

# 流体力学、計算流体力学、工学の接点を歩いて

徳永宏, 京工繊大, 〒 606-8585 京都府京都市左京区松ヶ崎御所海道町, E-mail: tokunaga@kit.ac.jp

## Researches for Contact Point between Fluid Dynamics, Computational Fluid Dynamics and Engineering

Hiroshi TOKUNAGA, Mechanical & System Eng. Dept., Kyoto Inst.Tech., Matsugasaki, Sakyo-ku, Kyoto 606-8585

The research works of the present author are reviewed. The beginning of turbulence research is about compressible fluid and then extended to transition and drag reduction by making use of higher order accurate difference method and LES. The vorticity-stream function method, which is used in theoretical research, as well as vorticity-vector potential method, is extended in order to study flows with engineering importance which are associated with multi-element airfoil, journal bearing, lobe pump, natural thermal convection, viscous micropump and micropump on silicon wafer.

### 1. はじめに

現在乱流は、3次元の多数の渦が複雑に相互作用するシステムであることが分かっている。私が、京都大学の物理学科の流体物理学研究室に入った頃は、コンピュータはやっと科学技術計算に使用され始めたばかりのころで、1次元の流体の計算が主流であった。したがって、乱流についての、上述の考え方は、Saffmannにより提唱されてはいたが、確かめることは出来なかった。その代わりに、3次元の流体運動の非線形形で渦が作られるように、1次元の流体では Burgers 方程式が取り扱える方程式であり、3角衝撃波が非線形形で作られ、乱流のモデルとして、三角衝撃波の集合を考え、その統計的性質が理論や数値シミュレーションで研究されていた。私は、この考えを拡張し、1次元の圧縮性流体の乱流を弱い衝撃波の集合として捕らえる研究に着手し、理論および数値シミュレーションで先駆的な研究を行った(1)~(2)。また、この考えは、2次元の圧縮性流体の乱流にも適用できることが分かった(3)。次に、2次元の乱流を扱い、これが多数の渦糸からなるという、統計力学の研究で有名な Onsager の考え方を応用し、乱流混合層の数値シミュレーションを実行し、種々の乱流の統計的性質や乱流混合層の特徴を抽出することに成功した(4)。

### 2. 流れの安定性と乱流遷移の数値シミュレーション

乱流の数値シミュレーションを乱流の理論と矛盾なく実行するためには、層流が如何にして乱流に遷移するかをまず見定める必要がある。MIT の Orszag 教授は、この問題に初めて正面から取り組んだが、その際、計算方法として擬スペクトル法を用いた。この方法は大変巧妙な方法で、流れが層流から乱流に移行するとき、流れは次々と細かいスケールを生み出してゆくが、この方法では、用いているスペクトル法の解像度より細かいスケールの渦は、自動的にカットするように仕組みられている。従って、格子解像度が悪くても、それなりの結果を出すことが可能である。しかし、純粹の差分法では、自身の解像度を超えると、計算は発散し、なかなか乱流遷移をとらえることは出来ない。私のところでは、高次精度の差分法を用い、この問題を扱い、Kleiser らと同じ時期に乱流に遷移する直前までの計算を行った(5)~(6)。しかし、差分法では限界があり、発達した乱流の計算を遂行するまでには至らなかった。この次期に、LES による乱流の数値シミュレーションで有名な、スタンフォード大学の Moin 教授と知り合い、同大学で1年間研究することになった。(CTR-乱流研究センターは同大学と NASA エームズ研究所にまたがって設置されており、研究は主として、エームズ研究所に籍を置き、CRAY

YMP を用いて数値シミュレーションを行っていた。当時、LES の新しいモデルとして、Dynamic Subgrid Scale Model が CTR で開発途上にあり、これを4次精度の差分法と渦度・ベクトルポテンシャル法と組み合わせる研究を行っていた。

### 3. 乱流の LES による計算

微小な攪乱に対しては安定であるが、有限の攪乱に対しては乱流に遷移し得る、所謂亜臨界の乱流遷移の数値シミュレーションには、LES を用いて成功することができた。また、微小な攪乱についても乱流遷移を起こす超臨界の乱流遷移の数値シミュレーションにも成功することができた。図1は、チャンネル壁面の抵抗係数が、層流から乱流になるとき、急激に増大することを示している(7)。

