tetrahedron	prism	pyramid
10	1,000	6,000	2,000	6,000
20	8,000	48,000	16,000	48,000
40	72,000	432,000	144,000	432,000

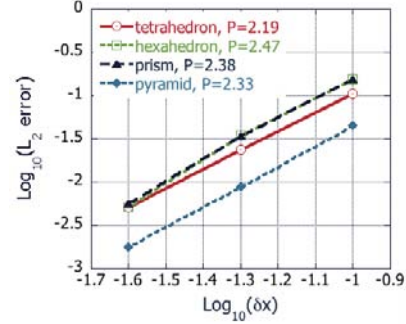


Fig. 7 Evaluated spatial accuracy.

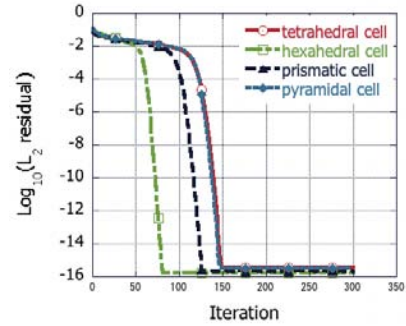


Fig. 8 Convergence histories.

四面体，プリズムおよびピラミッドで分割した．セル数はそれぞれ 361,748, 420,487, 5,382 である．Fig.9 に翼付近の計算セルを示す．マッハ数を 0.84，迎角を  $3.06[\text{deg}]$  として，CFL 数は  $10^6$  で計算をおこなった．

また，本計算では安定性を確保するためにスロープ・リミッターを導入した．本計算で用いたリミッターでは，TVB 性を考慮して，ガウス点における圧力とセル平均の圧力の差がセル平均値の 10% を超える場合に制限を施すという方法を用いた．

翼表面およびルート面での圧力等高線図を Fig.10 に示す．典型的なラムダ型の衝撃波が翼上面に捕らえられているのが分かる．また，このときの圧力係数分布を実験により得られた分布と共に Fig.11 に示す．非粘性計算であるため衝撃波位置が後退しているが，概ね解の一致は良好である．Fig.12 に得られた残差履歴を示す．これを見ると，非常に大きな CFL 数でも安定に収束解を得ていることが分かる．

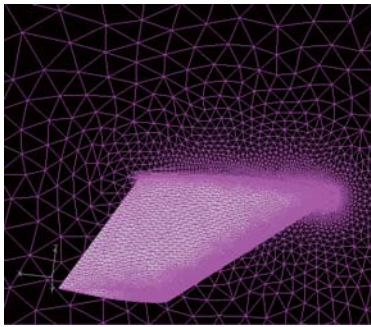


Fig. 9 Computational hybrid mesh.

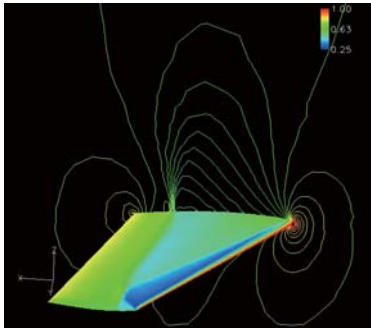
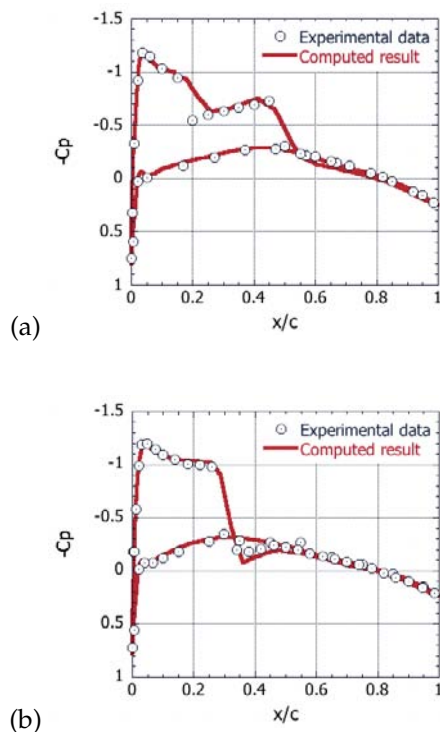


Fig. 10 Obtained pressure contours.

Fig. 11 Pressure coefficient ( $C_p$ ) profiles; (a) at 65% spanwise location and (b) 90% spanwise location.

#### 4 まとめ

ハイブリッド格子に対する点緩和型陰的 Discontinuous Galerkin 法を構築した。はじめに、様々な形状の格子上で、本手法を用いて得られる空間精度を検証するために線形移流方程式を解いた。その結果、どの形状

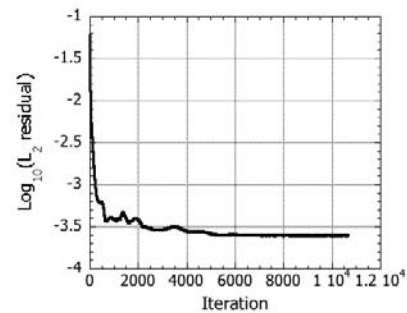


Fig. 12 Convergence history.

においても所期の空間精度を達成することを確認した。次に、構築した手法を用いて翼型周りの圧縮性非粘性流れ場解析を行った。衝撃波を含む場合においても、非常に大きな CFL 数で安定に収束解を得ることが出来た。

今後、本手法を圧縮性粘性解析に拡張していく予定である。

#### 参考文献

- [1] Bath, T. J., "Aspects of Unstructure Grid and Finite Volume Solvers for the Euler and Navier-Stokes Equations," AGARD Report 787 (1992), 6-1 - 6-61.
- [2] Liu, X-D., Osher, S. and Chan, T., "Weighted Essentially Non-Oscillatory Schemes," Journal of Computational Physics, Vol. 155 (2004), 200-212.
- [3] Cockburn, B. and Shu, C-W., "TVB Runge-Kutta Local Projection Discontinuous Galerkin Finite Element Method for Conservation Laws IV: Multi-dimensional Systems," Journal of Computational Physics, Vol. 141 (1989), 199-244.
- [4] Wang, Z. J., "Spectral Finite Volume Method for Conservation Laws on Unstructured Grids," Journal of Computational Physics, Vol. 178 (2002), 210-251.
- [5] Yasue, K. Ohnishi, N., and Sawada, K., "A Pointwise Relaxation Computation of Viscous Compressible Flowfield Using Discontinuous Galerkin Method," AIAA paper, 2006-3893.
- [6] 保江, 大西, 澤田, "点緩和型陰的 Discontinuous Galerkin 法を用いた圧縮性流れ場の並列計算," 第20回数値流体力学シンポジウム講演論文集, (2006), E7-1.
- [7] Sherwin, S. J. and Karniadakis, G., "A New Triangular and Tetrahedral Basis for High-Order (hp) Finite Element Methods," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 38 (1995), 3775-3802.

## 横流れを考慮した高揚力翼型展開形態の設計探査

金崎雅博

宇宙航空研究開発機構航空プログラムグループ

今村太郎

宇宙航空研究開発機構航空プログラムグループ

鄭信圭

東北大学流体科学研究所

山本一臣

宇宙航空研究開発機構航空プログラムグループ

## High-lift Wing Design based on Design Exploration with Considering Cross-flow Effect

by

Masahiro Kanazaki, Taro Imamura, Shinkyu Jeong, and Kazuomi Yamamoto

### ABSTRACT

In this paper, a multi-objective design exploration for a three-element airfoil which consists of a slat, main wing, and flap was carried out by paying attention to the span wise flow effect. Reynolds Averaged Navier-Stokes Solver (RANS) was used for the evaluation during the design process. To reduce computational time, “2.5-dimensional span wise calculation” was used. In this calculation, two same planes were arranged along span wise direction. They were diagonally arranged to represent the sweep angle and periodic boundary condition was used for the infinite span wise calculation. Kriging based Multi-Objective Genetic Algorithm (MOGA) and Analysis of Variance (ANOVA) were used for the design exploration. The objective functions were defined as the maximization of lift coefficient at landing and near stall conditions simultaneously. In this study, 54 sample points were evaluated for the construction of the Kriging model. Based on present evaluation method, the span wise flow was observed and it has an influence on the separation on the flap. Through the design exploration process, the differences of the designed results between 2.5D and 2D evaluation were observed by visualizing the design space.

### 1. はじめに

本論文では3次元的な横流れを考慮して、スラット、母翼、フラップからなる高揚力翼型<sup>1,2)</sup>の最適設計について議論する。最適設計には Kriging 近似手法を導入した多目的遺伝的アルゴリズム(Efficient Global Optimization: EGO)により行なう。従来、高揚力翼の設計は形状の複雑さから2次元での評価をベースに行なうことが主に行なわれてきた。<sup>3,4)</sup>いくつかの研究<sup>5,6)</sup>では、計算コストを上げずに、2次元の結果を元に3次元の性能の推算を行なうことも考えられている。

著者らの以前の研究で<sup>3)</sup>、Reynolds Averaged Navier-Stokes Simulation (RANS)解析に基づいて、2次元3要素翼型の翼素配置設計が行なわれた。Kriging 近似手法を可視化することにより解空間の調査が行なわれ、最適性が議論された。また、分散解析(ANOVA)を利用した、設計変数の寄与率の調査も行なわれ、設計問題の特徴を把握した。しかしながら、同時に3次元性にかかわる疑問は依然として残った。図1に示す3次元模型周りの流れ<sup>7)</sup>を観察するとスパン方向への流れが高揚力翼の性能に影響していると考えられ、2次元翼との違いになっていることが予想された。

遷音速旅客機の巡航形態の設計においては、局所衝撃波による造波抵抗を和らげるため、翼に後退角を設ける。一方、離着陸時には、低速高迎角で十分な揚力を出さなくてはならない。そのような状況ではスパン方向への流れが顕著に現れてくる。これは粘性の影響により境界層の厚みが大きくなり、剥離の要因となる。本研究ではこうした効果を図2に示すとおり「2.5次元」として考え、高揚力形態の最適化を考える。3次元性を考慮するために、実際の3次元形状を計算しつつ最適化を行うのは計算付加が大きい。ため、スパン方向に2断面( $k=1, k=2$ )を設定し、周期境界条件を付与することによって図2に示すように無限の後退角を考える。

高揚力装置の設計は、揚力特性の改善を目的とした多目的問題とし、EGO を利用して行なった。目的関数は着陸時

の迎角8度と失速付近の高迎角20度での  $C_L$  の同時最大化とした。設計変数はスラットとブラップの配置とした。EGO 中の Kriging 近似手法により効率的な設計探査を実現し、実際の計算工数を低減させることができる。

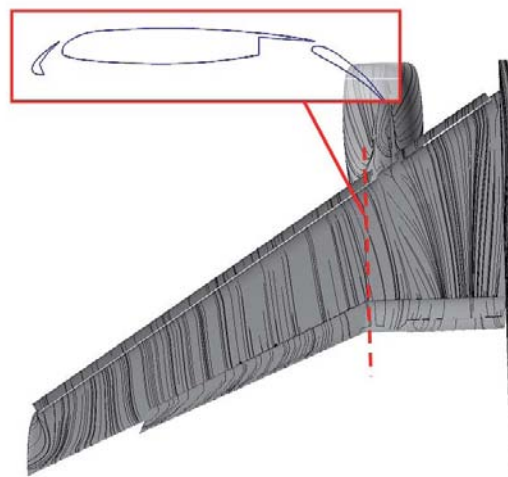


Fig. 1 Flowfield on the wing extracted the high-lift system (Ref. 7, Mach number is 1.75, Reynolds number is  $2.1 \times 10^6$ , and angle of attack is 10 degree.) and its cross section.



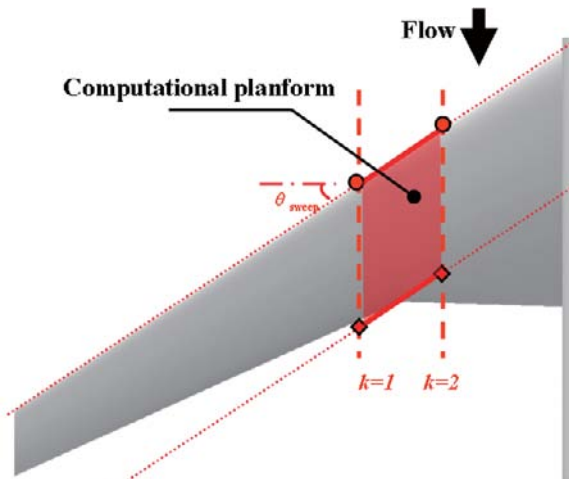


Fig. 2 Illustration of infinitely swept wing for 2.5D calculation using periodic boundary condition in the consideration of the span wise flow.

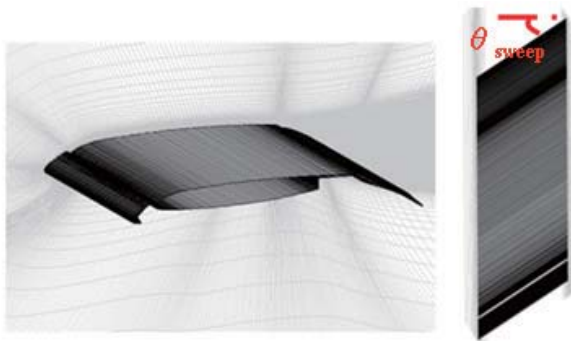
## 2. 評価手法

Kriging 近似モデルを構築するためのサンプル点の計算は RANS8) にて行なった。乱流モデルには Spalart-Allmaras モデル<sup>9)</sup>を用いた。また、Roe 法により流束の計算を行ない、MUSCL 法により空間の高次精度化を図った。

図 3 に無限後退角を考えた格子を示す。後退角効果を考えた計算は以下の手順で行なう。

- 1) 通常の 2 次元格子を作成する。
- 2) 同じ格子を 2 つスパン方向に配置する。
- 3) 定義された後退角を持つようにコード方向にずらす。
- 4) スパン方向に周期境界条件を与える。

本研究ではマルチブロック法を用い、35 のブロックに分割した。セルの数は約 100,000 である。後に説明するとおり、本研究では翼素の配置変更を伴うが、配置の移動には移動格子法<sup>10)</sup>を用いた。



(a) (b)

Fig. 3 Computational grid: (a) overview, (b) top view.

## 3. 設計問題定義

### 設計変数

翼素の配置パラメータを図 4 に示す。各パラメータは次のように変化させた。設計範囲は実機レベルを考慮した。

$$\begin{aligned} -0.01c &\leq O/L_{slat} \leq 0.01c \\ 0.01c &\leq gap_{slat} \leq 0.04c \\ 20.0 &\leq \theta_{slat} \leq 30.0 \text{ (degree)} \\ -0.01c &\leq O/L_{flap} \leq 0.01c \\ 0.01c &\leq gap_{flap} \leq 0.03c \\ 30.0 &\leq \theta_{flap} \leq 40.0 \text{ (degree)} \end{aligned}$$

$c$  は翼素を収納した巡航時のコード長を示す。また、本研究では、JAXA 高揚力標準模型に準拠して後退角  $\theta_{sweep}$  を  $33^\circ$  とした。

### 目的関数

本研究では 2 つの目的関数を考える。ひとつは着陸迎角  $8^\circ$  での揚力  $C_{L8}$  の最大化で、もうひとつは失速付近の迎角  $20^\circ$  での揚力  $C_{L20}$  の最大化とした。

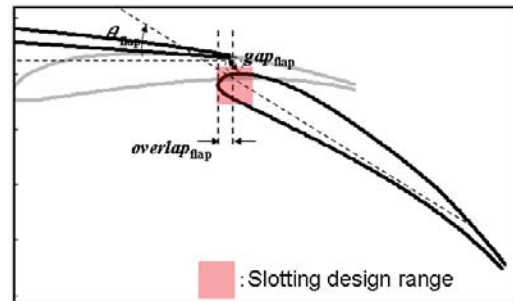
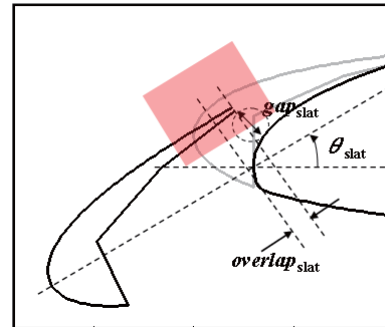


Fig. 4 Design parameters.

## 4. Efficient Global Optimization (EGO)

本研究では MOGA の改良版である多目的遺伝的アルゴリズム (MOGA)<sup>3)</sup> に基づく最適解探索を Kriging 法による近似解の上で行う。この設計探索を EGO と呼んでおり、手順<sup>3, 11, 12)</sup>を図 5 に示す。はじめに、 $N$  個の初期サンプルをラテン方格法<sup>13)</sup>により選択し、RANS による評価計算を行い、目的関数分の初期の Kriging モデルを構築する。次に、初期のモデルから求める EI 値の同時最大化を通して、 $m$  個の追加サンプルを選び、 $(N+m)$  個のサンプルにより Kriging モデルを再構築する。このプロセスをサンプルの示す評価値の改善が小さくなるまで繰り返す。さらに、このプロセスの終了後、設計空間の性質を知るためにデータマイニングを通じた知識獲得を行う。本研究では分散解析手法である Functional ANOVA<sup>3)</sup> を適用する。



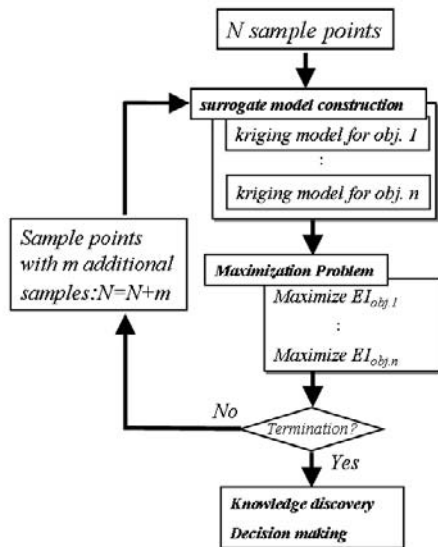


Fig. 5 Procedure of EGO for multi-objective problem.

## 5. 結果

### スパン方向の流れを考慮した高揚力翼周りの流れ

図6に本研究における2.5次元効果を考慮した迎角8度での高揚力翼周りのベースセッティング時に流れを示す。このときの翼素のセッティングパラメータは下記のとおりとした。

$$\begin{aligned} \text{overlap}_{\text{slat}}: 0.005c & \quad \text{overlap}_{\text{flap}}: 0.01c \\ \text{gap}_{\text{slat}}: 0.01687c & \quad \text{gap}_{\text{flap}}: 0.0166c \\ \theta_{\text{slat}}: 25(\text{degree}) & \quad \theta_{\text{flap}}: 35(\text{degree}) \end{aligned}$$

図6(a)から翼表面でスパン方向の流れが発生していることが分かる。また、スパン方向の流れは母翼よりもフラップのほうが強くなっている。この結果は、3次元計算における結果(Ref. 7)とも合致しており、主流に対する翼素の角度が大きいほどスパン方向の流れが強くなることを本計算で再現できている。図6(b)には、スパン方向の流れが強いフラップ部分で剥離が起こっている様子が示されている。この図から、スパン方向の流れは境界層厚みを増大させ、剥離を誘起することがわかる。図7には本研究における2.5次元計算と2次元計算における、フラップ舵角の影響について示す。2次元計算に基づく結果では、フラップ舵角が45度付近で最大の $C_l$ を示している。一方で、2.5次元計算に基づく結果では、フラップ舵角が増加すると $C_l$ は減少している。これは、前述のスパン方向の流れにより、剥離が進展することにより、大きなフラップ舵角では十分な $C_l$ が得られないことを示している。

図8の(a)と(b)に2.5次元計算における収束履歴を示す。(a)には残差を、(b)には揚力係数を示している。残差は5桁以上落ち、揚力係数では80,000ステップ以降振動などは見られない。これにより、2.5次元の計算も安定的なものであり、剥離が存在する中でも周期境界条件を満たしていると考えられる。

### EGOにより得られた解空間

図9にはEI値の最大化に基づいて得られた解空間( $C_{L8}$ - $C_{L20}$ )を示す。初期のサンプルは解空間上で概ね均一である一方、追加サンプルは両目的関数を最大化する方向にある。この結果はEGOによる多目的最適化により、従来のMOGAと同様、非劣解集合を求めることができることを示している。

### 非劣解集合での解の流れ場

図9に示すように、2つの設計をDesign1と2として選択した。図10にこの二つの設計とベースセッティングの比較を示す。Design1非劣解集合上で二つの目的関数を妥

協する解、Design2は $C_{L8}$ について優秀な解である。図10から、スラットギャップが大きくなると、 $C_{L20}$ が大きくなることが分かる。これはスロット流が増えることにより、母翼からの剥離を遅くすることができることによるものと考えられる。一方でフラップの舵角はベースセッティングの35度付近となっており、この付近に最適性を示すパラメータが存在すると考えられる。

図11にはベースセッティングと選択した2形態について、フラップ側からの流れ場を比較したものを出す。図11(a)と(b)の流れ場は似たものとなっている。しかしながら、マッハ数のコンターを見ると、Design1のフラップ前縁でのサクシオンピークがやや高くなっている。そのために、高い $C_l$ を示しているものと考えられる。一方、 $C_{L8}$ の高いDesign2のスパン方向の流れは、他のそれと比べ下流で観察される。図11(a)-(c)のフラップ舵角はほぼ同じであることから、 $C_{L8}$ を高めるために適切なフラップギャップとオーバーラップが存在すると考えられる。こうしたことは、次に述べるKriging近似モデルの可視化によっても知ることができる。

### Kriging 近似モデル

Kriging 近似手法を用いた設計探索を行なうために、まず、実験計画法で選んだ初期の30サンプルをRANSにより評価した。さらに、非劣解を探索するために、12回のEI値最大問題を解くことにより36個のサンプルが評価された。

図12に2次元と2.5次元評価に基づく $C_{L08}$ の解空間プロットを示す。このプロットはフラップ舵角とフラップギャップに対する応答となっている。この図を比較すると、2次元評価では最大のフラップ舵角により、最大の $C_{L8}$ が与えられている。一方で、2.5次元評価に基づく最大の $C_{L8}$ はフラップ舵角が35~37度で得ることができている。この結果は、フラップの舵角はキャンバーの効果をもたらすが、大きすぎるとスパン方向の流れが誘起する剥離によって失速することを示している。

図13にフラップオーバーラップとギャップに対する $C_{L8}$ の応答を示す。この図から、 $C_{L8}$ を最大化するためにはオーバーラップは正(母翼と重なり合う)となる方向にある必要がある。さらに、ギャップは約0.02c以下である必要があることが分かる。

図14にはスラットのオーバーラップとギャップに対する $C_{L20}$ の解空間を示す。2次元評価に基づく解空間では、オーバーラップに対して感度が見られないのに対し、2.5次元の評価を行なうと図14(b)のように多峰性のある解空間となる。この結果は、3次的にはスラットのロッティンギングに対するパラメータは最大揚力を高めるのに重要であることがわかる。

### 分散解析(ANOVA)による結果

図15と図16には主効果と2変数間の相互作用の割合について、2次元評価に基づく結果と2.5次元評価に基づく結果を表す。図15が $C_{L08}$ に対する結果で、図16は $C_{L020}$ に対する結果である。図15から、フラップの舵角についての主効果が2.5次元評価では2次元評価に比べて高くなっていることが分かる。これは2次元では $C_{L8}$ 最大値が舵角の設計範囲外にあるため、影響が小さくなっているためと考えられる。それに対して、2.5次元計算では、 $C_{L8}$ の最大値が設計範囲内にあるために、影響が明確に見られるようになっている。

図16から、スラット配置の $C_{L20}$ への効果が2.5次元計算に基づく結果では2次元計算に基づく結果よりも大きくなっている。一般的にスラットは高迎角で母翼の剥離を

抑え、最大揚力を高める効果があることから、そのことをこの解析で立証したといえる。

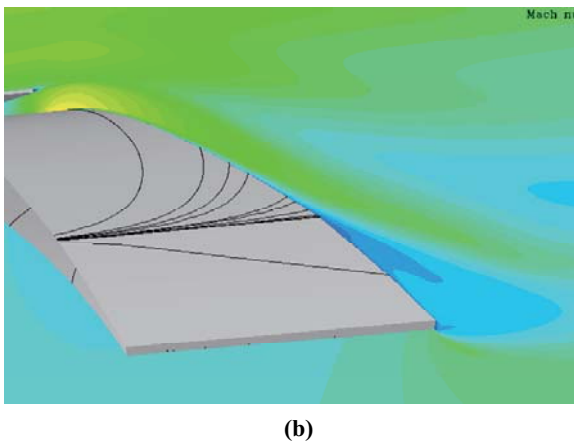
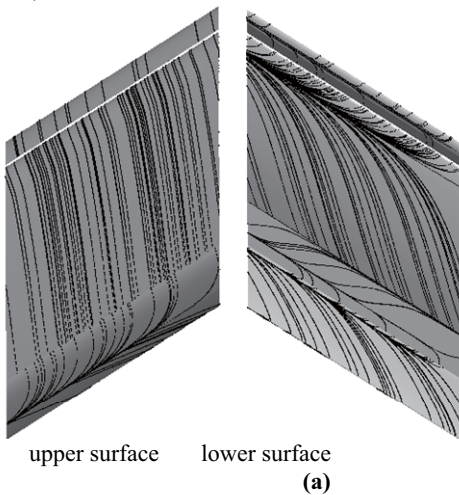


Fig. 6 Flow field obtained by 2.5D evaluation result. (a) Surface flow on the wing, (b) Close up view of the flap. Oil flow and Mach number contour.

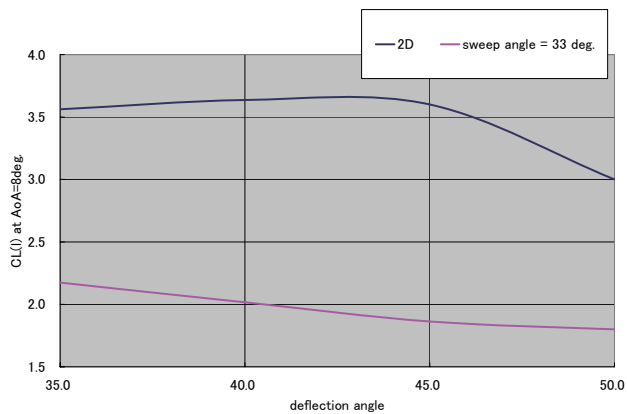


Fig. 7 Comparison of the effect of the flap deflection angle between 2D and 2.5D calculation.

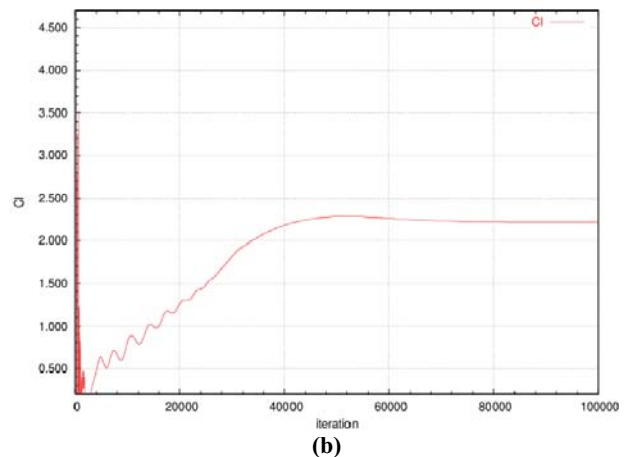
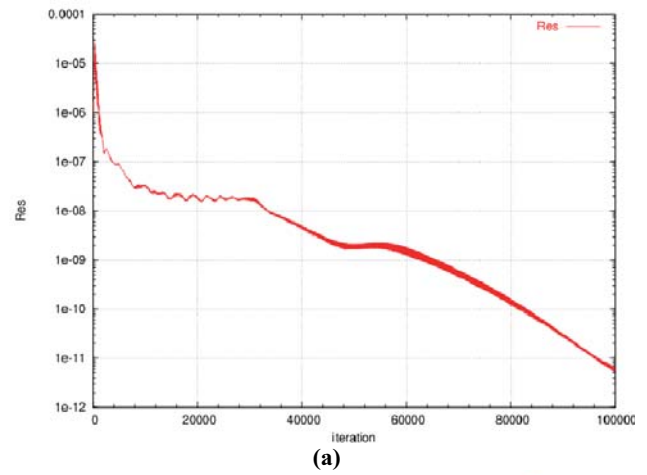


Fig. 8 Residual and  $C_L$  history in 2.5 dimensional computation: (a) residual, (b)  $C_L$ .

Non-dominated front

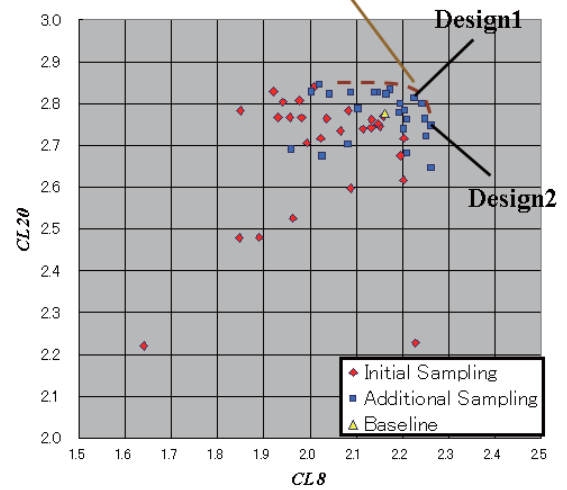


Fig. 9 Solution space obtained by the present design.

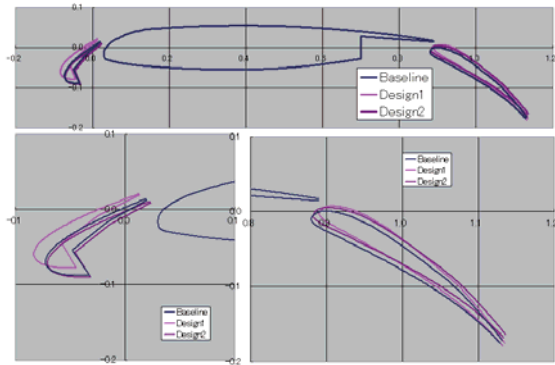


Fig. 10 Comparison of element's setting

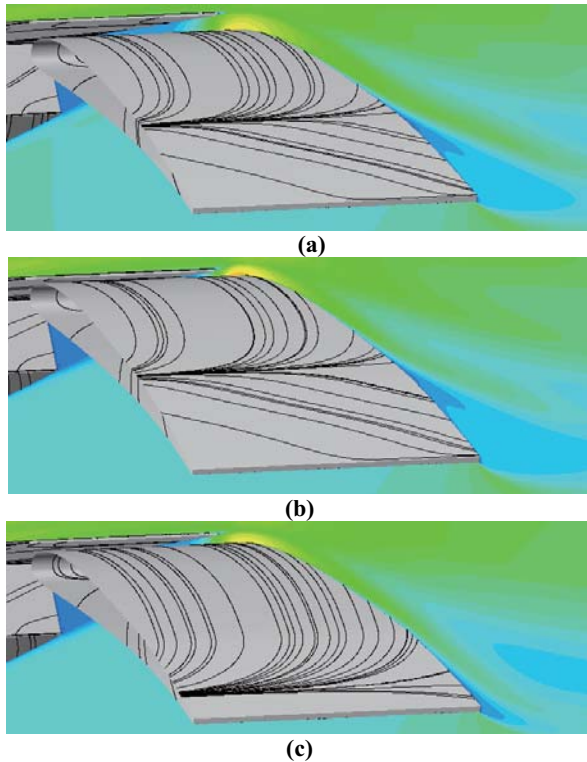
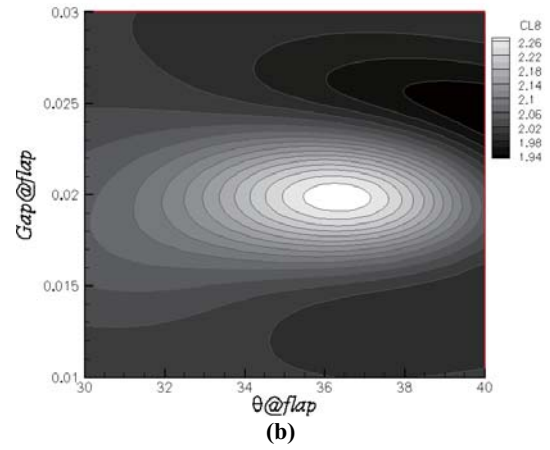
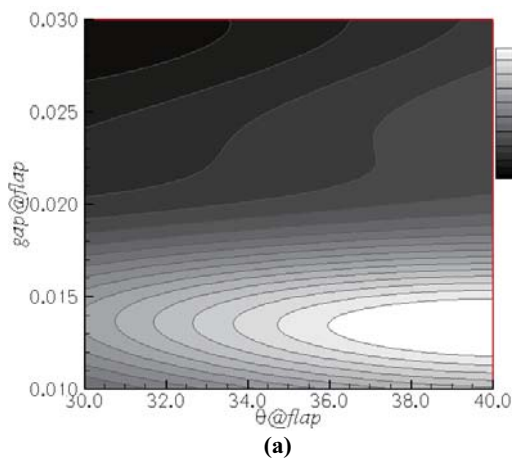
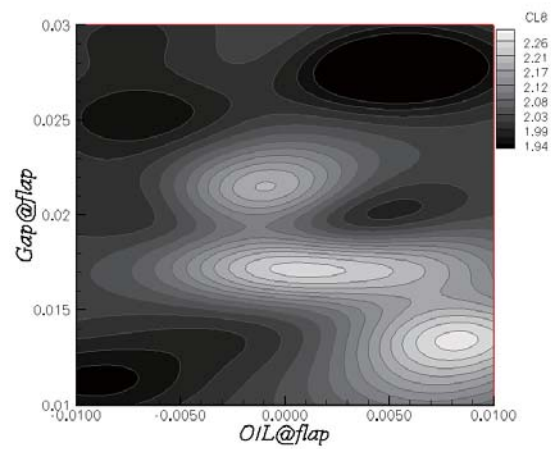
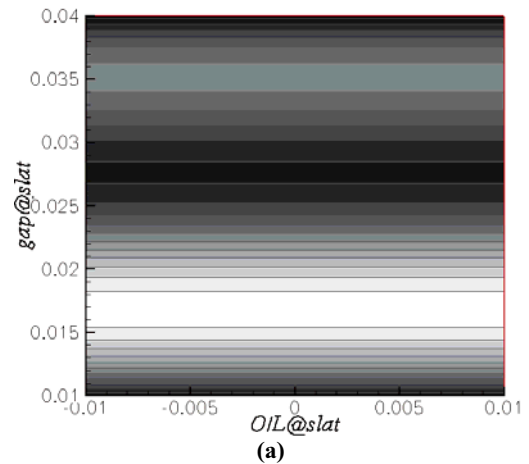


Fig. 11 Comparison of flowfield around flap. Color contour is Mach number. (a)Baseline setting, (b)Design1, and (c)Design2.

Fig. 12 Comparison of  $C_{L@8}$  plots against  $\theta_{\text{flap}}\text{-}gap_{\text{flap}}$  predicted by Kriging model between results base on 2D and 2.5D evaluationFig. 13  $C_{L@8}$  plots against  $O/L_{\text{flap}}\text{-}gap_{\text{flap}}$  predicted by Kriging model.

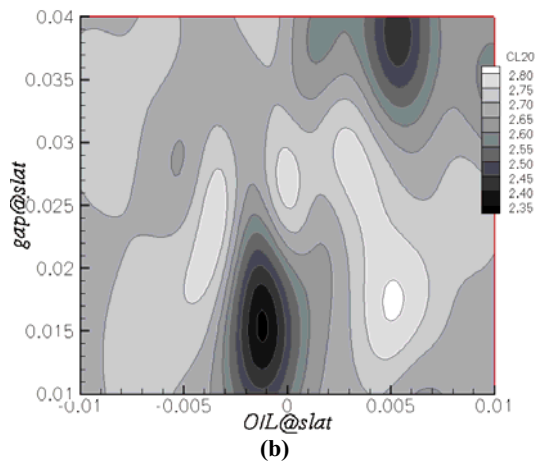
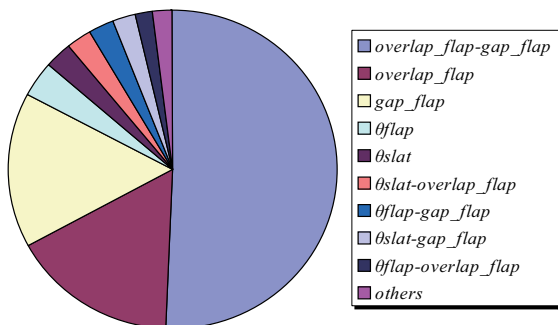
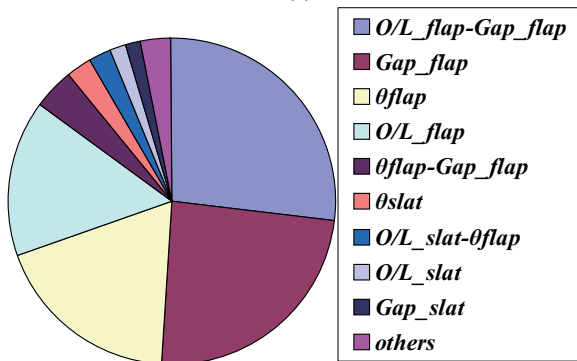


Fig. 14 Comparison of  $C_{L@20}$  plots against  $O/L_{slat-gap_{slat}}$  predicted by Kriging model between results base on 2D and 2.5D evaluation.

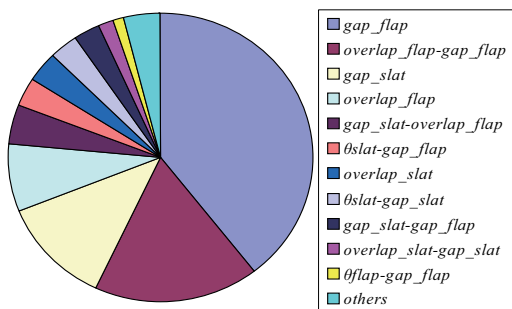


(a)

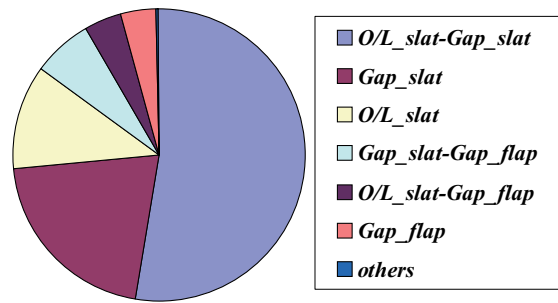


(b)

Fig. 15 Comparison of the effect of the design variables about  $C_{L@8}$  between results base on 2D and 2.5D evaluation



(a)



(b)

Fig. 16 Comparison of the effect of the design variables about  $C_{L@20}$  between results base on 2D and 2.5D evaluation

## 6. まとめ

本研究では Kriging 近似モデル上で MOGA を用いた 3 要素高揚力翼の多目的最適設計を行った。近似手法の導入により、MOGA による計算コストを低減させることができた。設計プロセスの中で 3 次元効果のひとつである後退角効果を無限後退角計算により簡易的に考慮し、RANS 計算を行った。目的関数は、着陸迎角および失速付近迎角での揚力係数とした。

本研究で採用した 2.5 次元計算では、スパン方向の格子は 2 つであるため、2 次元計算の 2 倍程度の計算時間で後退角効果を評価ができる。この計算により、スパン方向に流れが観察され、その流れが境界層を厚くする効果により特にフラップでの剥離位置が早まることがわかった。

MOGA による設計を通じ、ベース形状を優越する解が多数探索された。これらのうち近似パレート解上のふたつの解を選択し、その流れ場を比較した。この比較により、着陸迎角における最適解ではスパン方向流れに起因する剥離が減少している傾向が捕らえられた。

設計変数の寄与を議論するために、Kriging モデルの可視化や分散解析の適用を行った。2 次元と 2.5 次元の結果 Kriging モデルの比較により、最適点でのフラップ舵角は後退角の効果を考慮すると浅くなる傾向にあることがわかった。この結果は実機レベルを考えると妥当なものといえる。分散解析の結果から、フラップの配置が着陸アプローチ迎角で寄与が高く、スラットが失速付近の迎角で寄与が高いことが確認できた。これらの設計知識は実際の 3 次元高揚力翼の設計に活かすことができると考えられる。

## 参考文献

- 1) van Dam, C. P., "The aerodynamic design of multi-element high-lift systems for transport airplanes," *Progress in Aerospace Science*, Vol. 38, p. p. 101-144, 2002.
- 2) Smith, A. M. O., "High-Lift Aerodynamics," *Journal of Aircraft*, Vol. 12, No. 6, 1975, pp. 501-530.
- 3) Kanazaki, M., Tanaka, K., Jeong, S., and Yamamoto, K., "Multi-Objective Aerodynamic Exploration of Elements' Setting for High-Lift Airfoil Using Kriging Model," *Journal of Aircraft*, Vol. 44 No. 3, p. p. 858-864, 2007.
- 4) Eyi, S., Lee, K. D., Rogers, S. E., and Kwak, D., "High-Lift Design Optimization Using Navier-Stokes Equations," *Journal of Aircraft*, Vol. 33, No. 3, 1996, pp. 499-504.
- 5) Pepper, R. S., van Dam C. P., and Gelhausen P. A., "Design Methodology for High-lift System on Subsonic Transport Aircraft," AIAA-96-4056-CP, 4056
- 6) Rudnik, R., von Geyr, H. F., and Wild J. "The European High Lift Programme II," *Proceedings of ECCOMAS CFD 2006*, [CDROM], 2006.

- 7) Yokokawa, Y., Murayama, M., Ito, T., and Yamamoto, K., "Experiment and CFD of a High-Lift Configuration Civil Aircraft model," AIAA Paper 2006-3452, 2006.
- 8) Takaki, R., Yamamoto, K., Yamane, T., Enomoto, S., and Mukai, J., "The Development of the UPACS CFD Environment," *High Performance Computing, Proceedings of ISHPC 2003*, Springer, p. p. 307-319, 2003.
- 9) Spalart, P. R., and Allmaras, S. R., "A One-Equation Turbulent Model for Aerodynamic Flow," AIAA Paper 92-0439, 1992.
- 10) Crumpton, P. I., and Giles, M. B., "Implicit time accurate solutions on unstructured dynamic grids," AIAA Paper 95-1671-CP, pp.284-294, 1995.
- 11) Jeong, S., Murayama, M., and Yamamoto, K., "Efficient Optimization Design Method Using Kriging Model," *Journal of Aircraft*, Vol. 42, 2005, pp.413-420.
- 12) Donald, R. J., Matthias, S. and William, J. W., "Efficient Global Optimization of Expensive Black-Box Function," *Journal of global optimization*, Vol. 13, 1998, pp. 455-192.
- 13) McKay, M. D., Beckman, R. J. and Conover, W. J., "A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code," *Technometric*, Vol. 21, No. 2, 1979, pp. 239-245.
- 14) Hiroyasu, T., Miki, M. and Watanabe, S., "The New Model of Parallel Genetic Algorithm in Multi-Objective Optimization Problems (Divided Range Multi-Objective Genetic Algorithm)," *IEEE Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation 2000*, Vol. 1, 2000, pp. 333-340.
- 15) Goldberg, D. E., *Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989.
- 16) Sack, J., Welch, W. J., Mitchell, T. J., and Wynn, H. P., "Design and Analysis of Computer Experiments (with Discussion)," *Statistical Science*, Vol. 4, pp. 409-435, 1989.



## 連続モデルと離散モデルの適合性から見た信頼性の議論

相曾 秀昭

宇宙航空研究開発機構 総合技術研究本部

## Consistency between Continuous and Discrete Models and Reliability.

by

Hideaki AISO

## ABSTRACT

Numerical computation of differential equations usually needs some discretization of the original equation. The discretization is called discrete (or discretized) model, while the original differential equation is called continuous model. The properties of both models are expected to be of exact coincidence, but there is always some inconsistency between them. In such a situation, we need to know the inconsistency in order to understand what a result of numerical computation means. Otherwise we might misunderstand it to regard a specific behavior of numerical solution coming from the property of discrete model but not from that of continuous one as a part of behavior of the original equation's solution.

Here we show some trial to analyze the numerical instability that occurs in numerical calculation of shock waves, where occurs a typical example of inconsistency between the continuous and discrete models.

## 1. はじめに

流体等を対象とする数値シミュレーションにおいては、現象を一旦微分方程式により記述し更にその微分方程式を離散式により近似して数値計算用アルゴリズムを得るのが通例である。<sup>1</sup> 即ち、実際の現象を支配する機構が微分方程式の様な連続モデルによって数理的に記述され、更にその連続モデルから再度離散式による近似である離散モデルを得る。現実世界の現象の数理的記述である連続モデルの妥当性は物理や化学等の現象論的方法論と数理的方法論の双方を用いて議論されるが、連続モデルから離散モデルを得る過程は異なるカテゴリーに属する数理モデル間の書き換えである故にその妥当性は数理的方法論の枠内で議論される。

数理モデルの妥当性と一言で云う場合、その妥当性の議論は連続モデルに対して為され、離散モデルは連続モデルを近似する付属物程度に考えられることも多い。しかし上述の状況から、離散モデルと連続モデルを対等に比較して両モデルの性質や挙動が妥当な形で相互に対応するか否かについて議論する事も重要である。当然の事ながら連

続モデルの性質及び挙動の全てが離散モデルに反映されることが期待されるが、両モデルが異なるカテゴリーに属するモデルである以上はそのような包括的かつ全般的な要請が完全に満足される事は困難である。そこで、連続モデルの重要な性質や挙動<sup>2</sup> が離散モデルに妥当な形で継承され、数値シミュレーション結果に具現化されることが期待される。この個々の性質や挙動に関する継承(又は、連続モデルと離散モデルの間での当該の性質や挙動の対応)を適合性 (consistency) という。

離散モデルによる数値解の連続モデルの厳密解への収束や打切誤差項の解析に基づく精度の議論は離散モデルの評価の指標として従来から広く用いられ、特に適合性という概念が意識される事は殆ど無いがこれらも適合性の議論の例である。実際、連続モデルの厳密解への収束は離散化に対する最低限の要求で、収束について反例が生じる離散モデルは通常利用されない。収束が数学的に未証明の離散モデルも暗黙のうちに収束を期待して使用されている。本論での議論の対象となる Godunov 法をはじめとする圧縮性 Euler 方程式の差分近似法の殆どがこの部類に属する。

<sup>1</sup> 現象の数理的記述として直接に離散式が得られる場合も考え得るが、そのような例は例外的であろう。

<sup>2</sup> 同一の連続モデルであっても重要とされる性質や挙動は数値シミュレーションの目的により異なることもある。

しかし、数値計算の実際においては理論的な収束証明において0や無限大に極限移行する量を十分に小さい(もしくは十分に大きい)量としてしか実現できないことから次のような問題を生ずる。理論的には計算格子が無限に細くなる中で1個又は有限個の格子点に特異的な値が存在しても、関数空間を適当に選択すればそれらの特異的な数値現象は理論的には収束を妨げない。また、数値的振動が生じてもその範囲が格子点数で見て有限の範囲であれば状況は同様である。しかし、現実の数値計算ではこれらの特異的な数値現象を極限移行によって消去することはできず、それらは現実の数値計算結果に残存してしまう。ここでは圧縮性 Euler 方程式で考えているが、反応項等で複雑化した方程式の場合にはそのような特異的な数値現象の影響がより大域的になり数値計算結果の信頼性への影響が考えられる。

ここでは以下に示すような圧縮性 Euler 方程式の Godunov 法他による数値計算における特異的な数値現象とそれを議論するための適合性の視点を考察する。いずれも数値解の厳密解への収束(現在未証明だが、それが証明されたとしても)に矛盾するものではなく、収束以外の両モデルの適合性の議論の必要性を示すものである。これらの特異的な数値現象の発生機構は未だによく解明されておらず、ここではそれらに対する数学的な解析の現状と課題を考察する。

## 2. 圧縮性 Euler 方程式の離散モデルにおける衝撃波周辺の不安定

圧縮性 Euler 方程式における衝撃波を保存型差分近似により数値計算すると衝撃波面に沿って数値的な不安定が生じることは良く知られる。この不安定は1次元計算では観察されず多次元計算の際に発生し<sup>3</sup>、数値的カーバンクル(Carbuncle)の名で知られる。学術的考察の対象としての認識は[4]が初めてであるが、それ以前にも実際の計算現場では衝撃波周辺で生じる数値的不安定は認知されていたと思われる。しかし、Lax-Wendroff 法等で発生する数値振動(これらは1次元計算であっても発生する)と混同された等の理由で、独立した

<sup>3</sup>Lax-Wendroff 法や中心差分法を用いれば1次元計算においても数値的振動が生じるが、ここでは衝撃波捕獲の為に用いられる、少なくとも1次元計算においては実質的に安定な衝撃波捕獲が可能な差分法(Godunov 法、Roe 法など)を用いた場合であっても多次元計算になると顕著な数値的不安定が観察されることを意味している。

数理的考察の対象として認識されるまでに時間を要したようである。

ここでは、数値的カーバンクルを現象論的に「ある差分スキームを固定して圧縮性 Euler 方程式の衝撃波を含む解を数値計算した場合、1次元計算では発生しないが多次元計算において発生する数値的不安定」と定義する。この現象が発生し易い差分法として Roe 差分が良く知られているが、これを Roe 差分特有の現象と解釈することは適当でなく、現に Godunov 法等他の差分法でも発生する事が確認されている。([1, 2, 3] 等)

数値的カーバンクルについて以下のような事が経験的に知られている。

- (C1) 衝撃波面の法線がどれかの格子座標軸にほぼ平行な場合に発生し易い。
- (C2) 衝撃波が強いほど発生しやすい。
- (C3) 不安定が観察され始めてしばらくの間(不安定がそれ程に大きくない間)、不安定の成長は時間に対し指数関数的である。
- (C4) 時間刻みを小さくしても不安定を抑制できない。
- (C5) 数値粘性の付加が不安定の抑制に有効である。特に衝撃波面に平行する座標軸方向に数値粘性を付加することが効果的である。

よく知られる数値的カーバンクルの例としては、直交格子での平面衝撃波(衝撃波面の法線が格子座標軸のどれか)、超音速流内の鈍頭物体による衝撃波(衝撃波に沿うような格子をとる)が挙げられる。

## 3. 2次元圧縮性 Euler 方程式における平面衝撃波

ここでは考察の対象として、2次元の圧縮性 Euler 方程式

$$U_t + F(U)_x + G(U)_y = 0, -\infty < x, y < \infty, t > 0 \quad (1)$$

の直交格子による保存型差分近似

$$U_{i,j}^{n+1} = U_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left\{ \bar{F}_{i+\frac{1}{2},j}^n - \bar{F}_{i-\frac{1}{2},j}^n \right\} - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left\{ \bar{G}_{i,j+\frac{1}{2}}^n - \bar{G}_{i,j-\frac{1}{2}}^n \right\} \quad (2)$$

を考える。(2)で $U$ は保存変数のベクトル

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, \quad (3)$$

(ただし、 $\rho, u, v, p, e$  はそれぞれ、密度、 $x$ -、 $y$ -各方向の速度成分、圧力、単位体積あたり全エネルギー) であり、 $x$ -、 $y$ -各方向の流束  $F, G$  は

$$F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(e + p) \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ v(e + p) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

である。また、内部エネルギーと圧力の関係を決める何らかの状態方程式が必要で、例えば理想気体の状態方程式

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2). \quad (5)$$

を仮定する。差分近似(2)において  $U_{i,j}^n$  は時刻  $n\Delta t$  での直交格子に基づく各有限体積  $I_{i,j} = (x_{i-\frac{1}{2}}, x_{i+\frac{1}{2}}) \times (y_{j-\frac{1}{2}}, y_{j+\frac{1}{2}})$  における  $U$  の近似であり、 $\bar{F}_{i+\frac{1}{2},j}^n, \bar{G}_{i,j+\frac{1}{2}}^n$  はそれぞれ隣接体積  $I_{i,j}$  と  $I_{i+1,j}$  または  $I_{i,j}$  と  $I_{i,j+1}$  の間での数値流束である。

離散時間発展(2)においては

$$\cdots = U_{i,j-1}^n = U_{i,j}^n = U_{i,j+1}^n = \cdots \quad \text{ならば} \quad (6)$$

$$\cdots = U_{i,j-1}^{n+1} = U_{i,j}^{n+1} = U_{i,j+1}^{n+1} = \cdots$$

であるから、 $U_{i,j}^0 = U_i^0$  である 1 次元的な初期データ  $\{U_{i,j}^0\}$  からの離散時間発展(2)の厳密解  $\{U_{i,j}^n\}$  は、 $j$  には依存しない。つまり、 $\{U_i^n\}$  を初期値  $\{U_i^0\}$  から空間 1 次元での離散時間発展

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left\{ \bar{F}_{i+\frac{1}{2}}^n - \bar{F}_{i-\frac{1}{2}}^n \right\} \quad (7)$$

を逐次進めて得られるデータとすれば、

$$U_{i,j}^n = U_i^n \quad (8)$$

である。ところが計算機上では桁落ち等の為に(6)が厳密には成立せず<sup>4</sup>、各  $U_{i,j}^n$  に離散時間発展(2)の厳密解からの逸脱(誤差)  $\Delta U_{i,j}^n$  が加わり

$$U_{i,j}^n = U_i^n + \Delta U_{i,j}^n \quad (9)$$

となる。一旦生じた厳密解からの誤差は離散時間発展(2)の機構に包含されて発展する<sup>5</sup> が、それが数値的カーバクルの主因と推測される。<sup>6</sup>

<sup>4</sup> 仮に、 $\Delta y$  を計算機上で整数形の 1 としてしまうと桁落ち誤差は  $j$  に依存せずに数値計算でも(6)が実現でき数値的カーバクルは生じない。しかし、これは特殊な例である。

<sup>5</sup> 毎回の離散時間発展の計算で新たに桁落ち誤差等による計算誤差が生じるがそれ以前に生じた誤差は(2)の計算に包含されてしまうので、

( $n+1$  段での誤差) = ( $n$  段での誤差が(2)で伝わった分) + (桁落ち等により新たに生じた誤差)

となる。

<sup>6</sup> 離散時間発展を逐次行えば、それによる桁落ち誤差等

#### 4. 線形安定性解析からのアプローチ

離散的時間発展(2)が線形安定でない事から誤差の増幅を説明しようとする試みは通常の線形化では成功していない。実際、定係数線形保存則の差分近似については 1 次元で安定であれば多次元に拡張しても適当な CFL 条件を満たしている限り安定である。数値的カーバクルは離散時間発展の時間刻みを小さくしても除去できない事実からこのアプローチが有効でない事が理解される。

そこで、衝撃波という状況を取り入れて線形安定性を観察する為、離散時間発展を  $\{U_{i,j}^n\}_{i,j} \rightarrow \{U_{i,j}^{n+1}\}_{i,j}$  のような写像と見なしてその写像の線形化を考察する方法がある。この方法論に基づいた試みは数値計算やそれによる検証の手法の援用を得てある程度の成功を収めている。

実際、写像  $\{U_{i,j}^n\}_{i,j} \rightarrow \{U_{i,j}^{n+1}\}_{i,j}$  の線形化を表す行列のサイズは

$$(\text{格子点数の 4 倍}) \times (\text{格子点数の 4 倍})$$

であり、その固有値を調べるためには数値計算の援用が有効である。また、写像の線形化の偏導関数値の計算についても、一般的な差分近似では理論式の導出は容易ではなく数値微分の利用が有効である。[6] ではこのような考察が行われ、異なるいくつかの差分近似法による静止衝撃波の数値計算例について、圧縮性 Euler 方程式の数値計算の試行による安定性の観察と線形安定性(線形化行列の固有値分布)を求める数値計算とが行われている。示された計算例では線形安定性の喪失と数値的カーバクルの発生的一致が観察されている。

また、[1, 3] では Godunov 法差分では離散的時間発展(2)における偏導関数  $\partial U_{i,j}^{n+1} / \partial U_{i,j}^{n+1}$ ,  $\partial U_{i,j}^{n+1} / \partial U_{i\pm 1,j}^{n+1}$ ,  $\partial U_{i,j}^{n+1} / \partial U_{i,j\pm 1}^{n+1}$  の理論的記述を導出し、 $\{U_{i,j}^n\}_{i,j} \rightarrow \{U_{i,j}^{n+1}\}_{i,j}$  の線形化から得られる式

$$\begin{aligned} \Delta U_{i,j}^{n+1} = & \left( \frac{\partial U_{i,j}^{n+1}}{\partial U_{i,j}^{n+1}} \right) \Delta U_{i,j}^n \\ & + \left( \frac{\partial U_{i,j}^{n+1}}{\partial U_{i-1,j}^{n+1}} \right) \Delta U_{i-1,j}^n + \left( \frac{\partial U_{i,j}^{n+1}}{\partial U_{i+1,j}^{n+1}} \right) \Delta U_{i+1,j}^n \\ & + \left( \frac{\partial U_{i,j}^{n+1}}{\partial U_{i,j-1}^{n+1}} \right) \Delta U_{i,j-1}^n + \left( \frac{\partial U_{i,j}^{n+1}}{\partial U_{i,j+1}^{n+1}} \right) \Delta U_{i,j+1}^n \end{aligned} \quad (10)$$

が数値的カーバクルの発生と初期成長においては現実の誤差の時間発展をよく近似する事実を観

の蓄積もあり誤差は増加すると考えられる。しかしそのような誤差の蓄積だけでは数値的な不安定性は生じない。

察している。なお、 $\Delta U_{*,*}^*$ については $U_{i,j}^0 = U_i^0$ である 2 次元計算用の初期値 $\{U_{i,j}^0\}$ と 1 次元計算用の初期値 $\{U_i^0\}$ からそれぞれ(2)、(7)による離散時間発展の数値計算を逐次行って得られたデータ $U_{i,j}^n$ 、 $U_i^n$ を用いて $\Delta U_{i,j}^n = U_{i,j}^n - U_i^n$ として計算している。

## 5. 進行衝撃波での数値検証

[6] や [1, 3] により数値的カーバングルの発生と離散モデルにおける時間発展の線形安定性の関連が示されるが、数値的カーバングルには非線形性に由来する等の他の原因も有り得よう。桁落ち等による誤差から数値的カーバングルが発生する機構や初期の微小な不安定が増幅される機構に関しては専ら線形安定性が支配することが [1, 3, 6] から予測される。

しかし、線形安定性と不安定発生を詳細に調べる場合、[6] の方法では数値微分の計算精度についての問題を解決するのは容易ではない。また、[1, 3] についても不安定の発生を前提として式(10)の近似的成立を確認するものであるので線形安定性と実際の数値不安定の詳細な因果関係を調べるのには向かない。

そこで、[2] において Godunov 法差分では離散的な時間発展(2)における偏導関数 $\partial U_{i,j}^{n+1}/\partial U_{i,j}^{n+1}$ 、 $\partial U_{i,j}^{n+1}/\partial U_{i\pm 1,j}^{n+1}$ 、 $\partial U_{i,j}^{n+1}/\partial U_{i,j\pm 1}^{n+1}$ 、を理論式で記述でき、特に $i$ 方向に完全上流性がある場合には式が簡潔な事及び数値的カーバングルの誤差(式(9)で定める $\Delta U_{i,j}^n$ )についての偶奇性(odd-even property)

$$\Delta U_{i,j}^n = (-1)^j \Delta U_i^n \quad (11)$$

の仮定<sup>7</sup>の導入により線形安定性の考察を空間 1 次元問題と同等の単純な問題に帰着できる事を利用し、線形安定性の喪失と数値不安定の発生について詳細な数値検証を次の様に試みた。

1.  $\Delta x, \Delta t$  を適当に固定する。

2. 先ず、模擬すべき 1 次元の進行衝撃波として

(1) 衝撃波進行速度 $s$ が $\Delta x/\Delta t$ の正かつ 1 未満の有理数倍である。即ち、

$$s = p/q (p, q \text{ は互いに素な自然数})$$

<sup>7</sup>近似的成立は多くの例で経験的に観察されるので、この仮定により議論が大きく特殊になることはないと考えられる。

(2) 衝撃波の両側において、全ての特性速度が十分に 0 より大きい。

を満たすものをとる。

3. 2 で定めた進行衝撃波を 1 次元数値計算した場合の安定な離散衝撃波プロファイルを数値計算によって得る。ここで「安定な離散衝撃波プロファイル」とは、(数値的にはあるが) $U_{i+q}^{n+p} = U_i^n$ が成立しているデータをいう。数値計算領域の大きさによる影響を排除する為、十分に大きな領域で計算を実行する。

4. 3 で得られた 1 次元プロファイル(データ)を元に次の 2 つの数値計算を行う。

(1) 離散時間発展の線形安定性

偶奇性の仮定(11)により、誤差 $\{\Delta U_i^n\}_i$ の(2)による離散時間発展を線形化して考察する。実際には、 $\{\Delta U_i^n\}_i \rightarrow \{\Delta U_i^{n+1}\}_i$ の線形化の行列 $M_i^{i+1}$ の安定性を個々に調べずに、行列 $M_i^{i+p} = M_{i+p-1}^{i+p} \times \dots \times M_i^{i+1}$ を求め、その固有値の実部の絶対値の最大を数値計算して線形安定性を評価する。

(2) 離散時間発展の実際の数値計算

誤差が偶奇性の仮定を満たす様に離散時間発展(2)の数値計算を行う。 $j$ 方向の格子数を 2 として $j$ 方向の境界では循環境界条件を用いる事で誤差の偶奇性を実現する。また、 $j$ に依存する数値計算上の微小な誤差の発生が必要なので、(イ)数値計算誤等が $j$ に依存するように $\Delta y$ の値をとる、又は、(ロ)数値計算誤差が $j$ に依存しない場合には計算の初期で適当な大きさを偶奇性を満たす微小誤差を加える、の方法を採用する。なお、(イ)、(ロ)の両方法では数値実験における数値的カーバングルの発生・非発生が一致する。

5. 4 の 2 種類の数値実験を元に線形不安定性の喪失と数値的カーバングルの発生が一致するか否かを検討する。

これらの数値計算の結果からは、多くの計算例においてかなりの精度で(2 倍精度実数を用いた計算では固有値実数部の絶対値の最大について有効桁数 10 桁程度で)線形安定性の喪失と数値的カー

バンクルの発生が一致する事が観察される。一致しない例は観察されない(発見されていない)。

そこで、完全上流性を有する進行衝撃波計算では線形安定性の喪失と数値的カーバンクルの発生の一一致を主張してよいと考える。

## 6. 静止衝撃波の場合における問題点

5と同様の数値検証を静止衝撃波に拡張する試みについて述べる。静止衝撃波の場合も、原理的には前述の5の場合と同様に数値検証が可能であるが、 $\partial U_{i,j}^{n+1}/\partial U_{i,j}^{n+1}$ 等の偏微分係数を求めるアルゴリズムが少々複雑になる(理論的に厳密な記述ではあるが)ため、数値検証も少々複雑になる。

実際に数値計算を実行すると5の場合と異なり、線形安定性の喪失と数値的カーバンクルの発生は概ね一致するものの厳密な一致とは言えない状況がしばしば観察される。その原因として次のようなものが考えられる。

- (1) 静止衝撃波の離散プロファイルは Godunov 法差分の場合には内点<sup>8</sup>が1点のみであり、内点が多数(理論的には無限個)である進行衝撃波に比べ静止衝撃波の離散プロファイルは特異的であると考えられる。即ち、1点しかない内点やその隣の点で発生した誤差のその後増幅(減衰)を離散時間発展を元の(誤差のない)離散プロファイルにおいて線形化したモデルで判断することの妥当性を考察する必要がある。
- (2) (1)にも関連するが、Godunov 法差分の1次元離散衝撃波プロファイルでは(多次元ではない)1次元離散モデルの場合の線形不安定性が知られている。([5, 7]等参照)ある衝撃波に対応する特性曲線場では衝撃波両側の特性曲線が衝撃波の位置で衝突・消滅する事に対応し、1次元離散モデルの数値計算では衝撃波付近で発生した不安定が周辺へ大きくは伝播し難い。そのために1次元離散モデルにおいては線形不安定と実際の数値計算の不安定が対応しない。また、1次元の線形安定性と多次元の線形安定性も同一ではない。これらの相互作用についての考察が必要であると考えられる。

<sup>8</sup>衝撃波の両側の状態とは違う中間状態を取る計算点。衝撃波片側の状態からもう一方の側の状態への数値的な遷移の為に保存型差分においては通常1点以上必要。厳密解の衝撃波の位置が数値計算の格子における有限体積の境界と一致している場合には内点が存在しない数値解も実現し得るが、それ以外の場合は内点の存在は必須である。

- (3)  $\partial U_{i,j}^{n+1}/\partial U_{i,j}^{n+1}$ 等の偏微分係数を求めるアルゴリズムの複雑さによる数値計算での誤差の発生。

上記問題点の考察のため、(3)についてはほぼ条件が同等であると考えられる完全上流性を有しない進行衝撃波についての数値実験も試みると(1)の要素が強く影響していると予想される。しかし進行衝撃波で完全上流性を有する場合と有しない場合を比較すれば(3)の要素の影響も予想され、広く一般の場合について数値検証を行って何らかの結論を得るためには数値検証の方法論について更に検討が必要であると思われる。

## 7. 不安定抑制法と数値検証

経験的に、数値的カーバンクルは適当な数値粘性を付加することにより抑制可能であることが知られ現実の計算で不安定の発生が生じ易い場合にはこの抑制法が一般的に利用されている。また、[1]では差分近似の保存性を若干失う<sup>9</sup>ものの、数値粘性の付加という観点では一般的な抑制法に比べはるかに解の劣化の度合いが小さい。5の数値検証法を用いると、これらの抑制法により離散時間発展における線形安定性が実現できそれに伴って数値カーバンクルの発生が抑制されることが確認できる。

現在では一般的に行われる適当な数値粘性の付加により現実の数値計算におけるカーバンクル不安定の回避は十分に可能であるが、限界的な数値計算において適合性を確保しつつ数値粘性による解の劣化を防ぐ為にはより有効で副作用(解の品質低下)の小さい抑制法の開発の必要がある。このような目的にも5の様な数値検証は有益であろうと思われる。

また、数値粘性を付加する場合に衝撃波を平行する方向の数値粘性が他の方向の数値粘性に比べ有効であることが経験的に知られる([6]の中でも検証されている)が、5の方法で数値検証を行うと

- (1) 衝撃波に平行する方向に数値粘性を付加すると、衝撃波の捕獲精度は殆ど悪化せずに線形安定性が実現される。
- (2) それ以外の方法に数値粘性を付加すると衝撃波の捕獲が鈍化し、その結果として線形安定性が実現される。

<sup>9</sup>形式的に非保存項が生じるが、現実の計算においては保存の喪失は微小である。



という事が観察でき、数値粘性を付加する方向により数値カーバンクル抑制の機構が異なることも明確に理解される。

## 8. 今後の課題

今後の課題としては次のような事が考えられる。

- (1) 連続モデルの厳密解についての性質に不明点が多に多い事がこの数値カーバンクルの議論を困難にするとともに議論の焦点を絞り難い理由となっている。厳密解の一意性が何らかの方法で示されれば、このような数値的問題をより理論的に扱い得る方法論が期待できると思われる。
- (2) 数値的カーバンクルが Roe 差分のような少々人工的な計算法の場合だけでなく Riemann 問題の厳密解から導出される理論的には極めて簡潔な Godunov 法でも発生する事から、より一般的・定性的な形で数値的カーバンクルが発生する条件を論じる方向への一般化が期待される。各離散時間発展毎に有限体積内の分布を平均化する過程は有限体積法では不可避であるが、線形的な概念である平均化と問題の持つ非線形性がどのように相互作用するのかについての考察を行う為には現在の議論では特殊に過ぎる感がある。
- (3) 圧縮性 Euler 方程式以外に類似の現象が発生するものについては、殆ど考察されていない。MHD の方程式においては類似現象の発生が報告されている [9] が、圧縮性 Euler 方程式よりも単純な方程式で類似現象が発生し得るか否かについては明らかではない。本来、連続モデルと離散モデルの適合性に関する議論は物理現象と関連させずに数学的な方法論で議論するのが理想と考えられる。その為には、類似現象の発生し得る問題についてより知見を得る必要がある。

## 参考文献

- 1) M. Abouziarov. On nonlinear stability analysis for finite volume schemes, plane wave instability and carbuncle phenomena explanation. In *Second International Symposium on "Finite Volumes for Complex Applications - Problems and Perspectives -"* Duisburg, July 19-22, 1999, pages 247-252. 1999.
- 2) H. AISO and M. Abouziarov. Instability Analysis in Conservative Difference Approximations for Compressible Euler Equations -Toward Understanding the Carbuncle Phenomenon-. In *Hyperbolic Problems -Theory, Numerics and Applications-(Proceedings of 10th International Conference in Osaka September 2004)*, pages 231-238. Yokohama Publishers, 2006.
- 3) H. Aiso, M. Abouziarov and T. Takahashi. Machinery of Numerical Instability in Conservative Difference Approximations for Compressible Euler Equations. In S. Nishibata, editor, *Mathematical Analysis in Fluid and Gas Dynamics*, pages 178-191. Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University, 2003.
- 4) J. Quirk. A contribution to the great Riemann solver debate. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 18:555-574, 1994.
- 5) A. Majda and J. Ralston. Discrete Shock Profiles for Systems of Conservation Laws. *Comm. Pure Appl. Math.*, 32:445-482, 1979.
- 6) J.-Ch. Robinet, J. Gressier, G. Casalis, and J.-M. Moschetta. Shock Wave Instability and Carbuncle Phenomenon: same intrinsic origin? *J. Fluid Mechanics*, 417:237-263, 2000.
- 7) Roe, P.L. Affordable, Entropy-consistent, Flux Functions. *Abstract of Eleventh International Conference on Hyperbolic Problems, Theory, Numerics, Applications*, July 2006.
- 8) J. Smoller. *Shock waves and reaction-diffusion equations*. Springer-Verlag, New York, 1982.
- 9) 花輪知幸 三上隼人 松本倫明. 次期流体力学方程式の特性速度を利用した carbuncle 不安定の回避法. 第 20 回流体力学シンポジウム講演要旨集, 261-261. 2006.

# 構造メッシュ差分法における任意渦度の流れ場の生成

<sup>1)</sup> 名古屋靖一郎, <sup>2)</sup> 高橋匡康, <sup>2)</sup> 相曽秀昭, <sup>2)</sup> 岸恭子

1) (株) アーク情報システム, 2) 宇宙航空研究開発機構

## Generation of Flow Field with Arbitrarily Given Vorticity for Finite Difference Method on Structured Mesh

by

<sup>1)</sup>Seiichiro Naoyga, <sup>2)</sup>Tadayasu Takahashi, <sup>2)</sup>Hideaki Aiso, and <sup>2)</sup>Kyoko Kishi

1) Ark Information Systems, Inc. 2) Japan Aerospace Exploration Agency

### ABSTRACT

We propose a technique to generate flow field with arbitrarily given vorticity for finite difference method on the staggered structured mesh, and it is based on the conjugate gradient method defined on the structured mesh naturally. Since the linear system of rotation operator is degenerate, the matrix is ill-condition. For the pre-condition of conjugate gradient method, the Balancing Domain Decomposition method is employed. Since the subspace of the kernel of rotation, i.e. balancing space, is known as the scalar potential velocity field, we solve the discretized Poisson-like equation with the Shur complement to eliminate the degenerate components.

### 1. はじめに

構造メッシュ上において、スタガード流速場の差分法を用い、任意の渦度場を与えた場合の流れ場を生成する手法について述べる。つまり、ベクトルポテンシャルを求めることに想定するが、構造メッシュ上の共役勾配法を定義し、自然な計算アルゴリズムを提案する。共役勾配法は行列ソルバーとして知られているが、ここでは、その概念を抽象化した有限次元 Hilbert 空間上の手法へと拡張し、構造メッシュ差分法に沿った有限次元 Hilbert 空間を定義することにより、任意渦度場を持つ流れ場を計算する。

本講演で提案する回転作用素を近似する差分法は、FDTD 法 (cf. [1, 2]) と同様のもので、スタガードメッシュ差分法であり、双対メッシュ上に離散化される。有限体積法から自然に決まる内積を定義し、双対メッシュに沿って、2つの有限次元 Hilbert 空間を導入し、その Hilbert 空間上での共役勾配法を適用することで、任意渦度流れ場再現問題を解く。

回転作用素から導かれる連立一次方程式の係数行列には退化があり、大規模問題においては、悪条件になり、前処理が必要である。領域分割法を適用し、小規模の問題に帰着させ、Neumann-Neumann 前処理における不能問題を不定問題に帰着させる BDD 法 (cf. [4]) を適用する。BDD 法においては、退化モードが既知であることが必要であるが、部分空間の性質により、スカラーポテンシャルである。

### 2. 有限次元 Hilbert 空間上の共役勾配法

有限次元 Hilbert 空間  $H$  を考え、内積を  $(\cdot, \cdot)_H$  と書くことにする。その上での線形作用素  $A: H \rightarrow H$  を考える。ただし、定義域  $D(A) = H$  とし、対称性：

$$(Au, v)_H = (u, Av)_H, \quad \forall u, v \in H \quad (1)$$

と、半正定値性：

$$(Av, v)_H \geq 0, \quad \forall v \in H \quad (2)$$

を満足するものとする。 $A$  の値域の集合を  $\text{Im}(A)$  と書き、核を  $\text{Ker}(A) \equiv \{u \in H : Au = 0\}$  と書くことにする。このとき、 $H$  が有限次元なので、(1), (2) が成立するとき、

$b \in \text{Im}(A)$  ととり、未知変数  $x \in H$  についての問題に共役勾配法 (CG=Conjugate Gradient 法) が適用できる。

$$Ax = b \quad (3)$$

そこで、(1), (2) が成立するような枠組ができれば、その抽象化された有限次元 Hilbert 空間上での CG 法が適用できることが、本論文の基本的なアイデアである。

特に、2つの Hilbert 空間  $H, V$  があり、線形作用素  $R: H \rightarrow V$  が定義されていて、次式を満足する共役作用素  $R^*: V \rightarrow H$  が存在するときを考える。

$$(Ru, v)_V = (u, R^*v)_H, \quad \forall u \in H, \forall v \in V. \quad (4)$$

このとき、作用素  $R^*R: H \rightarrow H$  を考えると、自然に、(1), (2) 式が成立する。そこで、(4) 式が成立するような枠組を構成することを考える。

### 3. 無計量差分法

Bossavit (cf. [1, 3]) は、チェインと微分形式を用いて、勾配作用素、回転作用素、発散作用素の離散化式として、無計量な差分法を定式化している。ここで、無計量の意味は、メッシュ幅による割り算のない形の差分法である。

基本的な原理は、次の Stokes の定理である。

$$\int_{\Omega} d\omega = \int_{\partial\Omega} \omega \quad (5)$$

と書ける。 $d$  は外微分であり、 $\partial$  は境界作用素である。積分量を考え、空間をチェインと呼ばれる幾何学的対象に分解することで、微分作用素を近似する。その際、重ならない複数の積分領域上の積分値は、各積分領域上の積分値の和で書けるというのが基本原理である。具体例を示そう。

(5) 式は、積分領域  $\Omega$  の次元によって、表現が変わる。 $\Omega$  が 1 次元チェイン  $l$  ならば、 $\partial l$  は向き付けされたその端点である 0 次元チェイン  $l_{\text{終点}}, l_{\text{始点}}$  であり、

$$\int_l \tau \cdot \text{grad} p = \int_{\partial l} p = p(l_{\text{終点}}) - p(l_{\text{始点}}) \quad (6)$$

となる。ここで、 $\tau$  は  $l$  の単位接線ベクトルである。次に、 $\Omega$  が 2 次元チェイン  $S$  ならば、 $\partial S$  は 1 次元チェインで

あり,

$$\int_S \mathbf{n} \cdot \text{rot } \mathbf{u} = \int_{\partial S} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{u} \quad (7)$$

となる. ここで,  $\mathbf{n}$  は  $S$  の単位法線ベクトルである. 最後に,  $\Omega$  が 3 次元チェイン  $V$  ならば,  $\partial V$  は 2 次元チェインであり,

$$\int_V \text{div } \mathbf{v} = \int_{\partial V} \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} \quad (8)$$

となる. ここで,  $\mathbf{n}$  は  $\partial V$  の単位法線ベクトルである. (5) 式は, 積分領域の次元によって, (6), (7), (8) のように, 勾配作用素, 回転作用素, 発散作用素を, それぞれの次元のチェインの特性的な積分をした量として表現している. 特性的な積分とは, 1 次元チェイン上の積分は, その単位接線方向ベクトルとの内積の積分, 2 次元チェインでは, その単位法線方向ベクトルとの内積の積分, 3 次元チェインではスカラー関数の積分となっている. そして, それぞれの右辺は, 1 次元下がったチェイン上の特性的な積分となっている. そして, (7), (8) 式のそれぞれの右辺は, 流れ場  $\mathbf{u}$  の循環と, 流れ場  $\mathbf{v}$  の流量を表す.

(6) 式の左辺と (7) 式の右辺は,  $l = \partial S$ ,  $\text{grad } p = \mathbf{u}$  と見れば同じ形をしていて, 流速場  $\mathbf{u} = \text{grad } p$  の循環である. つまり, 2 つのスカラー関数の始点終点での差は,  $\text{grad}$  という微分作用素の循環という積分量になることを意味する. そして, (6) 式の右辺は, 計量情報のない, つまり, 2 点間距離による割り算のない, 符号付きの和である. 同様に, (7) 式の左辺と (8) 式の右辺は,  $S = \partial V$ ,  $\text{rot } \mathbf{u} = \mathbf{v}$  と見れば同じ形をしていて, 流速場  $\mathbf{v} = \text{rot } \mathbf{u}$  の流量である. そして, もし,  $\partial S$  が,  $l_i \cap l_j = \emptyset, i \neq j$  となる 1 次元チェインの集合  $l_1, \dots, l_m$  によって,  $\partial S = \bigcup_{j=1}^m \bar{l}_j$  と書けるなら, 積分の加法性から,

$$\int_{\partial S} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{u} = \sum_{j=1}^m (-1)^{s_j} \int_{l_j} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{u} \quad (9)$$

ここで,  $s_j = 0, 1$  は, 1 次元チェイン  $l_j$  と  $\partial S$  の積分の向きが一致するとき,  $s_j = 0$  とし, 異なるとき,  $s_j = 1$  とする. (7), (9) 式より, ベクトル場  $\mathbf{u}$  の 1 次元の境界での循環の和をとると,  $\mathbf{u}$  に回転作用素を施したベクトル場の流量になることが分かる. 以上より, 境界チェインの分割により, 回転作用素を近似する離散化式が得られることになる. ただし, その量は,  $\mathbf{u}$  に回転作用素を施した関数の流量となっている. (8) 式も同様であり, 境界  $\partial V$  を重ならない領域分割することで, 各面の流量の和として, 発散作用素の積分量の離散式を作ることができる.

流量と循環という物理量を導入し, 相互の変換として, Hodge 作用素 (スター作用素とも呼ばれる) を導入することで,  $\text{grad}$ ,  $\text{rot}$ ,  $\text{div}$  を近似する無計量な差分法を構築できる. 例えば, Poisson 方程式

$$-\text{div grad } p = f$$

を構造メッシュの差分法で離散化する場合,

$$\begin{pmatrix} U_{i-\frac{1}{2},j,k} \\ V_{i,j-\frac{1}{2},k} \\ W_{i,j,k-\frac{1}{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{i,j,k} - p_{i-1,j,k} \\ p_{i,j,k} - p_{i,j-1,k} \\ p_{i,j,k} - p_{i,j,k-1} \end{pmatrix} \quad (10)$$

は循環の次元を持っているので, 流量に Hodge 作用素を施し,

$$\begin{pmatrix} \bar{U}_{i-\frac{1}{2},j,k} \\ \bar{V}_{i,j-\frac{1}{2},k} \\ \bar{W}_{i,j,k-\frac{1}{2}} \end{pmatrix} = * \begin{pmatrix} U_{i-\frac{1}{2},j,k} \\ V_{i,j-\frac{1}{2},k} \\ W_{i,j,k-\frac{1}{2}} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} U_{i-\frac{1}{2},j,k} \Delta y_j \Delta z_k / \Delta x_{i-\frac{1}{2}} \\ V_{i,j-\frac{1}{2},k} \Delta z_k \Delta x_i / \Delta y_{j-\frac{1}{2}} \\ W_{i,j,k-\frac{1}{2}} \Delta x_i \Delta y_j / \Delta z_{k-\frac{1}{2}} \end{pmatrix}$$

とすればよい. ここで, Hodge 作用素は  $*$  で表す. 発散の積分量は,

$$\bar{U}_{i+\frac{1}{2},j,k} - \bar{U}_{i-\frac{1}{2},j,k} + \bar{V}_{i,j+\frac{1}{2},k} - \bar{V}_{i,j-\frac{1}{2},k} + \bar{W}_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \bar{W}_{i,j,k-\frac{1}{2}} \quad (11)$$

と計算すればよい. これは, Poisson 方程式に, 通常の 2 次中心差分公式を適用した離散化に一致する. 計量つまりメッシュ幅等の情報の管理は, すべて, Hodge 作用素に負わせて, 差分式 (10), (11) は, 無計量であることに注意しよう. 次節では, 回転作用素について, 具体的な定式化をする.

#### 4. 回転作用素と双対スタガードメッシュ差分法

3 節での原理を使って, 回転作用素の離散化を考える. そのために, 双対スタガードメッシュを導入する. 次の流速の線形空間として, 各流速成分の自由度分の実数の直積空間を考える.

$$V \equiv \left\{ \mathbf{u} = \begin{pmatrix} (u_{i-\frac{1}{2},j,k})_{\substack{0 \leq i \leq L+1 \\ 0 \leq j \leq M \\ 0 \leq k \leq N}} \\ (v_{i,j-\frac{1}{2},k})_{\substack{0 \leq i \leq L \\ 0 \leq j \leq M+1 \\ 0 \leq k \leq N}} \\ (w_{i,j,k-\frac{1}{2}})_{\substack{0 \leq i \leq L \\ 0 \leq j \leq M \\ 0 \leq k \leq N+1}} \end{pmatrix} \right\},$$

$$V^* \equiv \left\{ \mathbf{u}^* = \begin{pmatrix} (u_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^*)_{\substack{0 \leq i \leq L \\ 0 \leq j \leq M+1 \\ 0 \leq k \leq N+1}} \\ (v_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^*)_{\substack{0 \leq i \leq L+1 \\ 0 \leq j \leq M \\ 0 \leq k \leq N+1}} \\ (w_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^*)_{\substack{0 \leq i \leq L+1 \\ 0 \leq j \leq M+1 \\ 0 \leq k \leq N}} \end{pmatrix} \right\}$$

流量を大文字に上線で書き, 循環を大文字で書くことにする. 例えば, 流量

$$\begin{aligned} \bar{U}_{i-\frac{1}{2},j,k} &= \Delta y_j \Delta z_k u_{i-\frac{1}{2},j,k} \\ \bar{V}_{i-\frac{1}{2},j,k} &= \Delta z_k \Delta x_i v_{i,j-\frac{1}{2},k} \\ \bar{W}_{i-\frac{1}{2},j,k} &= \Delta x_i \Delta y_j w_{i,j,k-\frac{1}{2}} \\ \bar{U}_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^* &= \Delta y_{j-\frac{1}{2}} \Delta z_{k-\frac{1}{2}} u_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^* \\ \bar{V}_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^* &= \Delta z_{k-\frac{1}{2}} \Delta x_{i-\frac{1}{2}} v_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^* \\ \bar{W}_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^* &= \Delta x_{i-\frac{1}{2}} \Delta y_{j-\frac{1}{2}} w_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^* \end{aligned}$$

と循環

$$\begin{aligned} U_{i-\frac{1}{2},j,k} &= \Delta x_{i-\frac{1}{2}} u_{i-\frac{1}{2},j,k} \\ V_{i,j-\frac{1}{2},k} &= \Delta y_{j-\frac{1}{2}} v_{i,j-\frac{1}{2},k} \\ W_{i,j,k-\frac{1}{2}} &= \Delta z_{k-\frac{1}{2}} w_{i,j,k-\frac{1}{2}} \\ U_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^* &= \Delta x_i u_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^* \\ V_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^* &= \Delta y_j v_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^* \\ W_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^* &= \Delta z_k w_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^* \end{aligned}$$

である。回転作用素  $R: V \rightarrow V^*$ ,  $R_*: V^* \rightarrow V$  であり、次のように定義する。  $\mathbf{u}^* = R\mathbf{u}$  ならば、  $\mathbf{u}^*$  の流量  $\overline{\mathbf{U}}^*$  と  $\mathbf{u}$  の循環  $\mathbf{U}$  は、次の関係式を満たす。

$$\begin{aligned}\overline{\mathbf{U}}_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^* &= W_{i,j,k-\frac{1}{2}} - W_{i,j-1,k-\frac{1}{2}} \\ &\quad - V_{i,j-\frac{1}{2},k} + V_{i,j-\frac{1}{2},k-1} \\ \overline{\mathbf{V}}_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^* &= U_{i-\frac{1}{2},j,k} - U_{i-\frac{1}{2},j,k-1} \\ &\quad - W_{i,j,k-\frac{1}{2}} + W_{i-1,j,k-\frac{1}{2}} \\ \overline{\mathbf{W}}_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^* &= V_{i,j-\frac{1}{2},k} - V_{i-1,j-\frac{1}{2},k} \\ &\quad - U_{i-\frac{1}{2},j,k} + U_{i-\frac{1}{2},j-1,k}\end{aligned}$$

この式を 次の量を使って、  $\overline{\mathbf{U}}^* = R\mathbf{U}$  と簡略化して書くことにする。

$$\overline{\mathbf{U}}^* = \begin{pmatrix} (\overline{\mathbf{U}}_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^*) \\ (\overline{\mathbf{V}}_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^*) \\ (\overline{\mathbf{W}}_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^*) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{U} = \begin{pmatrix} (U_{i-\frac{1}{2},j,k}) \\ (V_{i,j-\frac{1}{2},k}) \\ (W_{i,j,k-\frac{1}{2}}) \end{pmatrix}.$$

$\mathbf{u} = R_*\mathbf{u}^*$  ならば、  $\mathbf{u}$  の流量  $\overline{\mathbf{U}}$  と  $\mathbf{u}^*$  の循環  $\mathbf{U}^*$  は、次の関係式を満たす。

$$\begin{aligned}\overline{\mathbf{U}}_{i-\frac{1}{2},j,k} &= W_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^* - W_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^* \\ &\quad - V_{i-\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^* + V_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^* \\ \overline{\mathbf{V}}_{i,j-\frac{1}{2},k} &= U_{i,j-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^* - U_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^* \\ &\quad - W_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^* + W_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^* \\ \overline{\mathbf{W}}_{i,j,k-\frac{1}{2}} &= V_{i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^* - V_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^* \\ &\quad - U_{i,j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^* + U_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^*\end{aligned}$$

この式を  $\overline{\mathbf{U}} = R_*\mathbf{U}^*$  と簡略化して書くことにする。

$$\overline{\mathbf{U}} = \begin{pmatrix} (\overline{\mathbf{U}}_{i-\frac{1}{2},j,k}) \\ (\overline{\mathbf{V}}_{i,j-\frac{1}{2},k}) \\ (\overline{\mathbf{W}}_{i,j,k-\frac{1}{2}}) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{U}^* = \begin{pmatrix} (U_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^*) \\ (V_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^*) \\ (W_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^*) \end{pmatrix}.$$

ただし、これらの量を計算するとき、未定義の値が出るが、それらはすべて 0 として定義する。このとき、  $\mathbf{u} \in V$  については、

$$\mathbf{n} \times \mathbf{u} = 0$$

という境界条件を課していることになり、  $\mathbf{u}^* \in V^*$  については、

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}^* = 0$$

という境界条件が対応する。

$V$ ,  $V^*$  に有限体積法から自然に決まる  $L^2$  内積を定義

する。  $V$  内積のみを書くと、  $\forall \mathbf{u}^1, \mathbf{u}^2 \in V$

$$\begin{aligned}(\mathbf{u}^1, \mathbf{u}^2)_V &= \sum_{i=0}^{L+1} \sum_{j=0}^M \sum_{k=0}^N u_{i-\frac{1}{2},j,k}^1 u_{i-\frac{1}{2},j,k}^2 \Delta x_{i-\frac{1}{2}} \Delta y_j \Delta z_k \\ &\quad + \sum_{i=0}^L \sum_{j=0}^{M+1} \sum_{k=0}^N v_{i,j-\frac{1}{2},k}^1 v_{i,j-\frac{1}{2},k}^2 \Delta x_i \Delta y_{j-\frac{1}{2}} \Delta z_k \\ &\quad + \sum_{i=0}^L \sum_{j=0}^M \sum_{k=0}^{N+1} w_{i,j,k-\frac{1}{2}}^1 w_{i,j,k-\frac{1}{2}}^2 \Delta x_i \Delta y_j \Delta z_{k-\frac{1}{2}} \\ &= \sum_{i=0}^{L+1} \sum_{j=0}^M \sum_{k=0}^N \overline{\mathbf{U}}_{i-\frac{1}{2},j,k}^1 \overline{\mathbf{U}}_{i-\frac{1}{2},j,k}^2 \\ &\quad + \sum_{i=0}^L \sum_{j=0}^{M+1} \sum_{k=0}^N \overline{\mathbf{V}}_{i,j-\frac{1}{2},k}^1 \overline{\mathbf{V}}_{i,j-\frac{1}{2},k}^2 \\ &\quad + \sum_{i=0}^L \sum_{j=0}^M \sum_{k=0}^{N+1} \overline{\mathbf{W}}_{i,j,k-\frac{1}{2}}^1 \overline{\mathbf{W}}_{i,j,k-\frac{1}{2}}^2 \\ &= (\overline{\mathbf{U}}^1, \overline{\mathbf{U}}^2), \\ (\mathbf{u}^{1*}, \mathbf{u}^{2*})_{V^*} &= \sum_{i=0}^L \sum_{j=0}^{M+1} \sum_{k=0}^{N+1} u_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{1*} u_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{2*} \Delta x_i \Delta y_{j-\frac{1}{2}} \Delta z_{k-\frac{1}{2}} \\ &\quad + \sum_{i=0}^{L+1} \sum_{j=0}^M \sum_{k=0}^{N+1} v_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{1*} v_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{2*} \Delta x_{i-\frac{1}{2}} \Delta y_j \Delta z_{k-\frac{1}{2}} \\ &\quad + \sum_{i=0}^{L+1} \sum_{j=0}^{M+1} \sum_{k=0}^N w_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{1*} w_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{2*} \Delta x_{i-\frac{1}{2}} \Delta y_{j-\frac{1}{2}} \Delta z_k \\ &= \sum_{i=0}^L \sum_{j=0}^M \sum_{k=0}^{N+1} \overline{\mathbf{U}}_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{1*} \overline{\mathbf{U}}_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{2*} \\ &\quad + \sum_{i=0}^{L+1} \sum_{j=0}^M \sum_{k=0}^{N+1} \overline{\mathbf{V}}_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{1*} \overline{\mathbf{V}}_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{2*} \\ &\quad + \sum_{i=0}^{L+1} \sum_{j=0}^{M+1} \sum_{k=0}^N \overline{\mathbf{W}}_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{1*} \overline{\mathbf{W}}_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{2*} \\ &= (\overline{\mathbf{U}}^{1*}, \overline{\mathbf{U}}^{2*}).\end{aligned}$$

循環と流量を組み合わせると、内積も無計量になる。ここで、  $p = 1, 2$  として、

$$\begin{aligned}\mathbf{U}^p &= \begin{pmatrix} (U_{i-\frac{1}{2},j,k}^p) \\ (V_{i,j-\frac{1}{2},k}^p) \\ (W_{i,j,k-\frac{1}{2}}^p) \end{pmatrix}, \quad \overline{\mathbf{U}}^p = \begin{pmatrix} (\overline{\mathbf{U}}_{i-\frac{1}{2},j,k}^p) \\ (\overline{\mathbf{V}}_{i,j-\frac{1}{2},k}^p) \\ (\overline{\mathbf{W}}_{i,j,k-\frac{1}{2}}^p) \end{pmatrix}, \\ \mathbf{U}^{p*} &= \begin{pmatrix} (U_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{p*}) \\ (V_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{p*}) \\ (W_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{p*}) \end{pmatrix}, \quad \overline{\mathbf{U}}^{p*} = \begin{pmatrix} (\overline{\mathbf{U}}_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{p*}) \\ (\overline{\mathbf{V}}_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{p*}) \\ (\overline{\mathbf{W}}_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{p*}) \end{pmatrix}\end{aligned}$$

と書き、無計量の内積を  $(\cdot, \cdot)$  で書いた。

**定理 1** 次の部分積分公式が成り立つ。

$$(R\mathbf{u}, \mathbf{u}^*)_{V^*} = (\mathbf{u}, R_*\mathbf{u}^*)_V, \quad \forall \mathbf{u} \in V, \quad \forall \mathbf{u}^* \in V^*.$$

**定理 2** 任意に与えられた  $\mathbf{j}_0 \in V^*$  について、線形方程式

$$R_*R\mathbf{u} = R_*\mathbf{j}_0 \quad (12)$$

の解  $\mathbf{u} \in \text{Im}(R_*)$  を求める問題と

$$\min_{\mathbf{u} \in \text{Im}(R_*)} \|\mathbf{R}\mathbf{u} - \mathbf{j}_0\|_{V^*}$$

は同値である。また、この問題は一意可解である。ここで、 $\text{Im}(R_*)$  は作用素  $R_*$  の値域を表す。

問題 (12) の線形作用素  $R_*R: V \rightarrow V$  は、定理 1 より条件 (4) を満足するので、2 節での CG 法を適用できる。

## 5. 部分空間の性質

スカラー量を近似する線形空間として、

$$Q = \left\{ q = (q_{i,j,k}) \begin{array}{l} 0 \leq i \leq L \\ 0 \leq j \leq M \\ 0 \leq k \leq N \end{array} \right\}$$

を考え、発散作用素として、 $D: V \rightarrow Q$  として、 $p = Du$  となるとき、 $p$  の体積積分量  $P_{i,j,k} = \Delta x_i \Delta y_j \Delta z_k p_{i,j,k}$  をとれば、

$$P_{i,j,k} = \bar{U}_{i+\frac{1}{2},j,k} - \bar{U}_{i-\frac{1}{2},j,k} + \bar{V}_{i,j+\frac{1}{2},k} - \bar{V}_{i,j-\frac{1}{2},k} \\ + \bar{W}_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \bar{W}_{i,j,k-\frac{1}{2}}$$

また、勾配作用素  $G: Q \rightarrow V$  は、 $\mathbf{u} = Gp$  は、循環  $U$  を用いて、(10) 式を満たす。

双対メッシュについても同様に、

$$Q^* = \left\{ q^* = (q_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^*) \begin{array}{l} 0 \leq i \leq L+1 \\ 0 \leq j \leq M+1 \\ 0 \leq k \leq N+1 \end{array} \right\}$$

を定義し、 $D_*: V^* \rightarrow Q^*$  として、 $p^* = Du^*$  なら、 $P_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^* = \Delta x_{i-\frac{1}{2}} \Delta y_{j-\frac{1}{2}} \Delta z_{k-\frac{1}{2}} p_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^*$  として、

$$P_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^* = \bar{U}_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^* - \bar{U}_{i-1,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^* \\ + \bar{V}_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^* - \bar{V}_{i-\frac{1}{2},j-1,k-\frac{1}{2}}^* \\ + \bar{W}_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^* - \bar{W}_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k-1}^*$$

となり、勾配作用素  $G_*: Q^* \rightarrow V^*$  は、 $\mathbf{u}^* = G_*p^*$  ならば、循環  $U^*$  を用いて、

$$\begin{pmatrix} U_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^* \\ V_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^* \\ W_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^* \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} p_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^* - p_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^* \\ p_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^* - p_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^* \\ p_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^* - p_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^* \end{pmatrix}$$

以上のような線形作用素を定義すると、次のような直交直和分解が成り立つ。

$$\begin{aligned} Q &= \text{Ker}(G) \oplus \text{Im}(D), \\ V &= \text{Ker}(D) \oplus \text{Im}(G) \\ &= \text{Ker}(R) \oplus \text{Im}(R_*), \\ Q^* &= \text{Ker}(G_*) \oplus \text{Im}(D_*), \\ V^* &= \text{Ker}(D_*) \oplus \text{Im}(G_*) \\ &= \text{Ker}(R_*) \oplus \text{Im}(R). \end{aligned}$$

作用素の性質として、

$$\begin{aligned} DR_* &= 0 \\ RG &= 0 \\ D_*R &= 0 \\ R_*G_* &= 0 \end{aligned}$$

が自然に成り立つので、

$$\begin{aligned} \text{Ker}(D) &\supset \text{Im}(R_*) \\ \text{Im}(G) &\subset \text{Ker}(R) \\ \text{Ker}(D_*) &\supset \text{Im}(R) \\ \text{Im}(G_*) &\subset \text{Ker}(R_*) \end{aligned}$$

が成立する。そして、特に、Betti 数 (cf. [3]) が 0 であるとき、

$$\begin{aligned} \text{Ker}(D) &= \text{Im}(R_*) \\ \text{Im}(G) &= \text{Ker}(R) \\ \text{Ker}(D_*) &= \text{Im}(R) \\ \text{Im}(G_*) &= \text{Ker}(R_*) \end{aligned}$$

となる。今は、穴のない直方体領域を考えているので、Betti 数は 0 である。ソレノイダル空間  $\text{Ker}(D)$  は、ベクトルポテンシャル  $\text{Im}(R_*)$  に一致する。渦無し  $\text{Ker}(R)$  は、スカラーポテンシャル  $\text{Im}(G)$  に一致する。

以上のような部分空間の性質より、与えられたベクトル場  $\mathbf{j}_0 \in V^*$  に対して、 $\mathbf{u} \in V$  を未知ベクトルにする方程式

$$\mathbf{R}\mathbf{u} = \mathbf{j}_0 \quad (13)$$

が可解であるためには、 $\mathbf{j}_0 \in \text{Im}(R) = \text{Ker}(D_*)$  でなければならないことが分かる。 $\mathbf{j}_0 \notin \text{Im}(R)$  であるとき、(13) は可解ではないが、定理 2 の問題のように、残差  $\mathbf{j}_0 - \mathbf{R}\mathbf{u}$  のノルムを最小にする解は、方程式 (12) を満足することが分かり、前述のように、構造メッシュに自然に導入した  $V$  内積の意味での CG 法を適用できる。

## 6. 正則化

(13) 式の方程式に対して、定理 2 より、 $\mathbf{u} \in \text{Im}(R_*)$  のとき、一意可解になる。そこで、 $\mathbf{u} = R_*\mathbf{v}$  を満足する  $\mathbf{v}$  を求める問題を考える。つまり、

$$\mathbf{R}\mathbf{R}_*\mathbf{v} = \mathbf{j}_0 \quad (14)$$

の形の連立一次方程式を解く。作用素  $\mathbf{R}\mathbf{R}_*$  は退化している。そこで、正則化を考える。

有限要素法分野では、補木による正則化が知られている (cf. [1, 3])。本論文でのスタガードメッシュ差分法においても、同様のことができる。それを説明するために、有向ネットワークの概念を導入する。 $Q^*, V^*$  の空間格子系に図 1 に示す有向ネットワークを定義する。空間  $Q^*$  の元をネットワークの節点とし、辺上に  $V^*$  の元を配置する。



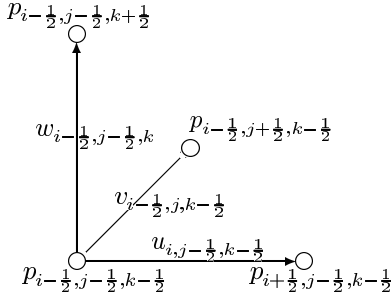
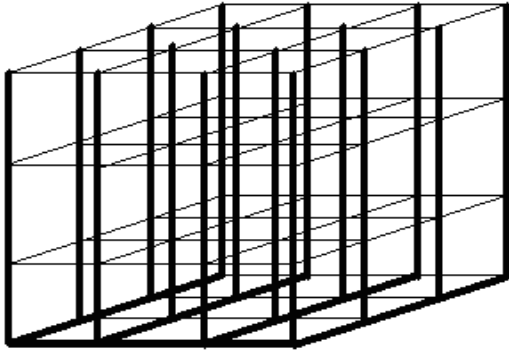


図 1 スタガード格子の有向ネットワーク

このようなネットワークに、木の概念を導入する。木とは、閉路を持たないネットワークと定義する。閉路とは、ある節点から始まり、辺をたどるとその節点に戻るようなネットワークと定義する。ネットワークの部分ネットワークとは、そのネットワークの部分集合であると定義する。ネットワークの極大部分木とは、1つでも辺を追加すると、閉路ができてしまうような部分ネットワークであり、節点の集合は元のネットワークと一致するようなものと定義する。連結なネットワークにおいては、木の性質から極大部分木の辺の数は、節点数から1引いたものになる。補木とは、極大部分木を除いた残りのネットワークと定義する。自由度を補木に限定すると、連立一次方程式 (14) は正則になる。図 2 に極大部分木の例を示す。



このような自由度を制限するような処理を行うために、計算フラッグを導入する。作用素  $R$  を施すとき、その結果に対して、次の計算フラッグを乗じることで正則化の処理ができる。

$$f_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}} = \begin{cases} 1, & u_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}} \text{ に対応する辺が補木,} \\ 0, & \text{その他.} \end{cases}$$

$$f_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}} = \begin{cases} 1, & v_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}} \text{ に対応する辺が補木,} \\ 0, & \text{その他.} \end{cases}$$

$$f_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k} = \begin{cases} 1, & w_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k} \text{ に対応する辺が補木,} \\ 0, & \text{その他.} \end{cases}$$

## 7. 静磁場問題に対する構造メッシュCG法

(13) 式を解く問題は、ベクトルポテンシャルを求める問

題であり、

$$\text{rot rot } \mathbf{u} = \text{grad div } \mathbf{u} - \text{div grad } \mathbf{u}$$

の公式と  $\text{div } \mathbf{u} = 0$  の制約条件を課せば、Poisson 方程式を解く問題に帰着される。次の静磁場問題 (cf. [1, 3]) においては、透磁率  $\mu(\mathbf{x})$  が空間分布をもつ場合には、そのような簡単な定式化はできない。  $\text{div } \mathbf{j}_0 = 0$  を満足する強制電流  $\mathbf{j}_0$  について、次を満足する磁場  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  と、磁束密度  $\mathbf{b}(\mathbf{x})$  を求める問題が静磁場問題である。

$$\begin{cases} \text{rot } \mathbf{u} = \mathbf{j}_0, & \text{in } \Omega, \\ \text{div } \mathbf{b} = 0, & \text{in } \Omega, \\ \mathbf{b} = \mu \mathbf{u}, & \text{in } \Omega, \\ \mathbf{n} \times \mathbf{u} = 0, & \text{on } \partial\Omega. \end{cases}$$

本論文の提案する構造メッシュに沿った CG 法においては、透磁率  $\mu(\mathbf{x})$  が空間分布を持つ場合においても、作用素の対称性 (1) を崩さない。

この問題は、4 節の離散化により、  $\mathbf{j}_0^* \in \text{Ker}(D_*) \subset V^*$  に対して、

$$R\nu R_* \mathbf{a}^* = \mathbf{j}_0^*, \quad \nu = \mu^{-1}$$

を満足する  $\mathbf{a}^* \in V^*$  を求める問題に帰着される。  $\mathbf{A}_k^*$  を、CG 法の  $k$  回反復後の解  $\mathbf{a}_k^*$  の循環、  $\mathbf{P}_k^*$ ,  $\mathbf{R}_k^*$  をそれぞれ CG 法の探索方向ベクトルの循環、残差ベクトルの流量とし、Hodge 作用素  $*$  は流量を循環に変換するとし、CG 法の 1 回の反復計算を書けば以下のようなになる。

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{U}}_k &:= R_* \mathbf{P}_k^* \\ \mathbf{U}_k &:= * \nu \bar{\mathbf{U}}_k \\ \bar{\mathbf{U}}_k^* &:= R \mathbf{U}_k \\ \gamma_k &:= (\bar{\mathbf{U}}_k^*, \mathbf{P}_k^*) \\ \alpha_k &:= \sigma_k / \gamma_k \\ \mathbf{A}_{k+1}^* &:= \mathbf{A}_k^* + \alpha_k \mathbf{P}_k^* \\ \bar{\mathbf{R}}_{k+1}^* &:= \bar{\mathbf{R}}_k^* - \alpha_k \bar{\mathbf{U}}_k^* \\ \mathbf{R}_{k+1} &:= * \bar{\mathbf{R}}_{k+1}^* \\ \sigma_{k+1} &:= (\bar{\mathbf{R}}_{k+1}^*, \mathbf{R}_{k+1}^*) \\ \beta_k &:= \sigma_{k+1} / \sigma_k \\ \mathbf{P}_{k+1}^* &:= \mathbf{R}_{k+1}^* + \beta_k \mathbf{P}_k^* \end{aligned}$$

$R, R_*$  を施す部分は、4 節での構造メッシュに沿った代入計算として書けるので、この算法を構造メッシュ CG 法と呼ぶことにする。  $R, R_*$  を施す部分や内積は、すべて無計量になっていることに注意しよう。計量処理は Hodge 作用素が行う。

## 8. BDD 法

(14) 式の方程式には、前述の通り退化があり、悪条件の問題であり、大規模になると CG 法が収束しない可能性がある。そこで、論文 [4] の BDD 法の適用を行った。BDD 法は、領域分割法の一つで、大規模な問題を分割し、小さな問題に帰着させ、並列計算させる手法であり、並列計算機の登場とともに注目されている。

BDD 法では、全領域  $\Omega$  を小領域  $\Omega_i, i = 1, \dots, m$  に分割し、内部自由度と、隣接する領域を繋ぐ接続境界自由度に分け、内部自由度を消去した Shur 補元に対する CG 法に帰着させる。そして、前処理として、Neumann-Neumann 前処理を行うが、Neumann-Neumann 前処理の作用素には退化があるので、バランシングと呼ばれる係数ベクトル

の可解化を行う。変位を自由度とする構造解析の分野では、剛体運動モードであり (cf. [5])、Poisson 方程式においては定数モードを除去して、可解化をする。(14) 式についてのバランシングを行うためには、(14) 式の各領域  $i$  毎の Shur 補元  $S_i$  についての核を求めなければならないが、(14) は回転作用素  $R_{*,i}$  が施されるため、それは境界自由度における  $G_{*,i}$  の値域になり、Shur 補元をはさんだ形の Poisson 方程式を解くことになる。ここで、 $R_{*,i}$ 、 $G_{*,i}$  は分割領域  $i$  の作用素を表す。

## 9. 数値実験

### (1) 正則化の検証

$L = M = N = 7$  として、7 節での構造メッシュ CG 法の数値実験を試みた。適合条件とは、 $D_* \mathbf{j}_0^* = 0$  を満足することと定義する。また、正則化とは 6 節での補元による正則化を行うこととする。適合条件を満足するかしないか、正則化をするかしないかによって、4 通りの場合の数値実験を試みた。CG 法の収束判定は残差の最大値ノルムが  $10^{-10}$  以下になることとし、完全収束とは、流量残差を体積で割った最大値ノルムが倍精度計算で  $10^{-15}$  になることとする。

表 1 CG 法の収束

ケース	適合条件	正則化	反復回数	完全収束
①	×	×	—	×
②	○	×	73	×
③	○	○	478	○
④	×	○	494	○

①のケースでは、CG 法は収束しなかった。①、②のように正則化をしないと完全収束はしなかった。ただ、最も速い収束は、②のケースであった。これは、有限要素法においても起こることが知られている (cf. [1])。図 3, 4, 5 にそれぞれケース②、③、④のベクトル図を示す。④は適合条件を満足しないので、物理的に無意味な解になっている。

### (2) 領域分割法

$L = M = N = 19$  として、立方体の  $x$ ,  $y$ ,  $z$  方向にそれぞれを 2 等分ずつ 8 等分に分割して、領域分割法を試みた。Shur 補元についての CG 法の反復回数を表 2 に示す。BDD 法の前処理効果が認められる。

表 2 領域分割法の反復回数

手法	反復回数
退化 CG 法	68 回
BDD 法	20 回

## 参考文献

- [1] 五十嵐一, 亀有昭久, 加川幸雄, 西口磯春, A. ポサビ, 新しい計算電磁気学 [基礎と数理], 培風館, 2003.
- [2] Yee, K.S., "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," IEEE Trans., AP-14, 3(1966), 302-307.
- [3] Bossavit, A., Computational Electromagnetism, Academic Press(Boston), 1998.
- [4] Mandel, J., Balancing Domain Decomposition, Communications on Numerical Methods in Engineering 9, 1993, 233-241.

- [5] 塩谷隆二, 金山寛, 田上大助, 荻野正雄, バランシング領域分割法による 3 次元大規模構造解析, 計算工学会論文集 2, , pp. 139-144, 2000, Paper No. 20060004.

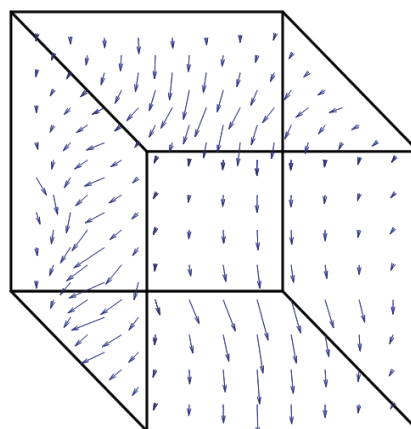


図 3 ケース②の解

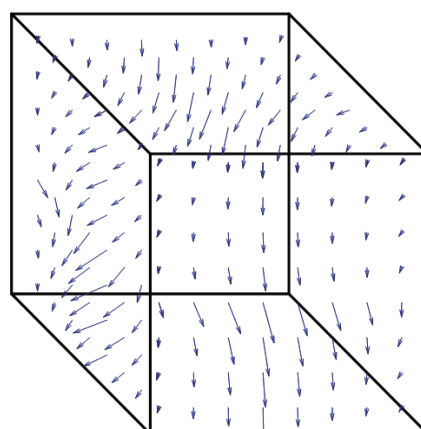


図 4 ケース③の解

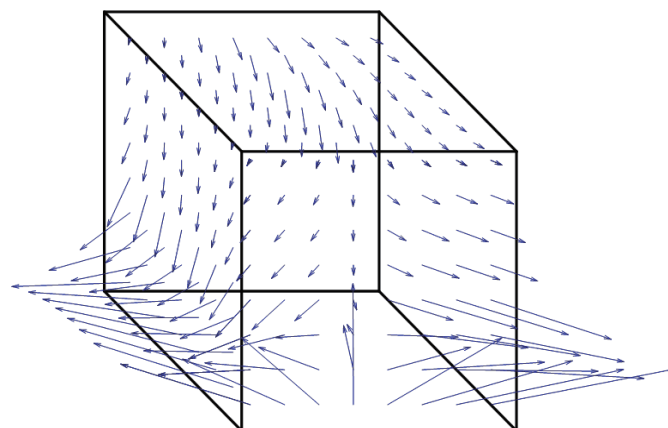


図 5 ケース④の解

# 大規模シミュレーションによる 平行平板間乱流の DNS データベースの構築

○阿部浩幸（宇宙航空研究開発機構），河村洋（東京理科大学）

## Establishment of DNS database in a turbulent channel flow by large-scale simulations

by

Hiroyuki Abe（Japan Aerospace Exploration Agency） and Hiroshi Kawamura（Tokyo University of Science）

### ABSTRACT

In the present study, we establish statistical DNS database in a turbulent channel flow with passive scalar transport at high Reynolds numbers and make the data available at our web site (<http://murasun.me.noda.tus.ac.jp/turbulence/>). The established database is reported together with the implementation of large-scale simulations, representative DNS results and results on turbulence model testing using the DNS data.

### 1. 緒言

近年，計算機性能の向上とともに大型計算機環境の整備が進み，最大で数テラバイト程度の記憶容量を要する大規模数値シミュレーションが実行されるようになった．このうち，乱流の分野では，直接数値シミュレーション(DNS)のアプリケーションにおいて大規模計算が幾つか行われ始めている（例えば，文献1））．

本研究の対象となる平行平板間乱流のDNSは，形状が非常に単純で航空機の翼のような壁面に接する乱流（壁乱流）の基礎的性質を有することから，1987年のKimら<sup>2)</sup>の低レイノルズ数（壁面摩擦速度  $u_\tau$ ，チャンネル半幅  $\delta$  に基づくレイノルズ数で  $Re_\tau = u_\tau \delta / \nu = 180$ ）のDNS以降，数多くの計算が行われている．大規模計算という点では，主として，高レイノルズ数の計算が該当し，我々のグループでも，1997年から宇宙航空研究開発機構(旧航空宇宙技術研究所)の数値シミュレータを駆使してより高いレイノルズ数を目指したDNSを行ってきた．1999年には，ベクトル型計算機であった数値シミュレータII（NWT）を使用し，当時世界最高のレイノルズ数  $Re_\tau = 640$  の計算を約3300万点の格子点数を用いて達成した<sup>3)</sup>．2003年には，スカラー型計算機である数値シミュレータIIIを使用し，この形態で初めて  $Re_\tau$  で  $10^3$  のオーダーのレイノルズ数となる  $Re_\tau = 1020$  の平行平板間乱流の大規模DNSを約14億点の格子点数を用いて達成した<sup>4)</sup>．図1は，この系における大規模DNSのレイノルズ数の変遷を纏めたものである．現在までに計算機のハード性能はムーアの法則を超える勢いで向上しているものの<sup>5)</sup>，DNSにおけるレイノルズ数の上昇は約10倍程度にとどまっている．これは，乱れの最大・最小スケール比が，壁乱流ではレイノルズ数にほぼ比例するため，3次元計算では格子数がレイノルズ数の約3乗に比例することに起因している．実際，図1における直線は3乗に比例する直線であり，これまでの大規模DNSの変遷も概ねこのラインに沿って進んでいる．なお，現在，この系における世界最大のDNSはHoyas & Jiménez<sup>6)</sup>の総格子点数（総フーリエモ

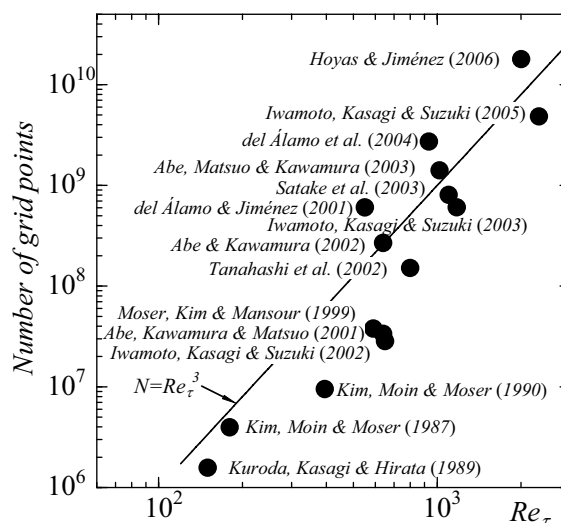


Fig. 1 Development of DNS in a turbulent channel flow.

ード数）として約179億点の計算となっている．

他方，Kimら<sup>2)</sup>のDNSから現在までに約20年間という年月が経過し，当初は乱流現象の解析が主であったDNSの役割は，1) 乱流モデルの開発<sup>7), 8)</sup>，2) 乱流制御技術の開発<sup>9)</sup>，3) 乱流計測技術のキャリブレーション<sup>10), 11)</sup>，などと多岐にわたるようになった．同時に，近年のIT化の流れを受けて乱流統計諸量のDNSデータが，各大学の研究室または研究機関のWEBサイト上で公開され始めている．これにより，世界中の研究者が最新の研究情報を共有することが可能な状態となっている．特に，平行平板間乱流のDNSデータベースは，表1に見るように，近年，世界各国から発信されるようになり，低レイノルズ数から高レイノルズ数まで幅広いレイノルズ数の範囲の情報が利用可能な状況になった．しかし，熱輸送まで含めた高レイノルズ数のDNS

Table 1 Websites of the DNS database in a turbulent channel flow.

Name of websites	URL
DNS database website at the University of Tokyo	<a href="http://www.thtlab.t.u-tokyo.ac.jp/">http://www.thtlab.t.u-tokyo.ac.jp/</a>
DNS database website at Tokyo University of Science	<a href="http://murasun.me.noda.tus.ac.jp/">http://murasun.me.noda.tus.ac.jp/</a>
DNS database website at University of Illinois	<a href="http://www.tam.uiuc.edu/Faculty/Moser/channel">http://www.tam.uiuc.edu/Faculty/Moser/channel</a>
DNS database website at Universidad Politécnica de Madrid	<a href="http://torroja.dmt.upm.es/ftp/channels">http://torroja.dmt.upm.es/ftp/channels</a>
DNS database website at ERCOFTAC	<a href="http://ercoftac.mech.surrey.ac.uk/">http://ercoftac.mech.surrey.ac.uk/</a>
DNS database website at University of Southampton	<a href="http://www.dnsdata.afm.ses.soton.ac.uk/">http://www.dnsdata.afm.ses.soton.ac.uk/</a>

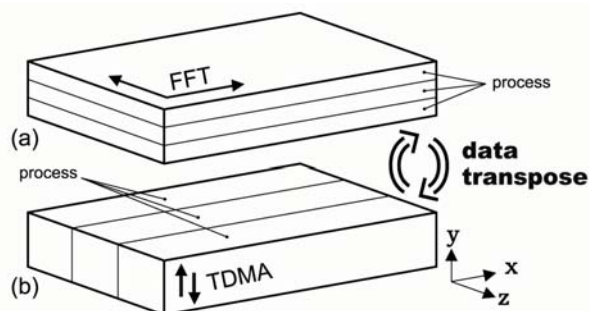


Fig.2 Schematics of domain decomposition for process parallelization: (a) FFT; (b) TDMA.

データベースは未だ公開されていない。この高レイノルズ数の DNS データは、航空宇宙分野の乱流モデルの開発に必要不可欠なものであり、これらのデータベースの構築と公開を行うことにより、航空宇宙分野の CFD 計算の信頼性の向上が期待される。そこで、本研究では、我々のグループで実行してきた Abe ら<sup>4)</sup>の  $Re_\tau=180, 395, 640, 1020$  の平行平板間乱流熱伝達の DNS に対して、基本的な統計量の DNS データベースを構築し、WEB 上において公開を行った。本報では、この DNS データベースの概要を、大規模 DNS の実行方法、代表的な DNS の結果、DNS データを用いた乱流モデル開発の結果とともに報告する。

## 2. 大規模 DNS の実行

流れ場には十分発達した無限に長い平行平板間乱流を想定し、流れは平均圧力勾配により駆動されるものとした。支配方程式には、流れ場には、連続の式、Navier-Stokes 方程式、温度場には、Energy 方程式を用いた。空間的離散化には有限差分法を用いた。計算手法の詳細は、Abe ら<sup>3), 4)</sup>に記した。

本研究の計算プログラムは、使用言語に Fortran 77、並列化言語には XPFortran<sup>12)</sup>を用いた約 20,000 行のプログラムで構成されている。ここで、XPFortran とは並列化言語 VPP Fortran の仕様を包含する並列化言語であり、ディレクティブ挿入型の並列言語である。主として、3 次元 Navier-Stokes 方程式を離散化した 3 重 DO ループの計算から構成

Table 2 Computational performance for the DNS at  $Re_\tau=1020$ .

$Re_\tau$	1020
Number of grid points ( $N_x \times N_y \times N_z$ )	1,409,286,144 (2048 × 448 × 1536)
Number of CPUs	448
Number of processes	56
Number of threads	8
Used memory	819GB
I/O data size	138.2GB
Performance for one process	FFT: 300~400MFLOPS
	TDMA : 90~120MFLOPS
	Others : 800~1000MFLOPS

されている。本計算にて特記する解法は、陰的に扱う必要がある部分に対しては 3 重対角行列の直接解法 (Tri-Diagonal Matrix Algorithm; TDMA) を用い、ポアソン方程式の解法には、計算アルゴリズム上計算量を低減して高速化を図るために、高速フーリエ変換 (Fast Fourier Transformation; FFT) を用いている。

並列化手法には、プロセス並列に XPFortran、スレッド並列に自動並列、一部に OpenMP<sup>13)</sup>のハイブリッド型の手法を用いた。プロセス並列の分割の概略図を図 2 に示す。FFT の計算を含めた通常の並列計算は、壁面に並行な面 (y 軸に垂直な方向) で分割し (図 2(a))、一方、3 重対角行列 (TDMA) の並列計算は、スパン方向 (z 軸に垂直な面) に対して分割を行った (図 2(b))。なお、分割軸の変更には、3 次元データを一括で転置転送させて行った。一方、プロセス並列のオペレーションを施していないループに対しては、自動並列化を施した。さらに、コンパイラで自動並列化されない部分、最内側ループが並列化されて効率が悪い部分等については OpenMP を用いた。

表 2 に Abe ら<sup>4)</sup>の DNS において最も規模の大きな DNS の実行形態と各ルーチンの実行性能 (FLOPS 値) を示す。 $Re_\tau=1020$  の DNS は、全格子点数は約 14 億点、使用メモリは 819GB であり、現在の他の CFD 計算の規模と比較してみても大規模計算に属している。性能に関しては、各ルーチンのプロセス単位の性能が TDMA 以外の各ルーチンで 400MFLOPS を超えており、他の CFD のプログラムと比較しても遜色のない性能を示している<sup>14)</sup>。一方、TDMA のル

Table 3 Cases of our DNS database established in the present study.

Velocity field	Thermal field	
1) $Re_\tau=180$	1) $Re_\tau=180, Pr=0.71$	1) $Re_\tau=180, Pr=0.025$
2) $Re_\tau=395$	2) $Re_\tau=395, Pr=0.71$	2) $Re_\tau=395, Pr=0.025$
3) $Re_\tau=640$	3) $Re_\tau=640, Pr=0.71$	3) $Re_\tau=640, Pr=0.025$
4) $Re_\tau=1020$	4) $Re_\tau=1020, Pr=0.71$	4) $Re_\tau=1020, Pr=0.025$

Table 4 Contents of our DNS database.

Velocity field	Thermal field
1) Mean velocity	1) Nusselt number
2) RMS of velocity fluctuations	2) Mean temperature
3) RMS of pressure fluctuations	3) RMS of temperature fluctuations
4) RMS of vorticity fluctuations	4) Turbulent heat-fluxes
5) Reynolds shear stress	5) Turbulent Prandtl number
6) Budgets of Reynolds normal and shear stresses	6) Time-scale ratio
7) Budgets of turbulent kinetic energy	7) Budgets of temperature variance
8) Two-point correlations of velocity fluctuations	8) Budgets of Turbulent heat-fluxes
9) Energy spectra of velocity fluctuations	9) Two-point correlations of temperature fluctuations
	10) Energy spectra of temperature fluctuations

```

4. Conditions↓
4.1. Specified conditions↓
    Re_tau = 1020↓
4.2. Obtained mean quantities↓
    Re_bulk = 41441↓
5. Turbulence statistics↓

```

j	y+	u_mean	uu+	ww+
1	0.153945e+00	0.153892e+00	0.410213e-02	0.172765e-02↓
2	0.465827e+00	0.465562e+00	0.372747e-01	0.143198e-01↓
3	0.786334e+00	0.785677e+00	0.105683e+00	0.376867e-01↓
4	0.111676e+01	0.111537e+01	0.212148e+00	0.703570e-01↓
5	0.145842e+01	0.145568e+01	0.359849e+00	0.111056e+00↓
6	0.181264e+01	0.180749e+01	0.552004e+00	0.158653e+00↓
7	0.218076e+01	0.217151e+01	0.791484e+00	0.212121e+00↓
8	0.256414e+01	0.254822e+01	0.108035e+01	0.270525e+00↓
9	0.296413e+01	0.293780e+01	0.141935e+01	0.333007e+00↓
10	0.338212e+01	0.334013e+01	0.180750e+01	0.398786e+00↓

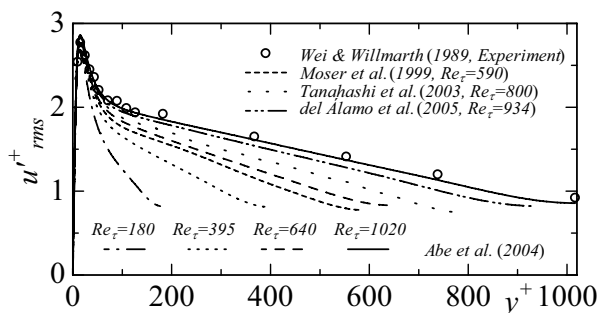
Fig.3 Schematic of the DNS database at  $Re_\tau=1020$ .

Fig.4 Root-mean square values of the streamwise velocity fluctuations.

ーチンでは、90~120MFLOPS まで極端に計算性能が低下している。これは、TDMA の計算時に同時に行ったデータの転送のコストが TDMA の計算コストを上回ったためと考えられる。

### 3. DNS データベースの構築

本研究においては、表 3 に示すように、Abe ら<sup>4)</sup>の  $Re_\tau=180\sim1020$  の平行平板間乱流熱伝達の DNS の基本的な統計量に対し、12 ケース（速度場 4 ケース、温度場 8 ケース）データベース化を行った。データは、ケース毎に 1 つのファイルに纏めた。ファイルの内容は、表 4 に示すように、平均量からレイノルズ応力や乱流熱流束の収支まで、特に乱流モデルの開発に有効なデータという点で構成した。

図 3 は、データファイルに収容されているデータの一部を示したものである。データはテキスト形式で記述し、形式には実数型を用いた。なお、1 データファイルあたりのファイルサイズは数百キロバイト程度であり、インターネットを介して十分データを発信できる範囲である。

データは、公開可能となり、編集が終了した統計量から順次公開を行っている。本研究は、宇宙航空研究開発機構と東京理科大学ホリスティック計算科学研究センターとの共同研究により行われており、次の URL に行った。

URL: <http://murasun.me.noda.tus.ac.jp/>

これらのデータの大部分は、昨年から公開を開始しているが、2006 年度のデータベースへのアクセス数は国内外から約 2500 件に達している。

図 4, 5 に、データベースの代表データとして、流れ方向の速度変動の RMS 値と温度変動の RMS 値の DNS データを、他の DNS データ<sup>15)~19)</sup>、実験値<sup>20)</sup>と比較して示す。本

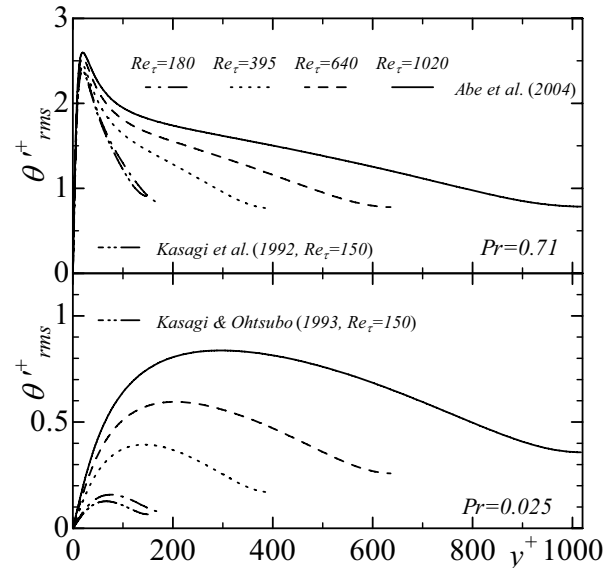
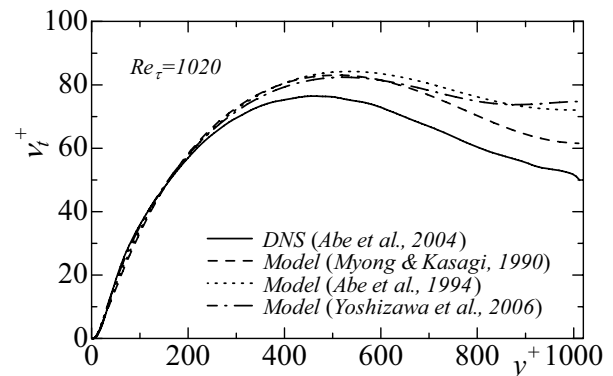


Fig.5 Root-mean square values of the temperature fluctuations.

Fig.6 Turbulence modeling testing for turbulent eddy viscosity at  $Re_\tau=1020$ .

研究で構築したデータベースのレイノルズ数は、比較的広範囲であると同時に、 $Re_\tau=1020$  のデータは、既存の実験データと比較できるほど高いレイノルズ数まで達していることが分かる。また、速度場においては、高レイノルズ数の DNS データが幾つか報告されているものの、温度場においては、本研究のデータが高レイノルズ数において唯一の DNS データとなっていることが見てとれる。

図 6 は、 $Re_\tau=1020$  の DNS データベースより求めた渦粘性係数を、既存乱流モデル<sup>21)~23)</sup>の計算結果と比較した結果である。乱流モデルには、2 方程式 k-εモデルを用いた。既存乱流モデルの計算結果は、外層の挙動に DNS との差異が見受けられるものの、内層においてはよく一致しており、高レイノルズ数壁乱流の現象に対する現行のモデル計算の予測精度が比較的高いことが分かる。

乱流モデルの開発については、実験データは微分量に対する精度が制限されるため、現在では、上述のような DNS データを用いた開発が主流となっている。特に、乱流モデルのモデル係数やモデル関数は、図 6 のように DNS データと系統的に比較・検討することにより、高精度化が期待される。一方、さらに高いレイノルズ数の乱流現象を高精度に予測する乱流モデルを構築するためには、より高いレイノルズ数の DNS データが必要である。即ち、大規模計算が必要不可欠である。



#### 4. 結論

本研究では、Abe ら<sup>4)</sup>の  $Re_\tau=180\sim1020$  の平行平板間乱流熱伝達の DNS<sup>4)</sup>の基本的な統計量のデータベース化を行うと同時に、WEB 上に公開した。本報では、この DNS データベースの概要を示し、特に、乱流モデルの開発という点でその有効性を示した。同時に、今回データベース化の対象とした高レイノルズ数の DNS のような大規模計算の必要性を示した。

#### 謝辞

本研究の一部は、平成 19 年度科学研究費補助金 若手研究 (B) (課題番号 18760135)、私学・学術フロンティア推進事業「ホリスティックアプローチによる計算科学の新展開」による補助を受けている。計算は、航空宇宙研究開発機構の数値シミュレータⅢを用いて行った。データベースの WEB の運営については、関洋治氏（元東理大博士課程院生、現原子力研究開発機構）の寄与が大きい。記して謝意を表す。

#### 参考文献

- 1) Yokokawa, M., Itakura, K., Uno, A., Ishihara, T., & Kaneda, Y., <http://www.sc-2002.org/paperpdfs/pap.pap273.pdf> (2002).
- 2) Kim, J., Moin, P. & Moser, R., J. Fluid Mech. Vol. 177, (1987), pp. 133-166.
- 3) Abe, H., Kawamura, H. & Matsuo, Y., Trans. ASME J. Fluids Eng., Vol. 123, (2001), pp. 382-393.
- 4) Abe, H., Kawamura, H. & Matsuo, Y., Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 25, (2004), pp. 404-419.
- 5) Top 500 supercomputer website, <http://www.top500.org/>.
- 6) Hoyas, S. & Jiménez, J., Phys. Fluids, Vol. 18, (2006), 011702.
- 7) Rodi, W. & Mansour, N. N., J. Fluid Mech., Vol. 250, (1993), pp. 509-529.
- 8) Nagano, Y. & Shimada, M., Phys. Fluids, Vol. 8, (1996), pp. 3379-3402.
- 9) Choi, H., Moin, P. & Kim, J., J. Fluid Mech., Vol. 262, (1994), pp. 75-110.
- 10) Nishino, K. & Kasagi, N., Proc. of the 7th Turbulent Shear Flows, Vol. 2, (1989), pp. 22.1.1-22.1.6.
- 11) Antonia, R.A., Zhu, Y. & Kim, J., Exp. Fluids, Vol. 15, (1993), pp. 65-69.
- 12) 富士通 PRIMEPOWER ソフトウェア製品紹介 (XPFortran): [http://primeserver.fujitsu.com/primepower/products/soft/opt/xpf\\_2x/](http://primeserver.fujitsu.com/primepower/products/soft/opt/xpf_2x/).
- 13) OpenMP: <http://www.openmp.org/>.
- 14) Matsuo, Y.: Proc. ISHPC 2003, LNCS 2858, Springer-Verlag, (2003), pp.39-53.
- 15) Moser, R. D., Kim, J. & Mansour, N. N., Phys. Fluids, Vol. 11, (1999), pp. 943-945.
- 16) Tanahashi, M., Kang, S.-J., Miyamoto, S., Shiokawa, S. & Miyauchi, T., Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 25, (2004), pp. 331-340.
- 17) del Álamo, J. C., Jiménez, J., Zandonade, P. and Moser, R.D., J. Fluid Mech., Vol. 500, (2004), pp. 135-144.
- 18) Kasagi, N., Tomita, Y. & Kuroda, A.: Trans. ASME J. Heat Transfer, Vol. 144, (1992), pp. 598-606.
- 19) Kasagi, N. & Ohtsubo, Y., Turbulent Shear Flows 8 (Durst et al., eds.), Springer-Verlag, (1993), pp.97-119.
- 20) Wei, T. & Willmarth, W. W., J. Fluid Mech., Vol. 204, (1989), pp. 57-95.
- 21) Myong, H. K., & Kasagi, N., JSME International Journal, Ser. II, Vol. 33, (1990), pp. 63-72.
- 22) Abe, K., Kondoh, T. & Nagano, Y., Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 37, (1994), pp. 139-151.

- 23) Yoshizawa, A., Nisizima, S., Shimomura, Y., Kobayashi, H., Matsuo, Y., Abe, H. & Fujiwara, H, Phys. Fluids, Vol. 18, (2006), 035109.

# 格子量子色力学の大規模シミュレーション

松古 栄夫

高エネルギー加速器研究機構 (KEK)

## Large-scale simulations of lattice quantum chromodynamics

by

Hideo Matsufuru

### ABSTRACT

Lattice Quantum Chromodynamics (QCD) is one of the scientific fields which require most large-scale numerical simulations. QCD is the fundamental theory of the strong interaction among quarks and gluons inside hadrons. Because of difficulty in analytic calculations, numerical simulations of lattice QCD are important to explore the properties of hadrons and determine their matrix elements. In this report, we explain fundamental aspects and algorithms of lattice QCD, and how its large-scale simulation is performed on massively parallel computers with an example at KEK. JLQCD Collaboration is performing dynamical simulations with overlap fermions, which have theoretically elegant features while require high numerical cost. We also introduce international and domestic activities, ILDG and JLDG respectively, to share the configuration data produced in lattice QCD simulations.

### 1. はじめに

格子量子色力学 (Quantum Chromodynamics, QCD) に基づく数値シミュレーションは、大規模計算を可能にする計算機やアルゴリズムの発展と歩調を合わせて進展してきた。筑波大学における CP-PACS プロジェクトなどの専用計算機の開発や、IBM Blue Gene/L の母体となった QCDOC 機の開発など、高性能計算の発展に果たした役割も大きい。ここでは、格子 QCD シミュレーションの原理とアルゴリズムを概説し、KEK で行っている JLQCD Collaboration のプロジェクトを例として、大規模シミュレーションがどのように行われているかを紹介する。

シミュレーションアルゴリズムの視点からは、場の方程式を離散化したものであり、境界値問題(周期的に取る場合が多い)の解法が中心である。計算時間のほとんどは、線形方程式の解法に費される。また、Monte Carlo 法を構成する際に、発展方程式が導入される。ベクトル計算にも、大規模並列計算にも適した性質の問題である。

### 2. 格子 QCD の原理

原子核を構成する陽子や中性子は、クォークと呼ばれる素粒子が、強い相互作用によって束縛されて出来ている。量子色力学 (QCD) はこの強い相互作用を記述する理論であり、数学的には  $SU(3)$  群に基づいたゲージ理論として構成される。これはクォークは「色」の自由度を持つと考え、その変化によって相互作用を記述することを表し、その際に相互作用を媒介するゲージ粒子としてグルーオン場が導入される。QCD を解析的に解いて、陽子や中性子 (ハドロンと呼ぶ) の性質を示

すことは困難である。これは、量子電磁気学の場合や QCD の高エネルギー現象の場合には、物理量を結合定数によって展開する摂動論が有効であるが、低エネルギーの QCD ではこの結合定数が大きくなりすぎ、摂動論が破綻するためである。従って、ハドロンの示す多彩な性質を QCD に基づいて理解し、フレーバー物理などに必要なハドロンの散乱振幅を精密に計算するためには、数値的に計算を行う方法が必要である。現在のところ格子 QCD シミュレーションは、低エネルギー領域での QCD の性質を調べるための唯一の一般的枠組を与え、広範に研究が行われている [1]。

格子 QCD は、4 次元 Euclid 空間上に定義された場の理論であり、経路積分法を用いて量子化される。これによって統計力学系と同じ形となるため、Monte Carlo 法によって数値的な計算が可能となる。まず時空間を 4 次元 Euclid 空間の有限格子で近似し、各格子点 (サイト) にクォーク場を、サイトとサイトを結ぶリンク上にゲージ場 (グルーオン場) を表すリンク変数を配する。クォークはカラー自由度 (R,G,B) を持つと考え、この 3 次元空間内での回転によって相互作用を記述する。リンク変数は  $3 \times 3$  複素行列で、ユニタリー群  $SU(3)$  に属し、サイトと方向  $(x, y, z, t)$  によってラベルされる。クォーク場は、カラー自由度に加えてスピノール (スピン  $\uparrow, \downarrow$  と粒子・反粒子を表す) 4 成分を持つので、 $3 \times 4 = 12$  の自由度を各サイトで持つ。

格子上の場の理論を定義するには、クォークとグルーオンについてそれぞれ作用を構成する必要がある。これらは、格子間隔  $a \rightarrow 0$  の連続極限で QCD と一致するものであればよい。ゲージ場の作用は、格子上の最小のループである四角形に沿って、リンク変数を掛け

合わせ、そのトレースをとったもの(ブラケット)で表される。ブラケットの係数として結合定数(の逆)が導入され、これとクォークの質量がインプットパラメータとなる。

クォーク場の作用としては、ここではもっとも単純な構造を持つ、Wilson 作用を考える。

$$S_F = \sum_{x,y} \bar{\psi}(x) D[U]_{x,y} \psi(y), \quad (1)$$

ここで、 $\psi$  はクォーク場を表し、 $x, y$  はサイトである。Wilson フェルミオンのディラック演算子  $D[U]_{x,y}$  は次のように与えられる。

$$D[U]_{x,y} = \delta_{x,y} - \kappa \sum_{\mu} [(1 - \gamma_{\mu}) U_{\mu}(x) \delta_{x+\hat{\mu},y} + (1 + \gamma_{\mu}) U_{\mu}^{\dagger}(x - \hat{\mu}) \delta_{x-\hat{\mu},y}] \quad (2)$$

ここで  $U_{\mu}(x) \in \text{SU}(3)$  はリンク  $(x, \mu)$  上のリンク変数、 $\mu = x, y, z, t$  は方向を表わし、 $\hat{\mu}$  は  $\mu$ -方向の単位ベクトルである。格子間隔は  $a = 1$  とおいた。 $\gamma_{\mu}$  は  $4 \times 4$  の行列で  $\gamma$ -行列と呼ばれ、クォークのスピンノール構造を規定する。 $\kappa$  はクォークの質量に関係したパラメータである。

経路積分による量子化によって、物理量  $O$  の期待値は、次のように表される。

$$\langle O \rangle = \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}U \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} O(\bar{\psi}, \psi, U) \times \exp(-S_G[U] - S_F[\bar{\psi}, \psi, U]), \quad (3)$$

ここで分配関数  $Z$  は  $\langle 1 \rangle = 1$  となるような規格化因子である。この表式は、 $O$  の期待値は、あらゆるゲージ場とクォーク場の値について、 $\exp(-S_G[U] - S_F[\bar{\psi}, \psi, U])$  の重みをかけて積分することによって表されることを表す。従って、 $\exp(-S_G[U] - S_F[\bar{\psi}, \psi, U])$  の確率で現れる場の配位を生成することができれば、それらの上で計算した物理量の平均値として、上の期待値が表されることになる。これが Monte Carlo 法による計算の原理である。

クォーク場は反交換するグラスマン数として扱われるが、このような数を計算機上で直接扱うのは難しいため、手で積分してしまうと、

$$\int \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} \exp(-S_F[\bar{\psi}, \psi, U]) = \det D[U] \quad (4)$$

となる。Gauss 積分の性質を使って、

$$\det D[U] = \int \mathcal{D}\phi \mathcal{D}\bar{\phi} \exp(-\phi D^{-1}[U] \phi) \quad (5)$$

と書けば、通常のベクトルによってフェルミオンの効果を取り入れることができる。

クォーク場を含む物理量は、クォークの伝播関数を用いて表すことができる。例えば、クォークの伝播関数

を組み合わせるとハドロンの相関関数を構成し、その時間方向への伝播の振る舞いを調べることによって、ハドロンの質量や崩壊定数を求めることができる。ハドロンの散乱の行列要素などについても、同様の計算が可能である。

クォークの伝播関数は、つぎのような線形方程式を解いて得られる。

$$\sum_y D[U]_{x,y} x_y = b_x, \quad (6)$$

Eq. (6) において、 $b$  はある与えられたベクトル(サイト  $\times$  カラー  $\times$  スピノールの自由度を持つ)、 $x$  が解である。この方程式は巨大連立線型方程式であり、 $D[U]_{x,y}$  は疎行列であるため、共役勾配法などによって解を求める。この線型方程式系の解法が、格子 QCD シミュレーションの計算時間のほとんどを占める場合が多い。

このようにして格子 QCD シミュレーションで求めた物理量を、実験値と比較できるようにするためには、格子間隔  $a$  で次元を持つ量に直さなければならない。計算の際に手で指定するパラメータは、結合の強さとクォークの質量であり、格子間隔は何らかの物理量、例えば陽子の質量など、を実験値と比較することによって決める。現実の物理では、軽い  $u, d$  クォークとやや重い  $s$  クォークが真空偏極に寄与する。これらを実際に含み、 $u, d$  クォークに対応する軽い質量での計算は難しいため、やや重いところからの外挿が行われる。精密な計算結果を得るためには、これらの軽いクォーク質量への外挿や連続極限  $a \rightarrow 0$  への外挿などによる系統誤差をコントロールする必要がある。

### 3. 格子 QCD シミュレーション

格子 QCD シミュレーションは、通常次のような手順に沿って行われる。

#### (1) リンク変数の配位の生成

リンク変数  $U_{\mu}(x)$  の生成は、通常 Hybrid Monte Carlo 法というアルゴリズムを用いて行う。この方法では、あるリンク変数の配位(全てのリンク変数がある数値を持ったような状態)から出発し、分子力学的にリンク変数を発展させてゆくことによって、統計的に独立な配位を作っていく。この手法では、クォークが真空において対生成・対消滅をくり返す、真空偏極の効果を取り入れることができる。真空偏極の効果を計算する際には、クォークの伝播関数を求めるのと同じ計算を、発展の各ステップで行うことが必要となる。このため計算コストが非常に大きくなる。

#### (2) クォーク伝播関数の計算

前節で述べたように、クォークの伝播関数を求めることは巨大な線形方程式を解くことに対応する。リンク変数の配位を生成する際にも各ステップで同じことが

必要であり、結局この解法が、計算時間の大部分を占める場合が多い。従って、共役勾配法などの逐次解法のアルゴリズムを改良することは、シミュレーション時間の短縮に直結する。

### (3) 物理量の計算

クォークの伝播関数が求まれば、それらを組み合わせて種々の物理量が計算できる。例えばハドロンの質量、ハドロン崩壊過程の崩壊定数や形状因子などを計算し、その統計誤差、系統誤差の見積りを行う。素粒子物理では、KEKで行われているBファクトリー実験などの高エネルギー衝突実験に関係するハドロンの遷移確率の計算が重要である。これらは標準理論を検証し新しい物理を探すために、高精度の値が必要とされている。このためには、特に系統誤差をコントロールすることが重要となる。また最近では、QCDに基づいて核子(陽子、中性子)間に働く核力を理解する試みも進展している。

格子QCDを並列計算機で扱う場合には、格子を分割し、各部分格子を各ノードに配する。現在行われている格子は $16^4$ – $24^4$ 程度のサイズのものが多く、 $O(1000)$ 以上の並列ノードで計算する場合には、各ノード上の部分格子は各方向に数個程度となる。Eq. (2)が示すように、となり合うサイトでの相互作用を伝えるために、演算性能に加えて通信性能が重要な要素となる。

## 3. KEKのプロジェクト

実際の大規模シミュレーションの例として、高エネルギー加速器研究機構(KEK)のスーパーコンピュータシステムを用いて我々がやっている、JLQCD Collaborationのプロジェクト[2]を紹介する。国内では他に、筑波大学で大規模な研究プロジェクト(PACS-CSプロジェクト)が行われている。

最近の格子QCDの大きな発展として、格子上でのカイラル対称性の理解が進んだことがある。カイラル対称性とは、クォークの質量が非常に軽い場合に成り立つ対称性であり、現実世界ではこの対称性が自発的に破れることによって、陽子や中性子の持つ大部分の質量が生じると説明される。しかしながら格子上でのこの対称性を持つ理論を構成することは長い間困難であった。最近このカイラル対称性の格子上での理論的な理解が進み、その結果カイラル対称な格子理論の定式化が可能となった。そのような理論の一つとして、我々はオーバーラップ・フェルミオンを採用した。この定式化は、理論的に優れた性質を持っているが、これに従ってシミュレーションを行うには従来の100倍以上の計算力が必要となる。これはこの理論が、Eq. (2)の演算子の符号関数を含む形で表されるからであり、この符号関数の評価に時間がかかるためと、Eq. (2)の固有値

がゼロとなる点で符号関数が不連続に変化するためである。KEKなどの最新鋭スーパーコンピュータの導入に加え、アルゴリズムなどの改良を経て、我々はオーバーラップ・フェルミオンを用いたプロジェクトを実行中である[2]。基本的な演算はEq. (2)と同じ演算子から構成されるため、この演算子をベクトルに作用させる演算を高速化することによって、シミュレーションの効率を向上することができる。

KEKでは、スーパーコンピュータシステムとして、日立SR11000(理論演算性能2.15TFlops, 総メモリ容量512GB)および、IBM System Blue Gene(理論演算性能57.3TFlops, 総メモリ容量5.12TB)からなる複合システムを2006年3月より運用している[3]。このシステムは、素粒子・原子核物理、物性物理、加速器内のビーム状態などのシミュレーションに利用されているが[4]、計算時間の大きな部分を格子QCDが占めている。

以下では、Blue Geneで行っている計算について紹介する。Blue Geneシステムは10ラックからなり、1ラックは1024ノード(2048プロセッサコア)から構成される。各ノードは4MBのL3キャッシュを持ち、これを2つのプロセッサが共有している。ネットワークの単位は1/2ラックで、 $8 \times 8 \times 8$ のトーラス型であり、1ノード内の2プロセッサも二つのノードのように扱うことができるため、 $8 \times 8 \times 8 \times 2$ の4次元トポロジーとなる。格子サイズは $16^3 \times 32$ を用いた。いくつかのパラメータで並列に計算を進めるのが効率的であり、必要となる演算量、格子サイズ、結果を得るまでの時間などを考慮して1/2ラックまたは1ラック毎に、一つの格子でのシミュレーションを行っている。

Blue Geneでの高速化は、各プロセッサの倍精度複素数演算をダブルFPUによって高速化することと、ノード間の通信を最適化することによって行う。これらを最適化することによって、最も単純なEq. (2)のタイプの線型問題に対して、オンキャッシュの場合にはピーク性能の30%近くの性能を得ることができた[5]。実際のプロジェクトではその他の演算も加わるため、15%程度の性能で計算を行っており、現在も改良が続けている。物理的な結果についても成果が出始めており、最近では、カイラル対称性が自発的に破れていることを、QCDから直接的に検証したことが大きな成果として挙げられる[6]。

## 4. 配位データの共有にむけて

真空偏極の効果を含むシミュレーションを行うには、大きな計算資源が必要である。一方、リンク変数の配位を一度作ってしまうと、それを用いて種々の計算が可能となる。配位データの公開、共有化を進めることは、

同じ計算を行う無駄を防ぎ、作られた配位を効率的に利用するために有効である。このような共有化を推進するために、国際的な組織である ILDG(International Lattice DataGrid) が活動を行っている [7]。ILDG はいくつかの地域グリッドから構成され、半年毎に行われる TV 会議によって方針を決定している。また、メタデータ及びミドルウェアに関する二つのワーキンググループが活動している。

日本国内では、JLDG(Japan Lattice DataGrid) という組織が活動を行っており、地域グリッドとして配位データを ILDG に提供すると共に、高速ネットワーク SINET3 を通じた遠隔サイト間での高速なデータ転送や、その効率的運用のためのシステムの開発などを行っている [8]。後者としては、産業技術総合研究所で開発された Gfarm を用いたデータグリッドの構築を進めている。現在は、筑波大、KEK、京都大学基礎物理学研究所、大阪大学核物理研究センター、広島大、金沢大が JLDG に参加している。

## 5. 結論

格子 QCD シミュレーションで行っている計算の概略を紹介した。最近の理論的進展は著しく、また計算機、アルゴリズムの発展に伴い、第一原理である QCD に基づいた定量的な計算が可能になっている。特にクォーク質量については、従来大きかった外挿による不定性が

著しく改善され、現実的クォーク質量での計算に近付いてきている。これは素粒子物理学に必要な行列要素の精密な計算に不可欠であり、新しい物理の探索にも大きく貢献できると期待されている。また核力の計算などにも応用が始まっている。シミュレーションで生成された配位データを有効利用するための、データの共有化の枠組が整備されつつある。

## References

- [1] 青木慎也「格子上の場の理論」(シュプリンガー・フェアラーク東京, 2005).
- [2] JLQCD Collaboration, <http://jlqcd.kek.jp/>.
- [3] KEK スーパーコンピュータシステム, <http://scwww.kek.jp/>.
- [4] KEK 大型シミュレーション研究, <http://ohgata-s.kek.jp/>.
- [5] 土井淳, 寒川光, 松古栄夫, 橋本省二, 情報処理学会論文誌(トランザクション) コンピューティングシステム 47 No.SIG7 (2006) 114.
- [6] H. Fukaya *et al.* [JLQCD Collaboration], Phys. Rev. Lett. **98** (2007) 172001.
- [7] ILDG, <http://www.lqcd.org/ildg/>.
- [8] JLDG, <http://www.jldg.org/>.



## 大規模並列連成シミュレータのための開発支援・実行環境ミドルウェアの開発

小野 謙二, 玉木 剛

独立行政法人 理化学研究所, (株) 富士通長野システムエンジニアリング

## Development of HPC middleware for large-scale parallel and coupling simulators

by

Kenji Ono and Tsuyoshi Tamaki

## ABSTRACT

A novel middleware, which integrates an Object-oriented framework for efficient code development and an execution environment with high usability, was developed for large-scale parallel and coupling simulators. The performance was evaluated on several parallel platforms using a Poisson solver with/without the presented framework. It was found that the parallel performance with the framework might recognize almost the same under 1024 Cores in comparison with the one of the original program with MPI. In addition, a coupling control and its implementation on the framework are discussed.

## 1. はじめに

シミュレーション技術の進展とともに、複数の物理現象が相互に影響する連成問題が現実的な解析の対象となってきた。計算機性能の向上や高並列環境の整備を背景に、大規模並列連成解析の実施が先端科学の解析手法の一つとして期待されている。

大規模並列連成解析の実現のためには、効率的なシミュレータの開発とユーザビリティの高い実行環境の提供が必要である。そこで、コード開発を支援するフレームワークと、ソルバの実行を支援する環境を統合したミドルウェアを開発した<sup>1)</sup>。

本報告では、フレームワークの概略と並列実行性能の評価、および連成問題の実装方法の検討について述べる。

## 2. SPHERE フレームワーク

## 2.1. フレームワークの概要

SPHERE と名付けられたシミュレーションコード開発のフレームワークは、オブジェクト指向技術により構築され、コード開発に必要な様々な機能部品とひな形を提供する。このフレームワークには、オブジェクト指向の継承機能を用いて、効率的かつ統一的な振る舞いをするアプリケーション構築の仕組みが実装されている。これにより、作成されたアプリケーションの実行管理が容易になることが期待され、連成問題のような複雑な制御が容易に実現できる仕組みを与えることができる。

並列処理については、領域分割に基づく並列化に対応し、高レベルの概念的な並列プログラミング環境を提供する。つまり、並列化に伴う領域間の細かな通信処理は、MPI ライブラリを用いて作成したメソッドにより隠蔽化されている。これは、データの保持と操作・並列化に関する機能をまとめたデータクラス<sup>2)</sup>に実装され、高い実行性能を実現するための工夫が施されている。

SPHERE フレームワークの概念的な構成を図1に示す。並列通信、ファイルIO、データクラス、データマネージャ、XML パースの各ライブラリを包含するかたちでクラスライブラリが構成されている。データクラスは、配列データに関する様々な処理、たとえば領域確保、初期化、アドレスポイントの取得などの機能をもつ。データマネージャはデータクラスの生成、登録、削除などの管理機能を持つ。パラレルマネージャは、上記の機能に加え、並列実行用のデータクラス生成と並列実行環境の管理を行う。このデータクラスとマネージャクラスは、並列化と連成処理において重要な役割を果たす<sup>3)</sup>。XML ライブラリは、入力パラメータと制御の記述、パース処理を行う。また、新し

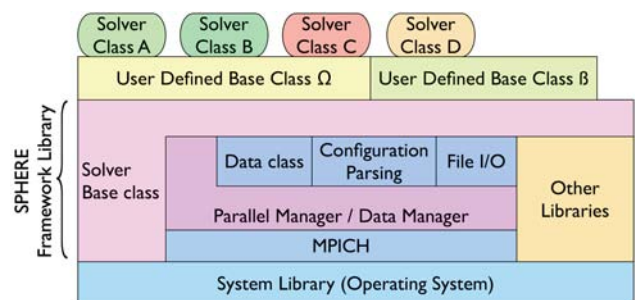


図1 フレームワークのブロックダイアグラム

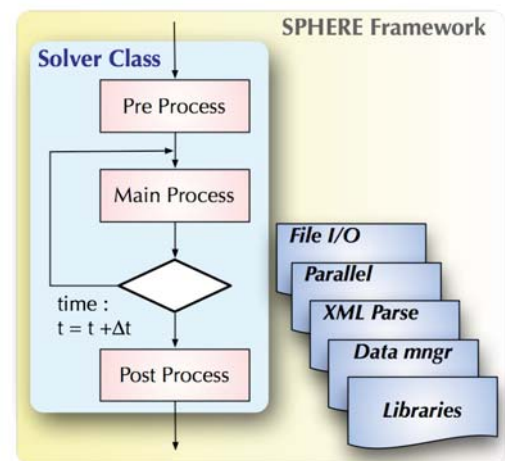


図2 スケルトンとクラスライブラリ群

い機能を提供するライブラリも拡張的に組み込み可能である。

SPHERE はオブジェクト指向言語である C++ で記述されている。非定常物理現象のシミュレーションコードはある程度共通の構造でプログラムを記述できる点に着目して、プログラムを概念的にプリ・メイン・ポストの3つのプロセスに分割して考え、図2のような制御構造を記述したプログラムのひな形（スケルトン）をソルバクラスの基底クラスとして作成する。フレームワークの利用者は、基底クラスを継承したソルバクラスを派生させ、派生したクラスに必要な処理をクラスメソッドとして実装し、プログラム

を構築する。また、プログラムを作成するうえで便利な関数群が図1の SolverBase class により提供される。

SPHERE はコンパイラがサポートするインタオペラビリティ、つまり混合言語プログラミングに対応している。フレームワークの main 関数は C++ であるが、ここから呼ばれる関数として C、Fortran 言語による関数・サブルーチンの利用が可能である。これは、ソルバクラス内において Fortran サブルーチンをクラスメソッドとして実装するためである。システムコールなどの細かな記述は C/C++ で、実行性能が重要視される処理は Fortran で記述することができる。言語の特性をうまく使い分けができる。

以上に述べたように、手続き型の処理に従うクラス抽象化と混合言語のプログラミング環境の提供により、既存のソフトウェア資産である Fortran コードの移植性・親和性が高い点は、本フレームワークの大きな特徴である。

従来、類似の目的で様々なフレームワーク・ミドルウェアの研究が行われてきた。偏微分方程式の並列プログラムを作成するための templated C++ ライブラリである POOMA<sup>4)</sup>、複雑形状・燃焼 CFD アプリケーション開発に特化したクラスライブラリである Overture<sup>5)</sup>、連成問題も視野に入れた大規模並列アプリケーションを目的とした SAMRAI<sup>6)</sup>、グリッド環境における大規模並列計算のアプリケーション開発に広く利用されている Cactus<sup>7)</sup> などがある。

## 2.2. フレームワークの構成

フレームワークは、図1に示すように OS とアプリケーションであるソルバークラスの間の機能を担う。並列化のために mpich ライブラリを用い、この機能を利用して Data/Parallel manager クラスが構築されている。ライブラリとしては、xml 記述のパラメータを構文解析する libxml2 ライブラリ、入出力ライブラリ、また他の独立ライブラリ (octree データ構造やアーカイブ) などが追加できるようになっている。これらのライブラリの機能を持ち、かつプログラム処理の流れをもつ SolverBase クラスが基底クラスとして提供される。図1には、ユーザー定義クラスとして  $\Omega$  と  $\beta$  の2つのクラスが例示され、その上に個別の4つのソルバークラスが作成されている。

以上に述べたように、提案のフレームワークは、オブジェクト指向技術を用いているが手続き型の処理に従うクラス抽象化、混合言語のプログラミング環境の提供により、既存のソフトウェア資産である Fortran コードの移植性・親和性が高い点が特徴として挙げられる。これらの点は、SAMRAI、Overture、Cactus など他の OOP 型フレームワークにはない本フレームワークの大きな特徴である。

## 3. ユーザー定義の基底クラスの継承によるアプリケーションパッケージング

図1に示すように SPHERE フレームワークは様々なライブラリの上に構築され、ソルバークラスの形でその機能を開発者に提供する。開発者は、このソルバークラスを継承し、ソルバークラスを開発する。SPHERE は、非定常物理シミュレーションのソルバの開発を支援する抽象度の高い汎用的なプログラム部品群により構成されている。したがって、具体的なアプリケーションを構築する場合には、それら基本的な機能をもつ部品を用いて、より具体的な機能的にまとまったある程度の処理を記述する必要がある。そこで、適用範囲を限定しながらもある程度の汎用性をもつ基底クラスを作成し、このユーザー定義の基底クラスを利用してより具体的なアプリケーション群を構築するというアプローチを採用する。

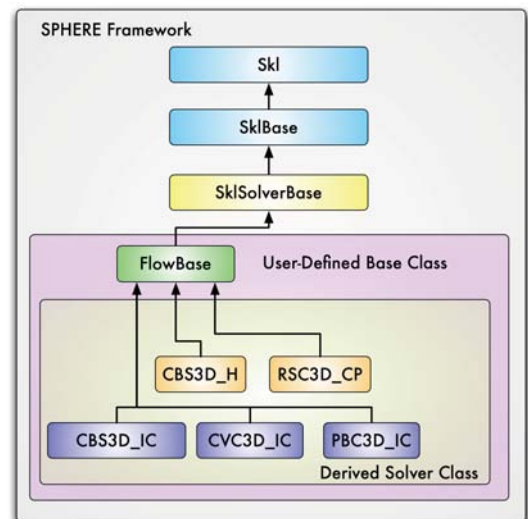


図3 ユーザー定義の基底クラスの利用

図3において、SklSolverBase クラスは、フレームワークが提供する基底クラスであり、提供するライブラリ群の機能を利用できる。FlowBase クラスは、SklSolverBase から派生したユーザー定義の基底クラスであり、ソルバ制御・物理・境界条件パラメータの読み込みと保持、ソルバ制御、境界条件処理と制御、ボクセルデータの前処理などの機能を持つ。FlowBase クラスは、プログラムに対するユーザーインターフェイスを規定する。この方法は、開発者とエンドユーザーの双方にとって次のようなメリットをもたらす。

第一に、開発の効率化である。フレームワークとユーザーが定義する基底クラスの利用により、上位の概念でプログラミングができる。アプリケーション開発者は、アルゴリズムの記述に専念でき、プログラムのメンテナンスが簡単になる。第二に、エンドユーザーに対するインターフェイスの統一化を図ることができる。利用するソルバが異なってもアプリケーションの振る舞いは同様であるので、導入時における初期学習と障壁は低くなるであろう。他方、デメリットとしてはソルバ開発者に、オブジェクト指向の考え方とプログラム・データ構造やコーディングの作法を強制する面が少なからずあることである。

FlowBase クラスから派生した6つのクラスが例示されているが、CBS、CVC、PBS のキーワードは、直交等間隔スタガード配置格子キューブ形状近似、直交等間隔セルセンタは位置 VOF 形状近似、octree 格子の非圧縮性ソルバをそれぞれ表す。また、\_H、\_CP、\_IC のキーワードは、固体熱伝導、圧縮性ソルバ、非圧縮性ソルバであることを意味する。このように、各ソルバークラスは異なる特徴を持った物理ソルバであるが、FlowBase クラスにより開発効率を向上でき、なおかつ統一的な振る舞いをさせることができる。

## 4. データクラス

並列化処理の取り扱いは、フレームワークが担う重要な機能の一つである。分散並列計算の場合、一般に、プログラミングと境界条件の実装が複雑になる傾向である。SPHERE ではデータクラスを導入して、これらの低レベルの処理の記述を隠蔽し、概念的なレベルでのプログラミング環境を提供する。

本論文では構造格子における領域分割型の並列処理を例として議論するが、本フレームワークでは扱えるデータ構造、計算手法、並列化手法について限定はない。

データクラスは、一次元の配列データを多次元配列として扱うための機能を提供するクラス群である。柔軟なプログラミング環境を提供するため、データクラスとそれらを管理するデータマネージャクラスの2層によりデータクラスを構成している。データクラスの抽象化は、最もプリミティブな配列操作に対して行い、クラスの機能を多次元配列の管理と操作、および並列化に関する部分に限定した。これは、Fortran プログラムの移植性や混合言語でのアプリケーション開発での親和性、クラスメソッド経由のオーバーヘッド抑制、プログラミングの柔軟性などを考慮しているためである。

#### 4.1. データクラスの役割と機能

データクラスは、内部で管理するデータ型をテンプレートとするテンプレートクラスとして実装されている。基底クラスは一次元の配列データを持つ。これから派生した  $n$  次元のデータクラスは、 $n$  次元のインデックスを用いて配列データにアクセスするインターフェイスを提供する。データクラスは、図4に示す階層図のように、SklArrayBase クラスを基底クラスとして、 $n$  次元のインデックス情報のみをもつ SklArrayidxN ( $N=1,2,3,4$ ) クラス群から構成される。これらのクラス群は、さらにスカラー/ベクトルの区別がある。

また、並列計算用のデータクラスに継承されている。外部境界条件設定や並列計算時の他領域とのデータ交換のためのバッファ領域となるガイドセルのサイズを、オブジェクト生成時に指定することができる。

データクラスの主な機能としては、内部で保持している配列データ実体の先頭アドレスを返す実体データの取得、内部の実データにアクセスする  $n$  次元のインデックスオペレータ、並列実行時に仮想セルの情報を隣接するノード間で通信・更新するガイドセルの通信機能などがある。

#### 4.2. マネージャクラスの役割と機能

マネージャクラスには、逐次処理のために利用されるデータマネージャクラスと並列処理用のパラレルマネージャクラスがある。データマネージャクラスは、データクラスの生成、登録、削除等の管理機能をもつ。パラレルマネージャクラスは、上記の機能に加え、並列実行用のデータクラス生成と並列実行環境の管理を行う。提供する機能として、次のものがある。通信ライブラリの指定や並列実行可能性の判定、プロセスグループの作成を行う並列環境の初期化・終了メソッド、ノード ID、ノード数、隣接ノード ID などの並列実行環境の情報取得メソッド、ブロードキャスト、同期/非同期通信、ノード間演算処理、バリア、ガイドセルの更新などのノード間通信メソッド、並列データクラスの実体化・登録メソッドである。

#### 4.3. 並列処理

図5には、並列化関連のクラス階層を示す。SklBase クラスと SklParaIF クラスは抽象クラスである。SklParaIF クラスは、ノード間通信を行うクラスの基底クラスで、実際にはこのクラスから MPI 関数を用いて通信を行う SklParaMPI クラスを用いる。PVM や LAM など、他の通信ライブラリにも拡張できる。SklParaNodeInfo クラスと SklVoxelInfo クラスは、計算領域全体の格子数、ノード数、領域分割情報、自ノードのランクなどの並列処理情報を格納する。

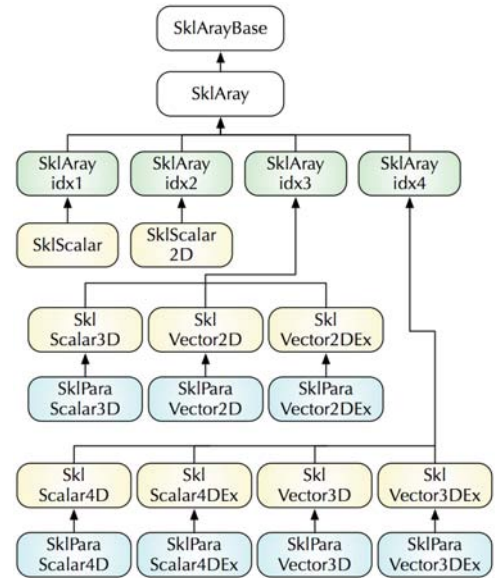


図4 データクラスの階層図

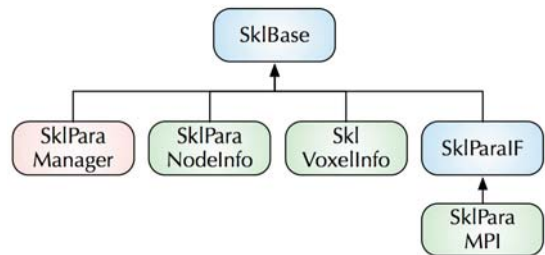


図5 並列マネージャクラスの階層図

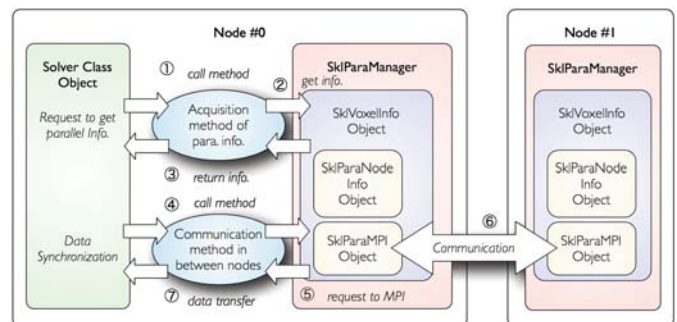


図6 並列処理時の通信プロセス

SPHERE のソルバークラスは、内部に SklParaManager クラスのオブジェクトをメンバとしてもち、SklParaManager クラスに対して並列動作に関する要求を出す。図6に示す SklParaManager クラスは、SklParaNodeInfo クラスと SklParaIF クラス、SklVoxelInfo クラスのオブジェクトをメンバとしてもち、(1)外部(例えば、ソルバークラス)からの要求に対して、(2, 3)並列制御情報を返したり、(4-7)ノード間データ通信を行う。各ノードの通信は SklParaManager クラスがインターフェイスとなっている。

SPHERE では、データマネージャクラスのオブジェクトを実体化し、これに対してソルバークラスがメソッドを用いてアクセスする実装としている。アプリケーションが起動されると、まずノード間通信ライブラリの設定と並列実



行環境の初期化を行う。その後、実行するソルバークラスのオブジェクトを生成し、個別の処理に入る。

領域の初期化では、計算空間の分割を行う。分割方法には、ユーザ指定とフレームワークによる自動分割がある。この自動分割機能は、領域分割型の並列処理に対応したもので MPI 並列を想定している。このとき、できるだけロードバランスが均等になり、かつ通信面の面積が最小になるように、実行プロセッサ数の情報を元に三次元の各インデックス方向のループ分割数を決定する。

これらにより、逐次プログラムから並列プログラムへの移行は、簡単なライブラリコールの追加のみにより可能になるように設計されている。

## 5. 並列性能評価

フレームワークを用いて作成したアプリケーションの性能評価を行うために、楕円型方程式を Jacobi 反復法で解くプログラムを用いた<sup>8)</sup>。これは、非圧縮性流体や電磁波のシミュレーションに現れる Poisson 方程式の求解プロセスとして用いられる。このベンチマークは、演算数とメモリのロードストアの比が約 1 対 1 であるため、演算速度に加えてメモリ帯域性能が大きく影響する特性がある。

オリジナルのプログラムは、C、Fortran77/90 などの言語、静的な配列と動的な配列への対応、逐次版と並列版などいくつかのバージョンが提供されている。ここでは、f90 と C++ の混合コードで動的に配列領域を確保する方式により評価した。オリジナルコードの並列化は、領域分割による並列処理で MPI を用いて実装している。フレームワーク版は、オリジナルのプログラムからアルゴリズムを移植したものであり、並列化はオリジナルと同様に領域分割による並列処理である。

評価機は、表 1 に示す RSCC(Riken Super Combined Cluster)<sup>9)</sup>、Intel Xeon cluster、および SGI Altix である。

表 1 評価計算機の諸元

	RSCC	Xeon	Altix 4700
CPU	Xeon (Prestonia)	Xeon 5160 (Woodcrest)	Itanium2 (Montecito)
clock	3GHz, 512KB	3GHz,	1.6GHz,
cache	2Cores/node	4MB	9MB
Core		4Cores/node	2Cores/node
Node	512	32	64
Memory	4GB/node	8GB/node	16GB/node
OS	RH 8.0	SUSE Linux	SUSE Linux
Middle-ware	Score 5.6.1	SGI	SGI
Inter-connect	Infiniband (8Gbps)	Infiniband (8Gbps)	CC NUMA (6.4GB/s)
MPI	Score	Voltaire	MPT 1.14
Compiler	Fujitsu Linux Parallel Language	Intel Compiler 9.1 -O3	Intel Compiler 9.1 -O3 -axT

まず、RSCC の 16~512 ノードを用いて測定したオリジナル版(org)とフレームワーク版(sph)の並列コードの性能測定結果を図 7 に示す。横軸にはノード数、縦軸には実測性能を示す。配列サイズは、 $256 \times 128 \times 128$  (M)、 $512 \times 256 \times 256$  (L)、 $1024 \times 512 \times 512$  (XL) と表記する。オリジナル版とフレームワーク版の双方とも配列サイズに対するスケーラビリティの傾向は同じである。つまり、配列サイ

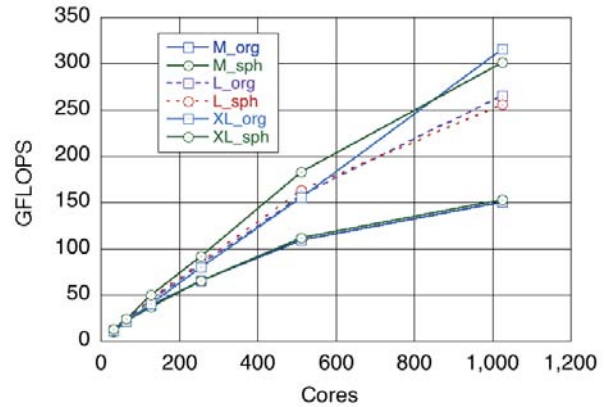


図 7 RSCC における並列性能比較

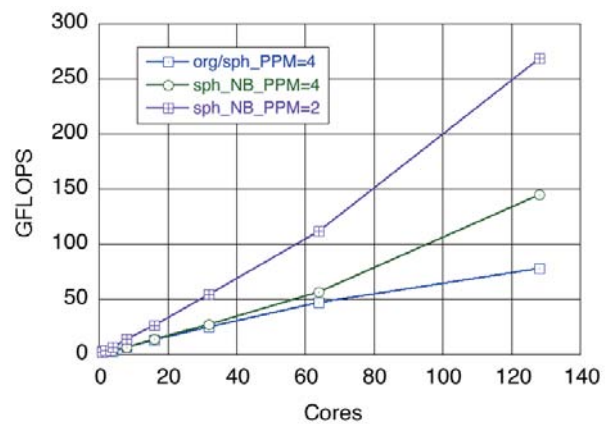


図 8 Altix4700 における性能比較 (Size L)

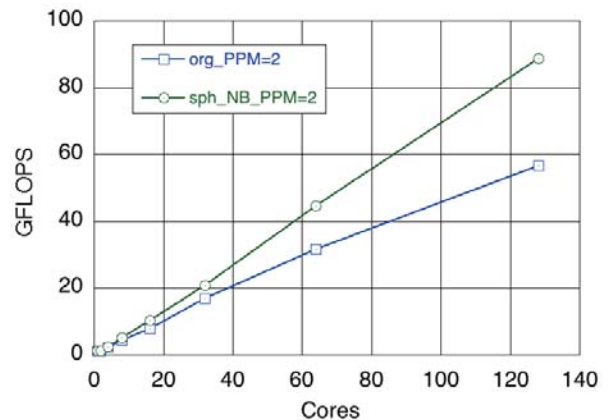


図 9 Xeon 5160 cluster における性能比較 (Size L)

ズが小さい場合、ノード数が増加するに従い性能は飽和する。一方、配列サイズが大きくなると、スケーラビリティは向上する。全体の傾向を見ると、フレームワーク版の方が早く飽和している。これは、フレームワーク化のために若干のオーバーヘッドが存在することを考えると当然の結果であろう。しかし、256 ノードまでの XL の配列サイズについて測定した実行性能は、むしろフレームワーク版の方が若干高い。これは、配列変数のメモリ配置の問題と考えられ、512 ノード程度の範囲内では、両者は同程度の性能と見てよいであろう。最終的に、SPHERE フレームワーク

を用いたコードは、RSCC の 512 ノード (1024CPU) で 300GFLOPS を超える性能を達成することが確認できた。次に、最近の機種である Altix4700 と Xeon5160 クラスタでの性能を見る。図 8, 9 に示すこれらの性能は、図 7 に示す通信の実装を若干変更し、非同期通信の実装でサイズ L の問題で評価した。

図 8 において NB は Non-Blocking 通信を、PPM は Processor Per Memory を表す。PPM=2 は PPM=4 に比べて高バンド幅となり、今回のベンチマークのようなメモリバウンドの問題には適している。オリジナルとフレームワーク版の性能はほぼ同じであったため、まとめて図示している。これから、コア数が増えると NB 通信の効果が顕著になる。また、PPM の効果は常に大きいことが分かる。PPM=2 のときの NB 通信の場合では、スーパリニアの傾向が見られるが、128 コアで 104 倍の性能を達成できている。

図 9 に示す Xeon(Woodcrest)の場合も NB 通信の効果があり、128 コアの場合に 88GFLOPS を達成している。

以上の評価結果から、フレームワーク版の並列性能はオリジナル版とほぼ同等であり、さらに非同期通信処理により性能向上が確認された。

## 6. 連成解析

連成問題は、支配方程式レベルで複数の現象が密接に結びついた強連成と、各々独立の支配方程式を交互に解く弱連成に分類される。解析対象となる物理現象は、流体、構造、熱移動、電磁波、化学反応などの分野があり、対象とする連成問題によっては解くべき系が非常にスティフになり、強連成でしか取り扱えないものがある。しかし、それ以外の多くの連成現象は弱連成で扱える問題も少なくない。疎結合型の弱連成は自由度が大きく、個別のシミュレータを結合して柔軟に問題に対応できる点が大きな利点である。弱連成はカップリングの方法として、1way (一方向)、2way (双方向) とがある。また、1 タイムステップ進む間に各支配方程式が収束するまで反復する方法もあり、様々な連成解法が提案されている。

ここでは、流体構造連成の具体的な例をとりあげ、フレームワークを用いたアプリケーションでの実装方法を検討してみる。対象とする問題は、図 10 に示すような航空機の翼のフラッター問題である。

連成問題を弱連成手法により扱う場合に問題となるのは、ソルバ間の交換データと連成制御の記述と実装方法である。SPHERE フレームワークでは、データの実体はデータクラスで管理するので、どの配列にアクセスするかという情報が連成制御の記述時に必要になる。フレームワークは配列変数名をラベル管理する仕組みをもつため、この記述から直接配列変数へアクセス可能である。

次に、ソルバクラスの実行制御については、図 2 のソルバクラスの処理手続きを参照して、次のように行う。現時点では、Pre, Main, Post の処理単位よりも小さい粒度の制御処理は行っていない。

```
SolverList[n] = { Flow Solver, Structural Solver }
for(n) SolverList[n].Init()
while ( i < LoopMax ) {
    for(n) SolverList[n].Loop()
    Time += DeltaT
    For(n) Coupling(FuncList[n])
}
for(n) SolverList[n].Post()
```

各タイムステップの処理後、データを同期するためのメソッド Coupling が実行されるが、その具体的な処理は

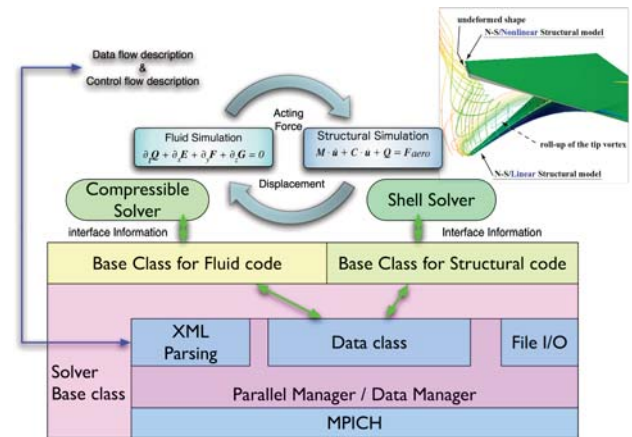


図 10 流体構造連成の制御とデータの流れ

FuncList に記述されている。この FuncList に書かれる内容は、ソルバ開発者が XML ファイルに制御フローを記述し、そのルールをプリコンパイルしてコード生成を行う Cactus 方式を考えている。

## 7. まとめ

大規模並列環境におけるシミュレーションコード作成と実行支援環境を提供するミドルウェアを開発し、その並列性能をいくつかのプラットフォームで評価した。ポアソン方程式のベンチマークコードに対する並列性能評価の結果、構築したフレームワークを利用したコードは、オリジナルのコードと比べてほぼ同等の性能をもつことが分かった。また、非同期通信を利用することにより、性能の向上を図ることができた。さらに、流体構造連成シミュレータなどに適用するための連成制御の方法について、フレームワークへの実装を検討した。

今後、ユーザによるワークフロー記述とより細かな制御構造が組み込めるような実装を行い、図 10 に示す流体構造連成問題を解く予定である。

## 謝辞

本研究の一部は、新エネルギー・産業技術総合開発機構 (NEDO) の平成 16 年度産業技術研究助成事業の助成を受けている。また、理化学研究所の共同計算機システム RSCC を利用している。

## 参考文献

- 1) 小野謙二, 玉木剛, "SPHERE - 物理シミュレーションのフレームワークと実行環境の開発", 日本計算工学会論文集, No. 20060031 (2006).
- 2) 太田高志, 白山晋, "オブジェクト指向フレームワークによる流体計算統合環境", 日本計算工学会論文集, No. 19990001 (1999).
- 3) 小野謙二, 玉木剛, 野田茂穂, 岩田正子, 重谷隆之, "オブジェクト指向並列化クラスライブラリの開発と性能評価" 情報処理学会論文誌: コンピューティングシステム, Vol. 48, No. SIG 8(ACS 18), (2007)44-53..
- 4) <http://www.nongnu.org/freepooma>
- 5) Henshaw, W.D., "Overture: An Object-Oriented Framework for Overlapping Grid Applications," AIAA conference on Applied Aerodynamics (2002), also UCRL-JC-147889.
- 6) Hornung, R.D., and Kohn, S.R., "Managing Application Complexity in the SAMRAI Object-Oriented Framework,"



- in Concurrency and Computation: Practice and Experience (Special Issue), 14 (2002) 347-368.
- 7) Goodale, T., et. al, "The Cactus Framework and Toolkit: Design and Applications," Vector and Parallel Processing - VECPAR '2002, 5th International Conference, Springer (2003).
  - 8) <http://accc.riken.jp/HPC/HimenoBMT/index.html>
  - 9) <http://accc.riken.jp/rsc/index.htm>

# TSUBAME Grid Cluster

西川武志<sup>1)</sup>, 松岡聡<sup>1), 2)</sup>

1) 東京工業大学学術国際情報センター、2) 国立情報学研究所

# TSUBAME Grid Cluster

by

Takeshi Nishikawa and Satoshi Matsuoka

## ABSTRACT

TSUBAME (Tokyo-tech Supercomputer and Ubiquitously Accessible Mass-storage Environment) is a new supercomputer cluster installed at Tokyo Institute of Technology in Tokyo, Japan, in April 2006 and boasts over 85 Teraflops of peak compute power with 50 Teraflops of peak over 10,000 Opteron CPU cores and 35 Teraflops 360 acceleration cards with the ClearSpeed CSX600 chip, 21.5 Terabytes of total memory, and 1.1 Petabytes of online disk storage “Fat Node” as well as fast parallel interconnect---architectural principles based on traditional supercomputers. In March 2007, it increased the capacities of memory to 21.7 Terabytes and disk to 1.6 Petabytes. And it has kept the fastest supercomputer in Asia and Japan in September 2007.

TSUBAME is operated under the slogan of “みんなのスパコン”, “Everybody’s Supercomputer”. We have employed an x86 architecture and Linux operating system on TSUBAME, supplemented by Grid middleware, allowing synergistic access from desktops and laptops. Many applications, among the user own, the commercial, and the public domain, will simply run on TSUBAME with nothing of or very little modifications. We also are administering the machine so that such access will be easy and ubiquitous as possible, including free accounts for small usage as well as Web-based storage access. We also provide two charged batch queue services, the best effort service (bes) and the service level agreement (sla). The CPU core allocation unit is by a core on the “bes” and by a node on the “sla”. So, a user is easier to occupy many nodes exclusively on the “sla” than on the “bes”. The fee of “bes” is 4 times cheaper than that of “sla”.

In FY2006, the user own applications spent half of CPU times of TSUBAME and the independent software vender (ISV) applications spent one third of CPU time of TSUBAME. We keep holding the policy to strengthen TSUBAME continuously.

## 1. はじめに

TSUBAME (Tokyo-tech Supercomputer and Ubiquitously Accessible Mass-storage Environment) Grid Cluster (以後 TSUBAME) は、2007 年 5 月現在、全体で、理論ピーク性能 85TFlops (x86-64 サーバ部分 50TFlops、SIMD アクセラレータ部分 35TFlops)、22TB メモリ、1.6PB オンラインストレージ、バイセクションバンド幅 1.44Tbps×2 の Fat Tree Infiniband 結合網を備えた、あらゆるパラメータで現在、わが国最高性能・最大規模のスーパーコンピュータとして東京工業大学学術国際情報センターにて運用されている。

誤解を恐れずに言えば、TSUBAME は我が国最高性能のスーパーコンピュータであると同時に、超大規模の PC クラスタとして、従来のプロプライエタリなスーパーコンピュータと PC クラスタ両者の利点を兼ね備え、かつそれぞれの欠点を補うマシンとして設計されている。TSUBAME は、柔軟かつ強力なハイエンドの大規模並列計算やデータ処理の能力と、エンドユーザのデスクトップ・ノートブック PC や PC クラスタ環境との高い親和性 (同じバイナリが動くなど) との両立を実現している。この両立が、TSUBAME が標榜する「みんなのスパコン」の世界であり、従来の限定されたユーザのみを対象としたスーパーコンピュータとはその基本的な発想を異にしており、その点で今後の大学や研究所運用のスーパーコンピュータおよびセンターのあり方に関して、大きな方向性を示すことができたと思っている。

特に今回 TSUBAME の大きな目標は、従来のスーパーコンピュータの既成概念を打ち崩すことにあった。数十年前のメインフレーム時代は、一台の計算機を多くの人々が閉じた環境で共有して使っていたため、計算機を使用が可能な端末が置いてある箇所からは全て同一の環境---いわゆる SSO(Single Sign-On)---が自然に実現しており、業務系の処理からシミュレーションまで、同一の環境で行われていた。その後、70 年代後半から 80 年代よりマイクロプロセッサ/PC 時代に本格的に移行し、同時期に Cray 等のスーパーコンピュータが提供されるようになって、近く (手元) の端末/ワークステーション (WS) /パーソナ

ルコンピュータ (PC)、遠くのスーパーコンピュータと、計算環境は大幅に異機種・異環境のものが混在することになった。しかしながら 90 年代以降マイクロプロセッサの性能向上やソフトウェア (OS、特に Windows 95 での TCP/IP の標準サポート) の普及により、市場の拡大→性能・信頼性向上→低価格化→市場拡大・・・と正のフィードバックサイクルが確立し、かつ LAN, WAN とともに劇的な高速化・コモディティ化が急速に進行した。ハードウェアには従来の汎用機等で使われていたエンタープライズ系の技術が PC 環境に適用されるようになった。さらに Linux を始めとするオープンソースソフトウェアの登場と普及、高機能化が進むにつれて、WS でしか利用できなかった Unix 環境において劇的なコストパフォーマンス向上が可能となった結果、PC および PC クラスタが従来の WS を追いやり、x86 系の性能・機能向上は、多くのハイエンド RISC プロセッサをほぼ絶滅に追いやった。遂には HPC 分野にマイクロソフトが Windows Compute Cluster Server を引っさげて進出してきた。

ところが、特にわが国を中心として、いわゆる「スーパーコンピュータ」は 80 年代からのプロプライエタリアーキテクチャを採用した異機種・異環境のレガシーシステムが、ほとんどの大学等のセンターに導入され、残り続けている。結果、として、以下に代表されるような状況となっている：

- ・大学院生等、次世代を担う人材の日常環境である Windows, Linux 等と異なる OS やミドルウェア、コマンド体系、ツール群
- ・ファイル共有やその他の様々なサービスにおけるデスクトップパソコンとスーパーコンピュータの非共有・非接続性
- ・独立系ソフトウェアベンダー (ISV) アプリケーションの非対応、移植打ち切り、高コスト化
- ・新たなプログラム言語 (Java) や最新の開発環境ツール (Visual Studio や Eclipse) などの欠如
- ・世界各地で開発が行われているグリッドミドルウェアとの乖離

当然これではシステム全体のコストパフォーマンスは低くなり、また民間 HPC 市場が Linux/Windows といった寡占状態にある通常環境から移行しにくいので、結果としていわゆる「スーパーコンピュータ」を中心とした HPC 市場の縮小をもたらしている。

逆に一般のエンタープライズインフラ、特にサーバを鑑みると、すでにメインフレームの時代は過ぎ、x86 + Linux/Windows は 50%以上の金額ベースを占める[1]。多大なる成功を収め、かつビジネス用途にとっても十分な信頼性をもたらしており、デスクトップ環境との高い親和性を実現している。しかも、近年に並列処理においては、いかに効率のよい並列演算ユニットを安価に並べ相互結合することが性能を決定しており、x86 のハードからアプリケーションに至るまでの大量生産・活用による「枯れた」プラットフォームの活用は大変技術的に有用となる。

逆に、組織としての IT 投資の観点から鑑みると、各センターのスーパーコンピュータの年間予算は年間 10 億円程度であるが、「共有設備」の名目で実際には 20~30 名程度の利用者にそれだけの資金、つまり一人あたり年額数千万円を成果のチェック機能なしに投入する合意を今後得るのは難しい。デスクトップと連続した環境で、多数の一般サービスやアプリケーションをサポートし、組織内外の多数のユーザに供することができないと、限られた利用者向けの設備に多大な資金を投入する事は出来ないと判断されかねない。研究室の PC やクラスターストレージなど、分散した計算資源が高速ネットワークで結合されて存在し、x86, OS, 言語, Web/分散処理/グリッド技術/セキュリティ技術などが、新たに発生したり、格段に進歩したりしている利用者側の現状も十分に加味する必要がある。

以上により、東工大における新世代のスーパーコンピュータは、従来のように大規模な計算・ストレージ・ネットワーク能力を生かしたハイエンドなシミュレーションの機能を実現しながら、同時にあり余るそれらの資源を生かして現代の IT 環境にシームレスに接合し、様々なサービスを提供する源となつて、学内や組織内の多数のユーザの IT ニーズを吸収し、大学における教育・研究アーカイブなどの教育研究業務、さらにはメールや事務処理などの日常業務などの統合的なホスティングを行うこととした。これにより、それぞれの研究者ユーザに統合的な IT 環境を提供することが可能となり、学部生から大学院生、教員系から事務系組織まで全員が日常で利用する「みんなのスパコン」環境が実現するため日夜努力を続けている。東工大では新入生から日常的にスーパーコンピュータ環境に触れ、利用のハードルを非常に低くすることで、次世代のシミュレーションユーザを多数生み出し、ひいては科学技術の発展に大幅に寄与することが期待している。

## 2. TSUBAME の設計要件

TSUBAME の設計にあたり、いくつかキーとなる技術要素が実質的には 2002 年から検討されていた。前回の調達で 2000 年 1 月に学術国際情報センター (GSIC) の前身である総合情報処理センターに導入されていたスーパーコンピュータ群は、ベクトル型である NEC SX-5 (16CPU、128GFlops)、並列共有メモリ型である SGI Origin 2000 (256CPU、202GFlops)、並びに Compaq GS320 (64CPU、128GFlops) で、合算ピーク性能は約 448GFlops、ストレージはテープを合わせても 50TB 程度であった。また、OS も独自色の強い、しかもマシンごとに異なる Unix 系の OS であり、ユーザ環境とのファイル共有は言うに及ばず、マシン間でもあまりファイルや環境の共有ができていなかった(NFS サーバは存在したが、低性能であった)。

そこで、総合情報処理センターが GSIC に衣替えした 2001 年の 1 年後の 2002 年 4 月より、PC クラスタを中心としたクラスター・グリッドの運用実験である「東工大キャンパスグリッド」プロジェクト[2]が開始され、2004 年には総計で 1000CPU を超える大規模な PC クラスタ群と従来のスーパーコンピュータからなる複合環境となり、スーパーコンピューティングセンターとして 4 年あまり様々な運用経験を積み、またユーザに並列環境への段階的な移行を促した。同時期に、2006 年 4 月に導入される新スーパーコンピュータの技術目標と、それを満たすデザインに着手した。

新スーパーコンピュータ TSUBAME の大きな技術目標は、「みんなのスパコン」としての幅広いユーザ層獲得、学内研究利便性向上&大規模シミュレーション計算ユーザの要求を同時に満たす新世代計算科学インフラ構築であるが、以下の要件に細分化された：

- (a) 2006 年 3 月の構築時点で我国 No.1 となる、
  - (1) 40TFlops 超の総合演算性能を持ち、
  - (2) 1 PB 超オンラインストレージを備え、
  - (3) それらを数 Tbit 級で接続する相互結合網結合、これらをコモディティ技術によって実現する。
- (b) これらが全キャンパス・(他大学や企業など外部組織を含む)外部の仮想的な研究組織からアクセスがシームレスに可能になるようなグリッドを構築、運営し、
- (c) ヘビーユーザ(Capability)向けの情報サービスのみならず、全学の大幅な研究利便性を高めるライトユーザ(Capacity)向けサービスとの両立を目指す。
- (d) 高いコストパフォーマンス・低消費電力・安定性を実現、それにより東工大 GSIC が大規模計算基盤の世界的リーディングセンターとして認知されることを目指す。

## 3. TSUBAME の誕生

以上の設計要件の元に、TSUBAME は NEC が Sun Microsystems, AMD などと協業してその詳細設計や製造・設置の任にあたり、2006 年 3 月末日に誕生し、翌月の 4 月 3 日から第一次の試験運用を開始した。



図 1 TSUBAME の一部

技術的なポイントとしては、以下の項目が挙げられる：

- 5120 ソケットに、Dual Core CPU 採用による 10,480 個の AMD Opteron Core、2.4GHz (一部 2.6GHz)。
- 8 ソケットを Coherent HyperTransport で接続し、16 core のほぼ SMP に近い共有メモリ・Fat Node を高さ 4U のコンパクトなサイズで実現したサーバマシン Sun Fire X4600 が 655 ノード、約 50.4TeraFlops
- メモリは 1 ノード 32GB (一部 64GB) 共有メモリで合計 21.4TByte (地球シミュレータの約 2 倍) である。これにより、

チューニングやライブラリ・コマンドの細かい差異は別として、地球シミュレータで動作するプログラムはほとんど TSUBAME で動作する（そのままでのアルゴリズムでもメモリ不足に至らない）。

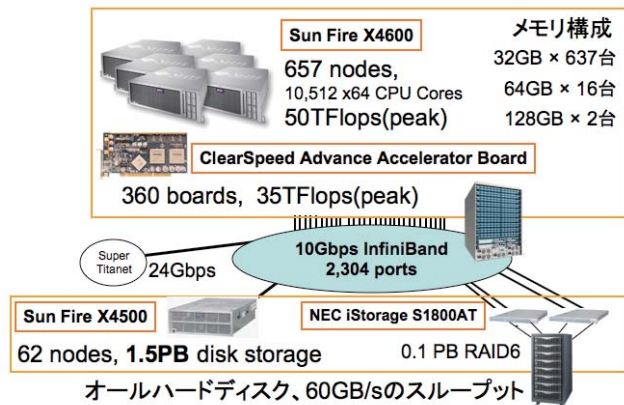


図2 TSUBAMEの基本構成

□相互結合網は、Infiniband 4x の Dual Lane 構成で、1 ノードあたり 20Gbps である（ストレージの Sun Fire X4500 は single lane）。スイッチは 288 ポートの Voltaire ISR 9288 で、エッジスイッチとして 6 台、コアスイッチが 2 台である。エッジスイッチとコアスイッチは 24 本ずつのアップリンク（合計 48 本）で結ばれているので、バイセクションバンド幅は (1.44Tbps + 1.44Tbps) である。

□ストレージは、二つのシステムにより構成されている。一つは Sun Fire X4500 システム群で、一台あたり 4U で 48 基の 500GB SATA HDD を備え、合算容量 24TByte を備える。ストレージコントローラは Dual Core / Dual Socket Opteron であるが、ストレージ用に HyperTransport 経由で多数の SATA ブリッジが接続されており、48 基分に十分な I/O 速度を確保している。TSUBAME では、Single Lane の Infiniband で接続して、RAID5 構成で全体では 1GB/s 以上のシーケンシャルアクセスの外部バンド幅を達成している。TSUBAME では 2006 年 3 月末の導入当初 Sun Fire X4500 は全部で 42 台、全容量 1PB、全ストレージバンド幅 40GB/s となるが、その高速性を生かすため、作業用ディレクトリ (/work) では Lustre 並列ファイルシステムを動作させ、並列化による高速 I/O を実現している。2007 年 3 月末に Sun Fire X4500 は将来を見越して 20 台増設され、2007 年 9 月現在、全容量 1.6PB となっている。

二つ目は NEC の iStorage S1800AT システムであり、SATA を用いながら、RAID6+冗長 SAN 構成により、高い信頼性を確保している。全容量は 100TB で、主に ホームディレクトリ (/home) に用いられている。

□SIMD アクセラレータは、ClearSpeed 社の SIMD ベクトル型のチップ CSX600 を二個ずつ搭載した PCI-X のボードを用いた。詳細は[3]に譲るが、一枚あたりのピーク性能は 96GFlops、ピーク消費電力は約 25W で、導入時点で BLAS の DGEMM の最高性能が 50GFlops であった。全体のボード数は現状では 360 枚で、合算ピーク性能 34.6TFlops であり、カードとメイン CPU 間の転送速度を鑑みて、1 ノード（一部）ごとに 1 枚ずつ装着されている。全体の消費電力は 9KW 以下で、これは TSUBAME の 1 ラック以下に過ぎない。

□TSUBAME の設置面積はサービスエリアを含めて約 350 平方メートル (GSIC の計算機室全体で 600 平方メートル程度) であり、ストレージ(10 ラック)やネットワークを含め 76 ラックで構成される。計算ノードはラックの高さによって

10 台または 11 台格納され、スイッチを含めて 65 ラックを占め、残りがストレージや制御・管理ノード、外部接続ネットワークなどのラックである。これに、32 台の冷却ユニットが加わる。全重量は冷却器を含めると約 60 トンであり、2F と 1F の合計 3 部屋に分散して設置されている。

□TSUBAME の消費電力は、定格では 1153kVA、冷却装置を含むと 1630kVA であるが、実際の観測値では High Performance Linpack (HPL) 動作時、かつ冷房器を最大パワーで動作させて約 1.2MW 程度である(2006 年 5 月ごろ)。実際、25 度吸入における単体ノードの HPL 実行における省電力は 1330W と計測されており、よって TSUBAME の計算部分の実際的な最大消費電力は 900KW 以下と推定される。

□TSUBAME が約 480 ノード置いてある 2F のメイン計算機室は、最新のデータセンターで用いられる、吸気側の冷気と排気側の暖気とを完全分離(Cold Row vs. Hot Row Separation)して、かつ暖気を滞留させずにすぐに冷却装置で吸気して冷やし、高圧力で吸入側に冷気を排出することによって高い冷却効率が得られる新しい手法をとっている[4]。これに対し、旧 GSIC を含むわが国の多くのスーパーコンピュータセンターが、旧来スーパーコンピュータのレガシーである冷暖気の攪拌による部屋全体の平均温度を下げる手法を用いているが、この手法は特に高い熱源がある場合は大変非効率であることが知られている。TSUBAME では、新冷却方式実現のために、冷却装置を部屋の真中の暖気列のすぐ後ろにも設置し、天井のダクトを通して暖気と混合せずに吸入列に冷気を供給するという、専用の配置設計・実装を行っている。

□TSUBAME の OS は SUSE Linux 9 を現状では全ノードで用いており、各ノードには Boot & Swap 用の 2.5inch HDD を装備している。管理&ジョブスケジューリングは、Sun N1 Grid Engine を用いているが、将来これは NAREGI のグリッドミドルウェアと接続される予定である。2007 年 9 月現在、一部実験用のノードに NAREGI のグリッドミドルウェア導入されている。

無論 TSUBAME の心臓部は x86-64bit ベースのアーキテクチャなので、将来は SUSE Linux 10 へのバージョンアップは言うに及ばず、状況に応じて Sun Solaris や Windows Cluster Computing Server を部分的に採用することも検討している。それらの運用の際には、OS イメージベースの動的なプロビジョニング・ディプロイメントツールや、仮想機械技術による OS ホスティングなどによる実現を果たす予定である。

以上のように、TSUBAME は初期の設計思想をほぼ反映したマシンとなっている。

#### 4. TSUBAME の飛翔 - ベンチマーク

TSUBAME は 2006 年 6 月の The 26th Top500 List の Linpack 性能で、わが国およびアジア、世界では 7 位である 38.18TFlops を Opteron のみを使用し達成した

(Rmax/Rpeak 効率 76.56%)。その絶対性能や容量もあいまって、アジアの代表的なスーパーコンピュータとなった。2006 年 11 月には Opteron に加え ClearSpeed アクセラレータボードを使い The 27th Top500 List では 47.38TFlops の Linpack 性能を達成 (Rmax/Rpeak 効率 57.69%) し世界 9 位とライバルも向上した中、Top 10 圏内を維持した。2007 年 6 月の The 28th Top500 List では、アジア・日本 No.1 スーパーコンピュータの地位は維持したものの、Top10 圏内から落ちてしまい、世界 14 位となった。

TSUBAME は、HPL は勿論のこと、MPI の各種 microbenchmark, HPC Challenge Benchmark、NPB 2.3 (Class B/C)、Gaussian、AMBER など様々なベンチマークを行い、



その結果を一般に広く公開している

(<http://www.gsic.titech.ac.jp/~ccwww/tgc/bm/>).

ここでは、いくつか特徴的なデータを紹介する。

□MPIの通信性能は、ノード間でのレーテンシは4.7~5.7  $\mu$ 秒程度、バンド幅は1.10~1.15GB/s、B1/2(最高バンド幅の1/2の性能を示すデータ長)が16384~32768バイト程度で、ペアとなるノードの配置にかかわらずほぼ安定した性能を示す。これは、SGI Columbia, Cray Redstorm、BG/Lなどの同規模のシステムと同程度の数値である。

□NPB Class Cでは、ほぼ全てのベンチマークにわたって、ノードを分散させて128CPU程度まで計測を行ったが、CPU増加に伴う Mops/s/CPU はほぼ一定であった。つまり、これはTSUBAMEのネットワークが高速でスケラブルであることを意味している。

## 5. 初年度から現在までの運用

TSUBAMEは2006年3月末の導入から2007年9月現在まで五段階に渡って運用体制を修正した。

表1 TSUBAMEの運用体制の変遷

期間	バッチ提供ノード数	
a. 2006/4/1-5/31	32(4/1-5/10), 36(5/11-21), 156(5/22-31)	第一次試験利用 開放
b. 2006/6/1-10/4	156(6/1-12), 195(6/13-30), 295(7/1-10/1)	第二次試験利用 開放
c. 2006/10/5-11/13	535(10/5-11/13)	第一次本運用移行 期間
d. 2006/11/13- 2007/8/3	535(11/14- H19/8/3)	第一次本運用
e. 2007/8/14-	595(8/14-)	第二次本運用

各段階では、一般利用者に供給するノード数やバッチキューの構成が異なっている。a、bの期間は、計算資源の過半数を既存プログラムの移植、チューニング、利用環境の整備等にあて、済み次第ノードを一般利用者が利用するバッチキューに供給して行った。図3の前半から読み取れるよう利用可能な計算資源の追加後は利用者による負荷があがっていないが、時が経つにつれ供給量一杯に近づいている。2006年10月から第一次本運用を開始した際には、バッチキューに535ノードを供給し課金キューの設定を行ったが実際の課金は2006年12月から行った。第一次本運用開始からの約1ヶ月は、既存の無償利用体制及びキュー構成から本運用キュー体制への移行期間とし、無償利用とした。第一次本運用の結果を踏まえてキュー構成の構成変更を行う第二次本運用は当初2007年4月からの予定であったが実際にはg. 2007年8月からとなった。

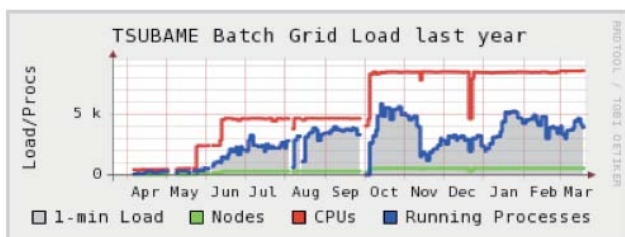


図3 TSUBAME バッチキューのCPUコア利用状況

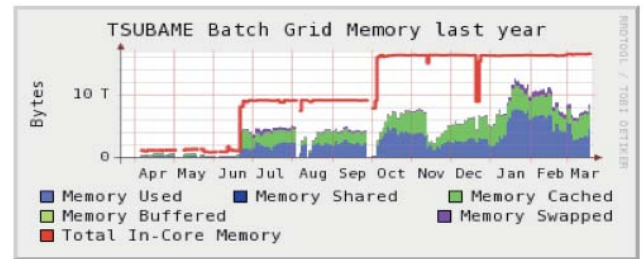


図4 TSUBAME バッチキューのメモリ利用状況

表2 TSUBAMEのキュー構成 (2006/10/5-11/13)

queue	Num. of nodes	備考
interactive	4	会話処理用, 2.6GHz, 64GB RAM
default	39	同時利用 32CPU コア上限
high	12	2.6GHz, 64GB RAM,
A	120	ノード占有、移行暫定
B	120	ノード共有、9CPU コア並列以上、移行暫定
bes1	120	ノード共有、並列数制限無し
sla1	120	ノード占有、329CPU コア並列以上
avs	20	AVS利用
sas	1	SAS利用
mopac	3	MOPAC利用

表3 TSUBAMEのキュー構成 (2006/11/14-2007/8/3)

種別	queue	Num. of nodes	備考
無償	interactive	4	会話処理用, 2.4GHz, 32GB RAM
無償	default	39	初心者用, 同時利用 32CPU コア上限
無償	high	12	2.6GHz, 64GB RAM,
有償	bes1	120	2.4GHz, 32GB, 定量制,
有償	bes2	120	ベストエフォート
有償	sla1	120	2.4GHz, 32GB, 従量制,
有償	sla2	120	性能保証、学内/学外者利用可能キュー共存
無償	avs	20	AVS利用
無償	sas	1	SAS利用
無償	mopac	3	MOPAC利用

表2に第一次本運用移行期間の、表3に第一次本運用時のTSUBAMEのキュー構成を示す。第一次、第二次試験利用開放では、A,Bという、それぞれ低並列(32CPUコア並列まで)だがノード占有、32CPUコア並列以上利用可能だがノード共有というキューの利用状況を鑑み、後述のベストエフォートサービス、性能保証サービスを考案し導入した。

第一次本運用後のTSUBAMEの利用形態としては、無償のサービスと有償のサービスからなる。無償サービスは初心者や講義で利用する novice キュー、特定アプリケーション実行用キュー (sas, mopac) 等からなる。有償サービスは、課金口数1単位につき64プロセスを実行可能な定量制のベストエフォートサービスと、課金口数1単位につき2,880



ノード時間利用可能な従量制の性能保証サービスからなる。ベストエフォートサービスと性能保証サービスの詳細を述べると次の通りである。ベストエフォートサービスではジョブへの計算資源の割当はプロセス単位で行い、16CPU コアをもつノードから割り当てられるプロセス数は、利用者が指定しない限り、システム側が決定する。例えば16プロセス並列ジョブは1ノード1プロセスで64ノードに割り振られるかもしれないし、1ノード8プロセスで2ノードに割り振られるかもしれないし、1ノードに16プロセス全てが割り当てられるかもしれない。ジョブを実行することになったノードに自分以外のプロセスが存在しCPUやメモリの競合が発生する可能性がある。1ノードを自分のプロセスで占有する事が可能になるような条件の指定が可能であるが、その分、ジョブの優先度が低下し、実行までの待ち時間が延びることになる。またベストエフォートサービスにて128プロセス並列の1ジョブを実行したい場合は課金口数を2単位必要とする。1024プロセス並列を実行したければ16単位を事前に課金口数を支払わなければならない。一方、性能保証サービスでは、ジョブへの計算資源の割当はノード単位であり、1プロセスであろうが、8プロセスであろうが、16プロセスであろうが1ノードが割り当てられ、ジョブの経過時間1時間でノード時間1時間消費と計算される。ノード毎の割当のため、該当ノードには他の利用者のジョブは存在せず、ノードのCPUコアやメモリを競合する事無く利用可能である。課金口数1単位につき2,880ノード時間なので、72ノード(1152プロセス)並列のジョブならば40時間実行可能である。このようにして、TSUBAMEが空いているときやプログラム開発の初期段階にはベストエフォートサービスを、高並列ジョブやノード当たりメモリを大量に必要とする場合には性能保証サービスの利用を促進している。表4にTSUBAMEの現行キュー構成(H19/8/14以降)を示す。

表4 TSUBAMEの現行キュー構成(H19/8/14以降)

種別	queue	Num. of nodes	備考
無償	interactive	16	会話処理用, 2.4GHz, 32GB RAM
無償	novice	23	初心者用, 同時利用32CPUコア上限
有償	bes1	118	2.4GHz, 32GB, 従量制, ベストエフォート
有償	bes2	118	
有償	sla1/inno1/pinno1	118	
有償	sla2/inno2/pinno2	118	
有償	sla3/inno3/pinno3	60	性能保証、学内/学外者利用可能キュー共存
有償	RAM64GB	16	2.6GHz, 64GB RAM, 従量制, 性能保証、学内/学外者利用可能キュー共存
有償	RAM128GB	2	2.6GHz, 128GB RAM, 従量制, 性能保証、学内/学外者利用可能キュー共存
無償	sas	1	SAS利用
無償	mopac	3	MOPAC利用

現行キューの最大の特徴は、大容量共有メモリが利用可能な性能保証サービス(RAM64GB, RAM128GB)の追加と性能保証東工大内に支払責任者たる共同研究者が存在しない学外者の利用を認めるキューを作成したことにある。これにより文部科学省の「先端研究施設共用イノベーション創

出事業」【産業戦略利用】の一環として”『みんなのスパコン』TSUBAMEによるペタスケールへの飛翔”を実施し、民間企業への計算資源提供が始まった[5]。

なお、バッチキュー以外では対話処理用ノードを以前の4ノードから16ノードに大幅に増やし、利用者のプリ・ポスト処理や会話処理での並列プログラム開発環境等を強化した。

このように環境を整備して行った結果、どのようにTSUBAMEが利用されたかを以下に述べる。図5に2006年度TSUBAME利用者の割合を示す。東工大の高等教育機関という性格上、56%を学生が占めるのは当然であるが、教授、助教授(現、准教授)の利用者が研究員(ポスト等)を上回り、助手(現、助教等)に匹敵していることは、ある意味、驚かされた。

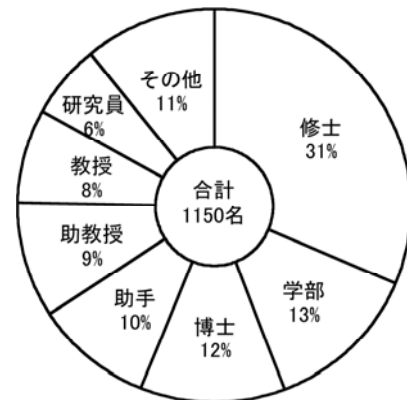


図5 2006年度TSUBAME利用者割合

表5 2006年度TSUBAMEのCPU利用率

月	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3
利用率	15%	14%	23%	32%	32%	54%	55%	38%	52%	53%	57%	60%

表5に2006年度TSUBAMEのCPU利用率を示す。ここでも高等教育機関という性格が見られ、9,10月の学会発表シーズン、12月から翌年3月までの卒論、修論、博士論文関係の需要が高いものとなっている。

CPU利用時間の内訳は69%が、GSICによってISVアプリケーションとして登録されていないもの、すなわち利用者の自作、または利用者がインストールしたアプリケーションによって利用されており、31%がGSICによって登録されたISVアプリケーションによるものであった。利用者の自作または登録によるアプリケーションに関して統計を特別に取っていないため、詳細な報告は困難であるが、研究グループ等から流体・構造計算が、全体のCPU利用時間のおおよそ半分を占めているものと推測される。図6に2006年度TSUBAMEに置くジョブ毎経過時間に対する総利用メモリ量を示す。ジョブ毎の総メモリ利用量が数十GBを超え、数日から数週間に渡るのは流体・構造系の計算であると推測される。一方、登録ISVアプリケーションに関しては詳細な統計を記録しており、図7にコンパイラ利用を除く2006年度TSUBAME登録ISVアプリケーション実行数シェアを、図8に2006年度TSUBAME登録ISVアプリケーションCPU時間利用シェアを示す。両者からAMBERという生体高分子の分子シミュレーションアプリケーションとGaussianという量子化学計算アプリケーションが多くジョブ数とCPU時間を占めている。CPU時間に至っては両方で9割を超過している事が分かる。

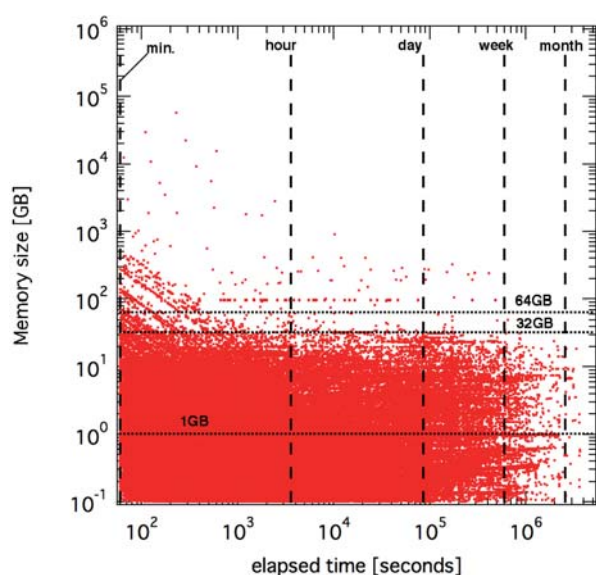


図6 2006年度 TSUBAME に置くジョブ毎経過時間に対する総利用メモリ量

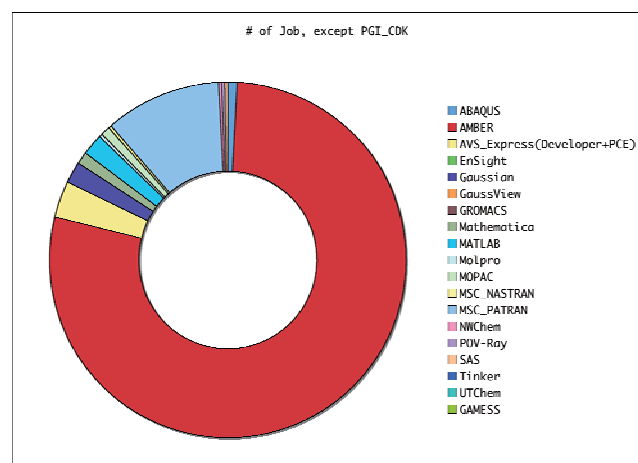


図7 2006年度 TSUBAME 登録 ISV アプリケーション実行行数シェア（コンパイラ利用を除く）

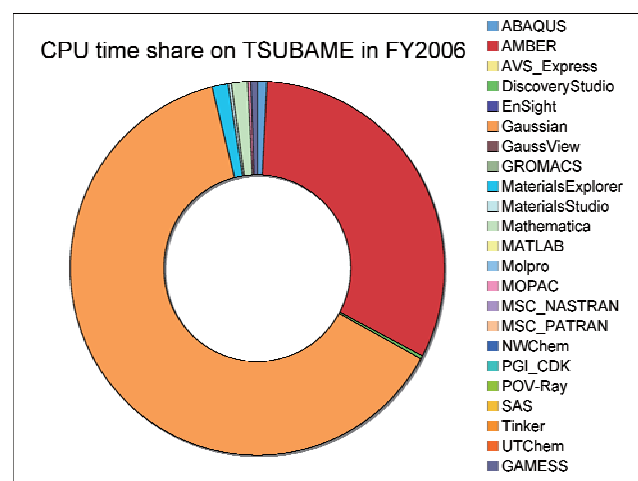


図8 2006年度 TSUBAME 登録 ISV アプリケーション CPU 時間利用シェア

これらの ISV アプリケーションの実行効率向上、消費電力利用効率向上を図る事が全体の利用効率向上につながり、他のアプリケーションの実行余地を確保できるため、ClearSpeed による加速や消費電力オフロードを試みている。

## 6. おわりに

TSUBAME は単純に従来型のスーパーコンピュータではなく、次世代の計算科学者を培う教育から日常の研究、さらには事務系のサービスホスティングまで、教育研究期間としてのあらゆる IT ニーズの中心となるべく、「みんなのスパコン」体制を目指す新たな利用法・活用法を実施しようとしている。

現状では、同じく 2006 年 4 月より導入された「キャンパス共通認証・認可システム」の認証ポータルへの接続が試験的に行われており、全学へのアカウント付与と SSO が実現される。実はこの認証システム自身、一部 TSUBAME の資源を用いたものである。さらに、OCW (Open Courseware)、全学ストレージサービスが実施されている。今後は Windows のリモートデスクトップや事務系のサービスなどが、TSUBAME 上で仮想マシンなどの技術を用いてホスティングされようとしている。スーパーコンピュータという観点から鑑みれば、これらが利用する資源は全体では微々たるものだが、全学の IT 資源の TCO (Total Cost of Ownership) の削減、さらには情報サービスの集約化や均質化による利便性の向上の効果は大変大きいと期待している。最後に、TSUBAME は継続的な発展の計画を進めている。その第一弾として 2007 年 3 月に 128GB メモリノード 2 基、ストレージ 0.5PB 増設が行われた。技術的には 2008 年ごろに 300TFlops 級や、数ペタバイトのマシンへ、現在の設置面積・消費電力・運用体制を維持しながらアップグレードするのは容易であり、あとは投資次第である。さらに、TSUBAME の設計・契約上の「寿命」は 2010 年 3 月までであるが、その後継としては、1PFlops 級のマシンを考察中である。最後に紙面に限りがあるため文中の用語について不明なものはインターネットを活用して調べていただけると幸いである。

## 謝辞

TSUBAME に「関わった」人数は本学トップから GSIC や事務方までの各関係者・ユーザは言うに及ばず、各ベンダーの多数の方々、文部科学省、さらには常日頃 HPC に関して議論・共同研究している方々まで、その数は軽く見積もっても 100 人規模となる。紙面が足りないで個人々人への御礼ができないのが残念であるが、ひとまずこの場を借りて深く御礼を申し上げ、今後も TSUBAME の発展へのご協力をいただければ大変幸いである。

## 参考文献

- 1) IDC Worldwide Quarterly Server Tracker Press release 1Q 2006, IDC, <http://www.idc.com/getdoc.jsp?containerId=prUS20180706>, May, 2006
- 2) 東工大キャンパスグリッドプロジェクト、<http://www.gsic.titech.ac.jp/TITechGrid/>
- 3) 遠藤敏夫, 長坂真路, 後藤和茂, 松岡聡: 「ヘテロ型スーパーコンピュータ TSUBAME の Linpack による性能評価」 情報処理学会ハイパフォーマンスコンピューティング研究会予稿集 (SWoPP2006), 2006 年 8 月
- 4) Chandrakant D. Patel et. al. "Thermal Considerations in Cooling Large Scale High Compute Density Data Centers", Itherm2002---The Eighth Intersociety Conf. on Thermal and Thermomechanical Phenomena in Electronic Systems, San Diego, 2002
- 5) <http://www.gsic.titech.ac.jp/innovation/>

## LEEによるロケットの音響効果予測

岩永則城、金田英和 (計算力学研究センター)、  
村上桂一 (宇宙航空研究開発機構)、北村圭一 (名古屋大学)、  
橋本敦、青山剛史 (宇宙航空研究開発機構)、中村佳朗 (名古屋大学)

## Prediction of sound effects on a rocket by LEE

Noriki Iwanaga, Hidekazu Kaneda (RCCM), Keiichi Murakami (JAXA),  
Keiichi Kitamura (Nagoya University), Atsushi Hashimoto, Takashi Aoyama (JAXA),  
Yoshiaki Nakamura (Nagoya University)

## Abstract

Acoustic loads are the principal source of structural vibration and internal noise during launch or static-firing operations. The loads cause various problems, so it is important to predict the acoustic loads on space vehicles such as a rocket. Conventionally, the prediction has been made by empirical methods. These methods have some limitations, since shielding and reflection are difficult to be dealt with. To avoid these difficulties, we are planning to use our LEE (Linearized Euler Equation) code and evaluate the acoustic field to predict the acoustic loads on a rocket. As a first step, we report the results of some benchmark tests for validating our code's precision.