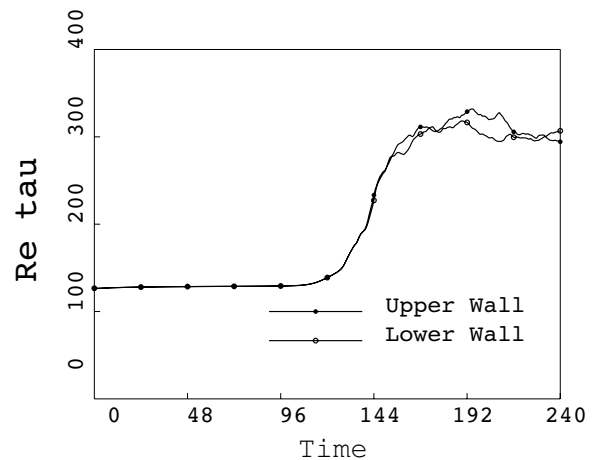


Fig. 1: Time history of skin friction on channel walls

CTR では、多くの側面から乱流が研究されていたが、そのなかで、リブレットによる抵抗低減の研究も行われていた。航空機では、少し抵抗を減らしただけでも、多くの燃料の節約が達成され、重要な研究課題である。この研究に刺激されトランスバース・リブレットによる壁面抵抗低減の数値シミュレーションを実行した。リブレットの構造を図2に、上下壁面の全抵抗(摩擦及び圧力抵抗)の時間変化を図3に示す。リブレットを持つ壁面の抵抗低減が示されている(8)~(9)。図4は、上下壁面と横断面における等渦度線である。リブレットによって乱流が大きな変化を受けることが示されている。

### 4. 高迎角多要素翼型周りの流れ場への渦度・流れ関数法の適用

渦度・流れ関数法は、流体力学の教科書には殆ど全て

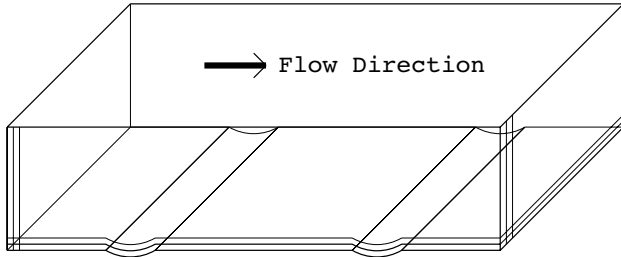


Fig. 2: Schematic view of transverse riblet

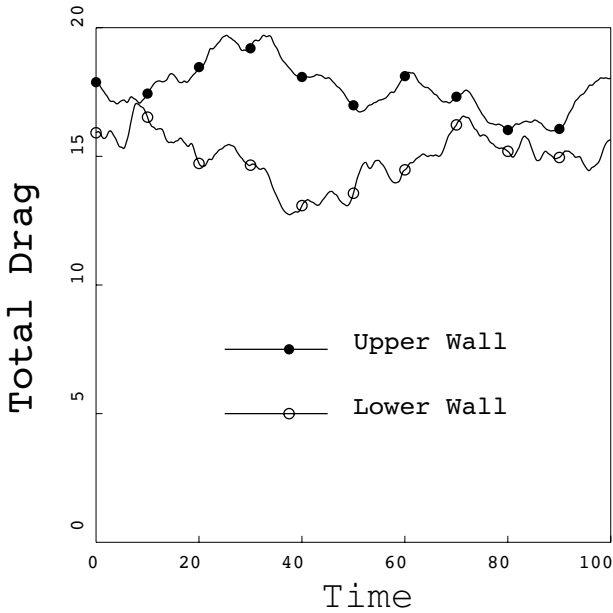


Fig. 3: Time history of total drag

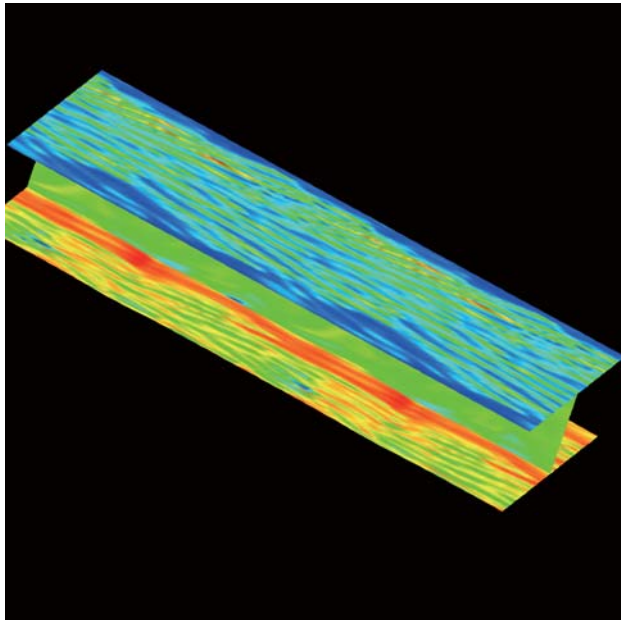


Fig. 4: Vorticity contours on channel walls and mid span

掲載されており、非圧縮性流れで重要となる連続の式を厳密に満足でき、理論的取り扱いを容易にできる方法である<sup>(10)</sup>。しかし、この方法を工学で重要となる流れに適用するとき、領域の多重連結性から生じる問題を克服