## 1. はじめに

ロケット打ち上げ時に噴出されるジェットからは強い音波が生じる。この音波がロケット本体へ及ぼす音響効果、特に音圧荷重を予測する事は重要課題である。従来、文献[1]に見られるように、実測データに基づく経験則的手法による予測が行われてきた。しかし、文献[1]の手法では、近傍音場特性を部分的に遠方音場特性で近似する等の解析上の粗さや、プルームからロケットに至る間に構造物を有しないなどの使用上の制約があった。数値計算の適用により、従来手法の粗さや制約は緩和され、より正確な音響効果予測が可能となる。そこで、音響解析手法として有効性をもつLEE(Linearized Euler Equation)コード<sup>[2]</sup>を射場規模モデル用に拡張する<sup>[3]-[7]</sup>。最終目標は、「打ち上げ射場の音響場評価を数値計算で代用して、ロケットに生じる音響荷重を予測する」システムの構築である。本論文では、使用するLEEコードの精度や境界条件の適切性の検証のために、いくつかのベンチマークテストを行う。

## 2. 計算手法

LEEは3次元圧縮性Euler方程式を線形化したものである。古典的な音響アナロジーの式と異なり、音波の回折効果の解析が可能であり、音源のコンパクト性や流れの一樣性がなくても使用可能である。また、音波のみならず、エントロピーや渦の波も解析できる。このLEEの守備範囲の広さは、射場での音場評価にとって適切なものである。

LEEによる数値計算を射場での音場計算に適用する際に考慮すべき条件は、(1)解析領域が広く長時間に渡るデータが必要であること、(2)ロケットの振動源となる音波成分を捕らえられること、である。(1)は大規模計算になることを要求するため、MPIによるマルチブロック並列計算を行えるように計算コードを拡張した。(2)は、射場に設けられた排煙溝内の音響伝播や放射、(構造物の存在する)射場内の音響伝播を高精度に解くことを要求する。そのためには、スキームの散逸誤差や位相誤差が小さいこと、壁や流出流入部分に設定する境界条件の適切性が大切になる。この点は近年のCAAに関する国際学会<sup>[8]-[11]</sup>や関連論文<sup>[12]-[14]</sup>等においても着目されてきた部分である。そこで、本論文では、精度のみならず、境界条件の適切性に注目した検証を行い、その妥当性を検討する。なお、使用コードの他の面 (例えばスキームの精度や適用例等) に関しては、既に文献[3]-[7]において検証されている。

計算は1次の変動成分について行う。速度と圧力は、セル境界においてそれぞれ

$$u' = \frac{c_l u'_l + c_r u'_r - (p_r - p_l)}{\bar{c}}, \quad p' = \frac{c_r p'_l + c_l p'_r - c_r c_l (u_r - u_l)}{\bar{c}},$$

$$\bar{c} = c_l + c_r$$

で与えられる<sup>[3]</sup>。ここで、 $u$ は速度、 $p$ は圧力、 $c$ は音速である。また添え字 $l$ ,  $r$ はそれぞれセル境界における左側および右側の物理量であり、セル境界に対し法線方向成分の値である。セル境界左右における物理量は制

関数を用いずにMUSCL法により3次精度で内挿する。  
時間積分には3段階3次精度のRunge-Kutta法を用いる。

### 3. 結果

以下、背景流れ場が静止している場合を考える。

#### 3. 1 検証1：音響パルスとエントロピーパルスの 伝播と衝突<sup>[8]</sup>

この問題では、(1)両パルスが衝突する際に、波のプロファイルが保存されること、(2)音響波流出後、解析領域内で外部境界からの反射波の影響が現れないこと、を確認する。前者は本コードの精度を、後者は放射境界の取り扱い方の妥当性をみるものである。fig.1に示すように、解析領域は $-100 \leq x \leq 100, -100 \leq z \leq 100$ とし、使用したセル数は $i, k$ 方向ともに200であり、格子幅は $\Delta x = \Delta z = 1.0$ 、無次元時間刻みは $\Delta t = 0.2$ とした。領域から出て行く波の境界での反射を防ぐために、本来の解析領域の外側に吸収層を加えている。吸収層は $\Delta x_i = ar^n$  ( $a$ は境界セル幅、 $r=1.2$ 、 $n$ は層内セル番号、 $i=x,y,z$ )によって次第に間隔が広がるように設定している。ここでは(i)吸収層なし、(ii)10セル分吸収層あり、(iii)20セル分吸収層あり、の3通りを調べる。

fig.2は、 $x=+96$ 線上での圧力変動の最大相対誤差

$$\varepsilon_{p,l} = \left| \frac{p' - p'_{ref}}{p'_{ref}} \right|_{\max} \quad (p'_{ref} \text{は厳密解})$$

である。波が解析領域から出ていってしばらくの間は相対誤差が大きく、その後は小さくなるのが分かる。吸収層格子点数の効果は10セルよりも20セルの方が明らかによい。なお、20セルの $t=300$ 以降での誤差上昇は境界条件の影響であり、10セルに対する優位性は変わらない。fig.3は観測点 $(x,z)=(+96,0)$ における密度変動成分の時間履歴である。吸収層がない場合、時刻 $t=220$ 及び $t=350$ において、音響パルス波の反射の影響が現れていることが分かる。

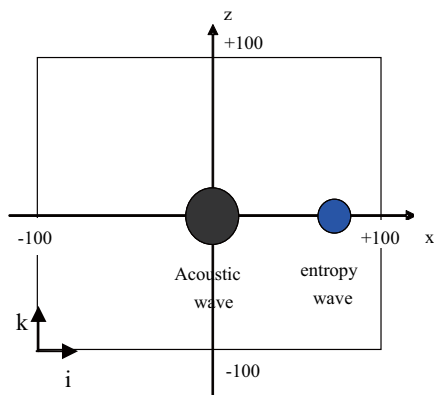


fig.1 Problem setting 1

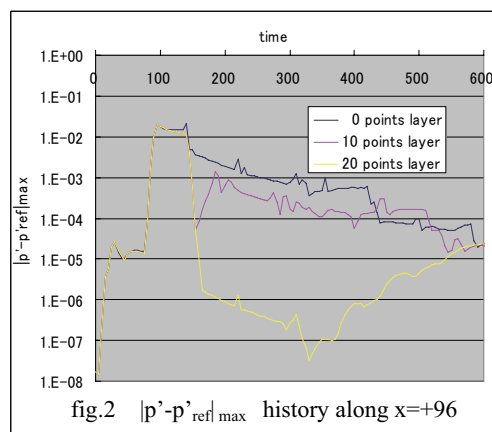


fig.2  $|p' - p'_{ref}|_{\max}$  history along  $x=+96$

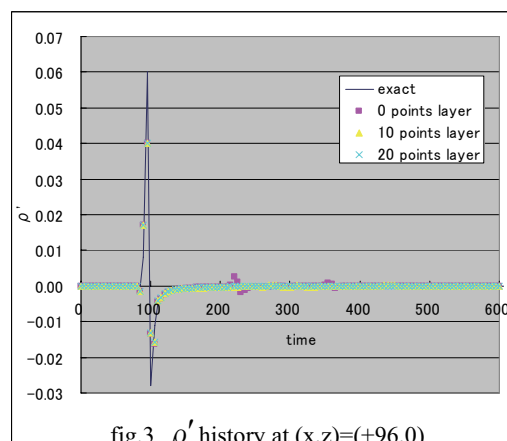


fig.3  $\rho'$  history at  $(x,z)=(+96,0)$

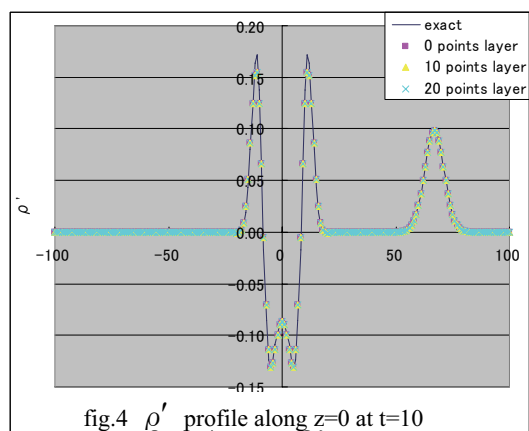


fig.4  $\rho'$  profile along  $z=0$  at  $t=10$

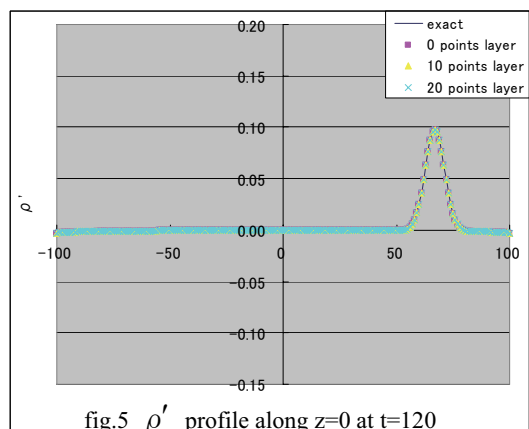
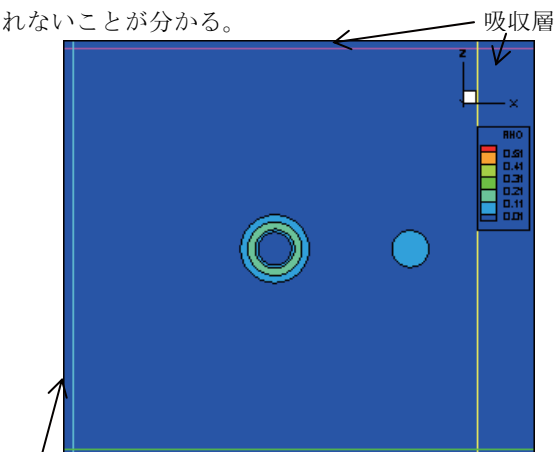


fig.5  $\rho'$  profile along  $z=0$  at  $t=120$

fig.4とfig.5は $z=0$ における密度変動のプロファイルを代表的な時間ごとに表示したものである。音響パルスが領域から出て行きエントロピーパルスが領域内に残る姿を示している。解析解と数値解はほぼ一致しているが、エントロピーパルスに比べ、音響パルスの鋭いピークの捕獲度はよくない。これを改善するにはソルバーの空間精度を上げるか、1波長当たりの格子点数を増やす必要があるだろう。fig.6とfig.7に、吸収層20セルの場合に対して代表時刻ごとの密度コンターを示す。境界近傍の解析領域において境界からの反射が現れないことが分かる。



吸收層  fig.6 Density contour at t=10

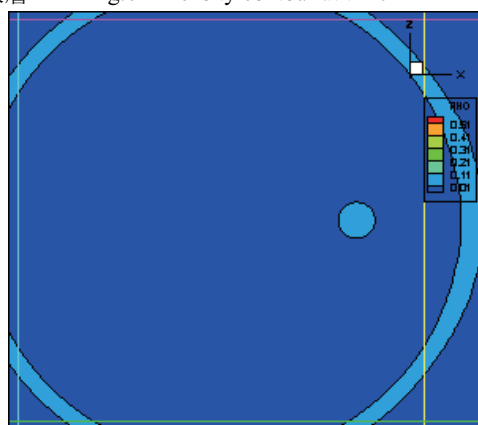


fig.7 Density contour at  $t=120$

### 3. 2 検証2：音響パルスの壁における反射<sup>[8]</sup>

この問題では、(1)パルスが壁に衝突した後も波のプロファイルを正確に捕獲できること、(2)音響波流出後、解析領域内で外部境界からの反射波の影響が現れないこと、を確認する。fig.8 に示すように、解析領域は  $-100 \leq x \leq 100$ 、 $0 \leq z \leq 200$ 、使用したメッシュのセル数は  $i, k$  方向ともに 200 であり、格子幅は  $\Delta x = \Delta z = 1.0$ 、無次元時間刻みは  $\Delta t = 0.2$  とした。ここでは 3. 1 と同様 (i)(ii)(iii) という 3 通りの吸収層を扱う。更に、(ii)(iii) に対しては、吸収層内において支配方程式の右辺に吸収項を加える場合を考慮し、吸収項の吸収係数の大きさを示す量  $\text{sigmdx}$  (これは吸収層セル幅決定式  $\Delta x_i = ar^n$  の  $a$ ) をパラメタにして結果を比較する。

### 3. 2. 1 吸収項なしの場合

吸収層があっても吸収項がない場合、吸収層内において数値拡散のみにより反射源を抑えることを意味する。

fig.9は、 $L_p(t) = \sqrt{\frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} (p')^2}$  の時間履歴であり、 $p'$ は

圧力変動量、 $Nel$ は解析領域内のメッシュ数である。吸収層が厚いほど厳密解に近い。これは、全体としての誤差を見る限りにおいて、吸収層は10セルでも十分であることを示唆している。fig.10は直線 $x=+96$ に沿って計算した密度変動成分の最大相対誤差である。吸収層セル数が多い方が誤差は小さい。境界近傍領域の誤差を見る場合は、吸収層は20セルにした方がよいといえる。fig.11は、点 $(x,z)=(+96,25)$ における密度変動成分の時間履歴である。音響パルスの後ろに、壁からの反射波が通過する様子がわかる。吸収層がない場合、 $t=120$ では右側境界からの反射波が、 $t=300$ では左側境界からの反射波が現れている。これより吸収層の必要性がわかる。fig.12と13には、直線 $x=z$ に沿った密度変動成分のプロファイルを代表時刻ごとに与えた。吸収層がある場合、解析解と数値解はよい一致を示す。吸収層がない場合、fig.13の原点付近では、境界からの反射成分が現れている。fig.14と15には、20セル分吸収層付の場合について、各時刻における圧力変動成分のコンターを示す。境界近傍の境界内側における反射は見られない。

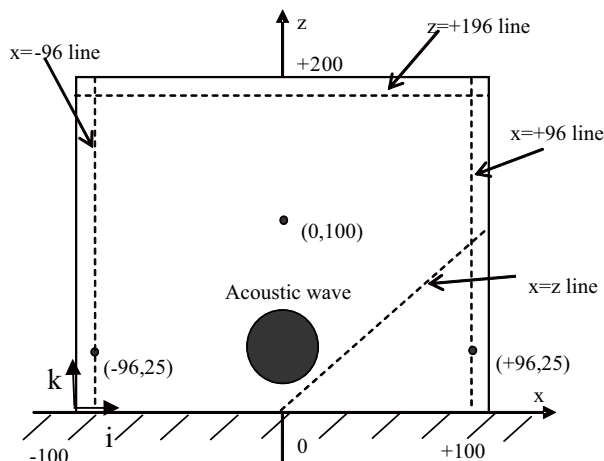


fig.8 Problem setting 2

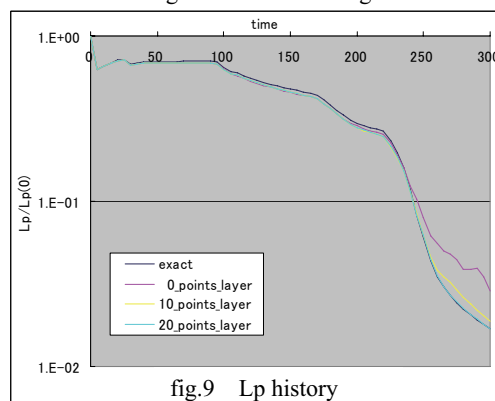
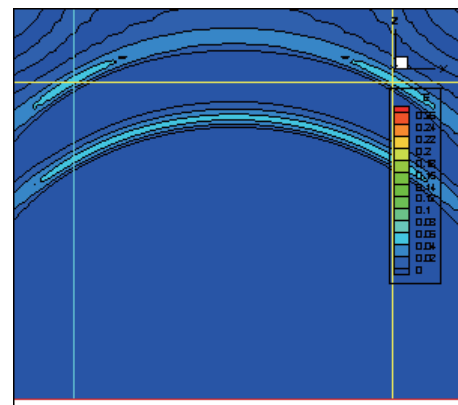
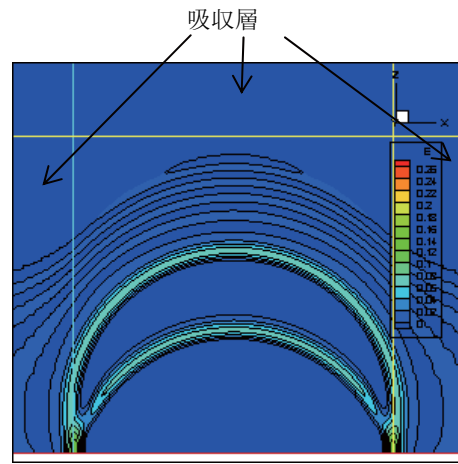
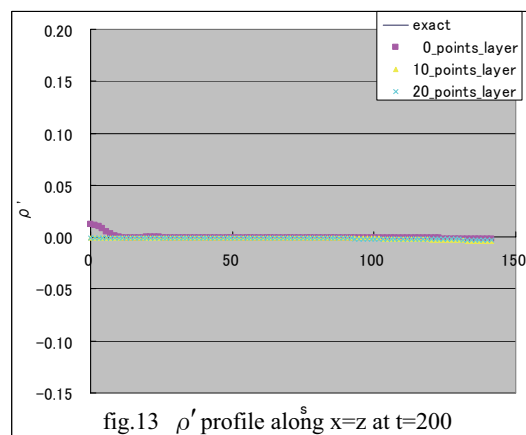
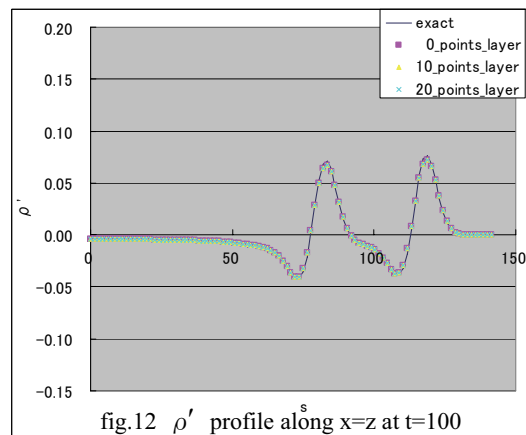
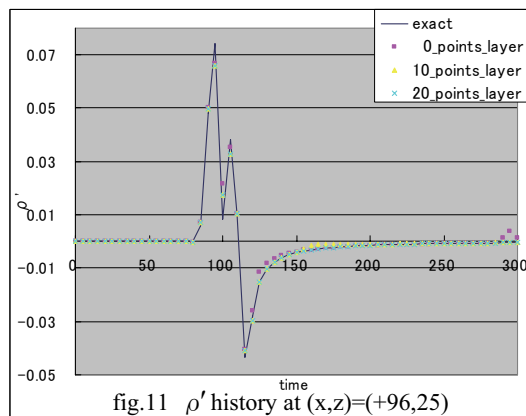
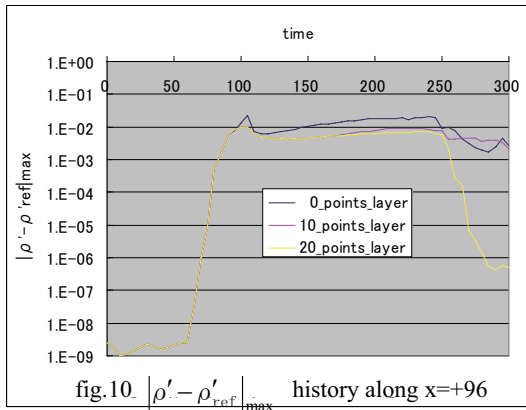


fig.9 Lp history





### 3. 2. 2 吸収項ありの場合

吸収項は、吸収層内において、前ステップからの擾乱の増分を吸収することにより、反射源抑制を狙うものであり、数値拡散による抑制とは異なる。その効果は、吸収係数の大きさを示す量  $\text{sigmdx}$  によって変わる。

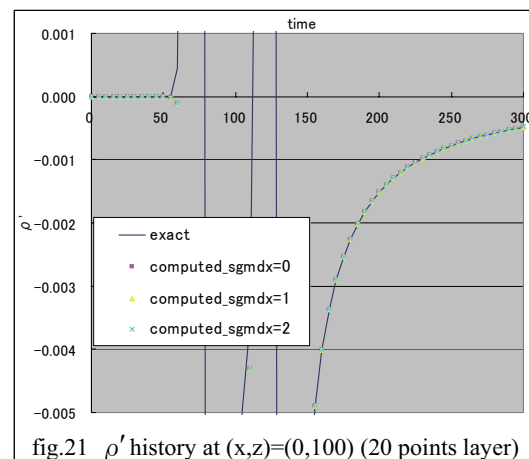
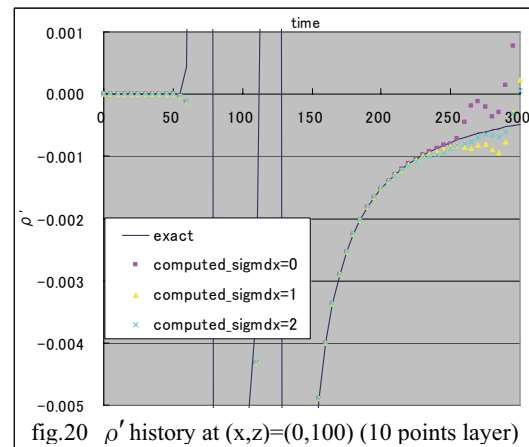
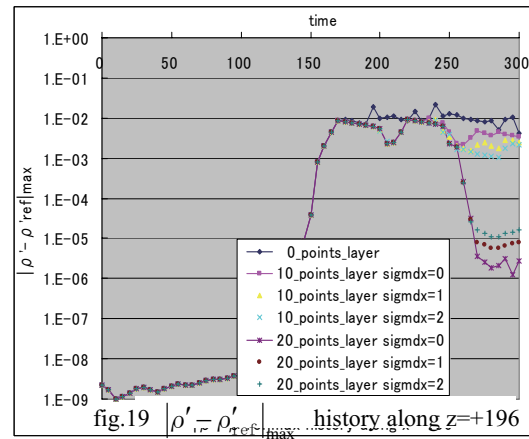
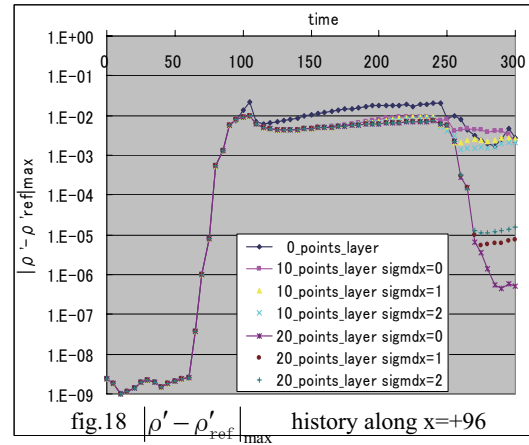
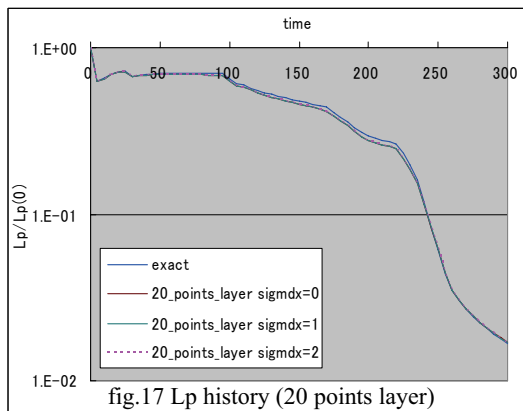
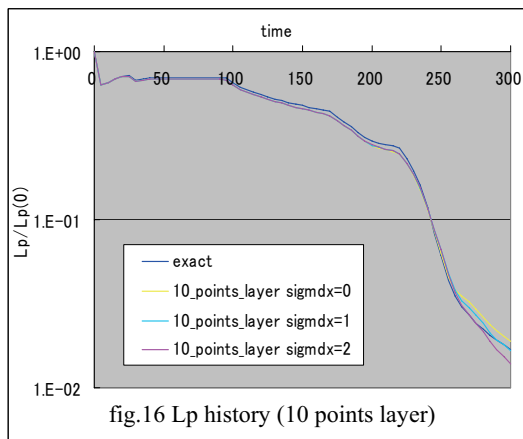
fig.16 と 17 は、10 及び 20 セル吸収層付の場合に、 $\text{sigmdx}$  をパラメタにした  $L_p$  の時間履歴である。 $t=250$  以降、10 セルでは  $\text{sigmdx}$  の値にかかわらず厳密解からずれているのに対し、20 セルではどれもほぼ厳密解に一致している。これは、吸収係数の大きさを変えるよりも、吸収層セル数を増やした方が精度的にはよいことを示している。

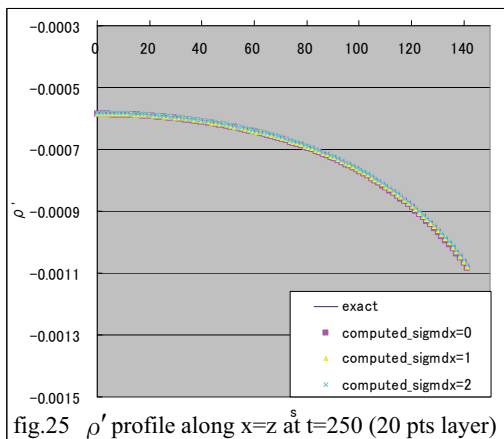
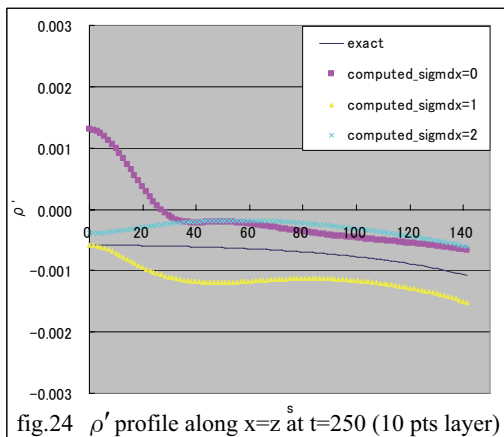
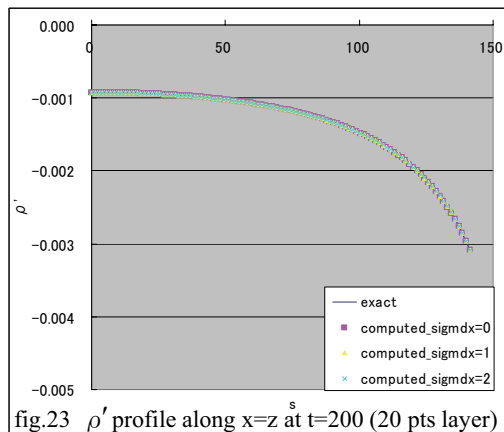
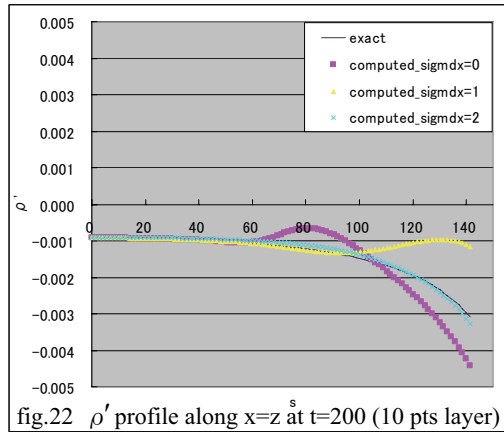
fig.18 と 19 は、直線  $x=+96$  ならびに  $z=+196$  に沿って計算した密度変動の最大相対誤差を  $\text{sigmdx}$  をパラメタにしてプロットしたものである。 $t=250$  以降、10 セルでは  $\text{sigmdx}$  が大きくなると誤差も小さくなるのに対し、20 セルでは  $\text{sigmdx}$  が大きくなると誤差も大きくなる。最も誤差が小さくなるのは 20 セル吸収層付で吸収係数を 0 にする場合である。ただし、他の 2 つの場合との差は小さい。扱う音波が強い場合は、吸収係数を大きくした方がよいことも想定される。従って、誤差最小化という目的においては、単に吸収層のセル数を増やして吸収係数を大きくすればよい、という単純なものではなく、吸収層のセル数に応じた吸収係数

の大きさを考える必要がある。

fig.20 と 21 では、点  $(x, z)=(0, 100)$  における密度変動の時間履歴を、sigmdx をパラメタにしてプロットしている ( $s$  は直線の始点からの距離)。10 セルにおいては sigmdx が大きくなっても厳密解に一致していないが、20 セルでは sigmdx に関わらず厳密解に一致している。

fig.22 ~25 は、sigmdx に応じて密度プロファイルをプロットした図である。図中の pts は points の略。見易さを考慮し、3. 1. 1 における図よりもスケールを大きくしている。fig. 22 ( $t=200$  で 10 セル) の場合は sigmdx=2 において初めて厳密解に一致するのに対し、fig. 23 ( $t=200$  で 20 セル) の場合はどの sigmdx に対してもほぼ厳密解に一致している。fig. 24 ( $t=250$  で 10 セル) では sigmdx=2 にしても厳密解に一致しないのに対し、fig. 25 ( $t=250$  で 20 セル) ではどの sigmdx に対してもほぼ厳密解に一致している。よって、吸収層セル数が少ない場合には、吸収係数を大きくすることで誤差を抑える効果は必ずしも期待できない。吸収係数の大きさを変えるよりも、吸収層セル数を増やした方が精度的には確実によくなるといえる。





#### 4. まとめ

「打ち上げ射場の音響場評価を、従来の経験則的手法からLEEによる数値計算に変えることにより、音響荷重予測手法を改良する」目標の下で、既存コードを拡張し、ベンチマークテストを行った。以下に結果をまとめる。

- ・放射境界は吸収層を用いることで境界からの反射の効果を除去できた。
- ・吸収層は20セル使用すれば十分であった。
- ・壁による反射境界も妥当であった。
- ・全体的な誤差低減を目的にすれば、吸収層セル数は10でもよいが、境界近傍の誤差低減を重視する場合は20必要である。
- ・誤差低減には、吸収層のセル数を増やして吸収係数を大きくするという単純な手段は通用せず、吸収層のセル数に応じた吸収係数の大きさを考える必要がある。
- ・吸収係数の大きさを変えるよりも、吸収層セル数を増やした方が精度的には良くなる。

#### 参考文献

- [1] Acoustic Loads Generated By The Propulsion System, NASA SP8072, JUNE 1971.
- [2] Saito, T., et al., AIAA Paper 2004-2342 (2004).
- [3] Men'shov, I., and Nakamura, Y., J. of Comp. Phys., Vol. 182, pp. 118-148 (2002).
- [4] Kaneko, M., et al., AIAA Paper 2006-801 (2006).
- [5] 北村圭一他、第20回数値流体力学シンポジウム、28 (2006).
- [6] 北村圭一他、JAXA SP-06-010, 83-88 (2006).
- [7] 村上桂一他、JAXA SP-06-010, 107-112 (2006).
- [8] Hardin, J.C., Ristorcelli, J.R., and Tam, C.K. (eds): ICASE/LaRC) Workshop on Benchmark Problems in Computational Aeroacoustics (CAA) NASA Conference Publication 3300, May 1995.
- [9] Tam, C.K., and Hardin, J.C. (eds): Second Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems, NASA Conference Publication 3352, 1997.
- [10] Third Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems, NASA Conference Publication 2000-209790, August 2000.
- [11] Fourth Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems, <http://www.math.fsu.edu/caa4>
- [12] 釜土敏裕, ながれ, Vol. 23, pp.285-294 (2004).
- [13] 今村太郎他, 日本航空宇宙学会論文集, 第53巻, 第621号, 452-460 (2005).
- [14] [www.codiciel.fr/database/acoustic/acoustc.html](http://www.codiciel.fr/database/acoustic/acoustc.html)

# 液滴による空力騒音低減に関する研究

平石 雅之<sup>1)</sup>, 蔦原 道久<sup>2)</sup>, 田尻 慎介<sup>1)</sup>, 村上 桂一<sup>3)</sup>, 青山 剛史<sup>3)</sup>

1) 神戸大学自然科学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

2) 神戸大学工学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

3) 宇宙航空研究開発機構 (〒182-0012 東京都調布市深大寺東町 7-44-1)

## Study of noise reduction by water droplets

by

Masayuki Hiraishi, Michihisa Tsutahara, Shinsuke Tajiri, Keiichi Murakami, Takashi Aoyama

### ABSTRACT

The acoustic noise generated by the jet of a rocket launching becomes a serious problem for an on-board satellite now. It has been known that we can reduce this noise by spraying water into the jet. But this mechanism is not clarified. In this report, we carry out two-dimensional numerical simulations of interaction between water droplets and acoustic sound by the Finite Difference Lattice Boltzmann method. We also carry out the simulation for solid bodies for comparison. It is shown that some differences appear in the sound pressure fields between the two.

### 1. 緒言

現在、ロケット打ち上げ時のプルームに起因する騒音がロケット先端のフェアリングを透過し、内部の人工衛星に影響を及ぼすことが懸念されている。この騒音抑制のための試みとして、プルームに水を噴射することで騒音を低減できることが知られており、H-IIA ロケット打ち上げにも適用され一定の効果が確認されている。この現象は、水によるプルームエネルギーの削減及び液滴による音波の吸収・散乱や、液滴の変形などが複雑に絡み合っていると考えられるが、詳細なメカニズムは解明されていない。音波と液滴の相互作用を実験でとらえることは非常に困難であるため、メカニズム解明のためには音波と液滴が互いに及ぼす影響をとらえることのできる計算手法の開発が必要であると考えられる。しかし、従来の Navier-Stokes 方程式系を用いた解法では、これらの複数の現象が複雑に影響し合う流れを定式化し直接計算することは困難である。一方、差分格子ボルツマン法(以下 FDLBM)は過去の研究から混相流への適用が容易である<sup>[1][2]</sup>ことや、Navier-Stokes 方程式系に比べて低精度のスキームで精度よく音波の計算ができる<sup>[3]</sup>といった利点が挙げられている。そこで本研究では FDLBM を用いて 2 次元における数値解析を行い、騒音低減に関する基礎的な研究を行った。

### 2. 差分格子ボルツマン法

差分格子ボルツマン法は、格子ボルツマン法(以下 LBM)に安定な差分スキームを導入し、格子と離散的粒子速度を独立に扱えるようにした手法である。

#### 2.1 基礎方程式

一連の粒子運動は速度  $\mathbf{c}_i$  を持つ粒子数密度を表す分布関数  $f_i^k$  を用いて表される。本研究では、格子 BGK モデルに修正項を付加したモデルを使用し、基礎方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial f_i^k}{\partial t} + \mathbf{c}_i \cdot \nabla f_i^k - \alpha \mathbf{c}_i \cdot \nabla \frac{f_i^k - f_i^{eqk}}{\phi} = -\frac{1}{\phi} (f_i^k - f_i^{eqk}) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで  $i$  は粒子の方向を表しており、 $i$  について総和を取らないこととし以降も同様である。 $\phi$  は単一時間緩和係数であり、 $f_i^{eq}$  は平衡分布関数である。式(1)の左辺第 3 項は巨視的な式としての Navier-Stokes 方程式に現れる粘性係数と、

単一時間緩和係数との関係を調整する項であり、この項を加えることにより計算を安定に高速化できる<sup>[4]</sup>。右辺は衝突により粒子分布が平衡状態に向かうことを意味する。また、多相流体を模擬するためには式(1)に記した  $k$  に対し、全ての相について  $f_i^k$  の時間発展を計算する必要がある。本研究では気液二相流についてシミュレーションを行うため、便宜上  $k=G$  を気相流体、 $k=L$  を液相流体として表記する。FDLBM では LBM の定義同様、格子点における流体のマクロ量は、全粒子の分布関数に粒子速度のモーメントをかけて足し合わせたものに等しい。したがって格子点上での流体の密度、運動量、エネルギーは分布関数を用いて次のように定義される。

$$\rho^k = \sum_i f_i^k \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum_{i,k} f_i^k \mathbf{c}_i \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{1}{2} \rho u^2 + \rho e = \sum_{i,k} \frac{1}{2} f_i^k c_i^2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで  $\rho^k$  は各相の密度であり、各格子点における密度は  $\rho = \rho^G + \rho^L$  である。 $\mathbf{u}$  及び  $u$  は流速ベクトルとその大きさ、 $e$  は内部エネルギーを表す。また  $c_i = |\mathbf{c}_i|$  である。

#### 2.2 モデルの詳細

離散化 BGK モデルとして Fig.1 に示すような粒子速度を持つ 2 次元熱流体モデル(2D21V モデル)<sup>[5]</sup>を採用する。21種類の粒子速度は Table 1 に示すように定義される。式(1)における局所平衡分布関数は、巨視的な流れ場の変数である密度、流速、内部エネルギーにより一意的に決まり、式(5)で定義される。

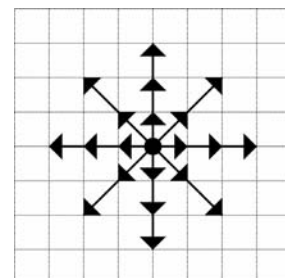


Fig. 1 Distribution of particles in 2D21V model

Table 1 Velocity set in 2D21V model

$i$	Velocity vector	$ \mathbf{c}_i $
1	(0, 0)	0
2-5	(1, 0), (0, 1), (-1, 0), (0, -1)	1
6-9	(2, 0), (0, 2), (-2, 0), (0, -2)	2
10-13	(3, 0), (0, 3), (-3, 0), (0, -3)	3
14-17	(1, 1), (-1, 1), (-1, -1), (1, -1)	$\sqrt{2}$
18-21	(2, 2), (-2, 2), (-2, -2), (2, -2)	$2\sqrt{2}$

$$f_i^{eqk} = F_i \rho^k [1 - 2B \mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u} + 2B (\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2 + Bu^2 - \frac{4}{3} B^3 (\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^3 - 2B^2 u^2 \mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}] \quad \dots\dots\dots (5)$$

このとき変数  $B$  及び  $F_i$  は以下の式(6)から式(12)で定義される。なお、本モデルにおける離散的粒子速度の最小速度の大きさは1であるので式(7)から式(12)における  $c$  はすべて1とする。

$$B = -\frac{1}{2e} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$F_i = 1 + \frac{5}{4Bc^2} \left( \frac{17}{96B^2c^4} + \frac{35}{48Bc^2} + \frac{49}{45} \right) \quad (i=1) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$F_i = -\frac{1}{8Bc^2} \left( \frac{13}{16B^2c^4} + \frac{71}{24Bc^2} + 3 \right) \quad (i=2-5) \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$F_i = \frac{1}{16Bc^2} \left( \frac{5}{16B^2c^4} + \frac{25}{24Bc^2} + \frac{3}{5} \right) \quad (i=6-9) \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$F_i = -\frac{1}{24Bc^2} \left( \frac{1}{16B^2c^4} + \frac{1}{8Bc^2} + \frac{1}{15} \right) \quad (i=10-13) \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$F_i = \frac{1}{4B^3c^6} \left( \frac{Bc^2}{3} + \frac{1}{8} \right) \quad (i=14-17) \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$F_i = -\frac{1}{1536B^3c^6} (2Bc^2 + 3) \quad (i=18-21) \quad \dots\dots\dots (12)$$

以上の定義を用いて支配方程式の Chapman-Enskog 展開を行うことによって、連続の式および Navier-Stokes 方程式を導くことができる。このとき、衝突項に現れる局所平衡分布関数  $f_i^{eq} = f_i^{eq}(\rho^k, \mathbf{u})$  に用いる流れ場の変数を式(13)(14)のように外力  $\mathbf{F}^k$  を付加して定義すると、式(15)のような Navier-Stokes 方程式を導くことができる。

$$\rho^k \rightarrow \rho^k \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u} + \phi \mathbf{F}^k \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \lambda \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \rho^k \mathbf{F}^k \quad \dots\dots\dots (15)$$

この外力  $\mathbf{F}^k$  として重力や3.1節に述べる表面張力、さらに3.2節に示す非圧縮性および密度比を考慮して導出した外力を与える。

### 3. 気液二相流モデルの提案

#### 3.1 表面張力および非混和モデル

多相流解析では表面張力を考慮したモデルの提案と同時に数値拡散による相混和を防ぐための多相流非混和モデルの提案もなされている<sup>[6]</sup>。本研究ではGunstensenの提案した二粒子モデル<sup>[7]</sup>を改善したLatva-Kokkoの拡散スキームモデル<sup>[8][9]</sup>を修正してFDLBMに取り入れた。以下にその概要を示す。まず、表面張力モデルとしてはLevel-Set法など他の計算手法でも広く用いられているContinuum Surface Force (CSF)<sup>[10]</sup>を用いる。この手法では、界面曲率の幾何計算を行うことで表面張力が導出される。幾何計算によって導出される表面張力 $\mathbf{F}_s$ は

$$\mathbf{F}_s = \sigma \kappa \hat{\mathbf{n}} \quad \dots\dots\dots (16)$$

と表される。 $\sigma$ は表面張力係数、 $\kappa$ は二相界面の曲率、 $\hat{\mathbf{n}}$ は界面の法線方向単位ベクトルを表し、 $\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{x}) = \mathbf{n}(\mathbf{x}) / |\mathbf{n}(\mathbf{x})|$ である。ここで $\mathbf{x}$ は空間ベクトルである。界面の法線方向ベクトル $\mathbf{n}(\mathbf{x})$ は拡散界面に連続的に存在する粒子密度を用いて

$$\mathbf{n}(\mathbf{x}) = \nabla (\rho^G(\mathbf{x}) - \rho^L(\mathbf{x})) \quad \dots\dots\dots (17)$$

で導出できる。界面曲率  $\kappa$  はこの界面法線方向ベクトル $\mathbf{n}(\mathbf{x})$ を用いて以下のように表される。

$$\kappa = -(\nabla \cdot \hat{\mathbf{n}}) = \frac{1}{|\mathbf{n}|} \left[ \left( \frac{\mathbf{n}}{|\mathbf{n}|} \cdot \nabla \right) |\mathbf{n}| - (\nabla \cdot \mathbf{n}) \right] \quad \dots\dots\dots (18)$$

つぎに、非混和モデルとして Latva-Kokko の拡散スキームにより人工的な相分離をおこなう。このスキームは界面に対して速度分布関数を対照的に再分布させるが、ある程度の相混和を許すために計算の安定性がよいと考えられる。Latva-Kokko は LBM において衝突計算の後に速度分布関数の再分布を行う手法を示したが、移流と衝突が同時におこなわれる FDLBM では再分布も移流・衝突と同時ににおこなわれる必要がある。そこで移流と衝突さらに速度分布関数の再分布を同時におこなうために時間発展の支配方程式である式(1)を式(19)の右辺第2項を付加した形に修正する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_i^k}{\partial t} + \mathbf{c}_i \cdot \nabla f_i^k - a \mathbf{c}_i \cdot \nabla \frac{f_i^k - f_i^{eqk}}{\phi} \\ = -\frac{1}{\phi} (f_i^k - f_i^{eqk}) + (f_i^k - f_i^{rk}) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで、右辺第2項は速度分布関数の拡散を抑える項であり、 $f_i^{rk}$ は界面勾配の計算から導出される再分布された速度分布関数である。 $f_i^{rk}$ は下式で表される。



$$\begin{aligned}
 f_i'^G &= \frac{\rho^G}{\rho^G + \rho^L} (f_i^G + f_i^L) \\
 &+ \varepsilon \frac{\rho^G \rho^L}{(\rho^G + \rho^L)^2} (f_i^{eqG(0)} + f_i^{eqL(0)}) \cos \varphi|_i \\
 f_i'^L &= \frac{\rho^L}{\rho^G + \rho^L} (f_i^G + f_i^L) \\
 &+ \varepsilon \frac{\rho^G \rho^L}{(\rho^G + \rho^L)^2} (f_i^{eqG(0)} + f_i^{eqL(0)}) \cos \varphi|_i \\
 &\dots\dots\dots(20)
 \end{aligned}$$

$\varepsilon$  は拡散界面の厚さを制御する界面分離係数,  $f_i^{eqk(0)}$  は自然拡散を考慮するための速度  $\mathbf{0}$  の局所平衡分布関数である. 各  $i$  方向における,  $f_i^G$ ,  $f_i^L$  の和は変化しないので, 密度および運動量が保存されることは明白である. また,  $\varphi$  は界面勾配 (式(22)で表される粒子密度の勾配) の方向と粒子速度ベクトル方向のなす角度であり式(21)(22)から導出される.

$$\cos \varphi|_i = \frac{\mathbf{G} \cdot \mathbf{c}_i}{|\mathbf{G}| |\mathbf{c}_i|} \dots\dots\dots(21)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \sum_i \mathbf{c}_i [\rho^G(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i) - \rho^L(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i)] \dots\dots\dots(22)$$

### 3.2 非圧縮性と密度比を考慮したモデル

次に二粒子の密度比に応じた慣性力を考慮するために液相粒子と気相粒子の密度比に応じた力積を求めることにより, 二粒子の加速度を修正するモデルを提案する.

まず, FDLBM を用いて計算を行い, 各粒子の密度, 速度および圧力を求める. それらの値を用いて導出されるべき Navier-Stokes 方程式を離散化して圧力と粘性による外力を計算する. 気相粒子を空気, 液相粒子を水と考えた時, 水は空気に対して密度は約 800 倍, 動粘性は約 1/15 倍である. この場合に作用する圧力項および粘性項で示される外力を式(23)に示す.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_i^L &= -\mathbf{a}^L + \mathbf{a}^{tL} \\
 &= -\left( -\frac{\nabla P}{\rho} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \right) + \left( -\frac{1}{800} \frac{\nabla P'}{\rho} + \frac{1}{15} \nu \nabla^2 \mathbf{u} \right) \\
 &\dots\dots\dots(23)
 \end{aligned}$$

ここで,  $P'$  は実効圧力を表している. また,  $\mathbf{a}^L$  は気体に対して密度の違いがない場合に働く加速度,  $\mathbf{a}^{tL}$  は密度の違いと粘性比を考慮した加速度を意味する. この外力を与えることによって, 外力を加えられた流体粒子は加速度  $\mathbf{a}^{tL}$  で流動することになる.

液体は圧力の変化に対し密度の変化が小さく, 逆に気体に比べて密度が少し変化すると圧力が大きく変化する. このことを式(24)に示した液体圧力の構成方程式を用いて考慮する.  $\beta$  は圧力変化の大きさを操作するパラメータであり, 流体の体積弾性係数に相当する.  $P_0$  は静止状態における圧力,  $\rho_0^L$  は基準となる液体粒子密度で今回の計算では初期粒子密度を 1 としたので, 基準液体粒子密度  $\rho_0^L$  も 1 とした. この式(24)を用いることで液相においては,  $\rho^L$  が 1 を少しでも超えれば, 実効圧力  $P'$  が大きく変化することを意味している.

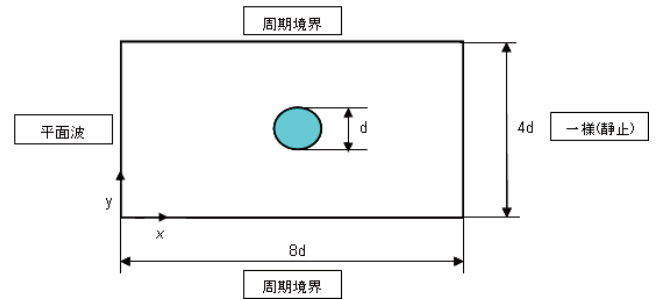


Fig.2 Schematic diagram

$$P' = P_0 + \beta \frac{\rho^L - \rho_0^L}{\rho_0^L} \dots\dots\dots(24)$$

## 4. 音波と液滴の干渉に関する数値解析

### 4.1 問題設定

音波と液滴の干渉について考察するための簡単なモデルとして矩形領域中央に液滴を配置し, 左から平面波を入射させる場合について考える (Fig.2). また液滴が縦方向に並んでいることを想定し上下は周期境界条件とする. 音波は計算領域左端から正弦波形で与えるものとし,  $P = P_0[1 + 0.01 \sin(2\pi f t)]$  となるように密度変動として与える.  $t$  は時間,  $f$  は周波数である. 計算領域は液滴の直径  $d$  に対して  $8d \times 4d$  とし, 格子数を  $161 \times 81$  とした. 但し計算領域の右側に 10 点の減衰領域をもうけた. 時間積分法には 2 次精度の Runge-Kutta 法を用い, 移流項の差分近似は密度の 2 階微分に対してしきい値を設定し, 勾配が大きい場所では 1 次精度風上差分, 小さい場所では 3 次精度風上差分となるように適用した. また動粘性係数を  $\nu = 1.0 \times 10^{-5}$ , 表面張力係数を  $\sigma = 1 \times 10^{-7}$ , 界面分離係数を  $\kappa = 850$  とした. 計算は液滴の直径  $d$  と音波の波長  $\lambda$  との比が  $d/\lambda = 0.10, 0.25, 0.50, 1.00$  の場合についておこない物体が液体の場合と固体の場合での比較をした.

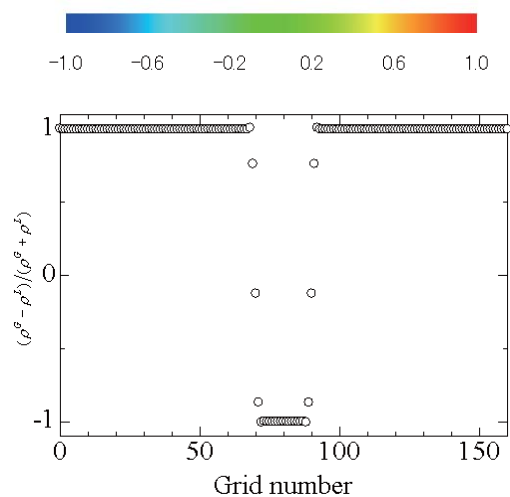
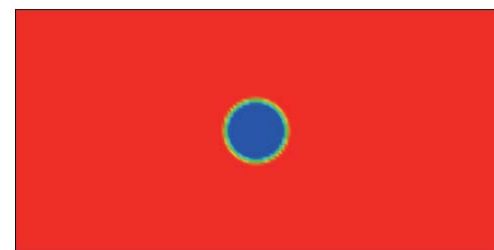


Fig.3 Initial condition

## 4.2 計算結果

まず Fig.3 に計算初期における気液の密度の割合( $\rho^G/\rho^L$ )/( $\rho^G+\rho^L$ )を示す。気液の界面が少ない格子点で表現されていることが確認できる。

Fig.4 および Fig.5 はそれぞれ液滴および固体の物体がある場合の流れ場の圧力分布から時間平均圧力を差し引いたものである。図より音波の波長が短くなるにつれて物体の影響は大きくなっていることが確認できる。また液滴と固体の物体とは音場のパターンが異なり、後で見るように液滴の場合にはその前方で固体の場合よりも強い圧力変動が発生している。

次に Fig.6 および Fig.7 に液滴および固体の物体がある場合の音圧レベルを示す。但し音圧レベルは次式によって定義する。

$$p = \frac{P - \langle P \rangle}{P_0} \times 101.3 \times 10^3 [\text{Pa}] \cdots \cdots (25)$$

$$L_p = 20 \log_{10} \frac{\sqrt{\langle p^2 \rangle}}{p_0} [\text{dB}] \cdots \cdots (26)$$

ここで  $\langle \rangle$  は時間平均を表し、基準音圧は  $p_0 = 2.0 \times 10^{-5} [\text{Pa}]$  である。液滴と音波が干渉する際には液滴の前方で強い圧力変動が生じ、音場全体に影響を与えていることが確認できる。一方、固体の物体の場合ではそのような圧力変動は生じていない。この原因としては液滴の変形が考えられる。またどの場合においても物体の後方で音波が減衰していることが確認できる。

Fig.8 に  $x=8d$  の断面を通過する音響パワーの平均値を示す。液滴の場合には音響パワーの減衰は、液滴に対して音波の波長が短いときにより顕著になるのに対して、固体の物体の場合には音波の波長の変化に対する音響パワーの減衰の仕方は一定ではない。しかし、これは後方の一断面における結果であり、減衰の傾向を判断するためには今後より大きい計算領域において計算をし、領域の全方向について考察する必要がある。

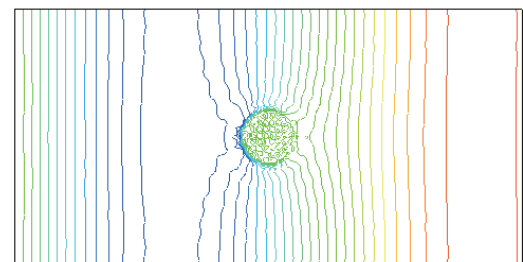
## 5. 結言

音波と液滴の干渉について考察するために単独の液滴と平面波との干渉の数値解析をおこない、固体の物体がある場合との比較をおこなった。その結果、どちらの場合においてもその後方で音波が減衰する様子をとらえることができたが、その音圧場のパターンは大きく異なることが確認できた。この原因としては液滴の変形が考えられる。また音波の波長の長さと音響パワーの減衰との関係については今後より大きい計算領域において考察する必要がある。

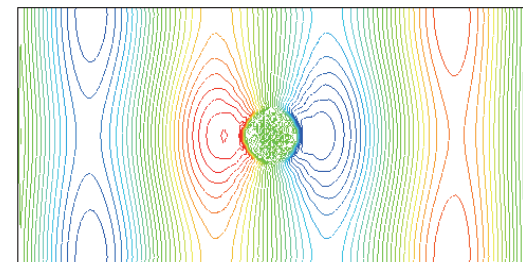
### 参考文献

- [1] Inamuro, T., et al., A lattice Boltzmann method for incompressible two-phase flows with large density differences, J. Computational Physics, 198 (2004) pp. 628-644.
- [2] Takada, N., and Misawa, M., Examination of Phase-Field Model and Lattice-Boltzmann Scheme for Interface-Tracking Simulation of Two-Phase Flow, 18<sup>th</sup> Symposium of Numerical Fluid Dynamics, D4-2.
- [3] Tsutahara, M., et al., Direct Simulation of Acoustic Waves by the Finite Difference Lattice Boltzmann Method, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B, Vol.69, No.680 (2003), pp.89-95.

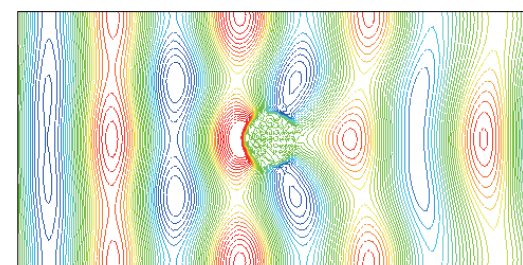
- [4] Tsutahara, M., et al., A Study of New Finite Difference Lattice Boltzmann Model, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B, Vol.68, No.665(2002) pp.15-21.
- [5] Tsutahara, M., et al., Lattice Gas and Lattice Boltzmann Methods, (1999), CORONA PUBLISHING Co.Ltd.
- [6] Swift, M.R., et al., Yeomans, Lattice Boltzmann simulations of liquid-gas and binary-fluid systems. Phys. Rev. E, 54 (1996) pp. 5041-5052.
- [7] Gunstensen, A.K., et al., Lattice Boltzmann model of immiscible fluid, Phys. Rev. A, 43 (1991) pp.4320-4327.
- [8] Latva-Kokko, M., and Rothman, D.H., Diffusion properties of gradient-based lattice Boltzmann models of immiscible fluids, Phys. Rev. E, 71 (2005) 056702.
- [9] Latva-Kokko, M., and Rothman, D.H., Static contact angle in lattice Boltzmann models of immiscible fluids, Phys. Rev. E, 72 (2005) 046701.
- [10] Brackbill, J.U., et al., A continuum method for modeling surface tension, J. Comput. Phys., 100 (1992) pp.335-354.



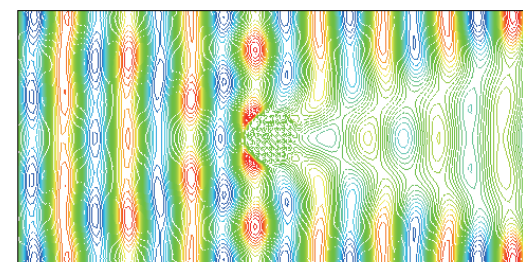
(a)  $d/\lambda = 0.10$



(b)  $d/\lambda = 0.25$



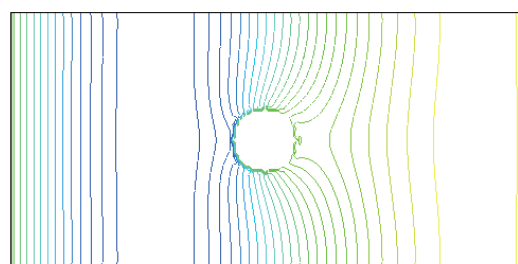
(c)  $d/\lambda = 0.50$



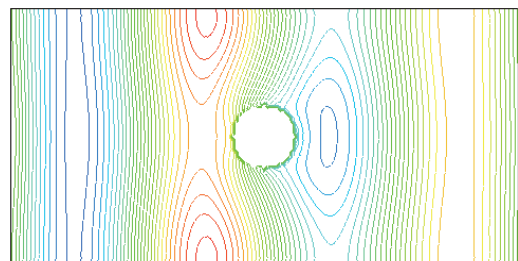
(d)  $d/\lambda = 1.0$



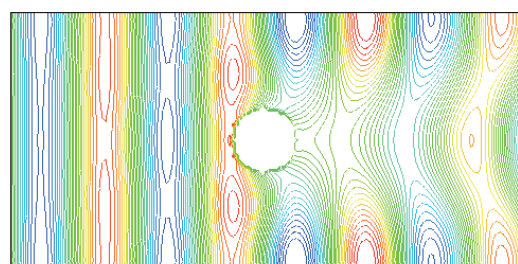
Fig.4 Pressure distribution (Droplet).



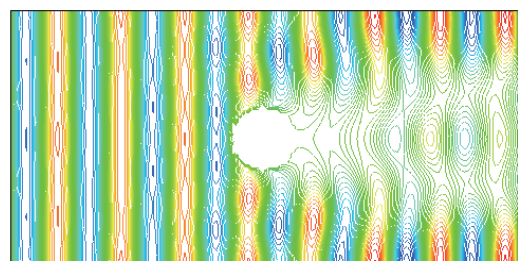
(a)  $d/\lambda = 0.10$



(b)  $d/\lambda = 0.25$



(c)  $d/\lambda = 0.50$



(d)  $d/\lambda = 1.00$

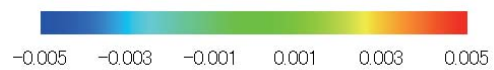
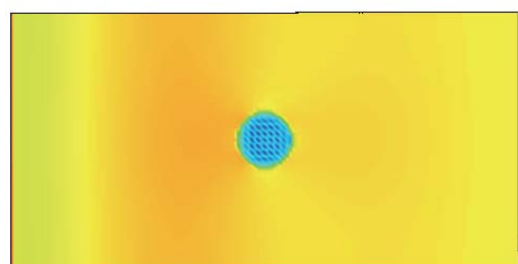
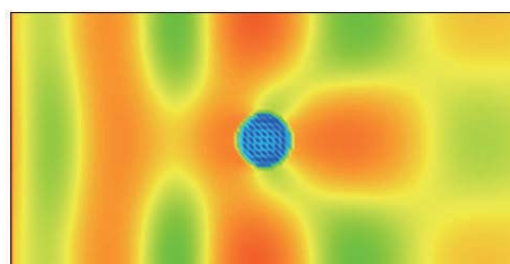


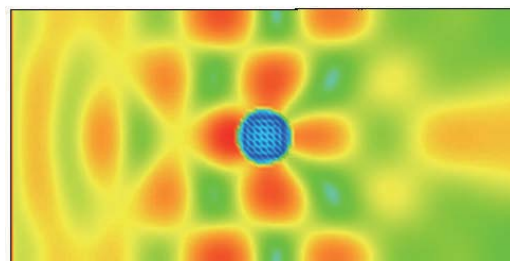
Fig.5 Pressure distribution (Solid).



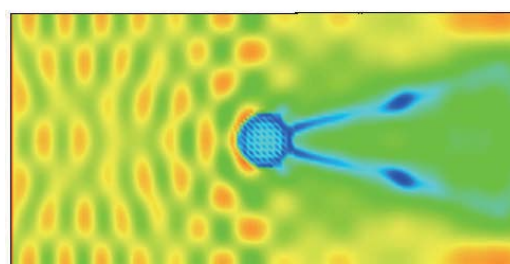
(a)  $d/\lambda = 0.10$



(b)  $d/\lambda = 0.25$



(c)  $d/\lambda = 0.50$



(d)  $d/\lambda = 1.00$

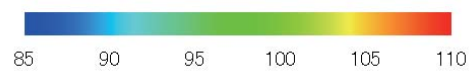
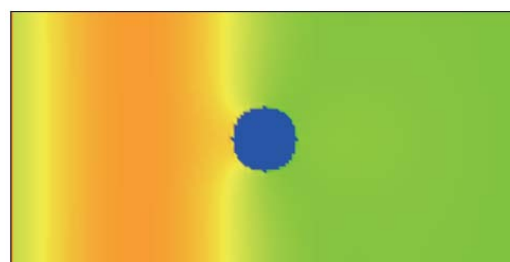
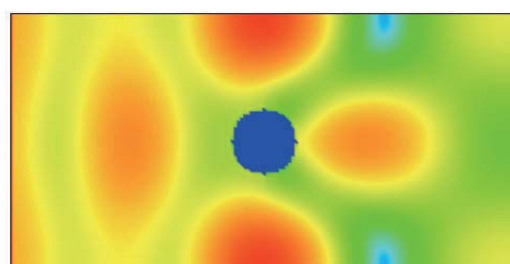


Fig.6 Sound pressure level (Droplet).



(a)  $d/\lambda = 0.10$



(b)  $d/\lambda = 0.25$

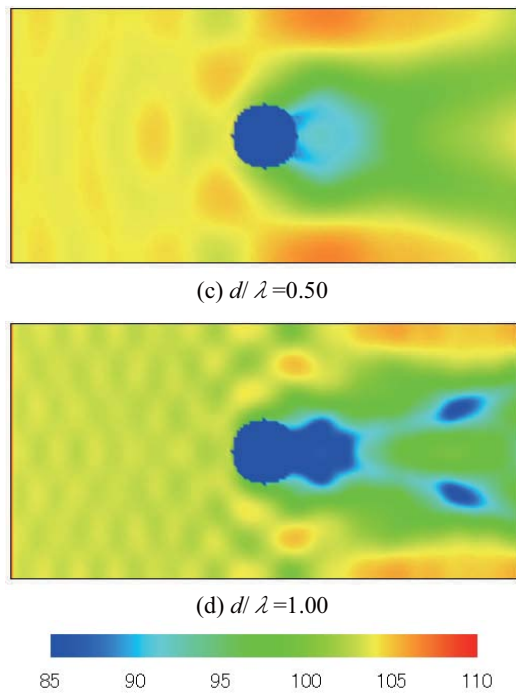


Fig.7 Sound pressure level (Solid).

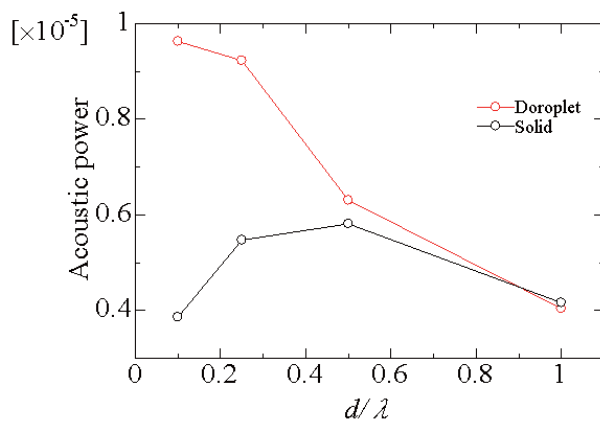


Fig.8 Acoustic power

# FDTD 法によるハニカムモデルの音響透過解析

村上桂一, 青山剛史  
宇宙航空研究開発機構

## Sound Transmission Analysis of Honeycomb Model Using FDTD Method

By  
Keiichi Murakami and Takashi Aoyama

### ABSTRACT

This paper provides the results of a numerical analysis on the sound transmission to modeled solid and hollow walls in order to investigate an acoustic characteristic of a honeycomb sandwich structure. The finite difference time domain (FDTD) method is used in this study because it is possible to solve both sound wave propagation in fluid and elastic wave propagation in solid simultaneously. From the results of isotropic solid wall calculations, there is the second transmission wave in the case of thick wall model, which is not observed in the case of thin wall model. On the other hand, the arch-shaped transmission wave is observed in the case of hollow wall model calculation, which is totally different from that of simple solid wall models.

### 1. はじめに

H-IIA ロケット 204 形態及び H-IIB ロケットなど, SRB (固体ロケットブースター) の増加及びメインエンジンのクラスター化に伴うロケット打上げ時の音響環境悪化が懸念されており, 日本の射場やロケット形態にも適用可能な搭載衛星の音響振動に関する予測方法を確立することが重要である. そこで, JAXA では, ロケットフェアリング及び衛星の流体・音響・振動連成解析を行う事を目的とし, 将来的には搭載衛星の音響試験を仮想的に行うことができ, 得られた結果から音響振動の低減策を提案できることを究極の研究目標として定め, それに必要な要素技術の確立を目指した研究を推進している. 具体的には, ロケットペイロードの音響振動に関する解析を以下の4項目に分けて考えている.

1. 音源解析: ブルームに起因する音源の解析
2. 伝播解析: 反射や回折を含む音響の伝播特性の解析
3. 透過解析: フェアリングを透過する音波の解析
4. 振動解析: フェアリング内に伝わった音波がロケットペイロードに及ぼす影響の解析

最終的には全段階で数値シミュレーションのポテンシャルを十分に活用することで, 項目1. から4. ままで一括する「ロケットペイロード音響振動統合解析コード」を確立することを目指している.

本稿では, これらの要素技術研究のうち, 項目3. 透過解析の主な研究内容を報告する. 音響透過解析の第1段階として, 流体・固体中を伝播する弾性波を解析できる2次元マルチブロック計算コードを作製した. 解析手法には, 電磁波伝播解析の分野で発展してきた FDTD 法<sup>1)</sup>を用いた. FDTD 法は, 近年, 音響解析の分野でも脚光を浴びている. FDTD 法を用いた解析で得られた固体粒子速度から, スカラー速度ポテンシャルとベクトル速度ポテンシャルを求めれば, 固体中の弾性波を縦波と横波に完全に分離することができる<sup>2)</sup>. スカラーポテンシャルは縦波に, ベクトルポテンシャルが横波に対応する. 流体中の音波の解析にも, 粒子速度のスカラー速度ポテンシャルを用いることが可能な場合ならば, 固体粒子速度のポテンシャル表示を導入することは, 流体と固体からなる系を解析するとき, 大変都合が良い. これらのことから, 流体・固体内弾性波伝播解析手法として, 応力と粒子速度を変数とする FDTD 法に着目した.

### 2. 解法

#### 2. 1. 流体・固体内を伝播する弾性波の支配方程式<sup>1)</sup>

流体中を伝わる弾性波 (音波) の支配方程式として, 連続の式と運動方程式を考える. これら非線形な流体の支配方程式を, 変数変化が小さいと仮定して線形近似することによって音波の支配方程式が得られる. 2次元直交座標系  $(x, z)$  の場合, 以下のように記述される.

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\kappa \left( \frac{\partial \dot{u}_f}{\partial x} + \frac{\partial \dot{w}_f}{\partial z} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \dot{u}_f \\ \dot{w}_f \end{bmatrix} = -\frac{1}{\rho_f} \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial P}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで,  $P$  は圧力の増分,  $t$  は時間を表している.  $\kappa$  は流体の体積弾性率を,  $\rho_f$  は流体密度を表しており, これらは, 圧力変化や体積変化が微小であることから一定と仮定している. また,  $u_f, w_f$  は  $x, z$  方向の流体要素の変位であり, その時間微分  $\dot{u}_f = \partial u_f / \partial t$ ,  $\dot{w}_f = \partial w_f / \partial t$  は流体粒子の速度に相当する.

一方, 固体内の弾性波の支配方程式は, ひずみテンソル  $S_{ij}$  と図1に示される応力テンソル  $T_{ij}$  との関係を表すフックの法則, 及び, 運動方程式である. ひずみテンソルも応力テンソルも, 対角要素を中心として対称であるため, 3次元応力テンソルの独立な要素は6成分となり, これらの成分を持つベクトル  $\mathbf{S}, \mathbf{T}$  を用いたフックの法則は  $\mathbf{T} = [\mathbf{c}] \cdot \mathbf{S}$  となる. ここで,  $[\mathbf{c}]$  はスティフネステンソルであり, その成分は,  $c_{ij} = c_{ji}$  の関係を持つ. 2次元等方性個体モデルの場合に, フックの法則及び運動方程式を具体的に記述すると, 次式となる.

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} -T_1 \\ -T_3 \\ -T_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} c_{11} & c_{13} & 0 \\ c_{31} & c_{11} & 0 \\ 0 & 0 & c_{55} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{u}_s}{\partial x} \\ \frac{\partial \dot{w}_s}{\partial z} \\ \frac{\partial \dot{u}_s}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}_s}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3)$$



$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \dot{u}_s \\ \dot{w}_s \end{bmatrix} = -\frac{1}{\rho_s} \begin{bmatrix} \frac{\partial(-T_1)}{\partial x} + \frac{\partial(-T_5)}{\partial z} \\ \frac{\partial(-T_3)}{\partial z} + \frac{\partial(-T_5)}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで、式の形を流体の支配方程式に合わせるため、応力ベクトルに負号を付け、固体粒子の速度  $\dot{u}_s, \dot{w}_s$  を変数として式を整理した。応力ベクトルの成分は、図1に示された3次元応力のうち、 $xz$  平面内の  $T_1, T_3$  が  $x, z$  方向の垂直応力を、 $T_5$  がせん断応力をそれぞれ表す。また、 $c_{31} = c_{13}$ ,  $c_{55} = (c_{11} - c_{13})/2$  である。

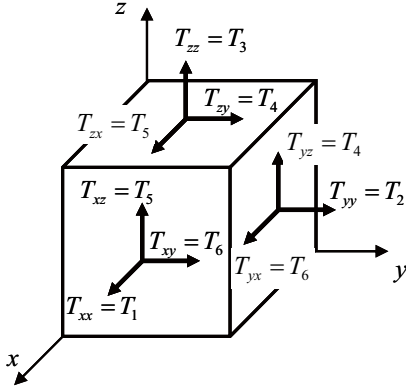


図1 応力の定義

## 2. 2. FDTD 法による定式化<sup>1)</sup>

FDTD 法では、前述の弾性波の支配方程式の時間及び空間微分を2次精度中心差分で近似する。支配方程式(1)から(4)のFDTD法による近似式は、次の式(5)から(12)のようになる。

流体：

$$P_{i,k}^{n+1/2} = P_{i,k}^{n-1/2} - \kappa \frac{2\Delta t}{2\Delta x} \{ (\dot{u}_f)_{i+1/2,k}^n - (\dot{u}_f)_{i-1/2,k}^n \} \quad (5)$$

$$- \kappa \frac{2\Delta t}{2\Delta z} \{ (\dot{w}_f)_{i,k+1/2}^n - (\dot{w}_f)_{i,k-1/2}^n \} \\ (\dot{u}_f)_{i+1/2,k}^{n+1} = (\dot{u}_f)_{i+1/2,k}^n - \frac{1}{\rho} \frac{2\Delta t}{2\Delta x} \{ P_{i+1,k}^{n+1/2} - P_{i,k}^{n+1/2} \} \quad (6)$$

$$(\dot{w}_f)_{i,k+1/2}^{n+1} = (\dot{w}_f)_{i,k+1/2}^n - \frac{1}{\rho} \frac{2\Delta t}{2\Delta z} \{ P_{i,k+1}^{n+1/2} - P_{i,k}^{n+1/2} \} \quad (7)$$

固体：

$$(-T_1)_{i,k}^{n+1/2} = (-T_1)_{i,k}^{n-1/2} - c_{11} \frac{2\Delta t}{2\Delta x} \{ (\dot{u}_s)_{i+1/2,k}^n - (\dot{u}_s)_{i-1/2,k}^n \} \quad (8)$$

$$- c_{13} \frac{2\Delta t}{2\Delta z} \{ (\dot{w}_s)_{i,k+1/2}^n - (\dot{w}_s)_{i,k-1/2}^n \} \\ (-T_3)_{i,k}^{n+1/2} = (-T_3)_{i,k}^{n-1/2} - c_{13} \frac{2\Delta t}{2\Delta x} \{ (\dot{u}_s)_{i+1/2,k}^n - (\dot{u}_s)_{i-1/2,k}^n \} \quad (9)$$

$$- c_{11} \frac{2\Delta t}{2\Delta z} \{ (\dot{w}_s)_{i,k+1/2}^n - (\dot{w}_s)_{i,k-1/2}^n \}$$

$$(-T_5)_{i+1/2,k+1/2}^{n+1/2} = (-T_5)_{i+1/2,k+1/2}^{n-1/2} - c_{55} \frac{2\Delta t}{2\Delta z} \{ (\dot{u}_s)_{i+1/2,k+1}^n - (\dot{u}_s)_{i+1/2,k}^n \} \quad (10)$$

$$- c_{55} \frac{2\Delta t}{2\Delta x} \{ (\dot{w}_s)_{i+1,k+1/2}^n - (\dot{w}_s)_{i,k+1/2}^n \} \\ (\dot{u}_s)_{i+1/2,k}^{n+1} = (\dot{u}_s)_{i+1/2,k}^n - \frac{1}{\rho_s} \frac{2\Delta t}{2\Delta x} \{ (-T_1)_{i+1,k}^{n+1/2} - (-T_1)_{i,k}^{n+1/2} \} \quad (11)$$

$$- \frac{1}{\rho_s} \frac{2\Delta t}{2\Delta z} \{ (-T_5)_{i+1/2,k+1/2}^{n+1/2} - (-T_5)_{i+1/2,k-1/2}^{n+1/2} \} \\ (\dot{w}_s)_{i,k+1/2}^{n+1} = (\dot{w}_s)_{i,k+1/2}^n - \frac{1}{\rho_s} \frac{2\Delta t}{2\Delta z} \{ (-T_3)_{i,k+1}^{n+1/2} - (-T_3)_{i,k}^{n+1/2} \} \quad (12)$$

$$- \frac{1}{\rho_s} \frac{2\Delta t}{2\Delta x} \{ (-T_5)_{i+1/2,k+1/2}^{n+1/2} - (-T_5)_{i-1/2,k+1/2}^{n+1/2} \}$$

ここで、 $n$  は時間ステップ、 $i, k$  はそれぞれ  $x$  及び  $z$  方向の格子インデックスを示しており、 $\Delta t$  は時間離散間隔、 $\Delta x, \Delta z$  は空間離散間隔である。式(5)に示されるように、半整数  $n+1/2$  タイムステップの圧力は、現時刻  $n$  の粒子速度と半整数タイムステップ  $n-1/2$  での圧力から求められ、現時刻の圧力を必要としない。これは、この差分法が蛙飛び差分<sup>3)</sup>と呼ばれる所以である。また、これらの差分式から、圧力及び応力と粒子速度は  $\Delta t$  毎に交互に計算されるので、これらの値が同時に決まらないことが分かる。

## 2. 3. 蛙飛び差分の特徴

Von Neumann の安定解析から、蛙飛び差分法の特徴を調べる<sup>3, 4)</sup>。1次元の線形輸送方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (c > 0)$$

に、蛙飛び差分を適用すると、次式となる。

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^{n-1}}{2\Delta t} + c \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} = 0$$

クーラン数  $\nu = c\Delta t / \Delta x$  を用いて変形すると、

$$u_j^{n+1} = u_j^{n-1} - \nu (u_{j+1}^n - u_{j-1}^n) \quad (13)$$

となる。式(13)に対し、次式の形の厳密解が存在すると仮定する。

$$u_j^n = g^n \exp(i(j\theta)) \quad (14)$$

式(14)で、 $i$  は虚数、 $j$  は格子点位置を表す。また、 $g$  は複素振幅率と呼ばれ、時間ステップ毎の振幅の増加を示す。式(13)に式(14)を代入して整理すると、次式が得られる。

$$g = \frac{1}{g} - \nu (e^{i\theta} - e^{-i\theta})$$

$$g = -i\nu \sin \theta \pm \left( 1 - \nu^2 \sin^2 \theta \right)^{1/2} \quad (15)$$

$\nu^2 \leq 1$  ならば、式(15)の平方根は実根を持ち、 $|g| = 1$  となる。即ち、クーラン数が1以下とすれば、このスキームは振幅誤差の無い中立安定であることが分かる。

しかし、複素数  $g$  を更に振幅と位相に分けて調べると、特にクーラン数が小さいとき、遅延位相誤差が顕著になるなど、波の速度が周波数によって異なるときに起きる分散誤差が見られることが分かる<sup>4)</sup>。このことを、式で見るために、 $g$  を次式で表す。

$$g = |g| \exp(i\varphi) = |g| (\cos \varphi + i \sin \varphi) \quad (16)$$

ここで、 $\varphi$  は位相差を表しており、ある周波数成分  $\theta$  に対し、 $\varphi$  が厳密解からずれていれば、その周波数成分の波の位相速度が正しくなくなる。式(15)と(16)を比較すると、

$$\varphi(\theta, \nu) = -\tan^{-1} \left[ \frac{\nu \sin \theta}{(1 - \nu^2 \sin^2 \theta)^{1/2}} \right] \quad (17)$$

となる。式(17)は、クーラン数  $\nu = 1$  のとき、厳密解  $\varphi_{\text{exact}} = -\nu\theta$  に等しくなる。ところが、図2に示すように、特に  $\nu$  が小さいときに厳密解からのずれが大きく、位相誤差から来る分散誤差が、遅延位相誤差となって波の後方の振動として現れる。

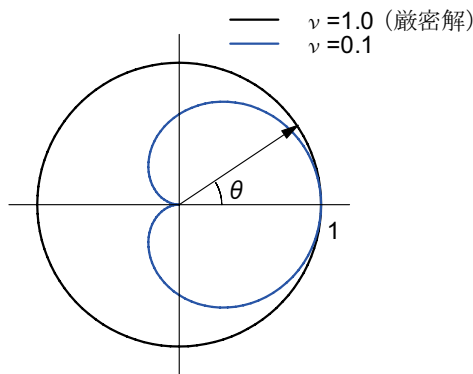


図2 蛙飛び差分スキームの相対位相誤差  $\varphi / \varphi_{\text{exact}}$

## 2. 4. 流体と固体の境界条件

図3に、2次元の場合の変数と格子点の対応を示す。図3の中で、水色の点及び白点は半整数タイムステップでの圧力及び応力を、黒点は整数タイムステップでの粒子速度を表している。図3のように流体と固体が接する場合、その間の境界条件は、境界面に垂直な応力  $T_3$  と圧力  $P$  が等しくなるように（緑色の点）、境界面に対し垂直方向の流体粒子速度  $\dot{w}_f$  と固体粒子速度  $\dot{w}_s$  が等しくなるように

（青色の点）与える。また、その面のせん断応力  $T_5$  は 0 とする（赤色の点）。

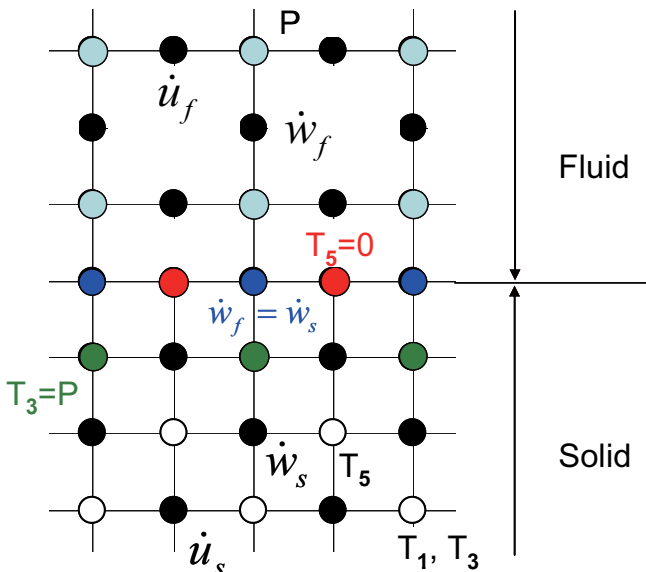


図3 FDTD 法による変数とインデックスの対応

## 2. 5. 吸収境界条件

計算領域の外側境界で不必要な反射を防ぐために、必要に応じた精度の吸収境界条件を適用する。例えば、吸収境界に平行な方向の変化が小さいならば、Mur の 1 次精度吸収境界条件<sup>5)</sup>を用いることができる。これは、音速を  $c$  で表した圧力に対する 1 次元波動方程式

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0 \quad (18)$$

を、代数的に因数分解した次式

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left( \frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) P = 0 \quad (19)$$

から導かれる。即ち、 $x$  方向のインデックス  $i$  の面に吸収境界を設定するならば、そこから負の方向に進行する波が 0 となるように、次式を差分近似した式から境界での圧力を求める。

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{1}{c} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (20)$$

式(20)の差分式は、時間インデックス  $n$ 、空間インデックス  $i-1/2$  で求められるが、FDTD 法における圧力  $P$  の時間と空間のインデックスは  $n+1/2$  と  $i$  なので、両隣の差分式の平均を用いる。具体的には、次式のようにになる。

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial P}{\partial x} \right)_{i-1/2}^n &= \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial P}{\partial x} \right)_{i-1/2}^{n+1/2} + \left( \frac{\partial P}{\partial x} \right)_{i-1/2}^{n-1/2} \right\} \\ &\approx \frac{1}{2\Delta x} \left( P_i^{n+1/2} - P_{i-1}^{n+1/2} + P_i^{n-1/2} - P_{i-1}^{n-1/2} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)_{i-1/2}^n &= \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)_i^n + \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)_{i-1}^n \right\} \\ &\approx \frac{1}{2\Delta t} \left( P_i^{n+1/2} - P_i^{n-1/2} + P_{i-1}^{n+1/2} - P_{i-1}^{n-1/2} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

式(16)と(17)を式(15)に代入し、インデックス  $(i, n+1/2)$  における  $P$  を求めると、次式のように Mur の 1 次精度吸収境界条件式が得られる。

$$P_i^{n+1/2} = P_i^{n-1/2} + \frac{c\Delta t - \Delta x}{c\Delta t + \Delta x} \left( P_{i-1}^{n+1/2} - P_i^{n-1/2} \right) \quad (23)$$

本解析では、平面波の透過を解析対象としており、吸収境界における境界面の接線方向の圧力変化は小さいとみなせるので Mur の 1 次精度吸収境界条件を用いた。しかし、球面波の伝播解析など、接線方向の圧力変化が無視できない場合には、Mur の 2 次精度吸収境界条件<sup>5)</sup>や PML (Perfectly Matched Layer)<sup>6)</sup>などが一般的に用いられる。

## 2. 6. 流体と固体の媒質定数

本解析に用いた流体と固体の媒質定数<sup>1)</sup>を表1に示す。これらは、流体と固体の密度差や縦波の速度差が小さく、波の伝播が解析しやすいなどの理由から選ばれた。

表1 解析に用いた媒質定数

	密度 [kg/m <sup>3</sup> ]	縦波速度 [m/s]	横波速度 [m/s]
流体(水)	1,000	1,500	
固体(鉄)	7,700	5,850	3,230

### 3. 解析例

解析例として、流体中の固体壁（解析モデル1）及びハニカムサンドイッチ構造のような中空壁（解析モデル2）を透過する入射正弦波の計算結果を示す。

#### 3. 1. 解析モデル1：固体壁

解析モデル1の形状を図4に示す。図4のモデルの左右の境界には周期境界条件を与え、上下の境界にはMurの1次精度吸収境界条件を与えた。

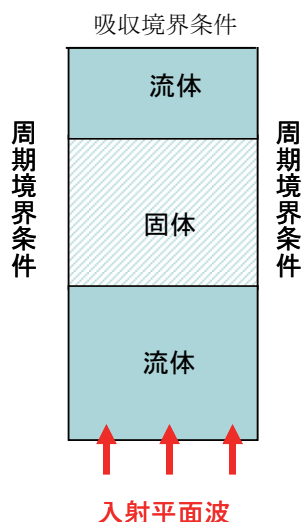


図4 解析モデル1

解析モデル1に対し、固体壁が入射正弦波の波長 $\lambda$ と比較して十分厚い場合（ $7.5\lambda$ ）と薄い場合（ $0.75\lambda$ ）での、入射波が固体表面で反射計算領域下限近くまで伝播した時刻における応力分布の計算結果を図5に示す。図5の縦軸は $z$ 方向インデックス $k$ を、横軸は $x$ 方向インデックス $i$ を表しており、本解析では $\Delta x = \Delta z$ としているので実形状に等しい。また、図5のカラーマップは、流体部は圧力 $P$ を、固体部は $z$ 方向垂直応力 $T_3$ をそれぞれ表している。壁厚が波長に対して十分大きい場合、上部の流体部には初期入射波の透過による第1波と、固体内で反射を繰り返して発生する第2波が見られる。これに対し、薄い固体壁では、固体内反射による第2波が見られない。

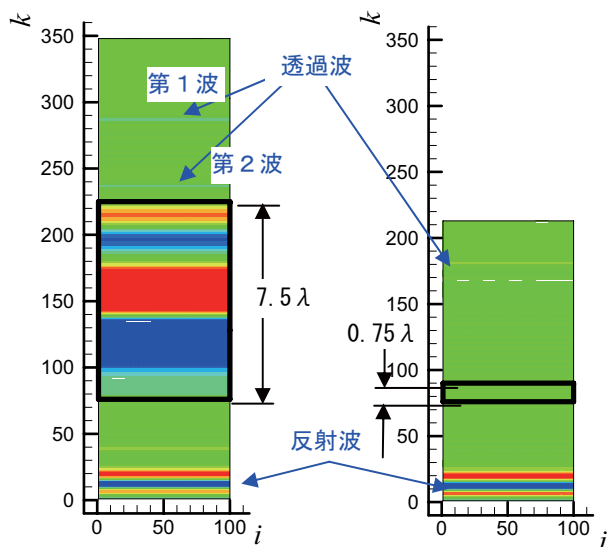


図5 流体・固体内の応力分布  
(左：厚さ $7.5\lambda$ 、右：厚さ $0.75\lambda$ )

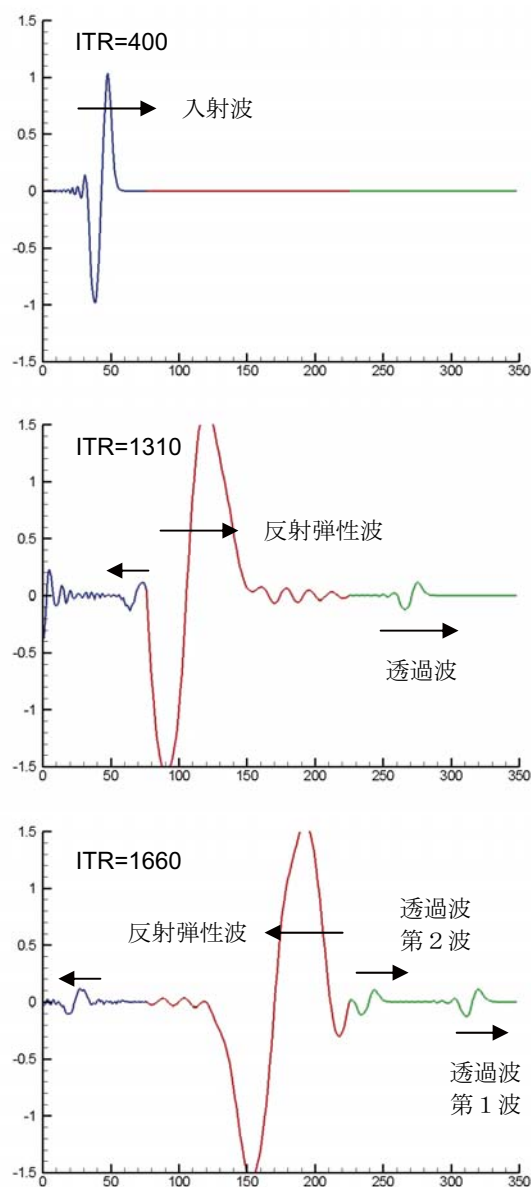


図6 入射波、弾性波、透過波の波形（厚さ $7.5\lambda$ ）

壁が厚い場合に対し、解析領域内の $x$ 方向中心線上の応力波形を、時間をずらして図6に表示する。図6の中で、青線は下部流体内の圧力波を、赤線は固体壁内で繰り返して反射される弾性波を、緑線は上部流体へ透過した波を表している。図6上段（ $ITR=400$ ）の波形は入射正弦波を表している。波の後方で分散誤差に起因する遅延位相誤差が見られる。これは、2. 3. 節で述べた本解析手法の特徴から生じる位相誤差であり、今回の解析条件の設定上、固体内の弾性波が最も伝播速度が速く、それに合わせてクーラン数を決めているため、流体領域におけるクーラン数が小さくなることに起因する。図6中段（ $ITR=1310$ ）の波形から、入射平面波が弾性波となって壁の内部を伝播し、反対側の流体領域に透過波が生じることが分かる。この弾性波は、固体と流体の境界面で反射を繰り返して透過波第2波が生じることが、図6下段（ $ITR=1660$ ）の波形から分かる。また、本解析条件では、透過波の振幅は入射波の2割程度にまで減衰していることがこれらの図から分かる。更に、入射波の波長に比べて壁が十分厚い場合、図6下段に緑線で示される波形から、第2波の振幅は第1波と同程度であることが分かる。

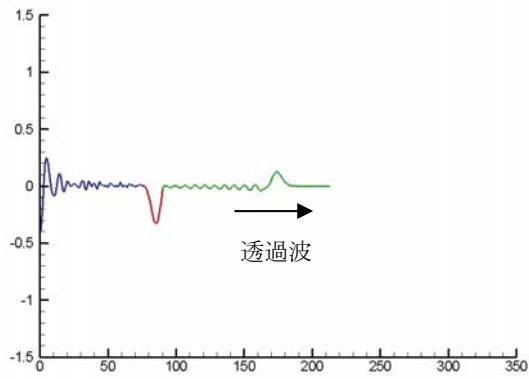
図7 入射波, 弾性波, 透過波の波形 (厚さ  $0.75\lambda$ )

図6と同様に, 図7に壁が入射波の波長に比べて薄い場合の波形を示す. 図7の波形から, 透過波第1波が生じた後, 固体内の弾性波の繰り返り反射に起因する振幅の小さな波がいくつも見られるが, 第1波と同程度の第2波は生じないことが分かる.

### 3. 2. 解析モデル2: 中空壁

解析モデル2の模式図を図8に示す. 解析モデル2では, 入射正弦波の波長に対して, 中空壁の外板(S1, S3)の板厚は十分薄く, コア部(S2)は十分長く設定している. これらの解析モデルの流体領域F1~F4及び固体領域S1~S3は, 計算コード内でマルチブロック化されており, 流体・固体間の境界条件は適切に設定される. なお, 中空壁内部の空間は, 外部の流体と同じ特性を持つ流体で満たされていると仮定している.

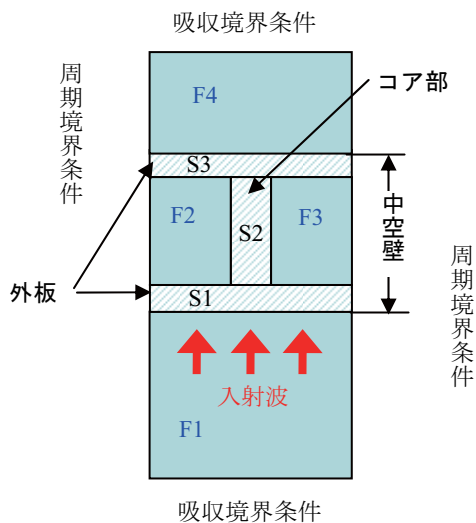


図8 中空壁モデルの模式図

解析モデル2の解析結果から, 特徴的な応力分布を図9に示す. 流体より固体のほうが弾性波の伝播速度が速いので, 中空部を透過する入射波が伝播する間に, コア部を弾性波が繰り返して往復する. 図9の上部流体部に見られる波形は, 図5に見られる平面波とは異なり, コア部を中心として弧を描いて広がり, 左右から来る波と干渉している.

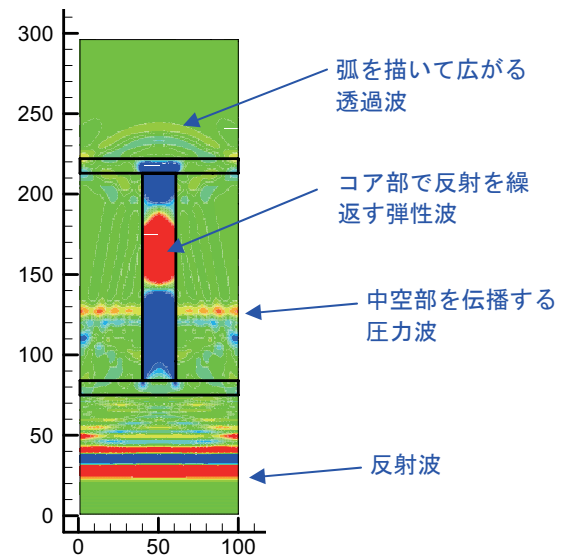


図9 中空壁を透過する弾性波

図10には, 初期 (IT=10) の波源の位置を, 図11にイタレーション250回毎の応力分布図をそれぞれ示す. 図11に示されるように, IT=250から500にかけて, 入射波が中空壁に達し, 中空壁内を弾性波と音波が伝播していく様子がとらえられている. その後, IT=750では弧を描いて広がる透過波が見られ, 左右の周期境界から来る波が干渉して強め合う様子が ITR=1250の図に見られる. また, 中空部を伝播する音波は, ITR=1250から1500にかけて外板S3の内壁で反射した後, 下方に伝播する. その間, コア部を伝播する弾性波は反射を繰り返して, 上部流体領域F4に複雑な透過波の波形を作っている.