しなければならない<sup>(11)</sup>。

基礎方程式は渦度  $\omega$  に対する渦度輸送方程式 (1) と流れ関数  $\psi$  にたいするポワソン方程式 (2) に対して

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (2)$$

であり、圧力が方程式から消去されている。

図5は、単独翼を過ぎる流れに相当するが、2重連結領域の流れとなり、物体上の流れ関数の値は予め知ることはできない。

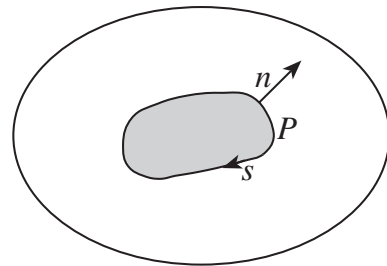


Fig. 5: multiply connected flow

NASA エームズ研究所で研究していたとき、同じフロアにおられた当時計算流体力学ブランチ・チーフの J. Kim (現 UCLA 教授) とこの方法について相談をしていたとき、同教授の意見として、いい方法ではあるが、克服すべき点をいくつか提案された。このとき、明瞭には同教授は指摘されなかったが、航空機の翼を過ぎる流れなどに応用する場合、多重連結領域の流れを扱うことになり、このときいくつか方法を模索していたが、完成はしていなかった。渦度・流れ関数表示において複数物

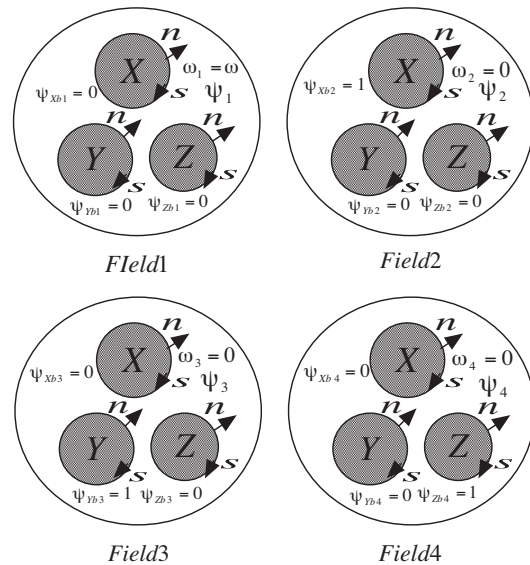


Fig. 6: Separation of flow field (3 bodies)

体を含むような多重連結の流れ場を解く際、各物体間の流量が分からなければ境界条件として物体表面上の流れ関数を設定することが困難になる。また任意の値を与え

たとしても方程式は解けるが、その解は実際の流れ場には適さないものとなる恐れがある。そこで、実際の流れ場に適した境界条件として正しい流れ関数の値を求めるために式 (3) の圧力一価の条件を用いることができる。

$$\oint \frac{\partial P}{\partial s} ds = \frac{1}{Re} \oint \frac{\partial \omega}{\partial n} ds = 0 \quad (3)$$

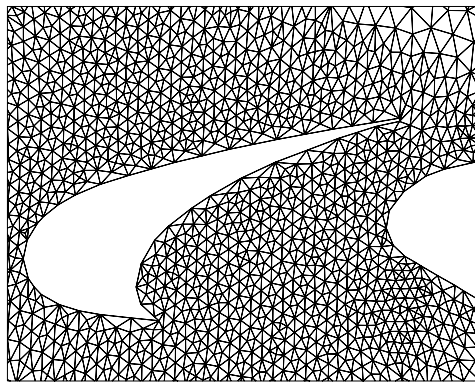
ここで左辺の壁面上の圧力勾配の計算に用いる  $\partial p / \partial s$  は、ナビエ・ストークスの方程式により導出されている。圧力一価の条件を適用するために、流れ場を要素に分離する方法を用いる。エアバス社の3要素翼を解析対象として、Slat、主翼、Flapを順に物体 X、Y、Zとする。流れ場における流れ関数  $\psi$ 、 $\omega$  を次のように便宜的に分離する。