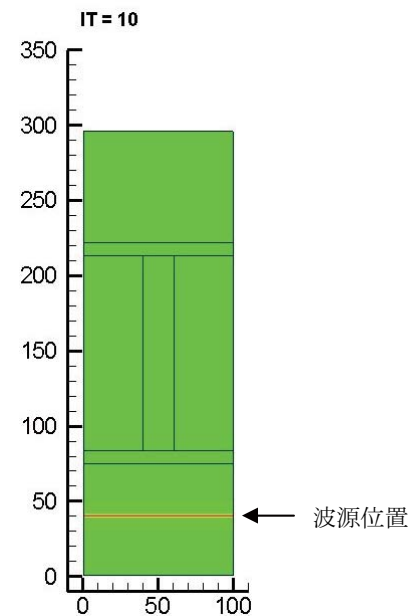


図10 初期波源の位置



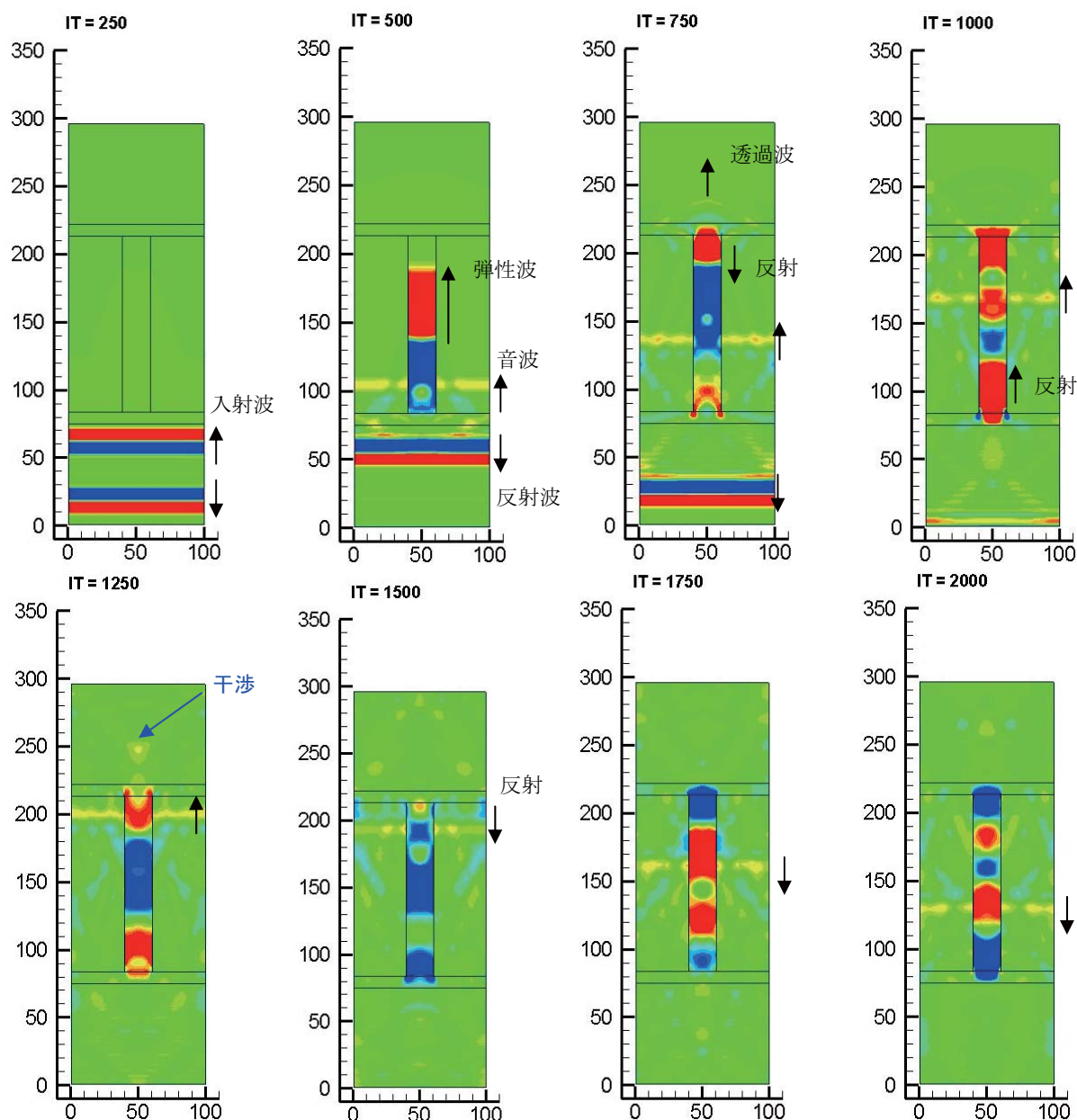


図 1-1 時系列応力分布

#### 4. まとめ

音響透過解析技術研究の第1段階として、FDTD法を用いた流体・固体中の弾性波伝播を解析する2次元マルチブロックコードを作製し、固体壁及びハニカム構造のような中空部を有する構造内の弾性波伝播解析に適用した。その結果、入射波の波長に対して厚い固体壁の場合、固体壁内で反射を繰り返す弾性波による透過波第2波が、第1波と同程度の大きさで生じることが分かった。一方、薄い固体壁の場合には、第1波と同程度の強い第2波は見られなかった。また、固体壁と異なり中空壁では、壁を透過した後の弾性波が、流体部で、コア部を中心に弧を描いて伝播し、お互いに干渉する様子がとらえられた。

今後の課題として、

- 流体領域の散逸誤差の改善
- 透過損失などの実験データとの比較による検証
- 実際の3次元ハニカム形状への適用
  - フェアリングなどの一般形状への適用
  - 非常に薄い外板やコア部のモデル化

などが挙げられる。

#### 参考文献

- 1) 佐藤正弘：FDTD法による弾性振動・波動の解析入門，森北出版，2003。
- 2) 佐藤正弘，高橋洋祐：弾性波動のスカラー・ベクトル速度ポテンシャルによる表示，音響学会誌，Vol. 56, No. 11, pp.741-745, 2000。
- 3) Charles Hirsh: Numerical Computation of Internal and External flows, Volume 1, JHON WILEY & SONS, 1989。
- 4) 藤井孝藏：流体力学の数値計算法，東京大学出版会，1994。
- 5) G. Mur, "Absorbing boundary condition for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic-field equations," IEEE Transactions on EMC, Vol. 23, pp. 377-382, 1981。
- 6) J. P. Berenger, "A perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves," J. Comp. Phys. Vol. 114, pp. 185-200, 1994。



# 搭載宇宙機の音響構造連成解析手法に関する研究

高橋 孝、村上桂一、青山剛史、相曽秀昭

宇宙航空研究開発機構 総合技術研究本部 計算科学研究グループ

## Study on Coupled Structural-Acoustic Analysis for Spacecraft

by

Takashi Takahashi, Keiichi Murakami, Takashi Aoyama, and Hideaki Aiso (JAXA)

### ABSTRACT

This paper focuses on numerical prediction approaches for steady-state coupled interior vibro-acoustic problems, especially for spacecraft structural vibrations by acoustic loads with the wide frequency range acted during the liftoff. Lightweight and large area structures, such as solar arrays and antenna dishes, and some components with relatively high natural frequencies are sensitive to acoustic loads. Numerical prediction of vibro-acoustic responses enables us to partially cover the ground acoustic tests, and is therefore quite important to design and develop reliable spacecraft. For spacecraft vibro-acoustic simulations, there are deterministic prediction techniques such as finite element method (FEM) and boundary element method (BEM) applicable in the low frequency range, and statistical ones such as statistical energy analysis (SEA) in the high frequency range. However, there generally exists mid-frequency range where no mature numerical methods are applicable. In this paper, a novel deterministic prediction method called the wave based method (WBM) is applied to obtain detailed responses in vibro-acoustic analysis of spacecraft. Then we consider two simple models, an uncoupled acoustic model with a single cavity, and a coupled vibro-acoustic model with a spacecraft and a payload fairing. Using a 2-dimensional WBM code developed in this study and commercial FEM software, these models are solved to compare the results. The results show that FEM is limited to apply in low frequency range, and WBM is quite practical and has high potential for the vibro-acoustic analysis with the wide frequency range.

### 1. はじめに

ロケット打上げ時の轟音は、フェアリング内に搭載された宇宙機に大きな影響を与える<sup>1)</sup>。宇宙機の音響振動を解析により予測できれば、地上試験では考慮できない影響まで検討することが可能となり、信頼性の高い宇宙機の設計・開発に寄与できると考えられる。本論文では、ロケットのフェアリング内に搭載された宇宙機の音響振動を予測するための内部定常音響構造連成問題の解析手法に焦点をあてる。

従来、統計的エネルギー法(SEA: Statistical Energy Analysis)<sup>2)</sup>が、宇宙機の音響振動を予測するために適用されてきた<sup>3), 4)</sup>。一般に、個々の構造振動モードがもはや区別できないほどの高周波帯では、材料特性や寸法などの微小な違いで応答が大きく変化してしまう。そのような場合、決定論的手法よりもむしろ確率統計的なSEAが適する。「フィル・エフェクト」(fill effect/fill factor)と呼ばれるフェアリング内の局所的な音圧レベル(SPL: Sound Pressure Level)の変化に関する簡易評価式も、SEAの考え方に基いて与えられている<sup>5)</sup>。しかし、SEAはあくまで空間的・周波数的に平均的な値を扱う手法であり、共振ピークのような局所的な応答を予測することはできない。さらに、解析周波数が低くなるほど、予測精度が低くなる。一方、音響や構造などの局所的な応答を解析できる決定論的手法である有限要素法(FEM: Finite Element Method)<sup>6)</sup>は、現状、宇宙機の構造解析において、100Hz以下程度の低周波領域における解析に適用されるほぼ唯一の手法である<sup>7)</sup>。宇宙機の音響振動解析においても、いくつかの単純な構造に対して適用されている<sup>8), 9)</sup>。しかし、解析周波数が高くなると数値分散誤差(numerical dispersion error)が補間誤差(interpolation error)に比べて支配的となり、それを許容範囲内に収めるためには解析の自由度が爆発的に大きくなるという問題がある<sup>1)</sup>。

一般に、高周波側の手法(SEAなど)と低周波側の手法(FEMなど)のいずれの手法でも信頼性の高い解析のできない周波数領域(中間周波数領域(mid-frequency range))が存在すると指摘されている<sup>10)</sup>。既存のアプローチを高度化したり、新たな手法を提案したりして、この狭間を埋め

るために多くの研究がなされてきているのが現状である。図1に、既存の音響振動解析手法により解析可能な周波数領域の比較と、対応する宇宙機の固有振動数を示す。宇宙機にとって重要な点は、この中間周波数領域に、宇宙機の音響設計に関してクリティカルな搭載機器の固有振動数が含まれることである。

そこで、本論文では、共振ピークなどの局所的な応答を解析できる決定論的な手法であり、FEMなどの既存の手法の欠点を克服するために提案された波動ベース法(WBM: Wave Based Method)<sup>10)</sup>に着目する。この手法を、解析周波数領域の広い宇宙機の2次元定常音響振動解析に適用することにより、モデル化の容易さや計算負荷などの性質、実用性について検討する。

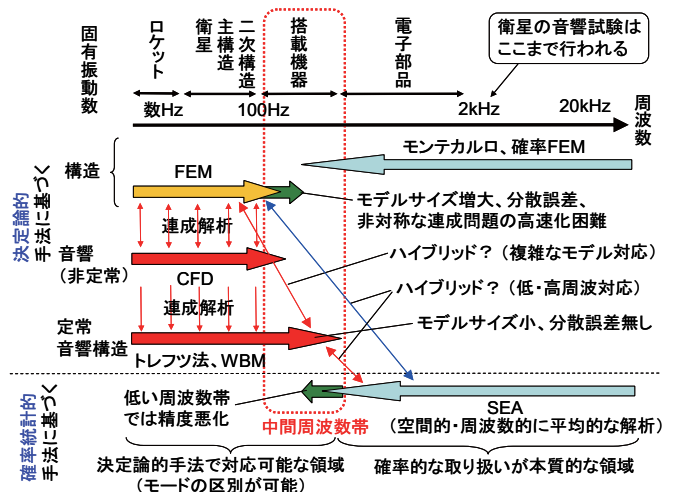


図1 音響振動解析手法の比較

### 2. 波動ベース法

WBMは、間接トレフツ法(indirect Trefftz method)<sup>11)</sup>に基づく定常音響構造連成解析のための決定論的手法である。適当な波動関数を定義することにより、トレフツ法の実装時に生じる悪条件問題(ill-conditioned problem)を克服したブ

レークスルー的な手法である。この手法の注目すべき性質は、支配方程式を厳密に満たす波動関数で解を展開するために空間を離散化する必要がなく（メッシュが不要）、それに伴って、FEM 等による音響振動解析で問題となる数値分散誤差がないということである。したがって、広い解析周波数領域を含む音響振動を予測するためのポテンシャルが極めて高いと考えられる。

## 2. 1. 問題定義

本節では、WBM を用いた 2 次元内部定常音響振動問題について述べる。図 2 は、いくつか種類の境界に囲まれた流体から成る音響キャビティを示している。まず、後述する WBM の波動関数の性質から、このキャビティ領域をいくつかの凸領域に分割する必要がある。定式化を簡単化するため、キャビティは、2 つの凸部分領域  $\Omega^{(e)}$  ( $e = 1, 2$ ) から構成されているものとする。各部分領域  $\Omega^{(e)}$  は、 $L_x^{(e)} \times L_y^{(e)}$  の外接する矩形領域を有する。 $\Omega^{(e)}$  の音響境界  $\Gamma_a^{(e)}$  は、5 種類の境界面から成る。つまり、 $\Gamma_a^{(e)} = \Gamma_p^{(e)} \cup \Gamma_v^{(e)} \cup \Gamma_z^{(e)} \cup \Gamma_s^{(e)} \cup \Gamma_c^{(e,f)}$  ( $f$  は、 $\Omega^{(e)}$  と隣接する部分領域の番号) である。ここで、 $\Gamma_p^{(e)}$ 、 $\Gamma_v^{(e)}$ 、 $\Gamma_z^{(e)}$  は、それぞれ、圧力、法線方向速度、法線方向インピーダンスの境界条件 (BC) が課される境界面である。 $\Gamma_s^{(e)}$  は、薄い平板を境界とする面であり、板の両端には固定や単純支持などの BC が課される。平板は、紙面に垂直に無限の長さをもつ幅  $L_s$  ( $s = 1, 2$ ) の平板であると仮定し、簡単のため、系に含まれる境界上の平板は各部分領域に 1 つずつあるとする。 $\Gamma_c^{(e,f)}$  ( $\Gamma_c^{(1,2)} = \Gamma_c^{(2,1)}$ ) は、部分領域  $\Omega^{(1)}$  と  $\Omega^{(2)}$  の間の境界面であり、圧力と法線方向速度の両方の連続性条件が課される。さらに、外力  $f_s$  を、 $\Gamma_s^{(e)}$  上の局所位置  $\mathbf{r}'_s$  に作用させ、外部点音源  $q^{(e)}$  を、 $\Omega^{(e)}$  内の局所位置  $\mathbf{r}_q^{(e)}$  に置く。簡単のため、平板に働く外力は各平板において 1 ヶ所だけであるとし、音源は各部分領域に 1 つずつ存在するとする。また、ここでは定常（周波数）解析を考えているので、両外部励振源は、周波数  $\omega$  の時間調和関数であると仮定する。

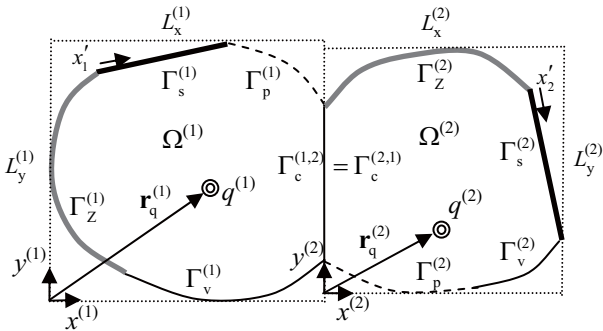


図 2 2 次元内部音響振動連成モデル

## 2. 2. 音響の支配方程式と変数展開式

部分領域  $\Omega^{(e)}$  の絶対位置  $\mathbf{r}$  における定常音圧  $p^{(e)}(\mathbf{r})$  は、次式のヘルムホルツ方程式 (Helmholtz equations) により支配される。

$$\nabla^2 p^{(e)}(\mathbf{r}) + k^2 p^{(e)}(\mathbf{r}) = -j\rho\omega q^{(e)}\delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}_q^{(e)}) \quad (1)$$

ここで、 $k = \omega/c$  ( $c$  は音速) は音響波数であり、 $\delta$  はディラックのデルタ関数、 $j = \sqrt{-1}$  は虚数単位である。WBM の定式化では、音圧  $p^{(e)}(\mathbf{r})$  を次式のように展開する。

$$p^{(e)}(\mathbf{r}) \approx \hat{p}^{(e)}(\mathbf{r}) = \boldsymbol{\phi}_a^{(e)}(\mathbf{r})^T \mathbf{p}_a^{(e)} + \hat{p}_q^{(e)}(\mathbf{r}) \quad (2)$$

ここで、 $\boldsymbol{\phi}_a^{(e)}(\mathbf{r})$  は方程式 (1) の同次式を厳密に満たす音響波動関数 (acoustic wave functions) から成るベクトルであり、 $\mathbf{r}^{(e)} = [x^{(e)} y^{(e)}]^T$  は絶対位置  $\mathbf{r}$  を部分領域  $\Omega^{(e)}$  において定義された局所座標系からみたときの局所位置ベクトル、 $\mathbf{p}_a^{(e)}$  は波動関数の寄与分を表す未知のベクトル、 $\mathbf{T}$  は行列の転置を表す。関数  $\hat{p}_q^{(e)}(\mathbf{r})$  は方程式 (1) の右辺の外部音源項を考慮したときの特解の 1 つであり、次式で与えられる。

$$\hat{p}_q^{(e)}(\mathbf{r}) = \frac{\rho_0 \omega}{4} Q^{(e)} H_0^{(2)}(k \|\mathbf{r}^{(e)} - \mathbf{r}_q^{(e)}\|) \quad (3)$$

$H_i^{(2)}(\bullet)$  は  $i$  次の第 2 種ハンケル関数である。 $Q^{(e)}$  は音源強さであり、次式で定義される。

$$Q^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} q^{(e)} d\Omega \quad (4)$$

また、ベクトル  $\boldsymbol{\phi}_a^{(e)}(\mathbf{r})$  の成分である各音響波動関数は次式のように定義される。

$$\phi_{ai}^{(e)}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \phi_{ari}^{(e)}(\mathbf{r}) = \cos(k_{xri}^{(e)} x^{(e)}) e^{-jk_{yri}^{(e)} y^{(e)}} \\ \phi_{asi}^{(e)}(\mathbf{r}) = e^{-jk_{xsi}^{(e)} x^{(e)}} \cos(k_{ysi}^{(e)} y^{(e)}) \end{cases} \quad (5)$$

この波動関数が、方程式 (1) の厳密解であるためには、

$$(k_{xri}^{(e)})^2 + (k_{yri}^{(e)})^2 = (k_{xsi}^{(e)})^2 + (k_{ysi}^{(e)})^2 = k^2 \quad (6)$$

であることが要求され、次の波数成分を選択することが提案されている。

$$(k_{xri}^{(e)}, k_{yri}^{(e)}) = \left( \frac{i_r^{(e)} \pi}{L_x^{(e)}}, \pm \sqrt{k^2 - (k_{xri}^{(e)})^2} \right) \quad (7-a)$$

$$(k_{xsi}^{(e)}, k_{ysi}^{(e)}) = \left( \pm \sqrt{k^2 - (k_{ysi}^{(e)})^2}, \frac{i_s^{(e)} \pi}{L_y^{(e)}} \right) \quad (7-b)$$

ここで、 $i_r^{(e)}, i_s^{(e)} = 0, 1, 2, \dots$  である。これらは、数値的な悪条件を緩和するために実装上は正規化され、さらに、物理的な波数や外接矩形領域のサイズに基づいて有限次元に打ち切られる。この波動関数を用いた展開式が厳密解に収束するための十分条件は、全ての部分領域が凸であるということが示されている<sup>11)</sup>。

## 2. 3. 構造の支配方程式と変数展開式

一方、 $\Gamma_s^{(e)}$  に属する板の局所位置  $\mathbf{r}'_s$  における定常法線方向変位  $w_s(\mathbf{r}'_s)$  は、次式の薄い平板の面外曲げの方程式であるキルヒホッフ方程式 (Kirchhoff equations) により支配される。

$$\frac{d^4 w_s(x'_s)}{dx_s'^4} - k_{bs}^4 w_s = \frac{f_s}{D_s} \delta(x'_s, x'_{fs}) + \frac{p^{(e)}(\mathbf{r}_s)}{D_s} \quad (8)$$

ここで、 $k_{bs}$ は構造波数、 $D_s$ は曲げ剛性であり、それぞれ次のように定義される。

$$k_{bs} = \sqrt[4]{\frac{\rho_s t_s \omega^2}{D_s}} \quad (9)$$

$$D_s = \frac{E_s t_s^3 (1 + j\eta_s)}{12(1 - \nu_s^2)} \quad (10)$$

$t_s$ は板厚、 $\rho_s$ は密度、 $E_s$ は弾性係数、 $\nu_s$ はポアソン比、 $\eta_s$ は減衰係数である。WBMの定式化では、構造変位  $w_s(x'_s)$  を次式のように展開する。

$$w_s(x'_s) \approx \hat{w}_s(x'_s) = \boldsymbol{\psi}_s(x'_s)^T \mathbf{w}_s + \hat{w}_{fs}(x'_s) + \hat{\mathbf{w}}_{as}^{(e)}(x'_s)^T \mathbf{p}_a^{(e)} + \hat{w}_{qs}^{(e)}(x'_s) \quad (11)$$

$\boldsymbol{\psi}_s(x'_s)$ は、方程式(8)の同次式を厳密に満たす次式の4つの構造波動関数(structural wave function)  $\psi_{si}(x'_s)$  から成るベクトルである。

$$\psi_{si}(x'_s) = e^{-j^i k_{bs} x'_s} \quad (i=1, \dots, 4) \quad (12)$$

この関数も、音響波動関数と同様に実装上是正規化される。また、 $\hat{w}_{fs}(x'_s)$ は、方程式(8)の外力による励振を考慮したときの特解の1つであり、次式で定義される。

$$\hat{w}_{fs}(x'_s) = -\frac{1}{4D_s k_{bs}^3} f_s \left( j e^{-jk_{bs}|x'_s - x'_{fs}|} + e^{-k_{bs}|x'_s - x'_{fs}|} \right) \quad (13)$$

$\hat{\mathbf{w}}_{as}^{(e)}(x'_s)$ は、音響波動関数と関連し、次式で定義される方程式(8)の音圧項を考慮したときの特解  $\hat{w}_{asi}^{(e)}(x'_s)$  を要素にもつベクトルである。

$$\hat{w}_{asi}^{(e)}(x'_s) = -\frac{1}{4D_s k_{bs}^3} \times \int_0^{L_s} \phi_{ai}^{(e)}(\mathbf{r}_{ss}^{(e)}(\xi)) \left( j e^{-jk_{bs}|x'_s - \xi|} + e^{-k_{bs}|x'_s - \xi|} \right) d\xi \quad (14)$$

さらに、関数  $\hat{w}_{qs}^{(e)}(x'_s)$  は、外部音源に関連した方程式(8)の音圧項を考慮したときの特解の1つであり、次式で定義される。

$$\hat{w}_{qs}^{(e)}(x'_s) = -\frac{\rho_0 \omega}{16D_s k_{bs}^3} Q^{(e)} \times \int_0^{L_s} H_0^{(2)}(k \|\mathbf{r}_{ss}^{(e)}(\xi) - \mathbf{r}_q^{(e)}\|) \left( j e^{-jk_{bs}|x'_s - \xi|} + e^{-k_{bs}|x'_s - \xi|} \right) d\xi \quad (15)$$

以上の定義から、支配方程式(1)と(8)に含まれる変数の展開式(2)と(11)は、支配方程式を厳密に満たす。これは、WBMにより得られる数値変数には数値分散誤差が含まれないことを表しており、広い周波数領域を有する音響振動応答を予測するために非常に重要な性質である。

## 2. 4. 重み付き残差法による定式化

変数の展開式(2)と(11)における未知数である、波動関数の寄与分を表す係数  $\mathbf{p}_a^{(e)}$  と  $\mathbf{w}_s$  を決めるため、音響 BC に重み付き残差法(weighted residual method)を適用する。つまり、支配方程式は厳密に満たされるが、BC は積分の意味で近似的に満たされることになる。FEMにおけるガラーキン法と同様にして、重み関数  $\tilde{p}^{(e)}(\mathbf{r})$  を次式のように音響波動関数を用いて展開する。

$$\tilde{p}^{(e)}(\mathbf{r}) = \tilde{\mathbf{p}}_a^{(e)T} \boldsymbol{\phi}_a^{(e)}(\mathbf{r}^{(e)}) = \boldsymbol{\phi}_a^{(e)}(\mathbf{r}^{(e)})^T \tilde{\mathbf{p}}_a^{(e)} \quad (16)$$

関数  $\tilde{p}^{(e)}(\mathbf{r})$  を用いれば、2つの凸部分領域  $\Omega^{(e)}$  に関する音響 BC に関する重み付き残差式が、次のように導出できる。

$$\int_{\Gamma_v^{(e)}} \tilde{p}^{(e)} R_v^{(e)} d\Gamma + \int_{\Gamma_z^{(e)}} \tilde{p}^{(e)} R_z^{(e)} d\Gamma + \int_{\Gamma_s^{(e)}} \tilde{p}^{(e)} R_s^{(e)} d\Gamma - \int_{\Gamma_p^{(e)}} \mathcal{L}_v^{(e)}(\tilde{p}^{(e)}) R_p^{(e)} d\Gamma + \int_{\Gamma_c^{(e)}} \tilde{p}^{(e)} R_c^{(e)} d\Gamma = 0 \quad (17)$$

ここで、 $R_v^{(e)}$ 、 $R_z^{(e)}$ 、 $R_s^{(e)}$ 、 $R_p^{(e)}$ 、 $R_c^{(e)}$  は、BC の理論式と式(2)と(11)で展開した変数を用いたときの計算式との差として定義される残差誤差であり、 $\mathcal{L}_v^{(e)}(\bullet)$  は法線方向微分を表す  $\frac{\partial \bullet}{\partial n^{(e)}}$  を用いた速度演算子  $\mathcal{L}_v^{(e)}(\bullet) = \frac{j}{\rho_0 \omega} \frac{\partial \bullet}{\partial n^{(e)}}$  で

ある。部分領域  $\Omega^{(1)}$  と  $\Omega^{(2)}$  のインターフェイス面においては、単純に圧力と法線方向速度の両方の連続性条件を課す直接連成手法が従来用いられてきたが、解析周波数が共鳴周波数と一致した場合に計算の収束速度が低下、あるいは発散するという問題があった。この問題を回避して計算の安定化と高速化を図るために、人工粘性を導入したインピーダンス連成手法<sup>12)</sup>が提案されており、一般的にはこの手法を用いるべきである。次に、音響 BC の重み付き残差式である式(17)を未知係数  $\mathbf{p}_a^{(e)}$  と  $\mathbf{w}_s$  に関して整理すると、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{as1}^{(1)} & \mathbf{C}_{as2}^{(1)} & \mathbf{A}_a^{(1)} & \mathbf{C}_a^{(1,2)} \\ \mathbf{C}_{as1}^{(2)} & \mathbf{C}_{as2}^{(2)} & \mathbf{C}_a^{(2,1)} & \mathbf{A}_a^{(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \\ \mathbf{p}_a^{(1)} \\ \mathbf{p}_a^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_a^{(1)} \\ \mathbf{f}_a^{(2)} \end{bmatrix} \quad (18)$$

のような形式の行列方程式を得る。各部分行列を得るためには数値積分を行う必要があり、この計算を効率的に行うことが WBM の計算負荷低減に大きく効いてくる。本論文では、FEMでも利用されている Gauss-Legendre 積分法<sup>5)</sup>を用いている。WBMでは、波動関数という大域的に定義された基底関数を利用するため、FEMに比べて多くの積分点を必要とする。そのため、任意の個数の Gauss 点に対応したルーチンを準備する必要がある。

一方、 $\Gamma_s^{(e)}$  の構造 BC として、固定、単純支持、自由、対称条件などが課される。例えば、固定 BC は次式で与えられる。

$$w_s(0) = w_s(L_s) = \frac{dw_s(0)}{dx_s'} = \frac{dw_s(L_s)}{dx_s'} = 0 \quad (19)$$

この式に展開式(11)を代入することにより、未知係数  $\mathbf{p}_a^{(e)}$  と  $\mathbf{w}_s$  に関する代数方程式が次式のように得られる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{s1} & \mathbf{O} & \mathbf{C}_{sa1}^{(1)} & \mathbf{C}_{sa1}^{(2)} \\ \mathbf{O} & \mathbf{A}_{s2} & \mathbf{C}_{sa2}^{(1)} & \mathbf{C}_{sa2}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \\ \mathbf{p}_a^{(1)} \\ \mathbf{p}_a^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{s1} \\ \mathbf{f}_{s2} \end{bmatrix} \quad (20)$$

最後に、音響 BC から得られた代数方程式(18)と、構造 BC から得られた代数方程式(20)を組み合わせることにより、最終的に、WBM モデルが次式のような行列形式で書ける。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{s1} & \mathbf{O} & \mathbf{C}_{sa1}^{(1)} & \mathbf{C}_{sa1}^{(2)} \\ \mathbf{O} & \mathbf{A}_{s2} & \mathbf{C}_{sa2}^{(1)} & \mathbf{C}_{sa2}^{(2)} \\ \mathbf{C}_{as1}^{(1)} & \mathbf{C}_{as2}^{(1)} & \mathbf{A}_a^{(1)} & \mathbf{C}_a^{(1,2)} \\ \mathbf{C}_{as1}^{(2)} & \mathbf{C}_{as2}^{(2)} & \mathbf{C}_a^{(2,1)} & \mathbf{A}_a^{(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \\ \mathbf{p}_a^{(1)} \\ \mathbf{p}_a^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{s1} \\ \mathbf{f}_{s2} \\ \mathbf{f}_a^{(1)} \\ \mathbf{f}_a^{(2)} \end{bmatrix} \quad (21)$$

この方程式には、部分領域間の連続性を表すためと、音響と構造の連成を表すための非対角行列が含まれていることが分かる。また、WBM における音響と構造との間の連成が、マトリクス連成であると解釈することもできる。

### 3. 解析例

前節で述べた理論に基づき、2次元 WBM 解析コードを MATLAB<sup>®</sup>(13)で実装した。定式化を簡単化するために前節で用いた仮定を一般化することは単純であり、本コードは、任意の個数の平板や凸部分領域などに対応できるように汎用化している。

以下にいくつか数値解析例を示し、主に既存の FEM と WBM の解析結果を比較することにより WBM の特徴を明らかにする。

#### 3. 1. 非連成音響問題

図3に示すような簡単な2次元凸領域の音響キャビティを考える。キャビティは空気（密度  $\rho_a = 1.225$  [kg/m<sup>3</sup>], 音速  $c = 340$  [m/sec]）で満たされており、構造要素を含まないので非連成音響問題として扱うことができる。左端面の面に1 [Pa]の圧力 BC を課し、その他の面は剛体壁とする。

この問題を FEM で解くためには、問題領域をメッシュに分割する必要がある。FEM には、主に補間誤差と数値分散誤差が含まれるので、これらを許容範囲内に収めるようにメッシュを切ることにする。まず、低周波領域において支配的な補間誤差を許容範囲内に収めるためには、

$$\theta = \left( \frac{\tilde{k}h}{p} \right)^p = C_{\text{int}} \quad (22)$$

を満たす必要がある<sup>14)</sup>。ここで、 $p$  は多項式形状関数の次数、 $C_{\text{int}}$  は定数、 $L$  を問題寸法、 $k$  を応答の波数、 $h$  を要素サイズとして、無次元量  $\tilde{k} = Lk$ 、 $\tilde{h} = h/L$  と定義する。さらに、高い周波数領域において支配的となる数値分散誤差を許容範囲内に収めるためには、

$$\tilde{k}\theta^2 = C_{\text{dis}} \quad (23)$$

を満たす必要がある<sup>14)</sup>。ここで、 $C_{\text{dis}}$  は定数である。 $C_{\text{int}} = C_{\text{dis}} = 1$  として、解析周波数 800 [Hz] まで上記の誤差を許

容範囲に保つように1次矩形要素でメッシュを切る。式(22)を用いて補間誤差を許容範囲内に保つようにメッシュを切ったモデルが図3(a)（粗 FE モデル：326 節点、291 要素）であり、式(23)を用いて数値分散誤差を許容範囲内に収めるようにメッシュを切ったモデルが図3(b)（精 FE モデル：7,870 節点、7,706 要素）である。数値分散誤差を許容範囲内に収めるための式(23)からは、補間誤差の場合のような、応答波長の少なくとも何分の1のサイズでメッシュを切ればよいという単純な指標が得られない<sup>15)</sup>ことに注意したい。FEM の解析には、ANSYS<sup>16)</sup>を用いた。

一方、WBM では、問題領域を凸領域に分割するだけでよので、この問題に関しては領域分割を必要としない。式(21)（ここでは構造に関係する部分を除いた式を考える）に含まれる部分行列を得るために数値積分するので、そのために境界上の任意の点（積分点）で BC と法線ベクトルが定義できるような幾何情報が用意できればよい。

以上より、この問題を WBM と FEM を用いて解き、図3に示した観測点における圧力スペクトルを周波数領域で比較した結果が図4である。周波数の低い領域では、WBM と精粗の両 FE モデルの結果はほぼ一致しているが、周波数が高くなると、粗 FE モデルを用いて得られた共鳴ピークの周波数が高周波側へずれている。粗 FE モデルは、数値分散誤差を考慮していないので、この共鳴周波数のずれが数値分散誤差の影響であることが分かる。FEM では、このような共鳴周波数のずれを生じなくするために数値分散誤差を許容範囲内に収める必要があり、それによってメッシュが非常に細くなり、解析自由度が爆発的に大きくなってしまふ。3次元解析では、問題はさらに深刻である。

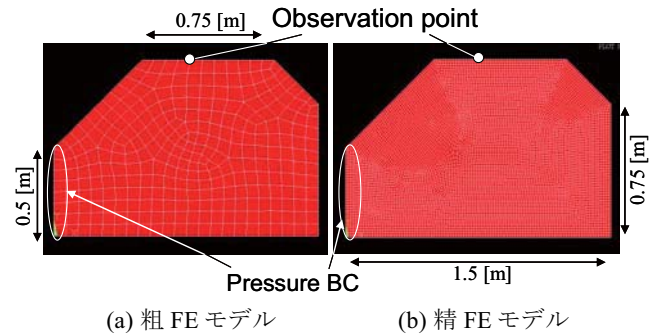


図3 2次元非連成音響問題の FE モデル

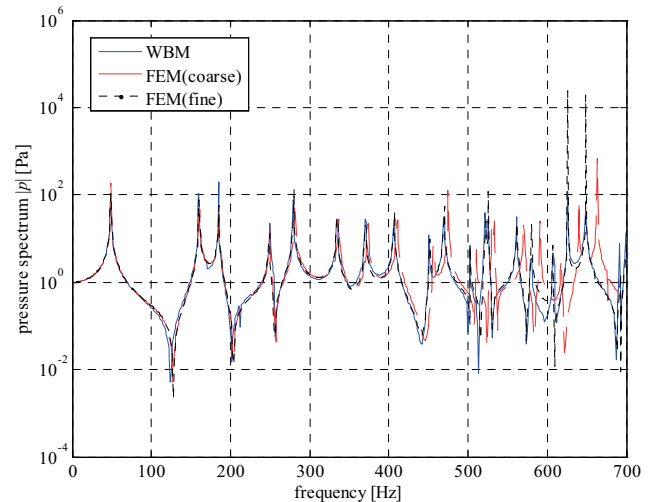


図4 FEM と WBM による圧力スペクトルの比較



### 3. 2. 搭載宇宙機の音響構造連成解析

宇宙機の音響振動解析における構造と音響の連成の影響を調べるために、図5に示すような単純な剛体宇宙機モデル(CASE A)と、柔軟宇宙機モデル(CASE B)を構築する。フェアリング内は空気で満たされているものとする。また、CASE Bのモデルは、5つの両端固定の平板(アルミ板:  $\rho_s = 2,790 \text{ [kg/m}^3]$ ,  $t_s = 2 \text{ [mm]}$ ,  $E_s = 70 \times 10^9 \text{ [N/m}^2]$ ,  $\nu_s = 0.3$ ,  $\eta_s = 0.05$ )から構成される。図6に示す SPL は、実際には、ロケット打上げ時のフェアリング内を拡散音場と仮定したときのデータであり、地上音響試験で用いられるものであるが、本数値解析例では、簡単のためこのデータをフェアリング内壁の圧力 BC として用いた。

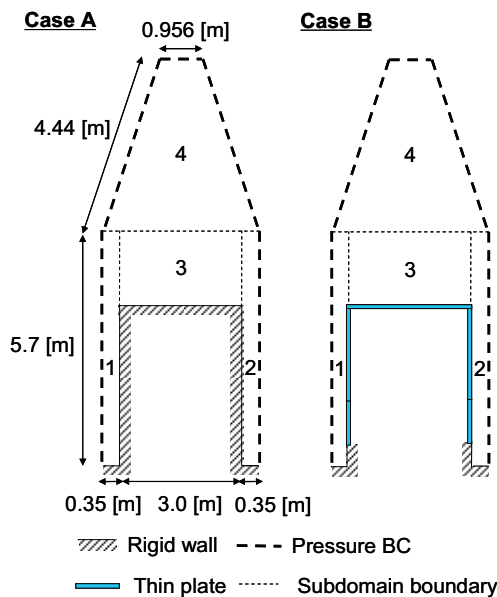


図5 フェアリング内宇宙機の音響振動解析モデル  
(モデル内部の数字は部分領域番号)

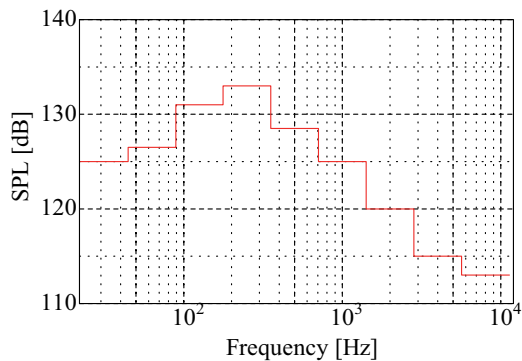


図6 入力音圧レベル

作成した WBM 解析コードを図5のモデルに適用したときの定常音響振動解析(周波数解析)の結果を図7と図8に示す。図7は、励振周波数が20 [Hz]と1 [kHz]のときのCASE AとCASE Bのフェアリング内音場を比較したものである。明らかに音場が構造振動に影響しており、WBMにより音響振動連成問題が解けていることを示している。また、図8は、通常、地上音響試験の最終的な出力である宇宙機の構造応答の加速度パワースペクトル密度関数(加速度 PSD)  $\eta$  を、2 [kHz]まで1 [Hz] 刻みで計算した結果を示している。WBMの決定論的な性質により、SEA

では得られない共振ピークが広い周波数帯に渡って計算できていることが分かる。

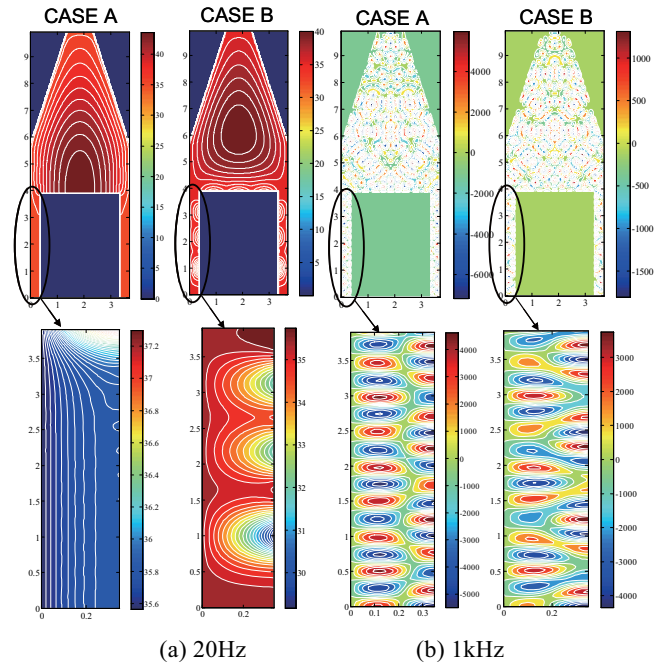


図7 特定の周波数における音圧分布

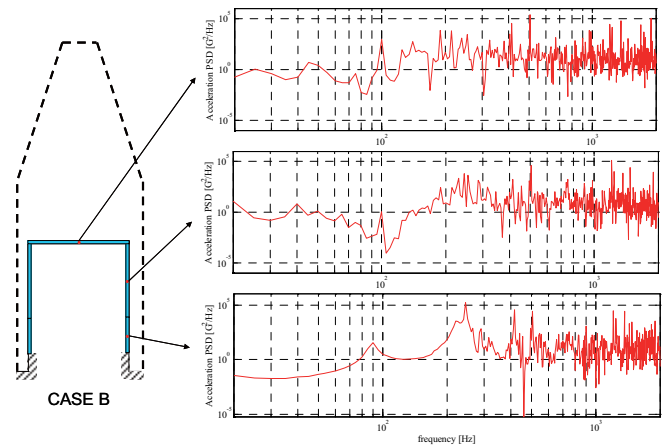


図8 音響による宇宙機構造応答(加速度 PSD)

次に、同じ問題を FEM を用いて解くことを考える。前節の非連成音響問題と同様に、補間誤差と数値分散誤差を許容範囲内に収めるように、最大解析周波数を500 [Hz]に設定して、それぞれ、粗 FE モデル(12,832 要素、13,301 節点)と精 FE モデル(167,361 要素、170,141 節点)を構築した。図9に粗 FE モデルを示す。FEMとWBMの解析結果を比較するために、図9に示すような宇宙機構造上の観測点における構造の加速度 PSD を計算した結果を図10に示す。計算は1 [Hz]刻みで行っている。

FE モデルでは、解析ツール(ANSYS)の制約上、構造をソリッド要素でモデル化しているのに対して、WBMでは平板の面外曲げのみを考慮している。そのため、精 FE モデルと WBM の結果が完全に一致しているわけではないが、前節の非連成音響問題と同様に、粗 FE モデルを用いて得られた共鳴ピークの周波数が、高い周波数ほど高周波側へずれる傾向が現れている。



また、WB モデルの解析自由度（波動関数の数）は周波数依存で、周波数が高くなるほど多くの自由度が必要となる。この問題の場合、解析周波数領域の最大周波数である 500 [Hz] において最大で 1,040 個の音響波動関数、20 個の構造波動関数、3,642 個の積分点を必要とした。これらの数は周波数が低くなるほど少なくなる。一方、FE モデルの解析自由度（節点における未知数の数）は周波数に依存せず一定であるが、特に数値分散誤差を考慮した場合の解析自由度は、WB モデルの最大自由度よりも桁違いに大きい。実際、Intel Xeon 3.20 [GHz] の CPU を 1 個とメモリ 2 [GB] を搭載した計算機を利用して、WB モデルを用いた場合、500 [Hz] において計算時間が最大で約 2 分程度かかり、それより小さな周波数では数秒から数 10 秒で計算できる。それに対して、精 FE モデルを用いた場合、解析する全ての周波数においてそれぞれ約 5 分程度かかってしまう。したがって、トータルの解析時間は、解析する周波数のケース数（解析する周波数の範囲とその間の周波数分解能）に依存して非常に大きな差となる。3 次元解析にすれば、その差はさらに大きくなると予想できる。

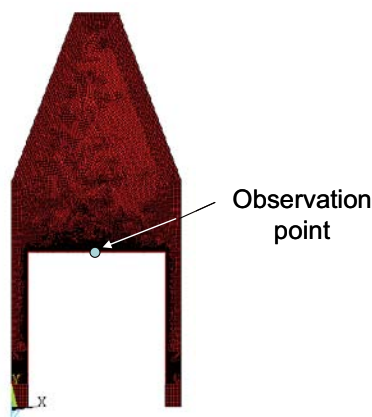


図 9 フェアリング内宇宙機の音響振動解析のための粗 FE モデル

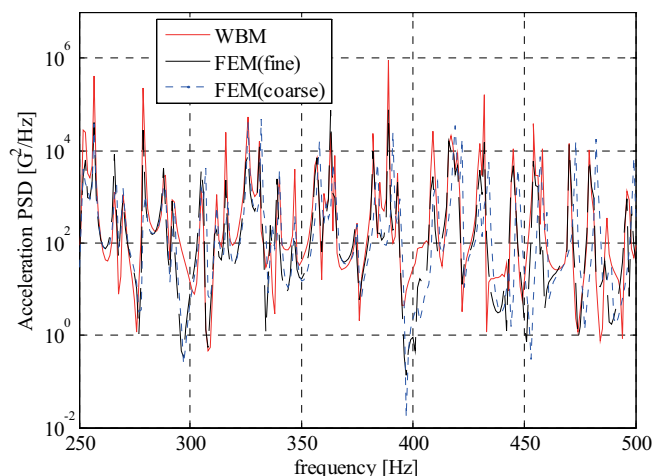


図 10 FEM と WBM による構造の加速度 PSD の比較

#### 4. おわりに

本論文では、音響振動問題において、数値分散誤差や計算負荷の大きさにより実用的に問題がある FEM の代替手法として期待できる WBM について説明した。また、開発した 2 次元 WBM 解析コードを用いて、簡単な非連成音響問題と搭載宇宙機の 2 次元音響振動問題を解き、FEM の結果と比較することにより、WBM の性質や実用性について検討した。この数値計算例から、WBM の音響振動連成解析における決定論的性質が確かめられた。さらに、空間離散化（メッシュ）を必要としないため、モデル化が非常に容易で計算負荷の小さい実用的な手法であることが分かった。

今後は、WBM コードを 3 次元解析へ拡張すると共に、外部問題への対応を検討することによってより現実的な音響振動連成問題を解析する予定である。

#### 参考文献

- 1) 高橋, 村上, 青山, 相曾, 音響によるロケットペイロードの構造振動に関する研究, 航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2006 講演集, 2006.
- 2) Lyon, R.H. and De Jong, R.G., *Theory and Application of Statistical Energy Analysis*, Butterworth-Heinemann, New York, 1995.
- 3) Xiang, S., Zhang, J., and Wang, Z., Development of the DFH-3 satellite vibro-acoustic environment by SEA method, 50th International Astronautical Congress, Amsterdam, Netherlands, IAF-99-1.2.09, 1999.
- 4) Wang, M.E., Modeling of acoustic environment of Node 1 of International Space Station by statistical energy analysis, 29th International Conference on Environmental Systems, Denver, Colorado 12-15 July 1999, 1999-01-2197.
- 5) Payload vibroacoustic test criteria, NASA Technical Standard, NASA-STD-7001, 1996.
- 6) Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., Zhu, J.Z., and Nithiarasu, P., *The Finite Element Method – The three volume set (6th ed.)*, Butterworth-Heinemann, 2005.
- 7) Wjker, J., *Mechanical vibrations in spacecraft design*, Springer, 2004.
- 8) Dupuis, P.E., Vibroacoustic test prediction dedicated to flat structures, AIAA-98-2306, 1998.
- 9) Grosveld, F.W., Buehrle, R.D., and Robinson, J.H., Structural and acoustic numerical modeling of a curved composite honeycomb panel, AIAA-2001-2277, 2001.
- 10) Desmet, W., *A wave based prediction technique for coupled vibro-acoustic analysis*, Ph.D. dissertation, K.U. Leuven, 1998.
- 11) 神谷, 北, トレフツ法入門, コロナ社, 2000.
- 12) Pluymers, B., *Wave based modelling methods for steady-state vibro-acoustics*, Ph.D. dissertation, K.U. Leuven, 2006.
- 13) <http://www.mathworks.com/products/matlab/>
- 14) Ihlenburg, F. and Babuska, I., Finite Element Solution of the Helmholtz Equation with High Wave Number Part I: The h-version of the FEM, *Computers and Mathematics with Applications*, Vol.30, pp.9-37, 1995.
- 15) Bouillard, Ph. and Ihlenburg, F., Error Estimation and Adaptivity for the Finite Element Method in Acoustics: 2D and 3D Applications. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.176, pp.147-163, 1999.
- 16) <http://www.ansys.com/>

# Numerical Analysis of Helicopter BVI Noise in Turning Flight

By

Choongmo Yang, Takashi Aoyama, Hirokazu Ishii and Yoshinori Okuno

Japan Aerospace Exploration Agency (JAXA)

7-44-1, Jindaijihigashi-machi, Chofu, Tokyo 182-8522, Japan

## ABSTRACT

Blade-Vortex Interaction (BVI) is known to be one of the most annoying sources of helicopter noise. In order to obtain acoustic waveforms of BVI noise, a series of flight tests was conducted by JAXA's MuPAL-ε research helicopter using a microphone mounted on its nose boom. The measured acoustic data of the flight tests shows apparently stronger BVI noise in turning flight than in straight flight at the same airspeed and vertical speed. From the flight conditions, two cases, a straight descent and a descending turn, are chosen to compare the noise pattern with CFD computation and to understand the BVI noise characteristics during coordinate turns. Trim data obtained through a flight simulation code are given to CFD computation for two cases. CFD simulation successfully reproduces the tendency of increasing BVI noise due to the turning maneuver at least for the present flight conditions.

## 1. INTRODUCTION

Helicopters radiate an excessive slapping noise called Blade-Vortex Interaction (BVI) noise during approach, and this is known as one of the most annoying helicopter noises during terminal operations. BVI noise is generated by impulsive pressure fluctuations on main rotor blades induced by tip vortices shed by the preceding blades. Since the distance between the blades and vortices become small at "moderate" descent angles, strong BVI noise is radiated during conventional approach flight conditions.

Many researches including experimental and computational activities<sup>1-4</sup> have been conducted to understand the physics of BVI noise and to reduce the BVI noise. However, most of the researches have been restricted to steady flight conditions in order to simplify the phenomena. If considering real-world helicopter maneuvering in complex motion including unsteady or transient effect as well as pitching, rolling and yawing motions, the helicopter noise becomes much more complicated. In transient flight conditions, the unsteady blade air-loads and blade motions are known to produce dramatic increase of radiated noise<sup>5</sup>. During this transient motion, wakes and tip vortices can be fully unsteady and 3-dimensionally-aperiodic, which also give rise to significant increase of interaction noise compared to the noise in steady flight. Because of the complexity of the problems, not so many researches have been addressed on the noise prediction of a maneuvering rotorcraft. Brentner et al.<sup>6</sup> have conducted computational analysis using free-vortex wake model and acoustic code to predict the unsteady loading during simple maneuvers, such as turning and descending flight compared to level flight. Ananthan et al.<sup>7</sup> predicted transient aerodynamics of rotor wake in response to time-dependent blade pitch inputs. Chen et al.<sup>8,9</sup> also examined three types of flight maneuvers, namely arrested descent, turns, and roll-reversal maneuvers using rotorcraft aero-acoustics prediction model. Munsky et al.<sup>10</sup> analyzed BVI noise with flight path or attitude modification in low-speed descent. Perez et al.<sup>11</sup> extended the cases to other types of maneuvers using aerodynamic/acoustic computation chain for BVI noise prediction. Yang et al.<sup>12</sup> analyzed the noise

generated from a maneuvering rotorcraft with modified governing equations, which are derived for maneuvering helicopter analysis using coordinate transformation from inertial (fixed) coordinate into non-inertial moving (translating) coordinate, then two simple maneuvering cases were calculated.

The Japan Aerospace Exploration Agency (JAXA) developed MuPAL-ε research helicopter, and has been carrying out various acoustic flight tests<sup>13</sup> to obtain basic noise data for several maneuvering conditions. The obtained acoustic pressure shows that significant large BVI noise could occur during descending turns compared to the normal BVI noise, which is the same pattern as analysis results<sup>6-12</sup> of turning flight. For the better understanding of the reason of these strong BVI noise pattern for turning flight, it grows necessary to solve the ideal turning flight condition using CFD to check whether the same pattern appears in simulation or not.

JAXA has also been developing its own CFD code<sup>14</sup> to solve full helicopter simulation using accurate flow solver and acoustic solver. Some previous researches have shown its ability to capture the distinct peak of BVI noise for several problems including active control analysis<sup>15,16</sup>. Also the code expanded its ability to solve the flow-field including tail-rotor and fuselage configuration including interaction noise analysis<sup>17</sup>.

The objective of the present paper is to compare computational results with measured data of flight test by MuPAL-ε research helicopter to understand the BVI noise characteristics during coordinate turns. Special focus will be brought into the phenomena of sudden increase of BVI noise according to the specified bank angles and vertical speed, where the abnormal increase of BVI noise happened at MuPAL-ε flight test.

## 2. FLIGHT TEST

### 2.1 JAXA's Experiment

JAXA is carrying out a research program<sup>18</sup> of three dimensional curved flight paths to enhance the capacity and efficiency of small regional airports and reduce the noise

impact on surrounding communities. JAXA's research helicopter, MuPAL-ε, is a twin turbo-shaft 4500kg machine with a four-bladed main rotor. Table 1 shows its key specifications of MuPAL-ε. The aircraft is equipped with an experiment support system comprising various sensors as described Ref. 19.

Table 1: MuPAL-ε key specifications.

Aircraft Type	Mitsubishi MH2000A	
Max. T/O Mass	4500kg	
Max. Horizontal Speed	140kt	
Engines	2×876shp MG5-110	
Rotors	Main	Tail
Radius	6.1 m	0.55 m
Chord	0.40 m	0.087 m
No. of Blades	4	10
Rotational Speed	317 rpm	3500 rpm
Direction of rotation	CCW	

## 2.2 Acoustic Apparatus

Figure 1 shows an overview of the nose microphone of the MuPAL-ε research helicopter. In order to minimize installation cost, the nose microphone was attached to a nose boom which originally carried air data sensors. A nose cone was used to reduce wind noise, and the gaps and steps between the microphone and the adapter were wrapped with adhesive-backed aluminum tape to minimize aerodynamically induced noise. The measured sound pressure was recorded at a sampling frequency of 48kHz by a DAT (Digital Audio Tape) recorder mounted on a rack in the cabin. Furthermore, a microphone held by the operator in the cabin was used to measure cabin noise at the point between the pilot seat headrests. The detail of acoustic apparatus is described in Ref. 19.

The measured noise includes noise from the engines and gearbox as well as noise from the main rotor. A main rotor one-per-rev trigger is necessary to extract only the noise from the main rotor, and so a sensor consisting of a laser pick-up and a reflector was installed on the swash plate. The one-per-rev trigger signal was recorded by the DAT recorder simultaneously with acoustic data.

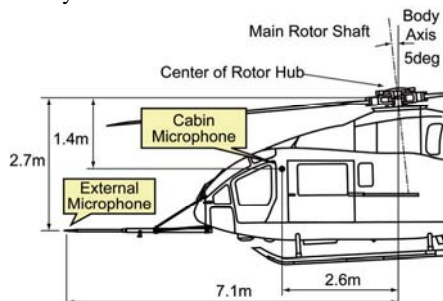


Fig.1: Diagram of Nose microphone.

## 2.3 Flight Conditions

The flight conditions for noise measurement were established as combinations of indicated airspeed, vertical speed, and bank angle. Level, climbing, and descending flights were flown at airspeeds of 50-140kt, and vertical

speeds of between 500fpm (climb) and -1500fpm (descent). The corresponding flight path angles ranged from -18 to 6 degrees. Level and descending turns were flown to obtain basic data for the development of noise abatement approaches using curved flight paths. Airspeed and vertical speed were the same as for straight flight; that is, flight conditions were combinations of airspeeds of 50, 70, and 100kt, descent rates of 0, 600, and 1000fpm, and bank angles of  $\pm 15$  and  $\pm 30$  degrees. Cases with different vertical speeds were flown successively at altitudes of 1000–5000ft for the efficient tests, and many cases were conducted in a single flight, during which the mass of the helicopter varied by up to the maximum of 460kg, which corresponds to about 10 percent of the maximum take-off mass.

## 2.4 Measured Acoustic Data

BVI noise is known to contain about the 10–50th harmonics of the blade-passing frequency of the main rotor.<sup>20,21</sup> Since the blade-passing frequency of MuPAL-ε is 21Hz, the aircraft's BVI noise contains frequencies between 200Hz and 1kHz. In order to extract the BVI noise, a combination of a low-pass and a high-pass filter was applied to the measured data. The low-pass filter was a 5th-order Butterworth filter with cut-off frequency of 1200Hz, while the high-pass filter was a 3rd-order Butterworth filter with cut-off frequency of 180Hz. In order to enable zero-phase distortion, each filter was applied in the backward direction after being applied in the forward direction. Figure 2 compares the analysis for measured data. The SPL spectrum of the filtered data in the middle row shows that the filters have passed frequency components between 200Hz–1kHz, and remaining components have been effectively attenuated. The time history of filtered sound pressure shows clearly the waveforms of BVI noise, so the filtering is appropriate for examining the changes of the waveforms according to flight condition.

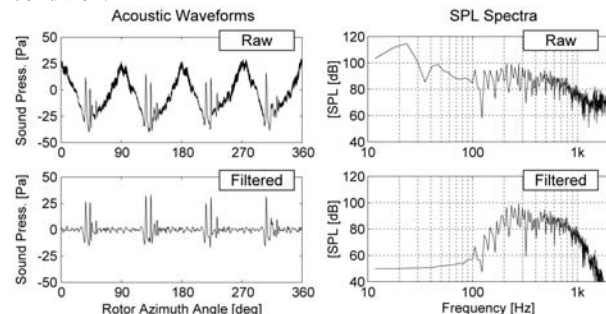


Fig.2: Comparison of data analysis for measured data

## 3. NUMERICAL SIMULATION

### 3.1 Overlapped Grid Method

A moving overlapped grid system with three different types of grids (blade grid, inner and outer background grids) shown in Fig. 3 is used. The inner background grid is placed around the rotor disk. The outer background grid covers the whole computation region with a sparse grid density. The flow data are exchanged between the inner and outer background grids, and between the blade grid and the inner-background grid. The body-fitted blade grid in O-H topology moves along with the blade motion including rotation, flapping, feathering, and lagging.

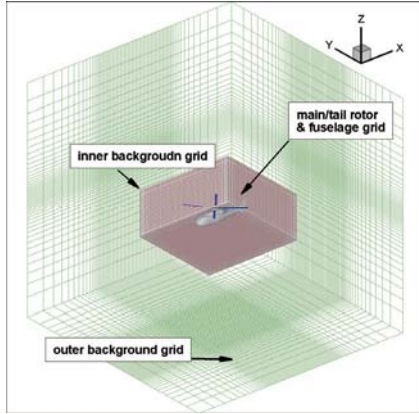


Fig.3: Overlapped grid system

Table 2: Specification of grid system.

Inner background grid	(X×Y×Z) 290×270×180 = 14,094,000
Outer background grid	(X×Y×Z) 83×79×49 = 321,293
Blade grid	(chord×normal×span) × blade (125×25×95) × 4 = 1,187,500
fuselage	171×21×150 = 538,650
Total	~16,100,000 points
Inner background spacing	0.08c (=0.0105R)

Table 2 shows the specification of each grid. Most of the grid points are concentrated in inner-background grid, which captures the trace of tip vortex during several rotations. The number of grid points in span-wise direction of blade grid is considerably increased to model the active flap. The grid spacing of inner background grid corresponds to 0.1c, where c is the blade chord length.

### 3.2 Aerodynamics & Acoustics

A three-dimensional unsteady flow solver<sup>22</sup> for the Euler equation is used to analyze the aerodynamics of active flap. In the calculation of blade grid, inviscid flux vectors are separated using Roe's flux difference splitting (FDS) algorithm, where flux difference across a cell interface is divided into the components associated with each characteristic wave with second-order accuracy using a TVD scheme. TVD scheme is known to be good in capturing shock wave without adding artificial dissipation. Since Roe's approximate Riemann solver does not have the consistency with the entropy condition and thus permits physically inadmissible expansion shock, an entropy correction is applied to resolve this inconvenience. For the time integration, first-order Euler backward scheme is used in the conventional delta form and the time accuracy is improved by adding the Newton iteration. A diagonalized ADI method with an upwind flux-split technique is used in the linearized implicit part for the discretized governing equations.

In the calculations of background grids, the flux difference across cell interface is divided using a compact TVD scheme<sup>23</sup>. MUSCL cell interface value is modified to

achieve 4th-order high accuracy in the background Cartesian grids. Simple High-resolution Upwind Scheme (SHUS)<sup>24</sup> is employed to obtain numerical flux. SHUS is one of the Advection Upstream Splitting Method (AUSM) type approximate Riemann solvers and has small numerical diffusion. The four stage Runge-Kutta method is used for time integration. The free stream condition is applied for the outer boundary of outer background grid.

Acoustic signal is calculated by an acoustic code<sup>25</sup> using the pressure distribution on blade surface obtained by the CFD code as input data. The acoustic code is based on the Formulation 1<sup>26</sup> of Ffowcs Williams and Hawkins (FW-H) formulation.

### 3.4 Trim Calculation of MuPAL-ε

Among measured flight conditions, instantaneous values at "steady" condition are selected to avoid BVI noise variation due to unsteady pilot controls and acceleration/deceleration. The periods of measured acoustic data were chosen by applying the constraints for roll rate, pitch rate, and acceleration relative to ground as following.

$$\left| \frac{d\Phi}{dt} \right| < 1 \text{ deg/sec}, \quad \left| \frac{d\Theta}{dt} \right| < 1 \text{ deg/sec}, \quad \left| \frac{dV_g}{dt} \right| < 0.1 \text{ m/sec}^2$$

From the chosen measured flight conditions, necessary properties such as airspeed, vertical speed, and roll angle are determined. Then a flight simulation code was used to estimate the trim conditions, or the blade motion at measured flight conditions.

The flight simulation code calculates the motion of aircraft by six degree-of-freedom equations of a rigid body. The aerodynamic force acting on the main rotor is estimated using the blade element theory. Aerodynamic coefficients of the fuselage are based on the results of wind tunnel tests by the aircraft manufacturer. Small changes of cyclic and collective pitch angles of the blades are made in iterative calculation to trim force and moment until estimated centrifugal force is balanced to achieve trim conditions in turning flight as shown in Fig.4. As a result blade pitching and flapping angles are decided, and these trim data are used for CFD calculation.

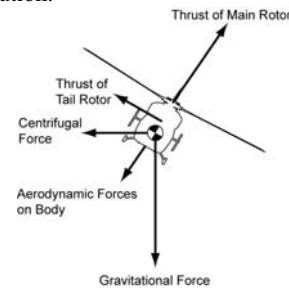


Fig.4: Force balance during turning flight

## 4. RESULTS AND DISCUSSIONS

### 4.1 Analysis for Measured Acoustic Data

Figure 5 shows the distribution of maximum noise for descending flight test according to various bank angles. Even there are some variations in magnitude, we can see the distinct tendency of noise increase as the magnitude of bank angle increase for turning flight. Although wind effect is inevitable in flight test, the aircraft are supposed to fly as



steady as possible in order to compare the measured data with the CFD results. Wind in flight test makes it difficult not only to control the scheduled flight condition but also to analyze the measured acoustic data.

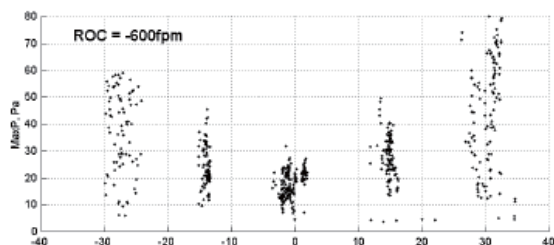
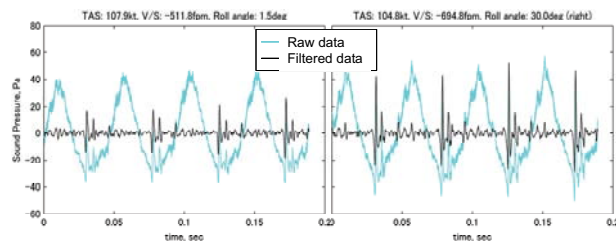


Fig. 5: distribution of maximum noise

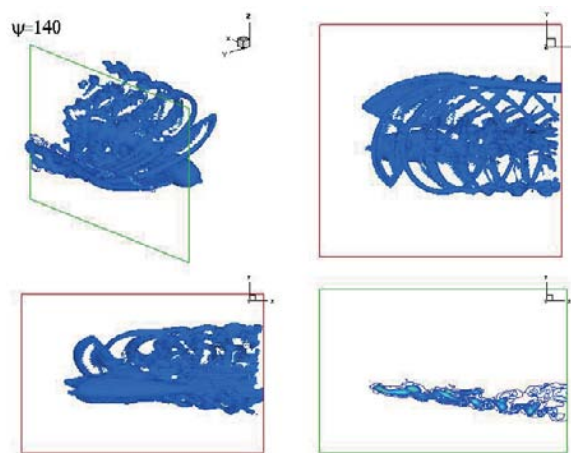
Maintaining airspeed constant during turning flight in wind resulted in change of ground speed, and this acceleration/deceleration causes the change of TPP angle of attack. Also the change of miss-distance causes the strength of BVI noise. It is shown that the wind speed varied between 17-29 knots due to both temporal and spatial variation, and maintaining airspeed constant resulted in then change of ground speed. Since the change of ground speed or acceleration/deceleration causes the change of the main rotor tip-path-plane angle, the measured BVI noise varies during measurement. The chosen cases for comparison with CFD computation are to avoid BVI noise variation due to unsteady pilot controls and acceleration/deceleration by the wind. Furthermore, the periods with small temporal variation of flight path angle (around 1deg/sec) were chosen. Figure 6 shows the measured raw and filtered waveforms during one rotor revolution in straight descent and descending turn. It is shown that maximum sound pressure in descending turn is 52.4Pa, and it is twice the maximum pressure of 26.5Pa in straight descending.



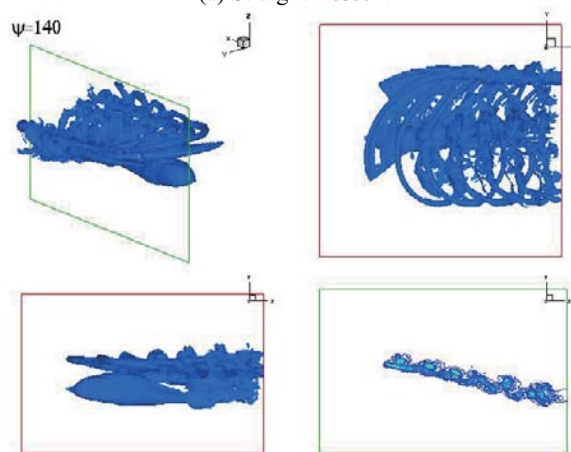
(a) Straight descent (b) Descending turn  
Fig. 6: Measured sound pressure for straight descent flight and descending turn flight

#### 4.2 Analysis on Calculated Aerodynamic & Acoustic Data

The CFD code described in Sec.3 is used to analyze the flight test in Sec. 2. The instantaneous surface pressure at 4 view points for different flight condition can be shown in Fig. 16. The flight in descending turn keeps 30 degrees bank angle, which is represented and 30 degree roll of fuselage and rotor. Figure 7 shows vorticity iso-surface at 3 view points and at one intersectional plane. Iso-surface of vorticity is drawn at perspective view (left top), top view (right top), and side view (left bottom). The traces of tip vortex can be examined by vorticity analysis along the intersectional plane (right bottom).



(a) Straight Descent



(b) Descending turn

Fig. 7: Vorticity iso-surface

For the better understanding of the phenomena, unsteady pressure histories at surface point of 3% chord and 90% span are shown in Fig. 8. The changes of surface pressure are converted to the change in BVI noise by noise analysis using aero-acoustic solver at the Microphone position or at a far-field position. The overall patterns of CnM2 curves are almost same, which is reasonable from the fact that the flight conditions are not so much different between straight descent flight and descending turn flight except the bank angle. When zooming the azimuth angle range from 20 to 80 degrees where the mainly strong BVI noise occurs, the pressure variation of descending turn flight shows stiffer gradient than that of straight turn flight. This implies the BVI noise of descending turn flight be larger than straight turn flight.

Fig 9 shows the comparison of calculated sound pressures for straight descent flight and descending turn flight at one observer position which is 100R in front of rotor disk. As expected from the CnM2 analysis, larger BVI noise for the descending turn flight is captured than that of straight descent flight. This is the same tendency of measured sound data, which implies that CFD simulation successfully reproduces the tendency of increasing BVI noise due to the turning maneuver at least for the present flight conditions.



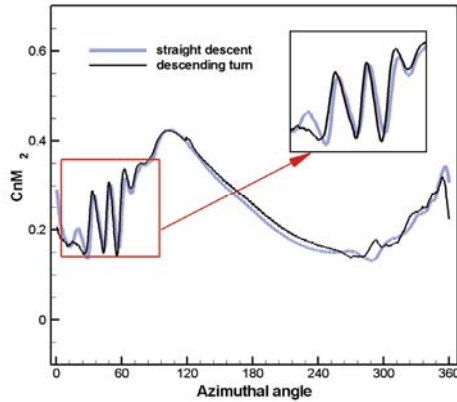


Fig. 8: Unsteady pressure history at surface point of 3% chord and 90% span

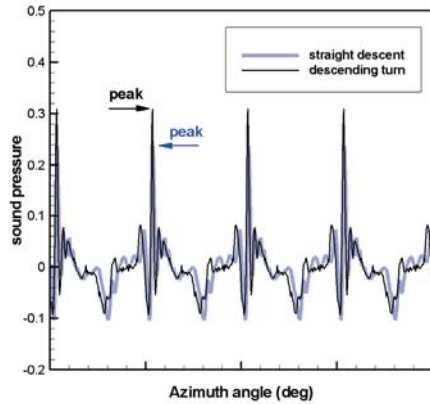
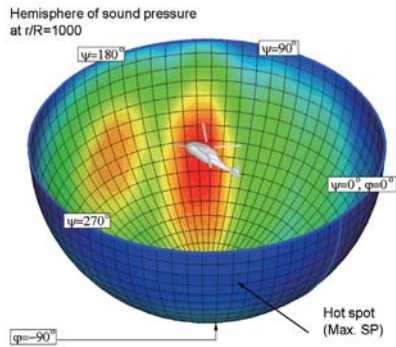


Fig.9: Sound pressure at observer at 100R front position


 Fig.10: Directivity of BVI noise in hemisphere of sound pressure at  $r/R=100$ 

One of the convenient way to understand the noise directivity in helicopter is using a hemispherical surface of which center is located at the origin of main-rotor (or helicopter) as shown in Fig. 10. A point on the hemispherical surface is specified by the radius,  $r$ , the azimuth angle,  $\psi$ , and the elevation angle,  $\phi$ . The azimuth angle follows the count-clockwise main-rotor rotation when viewed from above. Elevation angle is defined as a negative value downward from the tip-path plane of the main-rotor. The contour values on the hemispherical surface represent the peak sound pressure which is radiated from the main-rotor during one

revolution at the distance of  $r/R=1000$ . The peak sound pressure is obtained from the maximum sound pressure in one revolution at each point of hemisphere in Fig. 10.

To make the comparison easier, 2D planar views of hemisphere are drawn in Fig. 11 by spreading hemisphere in plane. The difference in maximum peak sound pressure positions and magnitude of sound pressure are listed in Table 3. Comparing peak noise level contours, the peak positions slightly moved from ( $\psi=135^\circ$ ,  $\phi=-40^\circ$ ) to ( $\psi=135^\circ$ ,  $\phi=-40^\circ$ ) by the effect of bank angle during turn. Also the peak noise increases in turning flight. The reason of noise increase can be thought to come from the change of tip path plane angle which gives rise to the change of miss-distance. Vortex bundling in advancing side can be another reason, but confident evidence could not be found for the present flight condition of steady turn. It needs more discussion and analysis of computation results to find out the mechanism of BVI noise increase during turning flight. At least, from this noise analysis, we can confirm the directivity and maximum peak of BVI noise is slightly changed according to the flight conditions.

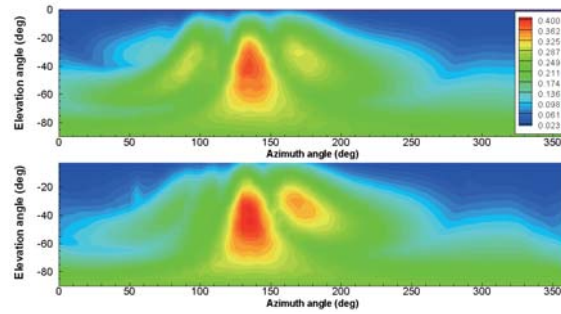


Fig.11: Peak noise contours for BVI

Table 3: Peak noise positions and value

case	$\psi$	$\phi$	SP(Pa)
Straight descent	$135^\circ$	$-40^\circ$	0.39
Descending turn	$135^\circ$	$-45^\circ$	0.45

## 5. SUMMARY

From flight conditions of flight tests by MuPAL-ε research helicopter, two cases, a straight descent and a descending turn, are chosen to compare the noise pattern with CFD computation and to understand the BVI noise characteristics during coordinate turns. As the results, CFD simulation successfully reproduces the tendency of increasing BVI noise due to the turning maneuver at least for the present flight conditions.

For the full understanding and analysis on the noise characteristics of the turning flight, more flight test cases should be compared with CFD computation results of MuPAL-ε research helicopter.

Although the test cases are chosen to avoid the wind effect as much as possible, the measured data include considerable wind effect. In order to enable “steady” turn with minimum wind effect, new flight tests were conducted around sunrise in

middle of April 2007. Analysis on the acoustic and flight data for further comparison with CFD is ongoing at present, which can help us understand the characteristics of BVI noise in turning flight, as well as reveal the effect of wind on BVI noise.

#### ACKNOWLEDGEMENT

Authors would like to thank Dr. Ben Wel-C. Sim of NASA Ames Research Center for his valuable advices during discussion on the analysis of measured flight data.

#### REFERENCES

- Boxwell, D. A. and Schmitz, F. H., Full-Scale Measurements of Blade-Vortex Interaction Noise, *Journal of the American Helicopter Society*, Vol.27, (4), Oct, 1982, pp.11-27.
- Schmitz, F., and Yu, Y., Helicopter Impulsive Noise: Theoretical and Experimental Status, NASA TM-84390, 1983.
- Brooks, T., Marcolini, M., and Pope, D., Main Rotor Broadband Noise Study in the DNW, *Journal of the American Helicopter Society*, Vol.34, No.2, pp.3-12, 1989.
- Schmitz, F., and Sim, B., Radiation and Directionality Characteristics of Helicopter Blade-Vortex Interaction Noise, *Journal of the American Helicopter Society*, 2003.
- Brentner, K. S., and Jones, H. E., Noise Prediction For Maneuvering Rotorcraft, AIAA 2000-2031, 2000.
- Brentner, K. S., Perea, G., Bres, G. A., and Jones, H. E., Toward a Better Understanding of Maneuvering Rotorcraft Noise, AHS 58<sup>th</sup> Annual Forum, Montreal, Canada, June 2002.
- Ananthan, S., and Leishman, J. G., Predictions of Transient Rotor Wake Aerodynamics in Response to Time-dependent Blade Pitch Inputs, AHS 59<sup>th</sup> Annual Forum, Phoenix, AZ, May 2003.
- Chen, H., Brentner, K. S., Ananthan, S., and Leishman, J. G., A Computational Study of Helicopter Rotor Wakes and Noise Generated During Transient Maneuver, AHS 61<sup>st</sup> Annual Forum, Grapevine, TX, May 2005.
- Chen, H., Brentner, K. S., Shirey, J. S., and Horn, J. F., A Study of the Aerodynamics and Acoustics of Super-BVI, AHS 62<sup>nd</sup> Annual Forum, Phoenix, Arizona, May 2006.
- Munsky, B., Gandhi, F., and Tauszig, L., An Analysis of Helicopter Blade-Vortex Interaction Noise with Flight Path or Attitude Modification, AHS 58<sup>th</sup> Annual Forum, Montreal, Canada, June 2002.
- Perez, G., Costes, M., A New Aerodynamic & Acoustic Computation Chain for BVI Noise Prediction in Unsteady Flight Conditions, AHS 60<sup>th</sup> Annual Forum, Baltimore, USA, June 2004.
- Yang, C., Aoyama, T., and Saito, S., Numerical Analysis of Blade-Vortex Interaction Noise in Maneuvering Flight Using Moving Overlapped Grid Method, AHS 62<sup>nd</sup> Annual Forum, Phoenix, Arizona, May 2006.
- Okuno, Y. and Matayoshi, N., "Development of a New Research Helicopter MuPAL-ε," 57th AHS Annual Forum, 2001.
- Ochi, A., Aoyama, T., Saito, S., Shima, E., and Yamakawa, E., BVI Noise Predictions by Moving Overlapped Grid Method, AHS 55<sup>th</sup> Annual Forum, Montreal, Canada, May 1999.
- Yang, C., Aoyama, T., and Saito, S., Numerical Study on BVI Noise Reduction Using Active Flap Control, 31<sup>st</sup> ERF, No. 24, Florence, Italy, September, 2005.
- Aoyama, T., Yang, C., and Saito, S., Numerical Analysis of Active Flap for Noise Reduction Using Moving Overlapped Grid Method, AHS 61<sup>st</sup> Annual Forum, Grapevine, TX, June, 2005.
- Aoyama, T., Yang, C., and Saito, S., Numerical Analysis of Interaction Noise Between Main Rotor and Tail Rotor of Helicopter, 24th International Congress of the Aeronautical Science (ICAS), Yokohama, Japan, 29 Aug.-3 Sep., 2004.
- Nojima, T., Funabiki, K., and Iijima, T., Flight Demonstration of a New Operational Concept Using TDMA Data Link System, 24th Congress of International Council of the Aeronautical Sciences, 2004.
- Ishii, H., Gomi, H., and Okuno, Y., Helicopter Flight Tests for BVI Noise Measurement Using an Onboard External Microphone, AIAA 2005-6119, Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit, 2005.
- Chen, R. T. N., Hindson, W. S., and Mueller, A. W., "Acoustic Flight Tests of Rotorcraft Noise-Abatement Approaches Using Local Differential GPS Guidance," NASA TM-110370, 1995.
- Kitaplioglu, C., Betzina, M., and Johnson, W., "Blade-Vortex Interaction Noise of an Isolated Full-scale XV-15 Tilt-rotor," American Helicopter Society 56th Annual Forum, 2000.
- Aoyama, T., et al., Unsteady Calculation for Flowfield of Helicopter Rotor with Various Tip Shapes, 18th European Rotorcraft Forum, Paper No.B03, Avignon, France, September 1992.
- Yamamoto, S. and Daiguji, H., Higher-Order-Accurate Upwind Schemes for Solving the Compressible Euler and Navier-Stokes Equations, *J. of Computers & Fluids*, 22, pp.259-270, 1993.
- Shima, E. and Jounouchi, T., Role of CFD in Aeronautical Engineering (No.14) - AUSM type Upwind Schemes -, NAL SP-34, 1999, pp. 7-12.
- Nakamura, Y., and Azuma, A., "Rotational Noise of Helicopter Rotors," *Vertica*, vol. 3, No. 3/4, pp.293-316, 1979.
- Farassat, F., Theory of noise generation from moving bodies with an application to helicopter rotors, NASA TR R 451, 1975.

# 非定常羽ばたき翼周りの流れの数値計算

稲田 喜信\*, 青山 剛史\*, 青野 光\*\*, 劉 浩\*\*\*

\*宇宙航空研究開発機構, \*\*千葉大院, \*\*\*千葉大

## Numerical Calculation of Flow around the Unsteady Flapping Wing

by

Yoshinobu Inada and Takashi Aoyama (JAXA)

Hikaru Aono (Graduate School of Chiba University) and Hao Liu (Chiba University)

### ABSTRACT

Aerodynamics around unsteady flapping wings is analyzed by using CFD techniques. Two types of flapping wing are modeled and analyzed referring to the hovering motion of hawkmoth and honeybee. Multi-block technique is used to make the suitable calculation grids for wing and body, and the grid-overset technique is used for the interpolation of physical values between those grids. CFD results show several vortices are generated at the leading edge, tip, and the trailing edge of flapping wings which comprise the complex flow fields around the wings and a body. The analysis also clarified the leading edge vortex significantly contributes to the generation of lift. Subsequent acoustic analysis is conducted referring to the CFD results to simulate flapping sound of honeybee. Directivity of sound propagation is recognized showing strong sound propagation in the front direction. Consequently, many features of complex flow around the flapping wing and its sound generation are clarified both qualitatively and quantitatively by using CFD and acoustic techniques.

### 1. はじめに

鳥や昆虫が行う羽ばたき飛行は、航空機のような固定した翼によって生成される空気力ではなく、非定常な往復運動を伴う翼によって生成される空気力を利用した飛行方法である。翼の周囲の流れ場は羽ばたき運動によって短時間の間に複雑に変動し、実験的手法によってその性質を詳細に把握することは非常に難しい。スズメガ(hawkmoth)やショウジョウバエ(fruit fly)といったいくつかの生物種については精力的な実験例があるが<sup>(1-6)</sup>、計測手法や装置性能の制約により流れの性質の一面が明らかにされたのみである。そこで、数値流体力学(Computational Fluid Dynamics: CFD)を用いて、羽ばたき運動時の流れの性質を詳細に解析する試みが行われている<sup>(7-12)</sup>。また、飛行中の昆虫から聞こえる羽ばたき音は、翼の運動によって生じる翼面上の圧力変動を音源として発生していると考えられるが、音の周波数や指向性などの特性と翼の運動との関係についての研究は過去に例がなく、その詳細は未だ明らかにされていない。一方で、防災や環境のモニタリングを目的とした小型飛翔体(MAV)の研究が進められているが<sup>(13, 14)</sup>、生物型の羽ばたき運動を応用したMAVが実現されれば、飛行中の音を制御する技術も必要になると考えられる。そこで本研究では、CFD技術を用いて昆虫の羽ばたき運動時に翼周辺に形成される流れ場や翼表面に生じる圧力変動を解析し、さらにそれを音源として発生する羽ばたき音の解析を行ったので報告する。

### 2. 解法

#### 2. 1 流体ソルバ、計算格子

流体解析ソルバは擬似圧縮性を用いたNavier-Stokes方程式を有限体積法により離散化したものである<sup>(7-10)</sup>。時間差分に対しては陰解法(Euler implicit scheme)を用い、高速化とメモリ節約のため因数分解による線形化(approximated factorization)を行っている。対流項は3次風上差分のMUSCL法を用い、粘性項は中心差分によって離散化している。

計算格子はO-O型で、昆虫の翼や胴体の形状の違いを考慮してそれぞれの形に応じた適合格子系を生成し、2枚の翼と胴体のブロックからなるマルチブロックを形成している。ブロックが重なり合う領域ではオーバーセット格子法を導入して物理量の補間を行う。Fig.1に計算

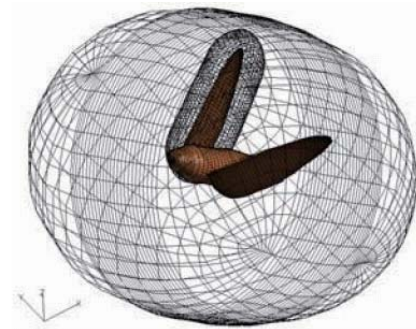


Fig. 1 Calculation grids (hawkmoth)

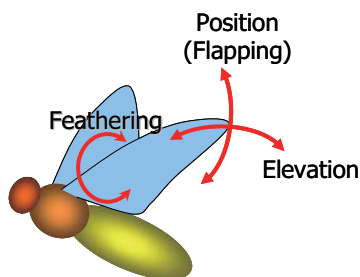


Fig. 2 Definition of wing motion

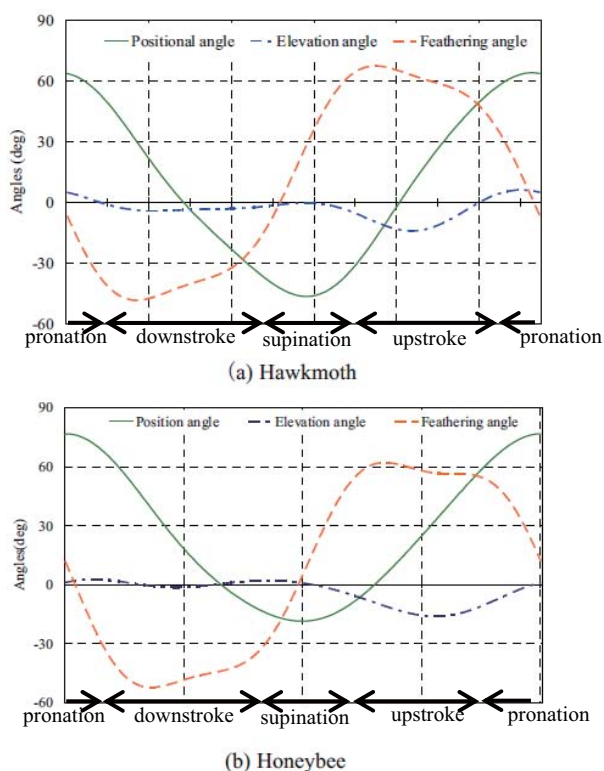


Fig. 3 Wing motion of hawkmoth and honeybee

格子の例を示す。その他の詳細については文献(7-10)を参照されたい。

## 2. 2 運動解析

本研究ではスズメガ(hawkmoth)とミツバチ(honeybee)の2種の昆虫を取り上げ、それぞれのホバリング飛行(空中静止飛行)時の翼の運動を解析対象としている。それぞれの運動は文献(2, 6)において飛行時の撮影画像をもとに解析されており、Fig.2に示すような翼の羽ばたき面内における打ち上げ、打ち下ろし運動の角度(position or flapping angle)、羽ばたき面に垂直な方向の運動の角度(elevation angle)、および翼のひねり運動の角度(feathering angle)という3つの角度の時間変動が計測されている。計測データは離散値であるため、3次の

Fourier級数近似を用いて連続値を作成したものがFig. 3である。

CFD計算では、得られた翼の運動データにもとづいて時間ステップごとに翼周りの計算格子を決定し、外側にある胴体の計算格子(Fig.1参照)との間で物理量の補間を行いながら、非定常羽ばたき運動の数値計算を行っている。これによって、翼と胴体周囲の流れ場、揚力、抗力、および翼表面の圧力分布などを得ている。

## 2. 3 音響解析

羽ばたき運動に伴う流体现象の一つとして、羽ばたき音の解析を行う。羽ばたき音は翼表面上の圧力変動を音源として発生していると考えられ、CFDによって得られた圧力変動の計算結果を用いて音響解析を行う。解析に用いる方法はLighthillの音響アナログにもとづくFfowcs Williams and Hawkings(FW-H)方程式<sup>(15)</sup>を用いた音響コードである。音源としては双極子音源までを考慮することとし、以下に示したFarassat Formulation 1<sup>(16)</sup>に従うFW-H式を用いる。

$$p(x,t) = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\partial}{\partial t} \int \frac{\rho_0 v_n}{r\Lambda} d\Sigma + \right.$$

$$\left. \frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} \int \frac{p_b \cos \theta}{r\Lambda} d\Sigma + \int \frac{p_b \cos \theta}{r^2 \Lambda} d\Sigma \right) \quad (1)$$

$$\Lambda \equiv (1 + M_n^2 - 2M_n \cos \theta)^{1/2} \quad (2)$$

$p(x,t)$ : 音圧,  $\rho_0$ : 空気密度,  $v_n$ : 翼面の法線方向の流速,  $c_0$ : 音速,  $p_b$ : 翼面の圧力,  $\theta$ : 翼面の法線方向から見た観測点の角度,  $r$ : 翼面の音源と観測点との距離,  $\Sigma$ : 影響面,  $M_n$ : 翼面の法線方向の速度のMach数

(1)式右辺の第1項は厚みを持つ翼が空気を押し分けながら移動する際に生じる音で「翼厚音(thickness noise)」と呼ばれ、第2、第3項は翼表面の荷重(圧力)の変化によって生じる音で「荷重音(load noise)」と呼ばれる。昆虫の場合は翼の厚みが非常に小さいため、後者の荷重音が支配的と考えられる。

## 3. 結果および考察

### 3. 1 CFDの解析結果

Fig.4にCFD計算によって得られた翼表面上の圧力変動を示す。また、計算に用いた昆虫の諸元はTable 1の通りである。Fig.4は打ち下ろし(downstroke)時の翼上面の圧力分布であるが、スズメガ、ミツバチともに翼の打ち下ろしに伴って翼の前縁に負圧領域が広がっていることがわかる。Fig.5はこの時の翼の周囲の渦の様子を等渦度面表示したものである。この図によれば、打ち下ろ



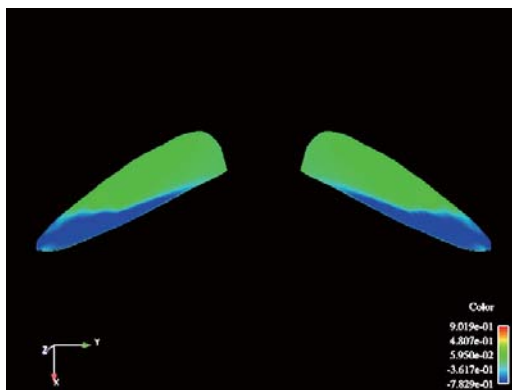
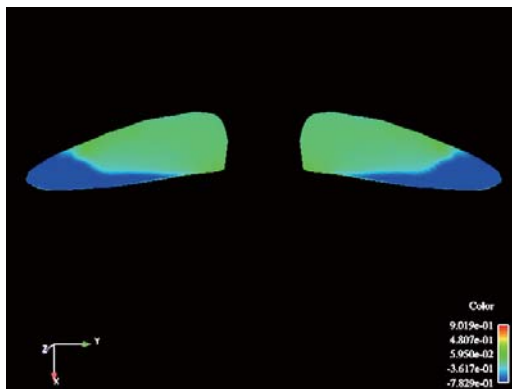
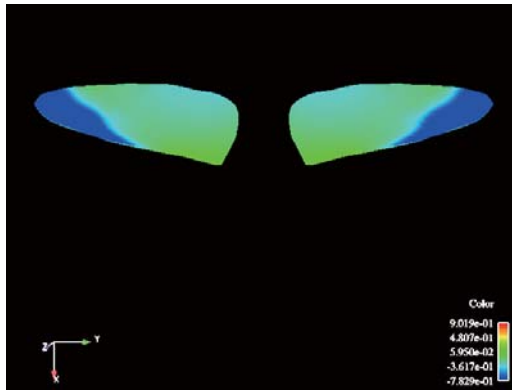


Fig.4a Pressure distribution on upper surface of hawkmoth wing during downstroke.

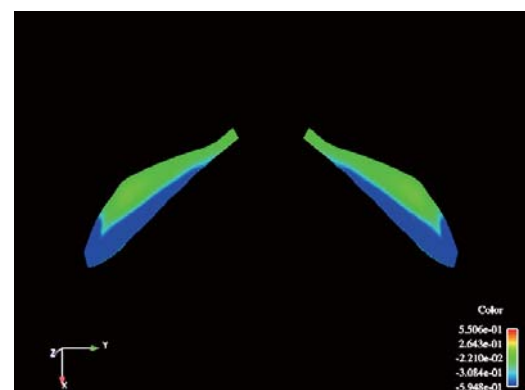
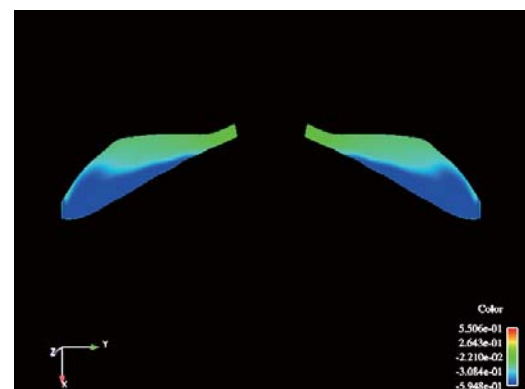
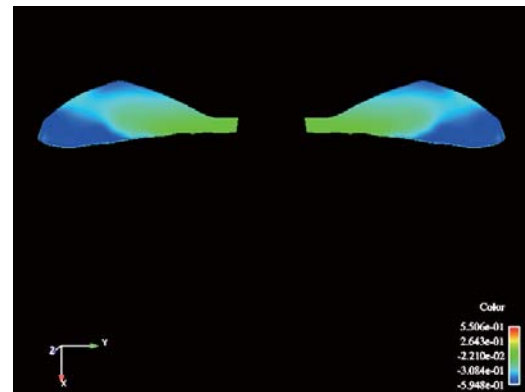


Fig.4b Pressure distribution on upper surface of honeybee wing during downstroke.

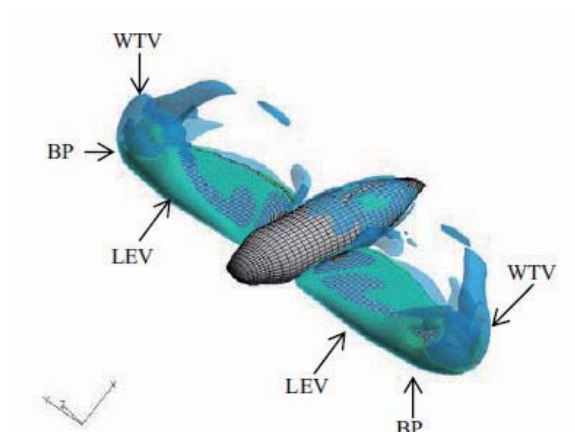
Table 1 Wing size and motion parameters of hawkmoth and honeybee

Name	Span length, $R$ (mm)	Chord length, $c_m$ (mm)	$Re$
Hawkmoth	50.0	18.30	6300
Honeybee	9.7	2.39	1123
Name	Body angle (deg)	Stroke plane angle (deg)	$K$
Hawkmoth	39.8	15.0	0.298
Honeybee	50.0	0.0	0.244

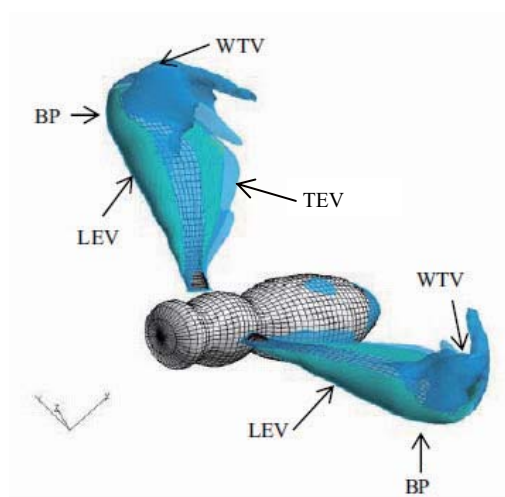
$Re$ : Reynolds number ( $=c_m U_{ref}/\nu$ ),  $K$ : reduced frequency ( $=\pi f c_m/U_{ref}$ ),  $U_{ref}$ : Mean wing tip speed,  $f$ : wing beating frequency,  $\nu$ : kinematic viscosity of air

しの際に翼の前縁から前縁剥離渦(Leading Edge Vortex: LEV)が生成されており、それがFig.4の前縁付近の負圧領域の分布と対応していることがわかる。羽ばたきの一周期の計算結果では、LEVは打ち下ろし、あるいは打ち上げの開始直後から終了まで安定に維持されていることが示されており、この間翼上面の広い範囲に負圧領域、反対側に正圧領域が形成されて翼を押し上げていることから、これが昆虫の重量を支える主要な揚力を担っていると考えられる。また、Fig.5ではLEVだけではなく先端付近に翼端渦(Wing Tip Vortex: WTV)、後縁付近に後縁剥離渦(Trailing Edge Vortex: TEV)が発生し、また打ち下ろしの後半で翼端付近のLEVの形が崩れるbreak-down





(a)



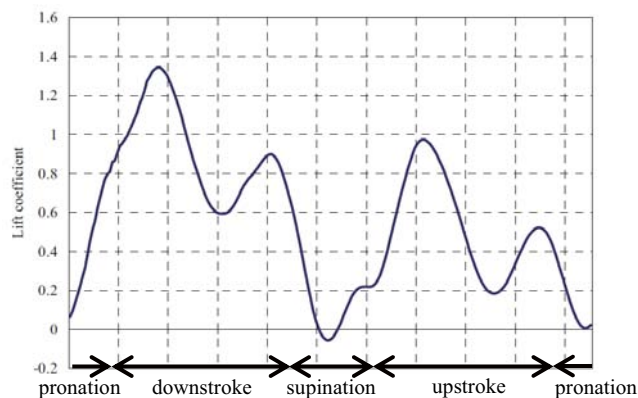
(b)

Fig.5 Iso-vorticity surface around flapping wings at mid-downstroke: (a) hawkmoth, (b) honeybee.

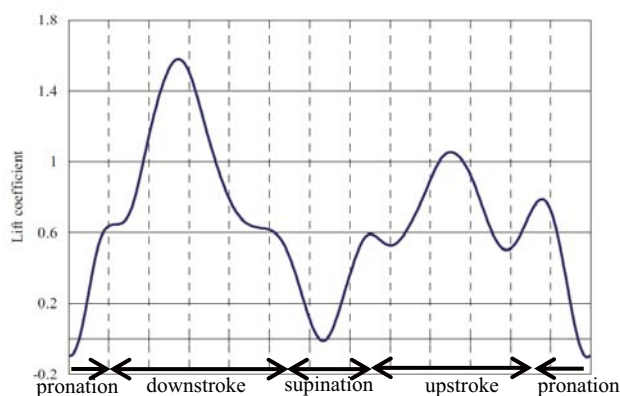
(LEV: leading edge vortex, WTV: wing tip vortex, TEV: trailing edge vortex, BP: break-down position of LEV)

が生じていることが示されており、全体として複雑な流れ場が形成されていることがわかる。

Fig.6は羽ばたきの一周期での揚力変化を示しているが、打ち下ろし、あるいは打ち上げの開始直後から大きなピークが生じており、これがFig.4, Fig.5で示したLEVによる揚力に相当すると考えられる。他にもいくつかの小さなピークが存在しているが、その原因として翼の運動が羽ばたき面内のFlapping運動に加えてElevationやFeathering運動という複数の回転運動が重なり合ったものであり、これが翼の位置や向きを細かく変えて力の上向き成分を変化させること、あるいはこれによって渦と翼との位置関係が変化したり、渦同士の相互作用や渦のbreak-downによって翼に作用する空気が複雑に変動したりすることが原因となって生じていると考えられ



(a) Hawkmoth



(b) Honeybee

Fig.6 Time course of lift coefficient during one flapping cycle: (a) hawkmoth, (b) honeybee.

る。また、Fig.6では羽ばたきの上端あるいは下端において翼を切り返す時のひねり運動(pronation or supination)を行っている間は揚力が小さくなることが示されており、主要な揚力は打ち上げ、あるいは打ち下ろし運動中に発生していることがわかる。

### 3. 2 音響解析結果

前節で示したように、翼の打ち下ろし時には翼の上面、下面にそれぞれ負圧領域、正圧領域が広がり、打ち上げ時にはこの関係が上下に反転した状態が生じる。さらに羽ばたき運動によってこの反転が周期的に繰り返されると考えられるが、音源としては典型的な双極子音源であり、(1)および(2)式で示したFarassat Formulation 1にもと

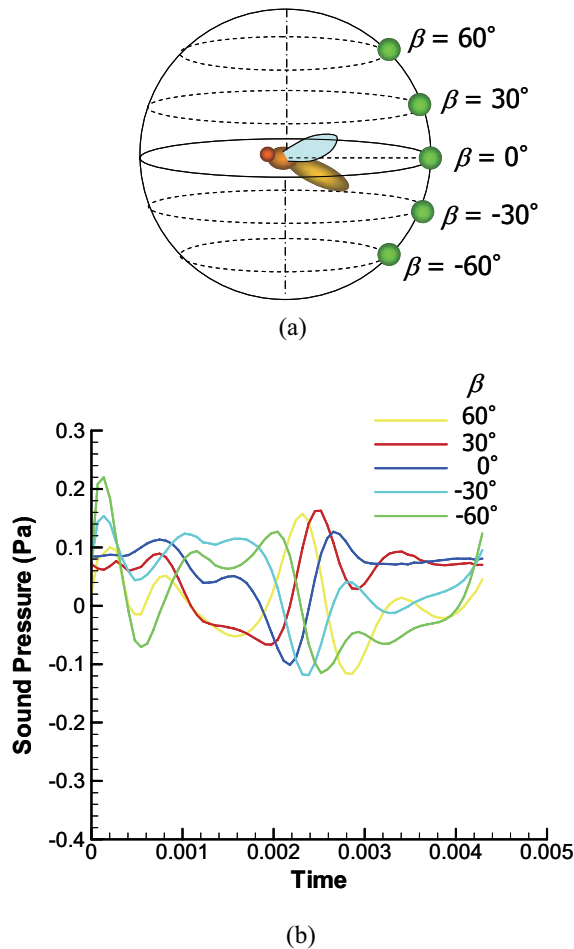


Fig.7 Time course of sound pressure observed at different elevation angles of observer point in the rear of honeybee: (a) observer points, (b) sound pressure at each observer point during one flapping cycle.

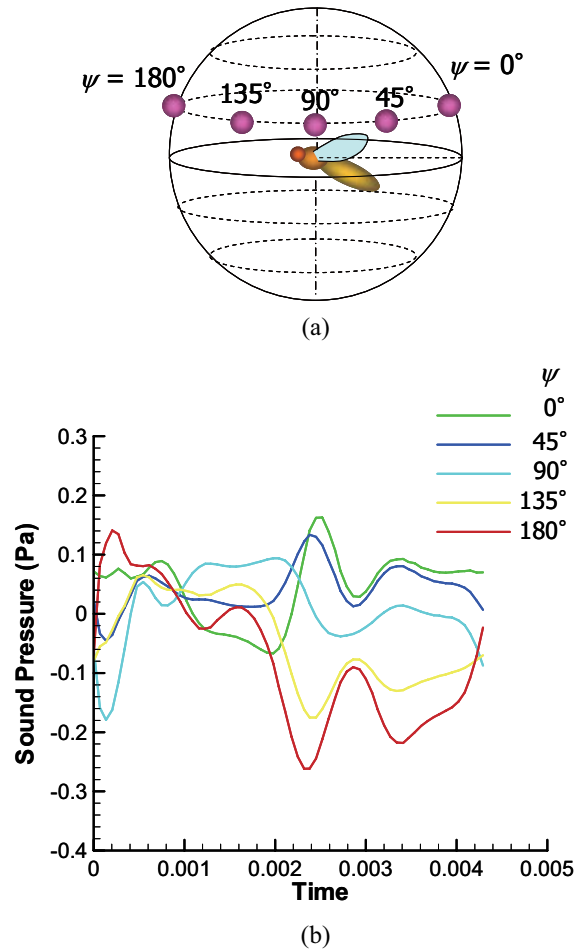


Fig.8 Time course of sound pressure observed at different bearing angles of observer point in honeybee: (a) observer points, (b) sound pressure at each observer point during one flapping cycle.

づいたFW-H式によって解析が可能と考えられる。この解析はCFD計算によって得られたミツバチの翼表面上の圧力変動の結果を入力値として、FW-H方程式にもとづく音響解析コードを用いて行われ、その結果をFig.7、およびFig.8に示す。

羽ばたき音はミツバチの翼基部を中心とした翼長の10倍の半径を持つ球面上で計算され、Fig.7では後方の上下方向に並んだ数箇所の点における音圧(sound pressure)の計算結果を示している。音圧の波形は揚力の変動と同様に高次の成分を含んでおり、音の発生が打ち上げと打ち下ろしという基本周波数の運動のみによって行われているのではないことを示している。この理由として、前節でも述べたように羽ばたき運動はFlapping運動以外にもElevationやFeathering運動を含み、これらが位相差を伴いながら重なり合うことによって、高次の波形成分が生成されていると考えられる。図における音圧の振幅は音の大きさを表しているが、Fig.7に示した上下方向の5箇所の点では振幅の変化は少なく、上下方向には音の指

向性があまり無いことを示している。一方で、Fig.8では前後方向の数箇所における音圧の計算結果が示されているが、前方の点ほど波形の振幅が大きく、音の大きさに指向性があることを示している。即ち、ミツバチが飛行する際、進行方向に羽ばたき音が大きく、後方になるにつれて小さくなることを示す。

#### 4. 結論

本研究ではCFDと音響解析コードを用いて昆虫の羽ばたき運動時の翼周りの流れの詳細な解析と、羽ばたき音の解析を行った。その結果、以下のような項目を指摘することができた。

- (1) 昆虫の羽ばたき運動に伴って翼の周辺には前縁剥離渦(Leading Edge Vortex: LEV)を始めとして、翼端渦(Wing Tip Vortex: WTV)、後縁剥離渦(Trailing Edge Vortex: TEV)などの各種の渦が発生し、複雑な流れ場を形成している。
- (2) 上記の渦のうちLEVは打ち下ろし時、および打ち

上げ時の翼の上面の前縁に沿って発達し、広い範囲で翼の上面に負圧領域を形成する。同時に翼の下面側には正圧領域が形成されることから、両者によって上向きに大きな力（＝揚力）が発生している。

- (3) 揚力の変動に見られるピークの位置はLEVの発生のタイミングと相関があり、LEVが強い揚力を発生させていることを裏付けている。
- (4) 羽ばたきに伴う翼表面上の圧力変動は、羽ばたき音を発生させる音源となっており、翼の運動と音の波形や指向性などの特性が相互に関係している。
- (5) ミツバチの羽ばたき音では、上下方向には音の指向性は弱く、前後方向には前方ほど音が強くなっており、飛行中の羽ばたき音は進行方向に対して大きくなることを示している。

これらの結果は、将来的に羽ばたき翼型の小型飛翔体(MAV)が開発される際の翼形状の設計や運動制御、あるいは騒音対策などの基礎データとなり得るものである。また今後は、計算結果を実際の昆虫の音の計測結果と比較することによって計算の妥当性の検証等を行う予定である。

#### 参考文献

- (1) Ellington, C. P., vandenBerg, C., Willmott, A. P. and Thomas, A. L. R., Leading-edge vortices in insect flight. *Nature* 384, 626-630, 1996.
- (2) Willmott A. P. and Ellington C. P., The mechanics of flight in the hawkmoth *MANDUCA SEXTA*. *J. Exp. Biol.* 200 2705-2722, 1997.
- (3) Ellington, C. P., vandenBerg, C., Willmott, A. P. and Thomas, A. L. R., Leading-edge vortices in insect flight. *Nature* 384, 626-630, 1996.
- (4) Dickinson, M. H. and Gotz, K. G., The wake dynamics and flight forces of the fruit fly *Drosophila melanogaster*. *J. Exp. Biol.* 199, 2085-2104, 1996.
- (5) Dickinson, M. H., Lehmann, F. O. and Sane, S. P., Wing rotation and the aerodynamic basis of insect flight. *Science* 284, 1954-1960, 1999.
- (6) Dickinson, M. H., et al, Short-amplitude high-frequency wing strokes determine the aerodynamics of honeybee flight. *PNAS*; vol.102; no.50; 18213-18218. 2005.
- (7) Liu, H., and Kawachi, K., A Numerical Study of Insect Flight, *J. Comp. Phys.*, 146, 124-156, 1998.
- (8) Liu H., Simulation-based Biological Fluid Dynamics in Animal Locomotion, Transactions of the ASME, *Applied Mechanics Reviews*, 58 No.4, 269-282, 2005.
- (9) Aono, H., and Liu, H., Vortical Structure and Aerodynamics of Hawkmoth Hovering, *J. Biomech. Sci. Eng.*, 1(1), 234-245, 2006.
- (10) 青野, 劉, シミュレーションベースによる昆虫飛行の研究, 第44回飛行機シンポジウム講演予稿集, 342-348, 2006.
- (11) Isogai, K., Fujishiro, S., Saito, T., Yamamoto, M., Yamasaki, M., and Matsubara, M., Unsteady Three-Dimensional Viscous Flow Simulation of a Dragonfly Hovering, *AIAA Journal*, 42 no.10. 2053-2059, 2004.
- (12) Sun, M. and Tang, H., Unsteady aerodynamic force generation by a model fruit fly wing in flapping motion. *J. Exp. Biol.* 205, 55-70, 2002.
- (13) Viieru, D., Tnag, J., Lian, Y., Liu, H., and Shyy, W., Flapping and Flexible Wing Aerodynamics of Low Reynolds Number Flight Vehicles, 44<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 9-12 January, Reno, Nevada, 2006.
- (14) Muellor, T. J.(Ed.), Fixed and Flapping Wing Aerodynamics for Micro Air Vehicle Applications (Progress in Astronautics and Aeronautics), American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), p586, 2002.
- (15) Ffowcs Williams, J. E., Hawkings, D. L., Sound Generation by Turbulence and Surfaces in Arbitrary Motion, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, A 264, 321-342, 1969.
- (16) Farassat, F., Theory of Noise Generation from Moving Bodies with an Application to Helicopter Rotors, NASA TR R-451, Dec. 1975.