$$\psi = \psi_1 + A(t)\psi_2 + B(t)\psi_3 + C(t)\psi_4 \quad (4)$$

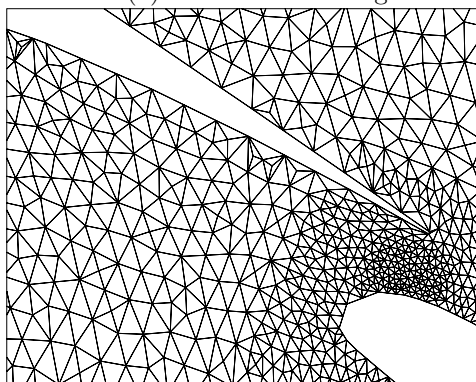
$$\omega = \omega_1 + A(t)\omega_2 + B(t)\omega_3 + C(t)\omega_4 \quad (5)$$

式 (5) を圧力一価の式 (3) に代入し、係数  $B_k$  ( $k=2\sim 4$ ) を求める。

$Re = 500$  の場合において数値計算を行った。図7に主翼と Slat、主翼と Flap の狭い領域に生成された格子を示す。非構造有限体積法で計算を遂行すると、無次元時



(a) Slat and main wing



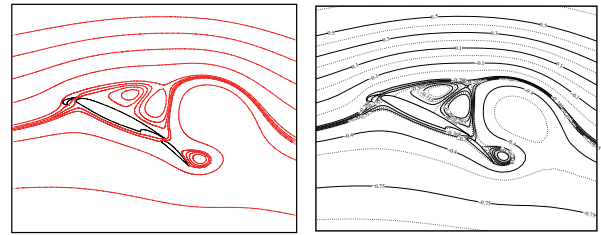
(b) Flap and main wing

Fig. 7: Unstructured triangular grid along multi-element airfoil

間  $T = 3.6$  の流線図のようにフランスのグループの計算と良好に一致する (12)~(13)。

5. ポンプ内流動の数値シミュレーションへの応用

上記の方法は、圧力差の条件を新たに加えることで、工学上重要なポンプ内流れを扱うことができる。容積型ポンプ内流れ (14)~(15) に用いた格子を図9に示す。主格



T=3.6

Fig. 8: Streamlines of flow along airbus multi-element airfoil (left: present and right Guermond and Quatrapelle)

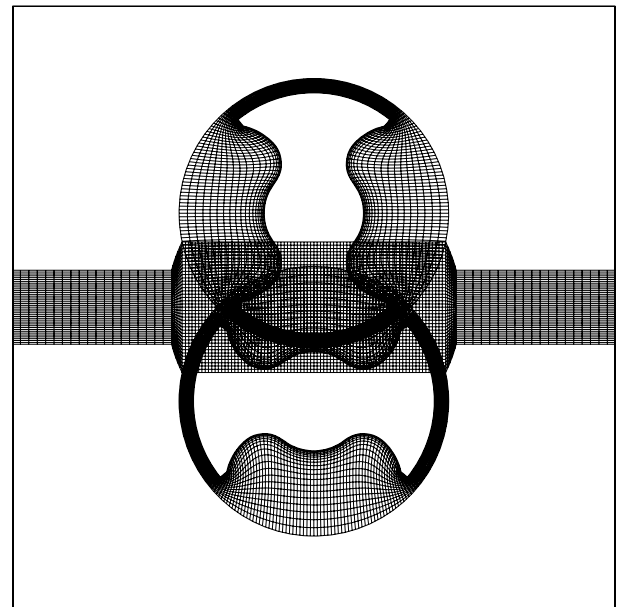


Fig. 9: Overset grid for lobe pump

子 (253x41)、補助格子 (209x21) からなる。また、ポンプのように、ローターが流体中を動いて、仕事をする場合、流体力学の講義であるように、物体が流線になることはなく、この場合、具体的には上側及び下側のローターの  $(x_1, y_1)$  と  $(x_2, y_2)$  の位置の回転速度を  $(u_1, v_1)$ 、 $(u_2, v_2)$  とすると、流れ関数はそれぞれ

$$\psi = -v_1 x_1 + u_1 y_1, \quad \psi = -v_2 x_2 + u_2 y_2 \quad (6)$$

で与えられ、流線が物体に突っ込む場合も起こりうる。この様子が図10に示されている。同様な方法により、

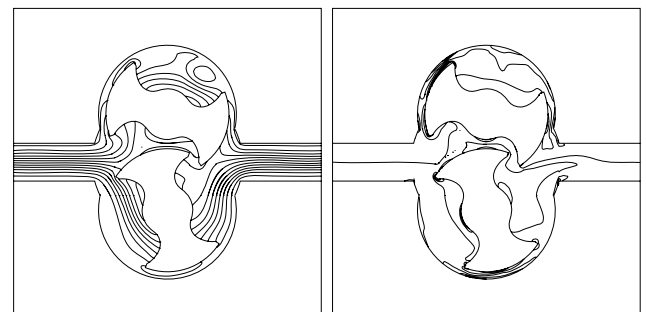


Fig. 10: Stream lines and vorticity contours in lobe pump

機械工学で重要なジャーナル・ベアリング内流れの非定常解析も行われている<sup>(16)</sup>。

#### 6. 熱対流を伴う流れへの応用

流体の温度変化があり浮力が重要となる流れに対しても、上記の方法は有効である。高温の物体が低温の容器内にある場合の流れの計算例を図 11 に示す<sup>(17)</sup>。計算結果は、Van Dyke の”Album of Fluid Motion”<sup>(18)</sup>の中にある、Girgull & Hauf<sup>(19)</sup>の実験と良好な一致を示している。

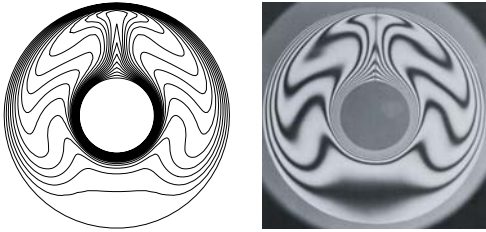


Fig. 11: Isotherms in concentric cylinders and experimental result of Grigull & Hauf, from An album of fluid motion ( $Gr = 1.2 \times 10^5$ )

#### 7. 血液循環の数値シミュレーション (TCPC)

心臓に欠陥がある場合手術により、左右心房、心室にバイパスを設け、心臓を機能させる方法があり、TCPC と呼ばれている。図 12 に示すように TCPC 内の流れは 5 重連結領域となる。

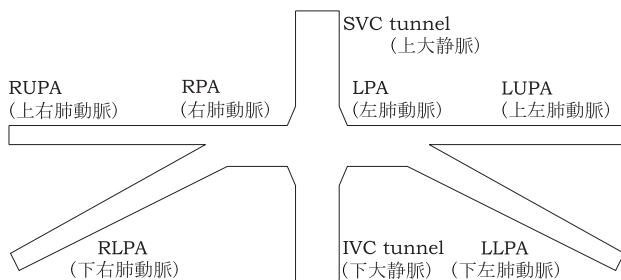


Fig. 12: Schematic view of TCPC

計算格子は図 13(a) のようになる。SVC-RUPA 間の圧力差を  $p'_{ru}$ 、SVC-LUPA 間の圧力差を  $p'_{lu}$ 、IVC-RLPA 間の圧力差を  $p'_{rl}$ 、IVC-LLPA 間の圧力差を  $p'_{ll}$  とし、流入・流出口間の圧力差を  $p'_{ru} = -1.0$ 、 $p'_{lu} = -1.0$ 、 $p'_{rl} = -1.0$ 、 $p'_{ll} = -1.0$  とおいて計算を行ったのが図 13(b) である。

続いて、流入・流出口間の圧力差を  $p'_{ru} = -3.269$ 、 $p'_{lu} = -3.409$ 、 $p'_{rl} = -1.277$ 、 $p'_{ll} = -1.416$  とおいて計算を行った結果を図 14(a) に示す。後者のケースで、本結果は Sheu ら<sup>(20)</sup>の計算結果 14(b) と比較して良く一致する結果となっている<sup>(21)</sup>。

#### 8. マイクロ・ナノ流体

コンピュータの CPU を作る、近年の微細加工技術の長足の進歩により、マイクロ・ナノスケールのポンプやタービンの製作が可能となり、また MIT では、マイクロガスタービンの研究もなされ、ペンシル型ロケットを宇宙に送り出す計画もなされている。流れの分野で、スケールが小さくなると、ナビエ・ストークスから、慣性のないストークス方程式で流れが支配されるようにな