# 低圧空気極小プラズマジェットの膨張流領域における放射特性

○後藤 輝一（群馬大工・院）， 船津 賢人（群馬大工）， 白井 紘行（群馬大），  
久保田 聖（群馬県立前橋工業高校）， 高草木 文雄（群馬大工）

## Radiative Characteristics of Expansion Flow Region in a Low-pressure Air Micro-plasmajet

by

GOTOH Kiichi (Graduate School of Engineering, Gunma University),  
FUNATSU Masato (School of Engineering, Gunma University), SHIRAI Hiroyuki (Gunma University),  
KUBOTA Kiyoshi (Gunma Prefectural Maebashi Technical High School),  
and TAKAKUSAGI Fumio (School of Engineering, Gunma University)

### ABSTRACT

At our laboratory, radiation characteristics of air micro-plasmajets have been studied systematically. Up to the present, we measured radiation of the plasmajets mainly on a flow axis at atmospheric and low pressures. Temperatures were estimated with the aid of spectral matching method and Boltzmann-plot method. Rotational temperatures were estimated 5,000 to 8,000 K, and vibrational temperatures 34,000 to 70,000 K, both with some axial variations. Electronic excitation temperatures of oxygen atomic lines were estimated 5,000 to 9,300 K. It was found that the rotational temperatures had large difference from the gas temperature based on an empirical formula for a supersonic free-jet, but decreased downstream in the expansion flow region, and also the vibrational temperatures were much higher than those expected. The present paper showed the preliminary results of radiation characteristics at an off-axis position in the expansion flow region, too.

### 1. はじめに

高温プラズマは航空宇宙分野の研究や工学的応用に多く用いられ，その性質を知ることは非常に重要である．プラズマは原子，分子，イオンや電子を含み，各粒子は独自のエネルギー分布を構成することが多い．プラズマの測定方法には光学系またはプローブを用いる方法がある．プローブを用いた測定方法は，プラズマ内部の流れに影響を与えてしまうため，光学的手法が有利である．

本研究室では操作性に優れた極小空気プラズマジェットの放射に関する研究を系統的に行っている．測定方法には分光測定や狭帯域フィルターによって特定の分子バンドの光だけを CCD カメラで測定する方法を用い，測定結果から振動温度や回転温度，電子的励起温度などを推定した<sup>1), 2)</sup>．これまでの研究では大気圧環境下，低圧環境下での分光測定の結果から，振動温度，回転温度ともに高く推定され，特に振動温度が高いこと，振動温度，回転温度とも中心軸上で一様な分布となることがわかった．

この結果に対して物理化学的な理由は不明であり，より詳細に解析，研究する必要がある．また，中心軸上で各温度が一様に分布するという結果に対して，光強度や圧力変化の大きい膨張流領域では，温度低下することが予想され，その膨張流領域でより詳細な測定が必要となった．そこで本研究では，膨張流領域に着目し，プラズマジェットを 1.0 倍に拡大して，今までより空間分解能を高め，0.5 mm 間隔で分光測定を行い，解析した．これまでと同様に得られたスペクトル分布に対して，スペクトルマッチング法により回転温度と振動温度を推定し，またボルツマンプロット法を用いて電子的励起温度を推定し，その結果を久保田らの結果<sup>1)</sup>と比較検討した．さらに中心軸上ノズル出口 2.0mm 位置を半径方向に

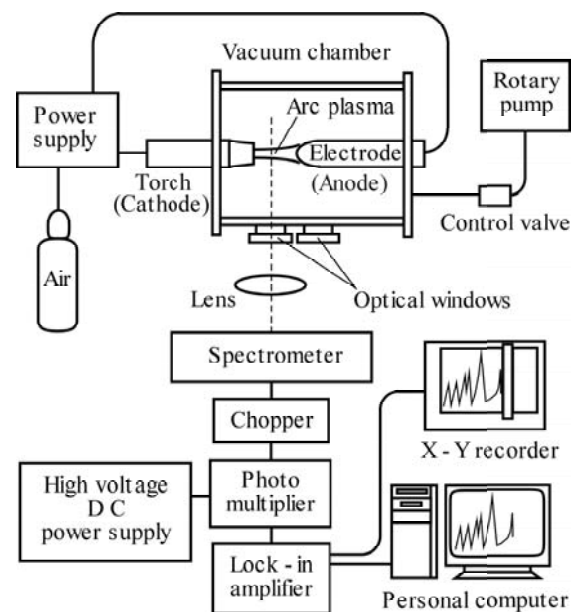


Fig. 1 Schematic view of experimental setup

0.2mm 間隔で同様の測定を行い，スペクトルマッチング法により温度推定した．

### 2. 実験装置概略

図 1 に実験装置概略を示す．実験装置は大きく分けて，プラズマジェット発生装置部，分光測定部，データ記録部から構成される．プラズマジェット発生装置はトーチ内部に陰極，プラズマジェットの下流域側に陽極を持つアーク放電式である．陰極および陽極は銅製であり，陰極先端にはハフニウムを用いた．両電極は水冷することにより熱からの損傷を抑え，長時間の放電にも耐えられるように設計されている．プラズマジェットの流れ方向はトーチ陰極

側から陽極側であり、作動ガスには体積比率が窒素 79 %, 酸素 21 %の乾燥空気を使用した。トーチのノズル直径は0.7mmである。電極間の電圧は135V、電流は10Aであり、真空容器は内径196mm、長さ200mmの円筒型アクリル製である。陰極と陽極の極間距離は陽極を移動することにより調節可能で、本研究では10mmに設定した。また、真空容器にはプラズマジェットを観測するためにノズルから70mmの位置に直径16mmの観測窓を設置し、紫外領域も観測できるように石英製光学窓を用いた。本研究では真空容器内の圧力は11.3kPaに設定した。

分光測定には1,200grooves/mmの回折格子、焦点距離500mmの分光器（浜松ホトニクス製C5095）を使用した。光学系は石英レンズを用いて、プラズマジェットを10倍に拡大した。測定点の光は分光器スリットを通り、光電子増倍管で検出し、チョッパー信号と同期する成分をロックインアンプにより増幅した。データ記録はパーソナルコンピュータとX-Yレコーダーで同時に行った。

図2に11.3kPaにおける自発光写真を示す。プラズマジェットは左側のノズル出口から右側の陽極にむかって噴出している。プラズマジェットの発光強度はノズル出口直後から1.5mmまでの位置と3.0mmから下流側にかけて強くなっている。また、ノズル出口から3.0mm付近まで急激に発光強度が変化しているこの部分が膨張流領域であり、再び発光強度が強くなっている3.0mm位置に衝撃波が発生している。実験ではノズル出口から衝撃波位置までの膨張流領域について分光測定を行った。膨張流領域は圧力や発光強度の変化が大きく熱的性質の推測が困難である。

### 3. 実験結果

**3-1 分光測定結果** 分光測定はプラズマジェットのノズル出口 0.5mm 位置から 5.0mm 位置まで、0.5mm 間隔の 10 点で行った。その一例として、波長領域 250nm から 900nm の分光測定結果を図3(a), (b)に示す。図3(a)は膨張流領域の 2.0mm 位置、(b)は衝撃波下流における 5.0mm 位置である。250nm から 500nm の波長領域では、 $N_2$  分子の  $N_2^+ 2+$  バンド、 $N_2^+$  イオン分子の  $N_2^+ 1-$  バンドが支配的である。700nm から 900nm の近赤外領域では酸素、窒素原子線が観測された。図3(a), (b)の酸素、窒素原子線は、ほぼ同様の強度を示している。図示していないが酸素、窒素原子線は、発光が強い 0.5mm 位置と衝撃波の 3.0mm 位置で強く現れており、膨張流領域と衝撃波下流域では徐々に弱くなる傾向がある。分子バンドの強度は近赤外領域のスペクトルと同様に 0.5mm 位置と衝撃波の位置で強い値を示している。分子バンドも膨張流領域では徐々に強度が弱くなるが、衝撃波下流域では強度が強くなる傾向がある。

**3-2 紫外領域のスペクトル** 図4に 250nm から 480nm の紫外領域のスペクトル分布を示す。図4(a)はノズル出口から 2.0mm 位置、図4(b)は 5.0mm 位置である。スペクトルは主に  $N_2^+ 2+$  と  $N_2^+ 1-$  バンドからなる。これらの分子バンドの  $N_2^+ 2+ (1,0)$ ,  $N_2^+ 2+ (0,0)$ ,

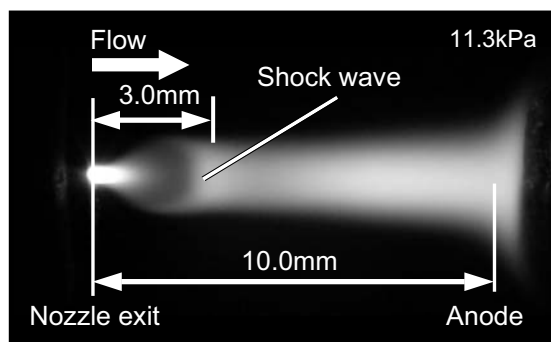


Fig. 2 Photograph of air micro-plasmajet at 11.3kPa

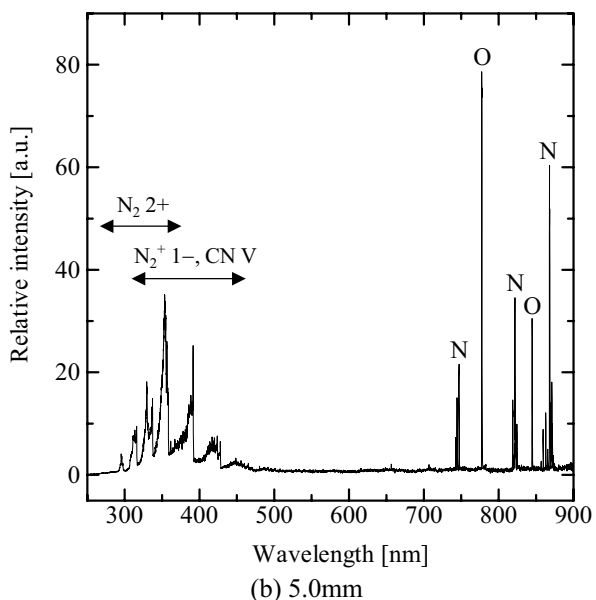
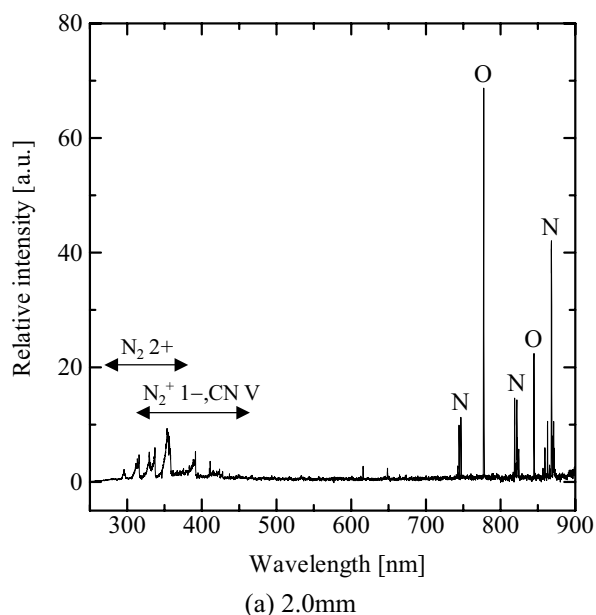
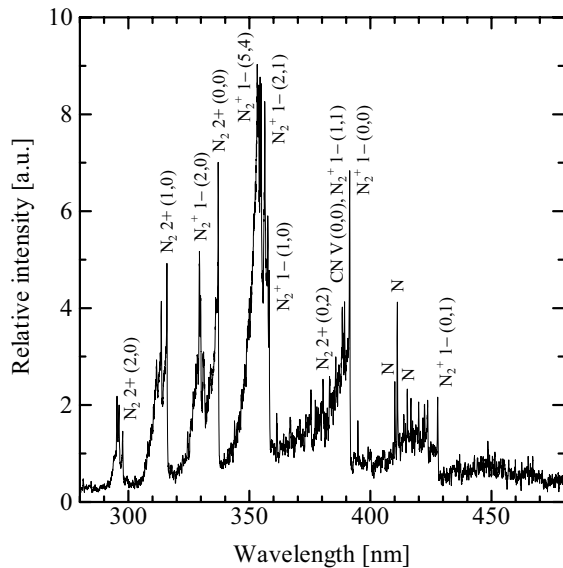


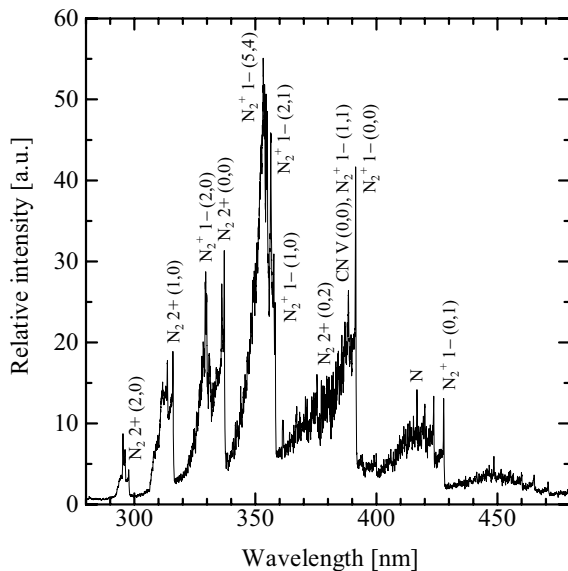
Fig. 3 Experimental spectra at 11.3kPa

$N_2^+ 1- (5,4)$ ,  $N_2^+ 1- (0,0)$ ,  $N_2^+ 1- (0,1)$ などがバンドヘッドを構成している。390nm 付近では CN V が観測された。これは空気中の  $CO_2$  が原因と考えられる。400nm から 450nm の波長領域では窒素原子線が確認された。両図の分布形状は比較的類似しているが、





(a) 2.0mm

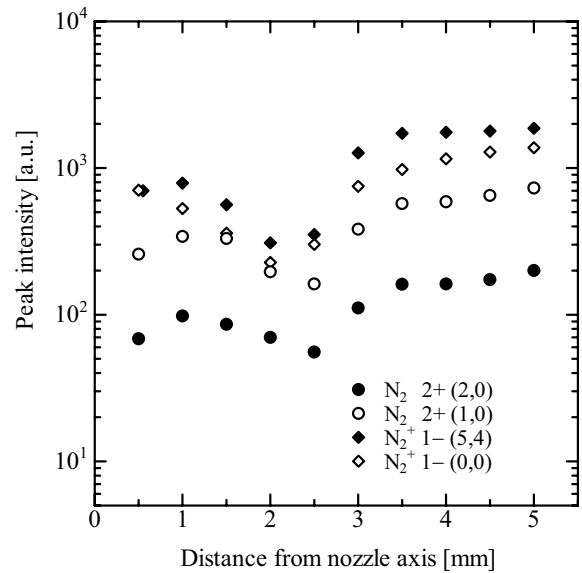


(b) 5.0mm

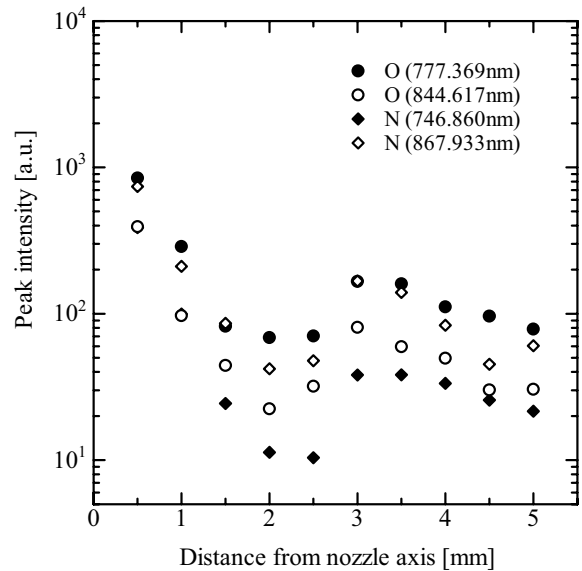
Fig. 4 Detailed spectra of molecular bands at 11.3kPa

全体的な強度は図 4 (b)の方が(a)に比べ約 6 倍強くなっている。発光強度が低い部分では熱的非平衡性が強まることが予想され、膨張流領域では強い熱的非平衡性があると考えられる。

図 5 に分子バンドのピーク強度をプロットした分布を示す。図 5 (a)は分子バンドのピーク強度を示し、図 5 (b)は原子線のピーク強度を示している。横軸はノズル出口からの距離、縦軸は相対強度を示し、図 5 (a)の黒菱形は  $N_2^+ 2+(2,0)$ 、白菱形は  $N_2^+ 2+(1,0)$ 、黒丸は  $N_2^+ 1-(5,4)$ 、白丸は  $N_2^+ 1-(0,0)$ を示している。上述したように膨張流領域において各バンドの放射強度は徐々に低下している。振動温度は  $N_2^+ 1-(5,4)$  バンドと  $N_2^+ 1-(0,0)$  バンドの強度比から推定することができ、 $N_2^+ 1-(5,4)$  バンドと  $N_2^+ 1-(0,0)$  バンドの強度が近いほど低温度になる。図 5 (a)よりノズル出口から 0.5mm 位置と 2.5mm 位置では、他の測定点より明らかに低く推定されると考えられ、これらのこ



(a) Peak intensity of molecular bands



(b) Peak intensity of atomic lines

Fig. 5 Peak intensities on flow axis at 11.3kPa

とから振動温度は膨張流領域の中心軸上で変動すると予想できる。

図 5 (b)の黒丸は波長 777.369nm の酸素原子線であり、白丸は波長 844.617nm の酸素原子線、黒菱形は波長 746.860nm の窒素原子線であり、白菱形は波長 867.933nm の窒素原子線を示している。分子バンドと同様にノズル出口から膨張流領域で放射強度が低下している。また、衝撃波下流域でも徐々に強度が低下している。

図 6 は、波長領域 340nm から 500nm における 2.0mm と 5.0mm 位置のスペクトル分布を重ね合わせたものである。縦軸は相対強度であるが、 $N_2^+ 1-(5,4)$  のピーク強度で規格化してある。両者はスペクトル全体で定性的に一致しているが、波長領域 340nm から 350nm において  $N_2^+ 1-(5,4)$  のピークから短波長側への強度減衰にかなり違いが見られる。2.0mm の位置における強度減衰の方がきつく、勾配

が急になっている．回転温度の推定はこの強度減衰に敏感である．急減衰ほど低い温度に対応し，また逆に緩やかなほど高い温度が推定される．よって図6より膨張流領域の回転温度は，衝撃波背後の温度より，かなり低温度であることが予想される．

#### 4. 温度推定

分光測定によって低圧空気極小プラズマジェットの膨張流領域におけるスペクトル分布を取得した．スペクトル分布は化学種や内部エネルギー状態を示している．本研究では，理論スペクトルを数値計算によって構築し，実験スペクトルと比較することで温度推定するスペクトルマッチング法を用いて解析を行った．スペクトルマッチングは， $N_2^+ 2+$ バンドと $N_2^+ 1-$ バンドで可能であるが，本研究では，久保田らが行ったスペクトルマッチング<sup>1)</sup>と比較検討するためにも，強度が十分に強い $N_2^+ 1-$ バンドを用いた．

本研究では $N_2^+ 1-$ ， $N_2^+ 2+$ ，CN Vの各バンドを考慮した理論スペクトルを計算するプログラム<sup>3)</sup>を使用した．このプログラムは，バンド毎に重粒子並進温度，分子振動温度，分子回転温度，および電子的励起温度を個別に設定することができ，広い波長範囲において，任意の装置関数や使用した分光系の感度を考慮した様々な空気成分が混在するスペクトルを理論的に構築することができる．

図7に分子バンドを対象とした波長範囲 280～420nm の実験スペクトルと理論スペクトルの比較を示す．実線は実験スペクトル，破線は理論スペクトルである．この波長領域は主に $N_2^+ 1-$ バンド， $N_2^+ 2+$ バンドなどが支配的である．また，波長範囲 380～390nm の間でCN Vが観測された．ここでは，放射強度の強い $N_2^+ 1-(5,4)$ バンドと $N_2^+ 1-(0,0)$ バンドを用いてスペクトルマッチング法による温度推定を行った．温度推定には $N_2^+ 2+$ ，CN Vバンドも考慮した．スペクトルマッチングの結果から，回転温度は $5,000 \pm 1,000\text{K}$ ，振動温度は $34,000 \pm 5,000\text{K}$ と推定された．久保田らの解析結果と同様に振動温度，回転温度はともに高温度となった．

図8にノズル出口から5.0mm位置におけるスペクトルマッチング結果を示す．図7と同様に実験と理論スペクトルはほぼ良好に一致している．温度推定の結果は回転温度が $8,000 \pm 1,000\text{K}$ ，振動温度が $34,000 \pm 5,000\text{K}$ と推定された．5.0mm位置と2.0mm位置では振動温度に大きな差異はみられなかった．しかし，回転温度は5.0mm位置よりも2.0mm位置で約3,000K低く，図6から推定した結果を支持している．

さらに，ボルツマンプロット法を用いて電子的励起温度の推定を行い，振動温度と比較した．ボルツマンプロット法には次式を用いた．

$$\ln \frac{I\lambda}{Ag} = -\frac{E}{kT_{ex}} + \text{Const.} \quad (1)$$

ここで， $I$ は発光強度， $\lambda$ は波長， $A$ は放射遷移確率， $g$ は統計的重率， $E$ は上部準位エネルギー， $k$ はボルツマン定数， $T_{ex}$ は電子的励起温度である．式(1)か

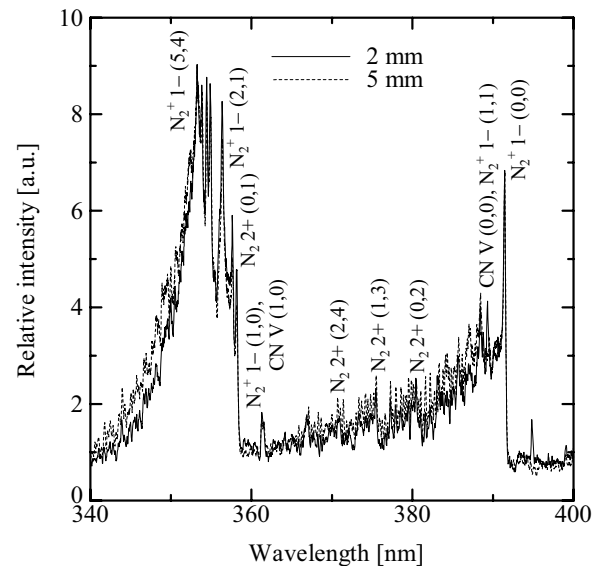


Fig. 6 Experimental spectra at 2.0 and 5.0mm from nozzle exit

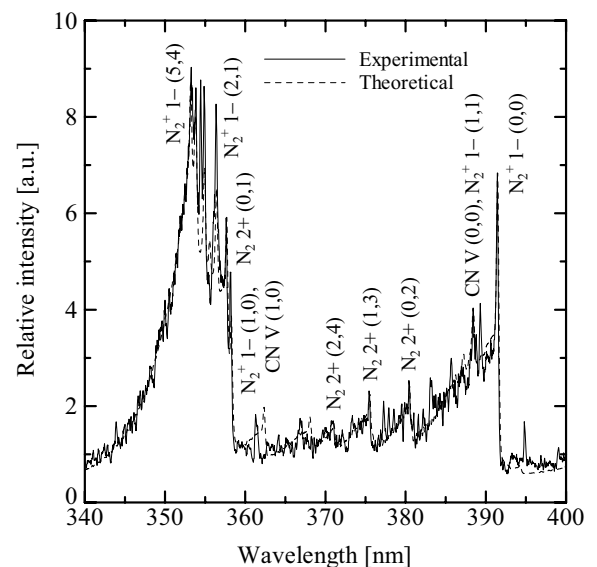


Fig. 7 Spectral matching for  $N_2^+ 1-$  bands at 2.0mm from nozzle exit

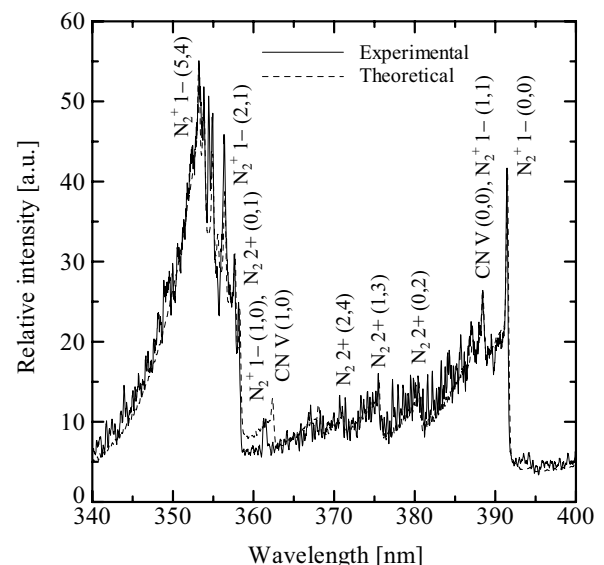


Fig. 8 Spectral matching for  $N_2^+ 1-$  bands at 5.0mm from nozzle exit

ら、左辺対数項を上部準位エネルギー $E$ に対してプロットすると、その傾きから $T_{ex}$ を算出できる。図9に一例として圧力11.3kPa、ノズル出口から2.0mm位置で測定した酸素原子線と窒素原子線に対するボルツマンプロットの結果を示す。本研究では酸素、窒素原子線を用いて電子的励起温度を推定した。図9では酸素原子線から求めた $T_{ex}$ は約9,300Kと推定された。山田らの研究<sup>4)</sup>によれば電子的励起温度は、酸素原子線から約10,000K、窒素原子線から12,000Kと推定されており、図8はこの結果に比較的一致している。また、窒素原子線を用いて推定された電子的励起温度は6,900Kと酸素原子線から推定された電子的励起温度よりも低い値に推定された。

図10にプラズマジェット中心軸上の温度推定結果を示す。横軸にはノズル出口からの距離、縦軸は温度を示す。黒菱形のプロット点は振動温度( $T_v$ )、白菱形プロット点は回転温度( $T_r$ )、円形は電子的励起温度( $T_{ex}$ )であり、黒は窒素原子線、白は酸素原子線を示している。振動温度と回転温度には代表的な4点にエラーバーを示した。破線は11.3 kPaにおけるAshkenas-Shermanの経験式<sup>5)</sup>と一次元断熱膨張流による計算から得られた気体温度分布である。Ashkenas-Shermanの経験式は、既に本研究室で使用しているアークプラズマジェットにも適用できることが確認されている<sup>1)</sup>。温度推定の結果から回転温度と振動温度を比較すると振動温度の方が高い値を示しており、以前の研究と同様の結果となった。また、振動温度、回転温度はほぼ一定の値を示すことも報告されているが、本研究では振動温度、回転温度とも空間的に変動する傾向が得られた。振動温度は推定誤差が大きい、衝撃波位置とその下流側で特に高い温度を示している。回転温度は、ノズル出口直後から緩やかに低下するが、電子的励起温度はほとんど一定であり、膨張流領域の下流で非平衡性が強まる。しかし衝撃波位置でプラズマ流が圧縮されることにより、回転温度が約3,000K回復する。衝撃波背後では電子的励起温度と回転温度がほぼ平衡のように見える。振動温度の誤差は2.0mm、4.5mm位置で5,000Kから10,000K、また0.5mm、3.0mm位置では10,000Kから20,000Kであり、比較的溫度推定が困難である。一方、回転温度の誤差は500Kから1,000Kを示し、誤差による影響は少ないと考えられる。

### 5. プラズマジェット半径位置の放射測定

発光強度が小さくなり、非平衡性が強まると考えられる中心軸上から離れた半径位置において、中心軸上と同様の分光測定を行い、スペクトルマッチング法により温度推定した。測定点は中心軸上でノズル出口から2.0mm位置を半径方向に0.2mm間隔で計7点である。

図11にノズル出口から流れ方向に $z = 2.0$ mm、半径方向に $r = 0.4$ mm位置で測定した実験分光スペクトルの一例を示す。280~480nmの紫外領域では $N_2^+ 2+$ 、 $N_2^+ 1-$ バンドが支配的であり、700~900nmの近赤外領域では窒素と酸素の原子線が観測された。分子バ

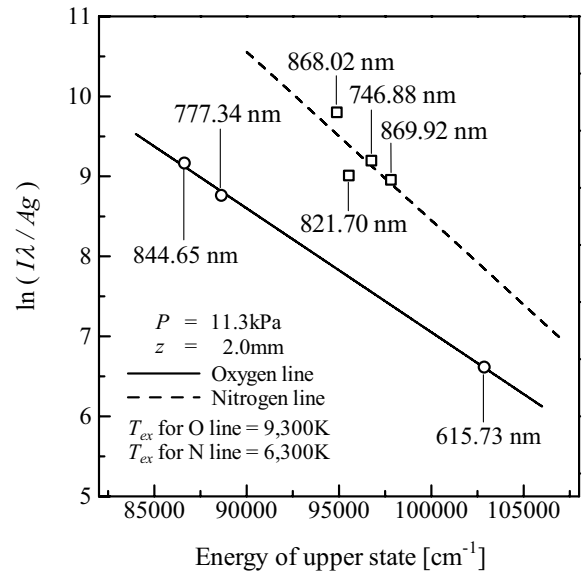


Fig. 9 Example of Boltzmann plot for O lines and N lines at 2.0mm from nozzle exit

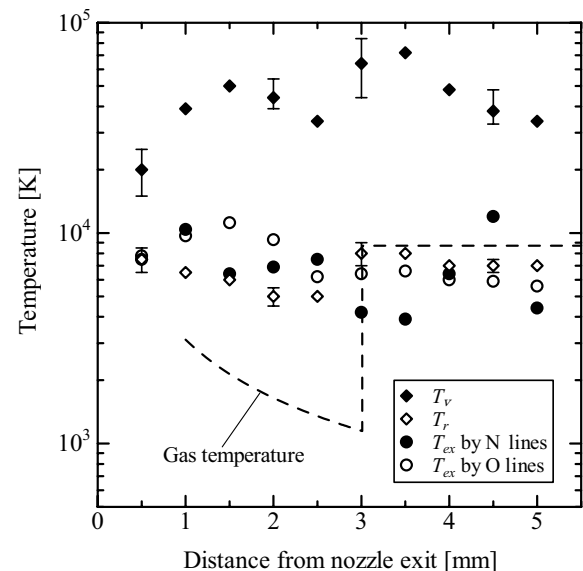


Fig. 10 Temperature distributions on flow axis at 11.3 kPa

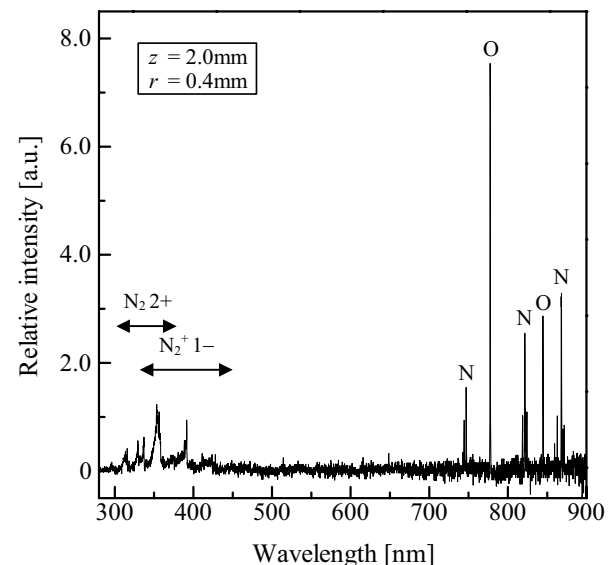


Fig. 11 Example of experimental spectra at 11.3 kPa

ンドは原子線に比べ、非常に弱くなっている。

図12は中心軸上ノズル出口から2.0mm、半径位置0.4mmにおけるスペクトルマッチングの一例である。横軸は波長、縦軸は相対強度を、実線は実験スペクトル、破線は理論スペクトルを示している。実験スペクトルと理論スペクトルはよく一致している。温度推定の結果、振動温度  $T_v$  は 42,000K、回転温度  $T_r$  は 6,000K と推定され、半径位置で振動温度は中心軸上と同様に高温となった。回転温度は中心軸上の温度とほぼ同じ値に推定された。

図13にノズル出口から2.0mm位置、半径位置に0.2mm間隔で測定したスペクトル分布から温度推定した結果を示す。黒菱形は振動温度、白菱形は回転温度を示している。振動温度は中心軸上と同様に高い温度に推定され、半径方向に0.4mmから0.6mm位置にかけて急激に温度が低下し、その後はほぼ一定の値であった。回転温度は約6,000Kに推定されほぼ一定の値となった。半径位置において、強度の低い中心軸から離れた位置よりも、中心軸に近い0.2mmから0.4mm位置において熱的非平衡状態が強いことがわかった。

## 6. 結論

低圧空気極小プラズマジェットの高圧領域で中心軸上流れ方向に0.5mm間隔、中心軸上のノズル出口から2.0mm位置において半径方向に0.2mm間隔に分光測定を行い、放射特性を検討した。主な結果を以下に示す。

- (1) 中心軸上において、回転温度は気体温度分布より高い値を示したが、膨張流領域では緩やかに低下することがわかった。その温度は、衝撃波位置で回復、衝撃波下流側においてはほぼ一定で、電子的励起温度と平衡になった。
- (2) 中心軸上において、振動温度は回転温度よりずっと高い値を示し、測定位置によってかなり大きく変動した。
- (3) 中心軸上で酸素原子線から推定した電子的励起温度は振動温度に比べ低い値を示しているが、軸方向に少し変動した。
- (4) 半径位置の放射強度分布は波長範囲280～900nmで中心軸上と同様に酸素と窒素の原子線が強く測定された。
- (5) スペクトルマッチング法による温度推定から中心軸上のノズル出口から2.0mm位置の半径方向位置で振動温度、回転温度はともに高温に推定された。
- (6) 中心軸上2.0mm位置の半径方向に0.4mmから0.6mm位置で振動温度は急激に低下した。回転温度は半径位置で一定の値を示した。

## 参考文献

- 1) 久保田聖, 船津賢人, 白井紘行, 高草木文雄, 「 $N_2^+$  1-バンドを用いた空気マイクロプラズマジェットの温度計測」, 日本機械学会論文集, 72巻, 715号, B編, (2005), pp. 628-633.

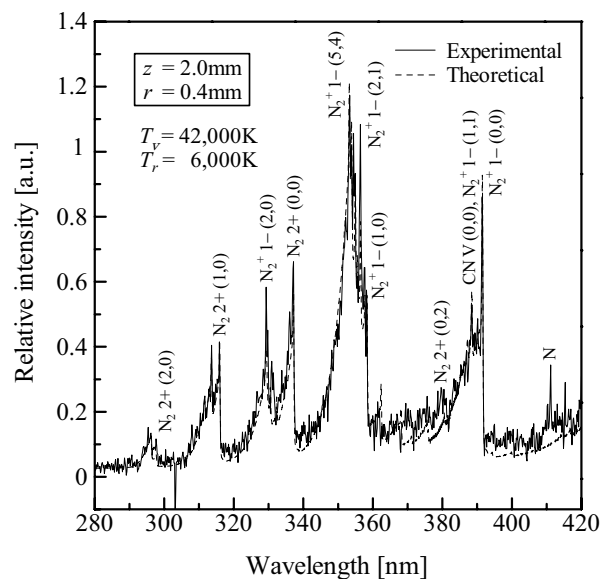


Fig. 12 Comparison of experimental and theoretical spectra

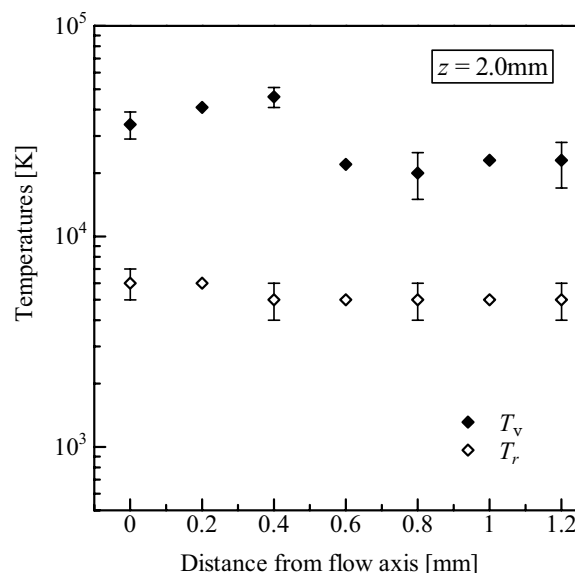


Fig. 13 Radial temperature distributions at 11.3kPa

2) 久保田聖, 後藤輝一, 船津賢人, 白井紘行, 高草木文雄, 「CCD カメラを用いた低圧極小空気プラズマジェットの放射測定— $N_2^+$  および  $N_2$  バンドのスペクトル強度分布—」, 平成17年度衝撃波シンポジウム講演論文集, (2006), pp. 255-256.

3) 澁澤健二, 船津賢人, 白井紘行, 久保田聖, 「高温プラズマにおける  $N_2$  2+バンドの放射特性 (前期解離と非ボルツマン回転粒子数分布を用いた解析)」, 日本機械学会論文集, 71巻, 704号, B編, (2005), pp. 1107-1112.

4) 山田尚寛, 久保田聖, 船津賢人, 白井紘行, 「CCD を用いた空気マイクロプラズマジェットの放射測定」, 第36回流体力学講演会講演集, (2004), pp. 1-4.

5) Ashkenas, H. and Sherman, F. S., "The Structure and Utilization of Supersonic Free Jets in Low Density Wind Tunnels," Proc. 4th Int'l Sympo. Rarefied Gas Dynamics, Vol. 2, (1965), Academic Press, pp. 84-105.

## 2 気筒 PDE における気筒間干渉について

辻俊之, 白川真一, 吉橋照夫, 小原哲郎, 大八木重治  
(埼玉大学理工学研究科)

### Interference between Tubes in a Two-Cylinder Pulse Detonation Engine

by

TSUJI Toshiyuki, SHIRAKAWA Shinichi, YOSHIHASHI Teruo  
OBARA Tetsuro and OHYAGI Shigeharu

#### ABSTRACT

The two-cylinder pulse detonation engine (PDE) with a single converging nozzle connected to a automotive turbocharger system was constructed. It was investigated to estimate the interference of pressure waves between two cylinders and to measure thermal efficiency of PDTE. As a result, a shock wave diffracted the cylinder arrived at the other cylinder which is in the filling process. Increasing turbine inlet temperature and operating frequency, compressor output work and thermal efficiency are increasing.

#### 1. はじめに

パルスデトネーションタービンエンジン(PDTE)はデトネーションを利用する事により燃焼過程が定積的になり、デトネーション波により圧縮が行われるため圧縮機のないガスタービンエンジンが可能である。そのため、パルスデトネーション燃焼器(PDC)を利用したガスタービンエンジンが研究されている。従来のガスタービンエンジンよりも構造が簡単であり、低コスト、高い熱効率が得られると期待されている。

しかし、これまで実験研究<sup>(1)</sup>で得られた熱効率は 1~3% と低い。この理由として PDE による急激な圧力上昇を伴う衝撃波の間欠的な排気がタービン効率を低下させると考えられる。効率の増加のためには排気脈動流の平滑化が必要であり、作動周波数の増加を行わなければならない。しかしながら、単気筒 PDE では高周波作動に限界があり、PDE 管を複数本束ねて多気筒化を行い全体の作動周波数を高める必要がある。しかし、多気筒 PDE の場合に気筒間の排気干渉によりパージ、燃料充填が妨げられる可能性がある<sup>(2)</sup>。

本研究では 2 気筒 PDE により作動周波数を 2 倍に高め、自動車用ターボチャージャを用いた熱効率の向上を試みた。また、気筒間による排気干渉について考察した。

#### 2. 実験装置

実験装置の概略図を図 1 に示す。装置は 2 本のデトネーション管、排気ノズル、ターボチャージャにより構成されている。PDE 管は内径 38mm、全長 940mm であり DDT 促進用のため、内部に長さ 560mm のシェルキンスパイラル付管を使用した。2 本の管をそれぞれ管 A、管 B と呼ぶ。2 本の PDE 管出口に接続されている排気ノズルは長さ 222mm の収縮ノズルであり、最大内径 95mm、最小内径 38mm、体積はおよそ PDE 管 1.4 本分である。装置全体の熱効率の計測は軽自動車用ターボチャージャ(IHI, RHF3)でタービン同軸の圧縮機仕事により測定される。

燃料・酸化剤には水素・空気を用いた。閉鎖端から 27,197mm の位置に水素・空気の噴射ポートを対向設置させ、管内で混合させる。噴射は電磁バルブ(H<sub>2</sub>:MAC, 35A-AED-DDFA-1BA, Air:55-B-12-P1-111BA)を用いている。閉鎖端より 97mm の位置に自動車用点火プラグを設置して、480mm、640mm の位置に圧力変換器(管 A:P1, P2, 管 B:P3, P4)。イオンプローブを 480, 640, 830mm(管 A:IA, 管 B:IB)の位置に対向設置しそれぞれの 3 個を共通の出力 IA と IB にした。バルブの開閉および点火信号はデジタル I/O ボードを用いて制御されている。電磁バルブは噴射開始の信号から実際に噴射するまでに水素・空気用それぞれ異なった時間遅れが存在するため、遅れを考慮して制御されている。

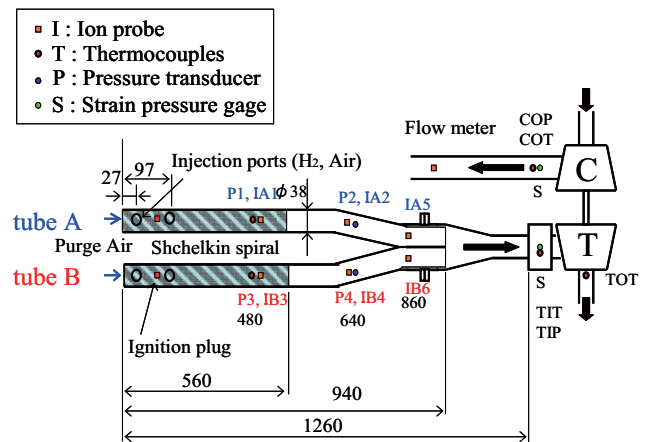


Fig.1 Schematic of experimental apparatus (Type-A)

タービン出入り口、圧縮機出口に熱電対を設置してタービン出入り口、圧縮機出口にひずみ式圧力センサを取り付けた。圧縮機出口には流量測定のためフローセル流量計を用いて、圧縮機側において全体の熱効率計測を行った。

#### 3. 実験方法

実験条件を表 1 に示す。冷却機構がないので長時間作動が難しいため作動時間 8 sec として、作動周波数を 16~40 Hz/tube で変化させた。PDE の 1 サイクルの内訳は、水素・空気の噴射、点火、デフラグレーション・デトネーション遷移(DDT)、自然排気、空気による強制掃気からなる。噴射当量比、燃料充填率、パージ率の算出については電磁バルブ上流に数サイクル分の気体を貯めておけるストレージタンクを設置しており、その平均噴射圧力より算出した。2 気筒運転での位相差は 1 サイクルを 2 等分して周波数を 2 倍にしている。燃焼作動を行う前の数秒間に、空気供給圧力の調節を行い、燃焼作動後の既燃気体掃気のために数秒間パージ空気の噴射が行われタービンの回転が生じ、タービン入り口圧力が上昇する。

性能比較のため、2 気筒 PDE(Type-A)、管 B ノズルあり(Type-B)、単気筒 PDE ノズルなし(Type-C)の場合で作動させた場合について行った。

Table.1 Experimental conditions

Operation frequency [Hz/tube]	16, 20, 30, 40
Operation time [sec]	8
Equivalence ratio	1.00~2.00
Fuel fill fraction	0.6~1.0



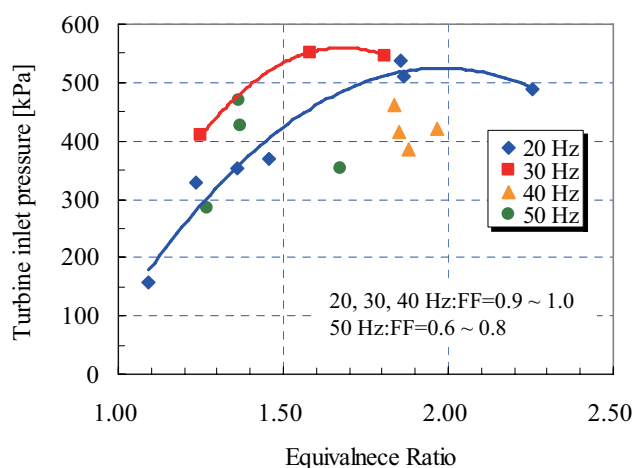


Fig.2 Effect of equivalence ratio on turbine inlet pressure  
(Single-tube PDE without nozzle)

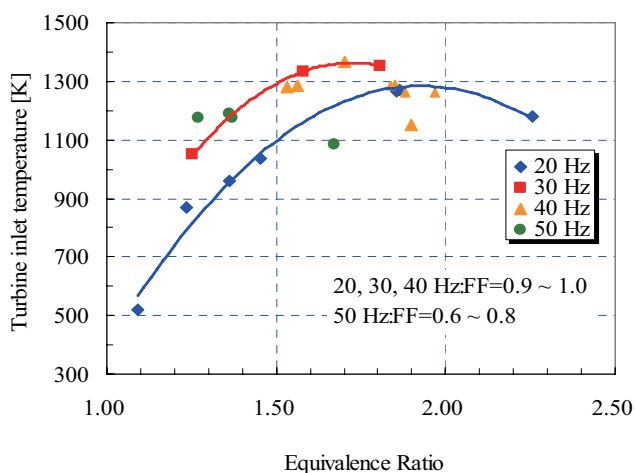


Fig.3 Effect of equivalence ratio on turbine inlet temperature  
(Single-tube PDE without nozzle)

#### 4. 実験結果および考察

##### 4-1 単気筒作動実験

排気ノズルなしの単気筒 PDE(Type-C)を作動させた場合について、当量比を変化させ、作動周波数を 20~50 Hz、作動時間 8 秒で行ったときタービン入り口圧力、温度の関係について図 2、図 3 に示す。それはタービン性能の評価に重要な値である。タービン入り口圧力と温度は当量比、作動周波数増加に伴い増加している事が分かる。しかしながら、周波数を増加させて 40 Hz 以上にした場合は、それより低い周波数の様に増加しなかった。周波数増加により 1 サイクルあたりの時間が短くなり安定した作動が難しくなったためと考えられる。50 Hz 作動の場合にも充填率が低いこともあり 40 Hz と同じく増加しづらくなる。単気筒の場合、充填率増加のためには噴射圧力を上げなければならず装置上の問題がある。そのため、単気筒での高周波作動には限界があると考えられる。この結果として当量比 1.5~2.0 と燃料過剰の条件の時が最も高い状態になった。この理由として、管後方においては燃料希薄になりやすく均一な当量比分布になりづらいため噴射当量比を高くする必要があると考えられる。2 気筒作動を行う場合にもこの当量比条件に設定する。熱効率向上のためには高周波作動

が不可欠であり、単気筒 PDE での最大熱効率は周波数 50 Hz で約 3.1 %であった。

##### 4-2 2 気筒(Type-A)作動実験

作動周波数 20 Hz/tube、作動時間 8 秒の場合のタービン入り口、圧縮機出口状態についての圧力と温度履歴をそれぞれ図 4、5 に示す。タービン入り口状態では静圧(TIP)と全温(TIT)を計測しており、タービン同軸の圧縮機出口においても全圧(COP)と全温(COT)を計測している。当量比(ER)は 1.83、燃料充填率(FF)は 0.82、パージ率(PF)は 0.24 である。図 4 では連続的なデトネーション排気によりタービン入り口圧力が上昇しており、2 気筒においても安定した作動が行われていることが分かる。全温については燃焼開始とともに急上昇して 8 秒後の作動終了まで増加し続けている。

図 5 に圧縮機出口直後の状態についての履歴を示す。タービンと同様、PDTE の作動と同時に圧力、温度が増加していることが分かる。この場合も温度は増加しつづけているため作動時間 8 秒では定常状態には至らず、熱的に平衡ではないが作動終了直前の温度値と圧縮機出口圧力最大値で、圧縮機仕事と熱効率の評価を行った。

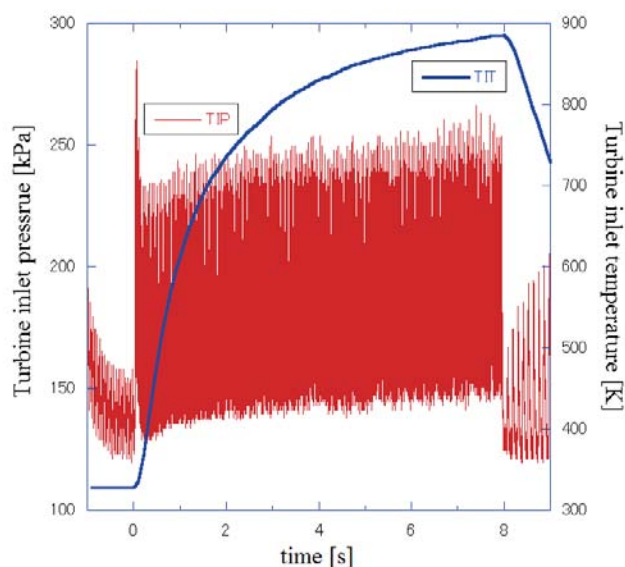


Fig.4 Turbine inlet pressure and temperature  
f=20Hz/tube, ER=1.83, FF=0.82, PF=0.24

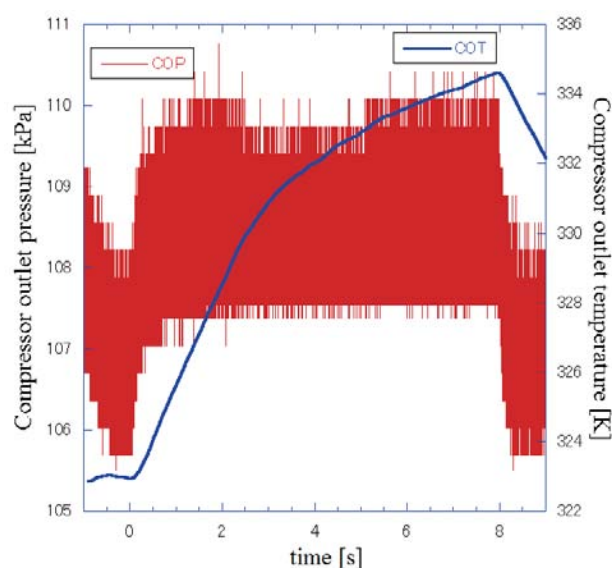


Fig.5 Compressor outlet pressure and temperature

単気筒 PDE(Type- C)と比較した場合、図 2, 3 から 40 Hz 作動、当量比 1.8 においてタービン入り口圧力 500 kPa、温度 1300 K となっており 2 気筒の方が減少している。Type-A では排気ノズル体積が PDE 管約 1.4 本分と大きい為にタービン入り口までにデトネーション波が減衰してしまったと考えられる。タービン入り口圧力、温度共にタービン出力、熱効率に与える影響は大きく排気ノズル内での減衰のため熱効率は減少すると予想され、体積の小さい排気ノズルが必要であると考えられる。

圧縮機の行った仕事は圧縮機前後のエンタルピ差から求める。以下の式により

$$W_C = \dot{m} C_p (T_C - T_0)$$

ここで  $\dot{m}$  を圧縮機出口側の質量流量、定圧比熱  $C_p$ 、圧縮機出口温度  $T_C$ 、室温  $T_0$  とする。熱効率は圧縮機仕事と供給した単位時間あたりの熱量の比で算出する。供給熱量は噴射当量比で求めた水素燃料基準で求めた。表 2 に圧縮機仕事と熱効率の形状比較を示す。化学平衡計算による初期圧縮なし大気圧状態での理論熱効率 35% と比較して非常に低い値となった。この理由としてタービンへ流入するデトネーション波の間欠的な流動が、定常流を想定されたタービンに対して適していないためタービン効率の低下や、タービン回転数が大幅に変化するためと思われる。Type-C の場合、排気ノズルがないためデトネーションが減衰しづらく 2 気筒に比較して損失が少ないので圧縮機仕事が約 2 倍になったと考えられる。

Table.2 Compressor work and thermal efficiency

	Compressor work [kW]	Thermal efficiency [%]
Type-A	0.9	0.583
Type-C	2	1.1

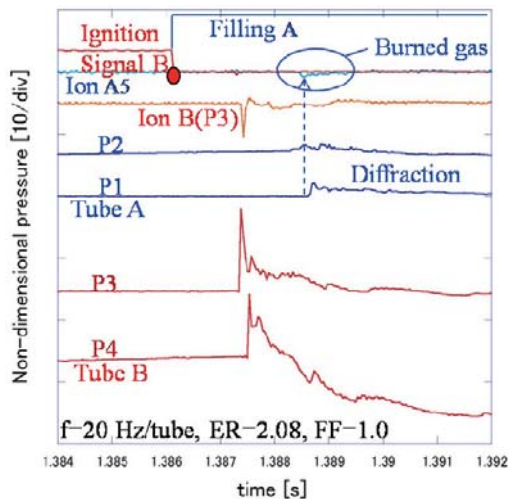


Fig. 6 Pressure histories of tube B in the combustion stage

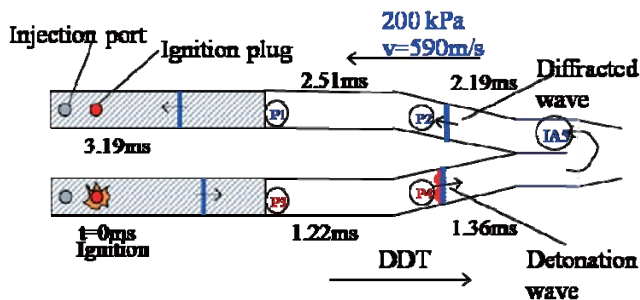


Fig.7 Schematic of pressure transducers response histories after tube B ignition

#### 4-3 気筒間の排気干渉

2 気筒作動において排気干渉を計測するため作動周波数 20 Hz/tube での圧力波形を図 6 に示す。また管 B で点火から DDT そして管 A 内へ衝撃波が回折する状態について、管 B で点火後の圧力変換器 P1~P4 での波面到達時刻を図 7 に示す。2 気筒で作動させた場合、管 B で点火すると同時に管 A で水素・空気を噴射開始する。管 B で点火した後、管 B の P3 に対向設置している Ion B の反応から DDT を経て点火後 1.36 ms で P4 にデトネーション波となって到達し、排気ノズル内へ伝ばする。その後、燃料充填中である管 A 内へ回折衝撃波となり P2, P1 の順に伝ばし、管 A の点火プラグには 3.19 ms 後に到達すると予想される。回折衝撃波背後の圧力、速度はそれぞれおよそ 200 kPa、590 m/s である。管 A 内へ伝ばした回折衝撃波は燃料充填を阻害すると予想される。また、自着火防止のため管 B で点火する前にパージ空気が噴射されており既燃気体と未燃気体とを空気により分離しており、回折衝撃波により管内部において流れが乱されるため、単気筒作動と比較して次の燃焼過程に影響が起これと考えられる。

回折衝撃波が管 A に流入したと同時に管 A 出口に設置しているイオンプローブ IA5 による反応が、デトネーションの場合に比べて低いものの確認された。これにより、回折衝撃波のみならず高温の既燃気体も流入することが分かる。

図 8 に 20 Hz/tube でのタービン入り口圧力について示す。作動開始後約 1.6 秒までは圧力ピーク数が 40 Hz となっているが、それ以降ピークが不規則になり完全な周波数 2 倍になっていない。また管 A でのピークが見られない次の管 B でのサイクルでは圧力が大きくなっている。このとき全圧力ピーク数の全点火回数に対する割合をサイクル比としたとき約 60 %であった。

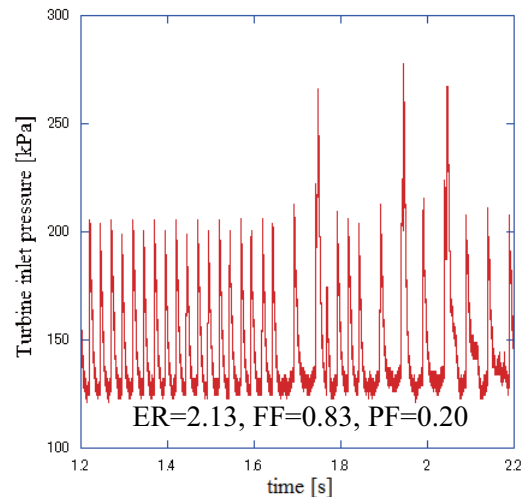


Fig.8 Turbine inlet pressure, f=20 Hz/tube

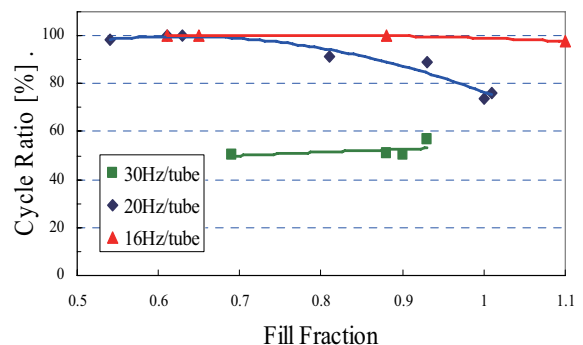


Fig. 9 Effect of fill fraction on cycle ratio

図 9 に作動周波数 16~30 Hz/tube のときの燃料充填率に対するサイクル比について示す。16 Hz/tube の場合、100 % であり充填率に関係なく作動周波数が 2 倍になっている。20 Hz/tube の場合  $FF=0.7$  では 2 倍になっているが  $FF=1$  だと約 70 % である。30 Hz/tube だとほとんど 50 % であり周波数が増加しなかった。これらの理由としては充填率の増加に伴いデトネーション波が管出口にまで減衰せずその分回折衝撃波が強まったこと、また比較的サイクル前半では周波数 2 倍になっていたことから既燃気体のパージが上手くいかなかったことが考えられる。周波数増加による影響は自然掃気、パージ時間が短くなったので既燃気体の掃気が不十分になってしまったためと考えられる。

30 Hz/tube 作動の場合の圧力波形について図 10 に、そのときのタービン入り口圧力波形を図 11 に示す。作動開始後 0.3 秒で管 B の燃焼による回折衝撃波が燃料充填中の管 A に入射して 5 ms 後に自着火しているのが管 A に設置しているイオンプローブ反応、圧力変換器により分かる。図 10 はそのときのタービン入り口圧力波形であるが管 A 内で自着火したと同時に圧力ピークが大きくなり次のサイクル以降では管 A での圧力ピークが見られず、その分管 B での燃焼波時間幅が広がっている。パージ率が 0.15 と低いこともあり掃気が不十分であり、また既燃気体と未燃気体の間にパージ空気を挟む事により、それぞれ気体の層のようになる層状効果が低くなったためと思われる。

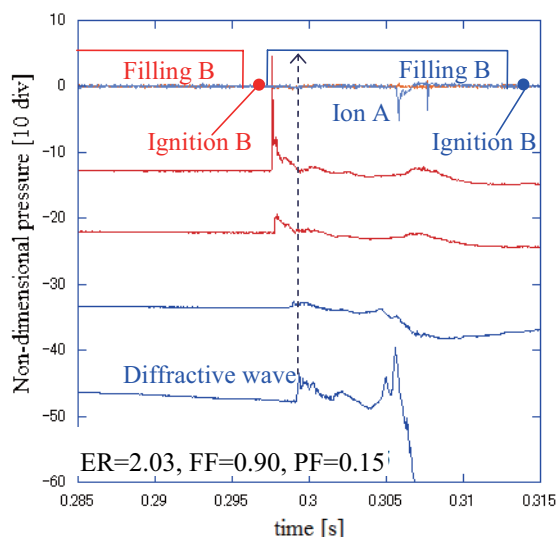


Fig. 10 Pressure histories of tube B in the combustion stage

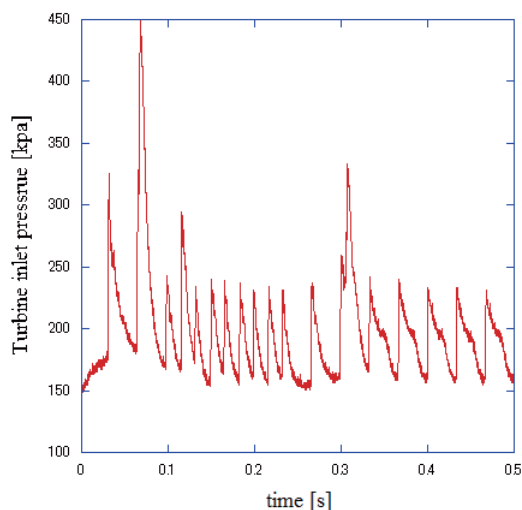


Fig. 11 Turbine inlet pressure,  $f=30$  Hz/tube

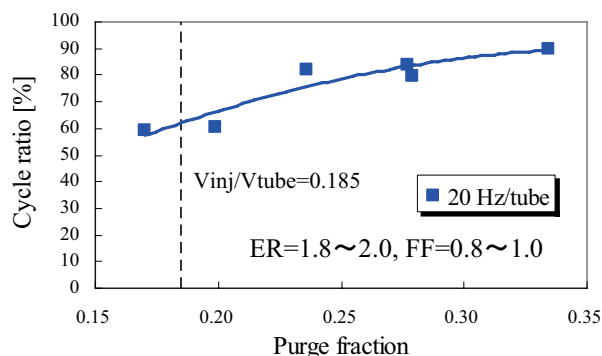


Fig.12 Effect of purge fraction on cycle ratio

図 12 に 20Hz/tube で作動させた場合についてパージ率を増加させたときのサイクル率についての関係を示す。PF=0.2 のときおよそ 60 %であったが PF=0.3 以上でほぼ 90 %以上になった。これにより自着火等の影響が少なくなり 2 気筒ともに正常な燃焼が行われた。1 本の PDE 管につき水素空気 2 箇所ずつ噴射バルブが 27, 197 mm の位置に設置してある。そのためパージ空気は噴射バルブよりも後方にまで噴射する必要があるため、2 本目のバルブ位置である 0.185 よりも多いパージ率で 2 気筒での燃焼が改善されたと考えられる。そのためパージ空気による層状効果が高まり、回折衝撃波による影響も減少したと思われる。しかしながら、さらなる高周波作動のためにはパージ時間は短くする必要がありパージ率の増加にも限界がある。

低いパージ率による層状効果が高めるために Type-A において噴射バルブ位置を 197 mm から点火プラグと同じ距離の 97 mm に変更した。その結果、同じパージ率でサイクル率は作動周波数 30 Hz/tube 以下で完全に 100 %になり周波数 2 倍になった。図 13~15 に作動周波数 20 ~40Hz/tube のとき、作動開始後 5 秒でのタービン入り口圧力波形を 0.1 秒間示す。管 B の点火信号と比較すると周波数は 2 倍になっている。図 14 で 30 Hz/tube 作動においてパージ率 0.12 と低いにも関わらず 2 気筒全体の作動周波数は全サイクルで 60 Hz になった。図 15 の 40 Hz/tube 作動では圧力波形が少し不規則であるもののほぼ全サイクルで 80 Hz 作動となっている。燃焼器排気の平滑化を目的とした作動周波数の増加により圧力波形の規則性が乱れるがこれは噴射圧力の増大によるパージ率上昇により改善されると思われる。

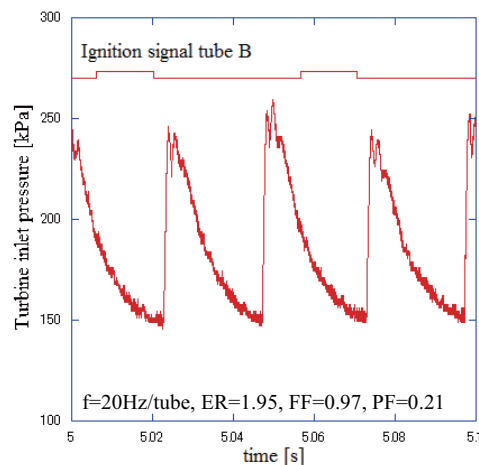
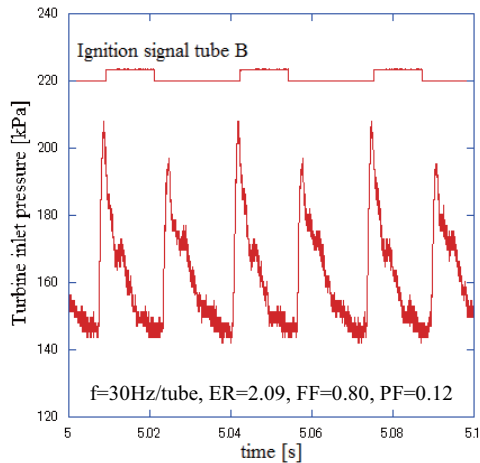
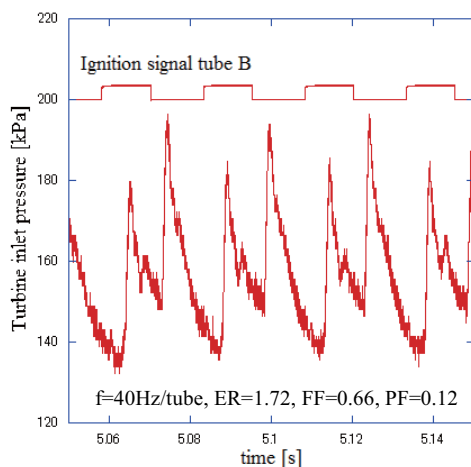


Fig. 13 Turbine inlet pressure,  $f=40$  Hz



Fig. 14 Turbine inlet pressure,  $f=60$  HzFig. 15 Turbine inlet pressure,  $f=80$  Hz

#### 4-4 作動周波数増加による PDE 性能への影響

タービン出力の評価のために自動車用ターボチャージャによるタービン同軸の圧縮機仕事が増加しているとして性能評価を行なっているが、デトネーション排気の間欠性が PDE のタービン効率を低下させ熱効率低下につながっている。

図 16 にタービン入り口温度と圧縮機仕事の関係について作動周波数を単気筒(Type-B)で 20, 30 Hz, 2 気筒(Type-A)で 40, 60 Hz とした場合を示す。それぞれの作動周波数においてタービン入り口温度の上昇により圧縮機仕事も増加している。また、作動周波数を増加させることで圧縮機仕事が増加している。タービン入り口温度の上昇のためには燃料充填率、当量比を増加させる必要がある。タービン入り口温度の増加によりタービン出力が増加され、タービン入り口の流れ状態は設計点へと近づくと考えられる。温度増加はガスタービンエンジンの熱効率上昇に不可欠であるが、現在の実験装置には冷却装置がないため温度の制限を必要がある。また、単気筒で排気ノズルなし(Type-C)と比較すると 400 K ほど低い。また、同じ周波数で比べると圧縮機仕事はおおよそ半分になっている。排気ノズルによるデトネーション波の膨張による減衰により圧力、温度が低下してしまう。そのため、排気ノズル体積を小さくして減衰を少なくさせ、圧縮機仕事を高める必要がある。

図 17 に同じ条件でタービン入り口温度と熱効率の関係について示す。熱効率については噴射当量比での水素燃料基準で求めている。図 16 の圧縮機仕事と同じ傾向が見られた。20~40 Hz までは熱効率の値がほぼ同じである。これは圧縮機仕事増加と供給熱量増加の比が同じであると思われる。

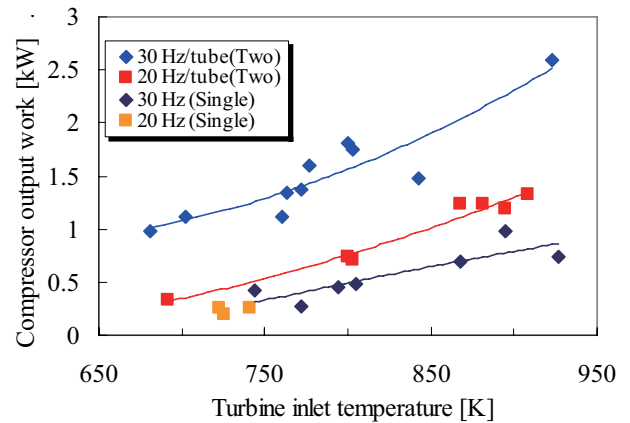


Fig. 16 The effect of turbine inlet temperature on compressor output work

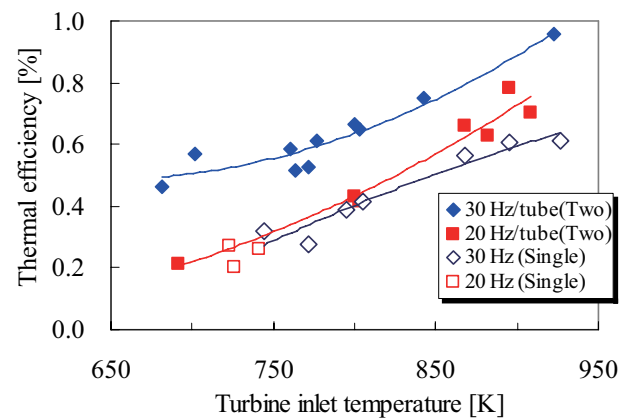


Fig. 17 The effect of turbine inlet temperature on thermal efficiency

60 Hz 作動の場合では圧縮機仕事増加の方が上回ることによって熱効率が上昇した。作動周波数を増加させることでタービン効率増加につながり、その結果として熱効率の上昇が可能となった。しかしながら、理論熱効率よりはるかに小さい。燃料空気の短時間による充填により、さらなる作動周波数増加を行い排気の平滑化が必要である。

#### 5. 結論

2 気筒 PDTE を製作し排気ノズル出口にターボチャージャを設置して 2 気筒作動を行った結果、以下の知見を得た。

1. 燃料充填過程の管へ他管からのデトネーションによる衝撃波が回折し、単気筒と比べ点火前の管状態が乱れ燃焼に影響が起きる。その結果、タービン入り口圧力波が周波数 2 倍になりづらくなる。しかし、パーゼ率の増加や、パーゼ空気の層状効果を高めることにより周波数 2 倍になる。
2. 排気平滑化を目的として作動周波数の増加を行った結果、タービン入り口温度の増加や周波数増加によるタービン出力増加により熱効率の上昇が可能となった。

#### 参考文献

- 1) 南雲, 桜井, 小原, 大八木, 村山, パルスデトネーションタービンエンジンの部分充填効果, 第37回流体力学講演会講演集, pp325-328, 2005.
- 2) 濱添, 日野, 室, 竹本, 八房, 遠藤, 滝, 金光, 多気筒パルスデトネーションエンジンにおける運転周波数の向上, 第38回流体力学講演会講演集, pp233-236, 2006.

# 圧縮性オイラー及びナビエ・ストークス方程式を解くための気泡関数要素を用いた有限要素法

中島修治\*, 川原睦人\*\*

\* 中央大学大学院 理工学研究科 土木工学専攻

\*\* 中央大学 理工学部 土木工学科

## The Finite Element Formulation Based on Bubble Function element for Solving the Compressible Euler and Navier-Stokes Equations

by

Shuji Nakajima and Mutsuto Kawahara

### Abstract

The purpose of this paper is to apply a stabilized finite element method using a new bubble element to the unsteady fluid flow expressed by the compressible Navier-Stokes equations to save efficient computational memory for computers. The formulation is based on the mixed interpolation for a transient term. The main idea of the present paper is the mixed interpolation of the transient term with bubble function as the weighting function and with linear function as the interpolation function. The stabilizing effect of the bubble function is effectively used. Temporal discretization is based on the theta method. The formulation leads to the stabilizing effect and efficiency to the unsteady fluid flow problems and is verified by the numerical studies, in which, a shock tube problem, Carter's flat plate problem and compression corner problem are carried out. The present method is shown to be useful for the computation of the compressible viscous flow.

### 1. 序論

近年、数値解析の分野は大規模な計算が主流となり、三次元解析及び制御問題が解かれるようになった。このための計算手法は安定かつ効率的な手法が求められる。本研究では、有限要素法に基づいて数値解析を実施する。有限要素法の利点は、有限差分法又は体積法と比較して、任意の複雑形状を有する解析領域を正確に分割して解析が可能であること、構造解析への適用が容易であるため流体構造連成解析等にも有効であること、さらに、有限要素法は境界条件の処理が容易であり、最適制御問題のような複雑な境界条件を有する解析領域を逆解析する場合にも適すること等が挙げられる<sup>1,2,7)</sup>。また、有限要素解析において、安定な解析手法が開発されてきた<sup>3,4,10)</sup>。気泡関数要素はその一つであり、重心点を考慮することにより、数値的安定性を確保する手法である。気泡関数の研究においては、安定化有限要素法の安定化効果に等価となるものが開発された<sup>5-7)</sup>。気泡関数要素は安定化効果を補間関数で確保するため、離散化後の有限要素方程式が安定項を付加するSUPG法<sup>3,4)</sup>等と比べ、簡易な式となる。また、これにより、最適制御問題の場合において、基礎方程式の有限要素方程式を拘束条件とした随伴方程式の導出が容易となる<sup>8)</sup>。しかしながら、気泡関数要素は要素毎に重心点の節点を記憶する必要があり、3次元計算及び制御問題において、計算機記憶容量の負担となる。

本研究で用いる気泡関数要素は、重心点の節点量の記憶を不要とし、安定かつ効率的な手法であり、これを圧縮性Navier-Stokes方程式に適用する。本研究の計算手法は、有限要素法により圧縮性Navier-Stokes方程式を離散化する。空間方向の離散化には気泡関数要素を適用し、時間方向の離散化には $\theta$ 法を適用する。気泡関数には、安定化気泡関数を用いる。この際に、時間項に対し一次要素を用い、その他の項及び重み関数に気泡関数要素を用いた混合補間を適用する。本来、混合補間は圧力に対して用いることにより、非圧縮Navier-Stokes方程式を安定に解くことができる<sup>9)</sup>。しかし、今回、圧縮性Navier-Stokes方程式に用いることにより、安定化有限要素法と等価の安定化作用を確保し、かつ、要素毎の未知量の記憶を不要とした。この計算手法は、制御問題等の大規模

計算を効率的かつ安定に計算することが可能となる。

本研究の数値解析例には、圧縮性Euler方程式によるSodの衝撃波管問題<sup>11)</sup>を実施する。これにより安定性を検証した後、圧縮性Navier-Stokes方程式によるCarterの平板上の超音速流れ及び圧縮コーナーにおける流れ解析<sup>12)</sup>を実施する。これにより、圧縮性粘性流れにおける本手法の効率性及び安定性を示す。

### 2. 基礎方程式

圧縮性粘性流れの基礎方程式として、保存変数による無次元化した2次元圧縮性Navier-Stokes方程式を用いる。

$$\begin{aligned} \dot{U} + F_{i,i}^a - F_{i,i}^d &= 0 \\ U^T &= (\rho, \quad \rho u_1, \quad \rho u_2, \quad \rho e) \\ &\equiv (\rho, \quad m_1, \quad m_2, \quad \rho e) \end{aligned} \quad (1)$$

$$F_i^a = \begin{bmatrix} \rho u_i \\ u_i \rho u_1 + \delta_{1i} p \\ u_i \rho u_2 + \delta_{2i} p \\ u_i (\rho e + p) \end{bmatrix}, \quad F_i^d = \frac{1}{Re} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{1i} \\ \tau_{2i} \\ \tau_{ij} u_j + \frac{\gamma \mu}{Pr} \varepsilon_{,i} \end{bmatrix}$$

ここで、

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= \mu(u_{i,j} + u_{j,i}) + \lambda u_{k,k} \delta_{ij} \\ \lambda &= -\frac{2}{3}\mu, \quad p = (\gamma - 1)\rho e \\ e &= \varepsilon + \frac{u_i u_i}{2}, \quad \varepsilon = c_v \theta \end{aligned}$$

粘性係数と温度の関係式には、Sutherlandの公式を用いる。

$$\mu = \theta^{\frac{3}{2}} \frac{\theta_{\infty} + C}{\theta_{\infty} \theta + C}, \quad C = 110 \quad (2)$$

また、基礎方程式は次のように書き換えられる。

$$\dot{U} + A_i U_{,i} - (K_{ij} U_{,j})_{,i} = C \quad (3)$$



$$A_i = \frac{\partial F_i^a}{\partial U}, K_{ij} U_{,j} = F_i^d$$

### 3. 離散化手法

時間方向の離散化に、陰的解法として $\Theta$ 法を適用する.

$$\frac{1}{\Delta t}(U^{n+1} - U^n) + A_i(U^*)U_{,i}^{n+\Theta} - \{K_{ij}(U^*)U_{,j}^{n+\Theta}\}_{,i} = 0 \quad (4)$$

ここで,

$$U^* = \frac{1}{2}(3U^n + U^{n-1})$$

$$U^{n+\Theta} = \Theta U^{n+1} + (1 - \Theta)U^n$$

$\Delta t$ は時間増分量であり,  $n$ は $n$ 回目の時間ステップを表す. Adams-bashforth公式による線形近似として $U^*$ は得られる.

空間方向の離散化には, 通常Galerkin法を適用する. 補間関数として安定化気泡関数を用い, 時間項に対し混合補間を適用する. すなわち, 適用される補間関数は, 時間項に一次要素(図-1(a))を, その他の項及び重み関数に気泡関数要素(図-1(b))を用いる.

$$\tilde{U}_e^h = \Psi_1 \tilde{U}_{e1} + \Psi_2 \tilde{U}_{e2} + \Psi_3 \tilde{U}_{e3}$$

$$\Psi_1 = L_1, \Psi_2 = L_2, \Psi_3 = L_3 \quad (5)$$

$$U_e^h = \Phi_1 \bar{U}_{e1} + \Phi_2 \bar{U}_{e2} + \Phi_3 \bar{U}_{e3} + \Phi_4 \bar{U}_{e4}$$

$$\bar{U}_{e4} = \bar{U}_{e4} - \frac{1}{3}(\bar{U}_{e1} + \bar{U}_{e2} + \bar{U}_{e3})$$

$$\Phi_1 = L_1, \Phi_2 = L_2, \Phi_3 = L_3, \Phi_4 = \phi_e$$

$$\phi_e = 27L_1L_2L_3 \quad (6)$$

ここで,  $\Phi_1$ - $\Phi_3$ 及び $\Psi_1$ - $\Psi_3$ は要素毎の形状関数であり,  $L_1$ - $L_3$ は線形関数の面積座標である. また,  $U_{e1}$ - $U_{e3}$ は線形要素の節点値であり,  $U_{e4}$ は要素毎の重心点で定義される値である.  $U_e$ の飾りの $-$ は節点値を示し,  $U_{e4}$ の飾りの $\sim$ は各節点値の平均と重心点の節点値との差であり, 実際に計算の補間関数で使用される.  $\phi_e$ は, 要素毎に定義される気泡関数である.

気泡関数の安定化パラメータを $\tau_e$ と定義することにより, 安定化有限要素法<sup>10)</sup>と等価の安定化作用を得ることができ, さらに, 混合補間により, 各要素における気泡関数要素の節点値に対する保存が不要となる効率的な解析が可能となる.

$$\tau_e = [\int_{\Omega_e} (K_{kj} + \tilde{K}_{kj}) \phi_{e,k} \phi_{e,j} d\Omega]^{-1} \frac{(\int_{\Omega_e} \phi_e d\Omega)^2}{A_e} \quad (7)$$

$$\tau_e = \tau_s, \quad \tau_s = \left\{ \left( \frac{2}{\Delta t} \right)^2 + \left( \frac{2\|u\|}{h_e} \right)^2 + \left( \frac{4\nu}{h_e^2} \right)^2 \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (8)$$

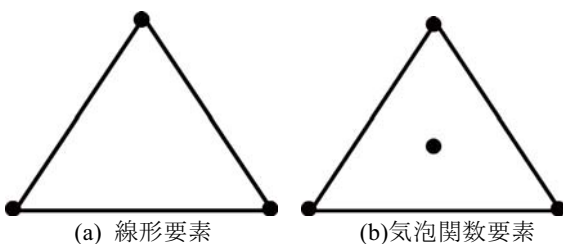


図-1 補間要素

また, 本手法の安定化効果は安定化有限要素法と同様に, 高マッハ数では十分ではないため, 衝撃波捕捉項を用いて安定化作用を補う<sup>4)</sup>.

### 4. 数値解析例

#### (1) Sodの衝撃波管問題

非定常圧縮性流れ問題として, 圧縮性Euler方程式を用いたSodの衝撃波管問題<sup>11)</sup>を解く. 初期条件は以下のとおりである.

$$(\rho, u, p) = \begin{cases} (1.0, 0.0, 1.0) & x < 0.5 \\ (0.125, 0.0, 0.1) & x > 0.5 \end{cases} \quad (9)$$

各パラメータの設定は,  $\Theta=0.9$ ,  $\gamma=1.4$ , メッシュ幅 $\Delta x=0.005$ , 時間分割幅 $\Delta t=0.001$ を用いる.

解析後の密度分布を図-2に示す. さらに図-2では, 本手法の混合補間を用いた場合とそうでない場合の密度及び圧力分布の比較を示す. どちらも解析解と一致しており, 安定な手法であるといえる.

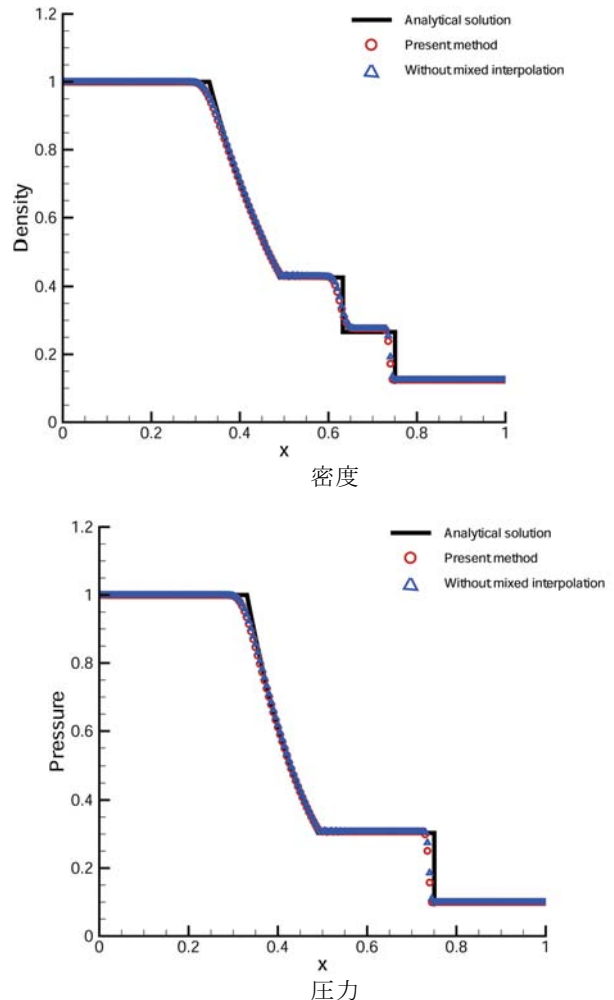


図-2 Sodの衝撃波管問題における密度及び圧力分布

#### (2) 平板上の超音速流れ

圧縮性粘性流れの一様流中に置かれた平板上の超音速流れ問題を解く. これは, Carterの平板問題<sup>12)</sup>として知られており, 衝撃波及び境界層が存在する流れである. 解析条件はマッハ数 $M=3$ ,  $Re=1000$ ,  $Pr=0.72$ ,  $\gamma=1.4$ , 基準温度 $\theta_\infty=216.7$  [°K] (390 [°R]) とする. 平板の壁面温度は,

$$\theta_{wall} = \theta_{inflow} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{inflow}^2 \right) \quad (10)$$

により表し、解析領域及び境界条件は、図-3に示す。解析領域は $x$ 方向が $-0.15 \leq x \leq 1.5$ 、 $y$ 方向が $0.0 \leq y \leq 0.9$ であり、平板は $x=0.0$ に先端がある。有限要素分割は節点数6771と要素数13200の均等メッシュを使用した(図-4)。計算条件の各パラメータの設定は、 $\theta=0.9$ 、時間分割幅 $\Delta t=0.015$ を用いる。圧力、密度、温度、マッハ数の等高線図を図-5に示す。平板上に衝撃波及び境界層の発生を確認できた。また、数値振動は発生せず、安定に解析できた。計算に必要な未知節点数を表-1に示す。 $x=1.0$ における圧力、密度、温度、垂直速度成分の各値をCarter及びCodinaらの結果<sup>13)</sup>と比較した図を図-6に示す。Carterの結果では、圧力振動が発生し正確な圧力分布図を示せなかったが、本手法では、Codinaらの結果同様に安定な解を示すことができた。

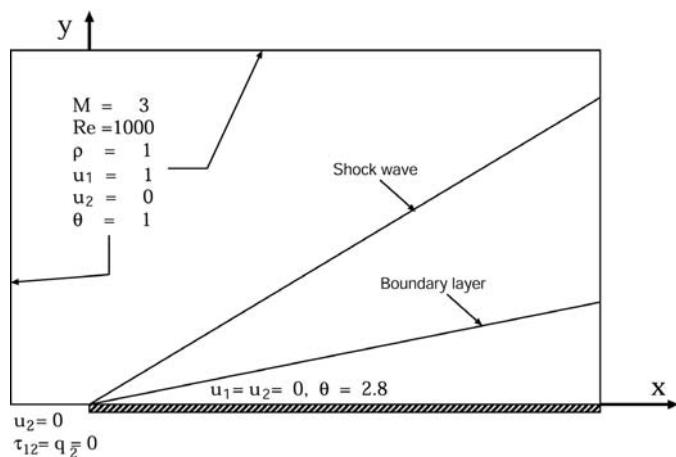


図-3 平板上流れにおける解析領域及び境界条件

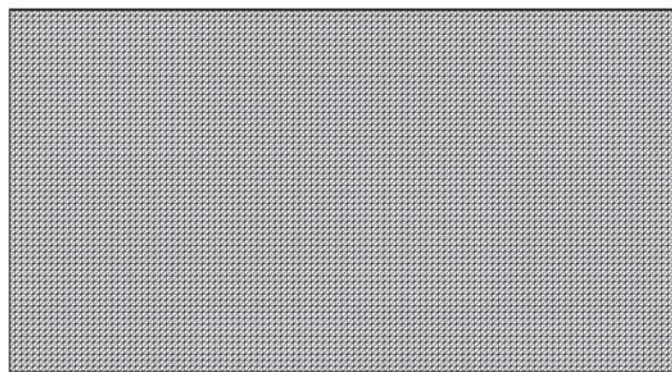
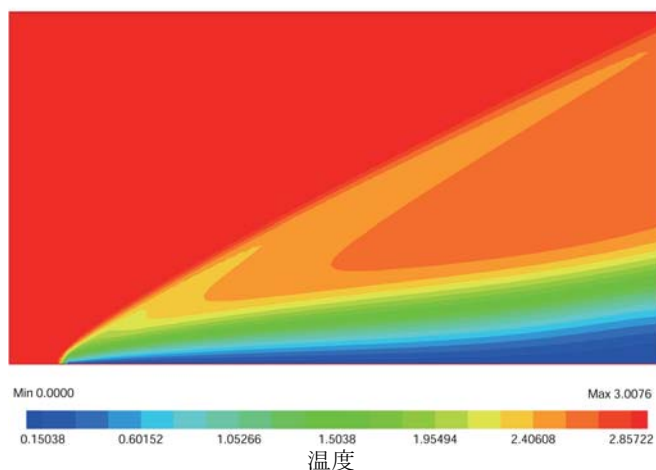
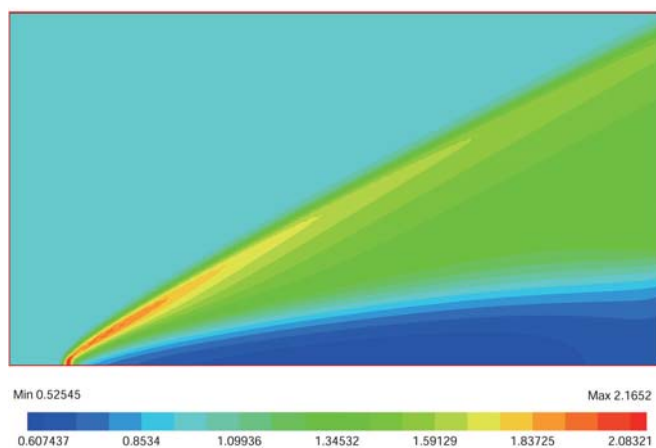
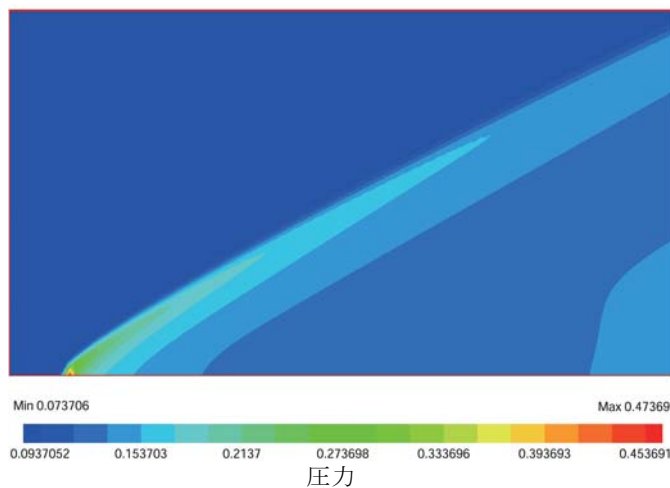


図-4 有限要素分割

表-1 各手法における未知数

	未知数
本手法	6771
混合補間なし	19971



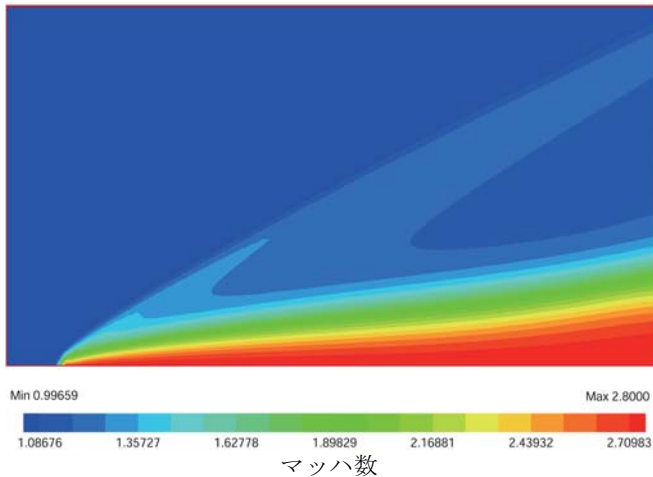
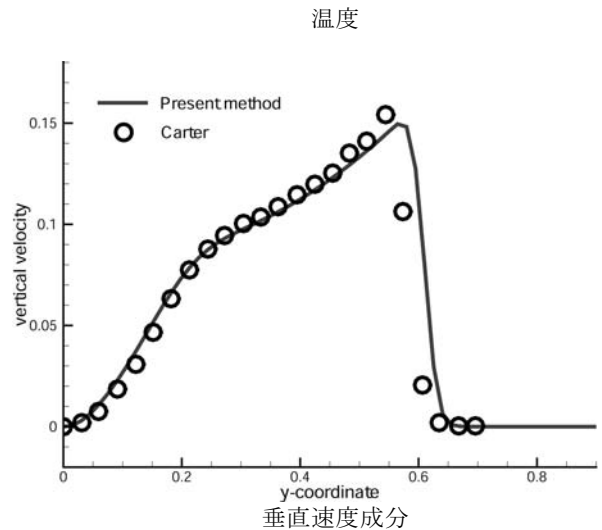
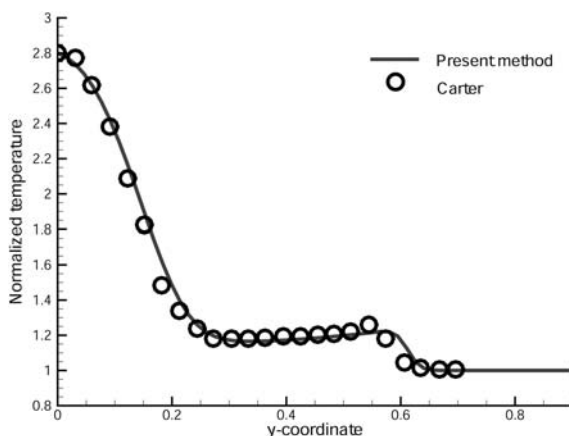
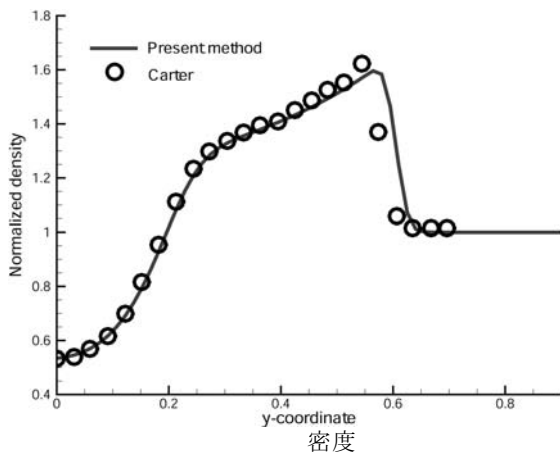
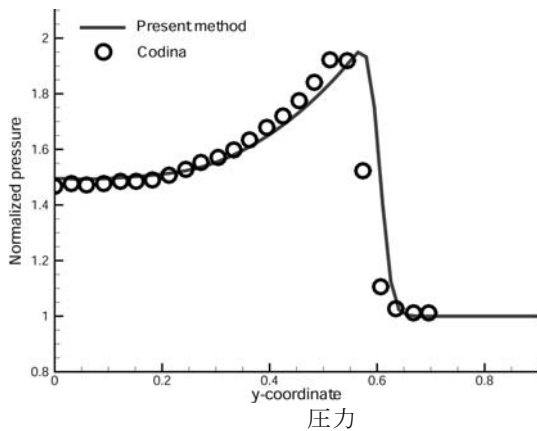


図-5 圧力, 密度, 温度, マッハ数の等高線図

図-6  $x=1$ における圧力, 密度, 温度, 垂直速度成分

### (3) 圧縮コーナー流れ

平板のある位置において角度を $10^\circ$ 傾けた境界における粘性圧縮流れ問題を解く. 解析領域及び境界条件は図-7に示す. 解析条件は $M=3$ ,  $Re=16800$ ,  $Pr=0.72$ ,  $\gamma=1.4$ , 基準温度 $\theta_\infty=216.7 [^\circ K]$  ( $390 [^\circ R]$ )とする. 壁面温度は平板上の流れ問題と同様に設定し, 解析領域及び境界条件は図-7とする.  $x$ 方向が $-0.2 \leq x \leq 2.0$ ,  $y$ 方向が $0.0 \leq y \leq 0.575$ であり, 壁面の先端は $x=0.0$ にある. 有限要素分割は, メッシュ幅 $\Delta y = 1.0 \times 10^{-4}$ , 節点数5162と要素数10032のメッシュを使用した(図-8). 計算条件の各パラメータの設定は,  $\theta=0.9$ , 時間分割幅 $\Delta t=0.01$ を用いる. 圧力, 密度, 温度, マッハ数の等高線図を図-9に示す. 圧力係数及び摩擦係数をCarter及びShakibらの結果<sup>14)</sup>と比較した図を図-10及び図-11に示す. また, 圧縮コーナーにおいて発生した循環流に関して, 剥離点及び再付着点の位置を表-2に示す<sup>15)</sup>. 安定化有限要素法の安定化作用と等価に設定したため, 圧力係数及び摩擦係数の比較図において, Shakibらの結果とよく一致した. 剥離点及び再付着点における若干のずれは, 要素形状の違い及び物体近傍の最小メッシュ幅の違いによるものと考えられる.

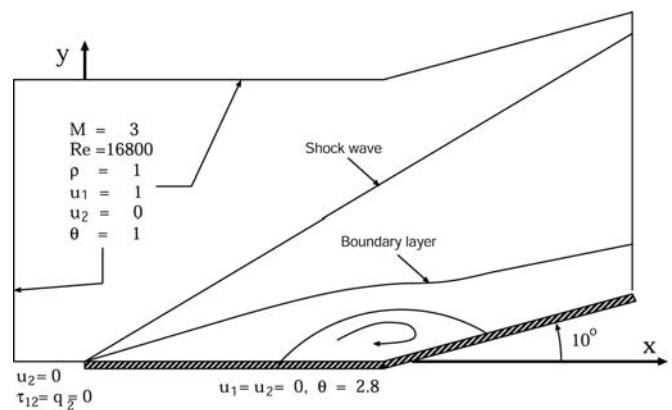


図-7 圧縮コーナーにおける境界条件及び計算条件

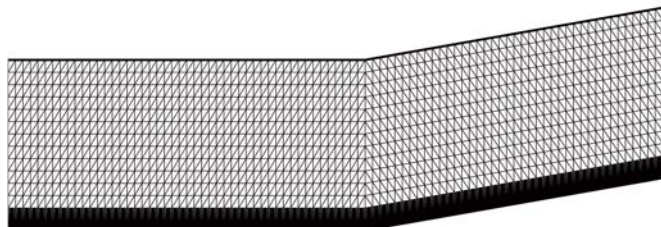


図-8 有限要素分割

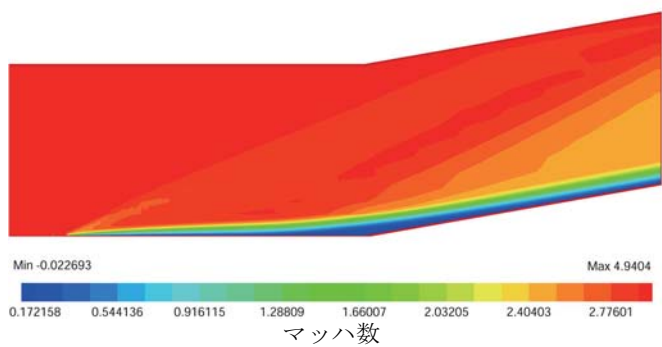
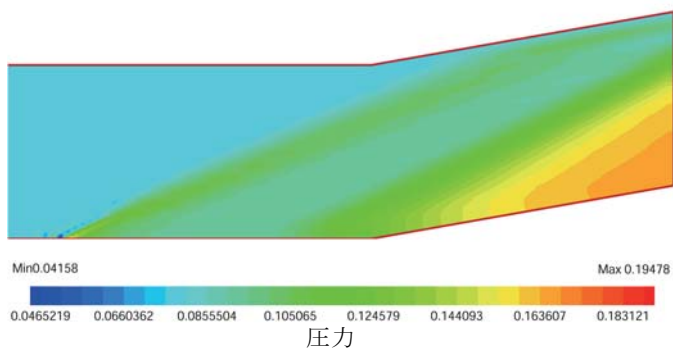
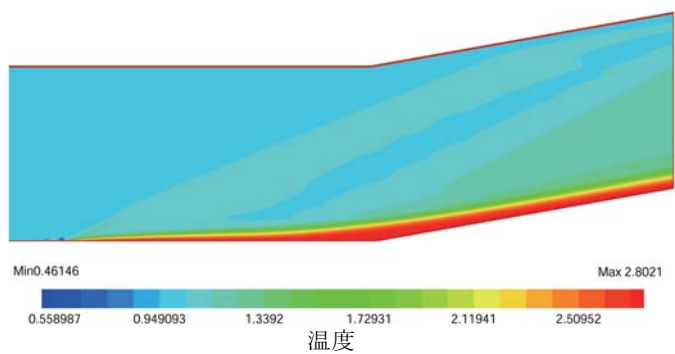


図-9 圧力, 密度, 温度, マッハ数の等高線図

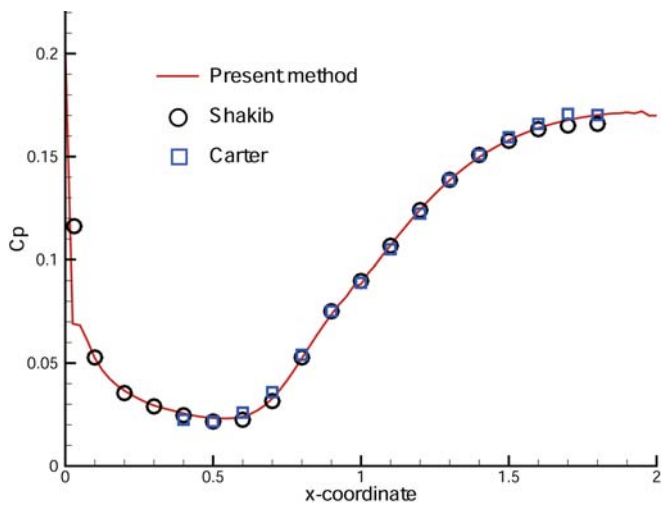
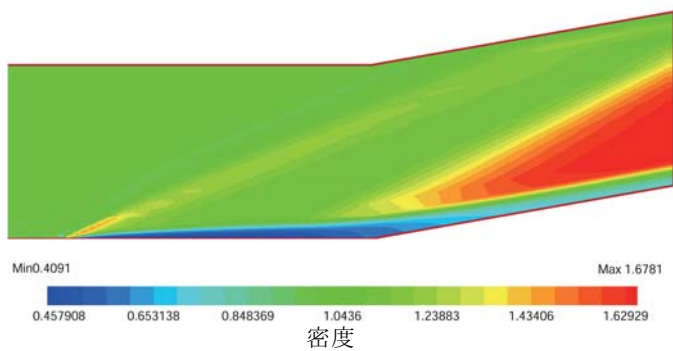


図-10 圧力係数



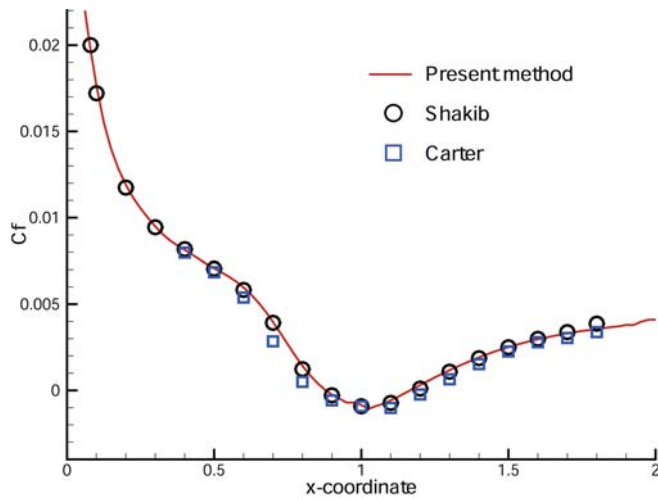


図-11 摩擦係数

表-2 循環流の範囲

	剥離点	再付着点
本手法	0.875	1.175
Shakib	0.88	1.17
Hung and MacCormack	0.89	1.18
Carter	0.84	1.22

## 5. 結論

圧縮性Euler方程式によるSodの衝撃波管問題では、解析解に近い解が得られ、安定化作用は適切に導入されたことが示された。また、時間項に対する混合補間を用いた解と、用いなかった解における違いはほとんどなく、どちらも解析解に近い解となった。また、混合補間を適用した場合には、未知数が減少するため効率的であることが示された。さらに、本手法を圧縮性Navier-Stokes方程式に適用し、圧縮性粘性流れに置かれた平板上の超音速流れ解析及び圧縮コーナー流れ解析を安定に行うことができた。

各数値解析例において、数値的安定性を示したことから、本研究で用いた手法の有効性が示された。また、3次元解析及び制御問題のような大規模計算の解析を行う上でも計算メモリを確保できるため、本手法は効率的である。

## 参考文献

- 1) 野島和也, "3次元最適形状問題のためのメッシュ生成手法に関する研究", 博士論文, 2007.
- 2) 松本純一, 川原睦人, "MINI要素を用いた流体—構造練成問題における安定形状同定", 応用力学論文集, Vol.3, 2000, pp.263-274.

- 3) Brooks A.N. and Hughes T.J.R. "Streamline Upwind/Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations", Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 32,1982, pp.199-259.
- 4) Tezduyar T.E. and Senga M. "Stabilization and shock-capturing parameters in SUPG formulation of compressible flows", Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 195,2006, pp.1621-1632.
- 5) Simo J.C., Armero F. and Taylor C.A. "Stable and time-dissipative finite element methods for the incompressible Navier-Stokes equations in advection dominated flows", Int. J. Numer. Meth. Engrg., 38,1995, pp.1475-1506.
- 6) Yamada T. "A bubble element for the compressible Euler equations", International Journal of Computational Fluid Dynamics, Vol.9, 1998, pp.273-283.
- 7) Matsumoto J. and Kawahara M. "Shape identification for fluid-structure interaction problem using improved bubble element", International Journal of Computational Fluid Dynamics, 15, 2001, pp.33-45.
- 8) Yagi, H. and M. Kawahara, "Shape optimization of a body located in low Reynolds number flow", International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2005, 48, pp.819-833.
- 9) Pierre R.: "Simple  $C^0$  approximations for the computation of incompressible flows", Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 68,1988, pp.205-227.
- 10) Tezduyar T.E. "Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations", Advances in Applied Mechanics, 28,1992, pp.1-44.
- 11) Sod G.A. "A Survey of Several Finite Difference Methods for Systems of Nonlinear Hyperbolic Conservation Laws", Journal of Computational Physics, 27, 1978, pp.1-31.
- 12) Carter J.E.: Numerical solutions of the Navier-Stokes equations for the supersonic laminar flow over a two-dimensional compression corner.", NASA Technical Report, NASA TR-R-385, 1972.
- 13) Codina R, Vazques M, Zienkiewicz O.C. "A general algorithm for compressible and incompressible flows. Part III", International Journal of Computational Fluid Dynamics, Vol.27, pp.13-32, 1998.
- 14) Shakib F., Hughes T.J.R. and Johan Z. "A new finite element formulation for computational fluid dynamics: X. The compressible Euler and Navier-Stokes equations", Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 89,1991, pp.141-219.
- 15) Hung C.M. and MacCormack R.W. "Numerical solutions of supersonic and hypersonic laminar compression corner flows", AIAA J. 14 (4),1976, pp.475-481.



# 表面張力による液系分断機構の解明に関する数値解析

新城淳史、松山新吾、溝渕泰寛、小川哲  
(宇宙航空研究開発機構総合技術研究本部)  
梅村章  
(名古屋大学大学院工学研究科)

## Numerical study on ligament breakup mechanism due to capillary force

by  
J. Shinjo, S. Matsuyama, Y. Mizobuchi, S. Ogawa  
(Institute of Aerospace Technology, Japan Aerospace Exploration Agency)  
A. Umemura  
(Department of Aerospace Engineering, Nagoya University)

### ABSTRACT

This paper presents a numerical study on ligament breakup mechanism due to capillary force. In contrast to the classical Rayleigh analysis, the effect of ligament tip is included to examine the role of capillary waves from the tip. The numerical setup corresponds to a series of microgravity experiments conducted at Nagoya University. Based on Weber's similarity law ( $We \sim O(1)$ ), a low-speed jet of liquid  $SF_6$  is injected into high-pressure (9.1MPa) ambient nitrogen and short-wave breakup that is different from Rayleigh's analysis is observed in the experiment. The present numerical simulation has reproduced the same pinch-off and shown that droplet pinch-off from the tip is a combination of multiple phenomena. One is the short-wave breakup. Capillary waves from the tip propagate upstream, become unstable and lead to droplet formation at the tip. This is a closed and self-sustained cycle. This destabilization process is driven by the dynamics of the tip bulb and capillary waves. The elongation by the gas flow also strengthens the pinch-off. As the liquid column length becomes longer, the other mode of long-wave instability also appears. This mode corresponds to the convective Rayleigh mode. Short capillary waves from the tip reach the nozzle exit and are reflected. They become the source of this convective instability. The present study has shown that the ligament tip plays an important role in droplet breakup.

### 1. はじめに

液体の微粒化はその工学的応用の広さから非常に重要な現象の一つであるが、その物理過程が完全に理解されているとは言い難い。一般に液体噴流を考えたとき、以下の現象が起こっている。噴流コアは気体の乱流によって表面が乱され、その表面から微細な液糸が生成される。この液糸からは分裂によって液滴が生成される。この液滴は更に分裂して小さな液滴になっていく。

ここで我々は液糸から液滴が生成される過程に注目する。一般にレーリー解析はウェーバー数が1よりも小さい領域での液柱の安定性を論じるが、ウェーバー数が1のオーダーになったときに液糸を効果的に分断するメカニズムがあれば、上述の噴流の問題ではその過程が先に起こり液滴が生成される。また、レーリー解析は無限長あるいは半無限長の液柱に初期擾乱を与え、その時間あるいは空間発展を見るが、有限長の液柱への適用は行われておらず、また初期擾乱の起源も明らかではない。

そこで、液糸からの液滴生成のプロセスを探るために、ウェーバーの相似則に基づきスケールアップした近臨界液柱分断の微小重力実験を実施した[1,2]。概念を図1に示す。このとき、ウェーバー数が1のオーダーのときに液柱端面からレーリー波長よりも短い波長での液滴の生成が観察された。我々は、これを1次元線形理論で体系付け、それが端面からの表面張力波の生成・伝播、その表面張力波の不安定化による端面の分断、次にそれをまた繰り返すというメカニズムを提唱した[1-6]。これは、無限液柱に初期擾乱を与えて安定性を議論するレーリー解析とは異なり、端面を持つ有限長の液柱で継続的に起こり、かつ外からの初期擾乱で駆動されていない自励的な分断機構である。

本研究では、理論や実験では取り扱いが難しい3次元流れ場の影響や粘性の影響を議論するために、上記実験に対応した数値計算を行い、端面での表面張力波の役割とその分断機構を明らかにする。流れ条件によっていくつかの特徴的な現象が現れることがこれまでの実験により確かめら

れているが[1,2]、ここでは特に表面張力係数が非常に小さくかつ気流から伸張を受ける条件での解析結果について分断機構を明らかにする。

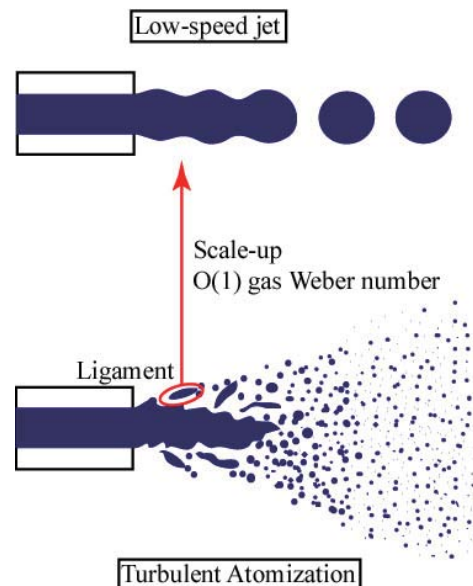


図1 液滴生成の解明のための概念図

### 2. 実験事実

実際の液糸は非常に小さくかつ高速で運動するため観察が難しい。ここでは、表面張力の小さい液体を用いてウェーバーの相似則によりスケールアップして時空分解能を上げ観察を可能にする。液体としては  $SF_6$  を用い、常温高圧の窒素中に噴射することで近臨界状態にして表面張力を小さくした。この条件では、ノズル直径 0.1mm 程度、液体流速が数十 cm/s の噴射で、分断現象を観察することができる。

重力はこの現象にとって邪魔であるので落下塔による微小重力環境で実験を行っている。

図2は、雰囲気気圧 9.1MPa の室素中に液を噴射したときのバックライトによる写真である。この写真は毎秒 1000 コマで撮影されている。このシリーズの実験ではタンクの液自身の圧力で噴射しているため実験開始とともに圧が下がり噴射速度は次第に低下していく。一方、周りの室素は初期に形成された大きな循環流が実験時間中に容器内に残るため、高速の気流中に低速で液を噴射した状況になっており、実際の液糸がさらされる状況に近い。ノズル出口からしばらくは液表面の変形はほとんど認められないが、先端から連続的に液滴を生成していることが分かる。液の分断波長はレーリー解析によるもっとも不安定な波の値（液柱半径の約 9 倍）よりも短く、液柱半径の 3 倍程度である。また、同じ気液速度差を持つ条件で液体の噴射速度の方が速い場合に比べ、はるかに短い距離で分断が起こることが観察されている。

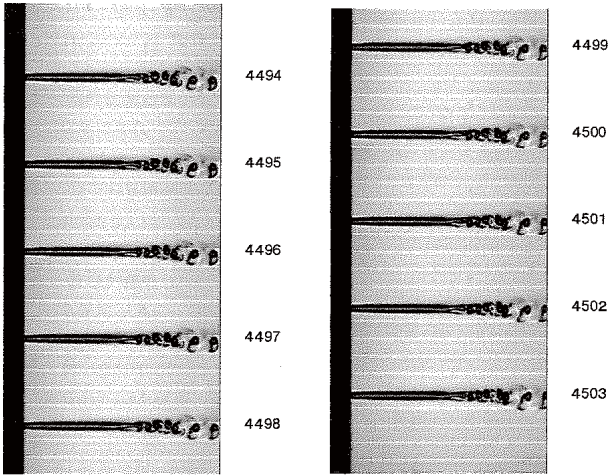


図2 実験による瞬間写真。番号はコマ数を表す。液は左から右へと噴射されている。

### 3. 計算手法

支配方程式は非圧縮の 3 次元ナビエーストックス方程式である。

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \rho &= -\rho \nabla \cdot \mathbf{u} \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} &= -\frac{\nabla p}{\rho} + \mathbf{S}_U + \frac{1}{\rho} \mathbf{F}_{SV} \\ \frac{\partial e}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) e &= -\frac{p}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{u} + \mathbf{S}_E\end{aligned}\quad (1)$$

ここで  $\rho, \mathbf{u}, e$  はそれぞれ密度、速度、内部エネルギーである。エネルギーの式は圧力のポアソン方程式に変換して解いている。 $\mathbf{S}_U$  と  $\mathbf{S}_E$  は粘性項を表し、 $\mathbf{F}_{SV}$  は体積力に変換された表面張力の項である。気液界面の追跡にはレベルセット法と VOF 法を組み合わせ用い[7,8]、流れ場は CIP 法を用いて解いている。レベルセット関数は界面からの符号付き距離関数として定義し、

$$\frac{\partial F}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) F = 0 \quad (2)$$

に従う。これを以下の式で密度関数に変換する。

$$\phi = \begin{cases} 1.0 & F > \alpha \\ \frac{1}{2} \left[ \frac{F}{\alpha} + \frac{1}{\pi} \sin \left( \pi \frac{F}{\alpha} \right) \right] + 0.5 & |F| \leq \alpha \\ 0.0 & F < -\alpha \end{cases} \quad (3)$$

ここで  $\alpha$  は格子幅とした。なお、レベルセット関数の勾配の絶対値が 1 である条件が数値的に崩れてくるのを防ぐために各ステップで再初期化を施している。

表面張力の項は CSF 法[9]を用い、

$$\mathbf{F}_{SV} = \sigma \kappa \frac{\nabla \phi}{(\phi_{\max} - \phi_{\min})} \quad (4)$$

とした。ここで  $\sigma$  は表面張力係数、 $\kappa$  は曲率である。詳細は、文献[10]を参照されたい。解析領域は長さ  $50a$ 、幅  $10a$ 、高さ  $10a$  の直方体領域とした。格子点数は、約 500 万点である。

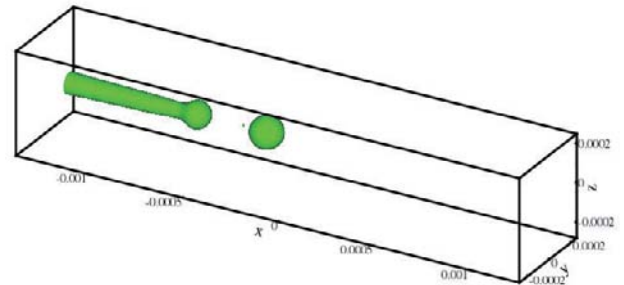
計算条件は、表1に示すとおりである。ノズル出口からの液の速度は固定した。その他の境界は自由流出境界とした。また系に初期擾乱は与えていない。

表1 計算条件

ノズル直径 $D=2a$	初期液柱長さ	液体速度	気体速度	周囲圧力
0.1 mm	$4.7a$	0.02 m/s	0.1 m/s	9.1 MPa
液体密度	液体温度	気体温度	表面張力係数	液体粘性係数
1394 kg/m <sup>3</sup>	300K	308K	0.02e-3 N/m	9.06e-5 Pa·s

### 4. 結果

図3に、本計算で得られた液柱形状の例を示す。ここでの時刻は、実際の時刻を表面張力波の特性速度  $U = \sqrt{\sigma/\rho a}$  [4,10]と液柱半径  $a$  を用いて無次元化してある。初期に短い状態であった液柱は、気流により伸張を受けて長さが増える。同時に、先端では継続的に分断し液滴を生成していることが分かる。表面張力の作用により、生成された液滴は振動しながら球になり、分断後の端面は急速に丸まり上流側に表面張力波を伝える。液柱の伸張は、ノズル出口から離れるほど弱くなり、ある長さで液柱の噴射と分断が平均的に釣り合う。本数値計算においても、微小重力実験で観察されたのと同じように、先端から連続的に液滴を生成する現象が再現されている。



(a) t=10

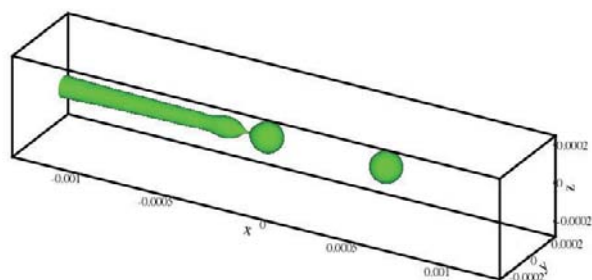
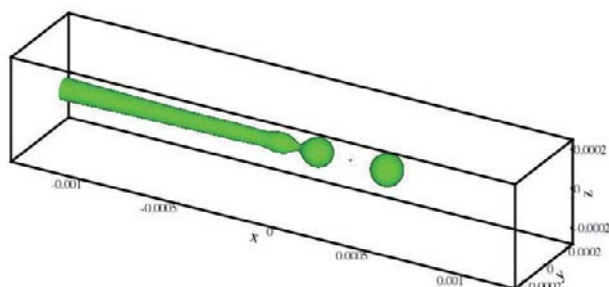
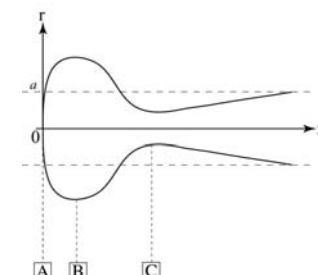
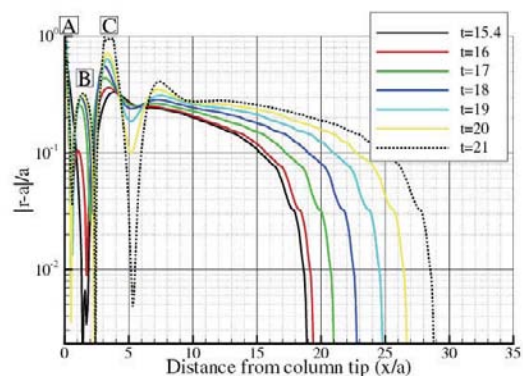
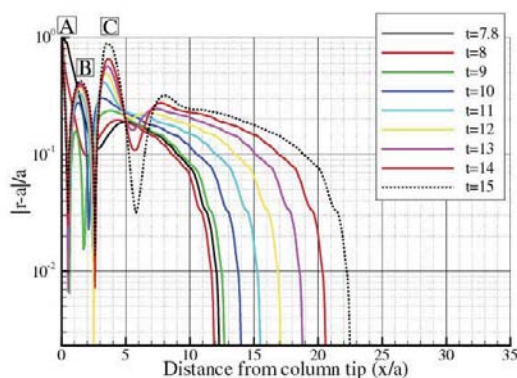
(b)  $t=15$ (c)  $t=20$ 

図3 計算で得られた液柱形状の時間履歴

液柱表面の変位の時間履歴を見るために、図4に横軸に液柱先端からの距離として縦軸に変位の絶対値を示す。1つの図で1回分の分断の間の履歴を示してある。また、横軸を先端からの距離で表しているのは、この分断が先端付近 ( $x/a < 4$  程度) に局限されておりその動きが各分断で同じであることを見るためである。最初の山 (B点) は先端液塊膨らみ部、2番目の山 (C点) は第1絞りを表している。この図では、山が1に達したときが分断したときを表している。

図4 表面変位の時間履歴の例  
(液柱が短いとき)

$t=15$  および 21 までの分断では、先端付近の動きはほぼ同じであり第1絞り部の変位が指数関数的に増加し分断に至っている。液柱の根元部 (図では右側) はその形状を変えずに気流に引きずられて長さが伸びているだけであるから、現象は先端部近傍で閉じており、しかも各回の分断において同じ挙動である。観察された分断波長は約  $3a$  であり、レーリー解析で予想される最大不安定波長の約  $9a$  よりも短い。

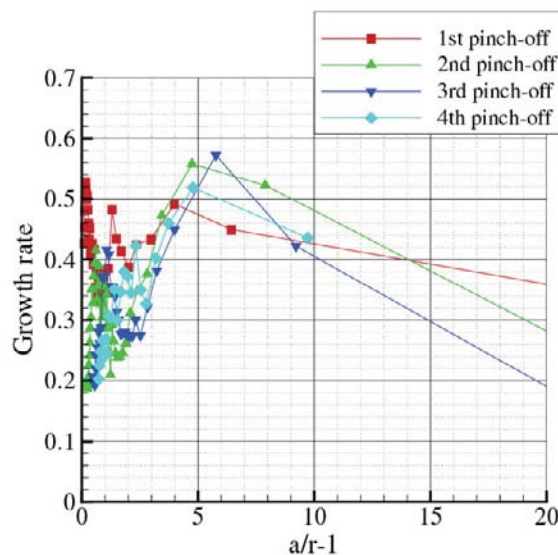


図5 増幅率の様子

この現象において、第1絞り部の増幅率を図5に示す。本計算では増幅率  $\gamma$  は最絞り部において、

$$\gamma = \frac{1}{\delta} \frac{d\delta}{dt} = \frac{a - \delta}{2\delta} \frac{\partial u}{\partial x} \bigg|_{x=\text{neck}} \quad (5)$$

によって算出される[4]。ここでは座標  $x$  と軸速度  $u$  はノズルから噴射液先端に向かった方向を正に取っており、 $\delta$  は変位を表す。図5の横軸は、時間の代わりに絞りの程度を



表している。立ち上がりの初期は増幅率が一旦減少するが、これは表面張力波を伝播させている過程に相当する。実際、表面張力波による母線方向の表面張力は絞りを戻そうとして上流に波を伝播させるからである。この後、増幅率は上下しながら遷移し絞り部は不安定化する。この間、増幅率は常に正であるから絞りは進行し続けている。絞り部の半径方向表面張力が母線方向表面張力よりも大きくなると急速に分断に至る。増幅率が  $a/r-1$  が 5 の手前付近で増大するのはこの分断直前の動きを示している。このことは、表面張力の各作用方向の強さを表した次の図 6 から確認できる。

図 6 の横軸は、半径方向（曲率半径  $r$ ）の表面張力の寄与を表しており右に行くほど絞り部の絞りが進行していくことを表す。一方の縦軸は、母線方向（曲率半径  $R$ ）の表面張力の寄与を表し、この図では下に行くほど強くなる。この方向の力は絞り部を元に戻そうとし、それは上流側に表面張力波を伝えることになる。傾き-1 で示した太実線は両者が釣り合った状態を表す。結果を見ると、殆ど両者が釣り合った状態で推移していることがわかるが、初期段階では表面張力波の伝播がやや強くそれが次に不安定化していくことがわかる。そして、分断直前に急速に右方向に動き分断に至る。気体による伸張を受けない場合は、初期には表面張力波の作用つまり母線方向の力がより大きく出るが、ここでは伸張により修正を受けている。なお、このケースでは気体圧力の作用は殆ど効いていない。

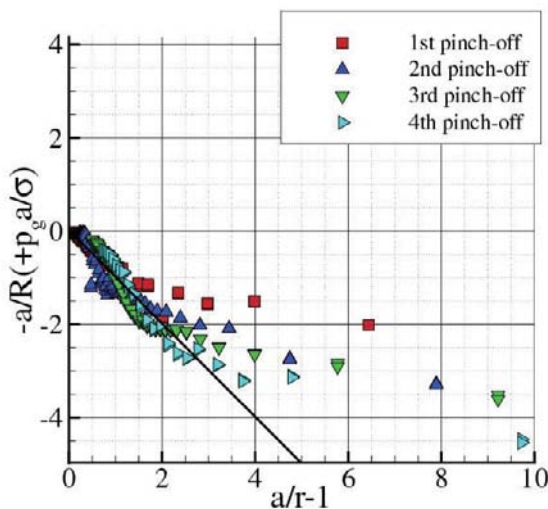


図 6 各分断における半径方向および母線方向表面張力の変遷。ガス圧の作用を加えた点も同時にプロットしているが差が小さいため殆ど重なって見える。

先端が丸まり、表面張力波を形成するときの先端付近の流れ場を可視化したのが図 7 である。ここで、圧力の表示は  $p_g$  を雰囲気圧として  $\Delta p = [p - (p_g + \sigma/a)] / (\sigma/a)$  であり、速度場は先端速度を  $u_{tip}$  として  $u' = (u - u_{tip}) / U_c$  で描いてある。液相よりも速く流れる気相側によって液相の表面が引きずられ表面流を形成するために先端液塊内に循環流を形成する。この表面流により形成される循環流により先端液塊内部の圧力分布が生じ表面張力波を少し弱めている。また、第 1 絞り部では伸張により軸方向の流れができ絞りを進行させやすくする効果がある。従って、同じ気液速度差を持つが液体の速度の方が速い場合に比べ、このケースの方が分断は強く起こる。

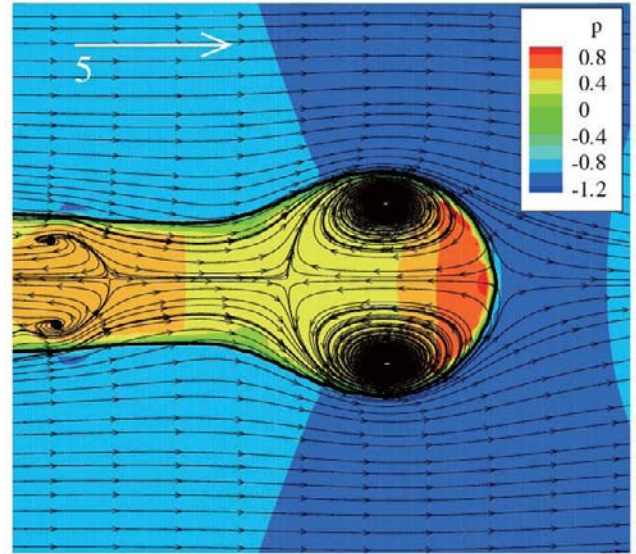


図 7  $t=4$  での圧力場と流線。参照矢印は特性速度の 5 倍を表す。

このように、先端の収縮で引き起こされる表面張力波が伝播し不安定化して分断を起こし、次のサイクルを繰り返すのは先端近傍に局限した分断メカニズムであり、従来の微粒化の考え方とは異なるものである。

次に、時間がより経過したときの液柱の運動の様子を見てみる。図 8 には、分断長さとし分断時間の履歴を示す。

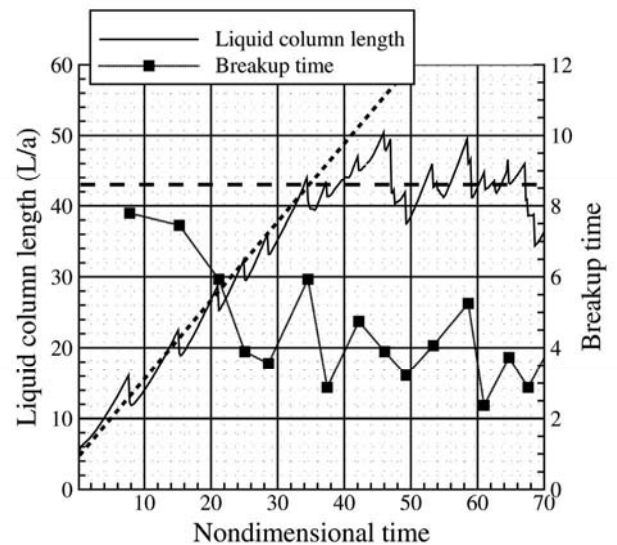


図 8 分断距離と分断時間の変遷

$t < 34$  の領域では、液柱長さがほぼ線形に伸びながら分断を起こしている様子が見て取れる。これは、これまで述べてきた短波長の分断に相当する。 $t > 34$  では、液柱長さは伸びなくなり、長さ 43 付近を平均値としてその周りに揺らぐようになる。また、分断時間も初めは減少傾向であったものが平均値 4 の周りに揺らぐようになる。この図より、 $t = 34$  付近で分断のモードが切り替わっているように見える。

そこで、以下では液柱が相対的に長くなった場合の分断を見てみる。図 9 に図 4 と同じプロット法で描いた表面変位の履歴を 2 つの時点为例に示す。図 4 と異なり、先端の上流側に長い波長の表面変形が観察される。

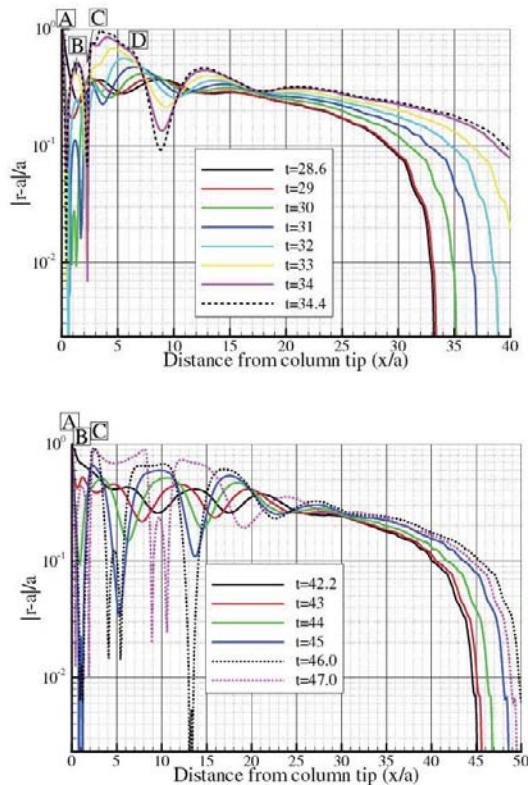


図9 表面変位の履歴の例  
(液柱が長いとき)

また図10には、端的な例として2つの時刻における分断波長の違いを示す。図9、10ともに、時間が経過し液柱が長くなった時点で分断の波長が異なることがわかる。

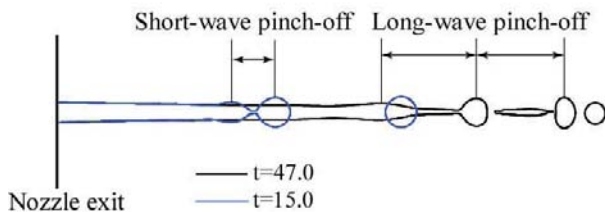


図10 表面波長の違い

後者の長い方の波長は、ノズル出口半径の約7.5倍になっている。この値は、ノズル半径出口に対するものであるが、液柱は気流により伸張を受けている。伸張により下流に行くにしたがって平均的に半径が減る効果を補正すると、半径の約9倍の波長になっている。これは、レーリー解析で現れる長波長不安定に相当している。また、この波の移動速度は、液柱表面の液の移動速度にほぼ一致しているため、液柱から見れば相対的に静止している。つまり液柱と共に流下しながら振幅を増している不安定波である。これは、液柱が長くなったことにより、液が流下する間にレーリー不安定が成長する十分な時間ができたことを意味する。

この計算では、初期擾乱を加えていない。したがって不安定性の源となる擾乱はどこかで作られなければならない[11]。そしてその擾乱が不安定化する。不安定化の要因はいくつか指摘されているが[3-6]、今考えている条件ではガス圧の寄与は小さいので、気流の影響で不安定化している

とは考えにくい。従って、ノズル出口での表面張力波の反射を考える。

図10を見ると、ノズル出口からしばらくの領域では液柱表面は滑らかに見える。しかし細かく見るとノズル出口直後から表面には小さな変形が起きている。図11には、時刻  $t=27$  の形状を基準にしてその差をプロットした図を示す。差を取るの液の加速効果を取り除くためである。

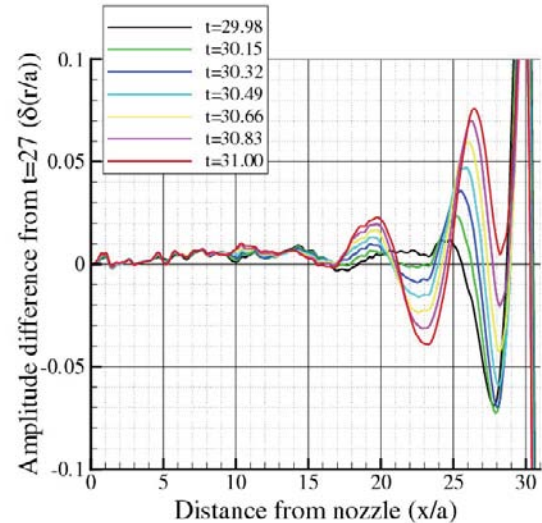


図11 表面形状の変遷。  $t=27$  からの差を表示。

ノズル直後の表面にも変形が伝わってきている。表面張力波は分散性の強い波である[10]。波長の短い表面張力波の伝播速度は大きいので液の噴射速度に打ち勝って上流に伝播することができる場合がある（ただし波長の短い波は粘性の影響で減衰しやすい）。ノズルに達した表面張力波は反射される。この際には、液の速度によりドップラーシフトを受け、波長が長くなる。反射波の波長が十分長くなったとき伝播性が消失し不安定波に転化する。

このときの様子は、ドップラー効果を取り入れた1次元の波動伝播方程式を用いて解析することができる[11]。フーリエ分解された波（波数  $k$ ）の波頭の移動の方程式を一般形で次のように書く。

$$\frac{dx_k}{dt} = U(x_k) + c_r(k, a_B(x_k)) \quad (6)$$

ここで、 $U$  は局所の液の速度を表し数値計算で得られた値を用いる。波長の小さい表面張力波では液柱表面速度、波長の長い不安定波では軸断面平均速度にとる。 $a_B$  は数値計算で得られる局所の液柱半径である。 $c_r$  は波の位相速度で、伝播性のある表面張力波では以下の式に従い、伝播性のない不安定波では0である。位置と速度の符号はノズル出口から下流方向に正にとるものとする。なお、波数の大きい表面張力波ほど伝播速度が大きい。

$$c_r = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho} \left( k - \frac{1}{ka_B^2} \right)} \quad (7)$$

波数はドップラーシフトを受けて変化し  $ka=1$  となると不安定波に転化する。以上の式を用いて、計算開始時 ( $t=0$ ) に液柱先端から上流に遡る表面張力波の挙動を解析してみた。



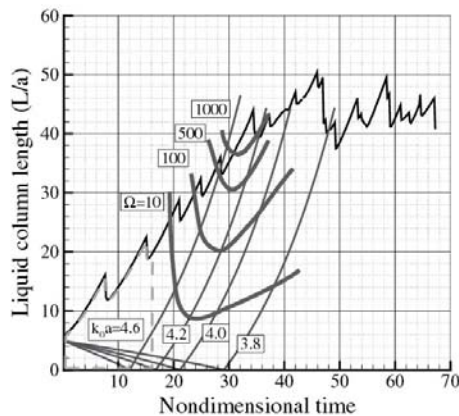


図 12 1 次元の波頭の移動計算と数値計算による分断距離。増幅率 ( $\Omega$ ) も表示してある。

図 12 にその結果を示す。数値計算による液柱長さのプロットとともに、4 つの波数のケースについて波頭の位置と不安定化してからのレーリー解析の増幅率 ( $\Omega$ ) をプロットした。ごく小さな先端からの表面張力波でもそれが遡り、ノズルで反射し不安定化する間に 100 倍以上の振幅を持ち分断に至ることができることと、発達に要する時間と計算による長波長モードの出現時刻が一致していることがわかる。したがって、このレーリーモードは端面からの表面張力波が上流に伝播しノズルで反射し流下するうちに分断を引き起こすのに十分な発達をすることで起こされている。分断の初期にレーリーモードが観察されなかったのは液柱長さが短いために十分な発達ができなかったからである。

一度、このレーリーモードが起ると液柱長さに関してはこちらが支配的になるため、平均的には液柱長さが伸びることはなくなる。ただし、先端で丸まろうとし短波長分断を起こそうとする動きが消えているわけではないので、両者は重ね合わさり、図 8 で見たように分断距離と分断時間において揺らぎを生むようになる。

このように、先端での分断は短波長分断とレーリー不安定が同時に存在する言わば多価の解になっていることがわかった。擾乱の発生源は端面であるから、このサイクルは自励的かつ継続的に起こる分断現象であり、外部からの擾乱で駆動されているわけではない。従来の解析では説明できない実験結果を端面の影響を考慮すれば説明することができることが重要である。

## 5. 結論

微小重力実験で観察された液柱端面からの連続的な分断現象を解明するために数値解析を行っている。ここでは、特に気体により伸張を受ける条件でこの分断現象を解析した。

分断の初期の段階では、液柱の先端部に局限された分断が起こる。これは先端からの表面張力波が不安定化し短波長での分断を引き起こしている。伸張の効果によりこの動きは促進されている。これは従来の考え方とは異なる微粒化メカニズムである。

伸張により次第に液柱長さが長くなってくると、液柱表面にレーリーの不安定波に相当する長波長の変形が出来始め、やがてこのモードによる分断が起こるようになる。これは、先端からの表面張力波がノズル出口まで達し反射することによって不安定波に転化しているために起きている。この両者は重ね合わさってダイナミックに分断を引き起こ

しているため、分断距離や分断時間に揺らぎを生じさせている。

このように、端面が液柱分断に与える影響は大きく、端面を考慮しない解析では説明できない実験結果を液柱端面の影響を考えることによって説明できることがわかった。

## 参考文献

- 1) 梅村、日本マイクログラフィティ応用学会誌、21、293-299 (2004)
- 2) A. Umemura, Y. Wakashima, Proc. Combust. Inst., 29, 633-640 (2002)
- 3) 梅村、日本燃焼学会誌、46、50-59 (2004)
- 4) 梅村、噴射液の自己不安定化機構の理論的研究 (第 1 報：噴射液の不安定化に関連する表面張力波)、日本航空宇宙学会論文集、Vol. 55, No. 640, pp216-223, 2007
- 5) 梅村、噴射液の自己不安定化機構の理論的研究 (第 2 報：分断フィードバックループ)、日本航空宇宙学会論文集、Vol. 55, No. 640, pp224-231, 2007
- 6) 梅村、噴射液の自己不安定化機構の理論的研究 (第 3 報：短距離分断過程の一次元計算)、日本航空宇宙学会論文集、Vol. 55, No. 643, pp359-366, 2007
- 7) M. Sussman, P. Smereka, S. Osher, J. Comput. Phys., 114, 146-159 (1994)
- 8) 姫野、渡辺、日本機械学会論文集 (B 編) 69 巻 687 号 2400-2407 (2003)
- 9) J.U. Brackbill, D.B. Kothe, C. Zemach, J. Comput. Phys., 100, 335-354 (1992)
- 10) 新城、小川、梅村、液膜端の収縮により発生する表面張力波の特性、日本航空宇宙学会論文集、Vol. 55, No. 641, pp273-281, 2007
- 11) 新城、松山、溝渕、小川、梅村、液糸先端の収縮により発生する表面張力波と分断機構の解明、日本航空宇宙学会誌、投稿予定

# JAXA 高揚力装置風洞模型を用いた CFD ワークショップのまとめ

村山光宏, 山本一臣

宇宙航空研究開発機構 航空プログラムグループ

## Summary of CFD Workshop using JAXA High-Lift Device Wind Tunnel Model

by

Mitsuhiro Murayama and Kazuomi Yamamoto

### ABSTRACT

A CFD workshop was held in the 44th Aircraft Symposium, Oct. 2006, in order to evaluate domestic CFD technology for civil transport aircrafts in high-lift configurations. JAXA provided an experimental data for comparison obtained in the JAXA large low-speed wind tunnel using a half model equipped with high-lift devices, fuselage, nacelle-pylon, slat tracks and Flap Track Fairings (FTF). This paper briefly presents the experimental model, objectives and test cases of the CFD workshop, summary of comparison, and obtained knowledge and issues on CFD and wind tunnel testing for high-lift configuration.

### 1. はじめに

CFD と計算機装置の発達に伴い、最近では機体の設計フェーズにおいても 3 次元 CFD を用いた空力解析が特に巡航形態の空力設計に積極的に利用されている。一方、離着陸時に利用される高揚力装置の設計に関しては、最大揚力や、風洞試験では把握が難しい  $Re$  数効果など、Navier-Stokes 方程式を用いた CFD に期待がかけられているものの、その信頼性の確立が不十分なために CFD に依存した設計はいまだに困難な状況にある<sup>(1)</sup>。

高揚力装置の空力解析の難しさは、その複雑な形状と、剥離やせん断層を伴う複雑な流れが生じることによる。非常に複雑な形状に対して、乱流境界層、剥離せん断層、さらに乱流遷移位置などを正しく予測する必要がある、さらに実機形態になるとエンジンナセルとの干渉も現れ、流れは 3 次元で複雑なものになってしまう。

これに対し、JAXA では、CFD による高揚力装置の空力解析技術の現状と課題を明らかにする検証データを取得するために、実機形態を模擬した風洞試験模型を製作し、詳細な風洞試験を実施した<sup>(2)</sup>。さらに、この模型とデータを用い、航空機メーカー、大学に参加を呼びかけ、昨年 10 月に開催された第 44 回飛行機シンポジウムにおいて、CFD ワークショップを行った<sup>(3)</sup>。現状の国内の CFD コードと風洞試験結果を比較し、現状コードの予測能力や課題、解析方法の違いによる差異を明らかにし、高揚力装置 CFD 解析の信頼性向上のために、今後、研究開発を進めるべき方向を議論した。

本報告では、風洞試験の概略、このワークショップの課題、参加者、比較で得られた知見と今後の課題について概要を紹介する。

### 2. JAXA 高揚力装置模型と風洞試験

高揚力装置の 3 次元 CFD のための検証データとして、NASA では後退翼にスラットとフラップを取り付けた 3 翼素模型による風洞試験データが公開されている<sup>(4)</sup>。JAXA でもこれまでこのデータを用いた解析を行い、比較的良好な結果を得ている<sup>(5)</sup>。

しかし実機では、主翼にマウントされたエンジンとの空力干渉、フラップやスラット駆動装置の影響など、より複雑な要素が含まれており、特に最近の高バイパス比エンジンを取り付けた機体の最大揚力の予測を議論するには、エンジンナセルやパイロン、そしてパイロンのためのスラットの隙間などの影響を無視することができない。これに対し例えば、欧州では、EUROLIFT プロジェクト<sup>(6,7)</sup>では実機形態の風洞試験データも用いて系統的な CFD 検証を実施しているが、残念ながらデータは公開されていない。そこで、JAXA では、公開可能な実機形態の風洞試験データの取得

を目的に、乗客 100 人程度、最大離陸重量約 100,000lb、航続距離 2300 mile、巡航マッハ数 0.8 の小型旅客機を想定し、図 1 のように、その 1/6 スケールになるハーフスパン 2.3m の半裁模型を製作し、2005 年 11 月より 2006 年 2 月にわたり JAXA 6.5m x 5.5m 低速風洞を用いて試験を実施した。

主翼平面形はアスペクト比 9.42、前縁後退角 33 度。主翼の高速線図は想定巡航マッハ数 0.8 での揚抗比の最大化を 3 断面のキャンパーと翼厚をパラメータにして作成した。高揚力装置の空力設計では、必要な揚力を設定し、主翼のキック位置断面を代表断面として、母翼前縁およびフラップ前縁の圧力分布が平坦になるような最適化を行なって設計した後、スパン方向に展開している。外舷側はシングル・スロットド・フラップ、内舷側はダブル・スロットド・フラップになっている。エンジンナセルは簡単化のためにロングナセルとしたが、結果的にスラットとの干渉が大きなものになり、最大揚力に大きな影響を与えることが試験結果と CFD 解析結果からわかっている<sup>(8)</sup>。また、胴体の機首と尾部の形状は単純なものにした。さらに、風洞床面境界層を避けるために 15cm の境界層排除板を取り付け、胴体は床面から持ち上げている。

この試験では、スラット、フラップ、Aft フラップそれぞれの舵角が、25 度、35 度、20 度になる、着陸形態の試験のみについて、特に 30m/s と 60m/s に注目して詳細な計測を行なった。風速 60m/s のときに MAC 基準の  $Re$  数は  $2.1 \times 10^6$  である。

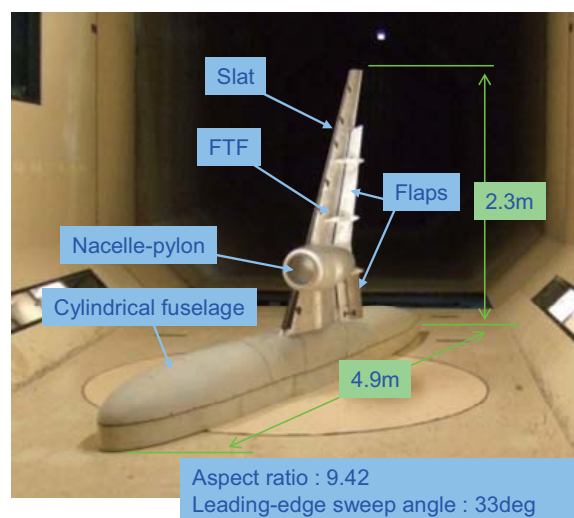


図 1. 風洞に設置された JAXA 高揚力装置風洞模型

表 1. 解析条件と優先度

解析条件	風速60m/s	風速30m/s
迎え角4度(設計迎角)	優先度A	優先度C
迎え角10度(高迎角)	優先度B	優先度C
$\alpha$ -sweep(失速予測含)	優先度B	優先度C

※今回のワークショップでは風速 30m/s の計算結果はなし

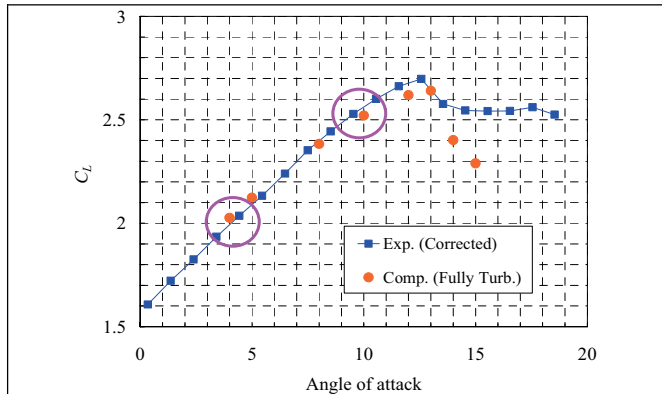
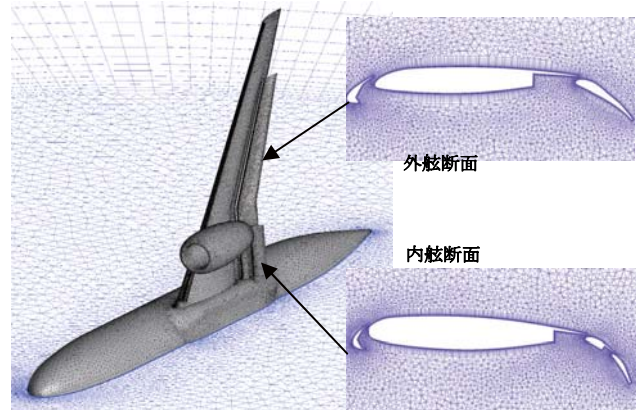


図 2. 揚力-迎角と解析条件 (風洞試験結果と初期の CFD 結果)

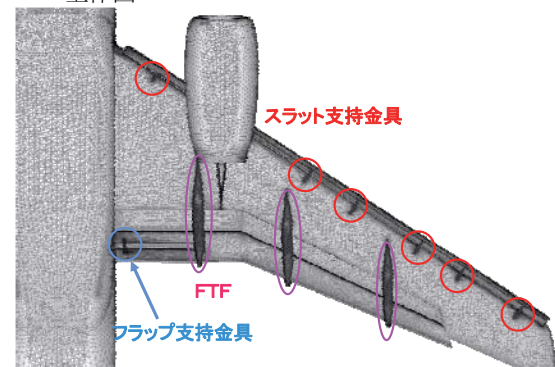
計測内容は、5 分力の力計測および 465 点の静圧孔計測以外に、空力関連では、オイルフローによる境界層剥離の可視化、チャイナクレーによる乱流遷移線の可視化、感圧塗料による圧力分布計測、PIV による 3 次元速度分布の計測を行なっている。また、機体騒音の研究のために、並行して音源探査計測と騒音源付近の非定常静圧計測も行った。これらの結果については、他の論文<sup>(2),(9),(10)</sup>を参照されたい。

### 3. ワークショップの課題、参加チーム

非構造格子法による RANS ソルバー TAS (Tohoku university Aerodynamic Simulation) コードとハイブリッド格子生成ソフトウェアである TAS Mesh を用いて風洞試験にあわせて初期の CFD 解析の結果<sup>(8)</sup>をもとに課題の設定を行



(a) Config.1(支持装置無し形態) Coarse 格子(581 万点) の全体図



(b) Config.5(支持装置付き形態), Coarse 格子(737 万点)

図 3. JAXA から提供された比較用ベースライン格子の例 (ハイブリッド非構造格子)

表 2. ワークショップ参加チームと解析項目

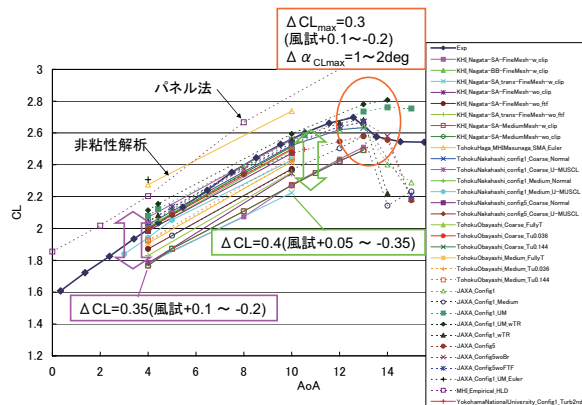
解析項目	MHI (杉浦)	JAXA (村山)	東北大 (中山)	東北大 (豊田)	横国大 (染木)	KHI (永田)	MHI・東北大 (増永)
ソルバー名	VSAERO	TAS/UPACS	TAS	TAS	YNU	UG3	SMA/TAS
ソルバー比較・ 格子依存性	JAXA提供標準 非構造格子	◎	◎	◎	◎		
	JAXA提供標準 マルチブロック 構造格子	◎					
	独自格子(オー バーセット格子、 解適合格子等)					非構造+重合	Euler用 非構造格子
	部分的な必要格 子解像度の調査						
計算法比較	スキーム、前処 理、乱流モデルな ど	SA乱流モデル 勾配評価法の違 いによる差	SA乱流モデル	前処理有 SST乱流モデル	SST乱流モデル	SA乱流モデル BB乱流モデル	スキーム比較(SV 法、TASとの比 較)
遷移	遷移指定計算	風試遷移位置指 定					
	遷移判定法比較	e <sup>+</sup> N法による予測		$\gamma$ - $\theta$ 遷移モデル		$\Delta$ 遷移予測	
形状忠実さ	支持金具等の影 響調査	金具全てあり /金具なし	金具全てあり /金具なし		金具全てあり	金具全てあり /スラット金具なし	
簡易的推算法	汎用パネル法 解析ツール						
その他	従来解析ツールの比較		抵抗分解法による抵抗予測精度改善				



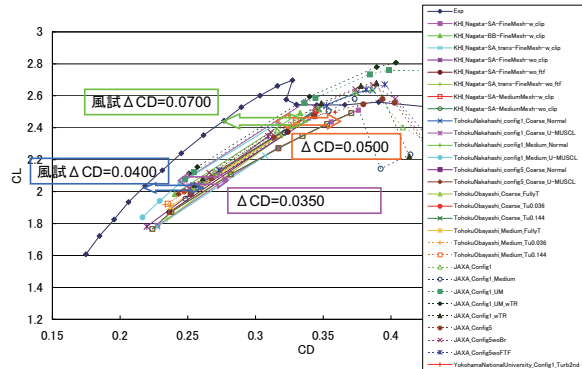
った。本風洞模型の場合、上記のようにナセルと翼との干渉が失速特性を支配しているために、逆に実機よりも失速現象を複雑にしている。また、このように複雑な高揚力形態の解析を経験していない参加チームもあることから、最大揚力の比較を今回は諦めることとし、表1および図2のように揚力の特性が比較的線形の領域の2迎角（4度と10度）において、風洞試験においてもっとも詳しくデータを取得した風速60m/sを解析条件とし、可能であれば迎角スweepや風速30m/sの解析を実施することとした。

（結局、風速30m/sの解析は行われなかった）。また、国内で開発され航空機を対象に利用されているCFDコードの数も参加チーム数も限られているため、表2のように、今回の参加者で利用の多いTASコードを比較のベースラインとして、7チームの参加者が解析手法の違い、格子の違い、形状の精密さの違いなどをそれぞれの課題を分担して解析を行った。

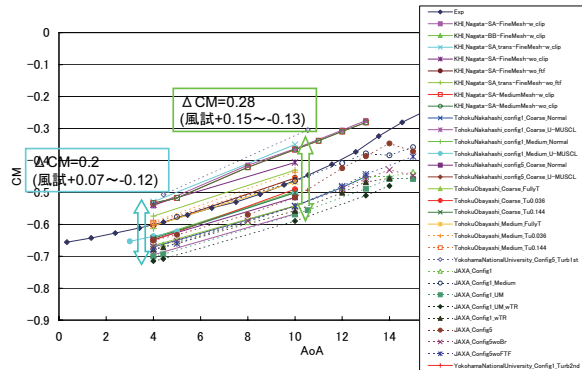
JAXA側からは、CADデータ、風洞試験の空気力データおよび圧力計測データ等とともに、図3(a)のように、支持



(a) 揚力-迎角



(b) 揚力-抵抗



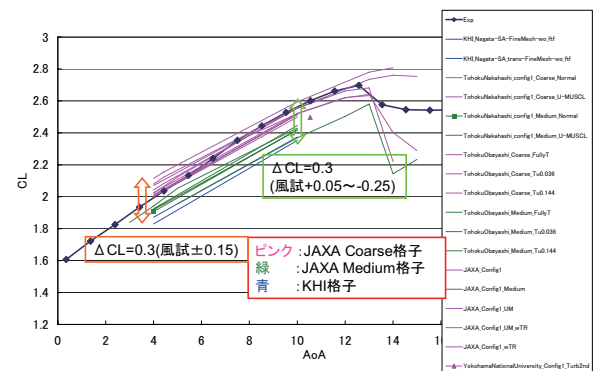
(c) ピッチングモーメント-迎角

図4. 全データの力の比較  
(風以外パネル法と非粘性解析を除く)

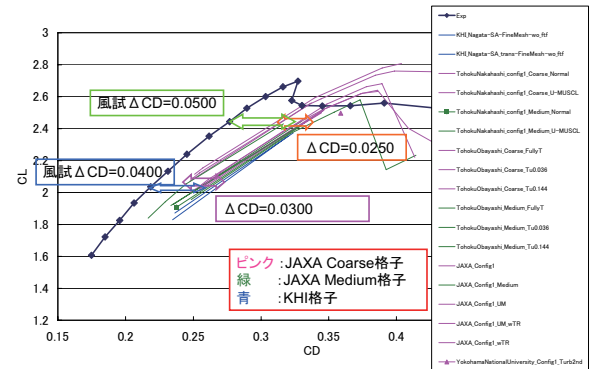
装置が付いていない形態（以下 Config.1）や図3(b)のように支持装置がついている形態（以下 Config.5）などの標準格子を提供し、参加者からは、解析結果（力、圧力、可視化）とともに、計算法、計算機装置等に関する情報を提出してもらい、全データを横並びで比較した。

#### 4. 解析結果の比較

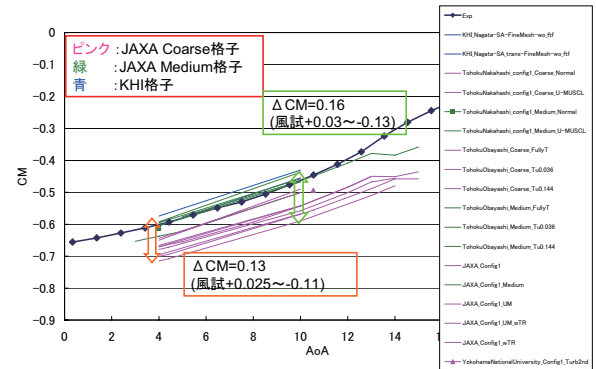
【空気力の予測】 全7チームにより計算した総計算ケース数は120にもなった。揚力に関して、すべての空気力データを重ねて表示したものを図4に示す。図4(a)の揚力-迎角の比較では、当初の予想以上にばらつきが大きなものであった。線形域では、パネル法をベースにした手法による推算と非粘性解析の結果は風洞試験結果より揚力係数は0.3程度高めにしているが、RANSの結果は試験結果と同等レベルから0.3程度低い範囲にばらついている。迎角スweepを行った解析結果では、ばらつきは最大揚力で0.3程度、失速角では1~2度程度の範囲となっている。また抵抗値も同様にばらつきが大きい。図4(b)の揚力-抵抗特性の比較から、ほぼすべての解析結果が風試結果より抵抗値を400カウントから700カウント程度、過大に予測してい



(a) 揚力-迎角



(b) 揚力-抵抗



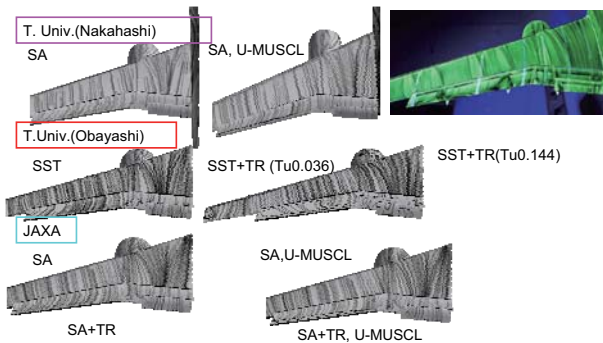
(c) ピッチングモーメント-迎角

図5. 格子解像度で分類した力の比較（支持装置無し）

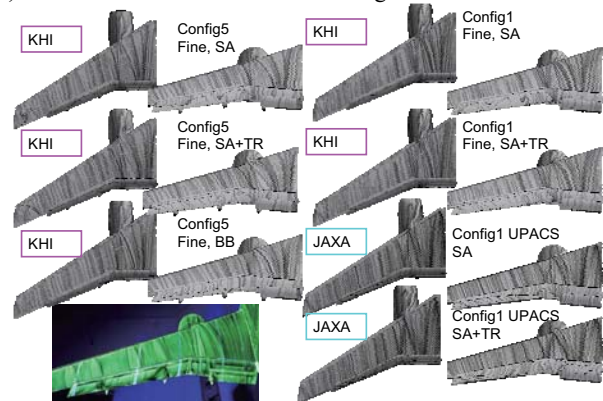
ることがわかる。ピッチングモーメントに関しては、図4(c)のように風試結果を挟んで0.2から0.3のばらつきを示していた。

【格子解像度の影響】さらに、格子の解像度、乱流モデル、遷移モデルについて、同類のもので整理していくと、それなりの傾向が見えてくる。特に計算格子の影響はわかりやすい。図5はConfig.1について、空気力の結果を格子解像度によって分類したものであるが、格子が細かくなると0.2程度揚力が低下して試験結果から離れ、ピッチングモーメントは頭下げが強すぎる傾向から、反対に試験結果と合うようになる。乱流モデルはSpalart-Allmarasモデル(以下SAモデル)とMenterのShear Stress Transportモデル(以下SSTモデル)が使われているが、傾向は同様である。また、多くの計算結果が2迎角しか計算をしていないので正確には言えないが、揚力のレベルは変わっても揚力傾斜はほぼ同じで、風洞試験結果より勾配が緩やかになっている。

【オイルフローの比較】この揚力の大きな低下とピッチングモーメントの変化は、フラップ上面の剥離の発生が主な原因である。フラップ上面の剥離により、フラップが特に揚力を失い、主翼全体の揚力が低下、ピッチングモーメントの頭下げ傾向が弱くなる。図6のオイルフローの比較を見ると、母翼上面のパターンはすべてのケースでほとんど変わらないが、フラップ上面では様々な剥離パターンを示している。剥離パターンの変化は格子解像度、乱流モデル、遷移の考慮に依存して変わっている。図6(b)は特に格子解像度の高い、KHIのFine格子とJAXAの構造格子の結果を示しているが、SAモデルを用いた結果はいずれも剥離が大きく出てしまっている。すべての支持装置を含んだConfig.5のケースでSAモデルを用いたKHIの計算では、翼端においてスラット支持装置によって誘起される剥離が現れている。また、風洞試験のオイルフローでわかるように、フラップ支持装置のフェアリング(FTF)の存在のために、その下流にあるフラップ上面で3次元的な剥離が現



(a) JAXA 提供 Coarse 格子 AOA=4deg



(b) KHI 格子と JAXA 構造格子の比較 AOA=4deg

図6. オイルフローの比較の例

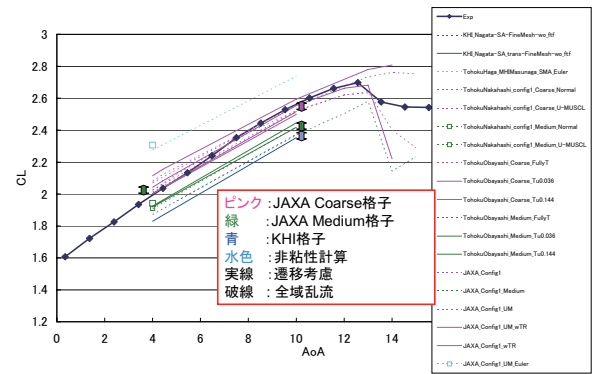
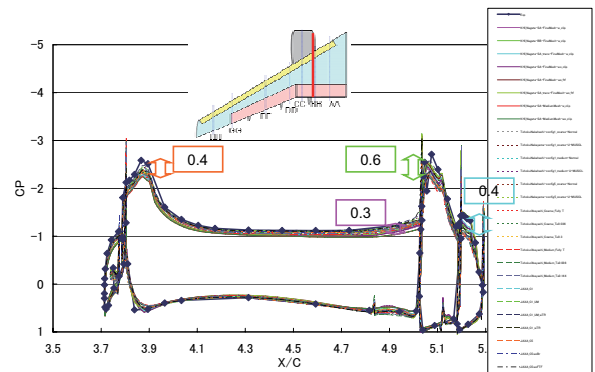
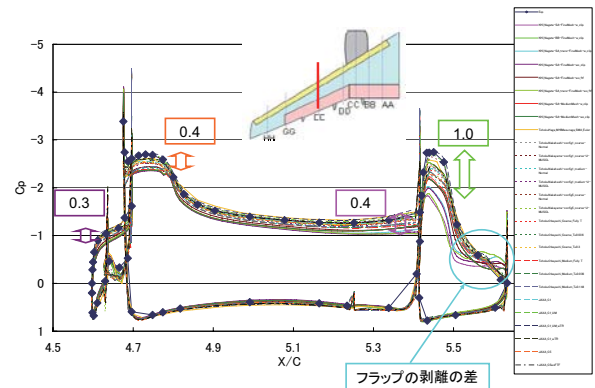


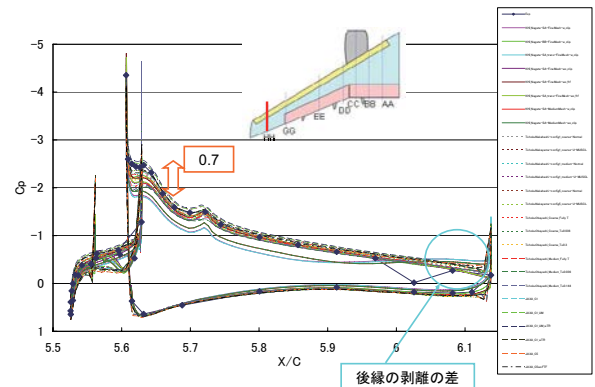
図7. 境界層遷移の効果 (Config.1)



(a) 内舷側断面 (BB)



(b) 外舷側断面 (EE)



(c) 翼端近傍断面 (HH)

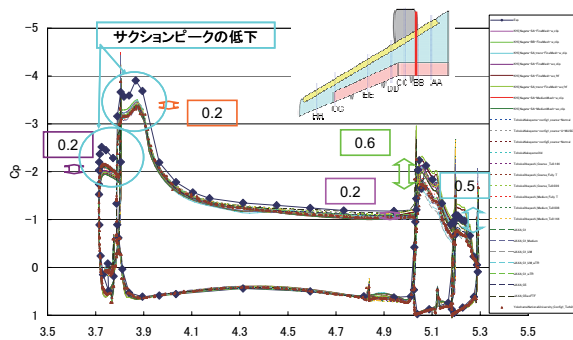
図8. 翼面圧力分布の比較 (迎角4度)



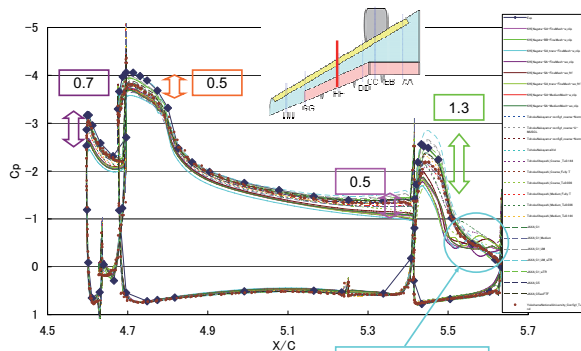
われるが、KHI の Fine 格子で Baldwin-Birth モデル（以下 BB モデル）を用いた Config.5 の結果が、この試験結果との良い一致を示している。

【遷移の影響】 さらに、境界層遷移を考慮した計算結果の揚力への影響を図 7 に示す。遷移の与え方は、風洞試験結果から得られた遷移位置で与えるもの（JAXA）、複数の乱流モデルから遷移位置を与える方法（KHI）、Menter の遷移モデルを用いる方法（東北大（豊田））が用いられたが、揚力係数の変化はいずれも 0.1 未満であった。一般に遷移を考慮することで境界層厚さが減るために、揚力は若干増加する傾向があるが、本課題では増減の傾向はまちまちであり、遷移の考慮により上記のフラップの剥離を増加させるケースでは揚力が減少してしまっている。

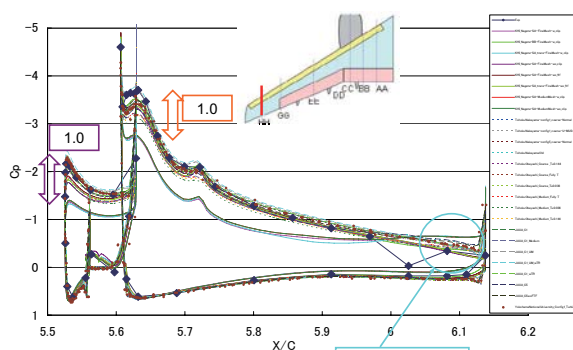
【圧力分布】 図 8 は内舷フラップのスパン方向中央位置の BB 断面（図 8(a)）と、外舷フラップのスパン方向中央位置の EE 断面の圧力分布（図 8(b)）および翼端近傍の HH 断面（図 8(c)）を迎角 4 度の場合について比較している（非粘性計算のデータは除いている）。内舷の BB 断面の圧力分布のばらつきは、さほど大きくないが、外舷の



(a) 内舷側断面 (BB)



(b) 外舷側断面 (EE)



(c) 翼端近傍断面 (HH)

図 9. 翼面圧力分布の比較（迎角 10 度）

EE 断面において、問題となっているフラップの剥離の大きさに応じて、フラップ上面の圧力分布に大きな違いが現われている。フラップが揚力を失うことにより、母翼やスラットもサクションピークも減少していることがわかる。翼端の HH 断面では、オイルフローの比較で示したように、後縁剥離を生じる解析結果以外では圧力分布に大きな差は現れない。さらに図 9 のように迎角 10 度になると、外舷側 EE 断面や翼端 HH 断面の圧力分布のばらつきは 4 度と同様であるが、内舷側 BB 断面ではすべての計算結果でスラット上面負圧と母翼前縁のサクションピークが風洞試験結果より低く予測されていることが明らかになった。これは図 4 において揚力の傾斜が試験結果より緩やかになっている原因のひとつと考えられる。

【渦粘性分布】 最後に EE 断面の渦粘性分布を比較したものを図 10 に示す。SA モデルと SST モデルでは、格子解像度が高くなるにつれスラット後流が鮮明になっている。特に空間解像度が高い KHI の格子や JAXA UPACS の構造格子では、コープの剥離領域や後流が鮮明に捉えられているものの、これまで述べたフラップ上面の剥離が大きくなっていることがわかる。また BB モデルと空間 1 次精度の SST モデルが明らかに違う結果を示している。特に BB モデルの結果は渦粘性値のレベルが高く、これが SA や SST モデルよりもフラップ上面の剥離を抑制している原因となっていると考えられる。

#### 4. ワークショップから得られた知見と今後の課題

実機形態を模擬した風洞試験模型のデータと CFD との比較を通じて、格子依存性、乱流モデル、遷移予測手法、形状の忠実さ、スキーム、簡易予測手法と RANS の違いに対して、実機形態の高揚力装置の力や圧力分布の予測にどの程度の感度があるのか、定性的ではあるが示すことができた。しかし、フラップ舵角が比較的深めであることにもあり、フラップ上面の剥離の予測が難しく、定量的に一致する結果を得るにはまだ多くの課題があることが分かった。

空気力の予測に関する主な課題として、揚力傾斜が風洞試験と合わないこと、格子の解像度があがるとフラップ上面の剥離を過大評価する傾向があること、モーメント係数のずれ、抵抗係数の大きな差があげられる。今回のワークショップの結果では、粗い格子や渦粘性を過大に予測する乱流モデルにより剥離が抑制される場合に、風洞試験結果と揚力が良い一致を示しているが、これは決して望ましい結果とは言えない。また、スラットや母翼の後流を解像するには、今回のいずれの計算格子も不十分であり、フラップの剥離と後流の解像度との関係の検討も今後の課題とされた。これらの結果を踏まえ、今後、フラップの剥離と、格子解像度や乱流モデルの性質との関係、遷移予測手法の

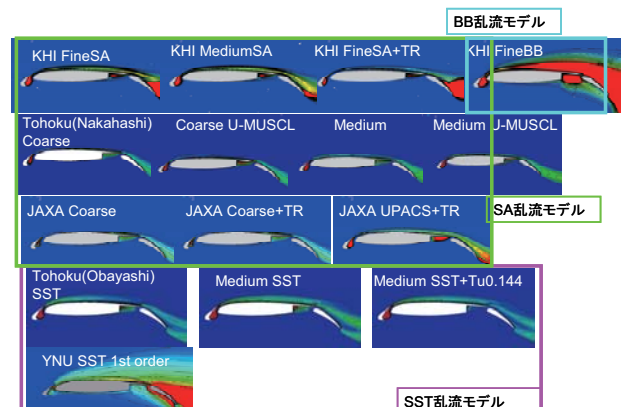


図 10. 渦粘性分布の比較（迎角 4 度，EE 断面）

改善などを進めていく必要がある。さらに、今回は揚力の特性が比較的線形の領域での比較であったが、今後は最大揚力の予測能力についても議論をしていく必要があり、そのために JAXA ではナセル干渉の少ない形態での風洞試験データの取得を行っている。

また、ワークショップでは、高迎角における内舷側の圧力分布や、抵抗係数の差など、今回のすべての CFD と、JAXA の風洞試験結果に明らかな違いが現われている点も指摘されている。低速とはいえ大きな揚力を発生する高揚力装置の風洞試験そのものも容易ではなく、このような違いは半裁風洞試験における問題点の可能性があるので、試験方法やデータの補正方法の検討も同時に進めていく必要がある。

#### 参考文献

- 1) Johnson, F. T. et al., “Thirty Years of Development and Application of CFD at Boeing Commercial Airplanes, Seattle,” *Computers & Fluids* 34, 1115–1151, 2005.
- 2) Ito, T., et al., “High-Lift Device Testing in JAXA 6.5M X 5.5M Low-Speed Wind Tunnel,” *AIAA Paper* 2006-3643, 2006.
- 3) 第44回飛行機シンポジウム講演集, 講演番号 2B5 から 2B12, 2006. 10.
- 4) Johnson, P., et al., “Experimental Investigation of a Simplified 3D High Lift Configuration in Support of CFD Validation,” *AIAA Paper* 2000-4217, 2000.
- 5) Murayama, M., et al. “Comparison of RANS Simulations of Multi-Element High-Lift Configurations,” *AIAA Paper* 2006-1396, 2006.
- 6) Hansen, H., et al., “Overview about the European High Lift Research Programme EUROLIFT,” *AIAA Paper* 2004-0767, 2004.
- 7) Rudnik, R. and Geyr, H., “The European High Lift Project EUROLIFT II – Objectives, Approach, and Structure,” *AIAA Paper* 2007-4296, 2007.
- 8) Murayama, M., et al., “Numerical Simulation around a High-Lift Configuration of a Civil Aircraft Model,” *Proceedings of 5AWCFD*, Xi'an, China, Aug. 2006.
- 9) Yokokawa, Y., et al., “Experiment and CFD of a High-Lift Configuration Civil Transport Aircraft Model,” *AIAA Paper* 2006-3452, 2006.
- 10) 第44回飛行機シンポジウム講演集, 講演番号 2B1 から 2B4, 2006. 10.

# JAXA 高揚力装置半裁模型の風洞試験と空力特性

横川 譲、村山 光宏、伊藤 健、山本 一臣  
宇宙航空研究開発機構 航空プログラムグループ

## Aerodynamics of JAXA High-Lift Configuration Transport Model in Lowspeed Wind Tunnel Testing

by

Yuzuru Yokokawa, Mitsuhiro Murayama, Takeshi Ito and Kazuomi Yamamoto

### ABSTRACT

This report presents experimental data obtained in lowspeed wind tunnel testing for high-lift configuration aircraft model JSM (JAXA Standard Model). Two time of the testing were conducted at 6.5m by 5.5m low-speed wind tunnel in JAXA (JAXA-LWT1) aiming to store validation data for CFD analysis and to observe flow physics on high-lift system. JSM is a half type model which assumes 17% similarity of a modern 100-passenger class regional jet airliner. The model is equipped with leading edge slat, double-slotted flap at the inboard and single-slotted flap at the outboard, flow-through nacelle, in addition, a circular fuselage and Flap Track Fairings (FTF) so that the detailed flow fields occurring in actual aircraft can be provided. At first, repeatability and sensitivity of the force and the moment data in the case the detail of the model was slightly changed were assessed as well as the accuracy was confirmed from large amount of data in the first and the second testing. Variation in lift performances between long-cowling nacelle and short-cowling nacelle was observed with couple of the measurements and visualizations. The results showed much better stall performances of the short-cowling configuration than the long-cowling one that was due to less interference between the nacelle pylon and the wing. Boundary layer tripping on flap could clarify the loss in aerodynamic performances. Finally, improvement of stall characteristics by a vortex generator and an efficient way to decide its installation location by the application of Kriging based genetic algorithm (GA) on nacelle was discussed.

### 1. はじめに

旅客機の設計において、高揚力装置の空力性能向上は、ペイロードの増加、燃料消費、製造期間とコストの削減など、D.O.C.低減や環境問題も含めた航空機のライフサイクル全般に大きく寄与することが知られている[1-2]。

主翼空力設計技術に目を向けると、近年の航空機空力設計においては高精度かつ効率的な設計技術の構築が求められており、巡航形態については従来よりも CFD 使用の割合が著しく高められている[3]。さらに、CFD 技術の向上により、巡航形態のみならず離着陸形態に関してもレイノルズ平均 Navier-Stokes 方程式による高精度なシミュレーションが可能になりつつある[4]。しかしながら、高揚力形態は幾何形状そのものが複雑であることに加え、周辺の流れ場についても離や境界層乱流遷移が複合的に生ずるため、3次元の実機形状に関する性能予測精度は未だに不十分である。一方、風洞試験はパラメトリックなデータ計測には優位性があるものの、レイノルズ数依存性や風洞壁境界干渉の影響等不明な点が多く存在している。従って、今後の設計技術の高度化には、実機形態の模型を対象とした風洞試験データによって CFD データを検証し、また風洞試験および CFD の両データを補完的に用いて複雑な形状に対して生ずる現象の理解を深め、それらを設計過程にフィードバックする取り組みが必要不可欠である。欧米においては[5,6]、風洞試験と CFD の両面から高揚力装置設計の空力解析手法の研究が集中的に進められ、プロジェクトで得られた結果はボーイング B777/B787、エアバス A380 等の開発機体の性能向上に大きく寄与している。

宇宙航空研究開発機構航空プログラムグループ国産旅客機チーム (JAXA/APG/CTT) においては、従来から進めている高揚力装置の空力性能予測技術および設計技術に関する研究の一環として、スラット、フラップ、ナセル・パイロン、FTF および胴体から構成される 3次元実機形態模型を設計製作し、低速風洞試験と非構造 RANS 解析を実施している。第 1期風洞試験 (2005 年 11 月～2006 年 2 月) では、半裁 5 分力、模型表面静圧データに加え、表面流線、境界層乱流遷移点、非定常圧、音源分布など、CFD コード

検証および実機での現象把握と性能予測に資する各種のデータが得られた[7-9]。また CFD についても並行して研究が推進され、乱流モデル、格子解像度、形状再現の忠実さによる影響、さらには遷移予測法やその影響等も詳細に検討されている[10,11]。そしてこれらの結果に関し、国内の関係研究機関によるワークショップが平成 18 年の第 44 回飛行機シンポジウムにて開催された[12]。

本報告では、2007 年 3 月から 4 月に実施された第 2 期試験の結果を加え、2 回の試験を通じて得られた縦 3 分力のデータ再現性や模型の微小変化に対する空力性能の感度について述べる。また、実機空力設計に資する指針を得ることを目的とし、境界層の強制遷移による空力特性の変化、ロングナセル形態とショートナセル形態による失速特性の差、内舷フラップを従来の Double-slotted から Single-slotted に変更した際の性能変化等について検証を行う。また、ナセル上に空力デバイスを設置した際の性能向上についても言及する。

### 2. 模型

使用した模型は、100 人乗りクラスのリージョナルジェット機を想定し空力研究用に基本設計した 17%スケール模型、JSM (JAXA Standard Model) である。模型は図 1 に示すとおり、レイノルズ数を出来るかぎり大きく設定できるよう、半裁形態としている。

主翼はスーパークリティカル翼型断面形状を有し、スパン 2.3m (半翼)、平均空力翼弦長 0.5292m、前縁後退角 33.0 度、面積 1.1233m<sup>2</sup>であり、円筒形胴体は全長 4.9m、直径 0.5m である。高揚力装置としては、85%スパンの前縁スラット、外舷に Single-slotted フラップ、内舷に Double-slotted フラップ、およびフラップ支持金具のフェアリングである FTF が設置されており、この内、内舷については Single-slotted フラップへの変更も可能である。本試験では主として高揚力装置をスラット 25 度、フラップ 35 度 (アフトラップ 20 度) の着陸形態に設定している。フロースルーナセルは同クラスの機体に多く用いられているエンジン GE-CF-34-10 を想定して設計された、ロングカウルおよ

びコア付きのショートカウルの両形態の交換設置が可能である。模型には、図2に示す主翼、フラップ、スラット上7断面の他、胴体、パイロン上に合計 456 点の静圧孔が設けられている。

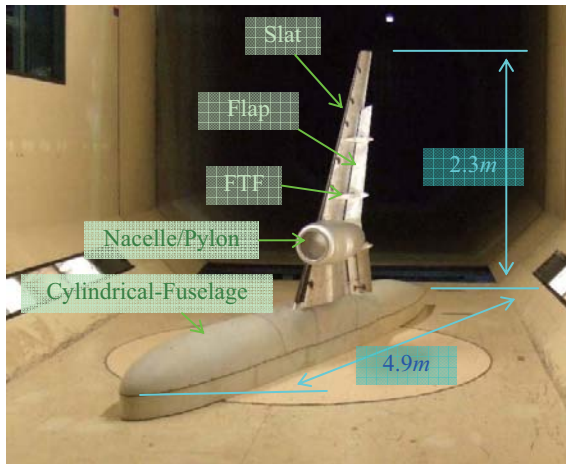


Fig.1 Half model in LWT1 test section.

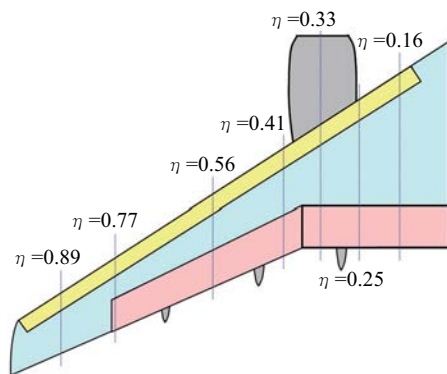


Fig.2 Cross sections for pressure taps on the wing

### 3. 風洞試験

試験は、宇宙航空研究開発機構（JAXA）の 6.5m×5.5m 低速風洞（LWT1）において実施した。模型は図1に示すとおりターンテーブル上に5分力天秤を介して垂直に設置された。胴体と風洞床面の間には測定部において約 130mm の風洞壁境界層と模型本体との干渉を避ける目的で胴体下部を延長した断面形状の 150mm 高さの排除板を設置した。力およびモーメントは、半裁5分力天秤により計測を行い、模型表面静圧については10モジュール圧力スキャナにより計測を行った。また、CFD 結果の検証や流体现象の把握のため、オイルフロー法およびタフト法により模型表面流の可視化計測を実施し、失速特性等を詳細に観察した。さらに、CFD データの精度向上や失速パターンの把握を行う上で重要となる境界層の乱流遷移位置を特定するため、チャイナクレイ法による可視化も実施した。これらに加え、現象理解を深める目的で PIV、スモーク可視化、表面非定常圧力、ホットワイヤ計測等も行っている。主流風速は基本を  $U=30, 40, 50, 60, 70\text{m/s}$  とし、設定迎角は 0 度から概ね失速後 5 度とした。対応するレイノルズ数は平均空力翼弦長基準で 1.05million~2.47million である。

### 4. 結果および考察

本章においては、特に断りのない限り主流風速  $U=60\text{m/s}$  において迎角を上昇させながらピッチアンドポーズにより取得したデータを示す。また、表示したデータは Alan Pope の手法[13]により風洞壁境界修正が行われている。

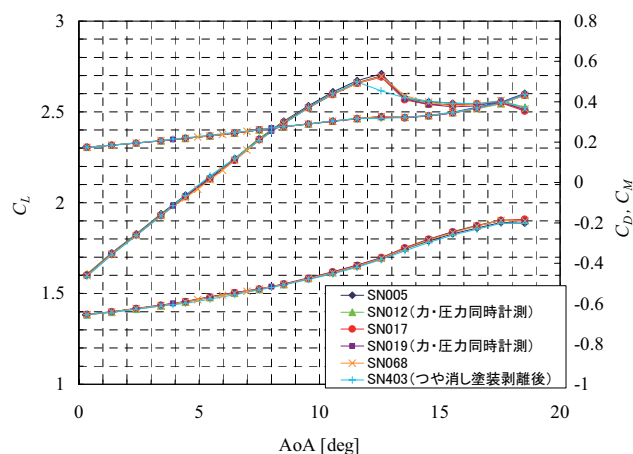
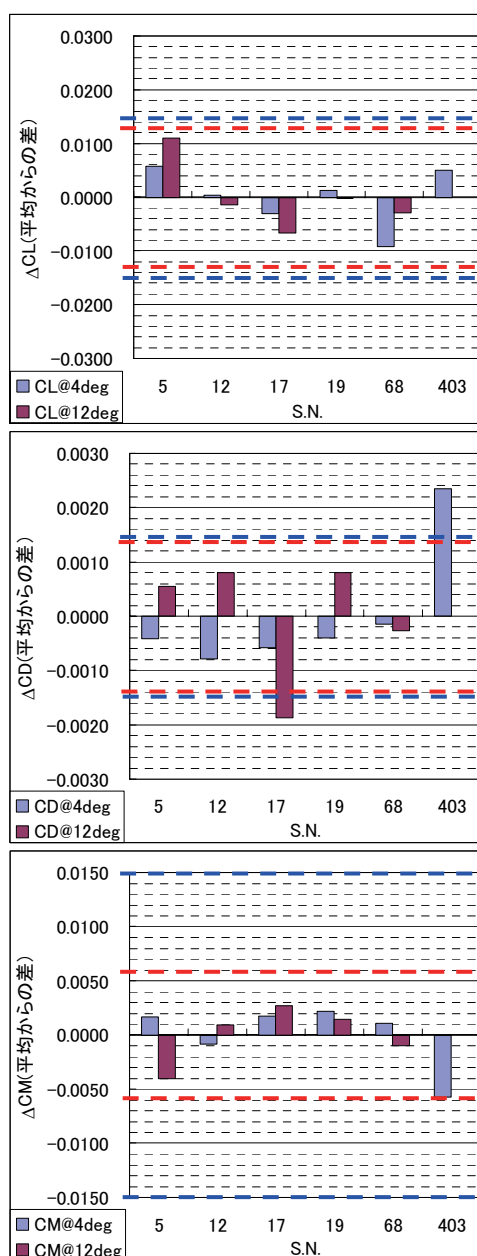
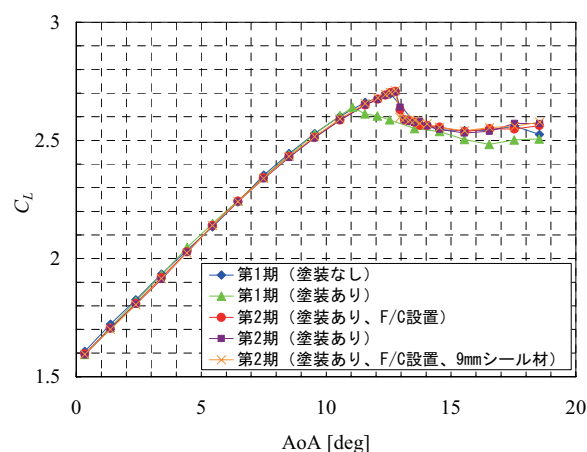
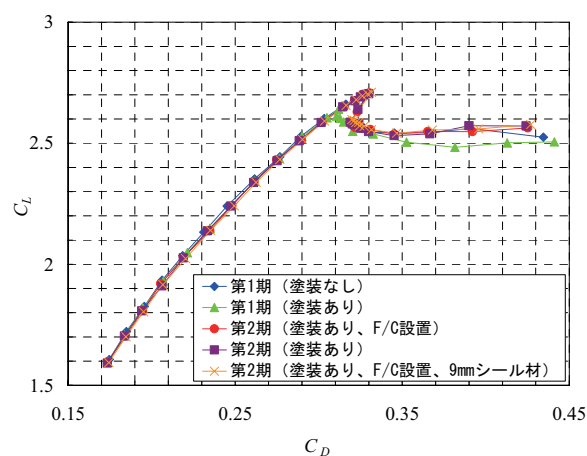
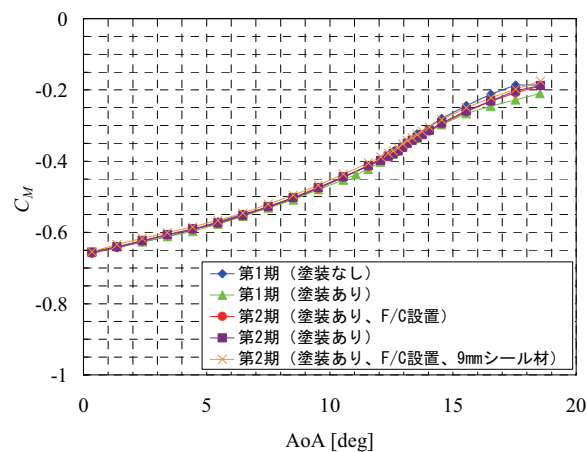
#### 4. 1. 縦3分力データの再現性

図3に第1期試験において取得した縦3分力特性の再現性を示す。ナセルにはロングカウルを使用している。模型の条件はすべて同一であるが、図中の SN403 データについては PIV 計測用に行った模型表面塗装を再度剥離した後に取得したものである。なお、これらのデータ取得時に風速設定精度は  $\pm 0.1\text{m/s}$  以下、迎角設定精度は  $\pm 0.01^\circ$  以下であった。大きな特徴として塗装剥離後に失速角が変化していることが見て取れる。図3に示したデータのうち、代表的な条件として低迎角は 4 度、高迎角は 12 度を選択し、6 回の計測の平均値からのそれぞれのデータのばらつきを図4に示す。その際、図3で示した SN403 データの 12 度は再現性が確保できていないことが明白であるため、本評価からは除外している。図中の赤い点線は公称天秤精度を、また青い線は我々が参照している高揚力形態低速風洞試験[14]の低迎角（4 度）における目標精度を示している。揚力係数とピッチングモーメント係数についてはすべてのデータが公称天秤精度内となっていることがわかる。抗力係数については2つのデータに目標精度以上のばらつきが見られるものの概して良好な再現性が得られている。これらのデータのうち、ワークショップ [12]における CFD 検証用データとしては SN12 を提供している。

次に、第1期と第2期を通し、模型に微小な形状変化等があった場合の空力係数の感度について評価を行う。図5に揚力係数( $C_L$ )ー迎角( $\alpha$ )特性、揚力係数( $C_L$ )ー抗力係数( $C_D$ )特性、ピッチングモーメント係数( $C_M$ )ー迎角( $\alpha$ )特性を示す。模型表面塗装ありなしの場合、主翼キンク位置内外舷フラップの結合部隙間を粘土整形により結合した場合もしくはフラップコネクター (F/C) により結合した場合について比較した。第1期試験における塗装ありなしの差は迎角 4 度において  $\Delta C_L=0.0134$ 、迎角 6 度において 0.0007、迎角 10 度において 0.0248 である。図からもわかる通り迎角 6 度における再現性が良好なことから、6 度以外の迎角では模型や一様流等の影響を受けやすい流れ場が形成されているものと考えられる。また、フラップのキンク位置の形状は空力特性に大きな影響を与えるものと考えていたが、試験結果により F/C を設置した場合と粘土整形による感度は殆どないことが明らかとなった。さらに、境界層排除板と胴体の間に設置したシール材を 15mm から 9mm 変更したことによる有意な差は見られなかった。

第1期と第2期の間には塗装や模型そのもののセットし直しを挟んでいるため直接的な比較は好ましくないが、定性的な変化はなく、線形域での両試験間データのばらつきは  $\Delta C_L=0.0100$  程度となっている。また、遷移や剥離の特性は概ね再現性が良好であることを確認している。誤差の原因として考え得る点としては、塗装の影響、模型本体や HLD の組み付け精度、フラップと胴体付根のシール精度、流れ場の微小変化などが挙げられる。



Fig.3 Repeatability of  $C_L$ ,  $C_D$ ,  $C_M$  during the 1<sup>st</sup> testing.Fig.4 Error of  $C_L$ ,  $C_D$ ,  $C_M$ .(a)  $C_L$ - $\alpha$ (b)  $C_L$ - $C_D$ (c)  $C_M$ - $\alpha$ Fig.5 Repeatability of  $C_L$ ,  $C_D$ ,  $C_M$  during the 1<sup>st</sup> and the 2<sup>nd</sup> testing.

\*F/C: Flap Connector

## 4. 2. 強制遷移の効果

模型各位置の境界層を強制遷移させることを目的とし、図6に示すようラフネスを設置した。図7にラフネスにより模型各位置の境界層を強制遷移させた場合の揚力係数( $C_L$ )ー迎角( $\alpha$ )特性の比較を示す。模型にはロングカウルナセルを設置している。ラフネスとしてはディスクラフネスを使用しており、高さについては迎角10度におけるショートバブル上流に設置した際にチャイナクレー可視化により



遷移が確認できた最小値をとした。具体的な高さは設置位置ごとに異なるが、 $0.15\text{mm}\sim 0.25\text{mm}$  の範囲内となっている。フラップの強制遷移の影響が一番大きく、線形域で  $C_L$  が  $0.1\sim 0.15$  低下し、また最大揚力係数や失速角の性能も悪化することがわかる。フラップが遷移している状況ではスラットの遷移ありなしは影響が小さいこともわかる。一方、通常の開発風試等で行われることが多い母翼のみの強制遷移とした場合には線形域での変化は小さく、失速性能は悪化するものの緩やかな失速となることが確認された。

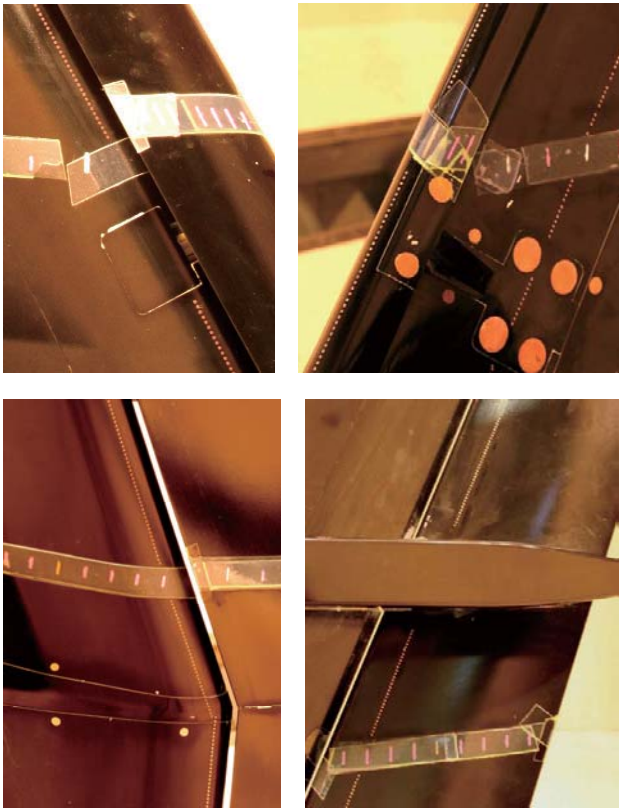


Fig.6 Disk roughness for boundary layer tripping.

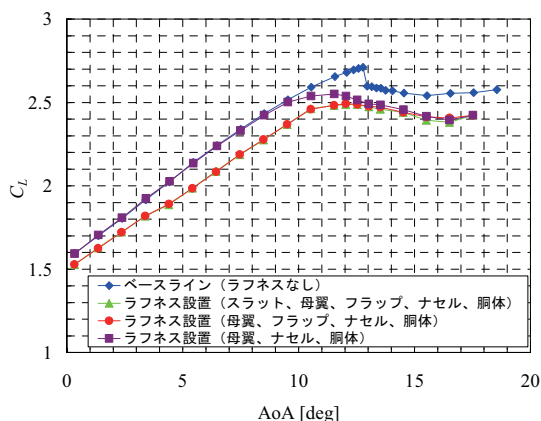


Fig.7 Effect of boundary layer tripping.

#### 4. 3. ナセル形態の比較

図9にナセルを第1期から使用しているロングカウルとした場合(図8左)と第2期で新たに設計製作したショートカウルとした場合(図8右)の揚力係数( $C_L$ )ー迎角( $\alpha$ )特

性の比較を示す。なお、両形態における  $Re$  数効果も比較できるように主流風速  $U=30\text{m/s}$  に対する結果も併せて示している。ショートカウルとすることで、揚力傾斜の変化は小さいものの失速性能が大幅に向上していることがわかる。また、ロングカウルの場合に生じる  $Re$  数依存性、すなわち風速が増加するほど最大揚力係数および失速角が低下する現象[7-9]は確認されず、 $30\text{m/s}$  と  $60\text{m/s}$  の差は線形域および最大揚力付近ともに平行移動したように現れていることがわかる。

図10に  $U=60\text{m/s}$  における両形態失速後に関するオイルフロー可視化結果を示す。両結果共に第2期試験において取得されたものである。(a)に示すロングカウルの場合には、ナセル・パイロンとスラットの干渉による大規模剥離が生じていることがわかる。この現象については他の文献[7-10]において失速に至る流れ場のふるまいが詳細に示されている。一方、ショートカウルの場合、同位置で失速の原因となる剥離は生じず、主翼と胴体の結合部に大きな剥離が生じていることがわかる。この現象は  $30\text{m/s}$  の場合にもほぼ同じ迎角で生ずることがタフト法により確認されており、ショートナセルとしたことで主翼との干渉が低減され良好な失速特性が得られたものと考えられる。



Fig.8 Two types of the nacelles.  
Left: Long-cowling, right: Short-cowling

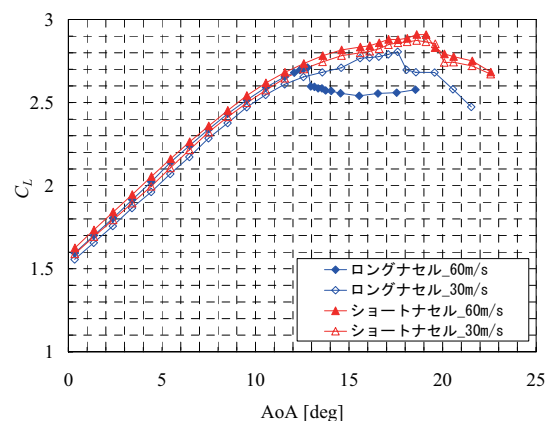
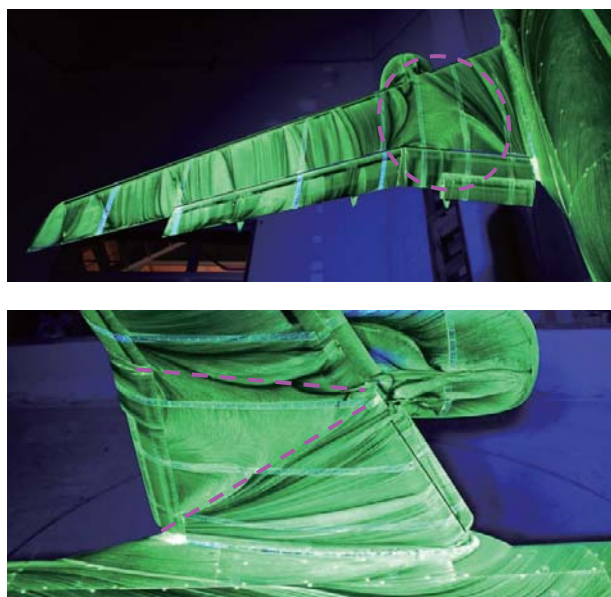
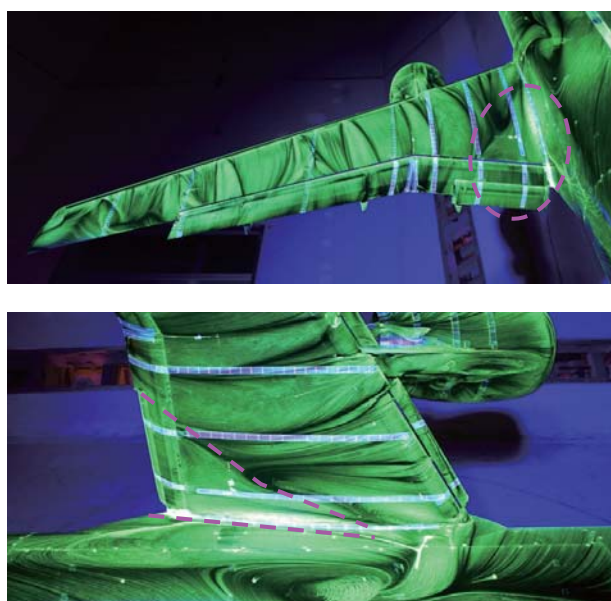


Fig.9 Comparison of  $C_L$  between the long-cowl nacelle and the short-cowling nacelle.



(a) Long-cowling nacelle (AoA=15deg)



(b) Short-cowling nacelle (AoA=21deg)

Fig.10 Comparison of surface flow pattern after the stall angle of attack.

#### 4. 4. フラップ段数の効果

図 1 1 に内舷フラップを Single-slotted フラップにした場合、さらに内外舷フラップコネクターを一部取り外し、主翼キंक位置に最大でフラップコードの 10%程度隙間をつけた場合の揚力係数( $C_L$ )ー迎角( $\alpha$ )特性の変化を示す。模型にはショートカウルナセルを設置している。なお比較対象のベースラインデータは直近のタイミングで取得したものを表示している。内舷アフトフラップを収納することで線形域における揚力係数が 0.2 程度オフセットした形で低下し、これに加えてキंक位置に隙間ができることでさらに 0.05 程度の低下が見られる。一方で失速角や最大揚力係数の変化はこれらに比べて小さくなっている。この結果により、失速付近における性能へのアフトフラップの寄与が小さいことが明らかとなった。

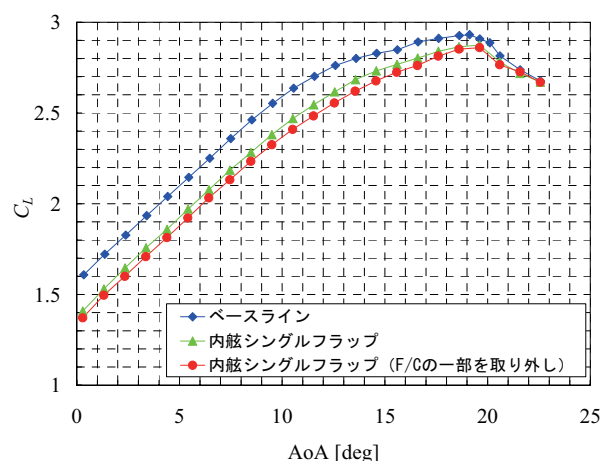


Fig.11 Effects of the number of flaps in the in-board.

#### 4. 5. チャインの効果

次に、高迎角時の揚力性能向上を目指し、ナセル上にボルテックスジェネレータの一種であるナセルチャインを設置し計測を行った結果を示す。本試験項目の主たる目的は、実機設計時の空力デバイス設置位置の効率的設計探索技術の構築である。新たな試みとして、風洞試験で得られる最大揚力の最大化を設計目的とし、Kriging モデルベースの遺伝的アルゴリズムを用いることによって探索の効率を高める手法を採用した。本手法についての詳細は別稿を参照されたい[15]。風洞試験における実際のプロセスとしては、図 1 2 に示すよう、ナセルチャインの位置を移動させ、その都度最大揚力の計測を行い、結果を設計探索プログラムに入力して次の設置位置を決めるという繰り返しを行った。

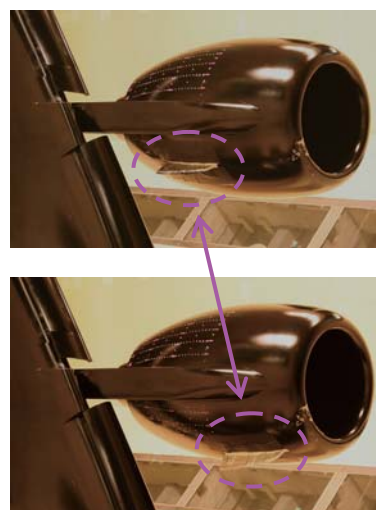


Fig.12 Optimization of the chine location

図 1 3 にナセルチャイン位置を 6 箇所移動した際の揚力特性の変化を示す。pointA や pointB に設置した際に、ベースラインの迎角 10 度で生じていた揚力曲線のキंकが無くなり線形域が延長されたような結果が得られている。これによる最大揚力の増加は著しく、最適点である pointB に設置した場合 0.2 程度の増加となっている。一方で、設置位置によってはベースラインよりも性能を劣化させる場合も

あることがわかる。本試験結果により、ナセルチャイン設置の空力的有効性が実証され、またそれに加え空力デバイス設置位置の効率的設計探査技術が確立された。

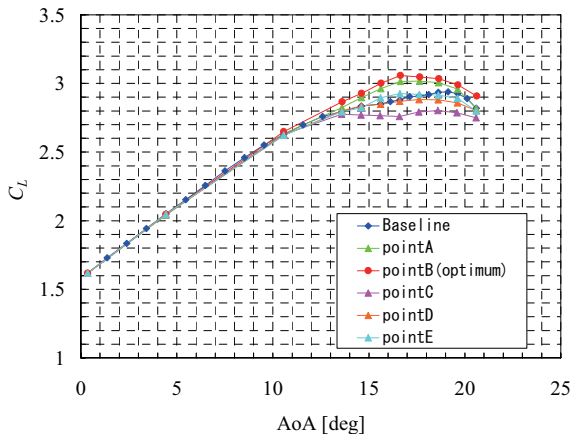


Fig.13 Effect of Nacelle Chine.

## 5. まとめ

旅客機の高揚力装置高性能化を目指した CFD 検証データの取得および物理現象の理解を目的として、高揚力装置付き実機形態半裁模型を用いた低速風洞試験を実施した。第1期、第2期の2回の試験の結果として、風洞試験データの精度が確認されことに加え、模型の微小な変化が空力係数へ与える影響の詳細が明らかとなった。また、翼面上境界層の特性が全機空力性能に与える影響を調査するため、境界層をラフネスにより強制遷移させた結果、フラップ上の遷移が空力性能を著しく劣化させることが確認された。第1期で使用したロングカウルナセルに加え、ショートカウルナセルを用いた試験を行った結果、ショートカウルナセルを使用した場合にナセル/パイロンと主翼の空力干渉が低減し、失速角ならびに最大揚力が著しく向上した。同時に、内舷フラップ段数や内外舷フラップ接合部の形状による空力係数の変化の様子が明らかとなった。最後に、高迎角時の揚力性能向上を目指し、ナセル上にボルテックスジェネレータの一種であるナセルチャインを設置し計測を行った結果、その有効性が明らかとなり、また本試験において新たに試みた Kriging モデルベースの遺伝的アルゴリズムによる効率的設計探査手法が実機開発試験への適用を想定した有効な技術となり得ることが実証された。

## 謝 辞

本研究の実施においては、JAXA 総合技術研究本部風洞技術開発センター風洞セクションの諸氏、同高度化技術セクションの諸氏、ならびに同航空プログラムグループ国産旅

客機チーム空力技術セクションの諸氏に多大なるご協力をいただいた。ここに謝意を表する。

## 参考文献

- 1) Rudolph PKC. "High-lift Systems on Commercial Subsonic Airliner," NASA CR 4746, 1996.
- 2) Van Dam, C. P., "The aerodynamic design of multi-element high-lift systems for transport airplanes", Progress in Aerospace Sciences, 38, 2002, pp. 101-144.
- 3) Johnson, F. T. et al., "Thirty Years of Development and Application of CFD at Boeing Commercial Airplanes, Seattle," Computers & Fluids 34, 1115-1151, 2005.
- 4) Tinoco, E. N.: The Changing Role of Computational Fluid Dynamics in Aircraft Development, AIAA Paper 98-2512, 1998.
- 5) Hansen, H., et al.: Overview about the European High Lift Research Programme EUROLIFT, AIAA Paper 2004-0767, 2004.
- 6) Payne, F. M., "High Reynolds Number Studies of a Boeing 777-200 High Lift Configuration in the NASA ARC 12' Pressure Tunnel and NASA LaRC National Transonic Facility," AIAA-Paper 2000-4220, 2000.
- 7) Ito, T., Yokokawa, Y., Ura, H., Kato, H., Mitsuo, K., and Yamamoto, K., "High-Lift Device Testing in JAXA 6.5m\*5.5m Low-speed Wind Tunnel," AIAA Paper 2006-3643, 2006.
- 8) Yokokawa, Y., Murayama, M., Ito, T., and Yamamoto, K., "Experimental and CFD of a High-Lift Configuration Civil Transport Aircraft Model," AIAA Paper 2006-3452, 2006.
- 9) 横川 譲、村山 光宏、伊藤 健、山本 一臣、"JAXA 高揚力形態半裁模型の空力特性について"、日本航空宇宙学会論文集、2007、印刷中。
- 10) Murayama, M., Yokokawa, Y., Yamamoto, K., "Validation Study of CFD Analysis for High-Lift System," ICAS Paper 2006-2.3.1, 2006.
- 11) Murayama, M., Yokokawa, Y., Yamamoto, K. and Ueda, Y., "CFD Validation Study for a High-Lift Configuration of a Civil Aircraft Model," AIAA Paper 2007-3924, 2007.
- 12) 山本 一臣、村山 光宏、横川 譲、伊藤 健、"JAXA 高揚力装置模型の風洞試験と CFD 解析の概要"、第 44 回飛行機シンポジウム CD-ROM、2006.
- 13) Jewel, B., Barlow, William, H., Rea, Jr., Alan, Pope, : Low-Speed Wind Tunnel Testing, Third Edition.
- 14) Payne, F. M., "Low Speed Wind Tunnel Testing Facility Requirements: A Customer's Perspective," AIAA Paper 99-0306, 1999.
- 15) 金崎 雅博、横川 譲、村山 光宏、伊藤 健、鄭 信圭、山本 一臣、"ナセルチャイン取り付け位置に関する効率的な実験的設計探査"、第 45 回飛行機シンポジウム CD-ROM、2007.



# JAXA 高揚力装置風洞模型を用いた CFD 検証解析について

村山光宏、横川謙、山本一臣  
宇宙航空研究開発機構航空プログラムグループ  
田中健太郎  
菱友システムズ  
上田良稲  
東京ビジネスサービス株式会社

## CFD Validation Study on JAXA High-Lift Configuration Model

by  
Mitsuhiro Murayama, Yuzuru Yokokawa, Kazuomi Yamamoto, Kentaro Tanaka, and Yoshine Ueda

### ABSTRACT

In this study, three-dimensional flow computations around a realistic landing configuration deploying high-lift devices with a nacelle-pylon tested at JAXA are performed for the JAXA High-Lift Device CFD Workshop. Influence on the aerodynamic forces by the turbulent transition of boundary layer is discussed. Importance to consider the transition is shown for better prediction of the aerodynamic forces at high angles of attack. A prediction method for the turbulent transition of boundary layer is also evaluated. The capability is discussed comparing with experimental data. A wind tunnel interference derived from the half-span testing model is also discussed.