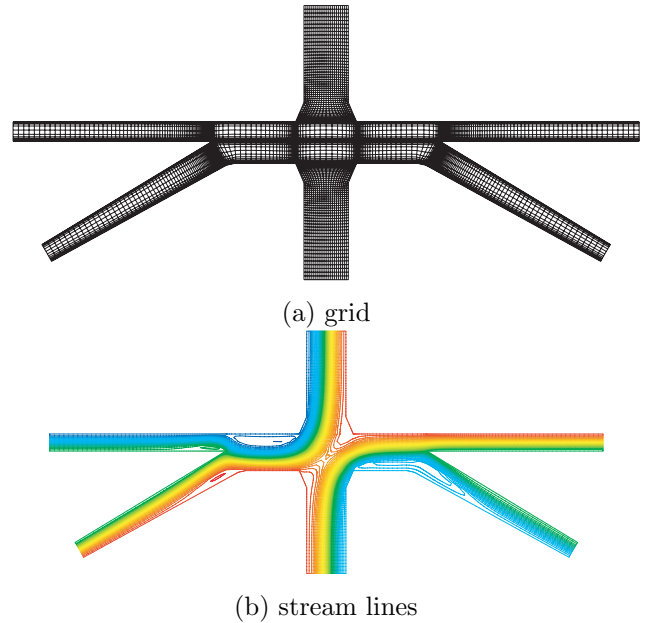


Fig. 13: multi-domain grid and stream lines for TCPC ( $\Delta p = -1.0, -1.0$ )

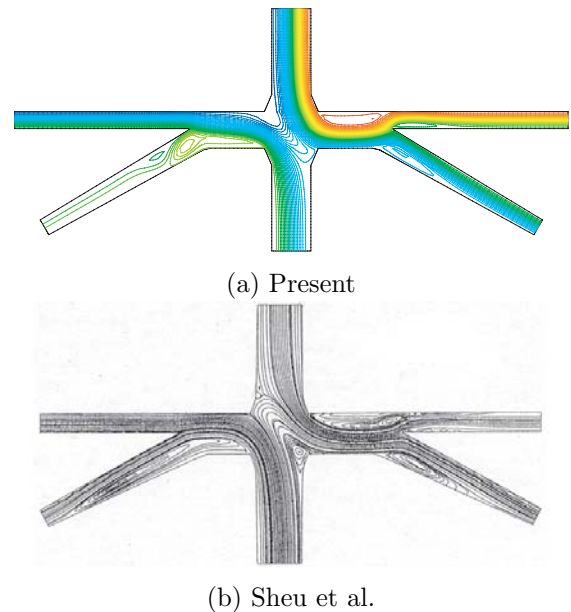


Fig. 14: Stream lines for TCPC ( $\Delta p = -3.269, -3.409, -1.277, -1.416$ ) and result of Sheu et al.

る。通常のスケーラのポンプなどは、流体の慣性力で動いており、これがなくなると、ポンプなどは、根底から考え直す必要がある。また、更に小さくなると、希薄流体で支配される領域も現れる。Gad-el-Hak 教授らはこの分野で先駆的な研究を行い、マイクロチャンネル内で円柱のロータをを回転させるポンプを提案している<sup>(22)</sup>。マイクロチャンネルの圧力差を  $\Delta p = 0, 2$  及び  $4$  と変えて、数値シミュレーションを行った<sup>(23)</sup>。図 15 のように、ストークス流にも拘わらず渦が重要な役割を果たしていることが見て取れる。

最近では人口細胞内の液体駆動や DNA の集合・収縮に使用される実用的なマイクロポンプの開発が期待されている<sup>(24)</sup>。図 16 に示すのは、シリコンウェファでつくられた医療用のマイクロポンプである。マイクロポンプ内流

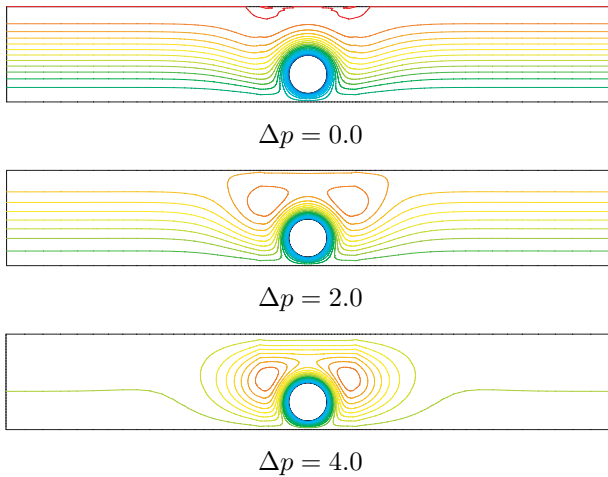


Fig. 15: Stream lines in viscous micropump

れの計算については、2つの流入・流出部の格子とケーシング内とブレード間の直交格子をつなぎ合わせる事で計算を行なう17。ロータが回転するので、クリアランス部の円周方向の中心部で滑り格子の形になる<sup>(25)</sup>。

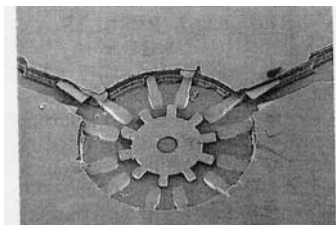


Fig. 16: Micropump on silicon wafer by Ahn et al.