### 1. はじめに

旅客機離着陸時の高揚力装置の空力性能は運航費に大きく影響を与えるため、その空力特性の正確な予測と性能向上は重要な課題である。3次元 CFD 解析技術に期待がかけられているが、前縁スラットや後縁フラップのような多翼素高揚力装置形態の流れ場は、形状の複雑さに加え、境界層遷移、剥離、各翼素の後流の干渉など現象自体も複雑となる。CFD を用いた設計高度化を行う上では、その複雑な流れ場に対する CFD 解析技術の信頼性向上が必要である。

CFD による高揚力装置設計高度化の研究として、例えば欧州 EUROLIFT プロジェクトでは高揚力装置の流れ場解析法の実用化のため、各機関の協力の下、2次元形態、単純3次元形態及び実機形態に対して風洞試験との相互検証を進めている<sup>(1-2)</sup>。JAXA 航空プログラムグループ国産旅客機チームでは、実機高揚力装置展開形態で生じる複雑な物理現象の把握や CFD による空力特性予測技術構築を目指し、ナセル・パイロンを含めた3次元高揚力装置展開形態に関する第一回目の風洞試験を2005年10月から2006年2月にかけて行った<sup>(3-4)</sup>。半裁5分力や表面静圧などの基本的なデータに加え、空間速度分布や表面流線、境界層乱流遷移点位置、非定常圧力、騒音源分布など、CFD 検証及び実機空力現象把握や性能向上に資する詳細な風試データが得られた。2006年10月には、その詳細な風洞試験データを用いた第一回高揚力装置 CFD ワークショップを開催し、実機着陸形態に対する国内 CFD 解析技術の現状と課題を議論した<sup>(5-6)</sup>。

本稿では下記の内容について、第一回ワークショップにおける JAXA の解析結果のうち、乱流遷移の影響についてまとめるとともに、ワークショップで議論された遷移予測と風洞壁干渉の把握に関する課題に対して検討した結果を報告する。

#### (1) 境界層乱流遷移の影響

- I. 境界層乱流遷移が空力特性へ及ぼす影響
- II.  $e^N$ 法を用いた遷移予測手法と前縁付着線汚染・再層流化の検討

#### (2) 風洞壁干渉の影響

- I. 境界層排除板の影響

### 2. 計算条件

図1に示されている JAXA 高揚力装置風洞模型着陸形態<sup>(3-4)</sup>の解析を行った。前縁スラット、外舷にシングルスロットドフラップ、内舷にダブルスロットドフラップ、ロングカウルタイプのフロースルーナセル、パイロン、Flap Track Fairing

(FTF)、および円筒形胴体を供えている。着陸形態ではスラット舵角は25度、フラップ舵角は35度、アフトフラップ舵角は20度である。レイノルズ数  $Re$  をできる限り大きく設定できるよう半裁形態が用いられている。半スパン長は2.3m、胴体長は4.9m、平均空力翼弦長  $MAC$  は0.5292mである。風洞壁境界層と模型本体との干渉を避けるために、胴体対称面を延長した断面形状の高さ150mmの境界層排除板が胴体と風洞床面の間に設置されている。天秤に力がかからないよう模型と境界層排除板の間に10mmの隙間があり、その隙間に流れが入り込むのを防ぐために、柔毛材によりシールされている。

計算格子には Workshop 用に公開されている非構造ハイブリッド Coarse 格子を用いた。格子点数は約580万点で、最小格子幅は  $MAC$  基準で  $1.25 \times 10^{-6}$  ( $\approx 0.02/\sqrt{Re}$  程度)である。遠方外部境界は  $MAC$  の約100倍離れた位置にある。図2に計算格子を示す。FTF等の支持金具等は省かれている。

計算条件は主流マッハ数0.175(風速60m/s)、 $MAC$  基準レイノルズ数  $2.1 \times 10^6$  で、迎え角を振った解析を行った。

### 3. 解析手法

非構造格子ソルバーとして TAS (Tohoku University Aerodynamic Simulation) code<sup>(7-9)</sup>を用いる。支配方程式としてレイノルズ平均 Navier-Stokes 方程式を用い、セル節点有限体積法で離散化する。対流項における流束評価には HLEW 法を用い、U-MUSCL 法を用い高次精度化する。時間積分には LU-SGS 陰解法を用いる。

乱流モデルには、生成項において渦度とひずみ度の最小値をとる修正を加え渦中心領域の過大な渦粘性を減らす、修正 Spalart-Allmaras モデル<sup>(10-11)</sup>を用いた。遷移を指定した解析を行う際には層流指定領域での渦粘性の生成を零にしている。

計算は JAXA 数値シミュレータ NSIII CeNSS (Fujitsu PRIMEPOWER HPC2500)<sup>(12)</sup>を用いて行った。

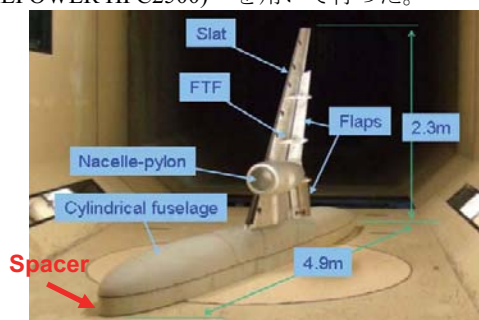


図1 JAXA 高揚力装置風洞模型

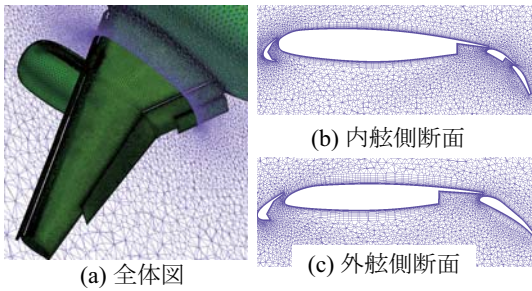


図2 非構造計算格子

#### 4. 遷移予測解析手法

高揚力装置周りの境界層乱流遷移には複数の遷移メカニズムが存在し、非常に複雑である。Tollmien-Schlichting (TS) instability と cross flow (CF) instability に基づく境界層乱流遷移や層流剥離泡による遷移に加え、胴体境界層の影響による前縁付着線汚染に伴う乱流遷移やスラット及び母翼前縁近傍の流れの急速な加速に伴う再層流化が起こりうる。また、多翼素形態に伴い各翼素の後流の影響によるバイパス遷移なども起こりうる。これらの様々な遷移メカニズムが高揚力装置展開形態の遷移予測を非常に難しくしている。遷移予測手法としてこれまで様々な手法が提案されているが、本研究では高密度格子や厳密な格子直交性等を必要としない比較的単純なアプローチを用い、工学的に有用な遷移予測ができるか調査を行う。

層流剥離泡による乱流遷移と、TS 及び CF 不安定性に基づく乱流遷移の予測には JAXA 小型超音速実験機プロジェクトの技術研究において開発された  $e^N$  法を用いた LSTAB コード<sup>(13-15)</sup>を使用する。付着線汚染と再層流化の判定には経験式に基づく手法<sup>(16-17)</sup>を適用する。後流の影響によるバイパス遷移に関しては今回考慮しない。

$e^N$  法に基づく遷移判定法では、線形安定解析による微小擾乱の振幅が中立安定点における値  $A_0$  の  $e^N$  倍に増幅された点を境界層の乱流遷移位置と予測する。LSTAB コードは圧縮性線形安定理論に基づいており、局所平行流近似を採用している。擾乱の空間増幅率  $N$  は各周波数の擾乱の増幅率を流れ方向に積分した値で、局所的に最大の増幅率を連ねる Envelope 法を用いて求める。遷移点はこの  $N$  の遷移対応値における位置として推定される。

今回用いた LSTAB コードの解析手順を図3に示す。解析断面は図3に示される各スパン一定断面にて解析を行った。今回の解析では全域乱流を仮定した計算により表面圧力係数  $C_p$  分布を算出し、得られた  $C_p$  分布を元に Kaups&Cebeci 法により層流境界層計算を行う。次に境界層安定性解析を行い、Envelope 法に基づく増幅率積分を行い、 $N$  値マップを描く。遷移判定閾値  $N$  に基づき遷移点予測を行う。今回の解析では過去のデータに基づき  $N=4$  を用いている。層流剥離泡による遷移に関しては次のように取り扱う。層流境界層計算中に形状関数  $H$  に基づき層流剥離が起きる位置を同定する。TS 及び CF 不安定性に基づく乱流遷移が層流剥離同定位置より前方で起こらない場合、層流剥離泡による遷移として、層流剥離同定位置直前で乱流遷移すると仮定する。

胴体側からの乱れの影響により起こる付着線汚染に関しては次の Poll の判定式を用いる<sup>(16)</sup>。簡略化のため、本解析では非圧縮性を仮定し、よどみ点近傍では円柱流れで近似を行っている。

$$\overline{R^*} \equiv \frac{V_e \eta^*}{v^*} = \frac{\sqrt{(V_e)_{s_w=0}^2}}{\sqrt{v^* \left( \frac{dQ_e}{ds_w} \right)_{s_w=0}}} \quad \left( \frac{dQ_e}{ds_w} \right)_{s_w=0} = \frac{2(U_\infty \cos \Lambda)}{r}$$

$$(V_e)_{s_w=0} = U_\infty \sin \Lambda$$

$$\overline{R^*} \geq 245 \pm 20 : \text{付着線汚染}$$

$\Lambda$  は後退角、 $r$  はよどみ点における曲率半径である。

また、乱流の再層流化に関しては次の加速パラメータ法<sup>(17)</sup>により判定する。

$$\overline{K} = \frac{v^*}{Q_e^2} \frac{dQ_e}{ds_w}$$

$\overline{K} > 10^{-6}$  : 再層流化開始

$> 5 \times 10^{-6}$  : 完全再層流化

3次元流の場合、外部流線に沿って考える必要があるが、本解析では前縁垂直断面にて判定を行った。図4に付着線汚染と再層流化の判定を行った断面を示す。

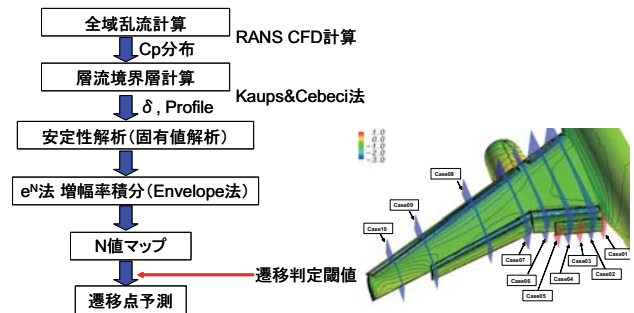


図3 LSTAB を用いた遷移予測解析の解析手順と遷移解析断面位置

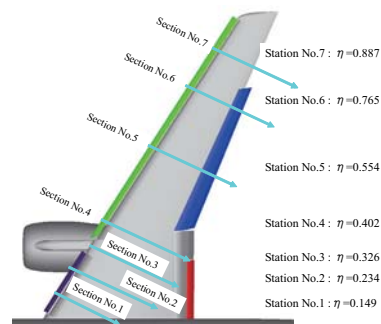


図4 前縁付着線汚染及び再層流化解析断面位置

#### 5. 計算結果

##### 5. 1 境界層乱流遷移の空力特性への影響

遷移可視化風試結果を元に遷移位置を指定した計算と全域乱流計算の比較を行う。図5に迎角4度と10度における遷移指定位置を示す。図中の青色領域が層流領域である。迎角により外翼側のスラットと母翼の遷移に大きな違いが現れている。迎角10度では外舷スラット上面側の一部で乱流に遷移し、また、外舷側母翼前縁付近に層流領域が現れている。フラップ上面に関しては迎角4度とほぼ同じ位置で乱流遷移している。母翼下面側は風試結果では支持金具の影響により局所的な乱流遷移が見られるが、計算中では図5に示すように直線的に設定し、迎角によらず一定としている。

まず図6に迎角4度及び10度の全域乱流計算結果の残差と空力係数の収束履歴を示す。残差は5,000~10,000反復回数で約3桁程度落ちてその後振動を続けるが、空力係数に関しては15,000~20,000反復回数で十分に収束している様子が示されている。

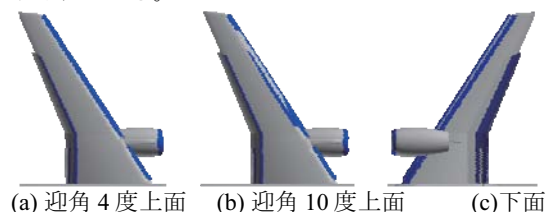


図5 計算における層流指定領域 (青色)



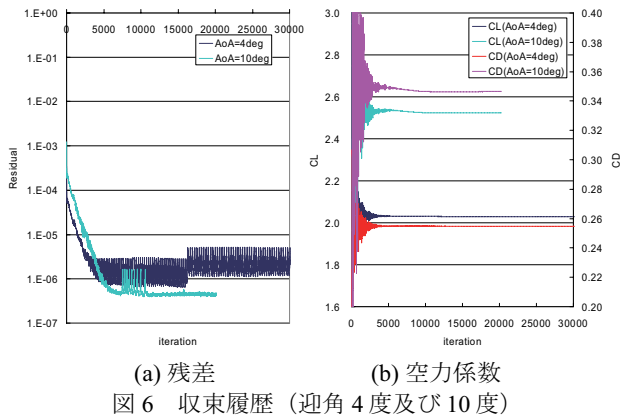


図 7 に空力係数に関する計算結果と風試結果の比較を示す。揚力に関する比較を行うと、迎角増加に伴い全域乱流の計算結果は揚力傾斜が緩やかになっているが、遷移の影響を考慮することにより、高迎角側で揚力増加量が大きく、揚力傾斜が風試結果に近い結果が得られている事がわかる。一方、抵抗係数に関しての比較では、全域乱流を仮定した計算結果は風試結果と比較して同一揚力で比較して低迎角側で約 200 カウント (1 カウント=0.0001)、高迎角側で約 400 カウントほど高く予測されている事がわかる。遷移を考慮する事により、20~40 カウントの抵抗減少が見られるが、風試結果との差は依然として大きい。抵抗予測に関しては、今回用いた約 600 万点の格子解像度ではこの複雑な形状に対する抵抗予測格子解像度が不足している可能性がある。モーメント係数に関しても全域乱流及び遷移考慮計算で大きな差はない。

次に  $C_p$  分布の比較を示す。図 8 に風試における表面静圧測定位置を示す。図 9 と図 10 に迎角 4 度及び 10 度の計算結果と風試結果の比較を示す。迎角 4 度では全域乱流と遷移考慮計算の差は小さく、風試結果と両計算結果が良く一致している。迎角 10 度では遷移考慮による差が見られ、遷移考慮計算の方が母翼及びフラップのサクシオンピークが高く、風試結果に近い結果を示す。サクシオンピークの増加により遷移考慮計算の揚力が増え、揚力傾斜に関して風試結果と良い一致を示している。

図 11 に迎角 10 度におけるオイルフローによる表面流可視化結果比較を示す。風試結果は補正後迎角 10.55 度である。全域乱流及び遷移考慮計算結果を比較すると、表面オイルフローには遷移考慮による大きな変化は見られない。風試結果と計算結果を比較すると良い一致を示している。風試結果においてナセル上面外舷側に剥離があり、またナセル・パイロンによりナセル後方主翼上面の流れが影響を受けている様子が見られるが、計算結果でもその剥離の様子やナセル・パイロンの影響範囲も良く一致している。一方、風試結果ではスラット支持金具や FTF の影響が母翼及びフラップの上面に見られる。FTF の存在により、フラップ上面では局所的に剥離している。また風試結果においては、フラップがない外翼側の後縁でスラット支持金具の影響を受けている剥離が存在していることが分る。FTF 等の支持金具による影響見積りも、性能予測のための課題の一つである。

## 5. 2 遷移予測手法の検討

図 12 と図 13 にそれぞれ迎角 5 度及び 10 度の全域乱流計算結果の  $C_p$  分布を元に遷移位置予測解析を行った上面側遷移位置予測結果を示す。比較のため、風洞試験で測定された  $C_p$  分布を元に遷移解析を行った結果も合わせて示す。遷移判定の  $N$  値に関しては JAXA 大型低速風洞の過去のデ

ータに基づく 4~6 程度であると推定されており、今回の計算において  $N$  値は 4 であると仮定している。また、TS 及び CF 不安定性に基づく乱流遷移が層流剥離同定位置より前方で起こらない場合、層流剥離泡による遷移として、層流剥離同定位置直前で乱流遷移すると仮定している。風試遷移位置はチャイナクレイによる可視化結果の写真より読み取り、数値化したデータである。風試結果と CFD 結果の比較を行う迎角に関して壁干渉等による風試迎角補正により約 0.5 度程度の違いがあるが、その迎角の違いで遷移位置は大きく変化していない。

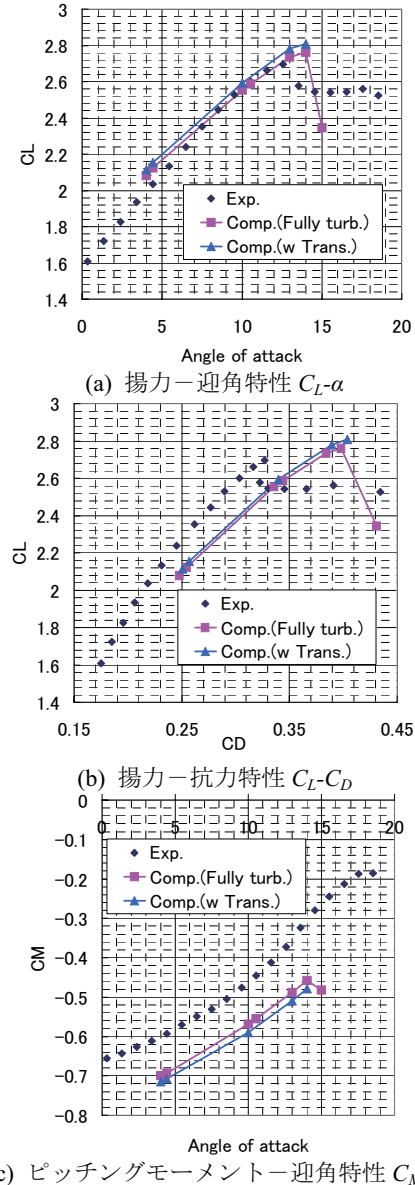


図 7 境界層乱流遷移の影響：空力係数

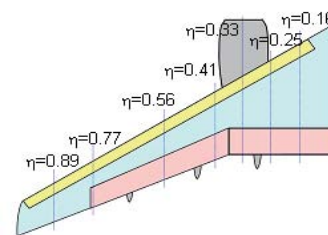


図 8 風試表面静圧計測位置

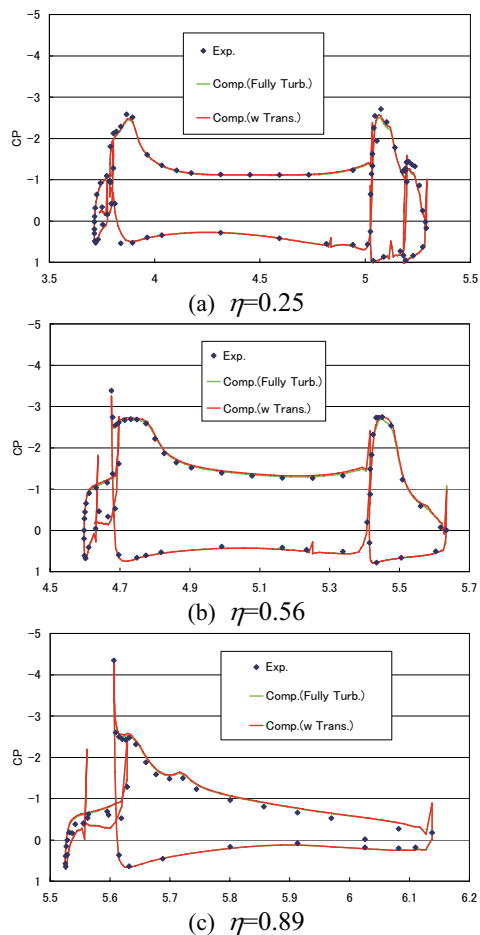


図9 境界層乱流遷移の影響：表面圧力係数（迎角4度）

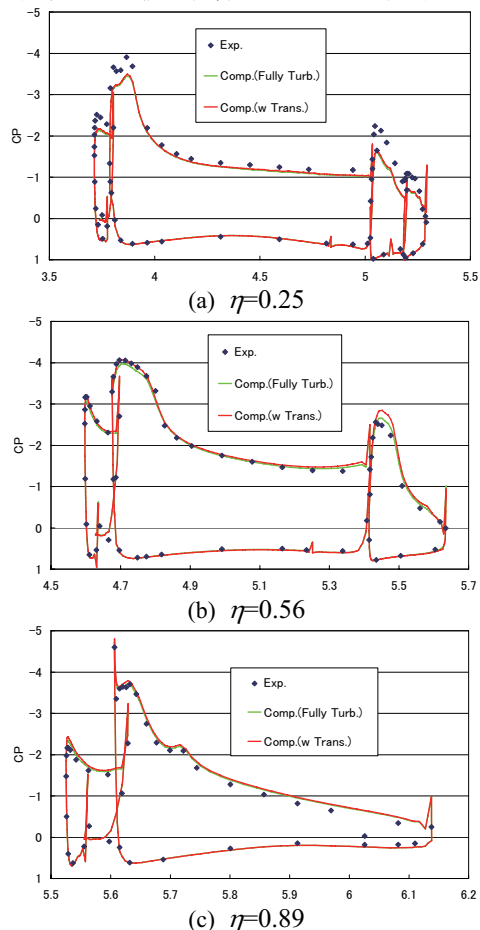
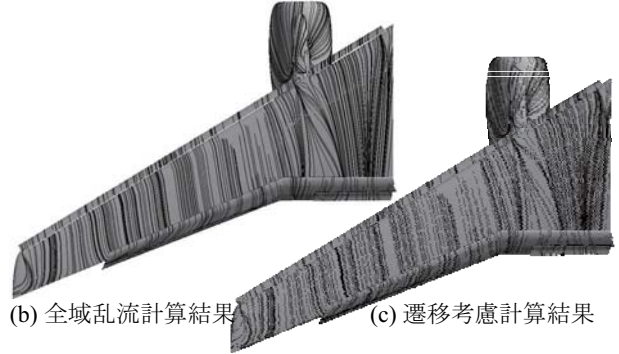


図10 境界層乱流遷移の影響：表面圧力係数（迎角10度）



(a) 風試結果



(b) 全域乱流計算結果

(c) 遷移考慮計算結果

図11 オイルフローによる表面流の比較（CFD：迎角10度、風試：補正後迎角10.55度）

図12に示されている迎角5度において、内外舷スラット上面では風試結果と解析結果共にほぼ後縁まで遷移は起こっていないため遷移線は描かれていない。また、風試結果の母翼内舷側では、ほぼ前縁から乱流状態になっているため遷移線は描かれていない。

図12に示されるように、この迎角5度では、CFDにより得られた $C_p$ 及び風試により得られた $C_p$ 分布を用いた遷移位置予測結果はほぼ同じである。スラット及びフラップ、そして母翼外翼側前縁の遷移位置に関して良い予測が示されている。しかしながら、母翼内翼側では風試結果と計算結果に違いが見られる。実験結果ではほぼ前縁から乱流になっているが、予測結果では層流域が見られる。

図13に示されている迎角10度において、内舷スラット上面では迎角5度と同様に風試結果と解析結果共にほぼ後縁まで遷移は起こっていないため、遷移線は描かれていない。また、風試結果の母翼内舷側では、ほぼ前縁から乱流状態になっているため遷移線は描かれていない。

迎角10度では外翼側のスラットと母翼で層流域が現れている。この迎角の変化に伴う遷移位置の変化は、解析で良く予測されている。アフトラップ上のCFD $C_p$ 分布を用いた遷移予測結果では、遷移が風試結果よりもずっと前方で起こっている。一方、風試 $C_p$ 分布を用いた場合には、実験結果と良い一致を示している。図10(a)に示される内翼側の $C_p$ 分布を見ると、内翼側フラップの圧力分布に関して風試結果との差が大きい。また、格子解像度の影響もあり圧力分布に多少不連続な変化が見られる。この圧力分布の差により遷移予測結果の差が生じていると考えられる。

母翼内翼側の遷移に関しては迎角5度のケースと同様な不一致が見られる。図10(a)に示されている内翼側 $C_p$ 分布の差による違いも考えられるが、特に母翼内翼側では胴体の影響による付着線汚染に伴う乱流遷移が起こる可能性もあり、その検討が必要である。

付着線汚染と再層流化の予測を行った結果を図14に示す。解析は図4に示す7断面で行った。図14は迎角10度におけるスラットと母翼における $\bar{R}^*$ と $\bar{K}$ の計算値を示す。スラットでは全スパンにわたって $\bar{R}^*$ は閾値以下であり、付着線汚染は起こらない。再層流化を判定する $\bar{K}$ は閾値を超

えているが、付着線汚染も起こっており再層流化は物理的にも起こらないと考えられる。母翼に関しては全スパン位置で  $R^*$  が閾値を超えており付着線汚染が起こりうる。同時に、 $K$  も閾値を越えており、再層流化も起こりうる。再層流化が起こる場合、母翼内翼側前縁付近で層流域が現れる可能性があるが、しかしながら風試結果では再層流域が見られていない。

図 15 に迎角 10 度における内翼側スラットコーブの総圧分布を示す。コーブ内の三次元的な渦が母翼前縁の遷移に影響を及ぼす可能性もあり得る。今回の遷移予測では翼素後流の影響に伴うバイパス遷移が考慮されていない。今後、バイパス遷移の可能性や再層流化に対するパラメータに関し、解析・近似手法の妥当性も含め今後更なる検討が必要である。また、遷移に対する風試側からのより詳細な評価も必要である。

	風試可視化結果	CFD Cp分布を用いた予測	風試Cp分布を用いた予測
内舷スラット	後縁まで層流	後縁まで層流	後縁まで層流
外舷スラット	後縁まで層流	後縁まで層流	後縁まで層流
内舷フラップ	遷移	遷移	遷移
外舷フラップ	遷移	遷移	遷移
アフトラップ	遷移	遷移	遷移
内舷母翼	ほぼ前縁から乱流	遷移(後方へ予測・誤差大)	遷移(後方へ予測・誤差大)
外舷母翼	ほぼ前縁から乱流	ほぼ前縁から乱流	ほぼ前縁から乱流

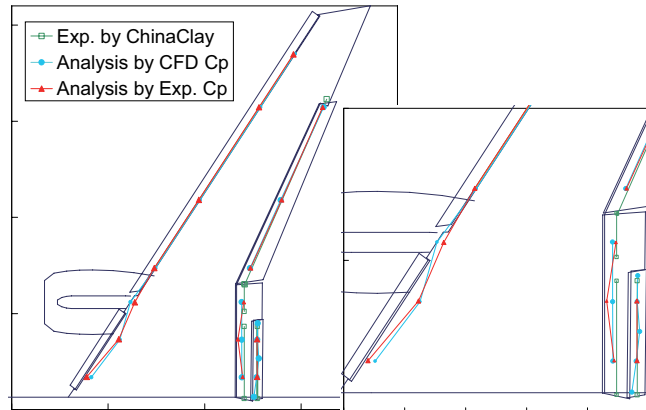


図 12 遷移解析結果(CFD:迎角 4 度, 風試:補正後迎角 4.43 度)

	風試可視化結果	CFD Cp分布を用いた予測	風試Cp分布を用いた予測
内舷スラット	後縁まで層流	後縁まで層流	後縁まで層流
外舷スラット	遷移	遷移	遷移
内舷フラップ	遷移	遷移(多少前方へ予測)	遷移(多少前方へ予測)
外舷フラップ	遷移	遷移	遷移
アフトラップ	遷移	遷移(前方へ予測・誤差大)	遷移
内舷母翼	ほぼ前縁から乱流	遷移(後方へ予測・誤差大)	前縁近くで遷移
外舷母翼	遷移	遷移	遷移

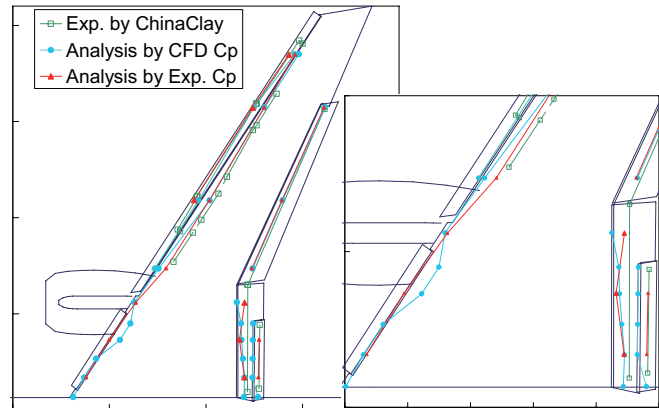
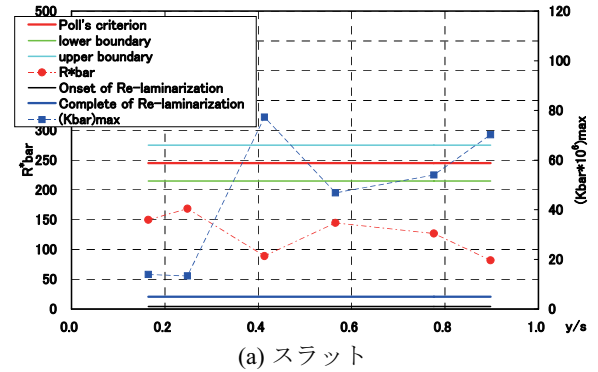
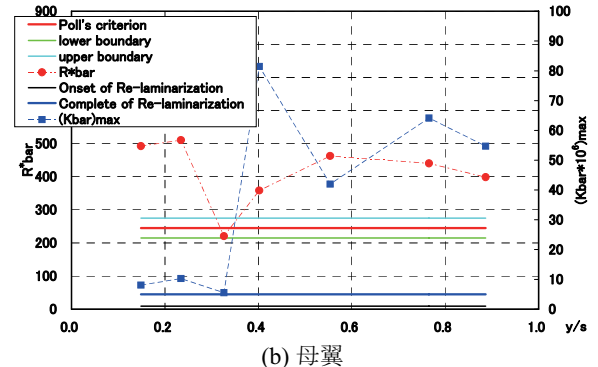


図 13 遷移解析結果(CFD:迎角 10 度, 風試:補正後迎角 10.55 度)



(a) スラット



(b) 母翼

図 14 付着線汚染と再層流化検討結果 (迎角 10 度)

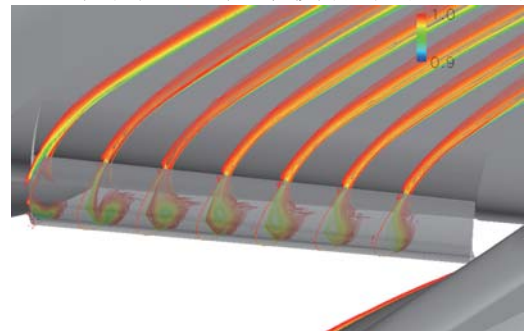


図 15 内翼側スラットコーブ内の総圧分布 (迎角 10 度)

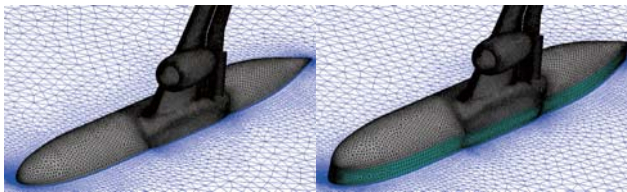
### 5. 3 境界層排除板の影響調査

図 16 に示される境界層排除板を含めた形態に対する揚力-迎角特性を図 17 に示す。今回の解析では境界層排除板の存在による影響を調べる為に、風洞壁は考慮せず、境界層排除板のみを追加した解析を行った。なお、境界層排除板を含めた計算は全域乱流を仮定した計算を行った。また、空力係数を求める際には境界層排除板は積分範囲から除外している。

揚力に関して境界層排除板を含めた解析結果は迎角 4 度では、境界層排除板無し形態との差は遷移考慮の効果よりも小さいが、高迎角側では揚力が増加して揚力傾斜が変化し、風試結果に近い傾向を示す。一方、失速角や最大揚力に関して差は見られない。

図 18 に内翼側 25%スパン位置における  $C_p$  分布を示す。排除板の影響は迎角 4 度では差は小さいが、迎角 10 度では計算において過小評価されていたスラットと母翼のサクションピークの予測が改善されている。境界層排除板を考慮した解析ではサクションピークが増大し、風試結果と良い一致を示す方向に変化する。境界層排除板の存在により、胴体に近い内翼側でスラットと母翼に関して局所的に迎角が増加していると考えられる。風洞壁面の境界層等を考慮していないため、排除板の影響が過大に出ている恐れもあるが、排除板が内翼側の局所迎え角に影響を及ぼしている事がわかった。





(a) 境界層排除板無形態 (b) 境界層排除板有形態  
図 16 境界層排除板有・無の計算格子の比較

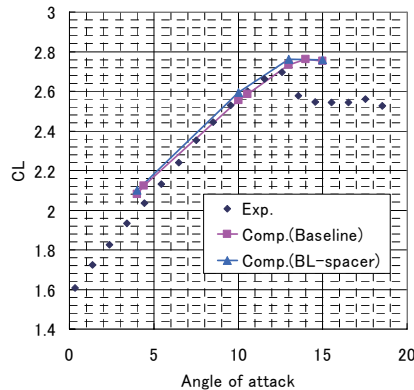
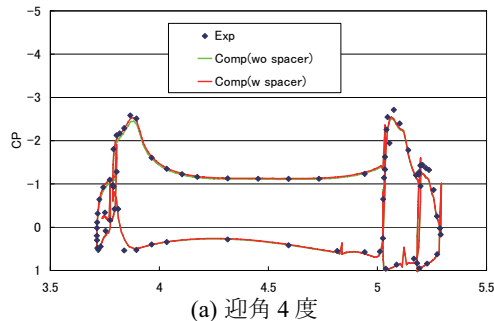
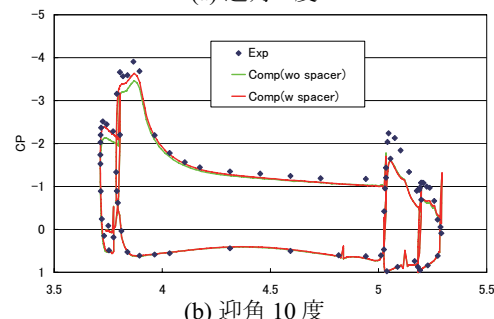


図 17 境界層排除板を含めた揚力-迎角特性  $C_L-\alpha$



(a) 迎角 4 度



(b) 迎角 10 度

図 18 境界層排除板の影響：表面圧力係数(25%span 位置)

## 6. 結論

実機 3 次元離着陸形態に対する CFD 解析技術向上のため、JAXA 高揚力装置風試模型着陸形態の解析を行った。

境界層乱流遷移が空力特性へ与える影響調査により、低迎角では遷移の影響は小さいが、高迎角では遷移を考慮する事により各翼素前縁側のサクシオンピークが高まり揚力が増加し、全域乱流計算時における揚力傾斜の風試結果とのずれが改善される事が示された。

次に  $e^N$  法を用いた遷移予測手法を用いて、高揚力装置展開形態に対する遷移予測精度の評価を行った。母翼内翼側を除き風試結果と良い一致を示し、本手法の妥当性が示された。前縁付着線汚染と再層流化の検討により全スパンで前縁付着線汚染が生じ、かつ再層流化も発生する可能性が示されたが、依然として風試結果との違いが見られる。スラットコープの渦と母翼の干渉によるバイパス遷移の可能性や再層流化に対するパラメータに関し、解析・近似手法の妥当性も含め今後更なる検討が必要である事が示された。

また、風洞壁干渉の調査の一つとして、境界層排除板の影響を調べた。排除板の存在により、内舷側で局所的な迎角が増加し揚力に影響を与えている可能性が示された。今後、風洞壁を含めた詳細な解析を行い、風洞壁の影響を詳細に把握する予定である。

## 参考文献

- Hansen, H., Thiede, P., Moens, F., Rudnik, R., and Quest, J., "Overview about the European High Lift Research Programme EUROLIFT," AIAA Paper 2004-0767, 2004.
- Rudnik, R. and Geyr, H., "The European High Lift Project EUROLIFT II – Objectives, Approach, and Structure," AIAA-2007-4296, 2007.
- Ito, T., Ura, H., Yokokawa, Y., Kato, H., Mitsuo, K., and Yamamoto, K., "High-Lift Device Testing in JAXA 6.5m×5.5m Low-speed Wind Tunnel," AIAA Paper 2006-3643, 2006.
- Yokokawa, Y., Murayama, M., Ito, T., and Yamamoto, K., "Experimental and CFD of a High-Lift Configuration Civil Transport Aircraft Model," AIAA Paper 2006-3452, 2006.
- 山本,村山,横川,伊藤, "JAXA 高揚力装置模型の風洞試験と CFD 解析の概要" 第 44 回飛行機シンポジウム, 2006
- 村山,山本,田中,上田, "JAXA 高揚力装置風洞模型の CFD 解析" 第 44 回飛行機シンポジウム, 2006
- Nakahashi, K., Togashi, F., Fujita, T., and Ito, Y., "Numerical Simulations on Separation of Scaled Supersonic Experimental Airplane from Rocket Booster at Supersonic Speed," AIAA Paper 2002-2843, 2002.
- Murayama, M. and Yamamoto, K., "Comparison Study of Drag Prediction for the 3rd CFD Drag Prediction Workshop by Structured and Unstructured Mesh Method," AIAA Paper 2007-0258, 2007.
- Ito, Y. and Nakahashi, K., "Improvements in the Reliability and Quality of Unstructured Hybrid Mesh Generation," *Inter. J. for Num. Methods in Fluids*, Vol. 45, Issue 1, May 2004, pp. 79-108.
- Spalart, P. R. and Allmaras, S. R., "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows," AIAA Paper 92-0439, 1992.
- Lei, Z., "Effect of RANS Turbulence Models on Computational of Separated Flows over a Wing-Body Configuration," *Trans. of JSASS*, Vol. 48, Nov. 2005, pp. 150-160.
- Matsuo, Y., Nakamura, T., Tsuchiya, M., Ishizuka, T., Fujita, N., Ohkawa, H., Hirabayashi, Y., Takaki, R., Yoshida, M., Nakamura, K., Yamamoto, K., Suematsu, K., and Iwamiya, T., "Numerical Simulator III – Building a Terascale Distributed Parallel Computing Environment for Aerospace Science and Engineering," *Proc. of the Parallel CFD 2002 Conference*, Elsevier Science B. V., 2003, pp. 187-194.
- Yoshida, K., Ogoshi, H., Ishida, Y., and Noguchi, M., "Numerical Study on Transition Prediction Method and Experimental Study on Effect of Supersonic Laminar Flow Control," NAL SP-31, 1996, pp. 59-79.
- Yoshida, K., Ishida, Y., Noguchi, M., Ogoshi, H., and Inagaki, K., "Experimental and Numerical Analysis of Laminar Flow Control at Mach 1.4," AIAA Paper 99-3655, 1999.
- Ueda, Y., Ishikawa, H., and Yoshida, K., "Three Dimensional Boundary Layer Transition Analysis in Supersonic Flow Using A Navier-Stokes Code," ICAS 2004-2.8.2, 2004.
- Poll, D. I. A., "Some Aspects of the Flow Near a Swept Attachment Line with Particular Reference to Boundary Layer Transition," Cranfield Inst. of Technology, CoA Rept. 7805, August 1978.
- Beasley, J. A., "Calculation of the Laminar Boundary Layer and Prediction of Transition on a Sheared Wing," Royal Aeronautical Establishment, Rept. 3787, October 1973.

# JAXA 高揚力装置風洞模型の CFD 解析

中山亮、黒田将史、山崎渉、松島紀佐、中橋和博  
東北大学大学院 航空宇宙工学専攻

## CFD Analysis of JAXA High-Lift Configuration Model

by

Ryo Nakayama, Masafumi Kuroda, Wataru Yamazaki, Kisa Matsushima and Kazuhiro Nakahashi

### ABSTRACT

In this study, CFD analysis is performed on a JAXA 3D High-lift Configuration. The main object is to assess and improve the reliability in simulating the flow around High-Lift configuration. The lift prediction shows qualitatively good agreement with the experiment, but the accuracy of lift prediction has the matter on account of prediction around maximum lift and lift slope. Drag is estimated larger than the experiment consistently. Applying UMUSCL, computational results show improvement in lift and drag predictions as result of spurious drag decrease. Increasing the mesh density, the large separation on flap and both lift and drag decrease are computed. The scale of separation of flap is sensitive to (especially surface) mesh resolution around flap, and affects wing circulation. Consequently, the pressure distribution is changed and predicted pitching moment is improved. Using SST turbulence model, all aerodynamic coefficients come to the experimental data compared to the case of SA turbulence model. These results are also caused by the large separation on flap. The prediction of the separation on flap is important to accurate prediction of aerodynamic forces.

### 1. はじめに

旅客機の高揚力装置の空力特性はペイロード、騒音特性、運行費に大きな影響を与えるので機体要素の中でも極めて重要な要素である。その設計は設計変数が多いことから時間、コストが多く費やされるため、近年 CFD を用いた設計手法が提案されてきた。

CFD の観点から高揚力装置周りの流れ場を考えると、精度よく流れ場を計算するためには多くの問題がある。まず形状の複雑さに起因した格子生成の難しさが挙げられる。高揚力装置は多要素から成る翼なので小さな隙間が生じ、格子生成を難しくする。また遷移や剥離、再層流化といった非定常性の強い流れ場を形成することも高精度予測を難しくする要因である。

CFD の精度検証には風洞試験結果との比較が必要不可欠である。そこで世界各国の研究機関により CFD 検証用データ取得のための風洞試験が実施されてきた<sup>(1-2)</sup>。日本では JAXA が実機形態での風洞試験を行い<sup>(3)</sup>、平成 18 年にそれをテーマとしたワークショップも設けられた<sup>(4)</sup>。

本稿ではワークショップを通じ明らかにされた問題点や検討事項の中から、数値計算手法、格子依存性、乱流モデルについて検証した結果を報告する。

### 2. 数値解析手法

#### 2. 1 流体解析手法

流体解析には非構造格子ソルバー(TAS-code<sup>(5)</sup>)を用いる。このコードは 3 次元 Reynolds 平均 Navier-Stokes 方程式をセル接点有限体積によって離散化している。物理量勾配評価に Green-Gauss 法を使用し、対流項の流束評価には HLLW リーマン解法<sup>(6)</sup>を用いる。時間積分には非構造格子のために拡張された LU-SGS 陰解法<sup>(7)</sup>を用いる。

今回は物理量評価法の調査として式(1)で表現される UMUSCL<sup>(8)</sup>と呼ばれる物理量構築法の検討を行う。

$$q_{i+1/2}^L = q_i + \frac{k}{2}(q_{i+1} - q_i) + (1-k) \cdot \nabla q \cdot \frac{\hat{r}}{2} \quad (1)$$

ここで  $q$ 、 $\nabla q$ 、 $\hat{r}$ 、 $k$  はそれぞれ物理量、物理量勾配、接点間ベクトル、定数を指す。 $k=0.0$  で通常の空間 2 時精度、 $k=0.5$  で UMUSCL が組み込まれる。

また乱流モデルの影響の調査として Spalart-Allmaras(SA) 1 程式モデル<sup>(9)</sup>、及び SST k- $\omega$  2 方程式モデル<sup>(10)</sup>をそれぞ

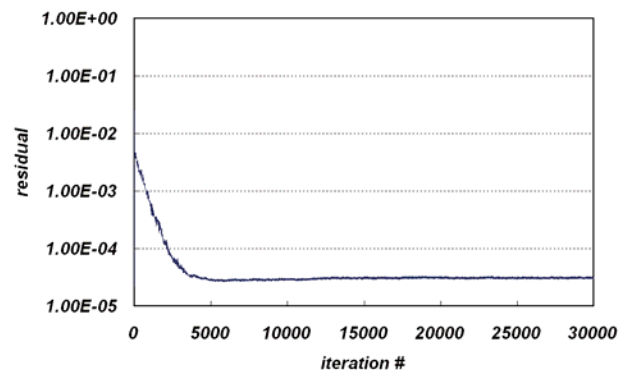
れ全面乱流を仮定して使用した。尚 SST モデルの生成項は式(2)のように近似している。

$$\tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \cong \mu_T \Omega^2 \quad (2)$$

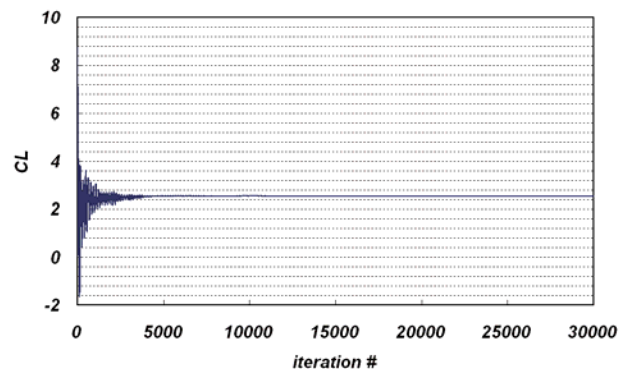
ここで  $\Omega$  は渦度絶対値を指す。本研究では収束性、安定性を考慮し、特に言及が無い限り SA モデルを使用する。

計算は NEC SX-7 を使用し 32 並列で行った。残差と  $C_L$  の収束履歴の例を図 1 に示す。収束までに要する時間は約 3 日程度であった。

計算条件は実験に合わせ主流 Mach 数  $M_\infty=0.175$ 、Reynolds 数は MAC 基準で  $Re_c=2.1 \times 10^6$  とした。



(a)residual



(b) $C_L$

Fig.1 History of residual and  $C_L$



## 2. 2 計算格子

解析対象は図2に示す JAXA 高揚力装置風洞模型で、FTF(Frap Track Fairing)やスラット金具などの有無により 2 種類の形状がある。計算格子は JAXA より提供された 2 種類の格子密度のハイブリッド格子に加え、格子細分化法を用いて作成した 2 種類の格子を使用する。細分化格子の一つは図3のように内弦側フラップ付近を細分化した格子(refinementA)、もう一方は空間格子についてエントロピー変化量を指標として四面体要素のみを細分化した格子(refinementB)である。両格子とも FTF 無し coarse 格子を元に細分化した。表1に計算格子の情報を、図5にセミ-span 24.5%位置の計算格子の断面図をそれぞれ示す。



Fig.2 JAXA High-Lift configuration model  
(left: with clasps right: without clasps)

Table1 Information of computational grid

格子	格子点数	表面格子点数	スラット、フラップ金具の有無
coarse	5.8M	0.17M	無し
medium	13.0M	0.40M	無し
refinementA	8.6M	0.25M	無し
refinementB	7.7M	0.17M	無し
coarse	7.6M	0.22M	有り

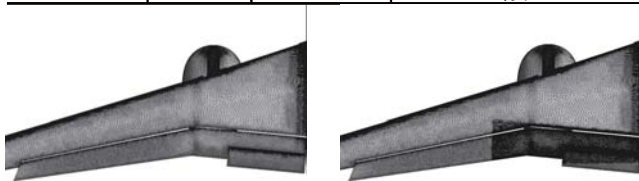


Fig.3 Refinement region(left:coarse right:refinementA)

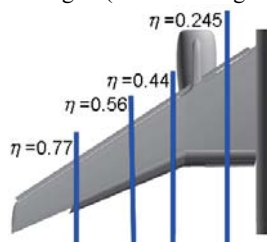


Fig.4 Cross section

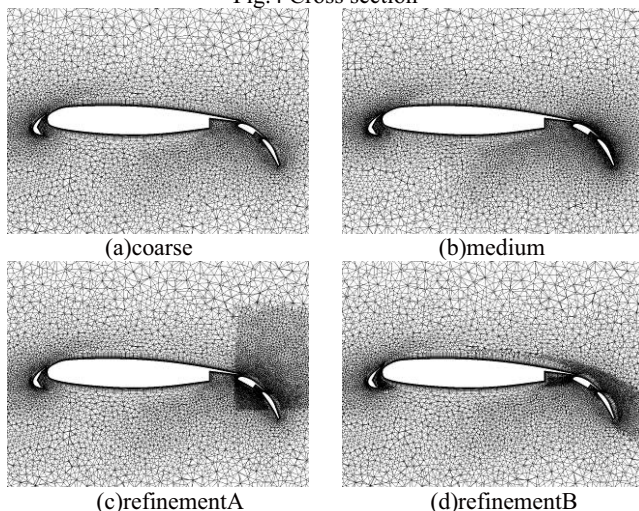


Fig.5 Section view of computational grid(  $\eta=0.245$  )

## 3. 解析結果

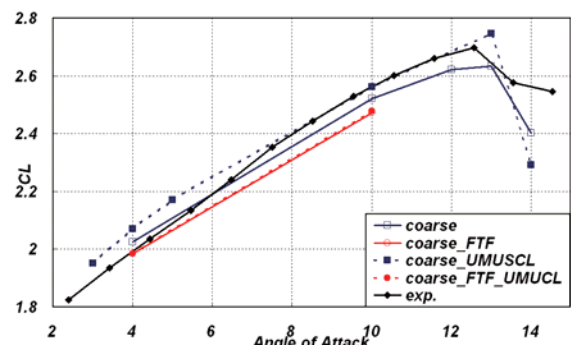
### 3. 1 機体形状および勾配計算法の検証

coarse 格子の 2 つの機体形状において物理量評価法を変化させた場合の空力係数を図6に示す。 $C_L$ に関しては定性的な傾向は一致するが、低迎角での揚力傾斜や最大揚力、失速後の予測に関しては実験との差が大きい。これは CFD が全面乱流を仮定して計算し、層流領域を無視したことが原因の一つであると考えられる。実験値との誤差は失速以前で最大 4% 前後ある。また CFD は  $C_D$  を一貫して 400ct(1ct=0.0001)前後大きく予測し、これは  $C_D$  全体の 10% 以上に相当する。 $C_M$  は  $C_L$  が低いほど実験値に近づく傾向が見られる。

UMUSCL が組み込まれると  $C_L$  は約 2% 上昇する。 $C_D$  は約 3% 減少し実験値に近づく。図7に金具を持たない形状の迎角 10 度における表面流線と逆流領域の比較図を示す。青で示す部分が逆流領域に相当する。UMUSCL の場合、逆流領域はそれほど変化しないが外弦側フラップに剥離線が生じる。また図8に金具を持たない形状の迎角 10 度、セミ-span 56% の  $C_p$  分布を示す。UMUSCL を考慮すると各要素のサクシオンピークが大きくなり実験値に近づく。

UMUSCL の効果の考察として、mid-field method<sup>(11)</sup>による抵抗分解を適用した結果を図9に示す。点線は Green-Gauss 法、実線は UMUSCL を組み込んだ結果を示す。失速後の結果は信頼性が得られずここでは示していない。ここで pure drag は全体の抵抗(total drag)から非物理的な抵抗である spurious drag を除いた抵抗を指す。UMUSCL を使用した場合の spurious drag は使用しない場合と比較して約 250ct 減少する。これは物理量評価の際に数値拡散が減少したことを示す。pure drag を以って実験値と比較すると実験値と誤差約 3% で一致する。図10にエントロピー生成に基づく抵抗の分布を示すが、UMUSCL 使用時には翼前縁での spurious drag と思われる抵抗が減少していることがわかる。図8の  $C_p$  分布のサクシオンピークの上昇もこの効果によるものと考えられる。今回計算したケースでは spurious drag は 400ct 前後算出されており、これは高揚力装置の複雑な形状に起因した格子の質と密度、及びソルバーの空間精度不足より生じたと考えられる。

スラット金具の有無に着目すると、各空力係数にその影響が見られる。スラット金具があると  $C_L$  は約 2%、 $C_D$  は約 1% 減少する。 $C_M$  は約 3% 上昇し実験値に近づく。UMUSCL を考慮し、金具の有無について迎角 10 度の場合の表面流線と逆流領域を比較したものを図11に示す。金具の影響による母翼やフラップ上の剥離の拡大が認められ、実験と似た傾向を示す。図12に金具の有無について迎角 10 度、セミ-span 56% の  $C_p$  分布を比較した図を示す。翼上面の圧力が全体的に上昇し、特に各要素のサクシオン付近でピークの下降が大きい。これら  $C_p$  分布の変化や剥離の変化により  $C_M$  は実験値に近づいたと考えられる。CFD は支持金具の影響について定性的な傾向は捉えていると言える。



(a)  $C_L-\alpha$

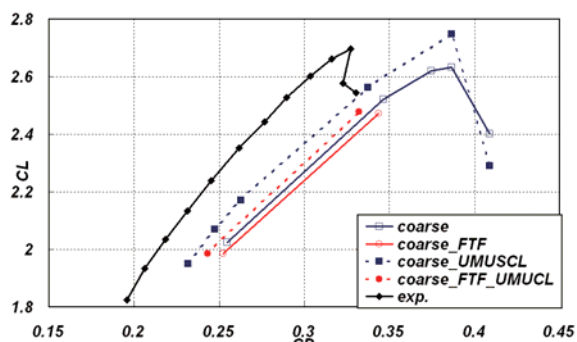
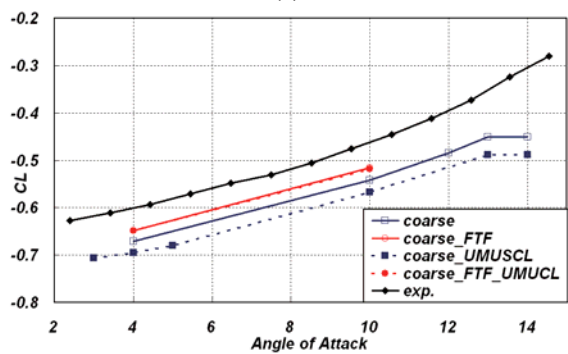
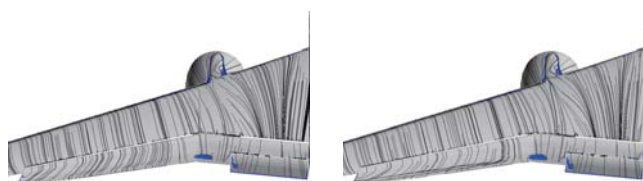
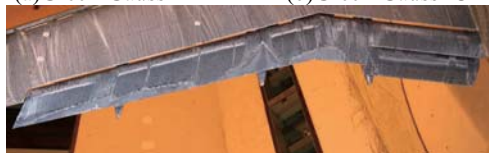
(b)  $C_L - C_D$ (c)  $C_M - \alpha$ 

Fig.6 Comparison of results about the computational scheme



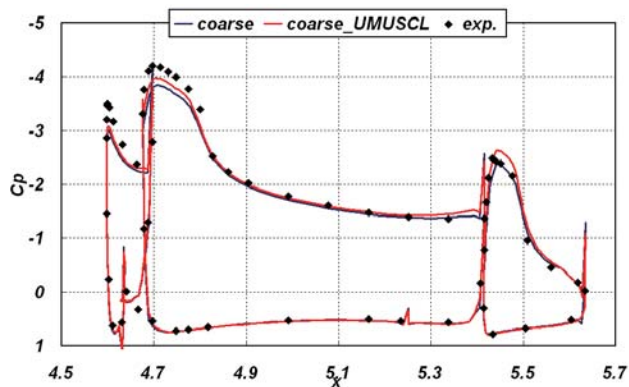
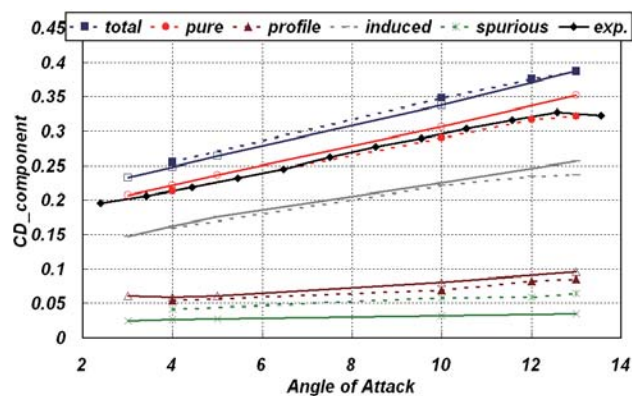
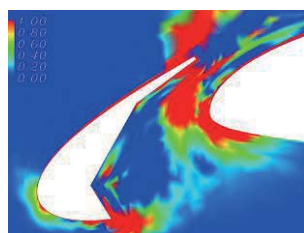
(a) Green-Gauss

(b) Green-Gauss+UMUSCL

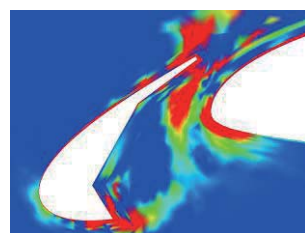


(c) experiment

Fig.7 Comparison of surface stream line and inverse region at 10degree

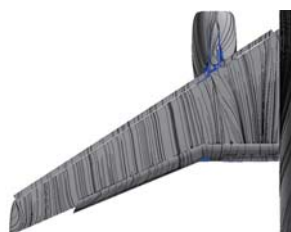
Fig.8 Comparison of  $C_p$  distribution ( $\eta=0.56$ , A.o.A = 10.0)Fig.9 Results of drag-decomposition  
(solid line:Green-Gauss dashed line: Green-Gauss+UMUSCL)

(a) Green-Gauss



(b) Green-Gauss+UMUSCL

Fig.10 Comparison of distribution of entropy based drag



(a) without clasps

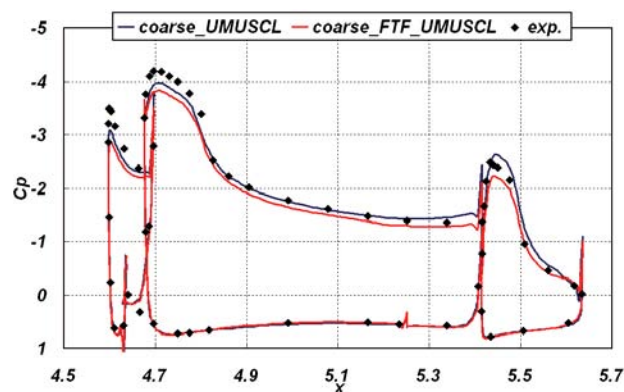


(b) with clasps



(c) experiment

Fig.11 Comparison of surface stream line and inverse region at 10degree

Fig.12 Comparison of  $C_p$  distribution ( $\eta=0.56$ , A.o.A = 10.0)



### 3. 2 格子依存性の検証

この節では金具無しの形状における格子依存性について検証を行う。各格子の空力係数を図 13 に示す。 $C_L$  は格子密度が上昇するほど揚力が低下する。UMUSCL を考慮しない CFD 同士の結果を比較すると最大 6% 低下し、実験値とは 4% 程度の誤差が生じる。 $C_D$  も同様に減少し UMUSCL 無しの CFD の結果同士では 6% 程度、実験値とは 10% の差が生じる。 $C_M$  は前節の結果と同様に揚力が低いほど実験値に近づく。図 14 は  $C_D$  から理論誘導抵抗係数  $C_L^2/\pi/AR(AR$ : 主翼アスペクト比) を差し引いた抵抗、つまり理論上の形状抵抗と揚力の関係を示す。迎角 4 度の場合について比較すると、同じ CFD 同士では最大 1.5%、実験値と比較すると最大 5% の差が生じる。理論形状抵抗係数の誤差が  $C_D$  の誤差よりも小さいことから誘導抵抗の予測、言い換えれば  $C_L$  の予測精度が重要であることがわかる。

流れ場の定性的比較のために迎角 4 度における UMUSCL を組み込まない結果の表面流線と逆流領域を図 15 に示す。フラップ表面の格子点数が増加した格子 refinementA の流線では medium 格子と同様にフラップ・キンク部の剥離が増大している。空間格子密度のみが増加した格子 refinementB の結果でも coarse 格子より剥離が増大する。refinementA 格子の剥離が refinementB 格子の剥離より大きいことから、低迎角については特にフラップの表面格子密度が剥離に大きく関係していることがわかる。この剥離の拡大が  $C_L$  の予測に影響したと考えられる。

図 16、図 17 に迎角 4 度におけるセミスパン 44% と 77% 位置の断面  $C_p$  分布を比較したものを示す。セミスパン 44% 位置の  $C_p$  分布はフラップ・キンク部の剥離の影響を受け medium 格子, refinement 格子共にフラップ上面の圧力上昇が認められる。剥離領域が大きい refinementA 格子ではフラップに加え、母翼上面の圧力上昇も大きい。これは大きなフラップ舵角に起因する循環の影響によるものと思われる。フラップの舵角が大きくなると発生される揚力が大きくなり、結果として強い循環が生じる。そのため上流の流れ場に対する影響が大きくなると考えられる。セミスパン 77% 位置の  $C_p$  分布を比較すると、どちらの refinement 格子の分布も coarse 格子に近づいており、外弦側では剥離の影響が小さいと言える。

最後に図 18 に格子解像度の変化に伴う流れ場の変化の考察として、機体後流の全圧分布を示す。refinementA 格子ではフラップの大規模剥離による渦が認められる。また refinementB 格子は後流の空間格子解像度が向上しているため、後流の渦の崩壊が遅れる。図には示さないが、この強い渦はフラップ上面の横流れを強く境界層を発達させる。その結果、剥離の拡大が生じたと思われる。このように今回の解析についてはフラップの剥離が強い格子依存性を持つことがわかった。しかし実験値より大きく剥離するケースもあり、より詳細な考察が必要である。

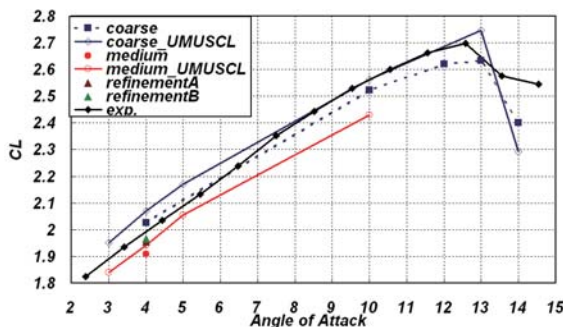
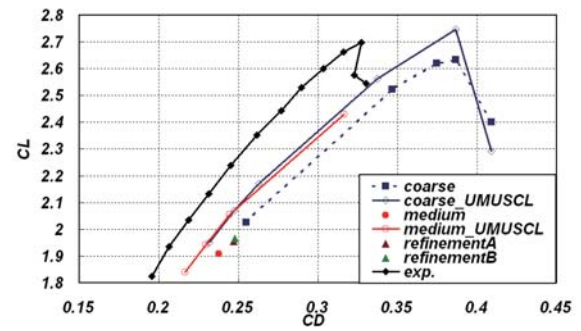
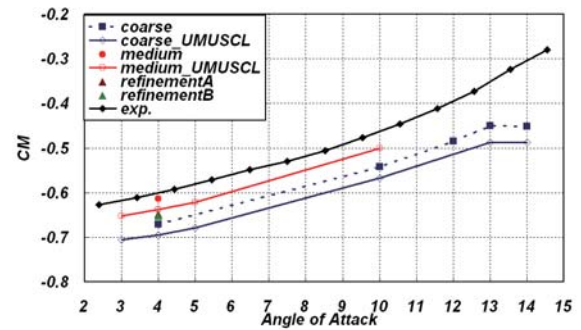
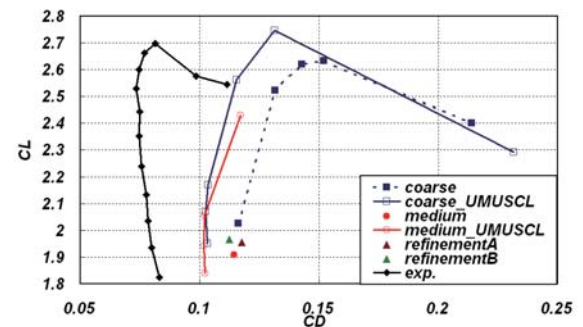
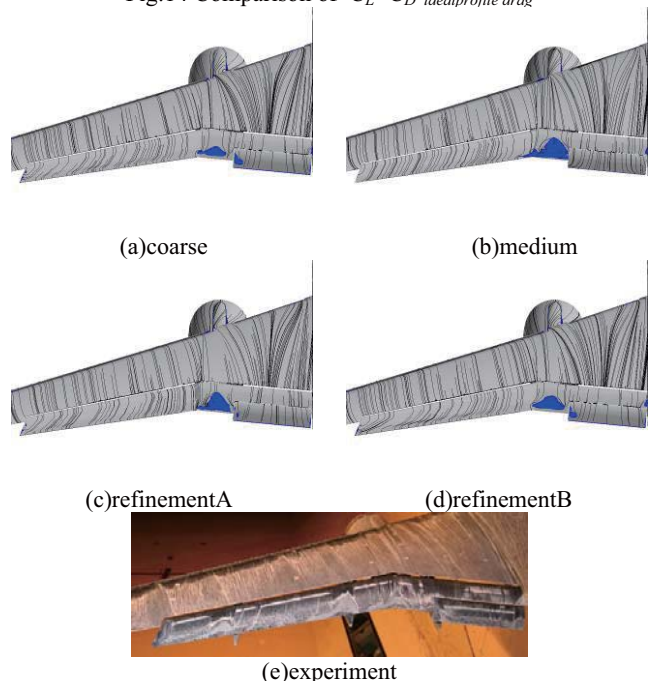
(a)  $C_L$ - $\alpha$ (b)  $C_L - C_D$ (c)  $C_M$ - $\alpha$ 

Fig.13 Comparison of results about the mesh dependency

Fig.14 Comparison of  $C_L - C_D$  ideal profile drag

(e) experiment

Fig.15 Comparison of surface stream line and inverse region at 4degree

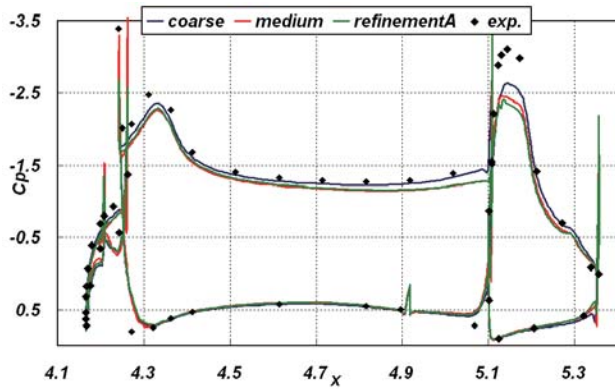
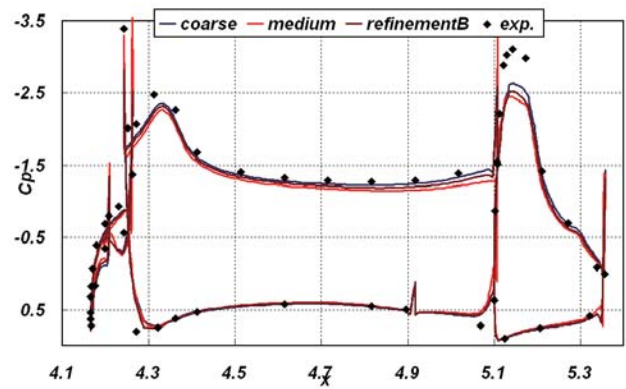
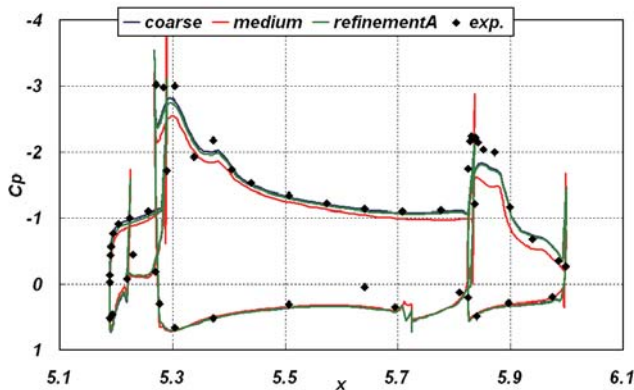
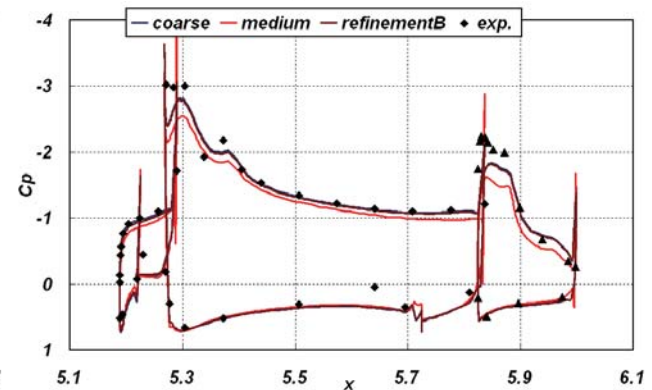
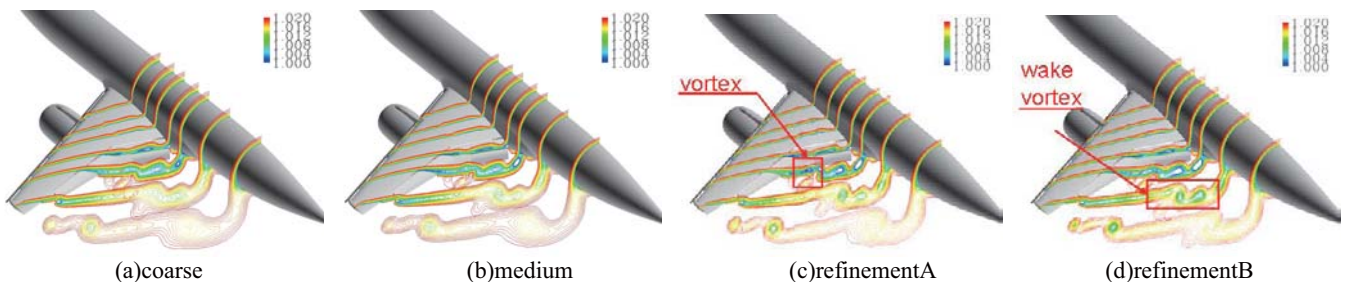
(a)  $\eta = 0.44$ (a)  $\eta = 0.44$ (b)  $\eta = 0.77$ (b)  $\eta = 0.77$ Fig.16 Comparison of  $C_p$  distribution among coarse, medium and refinementA(A.o.A = 4.0)Fig.17 Comparison of  $C_p$  distribution among coarse, medium and refinementB(A.o.A = 4.0)

Fig.18 Comparison of total pressure in wake among CFD results

### 3. 3 乱流モデルの検証

この節では Spalart-Allmaras 1 方程式モデルと SST  $k-\omega$  2 方程式モデルの検証結果を述べる。計算格子は支持金具無しの coarse 格子を使用する。ソルバーに UMUSCL を組み込み、迎角 4 度で計算を行った。空力係数を表 2 に示す。 $C_L$  は約 2% 低下し、 $C_D$  は約 40ct、1.5% 程度低下した。理論誘導抵抗と理論形状抵抗の比較図を図 19 に示す。SST モデルの結果は SA モデルより誘導抵抗係数は減少しているが形状抵抗係数は増加する。

図 20 に表面流線を比較したものを示す。SST モデルは SA モデルと比較してフラップ・キンク部の剥離が増大する。フラップ・キンク部の剥離は実験の流線と比較すると過大に予測されたと言える。加えてフラップ端部の流線にも変化が見られ、この部分にも若干の剥離領域増加が生じている。SST モデルの形状抵抗増加や  $C_M$  の変化はこの剥離に起因するものであると考えられる。

図 21 にセミスパン 77% 位置の  $C_p$  分布と  $C_f$  の絶対値分布を比較したものを示す。この断面は乱流モデルによって流線が異なったフラップ端部に相当する。 $C_p$  分布に着目すると SST モデルではサクシオンピークは低下するが、僅かに翼上面の圧力が上昇し母翼コード長中盤以降では SA モデ

ルよりも実験値に近づく。またフラップには剥離による圧力上昇が生じ、実験値に近づく分布を示す。一方  $C_f$  分布を比較すると翼上面では一様に SST モデルの値が SA モデルよりも低下しており、特にサクシオン部や剥離が生じた部分で大きく低下する。以上より乱流モデルの差異に対する流れ場の変化が確認された。特に剥離に関してその影響が大きい。しかし実験の剥離は層流剥離などを含む複雑な傾向を示しており、今後高迎角のケースや層流遷移を考慮した更なる議論が必要となる。

Table 2 Comparison of computational results between SA and SST turbulent model(A.o.A = 4.0)

	$CL$	$CD$	$CM$	$CDp$	$Cdf$
exp.	1.9931	0.2133	-0.5929		
SA	2.0705	0.2473	-0.6954	0.2271	0.0202
SST	2.0229	0.2429	-0.6696	0.2235	0.0194



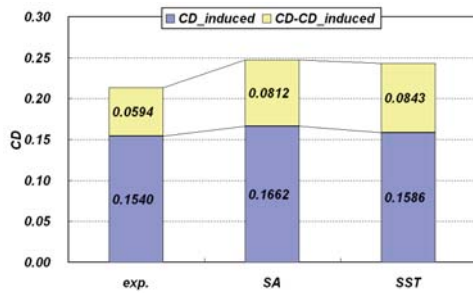


Fig.19 Comparison of drag components between SA and SST turbulent models (A.o.A = 4.0)

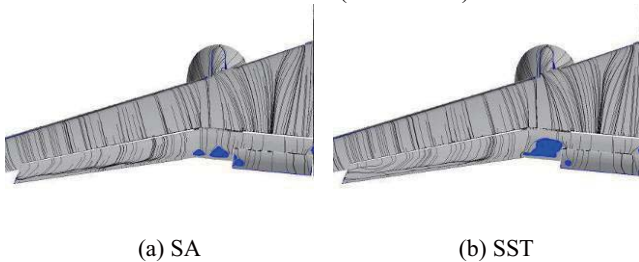


Fig.20 Comparison of stream line and inverse region between SA and SST turbulent model (A.o.A = 4.0)

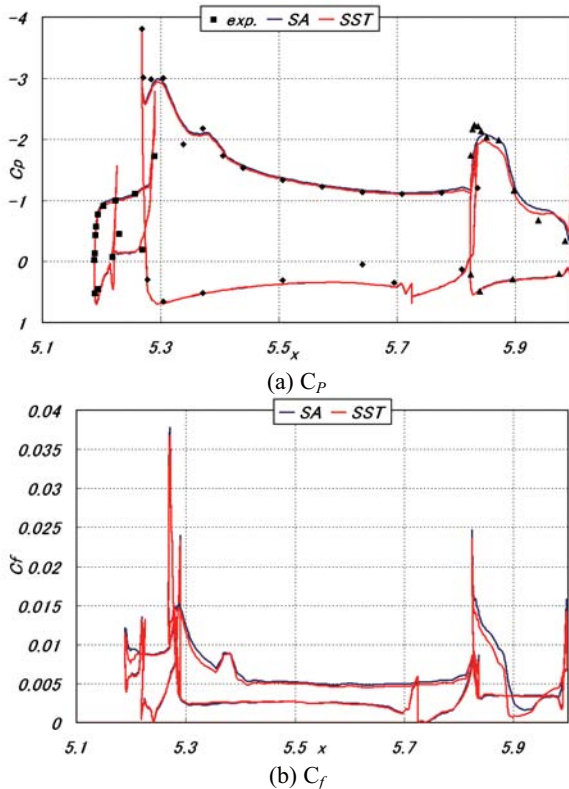


Fig.21 Comparison of  $C_p$  and  $C_f$  distribution between SA and SST turbulent model ( $\eta = 0.77$ , A.o.A = 4.0)

#### 4. 結言

三次元実機形状高揚力装置周りにおける CFD の精度検証を目的とし、JAXA 高揚力装置風洞模型の風洞試験結果を比較対象として解析を行った。

まず物理量評価法の検証を行い、UMUSCL による空力係数の改善を確認した。抵抗分解の結果、UMUSCL 使用時には数値拡散を意味する spurious drag の減少が認められた。これはサクションピークの上昇やフラップの剥離として現れる。

次に格子依存性の検証を行った。その結果、格子密度が向上すると  $C_L$ 、 $C_D$  共に低下し、実験値に必ずしも近づか

ないことがわかった。原因としてはフラップの剥離の再現性にあると考えられる。これは特にフラップの表面格子の解像度に対して格子依存性が強い。

最後に SA モデルと SST  $k-\omega$  モデルの二つの乱流モデルの検証を行った。空力係数を比較すると SST モデルはすべての係数で SA モデルより実験値に近い値を予測した。SST モデルは SA モデルより剥離を過大評価し、それに起因する翼上面の圧力分布の変化が見られた。空力係数は実験値に近づく一方で、サクションピークや剥離の評価は実験値との差が大きくなっており、一概に予測精度が向上したとは言えない。

検証を通じて高揚力装置を持つ流れ場ではフラップ周りの流れ場、特に剥離の再現性が格子密度や乱流モデルに対して大きく依存することがわかった。今後は剥離が大規模化する高迎角における調査が必要だと思われる。

#### 謝辞

実験データ、計算格子は JAXA より提供していただきました。また計算には東北大学シナジーセンターの NEC SX-7 を使用しました。この場を借りて御礼申し上げます。

#### 参考文献

- 1) Jonson, P., Jones, K. M., and Madson, M., "Experimental Investigation of a Simplified 3D High Lift Configuration in Support of CFD Validation," AIAA Paper 2000-4217, 2000.
- 2) Rudnik, R., H. Frhr. v. Geyr, "The European High Lift project EUROLIFT II -Objectives, Approach and Structure," AIAA Paper 2007-4296, 2007.
- 3) Ito, T., Ura, H., Yokokawa, Y., Kato, H., Mitsuo, M., Yamamoto, K. "High-Lift Device Testing in JAXA 6.5m x 5.5m Low-speed Wind Tunnel" AIAA Paper, 25th AIAA Aerodynamic Measurement Technology and Ground Testing Conf. 2006-3643, 2006.
- 4) 企画講演 SS4 「JAXA 高揚力装置風洞模型を用いた CFD ワークショップ」, 第 44 回飛行機シンポジウム論文集, 2006.
- 5) Nakahashi, K., Ito, Y., and Togashi, F., "Some Challenges of Realistic Flow Simulations by Unstructured Grid CFD," *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, Vol.43, Issue 6-7, pp.769-783, 2003.
- 6) Obayashi, S., and Guruswamy, G. P., "Convergence Acceleration of a Aeroelastic Navier-Stokes Solver for Efficient Static Aeroelastic Computations," *AIAA Journal* Vol.33, No.6, pp.1134-1141, 1995.
- 7) Sharov, D., and Nakahashi, K., "Reordering of 3-D Hybrid Unstructured Grid for Lower-Upper Gauss-Seidel Computations," *AIAA Journal*, Vol.36, No.3, pp.484-486 1998.
- 8) Burg, C., "Higher order Variable Extrapolation For Unstructured Finite Volume RANS Flow Solvers," AIAA Paper 2005-4999, 2005.
- 9) Spalart, P. R., and Allmaras, S. R., "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamics Flows," AIAA Paper 92-0439, January 1992.
- 10) Menter, F. R., "Zonal Two Equation  $k-\omega$  Turbulence Models for Aerodynamic Flows," AIAA Paper 93-2906, 1993.
- 11) Yamazaki, W., Matsushima, K., and Nakahashi, K., "Unstructured Mesh Drag Prediction Based on Drag Decomposition" *ECCOMAS CFD 2006*, 2006.



# 重合格子を用いた JAXA 高揚力装置風洞模型の CFD 解析

永田卓, 越智章生 (川崎重工業株式会社)

嶋 英志 (現; 宇宙航空研究開発機構)

## CFD Analysis of JAXA High-Lift Configuration Model Using Overset Mesh

by

Taku Nagata, Akio Ochi (Kawasaki Heavy Industries, Ltd)

Eiji Shima (currently; JAXA)

### ABSTRACT

Flow around JAXA HLD (High Lift Devices) wind tunnel model is analyzed by RANS CFD method and compared with the experimental data obtained by JAXA. Unstructured mesh with overset technique is used for mesh generation around realistic configuration with small parts such as slat clip. It was shown that the slat clip made a difference in the flowfield especially around the edge of the slat. Baldwin-Barth and Spalart-Allmaras one equation models are used for turbulence model and the former gives better agreement with the experiment

### 1. はじめに

近年、航空機の開発において CFD(Computational Fluid Dynamics)は空力設計のツールとして広く用いられるようになっている。巡航形態の CFD 解析については、風洞試験結果と CFD 結果との比較や精度検証などが行われており、航空機の開発において、巡航形態の CFD 解析は風洞試験と並んで、重要な役割を担っている。しかしながら、航空機の離着陸性能に大きく影響する高揚力装置の空力設計においては、3 次元 NS(Navier-Stokes)解析は未だ風洞試験と並ぶ設計ツールにはなっていない。高揚力形態の流れには、乱流への遷移、剥離、後流・境界層干渉などの複雑な現象が含まれており流体力学的に取り扱いが難しいことから、3 次元 NS 解析の精度や信頼性が確立されていないためである。3 次元 NS 解析を高揚力装置の空力設計のツールとして用いるためには、CFD 解析結果同士の比較や、風洞試験結果との比較を行い、CFD 解析の精度や信頼性を向上させる必要がある。しかしながら、これまでに高揚力形態に関して公開された形状・試験結果は少なく、特に現実的な複雑形状に関しては皆無であった。

そこで、JAXA(宇宙航空研究開発機構)は HLD に関する検証データの取得を目的の一つとする実機形態に近い高揚力装置標準模型を設計・製作し、2005 年度に詳細な風洞試験データを取得した<sup>1), 2)</sup>(図 1)。また、本模型を対象とした第一回の CFD ワークショップが開催された<sup>3)</sup>。

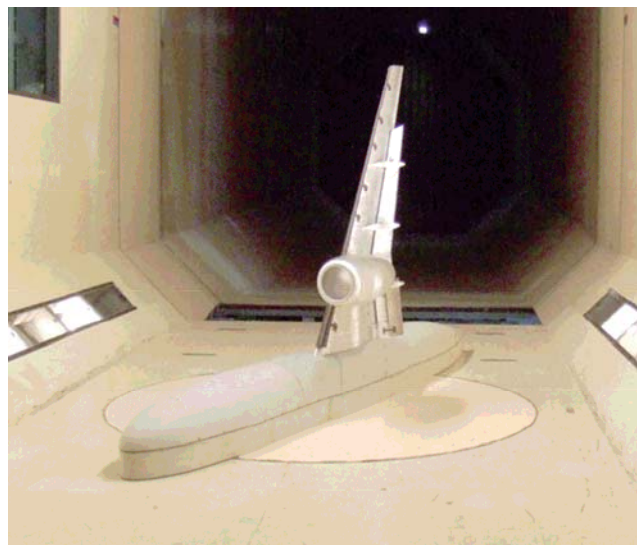


図 1 JAXA-HLD 風洞試験模型の写真

筆者らも、高揚力形態の CFD 解析の精度や信頼性を向上させることを目的としてワークショップに参加し、この JAXA 高揚力装置標準模型形状を対象に RANS (Reynolds Averaged NS) 解析を行い、風洞試験結果との比較を行った。

高揚力形態の解析には、上記の乱流などの流体力学的なものに加えて、格子生成や低マッハ数流れの取り扱いなど、CFD 計算手法の観点においてもいくつもの課題がある。

本研究では、これらの課題のうち、特に、格子解像度の影響、形状忠実さ(スラット支持金具の有無)の影響、乱流モデルの影響について調査を行った。また、低マッハ数流れに対する数値スキームの改良を行った。また、それらを用いた CFD 解析と風洞試験結果との比較を行った<sup>3), 4)</sup>。

本稿においては、筆者らがこれまでにを行った上述の内容、および、得られた知見についてまとめる。

### 2. 計算手法等

#### 2. 1 数値解析コード

流れ場の解析コードには当社開発の UG3<sup>5)</sup>を用いた。基礎方程式は 3 方向薄層近似 RANS 方程式であり、非構造格子のセルセンター有限体積法をベースに、空間の離散化は MUSCL と SHUS、時間積分については、MFGS 陰解法を用いている。また、低速流れ用の修正を施した近似リーマン流束 LSHUS の適用を試みた<sup>4)</sup>。

乱流モデルは、Spalart-Allmaras (SA)1 方程式モデル<sup>6)</sup>および Baldwin-Barth(BB)1 方程式モデル<sup>7)</sup>を用いた。

複雑形状を詳細に解析するために必然的に解析は大規模になる。本研究では、PC クラスタによる並列計算を用いることで計算時間の短縮を計った。後述の 1200 万セルの Fine 格子を用いた場合、解析にかかった時間は、PC クラスタ(16CPU; 32core)で約 4 日であった。

#### 2. 2 計算格子

高揚力形態は巡航時に比べて極めて複雑な形状であり、それに対する格子生成には工夫が必要である。本研究では、複雑な形状に対して簡便に計算格子を作成するために、主翼、フラップ、スラット、スラット支持金具等の各部品毎に非構造格子を生成し、重合格子手法でそれらを組み合わせて全体の格子を生成した。

表面格子には、四角形と三角形が混在したものをを用いた。空間格子は 4 面体、5 面体(ピラミッド、プリズム)、6 面体が混在した非構造格子であり、当社開発の空間格子自動生成ソフト PUFFG (Pile-Up Forming Grid Generator)<sup>8)</sup>を用いて作成した。



この手法は構造格子と同様の細長い四辺形格子を表面格子として利用できるので翼のような表面曲率の異方性の強い形状に対して比較的少ない格子点で高い精度を維持できる。また物体近傍では層状に積まれた6面体あるいはブリズム格子が、ほぼ流れに沿った方向に生成されるので境界層やHLDに特有の、前翼の後流の解像度の点で有利である。

図2に翼下面からみた翼の表面格子を示す。風洞試験モデルを模擬するために、FTF、フラップ支持金具、スラット支持金具もモデリングされている。なお、スラット支持金具無し形態は、スラット支持金具のみを取り除いた形態となっている。

図3に表面および対称面の格子を示す。また、図4にスラット支持金具ありの場合の内舷( $\eta=0.245$ )、および、外舷( $\eta=0.560$ )での空間格子の断面図を示す。

本研究では、格子解像度の影響を調べるために、Medium格子とFine格子の2種類の格子を作成した。図5に内舷( $\eta=0.245$ )におけるMedium格子とFine格子の比較を示す。Fine格子では、主翼、スラット、フラップの表面および空間格子を重点的に細かくした。

表1に今回の解析に用いた計算格子の情報を示す。格子生成に要した時間は、IGESデータから表面格子を作成するのに、5日を要した。また、空間格子を自動生成するPUFGGの実行にかかる時間は、PCを用いて90分程度であった。

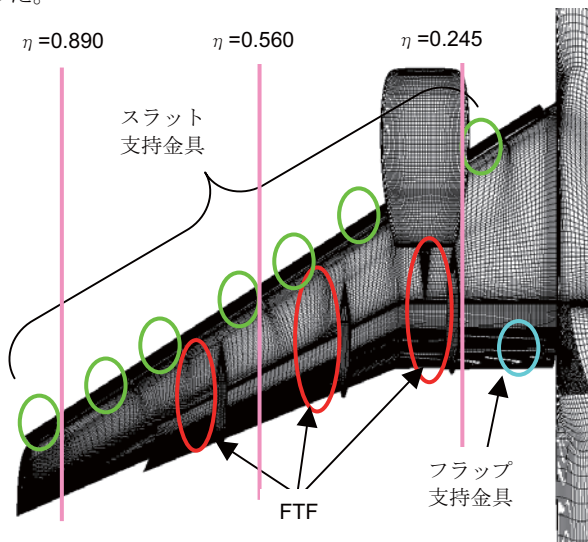
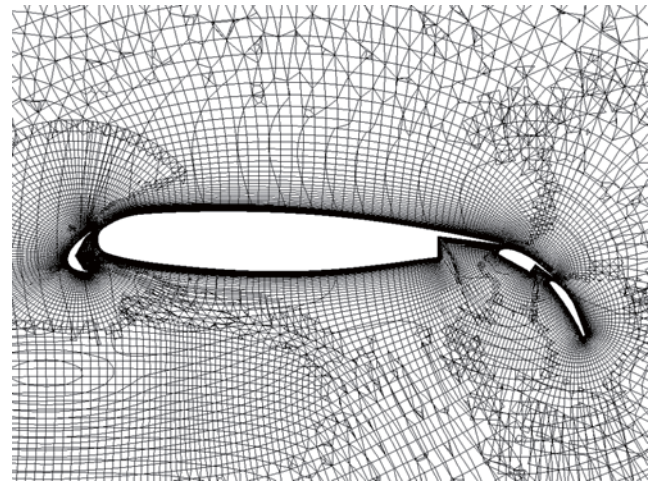


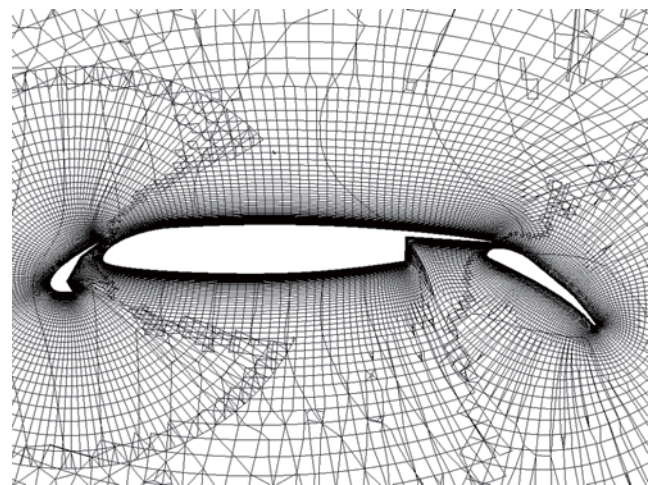
図2 スラット支持金具ありの表面格子  
(翼下面からみた図)



図3 表面および対称面の格子



(a) 内舷  $\eta=0.245$



(b) 外舷  $\eta=0.560$

図4 空間格子の断面図 (Fine格子)

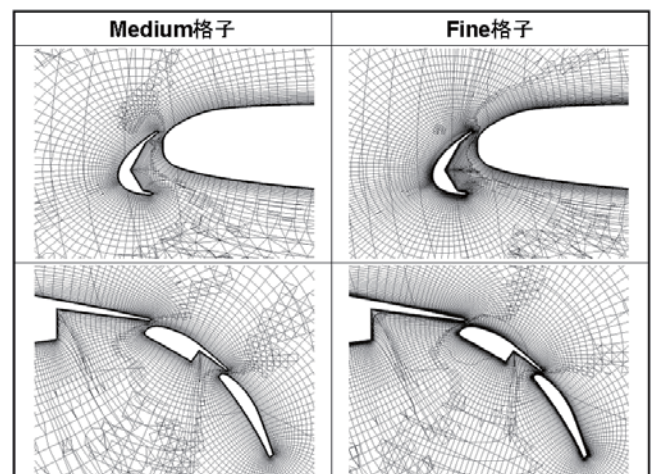


図5 Medium格子とFine格子の比較 (内舷  $\eta=0.245$ )

表1 解析に用いた格子のセル数

		Medium格子	Fine格子
スラット支持金具有り	表面	182,108セル	217,844セル
	空間	8,442,845セル	12,322,603セル
スラット支持金具無し	表面	176,268セル	212,004セル
	空間	8,295,866セル	12,214,224セル

### 2. 3 解析条件

解析条件を表2に示す。スラット支持金具有り・無しの2種類の形態について、風速 60m/s (マッハ数 0.175)、迎角は4、10、13度について計算を行った。

試みた解析手法や計算格子の組み合わせのうち、表3に示す6通りのケースについて示す。また乱流への遷移に関しては全場乱流条件で実施した。

表2 解析条件

条件	値
レイノルズ数	$2.1 \times 10^6$
主流の流速	60 m/s
迎角	4.0, 10.0, 13.0 度
横滑り角	0 度
基準面積 (半裁)	$1.12332 \text{ m}^2$
基準長 (MAC)	0.5292 m

表3 計算手法・格子の組み合わせ

ケース	格子	乱流モデル	数値流束	スラット支持金具
1	Medium	SA	SHUS	無し
2	Medium	SA	SHUS	有り
3	Fine	SA	SHUS	無し
4	Fine	SA	SHUS	有り
5	Fine	BB	SHUS	有り
6	Fine	BB	LSHUS	有り

## 3. 結果および考察

### 3. 1 計算の収束性

図6に代表的な計算ケースにおける収束履歴を示す。ここでは、表3に示すケース4、5について、迎角10度のときの揚力係数( $C_L$ )および抗力係数( $C_D$ )の履歴について示している。図6より、ケース4 (SA乱流モデル) では10,000ステップ、ケース5 (BB乱流モデル) では5,000ステップ程度で空力係数がほぼ一定となっていることから、計算は収束したと判断した。

### 3. 2 格子解像度の影響

図7に揚力係数( $C_L$ )、抗力係数( $C_D$ )、ピッチングモーメント係数( $C_M$ )の縦3分力、図8に $C_L$ - $C_D$ 特性、図9、10に各断面での表面圧力係数( $C_p$ )分布を試験結果と共に示す。3分力特性、 $C_p$ 分布とも、格子解像度によっては顕著な差は見られなかった。

### 3. 3 スラット支持金具有無の影響

図7より、 $C_L$ に関しては、迎角4度ではほとんど変わらないが、迎角10度のとき、金具有りのほうが3%程度小さくなる。 $C_D$ に関しては、迎角4度、10度ともに、金具有りの方が3%程度大きい。

図9、10より、内舷と外舷においては $C_p$ 分布には大きな差は見られない。一方、翼端部では、金具の有無によって $C_p$ 分布に大きな差が見られる。

図11に迎角10度における翼端部のオイルフロー可視化結果を示す。図11より、金具無しの場合、剥離せずにきれいに流れているが、金具有りの場合には翼端部で試験結果に比べて大きく剥離している。このことから、翼端部では $C_p$ 分布に顕著な差が表れている。

また、図13に迎角10度における後流の総圧比分布を示す。翼端部での金具の影響が主翼後方の後流にまで残っていることがわかる。

風洞試験模型において、フラップやスラットの支持金具は強度的な要求からあまり小さくは出来ず、また、非流線型のブロック形状にせざるを得ない。風洞試験において支持金具が流れ場へ与える影響度合いについては、これまで明らかでなかったが、今回、特に翼端部でスラット支持金具が流れ場に大きな影響を与えていることがわかった。

### 3. 4 乱流モデルの影響

文献9)ではSAモデル、BBモデルを含むいくつかの乱流モデルについて、その、2次元翼型の低速最大揚力係数の予測精度にして調査し、SAモデルが、比較的良い精度を与えること、一方、BBモデルには高迎角でも明確な失速が得られない欠点があることが報告されている。そこで、本研究においても、SAモデルを標準的に用いた。

しかし、SAモデルの結果の3分力(図7)、 $C_L$ - $C_D$ 特性(図8)各断面での $C_p$ 分布(図9、10)は、格子解像度やスラット支持金具の有無に関わらず、風洞試験結果とは大きく異なっている。図12に後方よりみた風洞試験結果とCFDのオイルフローの比較(迎角4度)を示す。SAモデルの結果では、風洞試験結果に比べてフラップ上面や外翼での剥離が大きくなっており、これが揚力や頭下げモーメントの低下の原因となっている。

一方、BBモデルを用いた場合では、外翼部はフラップ上面での剥離が小さくなり、オイルフローの様子は風洞試験結果とかなり近いものになっている。これは、BBモデルはSAモデルに比べて乱流粘性係数が大きくなるという特徴があり、その結果、剥離が小さく算出されたためと考えられる。図14に外舷断面での空間渦粘性分布の比較を示す。SA乱流モデルの場合、剥離によって渦粘性が大きくなっているが、BB乱流モデルの場合、乱流モデルの性質で渦粘性が大きくなっていると考えられる。

さらに、外舷および翼端部での $C_p$ 分布も風洞試験結果にかなり近い値となり、揚力・モーメントも風洞試験結果に近づいている。抗力も増大しているが、これは、揚力の増大にともなう誘導抗力が増加したためで、 $C_L$ - $C_D$ 特性(図8)でみると同じ $C_L$ での抗力は減少していることがわかる。

本研究の範囲内で13度までの迎角においては、揚力・モーメントは試験値に近い結果となつてはいるが、抗力値には大きな差が見られる。また、風洞試験結果とは異なり、迎角13度まで直線的に揚力が増加しており、失速が予測できない傾向を暗示していることから、BBモデルが最良の選択と断言することは出来ない。

### 3. 5 近似リーマン流束の影響

文献4)に示されるように、圧縮性流れのためのゴドノフ型スキームに用いられる近似リーマン流束は低マッハ数では過大な数値流束を持ち、大きな誤差を生む。この数値粘性を低減する近似リーマン流束LSHUSを、高揚力形態の解析(BB乱流モデル)に適用した。図7に示されるように、LSHUSの適用で、 $C_L$ 、 $C_D$ 共に増大しているが、 $C_D$ の増加は誘導抗力によるものであり、図8に示されるように同じ $C_L$ では $C_D$ は減少している。抗力減少は、単独翼の場合と同様であるが、揚力の増大は、高揚力形態独特の効果である。また、圧力分布でみても、フラップ上面の負圧がより強くなって、位置によっては風洞試験結果と、かなり近い値になっており、数値粘性減少の影響が認められた。



#### 4. まとめ

- 3次元高揚力装置の空力解析技術の精度や信頼性の向上を図るために、JAXA高揚力装置風洞模型形状に対して、RANSによるCFD解析を実施した。
- 計算格子は各部品毎に生成した非構造格子を重合格子手法で組み合わせ、高揚力装置の解析で重要となる、境界層や後流の解析に適した格子を作成した。
- Medium格子/Fine格子による格子解像度の比較を行った結果、解析結果に大きな差は見られなかった。
- スラット支持金具の有無の比較を行った結果、特に翼端部で金具が流れ場に与える影響が大きいことが確認された。
- 2種類の乱流モデルについて比較を行った結果、SAモデルでは剥離が大きくなり、揚力・頭下げモーメントが小さくなったのに対し、BBモデルでは剥離が風洞試験結果と同程度に捉えられ、3分力、 $C_p$ 分布、オイルフローパターンとも風洞試験結果に近づくことが示された。
- 低マッハ数流れに適した近似リーマン流束の適用により、数値粘性が減少し、試験値に近づく結果が得られることが示された。
- 現時点では、BB 乱流モデル、LSHUS を用いたケースが風洞試験結果に最も近いが、なお抗力値にかなり大きな差が見られる。また、BB 乱流モデルには剥離が過小で、大迎角での失速を予測できないという欠点があるため、今回の結果だけで BB 乱流モデルが最良の選択と断言することは出来ない。

#### 5. 今後の課題

- 計算手法の選択に関するガイドラインの設定  
高揚力形態の設計において、最大揚力の推定のみが重要な訳ではなく、HLD の形態による性能差が算出できれば良いという側面もあり、現手法でも対応できる可能性はある。設計適用のこのような観点からも最適な計算手法の選択を行う必要がある。
- 風洞試験データを用いた検証の継続  
ワークショップ<sup>3)</sup>で示された CFD 結果同士の揚力傾斜は、かなり一致するが、風洞試験結果とは異なっており、全 CFD 結果が一致して間違っているのではなく風洞試験側に何らかの問題のある可能性もある。CFD 解析は広い自由空間で実施されているが、風洞試験では風洞壁や壁面境界層の影響がある。これらの影響をできる限り小さくするように工夫されているとはいえ、風洞試験やそのデータ処理で、これらの影響を完全に取り除くことは出来ない。風洞試験とより条件を近づけた解析を実施して、これらの効果も明確にする必要がある。

#### 謝辞

JAXA殿の高揚力装置標準模型の形状データおよび風洞試験データを使用させていただきました。ここに感謝の意を表します。

#### 参考文献

- Ito, T., Ura, H., Yokokawa, Y., Kato, H., Mitsuo, M., Yamamoto, K., "High-Lift Device Testing in JAXA 6.5m x 5.5m Low-speed Wind Tunnel", AIAA Paper, 25th AIAA Aerodynamic Measurement Technology and Ground Testing Conf. 2006-3643, 2006
- Y. Yokokawa, Y., Murayama, M., Ito, T., Yamamoto, K., "Experiment and CFD of a High-lift Configuration Civil Transport Aircraft Model", AIAA Paper, 25th AIAA

Aerodynamic Measurement Technology and Ground Testing Conf. 2006-3643, 2006

- 企画講演 SS4 「JAXA 高揚力装置風洞模型を用いた CFD ワークショップ」、第 44 回飛行機シンポジウム論文集、2006
- 嶋英志、永田卓、越智章生、「非構造重合格子法と改良型 SHUS を用いた高揚力形態の解析」、第 20 回数値流体力学シンポジウム、2006
- Shima, E., Ochi, A., Nakamura, T., Saito, S., and Iwamiya, T. "Unstructured Grid CFD on Numerical Wind Tunnel, in Parallel Computational Fluid Dynamics," pp.475-482, North Holland, 1999.
- Spalart, P. R. and Allmaras, S. R. "A one-equation turbulence model for aerodynamic flows", AIAA-92-0439, 1992
- Baldwin, B. and Barth, T., "A One-Equation Turbulent Transport Model for High Reynolds Number Wall-Bounded Flows," NASA TM 102847, 1990
- Ochi, A., Shima, E., "A Hybrid Unstructured Grid System for Viscous and Inviscid Aerodynamic Analysis," Proceedings of the 23rd ICAS Congress, Paper No. 1.7.2, Sep. 2002.
- 嶋英志、齊藤茂、「動的失速の数値解析」、日本航空宇宙学会誌 [561] 巻、pp.560-566、2000

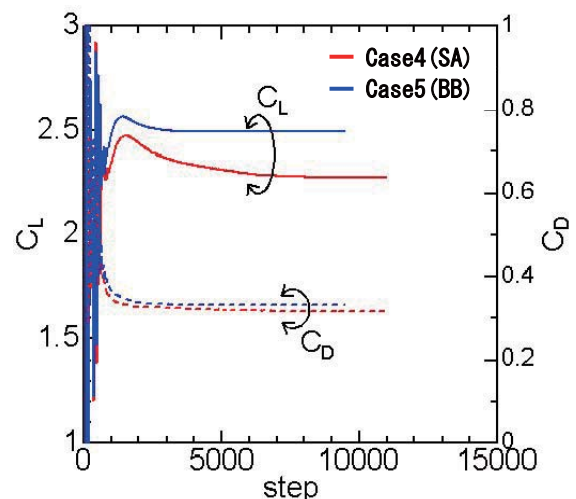


図6 収束履歴

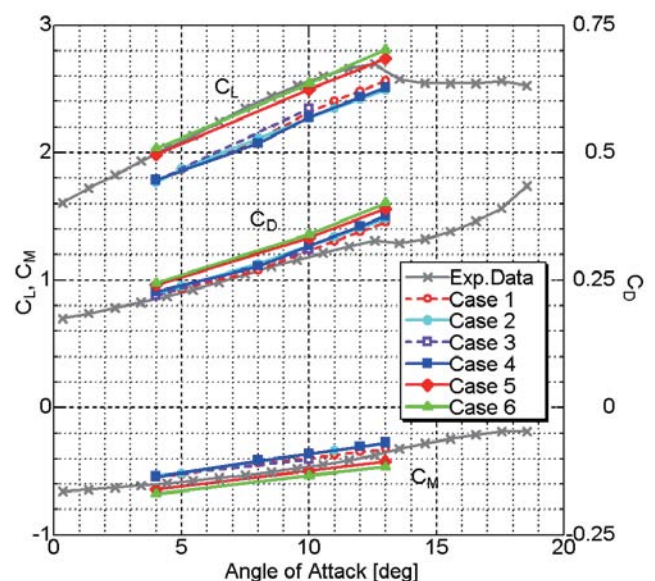


図7 揚力係数、抗力係数、モーメント係数の比較

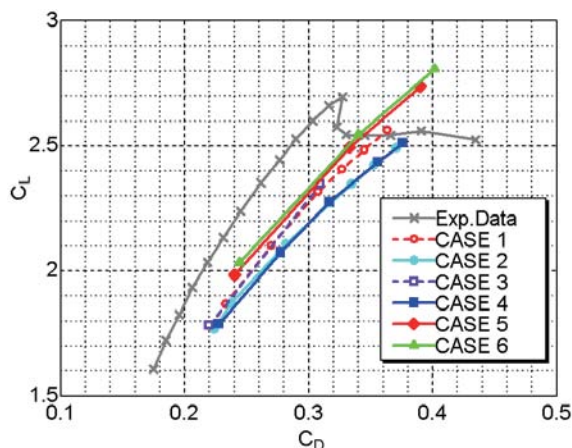


図8 揚抗特性の比較

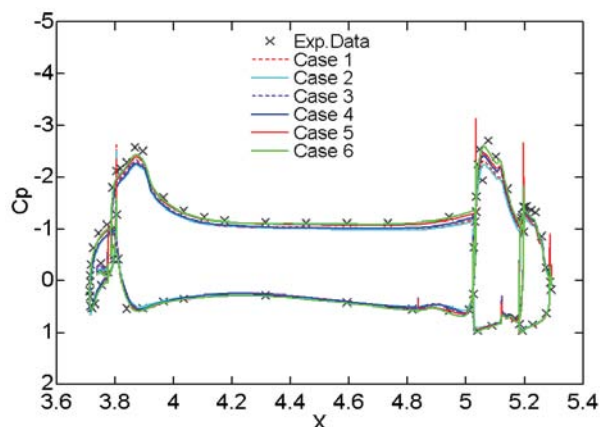
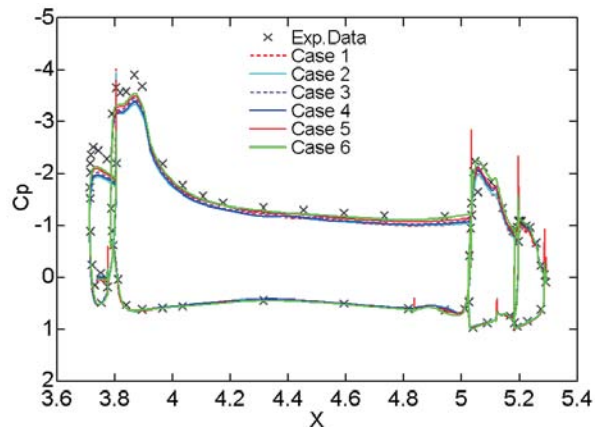
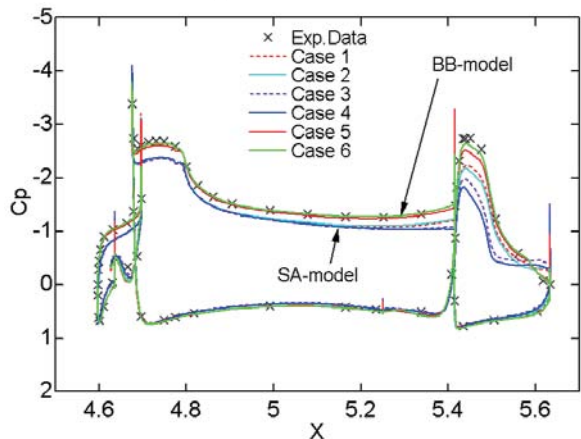
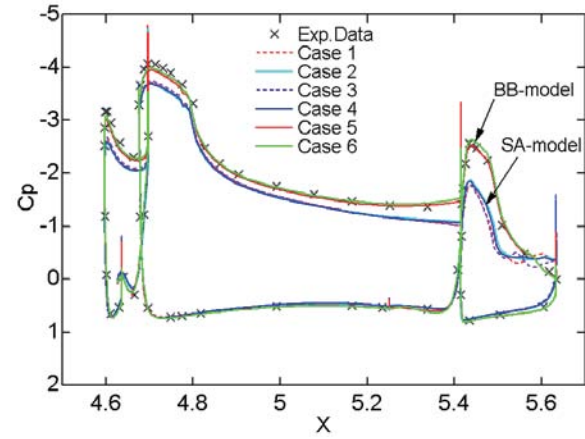
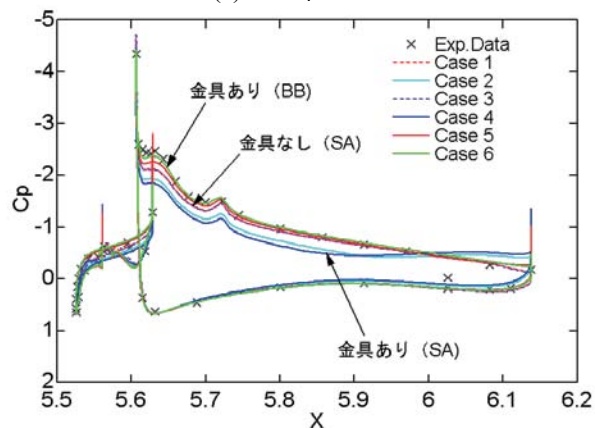
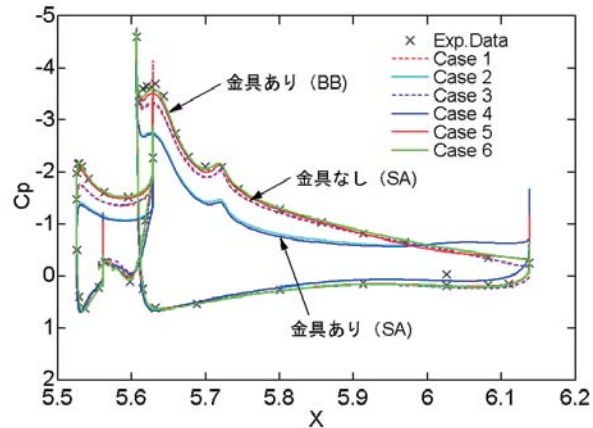
(a) 内舷  $\eta = 0.245$ (a) 内舷  $\eta = 0.245$ (b) 外舷  $\eta = 0.560$ (b) 外舷  $\eta = 0.560$ (c) 翼端  $\eta = 0.890$ (c) 翼端  $\eta = 0.890$ 

図9 迎角4度における各断面での Cp 分布

図10 迎角10度における各断面での Cp 分布

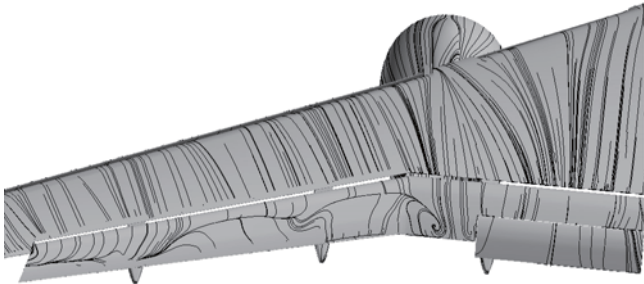




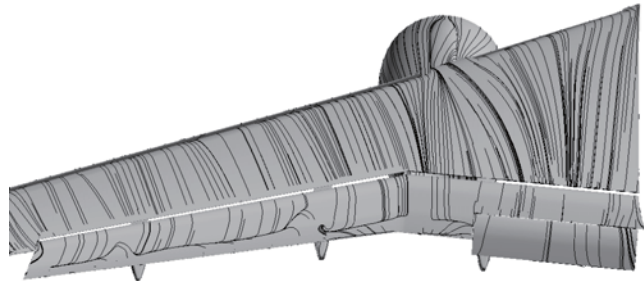
図11 迎角10度における翼端のオイルフロー可視化結果  
スラット金具有無の比較



(a) 風洞試験結果

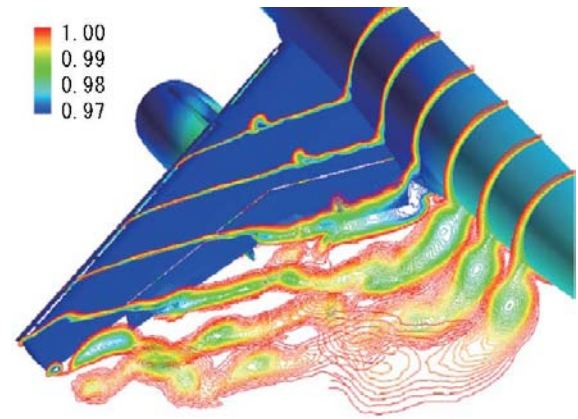


(b) SA 乱流モデル(Case4)

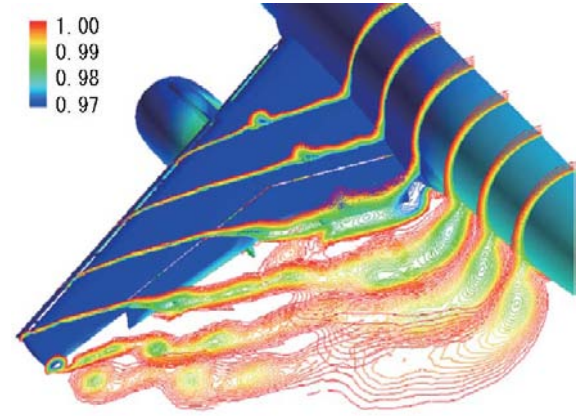


(c) BB 乱流モデル(Case5)

図 12 迎角 4 度におけるオイルフロー可視化結果  
乱流モデルの比較 (フラップ上面)



(a) SA乱流モデル (Case4)

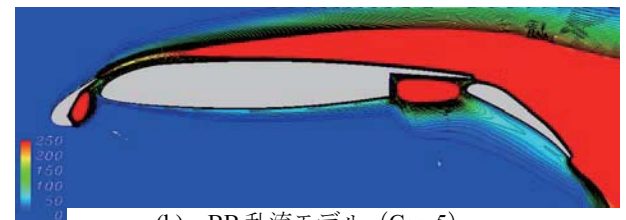


(b) BB乱流モデル (Case5)

図13 迎角10度における総圧比分布 乱流モデルの比較



(a) SA 乱流モデル (Case4)



(b) BB 乱流モデル (Case5)

図 14 空間渦粘性分布の比較 (迎角 10 度、 $\eta = 0.560$ )

# 高次精度非構造格子法による JAXA 高揚力装置風洞模型まわりの流れ解析

芳賀 臣紀, 大西 直文, 澤田 恵介  
東北大学大学院工学研究科 航空宇宙工学専攻  
増永 晶久, 内山 直樹  
三菱重工業(株) 名古屋航空宇宙システム製作所

## Flow Simulation Around JAXA High-Lift Configuration Model Using High-Order Unstructured Method

by  
Takanori Haga, Naofumi Ohnishi, Keisuke Sawada,  
Akihisa Masunaga and Naoki Uchiyama

### ABSTRACT

An aerodynamics simulation code using high-order spectral volume (SV) method has been developed, and flow simulations around JAXA high-lift configuration model were conducted on the Earth Simulator. The obtained results of the Euler computation are compared with those of a conventional unstructured method and the available wind-tunnel data. The computed pressure profiles fairly agree with the experimental data on the relatively coarse mesh, although viscous effects were all neglected in the calculation. In particular, trailing vortices from various high-lift devices are clearly captured even in the down stream region where they are likely to be vanished due to inherent numerical viscosity in the conventional unstructured mesh methods. This demonstrates that the present high-order unstructured mesh method will be capable of capturing various flow features accurately while it retains the desired geometrical flexibility. It is also shown that the developed code achieves high computing performance on the Earth Simulator.