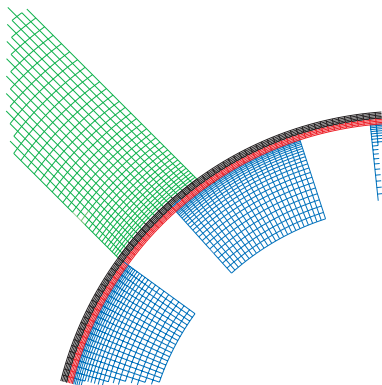
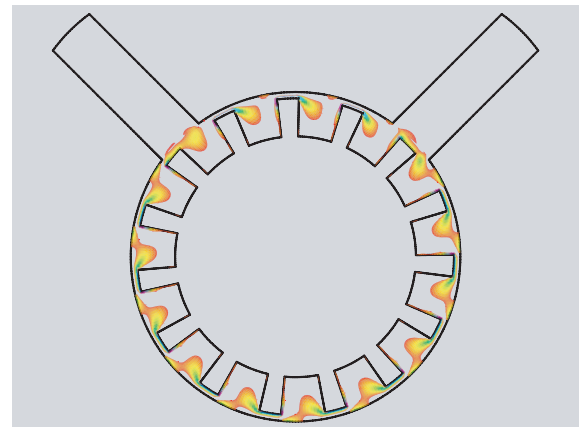


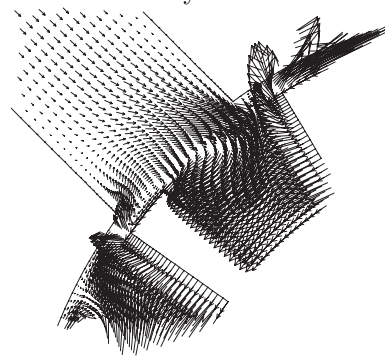
Fig. 17: Analytical slide grid around rotor

渦度の等高線とポンプ流入部の速度ベクトル線図を図18に示す。ブレード間の溝に2つの渦が存在している。また、ポンプの右上部の流出部の部分で大きな渦のチャンネル方向への拡大が見られる。流入は流体の慣性力がないため、渦により流体がポンプ内に運ばれている様子が見られる。9. まとめ 流体力学、計算流体力学、航空工学、機械工学の多くの諸先生と交流することにより、刺激を受け、種々の研究を行い、学会に貢献できたことに対して、お礼を申し上げます。

(1) T. Tatsumi and H. Tokunaga, One-dimensional shock turbulence in a compressible fluid, J. Fluid Mech., (1974), 65,3,pp. 581-601.



Vorticity contours



Velocity vectors

Fig. 18: Vorticity contours and Velocity vectors in inlet part at 0/3 period

(2) H. Tokunaga, The Statistical Theory of One-Dimensional Turbulence in a Compressible Fluid, J. Phys. Soc. Jpn., (1976), Vol. 41, No1, pp. 328-337.

(3) H. Tokunaga and T. Tatsumi, Interaction of Plane Nonlinear Waves in a Compressible Fluid and Two-Dimensional Shock Turbulence, J. Phys. Soc. Jpn., (1975), Vol. 38, No.4, pp. 1167-1179.

(4) 徳永、安井, 渦糸モデルによる非定常二次元せん断乱流の数値解析, 日本機械学会論文集 (B編), (1984), 50, 453, pp. 1247-1253.

(5) H. Tokunaga, N. Satofuka and H. Miyagawa, Direct simulation of shear flow turbulence in a plane channel by sixth order accurate multi-grid Poisson solver, Lecture Notes in Physics 264, (1986), pp. 617-621, eds., F. G. Zhuang and Y. L. Zhu, Springer.

(6) H. Tokunaga, K. Ichinose and N. Satofuka, Numerical simulation of transient turbulent flows by the vorticity-vector potential formulation, Computers & Fluids, (1991), 19, 3/4, pp. 413-420.

(7) 巽, 流体力学, 培風館, (1982), pp. 53-56, pp. 187-194.