### 1. はじめに

民間航空機の離着陸形態のような複雑形状まわりの計算空気力学シミュレーションでは、形状適合性に優れる非構造格子法が多用されている。現在、航空機の空力設計に利用されている実用非構造格子ソルバーのほとんどは有限体積法による定式化を採用しているが、空間精度は局所解の線形再構築を行う2次精度に留まっている。解適合格子法を利用することにより衝撃波のような不連続の解を鮮明に捉えることは可能であるが、比較的解が滑らかな領域に現れる小さな渦のような流れの特徴は計算手法に内在する数値粘性のためにすぐに消散してしまう。特に、離着陸時の高揚力装置まわりの流れのように渦が発達し、機体後方への後流の影響が大きい流れ場の解析には高次精度計算手法の適用による解析精度の向上が期待される。

有限体積法では、通常、自由度として保存変数のセル平均値しか持たないので、各計算セル内の局所解の分布を近傍セルのデータを参照して多項式関数で再構築することにより空間の高次精度化を図る。より高次の近似多項式を用いるほど、参照セルの組み合わせ(ステンシル)を周囲に拡大しなければならないが、非構造格子では高次精度(3次精度以上)を達成するためのステンシルの選び方が自明でなく、含まれるセル形状も多様になるため、解の精度と数値安定性の両立が困難であり、必ずしも適切な局所近似が得られない。

しかし、近年、非構造格子上で空間3次精度以上を達成できる計算手法として、discontinuous Galerkin (DG) 法<sup>1)</sup>やspectral volume (SV) 法<sup>2-8)</sup>が注目され、盛んに研究が行われている。これらの手法では、各計算セル内に自由度を導入することによって、セル内の分布を高次多項式で近似する。データ再構築に周囲のセル情報を参照しないというコンパクトな性質により、並列化が容易で高い演算効率も期待できる。

本報告では、高次精度の非構造格子法としてSV法を用いてJAXA高揚力装置風洞模型まわりの流れ解析を行い、従来の非構造格子法による解析結果及び風試結果と比較検討を行う。SV法の演算量は内部自由度の総数に比例し、高い精度の積分が要求されるので、従来手法と比べると計算コストが著しく高い(3次精度SV法でおおよそ $10^2$ 倍以上)。そこで、

海洋研究開発機構の地球シミュレータを利用して計算を行った。

### 2. 数値計算法

#### 高次精度非構造格子法 (spectral volume 法)

SV法はセル中心型の有限体積法であるが、局所解の再構築の方法が従来手法と異なる。まず、解析する空間をspectral volume (SV) と呼ばれるマクロな格子セルで分割し、それらをすべて同じ方法で構造的なサブセルにさらに分割する。このサブセルはcontrol volume (CV) と呼ばれ、各SV内の解の分布を高次多項式で再構築するためのステンシルを構成する。通常、SVとしては四面体が用いられ、内部自由度として近似多項式を得るのに必要な数だけCVに分割される。局所解を $p$ 次の多項式で近似する場合、3次元では $m=(p+1)(p+2)(p+3)/6$ 個の自由度が必要となる。SV法の定式上の空間精度の次数は $p+1$ となるので、空間2次精度( $p=1$ )では4個、3次精度( $p=2$ )では10個、4次精度( $p=3$ )では20個のCVに分割する。分割法が定まれば各CVに対して次式で定義される形状関数 $L$ ( $p$ 次の多項式)が与えられ、

$$\frac{1}{V_j} \int_{CV_j} L_l(\mathbf{r}) dV = \delta_{j,l}, \quad (j, l = 1, \dots, m) \quad (1)$$

再構築解 $\tilde{u}$ はCV毎のセル平均値 $\bar{u}$ と形状関数 $L$ の積の総和として表される。

$$\tilde{u}(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=1}^m L_j(\mathbf{r}) \bar{u}_j(t) \quad (2)$$

ここで $L$ は位置のみの関数であり、物理空間のSVセルを基準空間の四面体に線形写像することで常に同じものを用いることができる。SVの最適な分割法は知られていないが、幾何学的な対称性を利用した分割法が提案されており<sup>9)</sup>、適切な分割法を用いることで非構造格子でも線形移流問題に対して所期の計算精度を達成できる<sup>8)</sup>。ここでは空間3次精

度の SV 法を構築するため、図 1 に示すような四面体の各頂点を含む 4 個の六面体 CV と各辺の中点を含む 6 個の八面体 CV に分割する。

各 CV に定義されたセル平均値の時間発展を解くため、流束積分は CV の境界に対して行なわれる。局所解の再構築は SV セル毎に一括して行われるので、分布が不連続となる SV セル境界では近似 Riemann 解法を利用して風上的に流束を求める。本流れ解析では AUSM-DV 法<sup>9)</sup>を用いる。一方、SV の内部の CV セル境界では流束関数から解析的に求められる。CV セル境界の流束積分には精度を厳密に維持するため近似多項式と同じ次数の積分公式を用いる。ここでは 2 次多項式の面積分を厳密に求めるために、三角形の各辺の中点に積分点を配置する(図 1 の白丸)。多角形の面は三角形に分割し、積分点の合計は約 160 点/SV である。SV の内部分割による積分点の増加が大きな計算コストの要因となるが、最近では数値積分を行わない効率的な方法<sup>10)</sup>が提案されている。

また、衝撃波のような不連続や急な勾配を安定に捉えるため TVB スロープリミッターを導入する。ある CV セルに隣接する周囲の CV セル平均値の最大値  $\bar{u}_{\max}$ 、最小値  $\bar{u}_{\min}$  に対し、次のような TVB 条件を導入する。

$$\begin{aligned} \tilde{u} - \bar{u} &\leq \max(4M_q \Delta \mathbf{r}^2, \bar{u}_{\max} - \bar{u}), \quad \text{if } \tilde{u} \geq \bar{u}, \\ \tilde{u} - \bar{u} &\geq \min(-4M_q \Delta \mathbf{r}^2, \bar{u}_{\min} - \bar{u}), \quad \text{if } \tilde{u} < \bar{u}. \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $M_q$  は問題に依存するパラメータ、 $\Delta \mathbf{r}$  はセル重心から積分点までの距離を表す。 $M_q$  を適切に選択することで滑らかな極値における解の精度を保つことができるが、大きくしすぎると数値振動を生じる恐れがある。今回は保存成分毎に解の制限を行い、各成分に対するパラメータを次のように定めた。

$$M_q = M(\bar{u}_{\max}^{\text{global}} - \bar{u}_{\min}^{\text{global}}) \quad (4)$$

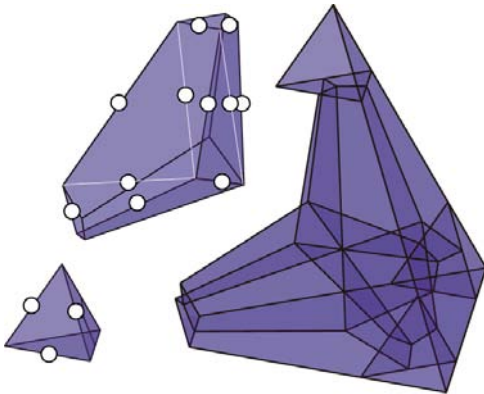


図 1 SV セルの分割と積分点 ( $p=2$ )

ここで、 $M$  は各成分に共通のパラメータで、 $\bar{u}_{\max}^{\text{global}}$  と  $\bar{u}_{\min}^{\text{global}}$  は計算領域全体における最大および最小のセル平均値である。TVB 条件を満たさない SV セルの内部では、不連続の解像度を高めるため CV 毎に Venkatakrishnan の勾配制限<sup>11)</sup>を課した線形再構築に切り替える。

並列化には領域分割法を採用し、領域間のデータ通信には MPI ライブラリを用いた。本手法では、格子セル同士のカップリングは流束のやりとりがある面を共有するセルだけなので、並列化が容易でデータ通信量も小さい。また、面のカラーリングによるベクトル化を行った。

#### 計算格子

流れ解析は Config.1 (FTF, スラット支持などの金具なし形状) の模型形状で行う。遠方境界は機体から約 100 C (C : 主翼 MAC) 離れたところに設定した。格子生成には、TAS (Tohoku University Aerodynamics Simulation)-mesh<sup>12, 13)</sup> を使用し、非粘性解析用の四面体要素のみの非構造格子を生成した。計算格子数は約 233 万要素 (41 万節点) である。図 2 に機体表面格子の鳥瞰図を示す。機体から遠方へ向かって格子セルのサイズが急に拡大するのを防ぐため、機体近傍を囲む領域を別に定義している。また、図 3 に主翼内舷断面 (主翼スパン位置  $\eta=0.245$ , 断面 BB : 主翼キックと胴体の中間辺り) でカットした主翼近傍の計算格子を示す。高揚力装置まわりの計算格子としては非常に粗い格子となっている。

#### 解析条件

流れ条件は、一様流マッハ数  $M=0.175$  (60 m/s), 迎角  $\alpha=4.0^\circ$  および  $10.0^\circ$ , 横滑り角  $\beta=0.0^\circ$  の半截 (左舷) とした。境界条件は、壁面及び対称面は断熱すべり条件とし、遠方境界では仮想セルを一様流値固定とした。高精度非構造格子法として空間 3 次精度の SMA (Spectral-volume Multi-order-of-accuracy Aerospace-simulation) コードを利用し、比較のために従来手法として空間 2 次精度の TAS コード<sup>14)</sup> を利用して、それぞれ定常 Euler 計算を行った。計算時間短縮のため、SMA の計算の初期条件として TAS で計算した収束解を利用した。

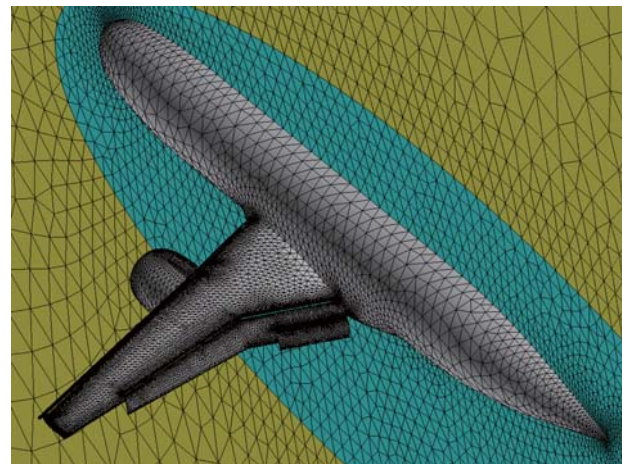
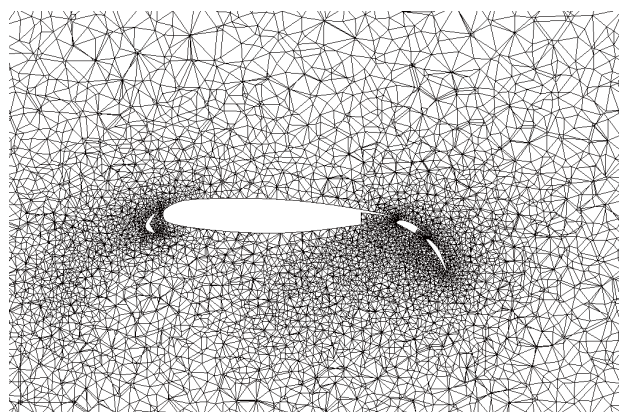
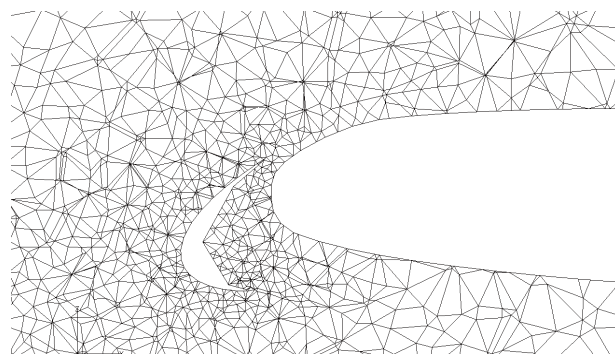


図 2 JAXA 高揚力装置風洞模型の表面格子



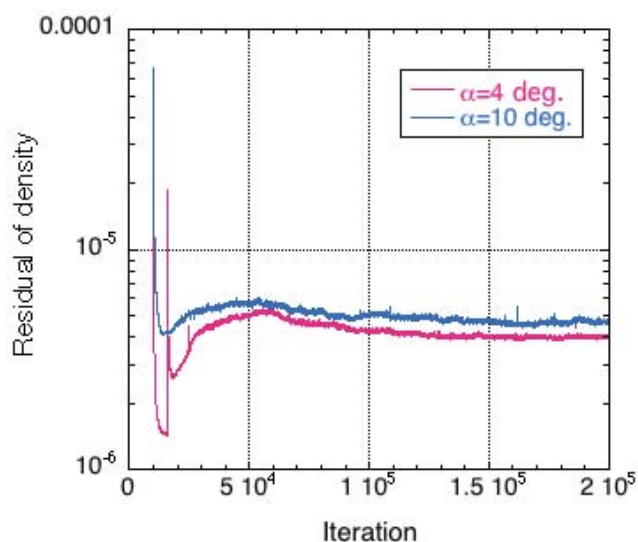


(a) 主翼近傍

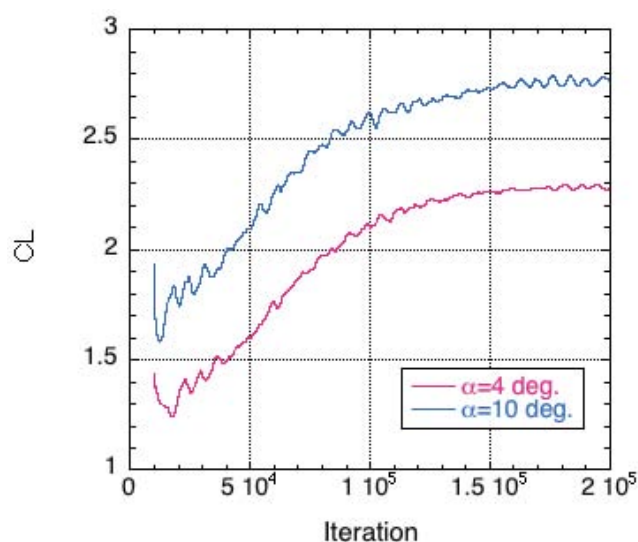


(b) スラット近傍

図3 主翼まわりの断面格子図  
(主翼スパン位置  $\eta=0.245$ , 断面 BB)



(a) 密度残差履歴



(b) 揚力係数履歴

図4 収束履歴

### 3. 結果および考察

図4にSMAによる計算の収束履歴を示す。時間積分には3次精度 TVD Runge-Kutta 法<sup>15)</sup>を用い、局所時間刻み幅法で収束加速を図った。TASの収束解を利用したため、反復回数は10,000 ステップから始まっている。また、 $\alpha=4.0^\circ$  の場合の密度残差の跳びはリミッターのパラメータと CFL 数を変えたことによるものである。初めは安定性を重視して、TVB 条件のパラメータ  $M=20$ , Venkatakrishnan の制限関数のパラメータ  $K=1$ ,  $CFL=0.01$  (SV 基準) としてスタートし、最終的に  $M=2000$ ,  $K=50$ ,  $CFL=0.05$  とした。 $\alpha=10.0^\circ$  の場合はこれらの最終値を使って計算を行った。特に、 $M$  の値を大きくするとリミッターが働くセル数が大きく減少し、初め散逸的だった翼面上の負圧ピークが成長し解の精度が大幅に改善する様子が見られた。このように今回用いたリミッターでは、パラメータの選び方によって流れ場全体の解の精度を大きく悪化させてしまう恐れがあるので注意が必要である。残差は一

桁程度減少した後振動的になったため、収束の判定には揚力係数の履歴を用い、値が飽和したところで準定常状態に達したと判断した。本手法の収束特性は  $M$  と  $K$  の値に強く依存するため、パラメータを必要としない良好な収束特性を持つリミッターは今後の重要な検討課題である。

SMA と TAS による機体表面  $C_p$  分布の比較を図5に示す。大局的には両者の  $C_p$  分布に顕著な差は見られないが、SMA の方が TAS と比較して主翼上面が青みがかったおり圧力が低い。なお、SMA の計算結果では、格子セルを細分化した CV のセル平均データが利用できるが、可視化の際には簡単化のため、格子セルに対するセル平均値に変換し、さらに各格子点まわりの体積平均値を求めて格子点のデータに変換している。

次に、SMA, TAS 及び風洞試験結果の揚力特性  $C_L$ — $\alpha$  の比較を図6に示す。Euler 計算のため  $C_L$  の推算値は風試結



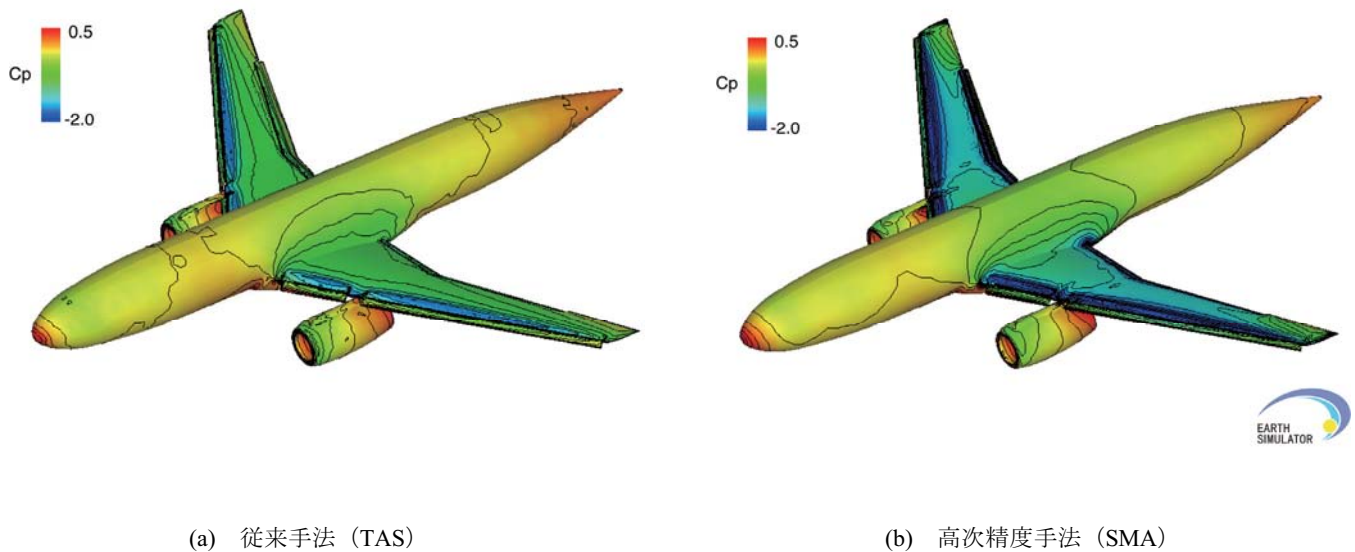


図5 機体表面  $C_p$  分布  
( $Mach=0.175$ ,  $\alpha=4.0^\circ$ ,  $\beta=0.0^\circ$ )

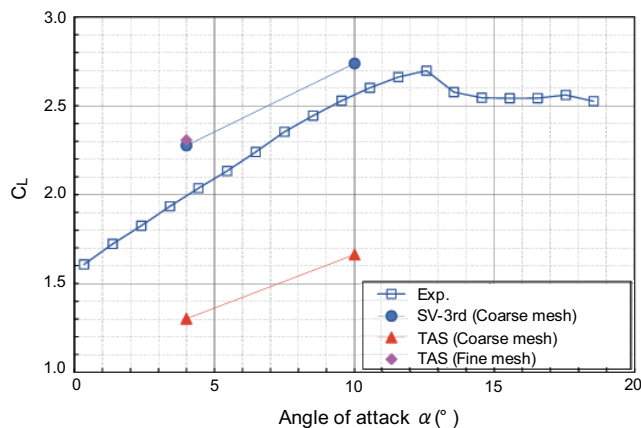


図6 揚力特性の比較

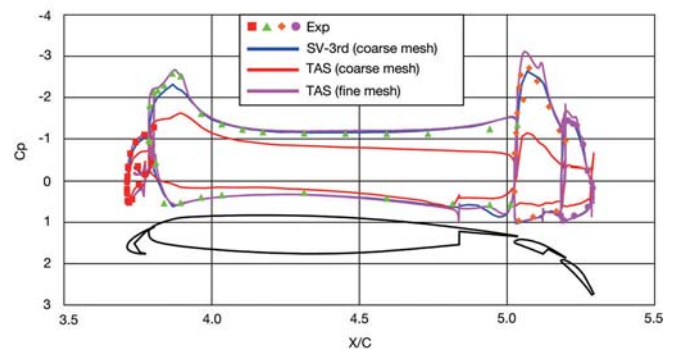


図7 主翼断面  $C_p$  分布の比較  
(断面 BB, 主翼スパン位置  $\eta=0.245$ )

果の値よりも大きくなることが予想される。図より、同じ Coarse mesh を用いた場合、SMA の  $C_L$  は TAS より大きく、比較的風試結果に近い値となっている。TAS の  $C_L$  が風試結果より低い値となっているのは、格子密度不足に因るところが大きいと考えられる。実際、7560 万要素 (1363 万節点) の細かな格子を用いた場合の TAS の Euler 計算結果 (JAXA 提供) の揚力係数の値は SMA の結果とほぼ一致した。

SMA と TAS の  $C_L$  の差異を詳細に検討するため、主翼断面  $C_p$  分布の比較を図 7 に示す。主翼断面位置は、図 3 で示した断面 BB である。同一の粗い格子を用いた場合、SMA は TAS と比べて、翼素下面側前縁付近の淀み点での正圧及び翼素上面前縁付近の負圧ピークがより良く捕えられており、圧力変化の大きなところで  $C_p$  分布の推算精度が著しく向上している。圧力変化の比較的小さい母翼上面後縁付近においても、SMA の方が  $C_p$  分布をより良く捕えているのは、母翼及びメイン・フラップの上面前縁付近の負圧ピー

クがより良く捕えられたことの副次的な効果に因ると考えられる。また、細かな格子を用いた場合の TAS の結果はより負圧ピークが鋭いが、ほぼ SMA の結果と一致している。セル中心型で格子セルを 10 個に内部分割する SMA とセル節点型の TAS では、同一の格子に対する自由度の総数が大きく異なり (約 50~60 倍)、比較には注意が必要であるが、高精度の SMA では、今回使用した格子規模でも流れ場をある程度シミュレート可能であることが判る。

SMA と TAS の後流渦度分布の比較を図 8 に示す。自由度の総数を近づけるため、1363 万点の細かな格子を用いた TAS の解と比較した。機体後方から見た、機軸方向に垂直な複断面での渦度の大きさを表している。図中の等高線の最小値よりも値が小さい領域は表示していない。また、実際の機体後方の格子密度を比較するため、図 9 に機体下面側から見た、渦の等高線と交差する格子セルを可視化した。図を見やすくするため断面の数を半分に間引いている。

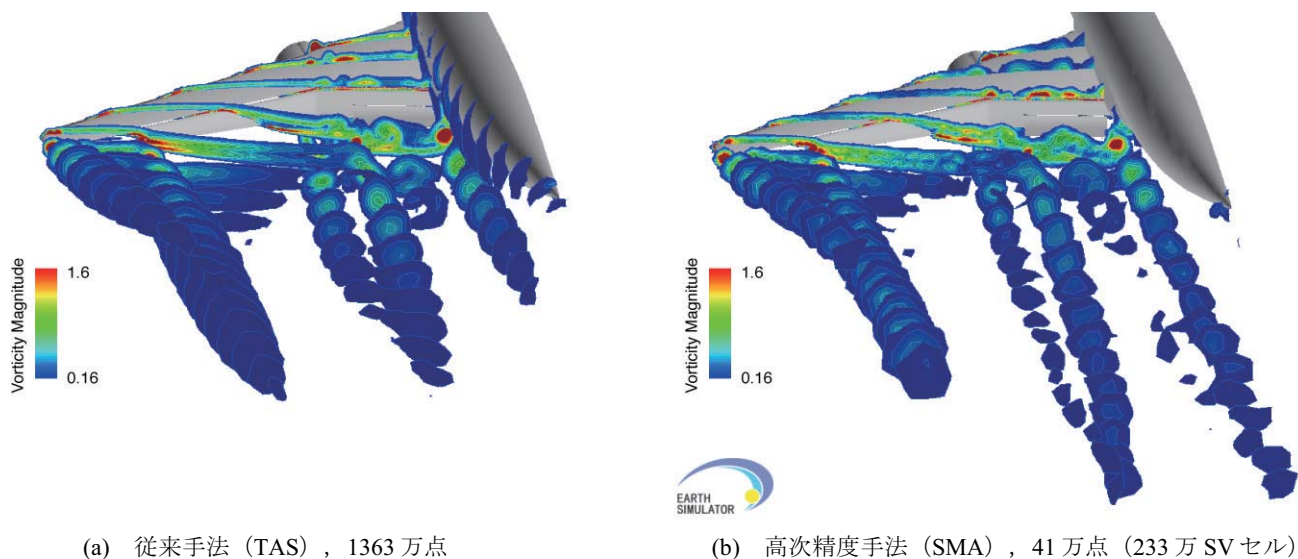


図 8 後流渦度分布の比較  
( $Mach=0.175$ ,  $\alpha=4.0^\circ$ ,  $\beta=0.0^\circ$ )

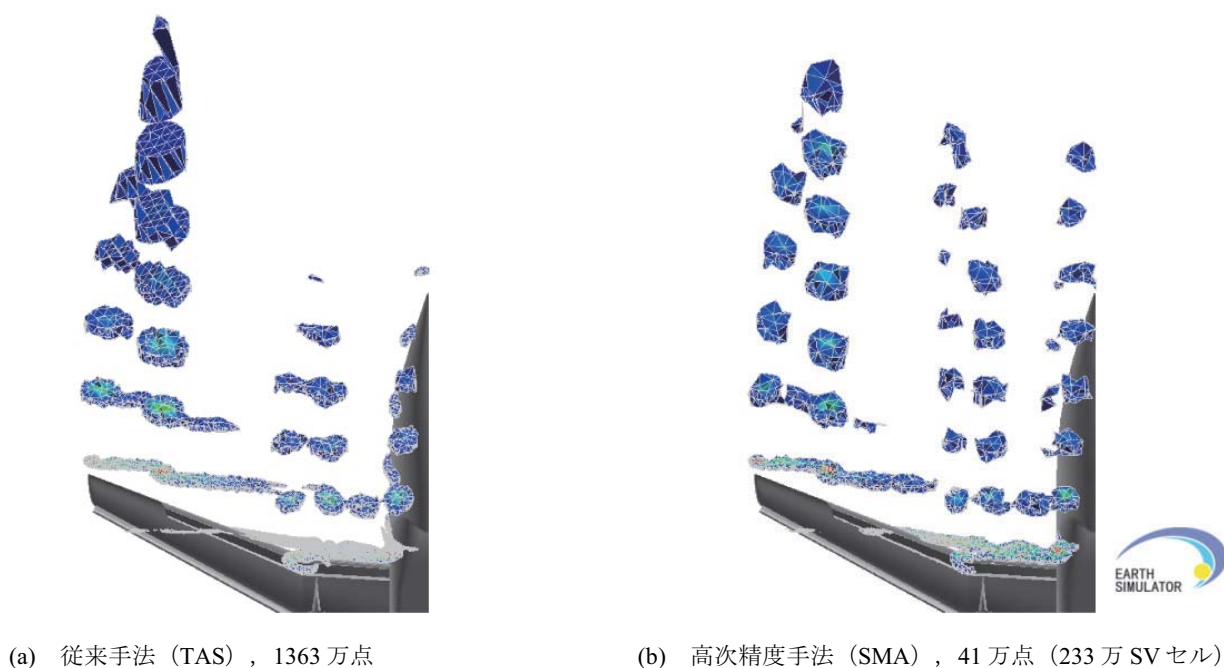


図 9 後流渦と格子密度の比較  
( $Mach=0.175$ ,  $\alpha=4.0^\circ$ ,  $\beta=0.0^\circ$ )

両者を比較すると、SMA では格子が粗い領域でも、後流渦が減衰することなく捉えられ、特にナセル・パイロン端および内舷フラップ端から発生した渦の解像度が向上していることが判る。また、ナセル・パイロン端渦と内舷フラップ端渦が融合する様子と主翼端渦が発達する方向に違いが現れている。どちらの解も格子収束しているか判断することはできないが、従来手法で収束解を得るためには渦領域にさらに多くの格子点を配置する必要があり困難が予想される。ここでは定性的な議論に留まるが、このような渦が発達する領域では、より少ない数の自由度で従来手法と同程度の解を得るという高次精度手法の効果が期待できる。

最後に本手法による計算時間について述べる。迎え角  $\alpha=4.0^\circ$  の場合の計算時間を比較すると、以下ようになった。SMA の計算では、時間積分に 3 段階 Runge-Kutta 陽解法を用いた ( $CFL=0.01\sim0.05$ , 局所時間刻み幅法)。計算には地球シミュレータ 320CPU (ピーク性能 8 Gflops/CPU) を使用し、約 2 日/ケースを要した。実効性能は 1.296 Tflops (理論性能 2.560 Tflops) を達成している。また、TAS の計算では時間積分に LU-SGS 陰解法 ( $CFL=1\times 10^5$ ) を用い、SX-5 1CPU (ピーク性能 10 Gflops/CPU) を使用して約 10 時間/ケースであった。概算すると、従来手法と比べおよそ千倍程度の CPU 時間を要したことになるが、これは約 60 倍もの自由度

の時間発展を解き、時間積分に Runge-Kutta 法を用いたことが主な要因である。今後は定常解への大幅な収束加速が期待できる LU-SGS 陰解法<sup>16)</sup>を適用し、また膨大な積分点を必要としない効率的な解法を採用する予定である。

#### 4. 結論および今後の課題

JAXA 高揚力装置風洞模型まわりの定常 Euler 流れ解析を空間 3 次精度の SV 法で実施した。従来手法として空間 2 次精度の TAS による計算結果および風洞試験結果と圧力分布を比較したところ、本手法による解の改善は、特に翼素下面側前縁付近の淀み点での正圧および翼素上面前縁付近の負圧ピークといった圧力変化の大きなところに現れ、 $C_p$  分布および揚力係数  $C_L$  の推算精度が向上することが判った。しかし、今回用いた TVB リミッターのパラメータによっては流れ場全体の解の精度が悪化する恐れがあるため、問題に応じて値を適切に設定する必要がある。また、後流渦度分布を TAS の解と比較し、本手法では格子が粗い下流域でも渦の発達を高い解像度で捉えられることを確認した。

今後、陰解法を含めた効率解法の導入を進め、高次精度の非構造格子法による高揚力装置風洞模型まわりの粘性流れ解析を行う予定である。

#### 謝辞

本報において、格子生成及び比較用の流れ解析に東北大学 中橋和博教授の TAS を利用させて頂きました。ここに謝意を表します。

また、流れ場の比較のために、高密度の格子を用いた TAS による解析データをご提供くださいました。宇宙航空研究開発機構 村山光宏博士に深謝します。

SV 法の大規模解析において、海洋研究開発機構の地球シミュレータを利用させて頂き、地球シミュレータにおけるプログラム実行に際して、同機構の板倉憲一博士に多大なる御助言を賜りました。同機構の関係各位に感謝致します。

#### 参考文献

- 1) Cockburn, B. and Shu, C.-W., "The Runge-Kutta discontinuous Galerkin method for conservation laws V: multidimensional systems," *Journal of Computational Physics*, Vol. 141, 1998, pp. 199–224.
- 2) Wang, Z. J., "Spectral (finite) volume method for conservation laws on unstructured grids: basic formulation," *Journal of Computational Physics*, Vol. 178, 2002, pp. 210–251.
- 3) Wang, Z. J. and Liu, Y., "Spectral (finite) volume method for conservation laws on unstructured grids II: extension to two-dimensional scalar equation," *Journal of Computational Physics*, Vol. 179, 2002, pp. 665–697.
- 4) Wang, Z. J. and Liu, Y., "Spectral (finite) volume method for conservation laws on unstructured grids III: one-dimensional systems and partition optimization," *Journal of Scientific Computing*, Vol. 20, No. 1, 2004, pp. 137–157.
- 5) Wang, Z. J., Zhang, L., and Liu, Y., "Spectral (finite) volume method for conservation laws on unstructured grids IV: extension to two-dimensional systems," *Journal of Computational Physics*, Vol. 194, No. 2, 2004, pp. 716–741.
- 6) Liu, Y., Vinokur, M., and Wang, Z. J., "Spectral (finite) volume method for conservation laws on unstructured grids V: Extension to three-dimensional systems," *Journal of Computational Physics*, Vol. 212, No. 2, 2006, pp. 454–472.
- 7) Sun, Y., Wang, Z. J., and Liu, Y., "Spectral (finite) volume method for conservation laws on unstructured grids VI: Extension to viscous flow," *Journal of Computational Physics*, Vol. 215, No. 1, 2006, pp. 41–58.
- 8) Haga, T., Ohnishi, N., Sawada, K., and Masunaga, A., "Spectral volume computation of flowfield in aerospace application using Earth Simulator," AIAA-2006-2823.
- 9) Wada, Y. and Liou, M. S., "A flux splitting scheme with high resolution and robustness for discontinuities," AIAA-1994-0083.
- 10) Yang, M., Harris, R., and Wang, Z. J., "Efficient quadrature-free 3d high-order spectral volume method on unstructured grids," AIAA-2007-4325.
- 11) Venkatakrishnan, V., "Convergence to steady state solutions of the Euler equations on unstructured grids with limiters," *Journal of Computational Physics*, Vol. 118, 1995, pp.120–130.
- 12) Ito, Y. and Nakahashi, K., "Direct surface triangulation using stereolithography data," *AIAA J.*, Vol. 40, No. 3, 2002, pp. 490–496.
- 13) Sharov, D. and Nakahashi, K., "A boundary recovery algorithm for Delaunay tetrahedral meshing," 5th Int. Conf. on Numerical Grid Generation in Computational Fluid Simulations, 1996, pp. 229–238.
- 14) Sharov, D. and Nakahashi, K., "Reordering of hybrid unstructured grids for lower-upper symmetric Gauss-Seidel computations," *AIAA J.*, Vol.36, No.3, 1998, pp.484–486.
- 15) Shu, C.-W., "Total-variation-diminishing time discretizations," *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, Vol. 9, 1988, pp. 1073–1084.
- 16) 芳賀臣紀, 澤田恵介, Wang Z. J., "高次精度非構造 Spectral Volume 法に対する陰的 LU-SGS 法," 第 20 回数値流体力学シンポジウム, 2006, E7-2.

# H-IIA ロケット打上げ時に排気プルームから生じる圧力波の発生/伝播に関する研究

堤 誠司, 河合宗司, 高木亮治, 藤井 孝蔵  
宇宙航空研究開発機構 情報・計算工学 (JEDI) センター  
有田 誠  
宇宙航空研究開発機構 宇宙基幹システム本部

## Generation and Propagation of Pressure Waves from H-IIA Launch Vehicle at lift-off

by

Seiji Tsutsumi, Soshi Kawai, Ryoji Takaki, Kozo Fujii, and Makoto Arita

### Abstract

The generation and propagation of pressure waves from H-IIA launch vehicle are analyzed numerically. The Mach wave radiated from a wavy shear-layer of exhaust plumes is revealed to be the dominant noise source. The Mach wave is reflected by the constructions of the launch-pad, then, propagates to the vehicles, causing the acoustic loads. It also turns out that the acoustic loads due to the Mach wave shows local maximum value with the ascent of the launch vehicle.

### 1 背景

ロケットエンジンの推力は非常に大きいため、エンジン排気プルームから強い音波(圧力波)が生じる。例えば、サターン V 型ロケットの排気プルームは推力 3500 ton に対して約  $2 \times 10^8$  W の音響パワーを持ち、一般家庭用音響機器の実用最大出力がたかだか数十 W であることを考えると、いかに大きな音源であるかが分かる。そして打上げ時に排気プルームは Fig.1 のような射場構造物と干渉するため、Fig.2 に示した経路でロケットフェアリングに到達すると考えられている。その結果、搭載ペイロードを加振し、ペイロードの不具合を引き起こす原因となりかねない。欧米はもちろん、我国の H-IIA ロケットや M-V ロケットでも打上げ時に音響振動の発生が確認されている。

これまでロケット打上げ時の音響環境予測には NASA SP-8072 レポート<sup>[1]</sup> が用いられ、射点・フェアリング・人工衛星などの設計が行われてきた。SP-8072 は米国の膨大なフライトデータとサブスケール試験結果をもとに作られた経験式であるが、必ずしも物理的な根拠に基づいているわけではなく、信頼性・予測精度・適用範囲に関して限界がある。JAXA では H-IIB・GX・次期固体ロケットと新規開発が目白押しで、ロケットや搭載する人工衛星の更なる信頼性向上のためには音響環境を精度よく予測することが重要で、SP-8072 に代わる簡易予測手法を実現しなければならない。そのためにはプルームから生

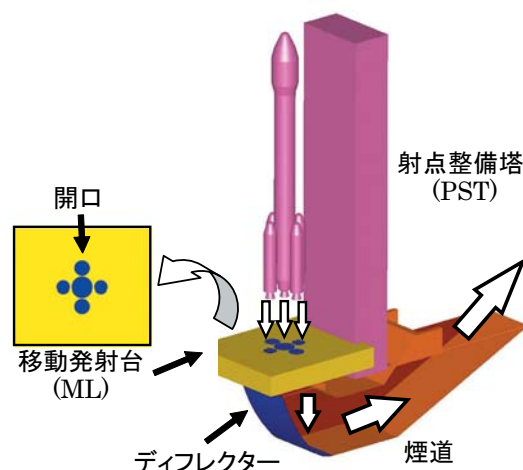


Fig. 1: Schematic view of launch-pad for H-IIA.

じる圧力波の発生/伝播の物理的なメカニズムを十分に理解することが最重要課題である。

そこで、当センターでは全 JAXA ロケットの排気プルームから生じる圧力波の発生/伝播のメカニズムに関して数値シミュレーション解析を行っている。本稿では、第一段階として昨年度 12 月に打上げられた H-IIA ロケット 204 形態 (SRB×4 機) のアップレンジ (Fig.2 参照、PST よりロケット側) を対象に行った解析結果について報告する。



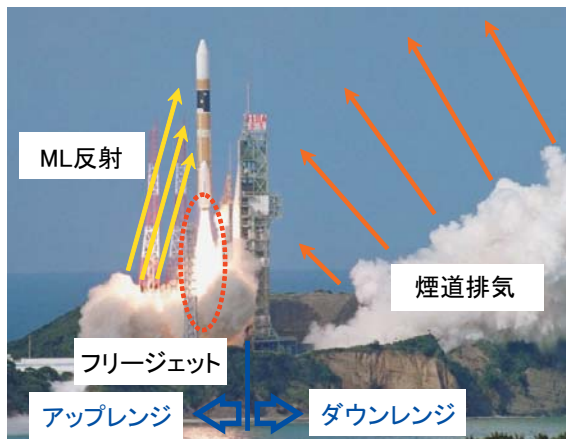
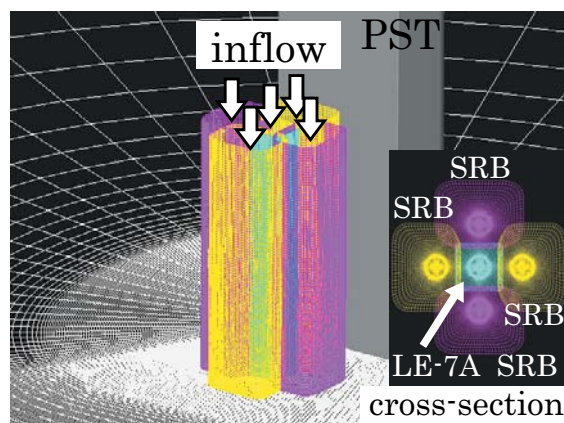


Fig. 2: Possible acoustic sources generated by H-IIA launch vehicle at lift-off.

## 2 解析モデル

H-IIA ロケットや射点構造物の要素すべてを含んだ解析は格子生成が煩雑なうえに格子点数が膨大になり賢明ではない。そこで、Fig.2 に示したアップレンジにおける解析を行うにあたり、以下のようなモデル化を行った。

- プルームを煙道に流すために設けられた ML 開口 (Fig.1 参照) の形状は実際と等価な面積を持つ円形とする
- ML 下面と地上面の間には 4m 程度の空間が存在するが、ML と地面は同一平面として扱う
- 計算領域に LE-7A・SRB エンジンの出口条件を与え、ロケットの機体は考慮しない
- 煙道排気騒音は考慮しない



(a) Fine domains for each exhaust plume.

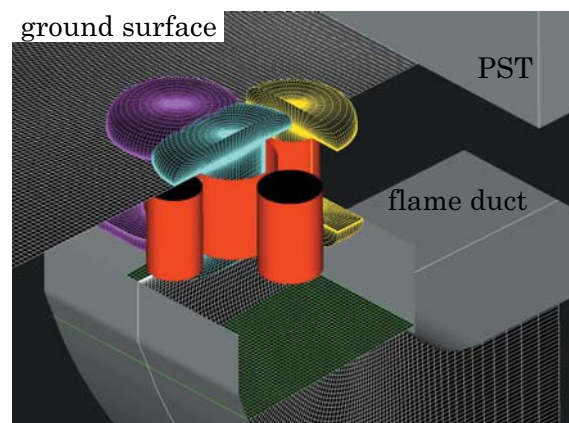
## 3 解析手法、及び解析条件

計算対象は大規模且つ複雑である上、ロケットエンジンの出口直径・出口流速を基準としたレイノルズ数は  $10^7$  のオーダーであり、LES による音響解析を行うことは今日の計算機能力では不可能である。更に、LE-7A・SRB の排気ガスと大気の組成がすべて異なるという難しさもはらむ。

そこで、比熱比は一定で 1 種類の理想気体のみを取扱うことが可能な非定常 RANS 計算を行った。空間内で比熱比は一定である。1 次精度オイラー陰解法に内部反復を入れた ADI-SGS 法を用いて時間積分を行った。対流項は ASUM 系のスキームを用いて評価し、MUSCL 法により 3 次精度としている。計算コードの詳細は参考文献を参考にされたい。<sup>[2]</sup> なお、本計算では層流粘性のみを考慮しており、粘性項は 2 次精度中心差分で評価した。これまでロケットプルームから生じる圧力波 (強い音波) の発生源/伝播メカニズムが明確ではない現状を考えると、支配的な要因の当りを付けるという本研究の目的を十分達成可能な計算手法である。

Figure 3 に計算格子を示す。重合格子法を採用し、PST 周りに圧力波の伝播を計算する領域、個々のエンジン排気プルームを詳細に解像する密な計算格子 (Fig.3(a))、ML 開口格子・煙道格子など (Fig.3(b)) を作成した。領域間で計算格子は厳密には一致しておらず、解情報のやり取りに際して計算精度は低下している。しかし、圧力波の伝播を見る限り影響はほぼない。

実測されたロケットの音響パワースペクトルを Fig.4 に示す。数値シミュレーションで解像可能な最大周波数はスキームと格子解像度によって決まる。



(b) ML with holes and flame duct.

Fig. 3: Computational domain.

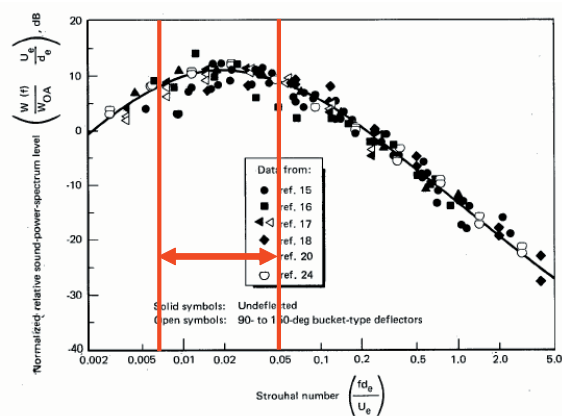


Fig. 4: Normalized relative power spectrum for standard rockets with single nozzle.<sup>[1]</sup>

Table. 1: 計算条件

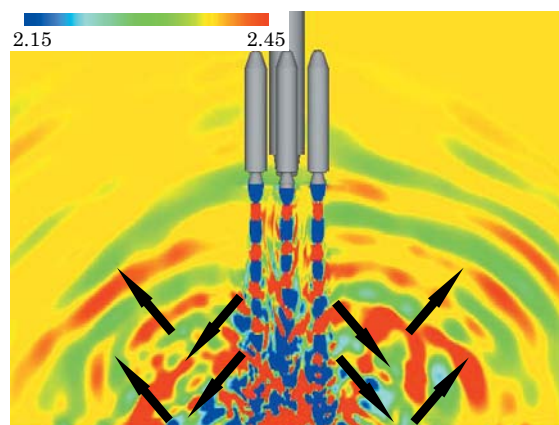
	LE-7A	SRB
出口マッハ数	4.20	3.66
出口レイノルズ数	$1.8 \times 10^4$	$1.5 \times 10^7$

本計算で採用している対流項評価法では伝播する圧力波を解像するために 20 点程度の格子点が必要だと考えられるため、格子点数と計算時間との兼ね合いから本計算では  $St = 0.05$  まで解像できるように設定した。機体のリフト量により総格子点数は異なるが、 $H/D=16$  ( $H$ :地面からノズル出口面までの高さ、 $D$ :SRB ノズル出口径) のケースで約 1300 万点である。

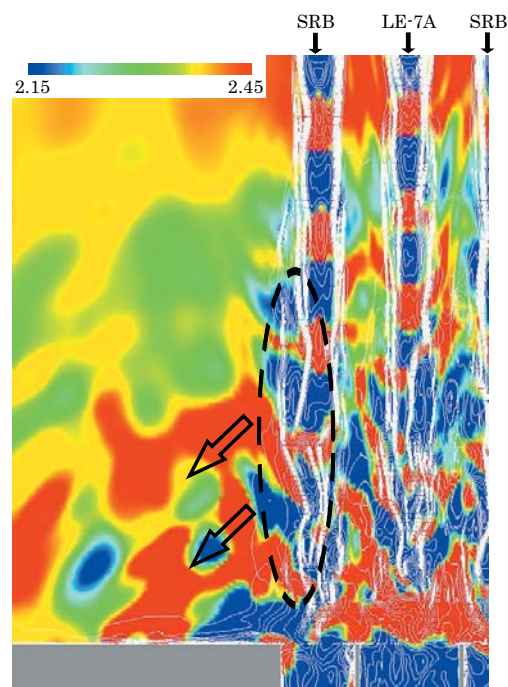
一方、プルームのせん断層不安定性が現れる領域で CFL が 1 を超えないように時間刻み幅を設定した。<sup>[3]</sup> 解像したい周波数成分に対して 20 周期程度を計算する必要があると経験的に分かっており、CFL から決定される時間刻み幅に対して何処まで低周波数成分を解像したいかに計算時間は依存する。本計算は JAXA 所有の大型計算機 NEC SX6 の 1 ノード (8PE から構成, 1PE の理論演算性能: 9GFLOPS, 主記憶: 合計 64GB) を用いて計算を行っており、計算時間との兼ね合いから解像できる低周波成分は  $St \approx 0.007$  辺りに設定した。1 ケースあたり 3 週間程度を要する試算である。

H-IIA ロケット打上げの際、推力・エンジン排気流量のいずれも全体の 90% は SRB である。そのため、計算条件を設定するにあたり、1) LE-7A 排気プルームや大気は SRB のノズル入口混合ガスの物性値を持つ (比熱比=1.175)、と仮定した。更に、打上げ時のプルームは比較的強い過膨張条件であり、圧力波の発生メカニズムに対してプルームの流れ構造が持つ影

響は重要である。そのため、2) LE-7A/SRB の出口静圧比・エンジン流量はそれぞれ実機条件とあわせる、とした。上記の 1)、2) から本計算で必要となるエンジンの流れ条件は決定される。流入条件は別途軸対称数値計算を行い、流入条件として与えた。(Table 1 参照)



(a) Pressure field.



(b) Pressure field with Mach number contour line.

Fig. 5: Pressure waves for  $H/D = 16$ .

## 4 結果と考察

### 4.1 圧力波発生メカニズムの解明 ( $H/D=16$ )

Figure 5(a) に  $H/D = 16$  における圧力分布を示す。圧力は SRB のノズル出口静圧で無次元化してい



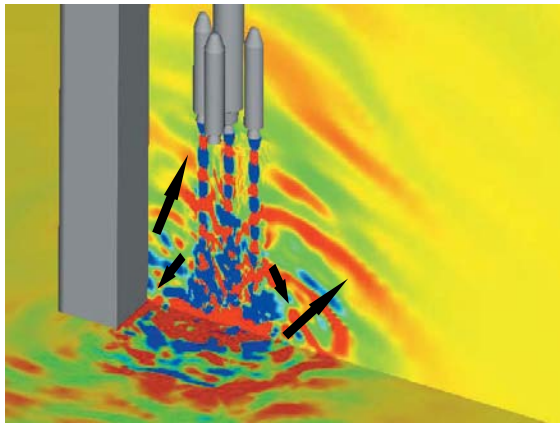


Fig. 6: Propagation of pressure waves.

る。圧力波が球面状になってロケットへと伝播している様子が観察される。球面波の中心をたどると地面から来ているが、圧力波自身は排気プルームから発生して指向性を持って地面に入射しているということが分かる。この圧力波の発生メカニズムを調べるため、プルームの近傍を拡大した図が Fig.5(b) である。なお、Fig.5(b) ではマッハ数の等高線も併せて示している。プルームの超音速せん断層が不安定になり、せん断層表面がロールアップして波打っている。この波打ったところから圧力波が発生していることから、波打った表面が超音速で移流することでバウショックと同様の理由から生じる圧縮波こそが今回観察された圧力波に相当するということが分かる。更に、この”バウショック的に”生じた波面の進行方向が指向性に相当している。

一般的にこれはマッハ波と称され、高マッハ数・高温ジェットでは重要な音源で、且つ低周波音に相当する。<sup>[4]</sup> マッハ波が支配的な音源であるため、Fig.4 に示した実測データは低周波側にピークを持つブロードバンドノイズとなっているわけである。

#### 4.2 伝播経路の解明 ( $H/D=16$ )

マッハ波がどのようにフェアリングへと伝播するかを次に考える。4.1 章でも述べたように、プルームせん断層から生じたマッハ波は指向性を持って地面へ入射し、そして反射して機体へと伝播していることが観察される。(Fig.5(a)) 一方、Fig.6 に示した PST に垂直な断面では、地面からの反射に加えて PST からの反射波も機体へと伝播している。つまり、アップレンジにおいて音響振動問題の原因となる圧力波は、指向性を持って伝播するマッハ波が ML/地面/PST で反射することによってフェアリングへと伝播することが分かった。

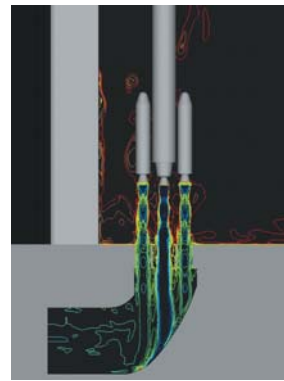
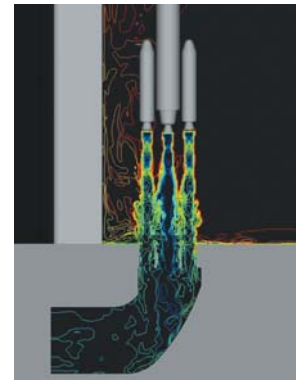
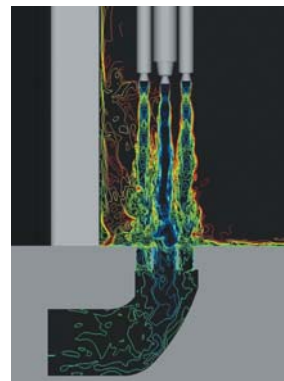
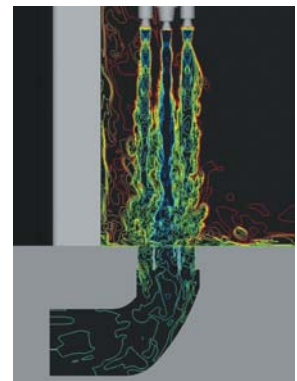
(a)  $H/D=6$ .(b)  $H/D=11$ .(c)  $H/D=16$ .(d)  $H/D=21$ .

Fig. 7: Comparison of density field.

#### 4.3 リフト量の影響

最後に、機体のリフト量とプルームから生じて伝播するマッハ波の関係を調べる。ここでは  $H/D = 6, 11, 16, 21$  の 4 ケースを比較する。

プルームせん断層のロールアップ開始点は、地面等から反射して帰ってくるマッハ波の影響を無視すれば、ノズル出口からほぼ一定の位置である。そのため、Fig.7 の密度分布から、打上げ直後 ( $H/D = 6$ ) はエンジン排気プルームが ML 開口 (Fig.1) に入っており、マッハ波の発生原因となるロールアップ開始点はまだ地上には現れていない。徐々に機体が上昇するにつれて ML 開口から頭を出す。従って、Fig.8 で比較している圧力の等値面から分かるように、 $H/D = 6$  のリフト量では機体へと伝播する圧力波は非常に弱く、上昇するにつれてマッハ波の発生が増大している様子が観察される。

各リフト量においてノズル出口面付近の同一位置 (Fig.8 に示した黒点) の音圧スペクトル分布を Fig.9 では比較している。Figure 8 が示す通り、 $H/D = 6$  から 16 へと上昇するにつれて音圧レベルは大きくなっており、最大で 20dB 近く上昇している。しか

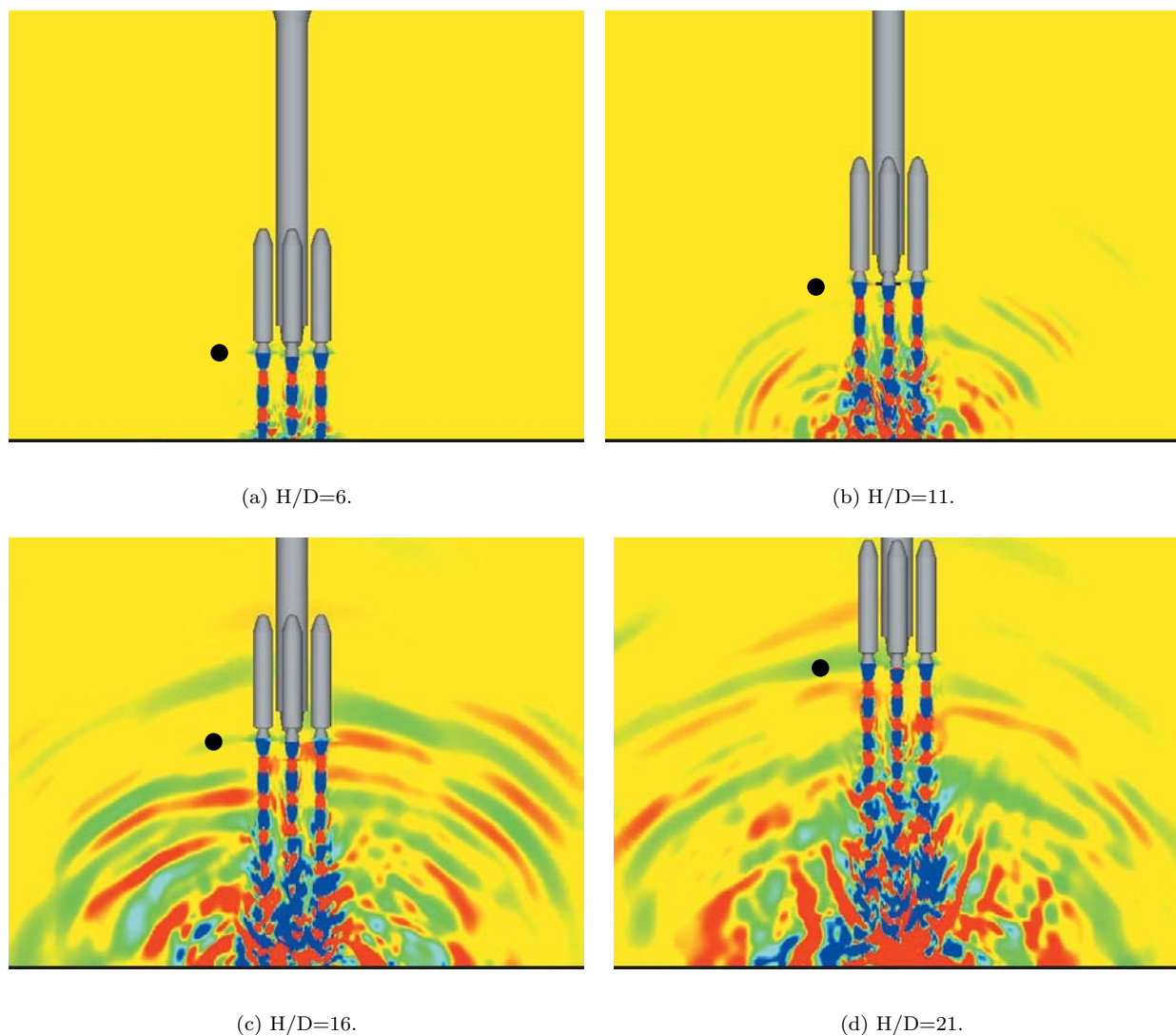


Fig. 8: Comparison of pressure field.

し、 $H/D = 21$  は  $H/D = 16$  よりもやや小さくなっている。これは ML/地面/PST から反射して伝播するマッハ波の伝播経路が長くなってきたため、距離減衰の効果 ( $\propto 1/R^2$ ) が顕著になってきたからである。この結果から、マッハ波に起因した音響振動は極大値を持ち、本計算では約  $H/D = 16$  付近であることが分かった。

## 5 まとめ

SRB を 4 本持つ H-IIA ロケット 204 形態を対象に、数値シミュレーションを用いて音響振動問題の発生原因を調べた。その結果、排気プルームの不安定性に起因してロールアップしたせん断層表面から、バウショックと同様の理由で発生するマッハ波が支配的な音源であることが分かった。そしてマッハ波は ML/

地面/PST で反射してフェアリングへと伝播することを明らかにした。

次に、リフト量の影響を調べた結果、ML 開口から地上にせん断層不安定領域が頭を出すにつれて音圧は上昇するが、同時に距離減衰の効果も大きくなるため、機体高度によって音圧は極大値を持つということが分かった。

今後は煙道排気騒音のシミュレーションも併せて行い、射場全体を含めた解析を進めていく予定である。

## 参考文献

- [1] Eldred, K.M. and et al., "Acoustic Loads Generated by the Propulsion System," NASA SP-8072, June 1971.



- [2] Iizuka, N. and Fujii, K., “Evaluation of Dynamic Base Pitching Moment of a Blunt Re-entry Capsule in the Transonic Region,” Proceedings of 57th International Astronautical Congress IAC-06-D2.P.1.9, 2006.
- [3] 今井和宏, 藤井孝藏, “非定常流のシミュレーションにおける陰解法の時間刻み幅について,” 日本機械学会 1999 年度年次大会講演論文集 (II), 1999, pp. 81–82.
- [4] Tam, C.W.K., “Supersonic Jet Noise,” *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 27, 1995, pp. 17–43.

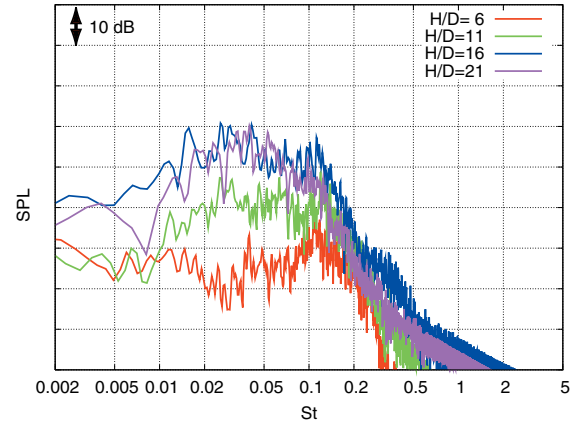


Fig. 9: Comparison of power spectrum. The receiver in each case is shown in Fig.8 as a black circle.

## ロケット煙道の音響特性に関する研究

村上圭一（宇宙航空研究開発機構），北村圭一（名古屋大学），  
橋本敦，青山剛史（宇宙航空研究開発機構），中村佳朗（名古屋大学）

## Study on Acoustic Characteristics of Rocket Plume Duct

By

Keiichi Murakami (JAXA), Keiichi Kitamura (Nagoya Univ.),  
Atsushi Hashimoto, Takashi Aoyama (JAXA), and Yoshiaki Nakamura (Nagoya Univ.)

### ABSTRACT

In this paper, a study on sound propagation of H-IIA rocket plume duct with deflector is analyzed using a hybrid code of an Euler flow solver and a Linearized Euler Equations solver. Several cases of calculation for modeled jet configurations of H-IIA main engine, 202, and 204 rockets have been conducted. The results of these calculations indicate that sound waves from the modeled duct have different characteristic frequency according to jet configuration.

### 1. はじめに

H-IIA ロケットの打上げの様子を図1に示す。この射場には、打上げ時の排気ジェットが機体に及ぼす影響を軽減するために、煙道が設けられている。この煙道出口から排気される噴流そのものが音源になることや、煙道内部で流入ジェットによる圧力波が開口端反射を繰り返す、特定の周波数、特に低周波の音が増幅されることが予測される。この低周波数振動がロケット本体や搭載衛星などの固有振動数と一致すると、それらの破壊に繋がる恐れがある。

これまで、低周波数音源になりうると考えられる煙道の音響特性解析として、煙道入口に固定したジェットが出口から噴出する際の圧力波伝播解析を実施してきた<sup>1)</sup>。その結果、煙道入口のジェット配置が煙道音響特性に影響を及ぼすことが分かった<sup>2)</sup>。本論文では、簡単にモデル化された H-IIA ロケット射場の煙道に対し、ジェットの出口面積による推力の違いやジェット配置の違いが及ぼす低周波音響特性への影響を調べるための解析を実施したので、その結果について報告する。



図1 H-IIA ロケット打上げの様子

### 2. 解析手法

支配方程式及び数値解析法については、参考文献 3), 4) に詳しいが、本解析では Euler/LEE ハイブリッド計算コードを用いており、本研究に適した解析コード開発を名古屋大学との共同研究で実施している。

#### 2. 1. Euler/LEE ハイブリッド計算コード

流体の支配方程式の一つは、以下に示す 3 次元圧縮性 Euler 方程式である。

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}_k}{\partial x_k} = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_i \\ e_t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}_k = \begin{bmatrix} \rho u_k \\ \rho u_i u_k + p \delta_{ik} \\ (e_t + p) u_k \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで  $\rho$  は密度、 $u_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) は速度成分、 $e_t$  は全エネルギーであり、 $e_t = \rho(e + u_i u_i / 2)$  で与えられる。 $p$  は圧力、内部エネルギー  $e$  は  $e = p / [\rho(\gamma - 1)] = T / [\gamma(\gamma - 1)]$  で与えられ、 $T$  は温度である。流体は完全気体の空気を仮定しているので、比熱比  $\gamma$  は一定 ( $\gamma = 1.4$ ) である。

これらに対する空間の離散化には、セル境界での物理量を Van Albada の制限関数を用いて MUSCL 法により最大 3 次精度で内挿し、Roe の近似リーマン解法によって非粘性数値流束を計算する。また、時間積分には 3 段階 3 次精度の Runge-Kutta 法を用いる。

もう一方の流体の支配方程式は、3 次元線形 Euler 方程式 (Linearized Euler Equations) である。これを得るには、まず式(1)のベクトル量を、次のように平均成分  $\bar{\mathbf{Q}}$ 、 $\bar{\mathbf{E}}$  と変動成分  $\mathbf{Q}'$ 、 $\mathbf{E}'$  に分ける。

$$\mathbf{Q} = \bar{\mathbf{Q}} + \mathbf{Q}', \quad \mathbf{E} = \bar{\mathbf{E}} + \mathbf{E}' \quad (3)$$

これらを式 (1) へ代入して変動成分を線形化 (2 次以上の項を微小であると仮定して無視) し、更に平均成分は既に式 (1) を満たしているとして消去すると、最終的に 1 次の変動成分のみが残る。よって、計算は 1 次の変動成分のみについて行う。実際には速度と圧力の 2 つの物理量にのみ変動量を求めればよく、セル境界においてそれぞれ

$$u' = \frac{c_l u_l' + c_r u_r' - (p_r - p_l)}{\bar{c}},$$

$$p' = \frac{c_r p_l' + c_l p_r' - c_l c_r (u_r - u_l)}{\bar{c}}, \quad (4)$$

$$\bar{c} = c_l + c_r$$

で与えられる<sup>3)</sup>。ここで、 $c = \sqrt{\gamma p / \rho} = \sqrt{\gamma R T}$  は音速であり、 $R$  は空気の気体定数である。また添え字  $l, r$  は、それぞれセル境界における左側および右側の物理量であり、これらの添え字の付いた物理量はセル境界に対し法線方向成分の値である。セル境界左右における物理量は、制限関数を用いずに MUSCL 法により最大3次精度で内挿する。時間積分には、Euler 方程式の解法と同様に、3段階3次精度の Runge-Kutta 法を用いる。解析コードの検証及び高精度化については参考文献1)を参照されたい。

## 2. 2. 計算モデル

本解析に用いた H-IIA ロケットの射場モデルを図2に、煙道の計算格子を図3に、それぞれ示す。計算格子は 40Hz の圧力変動を捉えるのに十分な格子幅を設定している<sup>5)</sup>。本解析では、煙道の周波数特性に着目しているので、実際の射場にある PST (Pad Service Tower) などの地上構造物は考慮していない。煙道上空は 160m までを計算領域として設定した。

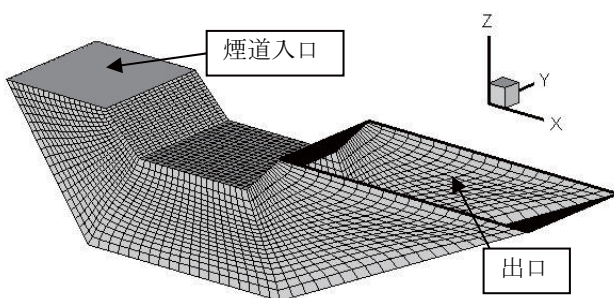
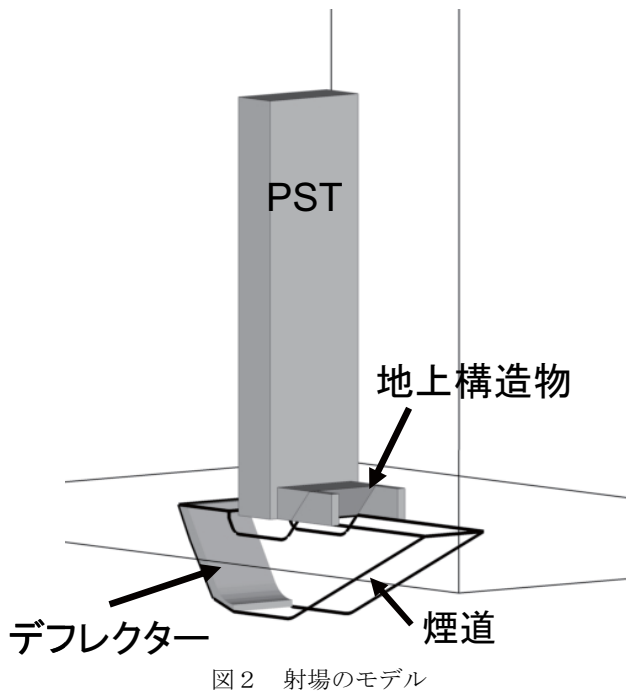


図3 解析対象の煙道モデルと解析格子

## 2. 3. ジェットの流入条件及び境界条件

煙道入口面に、メインエンジン (ME) と固体ロケットブースター (SRB) のジェットの流入条件を設定し、ジェット領域以外の入口面は壁面と仮定した。ただし、流体はジェットを含めて全て比熱比 1.4 の完全気体と仮定した。本解析で与えた ME と SRB のノズル出口条件を表1に示す。また、煙道内の壁面は、全て断熱・滑り条件としている。

表1 ノズル出口条件

ノズル	速度 [m/s]	温度 [K]	密度 [kg/m³]	圧力 [Pa]
ME	1,800	1,600	0.060	28,000
SRB	1,600	600	0.250	43,000

## 3. 計算結果及び考察

### 3. 1. 解析ケース

本論文で行った解析ケースの一覧を、表2に示す。各ケースとも、時間刻み幅を、88 マイクロ秒に固定して計算した。また、各解析ケースの流入ジェットの配置及びノズル出口形状を図4に示す。正方形ジェットの出口面積は菱形ジェットの約2倍なので、推力差も約2倍である。

表2 解析ケース一覧

No.	ME	SRB	ノズル配置	ノズル出口形状
1	1	0	中央	正方形
2	1	0	中央	菱形
3	1	2	一文字	正方形
4	1	2	一文字	菱形
5	1	4	十文字	正方形
6	1	4	十文字	菱形

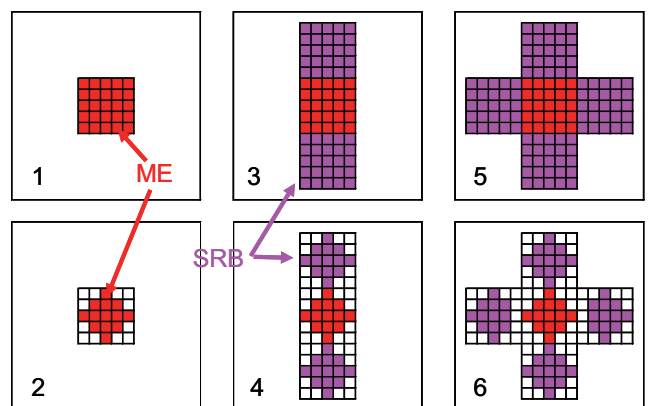


図4 煙道入口面のジェット配置とノズル出口形状

### 3. 2. 観測点における圧力波の比較

各解析ケースにおいて、ロケット打上げ時のフェアリング位置に相当する煙道入口中央上空 60m に観測点を設定し、大気圧との差圧  $\Delta p$  の時間履歴を求めた。その結果を、図5から図7に示す。

図5から図7の時刻 0.3 秒あたりに、オーバープレッシャーによる鋭い波形が見られる。これらの図中の青色の線

と橙色の線は、ノズル出口形状が菱形と正方形の場合の計算結果を、それぞれ示しており、これらの推力差が約2倍なので、波形のピーク値も約2倍になっている。このオーバープレッシャーの影響は、ほとんどの場合、1秒ほど続くが、図5の橙色の線に見られるように、ケース1では2秒前後まで続いているように見える。また、図5の正方形ジェットの場合に2.2秒以降に特徴的な周期振動が見られる。この振動の周波数は、後に示すFFT解析によって明らかとなる。

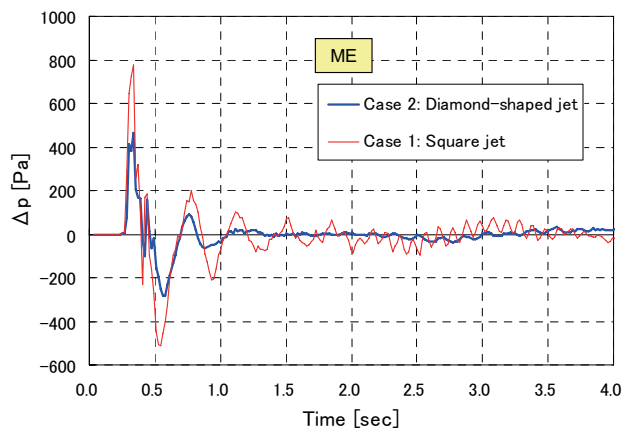


図5 観測点における大気圧との差圧履歴 (ME)

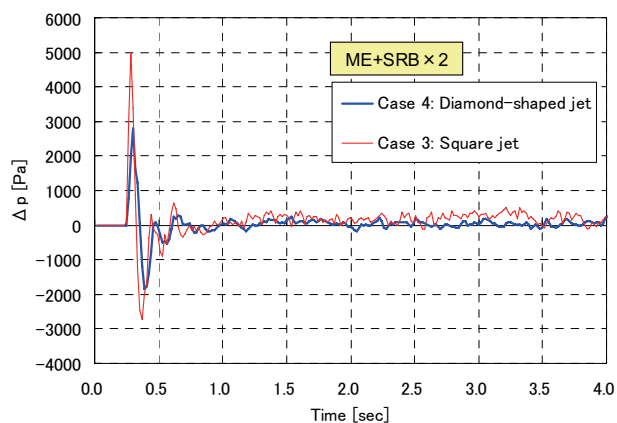


図6 観測点における大気圧との差圧履歴 (ME+SRB×2)

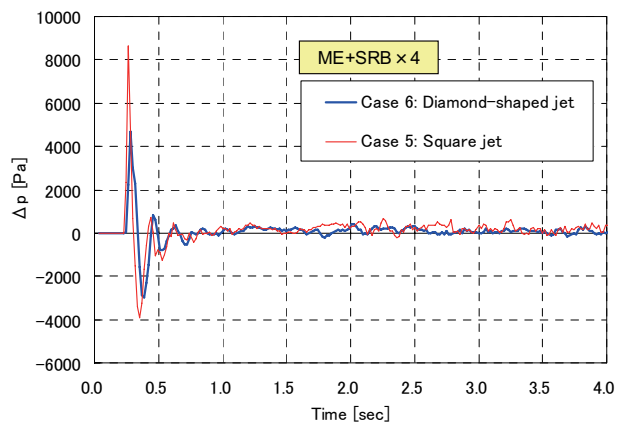


図7 観測点における大気圧との差圧履歴 (ME+SRB×4)

### 3. 3. ジェット形状による周波数特性

得られた大気圧との差圧の時歴から、オーバープレッシャーとして現れる過渡的な強い圧力波の影響を避けて、1秒から4秒までのデータに対し、FFT解析を行った結果を図8から図10に示す。ただし、ケース1では、オーバープレッシャーの非常に強い影響のみを排除するとみなす。サンプリング周期は17.6ミリ秒(57 Hz)である。

図8から、推力が約倍となる正方形ジェットは菱形ジェットに比べ、パワースペクトルのピーク値が大きく、より高周波側に大きなピークが存在する。この傾向は、図9、10に示されるように、SRBを2本追加して一文字形状に配置した場合、及び、4本追加して十文字形状に配置した場合にも同様に見られる。

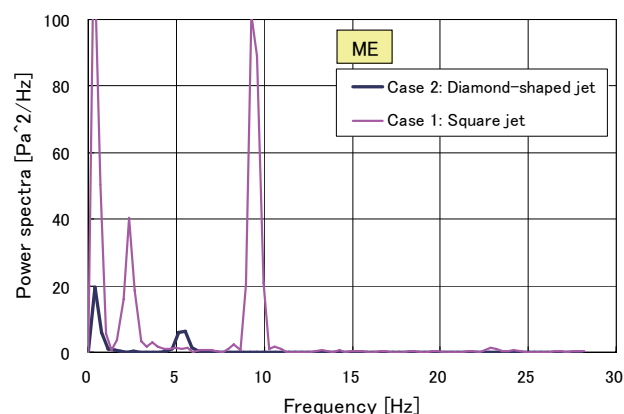


図8 推力による周波数特性への影響：中央 Jet 配置

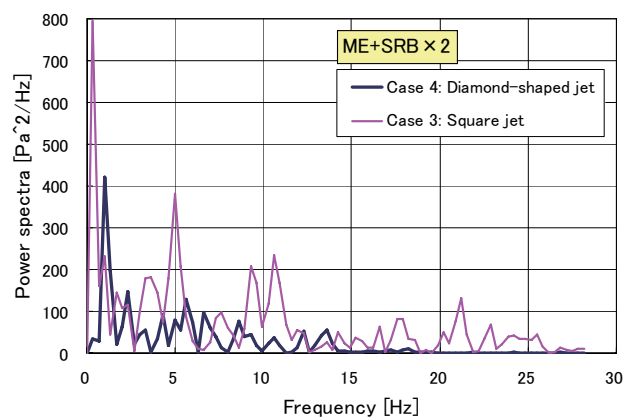


図9 推力による周波数特性への影響：一文字 Jet 配置

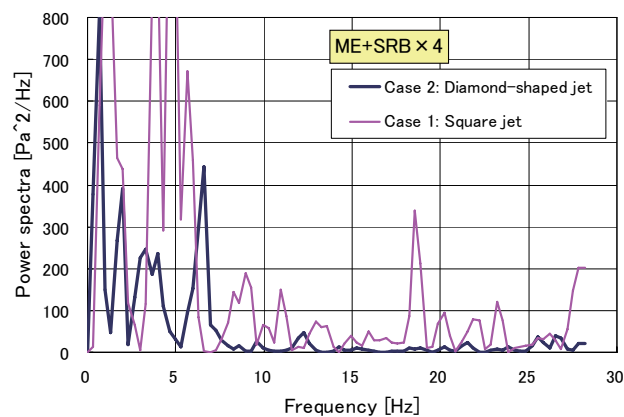


図10 推力による周波数特性への影響：十文字 Jet 配置



### 3. 4. ジェット配置による周波数特性

図11は、正方形ジェットの場合での、ジェットの配置による周波数特性への影響を示している。どの配置でも10Hz前後にピークがある。一方、5Hz前後のピークは、ケース3とケース5にのみ見られる。更にケース5特有のピークが18Hzに見られる。このように、ジェット配置が周波数特性に影響することが分かった。

菱形ジェットの場合に対する同様のグラフを、図12に示す。菱形ジェットの場合には、5Hz付近にどの場合も特徴的な波形が見られるものの、15Hz以上の比較的高周波領域では、正方形ジェットのような特徴的なピークは見られなかった。次節では、これらの理由について考察する。

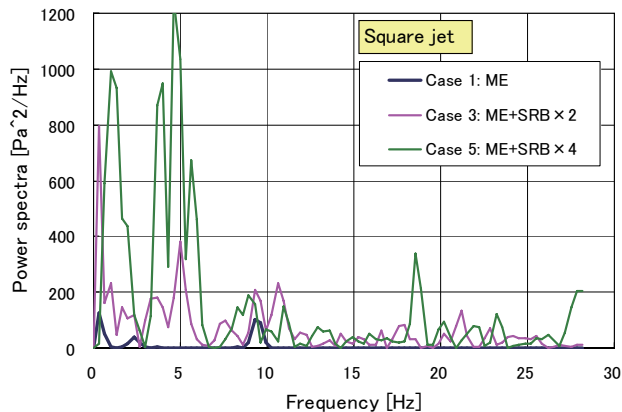


図11 ジェット配置による周波数特性への影響  
(正方形ジェット)

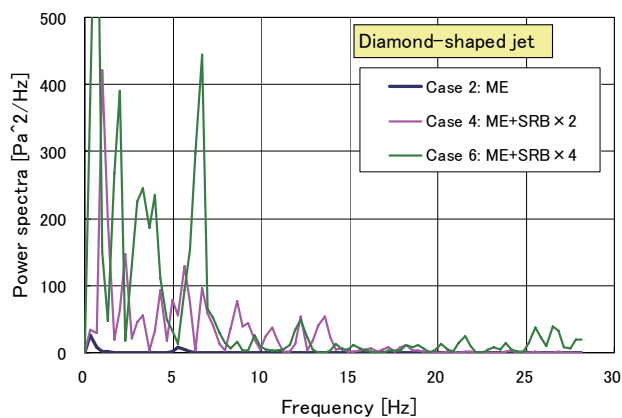


図12 ジェット配置による周波数特性への影響  
(菱形ジェット)

### 3. 5. 煙道内の圧力変動

ジェット配置の違いによって、周波数特性の違いが比較的良く現れた正方形ジェットの場合に対し、煙道内中央断面内の速度ベクトルと渦度分布を、図13から図15に示す。

図13はメインエンジンのみの正方形ジェットの計算結果から描かれた図であり、煙道の底を排気ジェットが這って流れ出ている様子を示している。この図は、1サンプリング・インターバル 17.6 ミリ秒毎のスナップショットを並べたものである。図13の最初と最後のフレームで赤丸で示されるように、一番上の等渦度線図の先端が切れてから、再び先端が切れるまでの間に6から7フレームを要する。この間の時間は、約 114 ミリ秒（6から7フレームの平均）であり、これを周波数に直すと 8.8Hz となるので、

図8に見られる正方形ジェットの特性周波数（9Hz）の要因と考えられる。

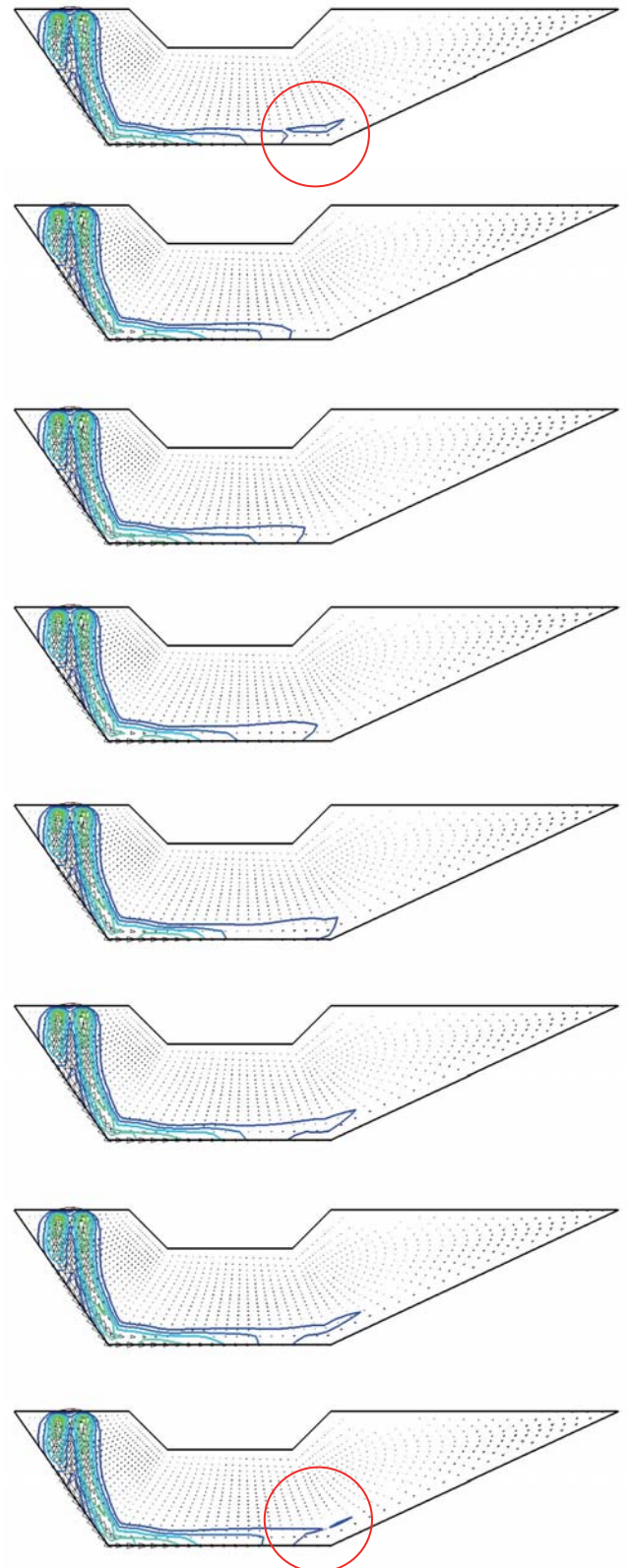


図13 煙道中央断面内の速度ベクトルと渦度分布  
(ME：正方形ジェット)

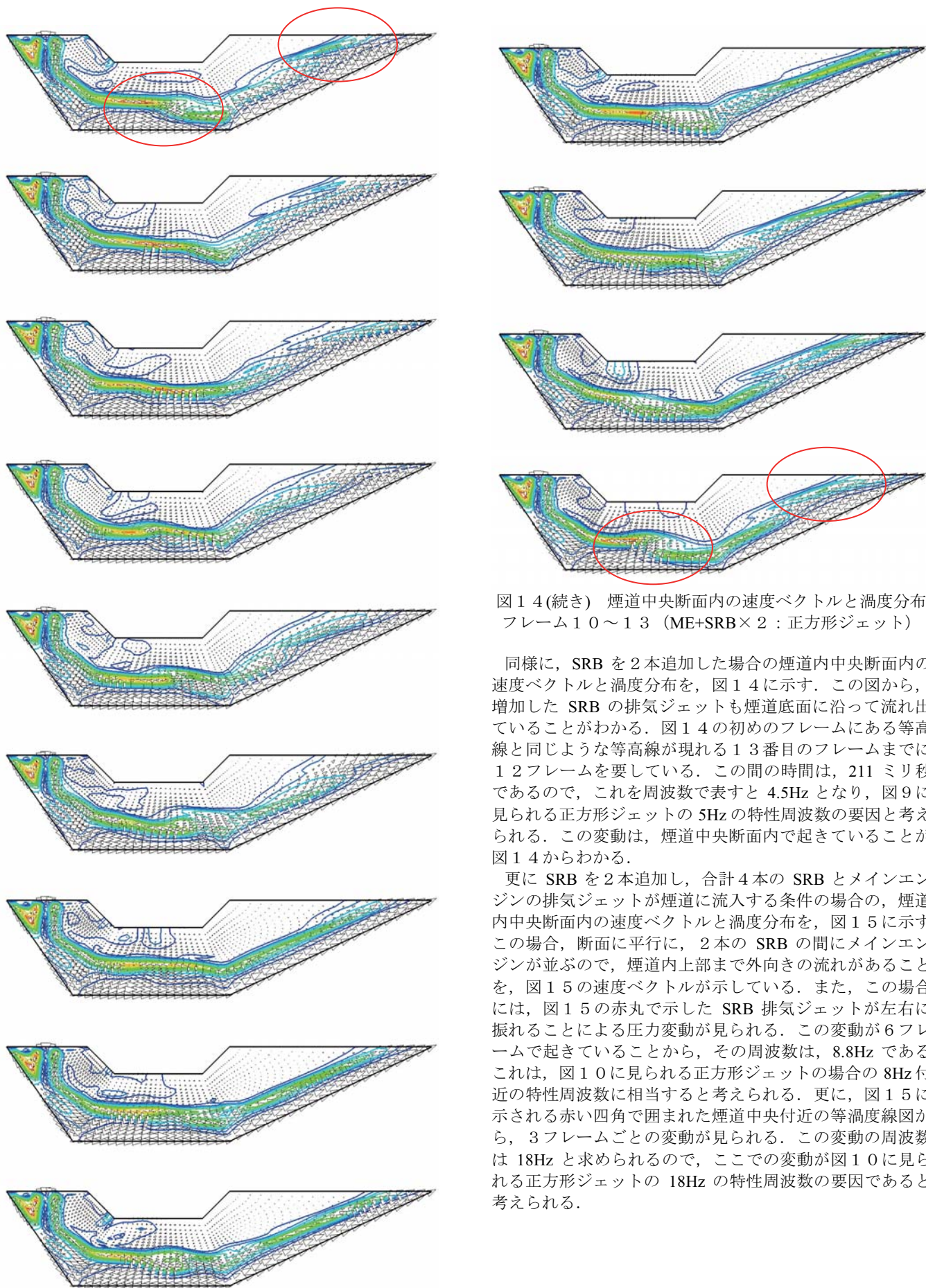


図1 4(続き) 煙道中央断面内の速度ベクトルと渦度分布  
フレーム1 0～1 3 (ME+SRB×2：正方形ジェット)

同様に、SRB を2本追加した場合の煙道内中央断面内の速度ベクトルと渦度分布を、図1 4に示す。この図から、増加したSRBの排気ジェットも煙道底面に沿って流れ出ていることがわかる。図1 4の初めのフレームにある等高線と同じような等高線が現れる1 3番目のフレームまでに、1 2フレームを要している。この間の時間は、211 ミリ秒であるので、これを周波数で表すと4.5Hzとなり、図9に見られる正方形ジェットの5Hzの特性周波数の要因と考えられる。この変動は、煙道中央断面内で起きていることが、図1 4からわかる。

更にSRBを2本追加し、合計4本のSRBとメインエンジンの排気ジェットが煙道に流入する条件の場合の、煙道内中央断面内の速度ベクトルと渦度分布を、図1 5に示す。この場合、断面に平行に、2本のSRBの間にメインエンジンが並ぶので、煙道内上部まで外向きの流れがあることを、図1 5の速度ベクトルが示している。また、この場合には、図1 5の赤丸で示したSRB排気ジェットが左右に振れることによる圧力変動が見られる。この変動が6フレームで起きていることから、その周波数は、8.8Hzである。これは、図1 0に見られる正方形ジェットの8Hz付近の特性周波数に相当すると考えられる。更に、図1 5に示される赤い四角で囲まれた煙道中央付近の等渦度線図から、3フレームごとの変動が見られる。この変動の周波数は18Hzと求められるので、ここでの変動が図1 0に見られる正方形ジェットの18Hzの特性周波数の要因であると考えられる。

図1 4 煙道中央断面内の速度ベクトルと渦度分布  
フレーム1～9 (ME+SRB×2：正方形ジェット)



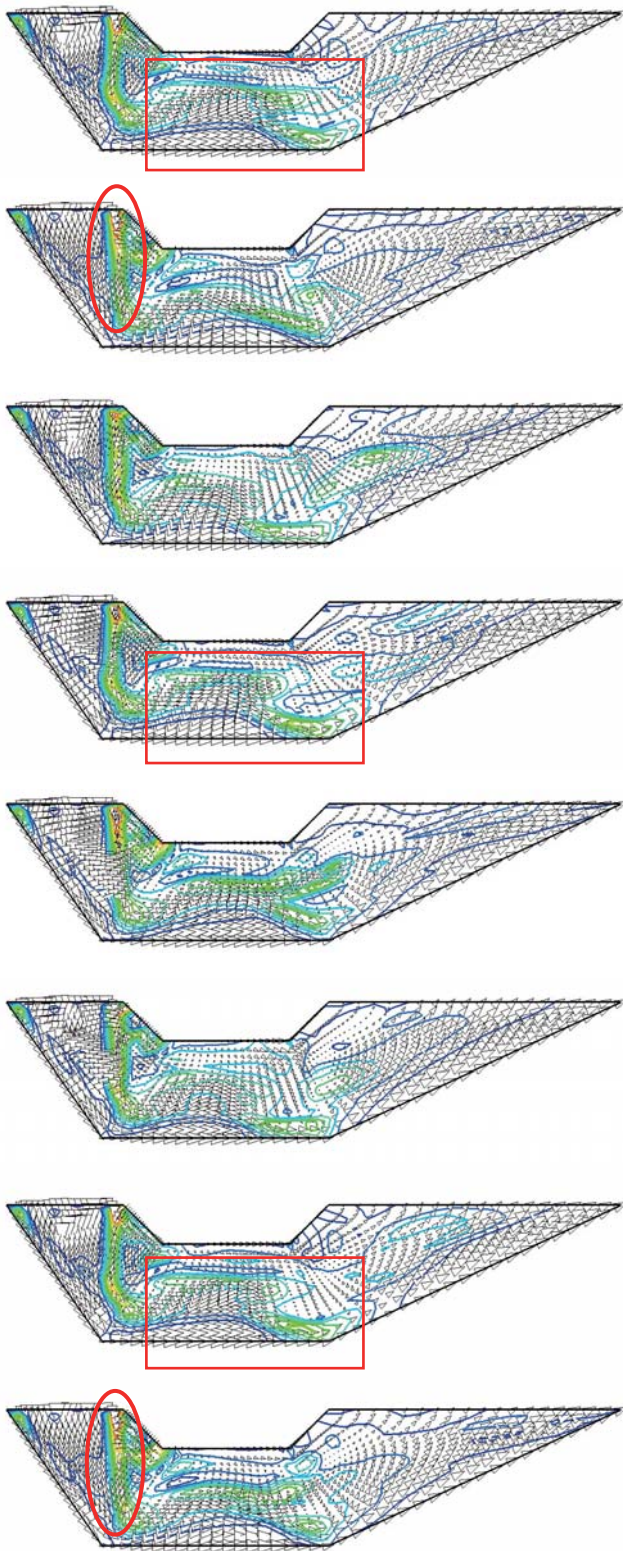


図15 煙道中央断面内の速度ベクトルと温度分布  
(ME+SRB×4：正方形ジェット)

#### 4. まとめ

H-IIA ロケット射場の煙道をモデル化し、入口に LE-7A エンジンと H-IIA202 及び 204 形態を模擬した排気ジェットを流入条件として与えた解析を行った。その結果、ジェットの推力のみならず、その配置が煙道から放射される圧力波の周波数特性に影響を及ぼすことが、簡易モデルでの解析でも確認された。

今後の課題として、以下のことが挙げられる。

- ① 煙道入口を開放した場合の影響
- ② 粘性項を考慮した計算
- ③ ロケットの上昇を準定常的に模擬した計算
- ④ より高周波への対応

①については、実際の煙道入口は完全には閉鎖されておらず、ロケット発射台と煙道入口及びノズル端面との間に隙間がある。この両端開放条件が煙道出口から放射される圧力波の周波数特性にどのような影響を及ぼすか調べる必要がある。②に関しては、今回の計算で流入ジェットが煙道の底を這って流出し、その流れが内部で変動していることがわかったので、この変動に対する煙道内壁の影響を評価する必要があると考えている。③については、実際の打上では、LE-7A エンジンを先に点火し、SRB-A 点火と同時にロケットが上昇を開始するので、ノズル端面をロケット上昇に合わせて準定常的に上方へ移動させて、煙道に流入する流れを模擬する事を目的とする。④については、煙道内共鳴のより高次のモードを模擬することを目指しているが、ジェット騒音のような高周波までは考えていない。このように、本研究に関する課題は数多くあるものの、現段階では、SRB の本数によるロケットの形態の違いによって、煙道出口から放射される圧力波の低周波数特性が異なることが示された。

#### 参考文献

- 1) 北村圭一, 橋本敦, 村上桂一, 青山剛史, 中村佳朗, Euler/LEE ハイブリッド法による超音速ジェットの音響解析, ANSS2006, 2006.
- 2) 村上桂一, 北村圭一, 橋本敦, 青山剛史, 中村佳朗, ロケット打上げ時の音響環境に関する研究, 第56回理論応用力学講演会, 2007.
- 3) I. Men'shov and Y. Nakamura, "Implementation of the Variational Riemann Problem Solution for Calculating Propagation of Sound Waves in Nonuniform Flow Fields," Journal of Computational Physics, 182, pp.118-148, 2002.
- 4) T. Saito, T. Nakamura, M. Kaneko, I. Men'shov and Y. Nakamura, Numerical Investigation of SRB Ignition Overpressure, AIAA Paper 2004-2342, 2004.
- 5) 北村圭一, 橋本敦, 村上桂一, 青山剛史, 中村佳朗, 超音速ジェットと構造物が干渉する流体・音響場の数値解析, 第20回数値流体力学シンポジウム, 2006.





宇宙航空研究開発機構特別資料 JAXA-SP-07-016

---

発 行	平成20年2月29日
編集・発行	宇宙航空研究開発機構 〒182-8522 東京都調布市深大寺東町7-44-1 URL : <a href="http://www.jaxa.jp/">http://www.jaxa.jp/</a>
印刷・製本	(株)ビー・シー・シー・

---

本書及び内容についてのお問い合わせは、下記にお願いいたします。

宇宙航空研究開発機構 情報システム部 研究開発情報センター  
〒305-8505 茨城県つくば市千現2-1-1  
TEL:029-868-2079 FAX:029-868-2956

---

© 2008 宇宙航空研究開発機構

※ 本書の一部または全部を無断複写・転載・電子媒体に加工することを禁じます。