(8) J. H. Adlam, Computation of Two-Dimensional Time-Dependent Natural Convection in a Cavity

- Where There are Internal Bodies, Computers & Fluids, Vol. 14, No.2, (1986), pp. 141-157.
- (9) H. Tokunaga and K. Okuda, Large Eddy Simulation Using Complete Fourth Order Difference Method and Vorticity-Vector Potential Formulation in Generalized Coordinate, DNS/LES Progress and Challenges, Third AFOSR, Arlington, Texas, (2001), pp. 275-282, eds., C. Liu, L. Sakell and T. Beutner, Greyden Press.
- (10) 徳永、横方向リブレットを持つ壁面乱流のLESによる数値解析と抵抗低減, 日本航空宇宙学会論文集, (1999), 47, 546, pp. 272-278.
- (11) H. Tokunaga, LES of Channel Flow with Transverse Riblet and Drag Reduction, AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, (1999), pp. 1-10, AIAA Paper 99-0424. 2000, 66, 643, pp. 641-646.
- (12) H. Tokunaga and G. Funakoshi, Numerical Simulation of Unsteady Incompressible Flow along Multi-Element Aerofoil by Unstructured Grid Coupled with Finite Volume and Vorticity-Stream Function Method, Proc. 7th Int. Conf. Num. Grid Generation in Comp. Field Simulations, Whistler, Canada, (2004), pp. 943-952, CD-ROM, B. K. Soni, J. Hauser, J. F. Thompson, P. Eiseman, ISGG.
- (13) J. L. Guermond and L. Quartapelle, Calculation of Incompressible Viscous Flows by an Unconditionally Stable Projection FEM, J. Comp. Phys., (1977), No. 132, pp. 12-33.
- (14) 奥田、徳永、移動格子法と渦度・流れ関数法による容積形ポンプ内流れの数値計算, 日本機械学会論文集 (B編), (2002), 68, 670, pp. 1737-1744.
- (15) H. Tokunaga and K. Okuda, Moving Overset Grid Method on Numerical Simulation of Flow in Lobe Pump on Vorticity-Stream Function Formulation, Proc. 6th Int. Conf. Num. Grid Generation in Computational Field Simulations, Wikiki, Hawaii, (2002), pp. 793-802, eds., B. K. Soni, J. Chawner, P. R. Eiseman, J. Hauser, K. Nakahasi, J. F. Thompson and N. Weatherill, ISGG.
- (16) 岡田、徳永、里深, 渦度・流れ関数法と移動格子法によるジャーナル・ベアリング流れの動的解析, 日本機械学会論文集 (B編), (2000), 66, 643, pp. 641-646.
- (17) H. Tokunaga and T. Terai, A numerical method for incompressible flow with heat transfer and new type of periodic and irregular convective fluid motion along two bodies within vessel, IMACS Series in Computational and Applied Mathematics 7, (2003), pp. 141-150, eds., R. M. Spitaleri and F. Pistella, IMACS.
- (18) M. Van Dyke, An Album of Fluid Motion, (1982), The Parabolic Press, p. 122.
- (19) U. Grigull and W. Hauf, Proc. 3rd Int. Heat Transfer Conf. 2, (1966), pp. 182-195.
- (20) T. W. H. Sheu, S. F. Tsai, W. S. Hwang and T. M. Chang, A finite element study of the blood flow in total cavopulmonary connection, Computers & Fluids, (1999), 28, pp. 19-39.
- (21) H. Tokunaga and H. Nakae, Multi-Block Structured Grid for Numerical Simulations of Blood Flow in Total Cavopulmonary Connection, Proc. of 9th International Conference on Numerical Grid Generation in Computational Field Simulations, San Jose, CA, USA, (2005), pp. 1-11, eds., P. Papadopoulos, B. K. Soni, J. F. Thompson, J. Haeuser and P. Eiseman, ISGG.
- (22) D. Decourtye, M. Shen and M. Gad el Hak, Analysis of Viscous Micropumps and Microturbines, I. J. Comp. Fluid Dynm., (1998), 10, pp. 13-25.
- (23) H. Tokunaga, A. Fujiwara and M. Matsumoto, Numerical Simulation of Flow in Micro Pump by Vorticity-Stream Function and Vorticity-Vector Potential Method, Proc. of Transport Phenomena in Micro and Nanodevices, Kona, Hawaii, (2004), CD-ROM, pp. 1-11, eds., M. Gad-el-Hak, N. Kasagi, S. Hardt, ECI.
- (24) C. H. Ahn and M. G. Allen, Fluid Micropump Based on Rotary Magnetic Actuators, IEEE 8th Int. Workshop on MEMS, (1995), pp. 408-413.
- (25) H. Tokunaga and M. Matsumoto, DYNAMICAL SIMULATION OF FLOWS IN MICROPUMP ON SILICON WAFER, Second International Conference on Transport Phenomena in Micro and Nanodevices, Barga, Italy, (2006), CD-ROM, pp. 1-11, eds., Gad-el-Hak, N. Kasagi, S. Hardt, A. N. Jauho and T. Niimi, ECI.